Académie des sciences (France). Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences. 1948.

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME DEUX-CENT-VINGT-SIXIÈME.

JANVIER — JUIN 1948.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1948

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1948

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

Section Ire. — *Géométrie.*

MM.
HADAMARD (*Jacques*-Salomon), C. ✻.
BOREL (Félix-Edouard-Justin-*Émile*), G. O. ✻, ✠, ✠.
CARTAN (*Élie*-Joseph), C. ✻.
JULIA (*Gaston*-Maurice), C. ✻, ✠.
MONTEL (*Paul*-Antoine), C. ✻.
DENJOY (*Arnaud*), O. ✻.

Section II. — *Mécanique.*

DRACH (*Jules*), O. ✻,
VILLAT (*Henri*-René-Pierre), O. ✻.
CAQUOT (*Albert*-Irénée), G. O. ✻, ✠.
PÉRÈS (*Joseph*-Jean-Camille), O. ✻.
VESSIOT (*Ernest*-Paulin-Joseph), C. ✻.
BEGHIN (*Henri*), O. ✻.

Section III. — *Astronomie.*

DESLANDRES (*Henri*-Alexandre), C. ✻.
ESCLANGON (*Ernest*-Benjamin), O. ✻.
MAURAIN (*Charles*), C. ✻
FAYET (*Gaston*-Jules), ✻.
CHAZY (*Jean*-François), ✻, ✠.
LYOT (*Bernard*-Ferdinand), ✻.

Section IV. — *Géographie et Navigation.*

TILHO (*Jean*-Auguste-Marie), G. O. ✻, ✠.
DURAND-VIEL (*Georges*-Edmond-Just), G. C. ✻, ✠, ✠.
BARRILLON (*Émile-Georges*), C. ✻.
MARTONNE (*Emmanuel*-Louis-Eugène DE), O. ✻.
COT (*Donatien*), C. ✻.
POIVILLIERS (*Georges*-Jean), O. ✻, ✠.

Section V. — *Physique générale.*

MM.
Brillouin (Louis-*Marcel*), O. ✻.
Cotton (*Aimé*-Auguste), C. ✻.
Joliot (*Frédéric*), C. ✻.
Becquerel (*Jean*-Antoine-Edmond-Marie), C. ✻.
Cabannes (*Jean*), O. ✻, ♀.
Ribaud (*Gustave*-Marcel), ✻, ♀.

SCIENCES PHYSIQUES

Section VI. — *Chimie.*

Bertrand (*Gabriel*-Émile), C. ✻.
Delépine (Stéphane-*Marcel*), O. ✻.
Lebeau (*Paul*-Marie-Alfred), O. ✻.
Jolibois (Médard-*Pierre*), O. ✻, ♀.
Pascal (*Paul*-Victor-Henri), O. ✻.
....

Section VII. — *Minéralogie.*

Jacob (*Charles*-François-Étienne), O. ✻, ♀.
Mauguin (*Charles*-Victor), O. ✻.
Grandjean (*François*-Alfred), O. ✻.
Margerie (*Emmanuel*-Marie-Pierre-Martin Jacquin de), O. ✻
Michel-Lévy (*Albert*-Victor), O. ✻.
....

Section VIII. — *Botanique.*

Blaringhem (*Louis*-Florimond), O. ✻.
Chevalier (*Auguste*-Jean-Baptiste), C. ✻.
Souèges (Étienne-Charles-*René*).
Magrou (*Joseph*-Émile), ✻.
Heim (*Roger*-Jean), ✻, ♀.
....

Section IX. — *Économie rurale.*

Leclainche (Auguste-Louis-*Emmanuel*), G. O. ✻.
Lapicque (*Louis*-Édouard), C. ✻, ♀.
Fosse (*Richard*-Jules), ✻.
Schribaux (Pierre-*Émile*-Laurent), C. ✻.

MM.

JAVILLIER (Jean-*Maurice*), C. ✻, ✠.
DEMOLON (*Albert*-Omer), O. ✻.

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie.*

CAULLERY (*Maurice*-Jules-Gaston-Corneille), C. ✻.
PÉREZ (*Charles*), O. ✻.
ROUBAUD (*Émile*-Charles-Camille), O. ✻.
WINTREBERT (*Paul*-Marie-Joseph), ✻.
FAGE (Baptiste-*Louis*), ✻.
COURRIER (Marie-Jules-Constant-*Robert*), ✻, ✠.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie.*

VINCENT (Jean-*Hyacinthe*), G. C. ✻.
PORTIER (*Paul*), O. ✻.
BINET (*Léon*-René), C. ✻, ✠.
LAUBRY (*Charles*), C. ✻.
HARTMANN (*Henri*-Albert-Charles-Antoine), C. ✻.
LERICHE (*René*), O. ✻, ✠.

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

BROGLIE (*Louis*-Victor-Pierre-Raymond, prince DE), O. ✻, pour les Sciences mathématiques.
LACROIX (François-Antoine-*Alfred*), G. O. ✻, pour les Sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

BROGLIE (Louis-César-Victor-*Maurice*, duc DE), C. ✻.
GRAMONT (*Armand*-Antoine-Auguste-Agénor, duc DE), O. ✻.
GUTTON (Antoine-Marie-*Camille*), C. ✻.
DUCLAUX (*Jacques*-Eugène), O. ✻, ✠.
ROUSSY (*Gustave*), G. O. ✻.
JOLLY (*Justin*-Marie-Jules), O. ✻.
PÉRARD (*Albert*-Gustave-Léon), O. ✻, ✠.
RAMON (*Gaston*-Léon), C. ✻.
HACKSPILL (*Louis*-Jean-Henri), O. ✻, ✠.
TRÉFOUEL (*Jacques*-Gustave-Marie), O. ✻.

MEMBRES NON RÉSIDANTS.

MM.

CUÉNOT (*Lucien*-Claude-Jules-Marie), O. ✱, à Nancy.
CAMICHEL (*Charles*-Moïse), O. ✱, au Cap Dorat, par Lavaur (Tarn).
PICART (Théophile-*Luc*), O. ✱, à Floirac (Gironde).
SERGENT (Étienne-Louis-Marie-*Edmond*), C. ✱, ✠, à Alger.
COTTON (*Émile*-Clément), ✱, à Grenoble.
BOUIN (André-*Pol*), O. ✱, à Vendresse (Ardennes).
MAIRE (*René*-Charles-Joseph-Ernest), O. ✱, à Alger.
HAAG (*Jules*), O. ✱, à Besançon.
GIGNOUX (*Maurice*-Irénée-Marie), ✱, à Grenoble.
LEJAY (*Pierre*), ✱, ✠, à Zi-Ka-Wei (Chine).
BATAILLON (Jean-*Eugène*), O. ✱, à Castelnau-les-Lez (Hérault).
DEVAUX (*Henri*-Edgar), ✱, à Bordeaux.

APPLICATIONS DE LA SCIENCE A L'INDUSTRIE.

LUMIÈRE (*Louis*-Jean), G. C. ✱, à Bandol (Var).
ESNAULT-PELTERIE (*Robert*-Albert-Charles), O. ✱, à Boulogne-sur-Seine.
PORTEVIN (*Albert*-Marcel-Germain-René), O. ✱, à Paris.
CHEVENARD (*Pierre*-Antoine-Jean-Sylvestre), O. ✱, à Paris.
BARTHÉLEMY (*René*), ✱, à Fontenay-aux-Roses (Seine).
DARRIEUS (*Georges*-Jean-Marie-Eugène), ✱, ✠, à Houilles (Seine-et-Oise).

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

MM.

BORDET (*Jules*-Jean-Baptiste-Vincent), G. C. ✱, à Bruxelles.
WINOGRADSKY (*Serge*), à Brie-Comte-Robert (Seine-et-Marne).
EINSTEIN (*Albert*), à Princeton (New Jersey).
LA VALLÉE POUSSIN (*Charles*-Jean-Gustave-Nicolas DE), C. ✱, à Uccle-Bruxelles.
LUGEON (*Maurice*), G. O. ✱, à Lausanne (Suisse).
BOHR (*Niels* Henrik David), O. ✱, à Copenhague.
SHERRINGTON (Sir *Charles* Scott), à Cambridge (Angleterre).
ADAMS (*Walter Sydney*), à Pasadena (Californie).
HAAS (*Wander Johannes* DE), ✱, à Leyde (Pays-Bas).
RUSSELL (Sir Edward *John*), à Woodstock, Oxon (Angleterre).
HARDY (*Godfrey Harold*), à Cambridge (Angleterre).
BLAKESLEE (*Albert Francis*), à Northampton (Massachusetts).

CORRESPONDANTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie* (10).

DICKSON (*Leonard Eugene*), à Chicago (Illinois).
NÖRLUND (*Niels Erik*), C. ✻, à Copenhague.
BERNSTEIN (*Serge*), à Moscou.
CASTELNUOVO (*Guido*), à Rome.
DULAC (*Henri*-Claudius-Rosario), ✻, à Lyon.
VINOGRADOV (*Ivan* Matveevich), à Moscou (U. R. S. S.).
CARLEMAN (Tage Gillis *Torsten*), O. ✻, à Djursholm (Suède).
WEYL (*Hermann*), à Princeton (New Jersey).
POLYA (*George*) à Palo Alto (Californie).
. . . .

SECTION II. — *Mécanique* (10).

ROY (*Louis*-Maurice), ✻, à Toulouse.
THIRY (*René*-Paul-Eugène), O. ✻, à Marseille.
RIABOUCHINSKY (*Dimitri* Pavlovitch), à Paris.
THULOUP (Émile-Adrien-*Albert*), C. ✻, à Grasse (Alpes-Maritimes).
BOULIGAND (*Georges*-Louis), ✻, à Paris.
ROY (Paul-Mary-Ferdinand-*Maurice*), ✻, à Paris.
TIMOSHENKO (*Stephen*), à Palo Alto (Californie).
LERAY (*Jean*), à Sceaux (Seine).
KÁRMÁN (*Théodore* DE), à Pasadena (Californie).
TAYLOR (Sir *Geoffroy Ingram*), à Cambridge (Angleterre).

SECTION III. — *Astronomie* (10).

BOSLER (*Jean*), ✻, à Marseille.
BERGSTRAND (*Carl Östen* Emanuel), à Uppsala.

MM.
HERTZSPRUNG (*Ejnar*), à Leyde (Pays-Bas).
RUSSELL (*Henry Norris*), à Princeton (New Jersey).
JONES (Sir Harold *Spencer*), à Greenwich (Angleterre).
SHAPLEY (*Harlow*), à Cambridge (Massachusetts).
DELPORTE (*Eugène*-Joseph), à Uccle-Bruxelles.
STRØMER (Frédrik *Carl* Mülertz), à Vestre Aker (Norvège).
STRATTON (*Frédérick* John Marrian), ✻, à Cambridge (Angleterre).
DAUVILLIER (*Alexandre*-Henri-Georges), à Bagnères (Hautes-Pyrénées).

SECTION IV. — *Géographie et Navigation* (10).

HEDIN (*Sven* Anders), à Stockholm.
VENING MEINESZ (*Felix Andries*), à Amersfoort (Pays-Bas).
POISSON (Victor-Marie-Augustin-*Charles*), ✻, ✠, à Tananarive.
KOCH (*Lauge*), O. ✻, à Copenhague.
MARGUET (*Frédéric*-Philippe), C. ✻, à Villeneuve-Loubet (Alpes-Maritimes).
ROUCH (*Jules*-Alfred-Pierre), ✻, ✠, à Monaco.
MONOD (*Théodore*), à Dakar.
HAVELOCK (*Thomas Henry*), à Newcastle on Tyne (Angleterre).
LAMBERT (*Walter Davis*), à Lime Rock (Connecticut).
....

SECTION V. — *Physique générale* (10).

MILLIKAN (*Robert Andrews*), ✻, à Pasadena (Californie).
TOWNSEND (*John* Sealy), ✻, à Oxford.
HULUBEI (*Horia*), O. ✻, à Bucarest.
REBOUL (*Georges*-Scipion-Antoine), ✻, ✠, à Montpellier.
FORTRAT (*René*-Lucien), ✻, à Grenoble.
HENRIOT (*Émile*-Jean-Charles), ✻, ✠, à Boitsfort (Belgique).
BLACKETT (*Patrick* Maynard Stuart), à Manchester (Angleterre).
KRAMERS (*Hendrik Antony*), O. ✻, à Oegstgeest (Pays-Bas).
MALLEMANN (*René*-Jean-Gérard-Henri DE), à Nancy.
....

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie* (10 + 1).

WALDEN (*Paul*), à Bühl (Allemagne).
HOLLEMAN (*Arnold Frederik*), ✻, à Bloemendaal (Pays-Bas).
DENIGÈS (*Georges*-Noël-Fort), O. ✻, à Bordeaux.

MM.
LOCQUIN (Émile-*René*), ✵, à Lyon.
COURTOT (*Charles*-Hippolyte), ✵, à Nancy.
ROBINSON (Sir *Robert*), à Oxford (Angleterre).
KARRER (*Paul*), à Zurich.
BRINER (*Émile*), à Genève.
EULER-CHELPIN (*Hans* Karl August Simon VON), à Stockholm.
DESCH (*Cécil Henry*), à Londres.
CORNUBERT (*Raymond*-Alexandre-Louis), ✵, à Nancy.

SECTION VII. — *Minéralogie* (10).

BIGOT (*Alexandre*-Pierre-Désiré), O. ✵, à Mathieu (Calvados).
LERICHE (*Maurice*-Henri-Charles), ✵, à Uccle-Bruxelles.
LAPPARENT (Marie-*Jacques* COCHON DE), ✵, à Paris.
FOURMARIER (*Paul*-Frédéric-Joseph), ✵, à Cointe-Sclessin-lez-Liége (Belgique).
BRAGG (Sir *William Lawrence*), à Cambridge (Angleterre).
NIGGLI (*Paul*), à Zurich (Suisse).
DALY (*Reginald Aldworth*), à Cambridge (Massachusetts).
TEILHARD DE CHARDIN (Marie-Joseph-*Pierre*), O, ✵, ✠, ✠, à Paris.
DELÉPINE (*Gaston*-Georges), à Lille.
PRUVOST (*Pierre*-Eugène-Marie-Joseph), ✵, à Lille.

SECTION VIII. — *Botanique* (10).

PERRIER DE LA BÂTHIE (*Henri*-Alfred-Joseph), ✵, à Saint-Pierre d'Albigny (Haute-Savoie).
TEODORESCO (*Emmanuel* Constantin), à Bucarest.
NICOLAS (Léon-Marie-Joseph-*Gustave*), ✵, à Toulouse.
MERRILL (*Elmer Drew*), à Jamaica Plain (Massachusetts).
BOULY DE LESDAIN (*Maurice*-Léopold-Joseph), à Lille.
BECQUEREL (*Paul*), ✵, à Neuilly (Seine).
LITARDIÈRE (*René*-Jean-Alexandre DE), à Grenoble.
PINOY (*Ernest*), ✵, à Aix-en-Provence.
....
....

SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

MARCHAL (*Émile*-Jules-Joseph), à Gembloux (Belgique).
TSCHERMAK-SEYSENEGG (*Erich* VON), à Vienne (Autriche).

MM.
WAKSMAN (*Selman* Abraham), à New Brunswick (New Jersey).
GUINIER (Marie-Joseph-Jean-Baptiste-*Philibert*), O. ✻, à Paris.
GORINI (*Costantino*), à Milan.
HITIER (*Henri*-Joseph-Robert), C. ✻, à Revelles (Somme).
PRIANICHNIKOV (*Dimitri Nicolaïevitch*), à Moscou.
WALLACE (*Thomas*), à Bristol (Angleterre).
BROCQ-ROUSSEU (*Denis*), C. ✻, à Avon (Seine-et-Marne).
....

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

LÉGER (*Louis*-Urbain-Eugène), O. ✻, à Grenoble.
GUYÉNOT (*Émile*-Louis-Charles), ✻, à Genève.
PEYERIMHOFF DE FONTENELLE (Marie-*Paul* DE), O. ✻, à Alger.
ANCEL (*Paul*-Albert), ✻, à Paris.
BEAUCHAMP (Charles-Alfred-*Paul* MARAIS DE), ✻, à Paris.
POLICARD (*Albert*), O. ✻, ✠, à Lyon.
HARRISON (*Ross Granville*), à New Haven (Connecticut).
HJORT (*Johann*), à Oslo (Norvège).
KEILIN (*David*), à Cambridge (Angleterre).
....

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

LUMIÈRE (*Auguste*-Marie-Louis-Nicolas), G. O. ✻, à Lyon.
HOLMGREN (*Israël*), C. ✻, à Stockholm.
JEANBRAU (*Émile*-Alexis), C. ✻, à Montpellier.
REMLINGER (*Paul*-Ambroise), C. ✻, à Tanger (Maroc).
FLEMING (Sir *Alexander*), C. ✻, à Londres.
BÉRARD (*Léon*-Eugène), C. ✻, à Lyon.
GALLAVARDIN (*Louis*-Bénédict), ✻, à Lyon.
ADRIAN (*Edgar Douglas*), ✻, à Cambridge (Angleterre).
....
....

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 JANVIER 1948.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS BLARINGHEM, PUIS DE M. HENRI VILLAT.

M. **Louis Blaringhem**, Président, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des Recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres, les Associés étrangers et les Correspondants pendant le cours de l'année 1947.

État de l'impression des Recueils de l'Académie au 1er janvier 1948.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Les fascicules de l'année 1947 ont paru chaque semaine régulièrement.

Les Tables des tomes 217 (2e semestre de l'année 1943), 218 (1er semestre de l'année 1944) et 219 (2e semestre de l'année 1944) sont parues et le tome 217 a été mis en distribution. Les Tables des tomes 220 à 225 sont en préparation.

Le volume des Tables générales pour la période 1926-1940, *Auteurs*, a paru et a été mis en distribution; celui de la période 1895-1910, *Matières*, est en préparation.

Mémoires de l'Académie. — Le tome 67 est en préparation.

Notices et discours. — Le tome 2 est en préparation.

Procès-verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835.

Un volume de Tables générales est en voie d'achèvement.

Annuaire de l'Académie. — L'Annuaire pour 1948 a paru; il est mis en distribution au cours de la présente séance.

Index biographique des Membres et Correspondants de l'Académie des Sciences. — Une nouvelle édition est en préparation.

Membres décédés depuis le 1er janvier 1947.

Section de Chimie. — M. **Robert Lespieau**, le 21 avril, au Cannet, Alpes-Maritimes.

Section de Minéralogie. — M. **Léon Bertrand**, le 24 février, à Paris.

Section de Botanique. — M. **Pierre-Augustin Dangeard**, le 10 novembre, à Segrie-Vernie, Sarthe.

Membres élus depuis le 1er janvier 1947.

Section de Physique générale. — M. **Gustave Ribaud**, le 30 juin, en remplacement de M. **Paul Langevin**, décédé.

Section des Académiciens libres. — M. **Jacques Tréfouël**, le 17 février, en remplacement de M. **Louis Martin**, décédé.

Associés étrangers. — M. **Wander Johannes de Haas**, le 3 mars, en remplacement de Sir **William Bragg**, décédé;

Sir **Edward John Russell**, le 3 mars, en remplacement de M. **Pieter Zeeman**, décédé;

M. **Godfrey Harold Hardy**, le 9 juin, en remplacement de M. **Thomas Hunt Morgan**, décédé.

M. **Albert Francis Blakeslee**, le 9 juin, en remplacement de M. **Simon Flexner**, décédé.

Membres à remplacer.

Section de Chimie. — M. **Robert Lespieau**, mort au Cannet, Alpes-Maritimes, le 21 avril 1947.

Section de Minéralogie. — M. **Léon Bertrand**, mort à Paris, le 24 février 1947.

Section de Botanique. — M. **Pierre-Augustin Dangeard**, mort à Segrie-Vernie, Sarthe, le 10 novembre 1947.

Correspondants décédés depuis le 1er janvier 1947.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **Pierre de Vanssay de Blavous**, le 19 août, à Autun, Saône-et-Loire.

Pour la Section de Botanique. — M. **Émile De Wildeman**, le 24 juillet, à Bruxelles.

Pour la Section d'Économie rurale. — M. **Henri Vallée**, le 12 mars, à Dijon.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Édouard Chatton**, le 23 avril, à Banyuls-sur-mer, Pyrénées-Orientales.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — Sir **Almroth Wright**, le 30 avril, à Farnham Common, Angleterre.

Correspondants élus depuis le 1er janvier 1947.

Pour la Section de Géométrie. — M. **Hermann Weyl**, le 7 juillet, à Princeton. New Jersey, en remplacement de M. **George Birkhoff**, décédé;

M. **George Polya**, le 7 juillet, à Palo Alto, Californie, en remplacement de M. **Charles de La Vallée-Poussin**, élu Associé étranger.

Pour la Section d'Astronomie. — M. **Eugène Delporte**, le 17 mars, à Uccle-Bruxelles, en remplacement de M. **Alfred Fowler**, décédé;

M. **Carl Størmer**, le 17 mars, à Oslo, en remplacement de M. **Edmond Rothé**, décédé;

M. **Frederick Stratton**, le 31 mars, à Cambridge, Angleterre, en remplacement de M. **Frank Schlesinger**, décédé;

M. **Alexandre Dauvillier**, le 31 mars, à Bagnères-de-Bigorre, Hautes-Pyrénées, en remplacement de M. **Walter Sidney Adams**, élu Associé étranger.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **Thomas Henry Havelock**, le 13 janvier, à Newcastle-on-Tyne, Angleterre, en remplacement de M. **Jules Richard**, décédé;

M. **Walter Davis Lambert**, le 13 janvier, à Lime Rock, Connecticut, en remplacement de M. **Pierre Lejay**, élu Membre non résidant.

Pour la Section de Physique générale. — M. **Émile Henriot**, le 24 mars, à Bruxelles, en remplacement de M. **Henri Buisson**, décédé;

M. **Patrick Blackett**, le 31 mars, à Manchester, en remplacement de M. **Niels Bohr**, élu associé étranger;

M. **Hendrik Anthony Kramers**, le 16 juin, à Leyde, en remplacement de M. **Blas Cabrera**, décédé;

M. **René de Mallemann**, le 16 juin, à Nancy, en remplacement de M. **Jean Cabannes**, élu membre de la Section.

Pour la Section de Chimie. — Sir **Robert Robinson**, le 28 avril, à Oxford, en remplacement de M. **Frédéric Swarts**, décédé;

M. **Paul Karrer**, le 28 avril, à Zurich, en remplacement de Sir **Robert Hadfield**, décédé;

M. **Émile Briner**, le 16 juin, à Genève, en remplacement de M. **Maurice Nicloux**, décédé;

M. **Hans von Euler-Chelpin**, le 16 juin, à Stockholm, en remplacement de M. **Paul Pascal**, élu membre de la Section.

M. **Cecil Henry Desch**, le 23 juin, à Londres, en remplacement de M. **Albert Recoura**, décédé;

M. **Raymond Cornubert**, le 10 décembre, à Nancy.

Pour la Section de Minéralogie. — M. **Pierre Teilhard de Chardin**, le 3 juin, à Peiping, en remplacement de M. **Vladimir Vernadsky**, décédé;

M. **Gaston Delépine**, le 23 juin, à Lille, en remplacement de M. **Maurice Lugeon**, élu Associé étranger.

M. **Pierre Pruvost**, le 23 juin, à Lille, en remplacement de M. **Maurice Gignoux**, élu Membre non résidant.

Pour la Section d'Économie rurale. — M. **Denis Brocq-Rousseu**, le 21 juillet, à Avon, Seine-et-Marne, en remplacement de Sir **Edward John Russell**, élu Associé étranger.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **David Keilin**, le 10 février, à Cambridge, Angleterre, en remplacement de M. **Eugène Bataillon**, élu Membre non résidant.

Correspondants à remplacer.

Pour la Section de Géométrie. — M. **Godfrey Harold Hardy**, élu Associé étranger, le 9 juin 1947.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **Pierre de Vanssay de Blavous**, mort à Autun, Saône-et-Loire, le 19 août 1947.

Pour la Section de Physique générale. — M. **Wander Johannes de Haas**, élu Associé étranger le 3 mars 1947.

Pour la Section de Botanique. — M. **Albert Francis Blakeslee**, élu Associé étranger le 9 juin 1947;

M. **Émile De Wildeman**, mort à Bruxelles, le 24 juillet 1947.

Pour la Section d'Économie rurale. — M. **Henri Vallée**, mort à Dijon, le 12 mars 1947.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Édouard Chatton**, mort à Banyuls-sur-mer, Pyrénées-Orientales, le 23 avril 1947.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — Sir **Charles Sherrington**, élu Associé étranger le 9 avril 1945;

Sir **Almroth Wright**, mort à Farnham Common, Angleterre, le 30 avril 1947.

Pour les Sections qui pourront être désignées par l'Académie :

A. — Le Correspondant suivant pour la Section de Chimie : M. **Amé Pictet**, mort à Genève, le 11 mars 1937.

B. — Le Correspondant suivant pour la Section de Physique générale : M. **Camille Gutton**, élu Académicien libre le 31 janvier 1938.

C. — Le Correspondant suivant pour la Section de Mécanique : M. **John Alexander Low Waddell**, mort à New York, le 3 mars 1938.

D. — Le Correspondant suivant pour la Section de Botanique : M. **Lucien Daniel**, mort à Rennes, le 26 décembre 1940.

E. — Le Correspondant suivant pour la Section de Géométrie : M. **David Hilbert**, mort à Göttingen, le 14 février 1943.

En prenant possession du fauteuil de la Présidence, M. **Henri Villat** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Je ne sais si vous avez relu récemment votre Théocrite. Dans le *Cyclope*, qui est sans doute l'un des chefs-d'œuvre de cet auteur, on trouve ce vers, magnifique et réconfortant :

Δῆλον ὅτ᾽ ἐν τᾷ γᾷ κἠγώ τις φαίνομαι ἦμεν,

ce qui veut dire, comme vous le savez déjà : N'est-il pas évident que sur cette terre, me voici, moi aussi, devenu quelqu'un!

Comme ce doit être agréable de pouvoir se faire à soi-même la juste application de cette consolante pensée! Ce n'est, hélas, point du tout mon cas; je n'ai en effet aucunement l'outrecuidance de croire que j'aie été porté par mes faibles mérites, en la place où me voici de par votre volonté; je ne le sais que trop, je dois cette élévation temporaire à votre seule bienveillante indulgence.

Soyez-en ici remerciés : à défaut du grand homme que j'aimerais être, je m'efforcerai d'être un fidèle gardien de vos grandes traditions, et un bon ouvrier pour les travaux que vous m'aurez confiés.

J'y serai, je le sais, puissamment aidé par la sagacité et l'affable compétence de nos Secrétaires Perpétuels, dont le secours me sera, à chaque instant, une sauvegarde. Ai-je besoin de dire également, que l'exemple de mon brillant prédécesseur Louis Blaringhem, mon camarade de jeunesse et mon ami de toujours, me demeurera précieux. Et c'est avec un grand sentiment de sécurité que je trouverai à ma droite mon cher ami Charles Jacob, — qui par une coïncidence bien sympathique, est lui aussi un de mes camarades de promotion, — et qui saura me seconder ici en toutes circonstances utiles; nous savons tous deux combien de fois le destin, favorable ou cruel, nous a déjà rapprochés dans le passé.

Dans les derniers mois de l'année écoulée, la disposition matérielle de notre salle de Séances s'est trouvée modifiée par une installation radio-électrique qui facilite l'audition des orateurs sans nuire aucunement à ces conversations particulières qui sont le charme, — et l'un des objets essentiels, — de nos réunions. Certes cette installation n'est pas encore parfaite, nous nous efforcerons de l'améliorer; mais il n'y a aujourd'hui aucun doute sur son opportunité.

Messieurs, l'année qui s'ouvre en ce moment nous trouve singulièrement troublés; cependant votre Compagnie a déjà entrepris des travaux, et suggéré des mesures, propres à faciliter le laborieux enfantement des temps nouveaux. Vos Commissions s'occupent de ce qui concerne les périls mortels dus aux récentes découvertes atomiques et aux moyens de destructions chimiques ou bactériologiques. Et nous avons pu entendre récemment dans nos Comités secrets les exposés de tels de nos confrères, ouvrant des horizons sur la

solution de nos difficultés économiques. L'espoir en l'avenir est donc permis, aussi bien de par les raisons de la logique que pour ces raisons de l'âme par où s'exprime l'accord profond de l'homme avec des vérités qui le dépassent :

« Si le ciel et la mer sont noirs comme de l'encre,
Nos cœurs, que tu connais, sont remplis de rayons. »

Au reste, l'inquiétude qui nous entoure est un sentiment qui ne date pas d'aujourd'hui, et cela sans doute est à soi seul déjà consolant. Il y a bien des années, Ernest Renan écrivait : « Au commencement était le chaos, à la fin sera la démence ». Écoutons encore notre Anatole France : « Puisque la richesse et la civilisation comportent autant de causes de maux que la pauvreté et la barbarie, puisque la folie et la méchanceté des hommes sont inguérissables, il reste une bonne action à accomplir : le sage amassera assez d'explosif pour faire sauter cette planète. Quand elle roulera par morceaux à travers l'espace, une amélioration imperceptible sera accomplie dans l'univers, et une satisfaction sera donnée à la conscience universelle —, qui d'ailleurs, ajoutait l'impénitent ironiste, — qui d'ailleurs n'existe pas ».

Faut-il aujourd'hui entériner ces paroles amères ? Puisque l'homme ne saurait se justifier qu'en se dépassant constamment, devons-nous douter qu'il demeure encore à la hauteur de son destin ? La consistance presque uniquement matérielle de ses progrès marque-t-elle ou non, dans son âme, un recul profond ? C'est le tragique des temps actuels, que la science ait fait de nous presque des dieux, alors que nous ne sommes pas tout à fait sûrs d'avoir rempli tous les devoirs de l'homme. Plus l'amas et la précision de nos connaissances nous incitent à un juste sentiment d'orgueil pour la puissance du génie humain, plus en même temps nous sommes effrayés de voir que chaque progrès menace de se prêter aux pires desseins : comme l'écrivait tout récemment M. Jean Rostand dans ses *Nouvelles Pensées d'un Biologiste*, « tous les espoirs sont permis à l'homme, même celui de disparaître ».

Peut-être vaut-il la peine d'y réfléchir quelques instants. Je relisais récemment, avec quelque mélancolie, le texte d'une belle conférence prononcée en 1928 par Paul Painlevé, l'un des maîtres qui ont le plus profondément illuminé et marqué notre jeunesse; Painlevé avait pris ce thème : « la Science peut-elle aider au rapprochement et à la collaboration des peuples ? » Les réalités semblent aujourd'hui dépasser les conclusions du philosophe et du savant. Car à quoi bon avoir multiplié les relations entre les hommes, en supprimant pour ainsi dire le temps et la distance, si beaucoup d'entre eux demeurent aussi hostiles, aussi fermés les uns aux autres que les tribus sauvages de l'Afrique centrale ? La Science devait cependant être uniquement une grande dispensatrice de bienfaits. Il serait impie d'en douter, alors qu'elle confère à l'homme une puissance si exceptionnelle, qui aujourd'hui dépasse de loin les rêves millénaires. Mais pourquoi tant de ressources, tant de génie ne sont-ils pas consacrés à la seule lutte contre la misère, contre la souffrance et la mort ?

Il ne faudrait sans doute que le vouloir. Et c'est là aujourd'hui le nœud du drame. Nous avons, dans ces dernières dizaines d'années, bouleversé et créé tant de choses aux dépens du passé, — en le transformant, en réorganisant les idées, les méthodes, les institutions qu'il nous avait léguées, — que le présent nous apparaît un état sans précédent et sans exemple. Et nous sommes maintenant engagés sur une route à la fois magnifique et hasardeuse; mais rien ne nous permet d'affirmer que ces hasards nous seront funestes. Sait-on si la Science ne percera pas, à la fin, les secrets mêmes de l'esprit du mal? C'est ce que disait avec autorité, dans une interview récente, mon cher Confrère et ami Louis de Broglie : « Faire confiance à la sagesse? Pourquoi pas? L'homme n'est peut-être pas aussi fou qu'il en a l'air ».

C'est là je crois qu'est le mot juste. C'est bien ce que pensent tous ceux dont la foi et l'ardeur se penchent sur les problèmes, précis et graves, que pose la vie d'aujourd'hui. C'est assurément la conviction de tous ceux qui m'entourent en ce moment. Si, comme l'a écrit André Gide, « le monde est toujours sauvé par quelques-uns », il le sera surtout assurément par

« Ceux qui plus que la gloire ont cherché la lumière »,

et qui ont fait de la recherche désintéressée le seul but valable de l'existence. Qu'importent pour eux les erreurs ou même les drames d'un jour, puisqu'aux yeux de l'esprit

« La vérité vivante est au bout du chemin. »

Et n'oublions pas que c'est aussi par le labeur qui s'accumule que l'essentiel est, chaque jour, sauvé.

C'est en vertu de ce principe même que je vous invite, mes chers Confrères, à reprendre dès maintenant nos habituels travaux.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à Lord **Cherwell**, Membre de la *Royal Society*, Professeur à l'Université d'Oxford, et à M. **Hans Lewy**, Professeur à l'Université de Californie, qui assistent à la séance.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Sur une généralisation des équations canoniques.* Note de M. **Jean Chazy**.

1. Soit le système différentiel

$$\frac{dx_i}{dt} = Y_i, \qquad \frac{dy_i}{dt} = -X_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n), \tag{1}$$

où X_i et Y_i désignent des fonctions quelconques des $2n+1$ variables x_i, y_i, t, et qui est ainsi un système différentiel quelconque d'ordre $2n$.

Supposons que $2n$ nouvelles variables x'_i, y'_i, deux à deux conjuguées aussi, soient fonctions des variables x_i, y_i, t, et satisfassent à la condition [1]

$$(2) \qquad \Sigma y\,dx - \Sigma y'\,dx' = d\varphi + \psi\,dt,$$

où chacune des deux sommes se rapporte à n couples de variables conjuguées, et où φ et ψ désignent deux fonctions des variables x, y, t : c'est-à-dire que *le premier membre est une différentielle exacte quand on laisse t invariable.*

Il résulte de cette condition que, si l'on considère la solution générale des équations (1), qui dépend de t et de $2n$ constantes arbitraires, soit

$$x(t, C_1, C_2, \ldots, C_{2n}), \quad y(t, C_1, C_2, \ldots, C_{2n}),$$

les crochets de Lagrange de la variable t et de l'une quelconque C de ces constantes, calculés en fonction des variables x, y, puis en fonction des variables x', y', ont une relation simple. En effet substituons la solution considérée et les valeurs correspondantes des variables x', y' dans la condition (2); nous obtenons des expressions des dérivées $\partial\varphi/\partial t$ et $\partial\varphi/\partial C$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \Sigma y \frac{\partial x}{\partial t} - \Sigma y' \frac{\partial x'}{\partial t} - \psi, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial C} = \Sigma y \frac{\partial x}{\partial C} - y' \frac{\partial x'}{\partial C}.$$

D'où, dans des hypothèses générales de continuité, puis après réductions,

$$\frac{\partial}{\partial C}\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial\varphi}{\partial C} \quad \text{et} \quad \Sigma\left(\frac{\partial y}{\partial C}\frac{\partial x}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial x}{\partial C}\right) - \frac{\partial\psi}{\partial C} = \Sigma\left(\frac{\partial y'}{\partial C}\frac{\partial x'}{\partial t} - \frac{\partial y'}{\partial t}\frac{\partial x'}{\partial C}\right):$$

la différence des deux crochets de Lagrange est égale à la dérivée $\partial\psi/\partial C$.

Or, à partir des équations (1) et de la fonction ψ, formons l'expression

$$H = \Sigma(X\delta x + Y\delta y) - \delta\psi,$$

et substituons-y la solution générale $x(t, C), y(t, C)$, en faisant varier les constantes C, non la variable t, ce que nous marquons par le δ des variations virtuelles : le coefficient de la différentielle δC est, compte tenu des équations (1),

$$(3) \qquad \Sigma\left(X\frac{\partial x}{\partial C} + Y\frac{\partial y}{\partial C}\right) - \frac{\partial\psi}{\partial C} = \Sigma\left(-\frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial x}{\partial C} + \frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial y}{\partial C}\right) - \frac{\partial\psi}{\partial C}.$$

D'autre part, l'expression H devient par substitution des x, y en fonction des x', y'

$$(4) \qquad H = \Sigma(X\,\delta x + Y\,\delta y) - \delta\psi = \Sigma(X'\,\delta x' + Y'\,\delta y').$$

---

[1] SOPHUS LIE, *Arkiv för Mathematik*, 2, 1877, p. 138-152; POINCARÉ, *Leçons de Mécanique céleste*, 1, 1905, p. 15; LEVI-CIVITA E AMALDI, *Lezioni di Meccanica razionale*, II, 2, 1927, p. 311.

et cette égalité définit les nouvelles fonctions X', Y'. A partir de l'expression ainsi transformée formons le coefficient de la différentielle δC, et, selon l'expression (3) et la propriété antérieure, égalons ce coefficient au crochet de Lagrange calculé en fonction des variables x', y' : nous obtenons

$$\Sigma\left(X'\frac{\partial x'}{\partial C}+Y'\frac{\partial y'}{\partial C}\right)=\Sigma\left(-\frac{\partial y'}{\partial t}\frac{\partial x'}{\partial C}+\frac{\partial x'}{\partial t}\frac{\partial y'}{\partial C}\right)$$

ou

$$\Sigma\left(X'+\frac{\partial y'}{\partial t}\right)\frac{\partial x'}{\partial C}+\Sigma\left(Y'-\frac{\partial x'}{\partial t}\right)\frac{\partial y'}{\partial C}=0.$$

Les $2n$ constantes C donnent ainsi, par rapport aux $2n$ quantités $X'+\partial y'/\partial t$ et $Y'-\partial x'/\partial t$, $2n$ équations algébriques linéaires et homogènes, où le déterminant des coefficients est le déterminant fonctionnel

$$\frac{D(x'_1, x'_2, \ldots, x'_n, y'_1, y'_2, \ldots, y'_n)}{D(C_1, C_2, \ldots, C_{2n})},$$

différent de zéro puisqu'on est parti de la solution générale. Donc les fonctions $x'(t)$, $y'(t)$ transformées de la solution $x(t)$, $y(t)$ satisfont au système différentiel

$$(5)\qquad \frac{dx'_i}{dt}=Y'_i,\qquad \frac{dy'_i}{dt}=-X'_i\qquad (i=1, 2, \ldots, n).$$

Ainsi, *si les variables* x'_i, y'_i *sont conjuguées deux à deux, et si l'expression* $\Sigma(y\,dx-y'\,dx')$ *satisfait à la condition* (2), *on obtient les équations transformées* (5) *simplement en calculant les fonctions* X'_i *et* Y'_i *au moyen des fonctions* X_i, Y_i, ψ, *celle-ci tirée de la condition* (2), *et de l'égalité* (4).

Si en particulier le changement de variables ne dépend pas de la variable indépendante t, et si l'expression $\Sigma(y\,dx-y'\,dx')$ *est une différentielle exacte, condition bien connue depuis les travaux de Poincaré, on obtient les équations transformées* (5) *en calculant simplement les fonctions* X', Y' *au moyen des fonctions* X, Y *et de l'égalité* (4) *où* ψ *est nul.*

D'autre part, si en particulier les fonctions X et Y sont les dérivées partielles $\partial F/\partial x$ et $\partial F/\partial y$ d'une fonction F, le premier membre de l'égalité (4) est égal à la différentielle $\delta(F-\psi)$, et au second membre les fonctions X' et Y' sont égales aux dérivées $\partial(F-\psi)/\partial x'$, $\partial(F-\psi)/\partial y'$; c'est la proposition connue.

2. Appliquons la méthode en Mécanique rationnelle à la transformation des équations du mouvement d'un système de points matériels : désignons les coordonnées cartésiennes et la masse du premier point par x_1, x_2, x_3 et $m_1=m_2=m_3$, celles du deuxième par x_4, x_5, x_6 et $m_4=m_5=m_6$, et ainsi de suite. Les équations du mouvement sont d'abord, si les points sont libres,

$$m_i\frac{d^2x_i}{dt^2}=X_i\qquad (i=1, 2, \ldots, n),$$

où les X_i sont des fonctions quelconques des dérivées dx_i/dt, des coordonnées x_i et du temps t. Si l'on prend comme conjuguée de la variable x_i la variable $y_i = m_i(dx_i/dt)$, ces n équations s'écrivent

$$(5) \qquad \frac{dx_i}{dt} = \frac{y_i}{m_i}, \qquad \frac{dy_i}{dt} = -(-X_i) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Changeons de variables, définissons la position du système matériel à l'instant t par n paramètres indépendants quelconques $q_1, q_2, \ldots, q_n$, exprimons la force vive en fonction des dérivées q', des paramètres q et du temps t :

$$(1) \qquad 2T = \Sigma m x'^2 = \Sigma m \left(\frac{\partial x}{\partial q_1} q'_1 + \frac{\partial x}{\partial q_2} q'_2 + \ldots + \frac{\partial x}{\partial q_n} q'_n + \frac{\partial x}{\partial t} \right)^2 ;$$

et prenons comme conjuguée de q_i la variable $p_i = \partial T / \partial q'_i$. Ordonné par rapport aux différentielles dq, le premier membre de la condition (2) devient

$$\Sigma y\, dx - \Sigma p_i\, dq_i = \Sigma \left(\Sigma y \frac{\partial x}{\partial q_i} - p_i \right) dq_i + \Sigma y \frac{\partial x}{\partial t} dt.$$

Or, résultat classique, l'expression $\Sigma y(\partial x/\partial q_i) = \Sigma m x' (\partial x / \partial q_i)$ est égale à la dérivée $\partial T / \partial q'_i$. Donc la condition (2) est satisfaite dans le changement de variables considéré, la fonction φ y est nulle, et la fonction ψ est égale à $\Sigma y(\partial x/\partial t) = \Sigma m x'(\partial x/\partial t)$.

Cette dernière expression apparaît quand on décompose la force vive sous la forme (6) en trois termes de degrés 2, 1 et 0 par rapport aux dérivées q'

$$2T = 2T_2 + 2T_1 + 2T_0.$$

On a, en effet,

$$T_1 = \Sigma m \left(\frac{\partial x}{\partial q_1} q'_1 + \ldots + \frac{\partial x}{\partial q_n} q'_n \right) \frac{\partial x}{\partial t}, \qquad 2T_0 = \Sigma m \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)^2$$

et

$$T_1 + 2T_0 = \Sigma m \left(\frac{\partial x}{\partial q_1} q'_1 + \ldots + \frac{\partial x}{\partial q_n} q'_n + \frac{\partial x}{\partial t} \right) \frac{\partial x}{\partial t} = \Sigma m x' \frac{\partial x}{\partial t} = \psi.$$

Donc, d'après les équations (5) et l'expression obtenue de la fonction ψ, l'expression H est ici

$$H = -\Sigma X\, \delta x + \Sigma \frac{y\, \delta y}{m} - \delta(T_1 + 2T_0).$$

Puisqu'on a

$$\Sigma \frac{y\, \delta y}{m} = \delta \Sigma \frac{y^2}{2m} = \delta T, \qquad T - T_1 - 2T_0 = T_2 - T_0, \qquad \text{et} \qquad \Sigma X\, \delta x = \Sigma Q\, \delta q,$$

selon la notation classique, la relation (4) devient

$$H = -\Sigma Q\, \delta q + \delta(T_2 - T_0) = -\Sigma Q\, \delta q + \Sigma \frac{\partial (T_2 - T_0)}{\partial q} \delta q + \Sigma \frac{\partial T_2}{\partial p} \delta p :$$

le terme T_0 ne dépend pas des variables p, et d'ailleurs le terme T_2 est par

rapport à ces variables un polynome de degré 2, mais non homogène. Et les équations transformées des équations (5) sont

$$(7)\qquad \frac{dq_i}{dt}=\frac{\partial T_2}{\partial p_i},\qquad \frac{dp_i}{dt}=-\frac{\partial(T_2-T_0)}{\partial q_i}+Q_i\qquad (i=1, 2, \ldots, n).$$

Les équations (7) sont plus générales que les équations canoniques d'Hamilton, car non seulement les termes Q ne dérivent pas d'une fonction des paramètres q et du temps, mais ils peuvent dépendre encore des dérivées q' et des variables p. Et ces équations s'étendent aux systèmes matériels comportant des liaisons sans frottement, par le raisonnement [2] de Poincaré.

Bien entendu les équations (7) peuvent être obtenues aussi à partir du principe de d'Alembert et des équations de Lagrange, par extension de la transformation classique.

ASTRONOMIE. — *Sur l'avance du périgée dans l'orbite des satellites artificiels de la Terre.* Note [1] de M. **Ernest Esclangon.**

La réalisation effective des satellites permanents de la Terre, au moyen de projectiles lancés à partir de la surface du sol et auto-propulsés, même avec l'hypothèse de toutes les puissances balistiques nécessaires, présente des difficultés pratiques tenant à la précision requise dans les trajectoires préalables de lancement [2].

Supposant ces difficultés vaincues, quel intérêt astronomique présenterait l'existence de satellites artificiels très rapprochés de la Terre? L'observation en serait évidemment difficile, car de dimensions relativement réduites, leur distance à la surface du globe devrait rester supérieure à des centaines de kilomètres, c'est-à-dire au delà de l'atmosphère sensible. Leur visibilité serait extrêmement faible, même avec les plus fortes lunettes et ne pourrait être recherchée que la nuit alors que, grâce à leur haute altitude, ils pourraient être encore vivement éclairés par le Soleil. L'emploi du radar offre toutefois des perspectives nouvelles à ce point de vue. La grande vitesse de telles satellites, de l'ordre de 8 km/s, ne constituerait pas un obstacle absolu car, pour les observateurs les plus rapprochés, la vitesse angulaire apparente serait d'un ordre inférieur à un degré par seconde.

De telles observations comporteraient un certain intérêt au point de vue de la Mécanique céleste, en ce sens que, la Terre n'étant pas exactement sphérique, le mouvement képlérien en serait troublé et que des données pourraient en être tirées relativement à la constitution de notre globe. D'autre part, le moyen

(2) *Leçons de Mécanique céleste*, 1, 1905, p. 9.

(1) Séance du 10 décembre 1947.

(2) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 161 et 513.

mouvement de tels corps célestes, par rapport au centre de la Terre, étant exceptionnellement élevé, des comparaisons, au point de vue de la loi d'attraction, avec le mouvement de la Lune pourraient être instructives.

Un autre point de vue, plus important peut-être, serait celui de *l'avance du périgée* des orbites, conformément aux lois de la Relativité qui pourrait y trouver ainsi une vérification nouvelle. Il s'agit d'évaluer numériquement un tel effet.

Si T est la durée de la révolution sidérale d'un corps céleste autour d'un centre attractif, a et e le demi-grand axe et l'excentricité de son orbite, c la vitesse de la lumière, l'avance moyenne n du périgée, en *secondes d'arc, pendant l'unité de temps*, est donnée par la formule

$$(1) \qquad n = 1296000'' \frac{12\pi^2 a^2}{c^2 T^3 (1-e^2)},$$

ou, si l'on exprime T au moyen de la troisième loi de Képler $4\pi^2 a^3/T^2 = \mu$, μ désignant le coefficient d'attraction du centre attirant,

$$(2) \qquad n = \frac{1296000}{2\pi} \frac{3\mu^{\frac{3}{2}}}{c^2(1-e^2)a^{\frac{5}{2}}}.$$

Prenons comme unité de longueur le kilomètre, comme unité de temps la seconde de temps moyen. Avec ces unités, on a, pour la Terre considérée comme centre attractif, $\mu = 391823$. En multipliant la valeur précédente (2) par 31556926 (nombre de secondes dans une année), on aura l'*avance annuelle* N (en secondes d'arc) du périgée d'un satellite terrestre et qu'on pourra mettre sous la forme

$$(3) \qquad N = \left(\frac{19517}{a}\right)^{\frac{5}{2}} \frac{1}{(1-e^2)} \quad (^1),$$

ou encore, si l'on met en évidence la distance périgée p, importante à considérer ici $[p = a(1-e)]$, et R le rayon équatorial de la Terre ($R = 6378^{km}$),

$$(4) \qquad N = \left(\frac{19517}{p}\right)^{\frac{5}{2}} \frac{(1-e)^{\frac{3}{2}}}{(1+e)} = 16'',38 \left(\frac{R}{p}\right)^{\frac{5}{2}} \frac{(1-e)^{\frac{3}{2}}}{(1+e)}.$$

On voit par là que l'avance annuelle du périgée peut devenir très importante si la distance périgée p est moindre que 19517^{km} (environ trois fois le rayon terrestre) et si l'excentricité n'est pas trop forte. Le facteur de réduction

---

(1) Pour une planète circulant autour du Soleil, on pourrait écrire une formule analogue pour l'avance annuelle, à savoir

$$N = \left(\frac{40534000}{a}\right)^{\frac{5}{2}} \frac{1}{(1-e^2)}.$$

$(1-e)^{\frac{3}{2}}/(1+e)$, tenant à l'excentricité, diminue assez rapidement à mesure que celle-ci augmente; égal à *un* pour $e=0$, il prend, respectivement, pour $e=0,2$, $e=0,4$, $e=0,6$, les valeurs 0,60, 0,33, 0,16. Il y aurait donc lieu d'obtenir des orbites peu excentriques, dans la mesure où la position du périgée reste déterminable avec une précision suffisante.

La durée de révolution T exprimée en *heures* et la vitesse v au périgée peuvent s'écrire d'une manière générale (les unités de temps et de longueur étant la seconde et le kilomètre)

$$(5) \qquad T=\frac{2\pi}{3600\sqrt{\mu}}\left(\frac{p}{1-e}\right)^{\frac{3}{2}}, \qquad v=\sqrt{\frac{\mu}{p}}\sqrt{1+e},$$

et, pour un satellite de la Terre,

$$(6) \qquad T=1^{h},420\left(\frac{p}{R}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{1}{(1-e)^{\frac{3}{2}}}, \qquad v=7^{km/s},838\sqrt{\frac{R}{p}}\sqrt{1+e}.$$

A titre d'exemple, considérons un satellite dont le périgée se trouve à 6878^{km} du centre de la Terre (c'est-à-dire à 500^{km} de la surface du sol), avec une excentricité égale à 0,2 (c'est celle de l'orbite de Mercure autour du Soleil).

On obtient alors pour l'avance annuelle du périgée, $N=8'',09$; pour la durée de révolution sidérale $T=2^{h}13^{m}22^{s}$ et pour la vitesse au périgée, $v=8^{km},268$.

En résumé, pour des satellites terrestres, évoluant au voisinage de la limite de l'atmosphère, dans des orbites présentant une excentricité faible, mais suffisante pour permettre la détermination du périgée, l'*avance annuelle* de ce point serait de l'ordre d'une dizaine de secondes d'arc, quantité qui, en s'accumulant, deviendrait rapidement décelable, malgré les difficultés d'observation, permettant ainsi la vérification d'une des preuves les plus importantes de la Relativité.

A la vérité, ces considérations sont encore du domaine de la pure spéculation, pas très éloignées cependant des possibilités actuelles qui, rapidement croissantes, autorisent de légitimes espoirs.

ASTROPHYSIQUE. — *Un polarimètre photoélectrique.* Note de M. Bernard Lyot.

L'analyse des lumières faiblement polarisées que nous recevons de certains corps célestes a fourni des données importantes concernant les atmosphères planétaires, les sols de la Lune, des planètes (1) et des astéroïdes (2), la

(1) *Annales de l'Observatoire de Meudon*, 8, 1, juin 1929; *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 425; 191, 1930, p. 703.

(2) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 774.

couronne solaire ([3]) et les protubérances ([4]), les queues des comètes et certaines nébuleuses.

Ces recherches ont été faites, pour les objets les plus brillants, avec un polarimètre visuel permettant de déceler une proportion de lumière polarisée de 1 millième ([5]) et, pour les objets plus faibles, avec des polarimètres photographiques. Ceux-ci sont, en général, moins sensibles et ils nécessitent souvent des séries de poses assez longues ([2]). De nouvelles applications des polarimètres à l'astrophysique deviendraient possibles si l'on pouvait accroître leur sensibilité.

Dès l'année 1922, pour étendre, aux astéroïdes, les recherches alors en cours sur les planètes principales, nous avions entrepris la réalisation d'un polarimètre photoélectrique basé sur le principe suivant :

La lumière que l'on veut analyser est isolée par un petit diaphragme placé dans le plan focal d'une lunette; elle traverse une lame demi-onde qui tourne rapidement dans son plan, autour de son centre, puis un prisme de Nicol et elle est recueillie par une cellule photoélectrique à l'hydrure de potassium.

Si la lumière incidente est partiellement polarisée rectilignement, la lame demi-onde fait tourner son plan de polarisation à une vitesse angulaire double de la sienne et fait varier ainsi, à une fréquence quadruple, le flux lumineux reçu par la cellule. Le courant de la cellule possède alors une composante alternative sinusoïdale dont l'amplitude est proportionnelle à la quantité de lumière polarisée, composante qui est amplifiée par un amplificateur de basse fréquence (du type 3 *ter*), redressée par un détecteur à galène et recueillie par un microampèremètre dont on observe la déviation ([6]).

En faisant croître la vitesse de la lame jusqu'à 100 tours par seconde, on peut entendre, au téléphone, le son produit à la fréquence 400.

La sensibilité de ce dispositif se montrait limitée par un bruit de souffle dû principalement à la première lampe de l'amplificateur lorsque le flux lumineux était faible, aux fluctuations du nombre d'électrons que le métal alcalin émettait par unité de temps lorsque le flux était intense. Dans ce dernier cas, l'intensité efficace du souffle variait sensiblement comme la racine carrée du flux lumineux reçu et il en résultait que la plus petite proportion de lumière polarisée décelable variait en raison inverse de la racine carrée de ce flux.

([3]) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 834.

([4]) *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 943 et **198**, 1934, p. 249.

([5]) *Annales de l'Observatoire de Meudon*, 8, 1, juin 1929, p. 12.

([6]) Un dispositif analogue a été réalisé par Öhmann, en 1942 (*Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik*, 29, B, n° **12**, p. 1). Le polarimètre de Öhmann ne comporte pas de lame demi-onde, les variations de flux sont produites par la rotation du polarisateur, de sorte que l'appareil possède un faux zéro dû à la polarisation produite par la cellule et qu'il a fallu éliminer.

Le microampèremètre accusait une déviation correspondant au bruit de souffle, pour de faibles polarisations celle-ci croissait proportionnellement au carré de la proportion de lumière polarisée. La sensibilité de l'appareil a été accrue, d'une part en mettant l'amplificateur en résonance pour la fréquence du courant alternatif produit, d'autre part en polarisant la lumière qui tombe sur la lame demi-onde, au moyen d'une glace inclinée d'un angle fixe et dont le plan d'incidence occupait successivement deux directions rectangulaires; le microampèremètre accusait ainsi des déviations plus fortes. Si la lumière étudiée était légèrement polarisée suivant une de ces directions, les déviations étaient inégales. On pouvait les égaliser, soit en faisant tourner ces deux directions rectangulaires et déterminer ainsi le plan de polarisation qui est alors parallèle à leur bissectrice, soit en compensant la polarisation au moyen d'une deuxième glace dont l'angle d'incidence permettait de calculer la proportion de lumière polarisée.

En 1924, le Nicol a été remplacé par un prisme biréfringent en spath, qui transmet deux fois plus de lumière; les deux faisceaux que celui-ci sépare subissent des variations de phase opposée, ils sont recueillis par deux cellules photoélectriques alimentées en série et dont le point de concours est connecté à la grille de la première lampe de l'amplificateur. Les cellules ajoutent ainsi leurs effets et le rendement lumineux est doublé, tandis que les variations parasites de l'intensité d'un faisceau lumineux non polarisé, dues à la rotation de la lame, sont atténuées. De plus, on peut supprimer la résistance connectée à la grille et le souffle qu'elle produit.

De grandes précautions ont été prises pour éviter de transmettre, aux cellules et à l'amplificateur, les vibrations produites par la lame et par le moteur qui la fait tourner.

Les essais faits en laboratoire, sur des sources intenses, ont montré qu'un flux lumineux de 4 lumens fourni par une lampe à incandescence de 6 volts, donnait un son perceptible à travers le bruit de fond, pour une proportion de lumière polarisée de 4.10^{-5}.

L'appareil a été monté, au mois de juin 1924, sur une lunette de 17 centimètres d'ouverture et essayé sur le Soleil pour tenter de mettre en évidence la polarisation de la lumière solaire diffusée par la chromosphère, devant le disque. Son fonctionnement était moins satisfaisant qu'en laboratoire, en raison des flexions et des vibrations. Les mesures ont porté sur une région circulaire de 1' de diamètre, elles comportaient une précision de 2.10^{-5}.

La polarisation, nulle dans les régions centrales, apparaissait près du bord, avec un plan de polarisation perpendiculaire à celui-ci. A 1' du bord, la proportion de lumière polarisée variait, d'un point à l'autre, entre 2.10^{-5} et 9.10^{-5}, la proportion 39.10^{-5} a été observée une fois, près du pôle Nord.

De nouveaux essais en laboratoire, effectués en 1930, toujours sur des sources

intenses, ont montré que le polarimètre permettait de mettre en évidence de faibles rotations d'un plan de polarisation.

La source lumineuse était suivie d'un polariseur, puis d'une lame de quartz taillée parallèlement à son axe optique. Lorsque la vibration transmise par le polariseur faisait, avec l'axe optique du quartz, un angle bien défini, voisin de 45 degrés, la polarisation disparaissait. Si l'on faisait tourner ensuite la vibration d'un angle α, on voyait apparaître une proportion de lumière polarisée $P = \sin 2\alpha$.

Une lame de verre de $6^{mm},5$ d'épaisseur était placée entre le polariseur et la lame de quartz; un champ magnétique de 10 gauss produit par une bobine, agissant sur cette lame parallèlement au faisceau, faisait réapparaître le son dans l'écouteur et produisait une rotation magnétique de 10″. Des rotations de 2″,5 pouvaient être décelées ([6]).

L'emploi d'une lame quart d'onde permettait de déceler, par la méthode de Sénarmont, de très faibles biréfringences telles que celle qu'une lame de verre de 6^{mm} d'épaisseur acquiert lorsqu'on la soumet à une pression de 1^{g} par centimètre carré, normale à l'axe du faisceau. Cette pression dont l'effet était très net produisait une ellipticité de 10^{-5} seulement.

Par contre, les essais effectués avec des flux lumineux faibles, comparables à ceux qu'un grand télescope reçoit des astéroïdes les plus brillants, n'ont pas donné de résultat, même en employant des cellules à gaz et en élevant la tension qui leur était appliquée; les variations du courant des cellules étaient masquées par les fluctuations dues aux lampes de l'amplificateur.

Attendant de pouvoir munir le polarimètre photoélectrique de cellules plus sensibles, nous n'avons pas publié sa description, celle-ci est contenue dans deux plis cachetés déposés à l'Académie des Sciences, le 22 janvier 1923 et le 27 octobre 1924.

C'est seulement au mois d'octobre 1946 que nous avons pu avoir les nouvelles cellules à multiplicateurs d'électrons construites aux États-Unis. Grâce à ces cellules et au changement du procédé de détection, le polarimètre photoélectrique possède maintenant une sensibilité comparable à celle qui était obtenue en 1924, avec des flux lumineux un million de fois plus faibles.

Ces perfectionnements feront l'objet d'une prochaine Note.

PHYSIOLOGIE. — *Essai d'adaptation à la sous-alimentation par une réduction progressive et ménagée de la ration alimentaire.* Note ([1]) de MM. **Paul Portier, Jean Causeret** et Mlle **Anne Raffy**.

Nos expériences ont été faites sur des rats mâles, de même âge, pesant de 240 à 260^{g} au début de la recherche; leur croissance pondérale était presque terminée.

([1]) Séance du 22 décembre 1947.

Nous avons commencé par déterminer la consommation quotidienne spontanée de ces animaux, auxquels nous offrions un régime alimentaire équilibré ([2]) : elle atteignait un poids de $18^g \pm 0^g,2$ par animal. L'un de nous ([3]) a montré, dans un travail antérieur, que le poids de nourriture consommée spontanément, par le Rat, est égal, à fort peu de chose près, à la quantité *minima* de ce régime indispensable pour son entretien; une réduction de 5 % est péniblement supportée, une réduction de 10 % amène une chute de poids importante.

Les animaux, placés à 16° C., furent partagés en trois lots.

Les rats du *lot* I (témoins) recevaient chaque jour 18^g de nourriture par animal (poids minimum d'entretien) : ils augmentèrent de poids, puis se stabilisèrent aux environs de 275^g.

Les animaux du *lot* II recevaient une quantité de nourriture qui, chaque semaine, était diminuée de 1^g : en 5 semaines, le poids de leur ration journalière tomba donc de 18^g à 13^g. Le poids de ces animaux se stabilisa pour 17^g, mais commença à diminuer pour des rations plus faibles. Pour une ration de 16^g, les rats perdirent $0^g,7$ par jour; pour 15^g, 1^g; pour 14^g, $2^g,7$ et pour 13^g, $3^g,7$.

Au bout de cinq semaines, le poids des rats était tombé de 250^g à 195^g. A ce moment, nous avons augmenté leur ration, qui passa de 13^g à 15^g. Aussitôt, la chute de poids s'est arrêtée et l'amélioration a persisté pendant 15 jours. Nous avons alors porté la ration à 16^g, et vu les rats augmenter de poids. Cette ration étant maintenue, les animaux regagnèrent une partie du poids qu'ils avaient perdu et se maintinrent ensuite entre 200 et 220^g.

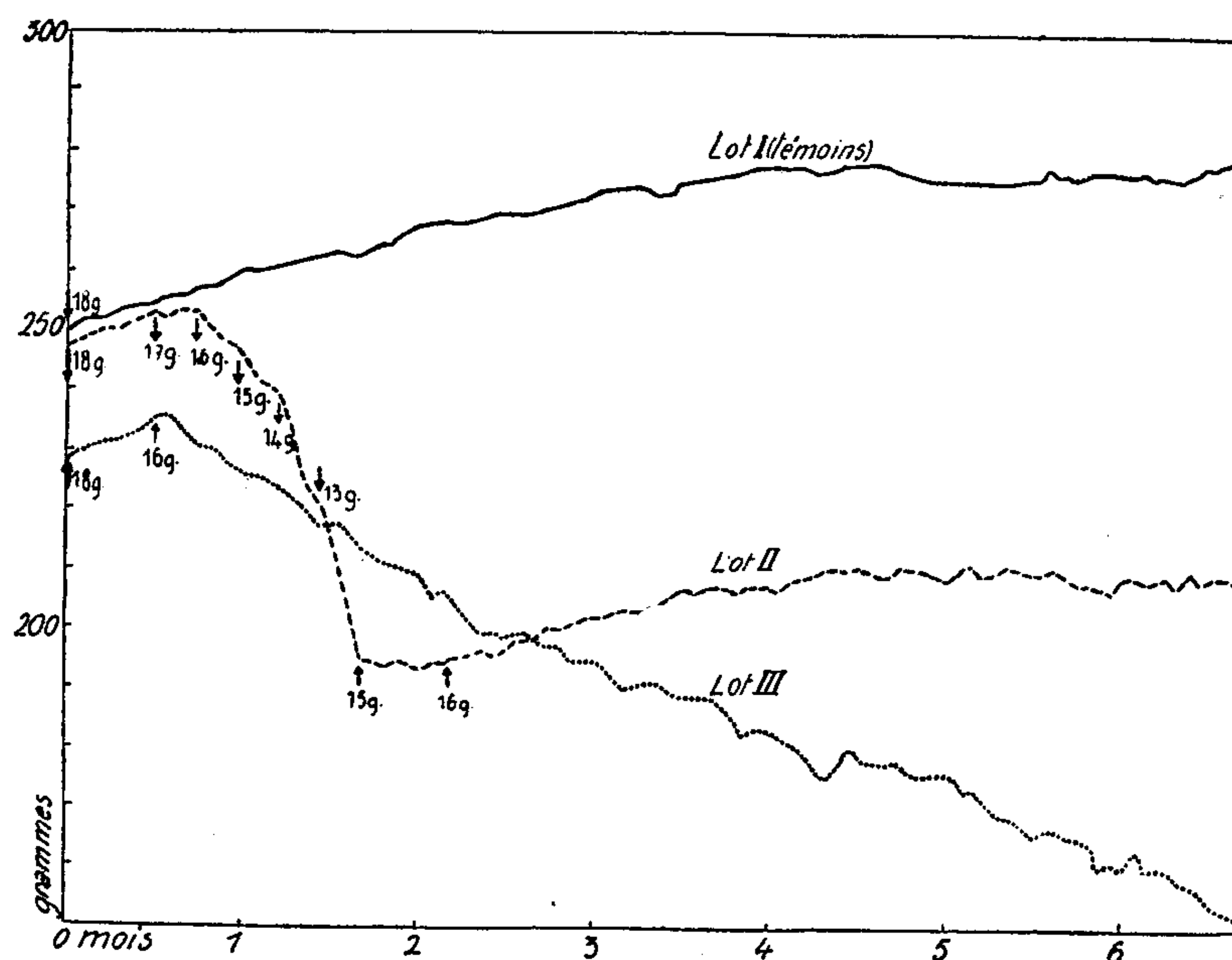
On voit donc (et c'est là le point important) qu'une ration de 16^g, nettement insuffisante au début, et provoquant une chute de poids, permet alors au Rat, non seulement de conserver son poids, mais d'en regagner. Il y a donc eu, sous l'influence d'un régime progressivement insuffisant, une certaine adaptation de l'organisme.

Cette adaptation peut tenir en partie à ce que le Rat, ayant diminué de poids, doit exiger moins de nourriture pour son entretien; mais elle tient aussi à une meilleure utilisation des aliments. En effet, la réduction *brusque*, de 18^g à 16^g, de la ration des animaux du *lot* III provoque un amaigrissement immédiat et continu : six mois après le début de la sous-alimentation, la perte de poids est de 85^g. Au contraire, le poids des animaux du *lot* II, dont la ration a été réduite *progressivement* de 18^g à 13^g avant d'être relevée à 15^g, puis 16^g, se stabilise à

([2]) Régime alimentaire de L. Randoin et J. Causeret : blé entier finement moulu 88, caséine 5, germe de blé 5, lactate de calcium 1,5, chlorure de sodium 0,5.

([3]) J. Causeret, *De la signification physiologique de l'appétit chez le Rat soumis à un régime alimentaire convenablement équilibré* (*Bull. Soc. sc. Hyg. alim.*, 35, 1947, p. 113).

une valeur inférieure seulement de 40g à ce qu'elle était au début de la sous-alimentation (voir graphique).



Courbes des poids de rats normalement alimentés (lot I), ou soumis à une sous-alimentation ménagée (lot II), ou à une sous-alimentation bruque (lot III).

Il semble, d'ailleurs, assez plausible que la souplesse de l'organisme révélée par ces expériences serait plus marquée chez des animaux de plus grande taille et chez l'Homme lui-même.

IMMUNOLOGIE. — *De l'emploi du latex de l'*Hevea brasiliensis *comme substance adjuvante et stimulante de l'immunité antitoxique. Étude expérimentale préliminaire.* Note de MM. **Gaston Ramon** et **Rémy Richou.**

S'appuyant sur le principe des substances adjuvantes et stimulantes de l'immunité établi en 1925 (1) et qui a pris depuis lors un développement de plus en plus grand en Immunologie (2), H. Jacotot a fait connaître récemment (3) que le latex d'*Hevea brasiliensis* pouvait être utilisé comme adjuvant de divers vaccins : vaccin contre la rage, contre la peste porcine, la pasteurellose des bœufs et des buffles, le charbon symptomatique des Bovidés.

(1) G. Ramon, *Bull. Soc. Cent. Méd. Vét.* **101**, 1925, p. 227 et 358; *Comptes rendus*, **181**, 1915, p. 157; *Annales Institut Pasteur*, **40**, 1926, p. 1. Voir également *Revue d'Immunologie*, **3**, 1937, p. 193, 202, 285, 389, 505; *idem*, **4**, 1938, p. 1.

(2) R. Richou, *Presse Médicale* (sous presse).

(3) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1390 et *Revue d'Immunologie*, **11**, 1947, p. 113. Dans ce dernier mémoire Jacotot montre toute l'importance du principe des substances adjuvantes de l'immunité et de ses applications.

Dans une série d'expériences entreprises chez le Cobaye, nous avons recherché de notre côté si le latex d'Hevea était capable de stimuler l'immunité antitoxique provoquée par les anatoxines, et dans quelle mesure.

A cet effet, nous nous sommes servis, d'une part, d'anatoxine diphtérique provenant d'un lot préparé il y a plusieurs années et titrant 35 unités antigènes de floculation au centimètre cube et, d'autre part, de latex d'*Hevea brasiliensis* déjà ancien et conservé par addition d'ammoniaque ([4]).

L'une de nos expériences a porté sur 18 cobayes répartis en trois séries de chacune 6 cobayes. Les cobayes de la première série reçoivent, à 13 jours d'intervalle, deux injections d'anatoxine diphtérique; la première de $0^{cm^3},5$; la seconde de 1^{cm^3}.

Les cobayes de la 2e série reçoivent, dans les mêmes conditions, 2 injections de $0^{cm^3},5$ et 1^{cm^3} de la même anatoxine additionnée de 5 % de latex d'*Hevea brasiliensis* préalablement stérilisé pendant une demi-heure à 105° ([5]).

Les cobayes de la 3e série reçoivent, également à 13 jours d'intervalle, 2 injections d'anatoxine additionnée de 15 % de latex.

Le mélange anatoxine + latex, utilisé pour la première injection, avait été préparé trois heures plus tôt et laissé à la température du laboratoire, et le mélange qui servit à la 2e injection avait été effectué 5 jours auparavant, chauffé pendant une demi-heure à 54° et conservé au frigorifique (+ 5°).

Quant aux réactions locales observées, elles varient avec l'antigène utilisé. L'injection d'anatoxine seule n'est suivie d'aucune réaction. Au contraire, l'injection d'anatoxine additionnée de 5 % de latex entraîne l'apparition d'un œdème qui se transforme progressivement en un nodule, de la grosseur d'une lentille, qui ne se résorbe que lentement. Un œdème plus important, puis un nodule de la grosseur d'un haricot, apparaissent au lieu d'injection de l'anatoxine additionnée de 15 % de latex.

Tous les cobayes sont saignés 14 jours après la deuxième injection. Les sérums des cobayes de chaque série sont mélangés et l'antitoxine diphtérique est titrée dans chaque mélange séparément, selon la technique courante.

Les résultats obtenus furent les suivants :

Antigène injecté.	Titre (en unités antitoxiques internationales).
Anatoxine diphtérique seule	+ 1/10 — 1/3
» + 5 % de latex	+ 1 — 2
» + 15 % »	+ 1/10 — 1/3

Il ressort de cette expérience que le taux antitoxique du sérum des cobayes

---

([4]) Ce latex nous a été aimablement fourni par l'Institut français du caoutchouc à la demande de notre Collègue H. Jacotot.

([5]) On peut encore, comme l'a fait Jacotot, stériliser le latex par addition de formol.

qui ont reçu l'anatoxine diphtérique additionnée de 5% de latex d'Hevea est notablement plus élevé (1,5 unité) que celui des animaux soumis à l'injection d'anatoxine seule (0,2 unité). Il n'y a pas intérêt, semble-t-il, à dépasser la proportion de 5% de latex; avec 15% de latex l'accroissement du taux antitoxique paraît nul, sans doute parce que l'antigène mal résorbé demeure en partie inutilisé par l'organisme pour la production de l'antitoxine. Des expériences analogues effectuées en employant l'anatoxine tétanique aboutissent à des résultats de même ordre.

Les résultats ainsi acquis dans le domaine de l'immunité antitoxique sont comparables à ceux obtenus par Jacotot dans un autre domaine, ils les corroborent entièrement. S'ils sont supérieurs à ceux constatés jadis, chez le Cobaye, avec différents adjuvants tels que le tapioca, ils sont en général inférieurs à ceux enregistrés avec d'autres substances stimulantes : la lanoline par exemple (6).

Quoi qu'il en soit, nous ne pensons pas que le latex d'Hevea puisse être mis en œuvre chez l'Homme comme adjuvant de l'immunité antitoxique, sans modification de la technique, en raison des réactions un peu trop vives qu'il serait susceptible d'entraîner surtout chez l'enfant. D'ailleurs en ce domaine de l'immunologie appliquée, nous possédons déjà depuis 1926 la méthode des *vaccinations associées* (7) qui repose également sur le principe des substances adjuvantes et stimulantes. Elle permet non seulement d'obtenir une immunité antitoxique d'un degré élevé, mais encore de réaliser dans les conditions les plus commodes, plusieurs immunisations en une seule. Elle donne toute satisfaction et elle a fait ses preuves un peu partout, en France comme à l'étranger, où elle se généralise selon diverses formules. Nous citerons spécialement les vaccinations associées *antidiphtérique-antitétanique-antityphoparatyphoïdique* obligatoires dans l'Armée française depuis 1936, les vaccinations associées *anticoquelucheuse-antidiphtérique-antitétanique* d'un usage courant chez l'enfant aux États-Unis et dans divers pays.

Cependant le procédé utilisant le latex d'*Hevea brasiliensis* pourra trouver son emploi chez les animaux domestiques, notamment dans la vaccination anatoxique des Équidés contre le tétanos et aussi, sans doute, en dehors des utilisations déjà énoncées par Jacotot, dans les vaccinations au moyen des anavaccins contre la fièvre aphteuse, contre la brucellose, contre le charbon bactéridien, etc. (8). Des expériences sont en cours dans ces différentes directions.

---

(6) G. Ramon et Collaborateurs, *Revue d'Immunologie*, 3, 1937, p. 203, 285, 391, 505; *idem.*, 4, 1938, p. 1.

(7) G. Ramon et Chr. Zoeller, *C. R. de la Soc. Biol.*, 94, 1926, p. 106; G. Ramon, *La Presse Médicale*, 1945, n° 8, p. 93; *Pédiatrie*, 35, 1946, p. 21

(8) Ajoutons que contre ces maladies encore il est possible d'utiliser la méthode des vaccinations associées. Tout dernièrement L. Delpy et H. Mir Champsy ont montré la

PROBABILITÉS. — *Sur les divers modes d'application des relations de probabilité*. Note (1) de M. **Georges Reboul**.

Il a été énoncé et exprimé algébriquement (2) un principe découlant des lois du hasard et commandant tous les phénomènes physiques ou biologiques. Il peut s'appliquer aisément à un très grand nombre de problèmes et fournir un excellent moyen de synthèse scientifique. Ses applications se font en procédant de plusieurs manières.

1. On considère la question posée comme un *tout*, on applique à cette parcelle isolée les relations de probabilité correspondantes et l'on en tire l'expression algébrique de la loi particulière du phénomène considéré. Exemples : phénomènes de dilatation et de compression, lois des gaz parfaits ou réels (3), etc.

2. On envisage en bloc la branche scientifique à laquelle se rattache la question examinée : Mécanique, Thermodynamique, Chimie, Biologie, etc. On établit, à partir de relations de probabilité, les principes particuliers relatifs à cette branche, et l'on déduit de ces derniers, à la manière habituelle, les lois que l'expérience a permis d'établir ou qu'elle doit vérifier. Il a été donné des exemples de ce mode d'opérer pour la thermodynamique et la chimie (4).

3. Enfin on groupe, suivant leurs données générales, les questions de même variance, indépendamment de leur genre et des espèces de constituants qu'elles intéressent. On établit, pour ce groupe, les relations de probabilité correspondantes et l'on en tire les solutions générales. On adapte ensuite ces solutions aux divers cas intéressés en faisant, pour chacun d'eux, les hypothèses ou les modifications de détail qui paraissent nécessaires. Nous prendrons comme exemple de ce troisième mode la formule de Boltzmann, généralisée ou non, et ses applications.

Soit un système représenté par une collectivité de N individus sur la nature desquels nous ne ferons, pour le moment, aucune hypothèse et qui sont porteurs d'une énergie W. Supposons que le système fasse, sous une forme

---

possibilité de préparer des vaccins associés contre la clavelée et la fièvre charbonneuse (*Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 158). On peut encore pratiquer les vaccinations associées contre le charbon symptomatique et contre le charbon bactéridien, sous la réserve d'employer, dans les deux cas, des anavaccins (G. Ramon, A. Boivin et R. Richou, *Comptes rendus*, **213**, 1942, p. 598). Ainsi cette méthode prend une extension de plus en plus grande en médecine vétérinaire comme en médecine humaine.

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) G. et J.-A. Reboul, *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 224.

(3) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 149, 151 et 222.

(4) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1320; **224**, 1947, p. 314.

quelconque, un échange d'énergie avec le milieu qui l'environne. Cet échange se fait suivant des lois que nous ignorons, mais que nous savons être dues à un hasard pur ou dirigé; les seules variables étant N et W, on a la relation de probabilité

$$\frac{dN}{N} = \beta \frac{dW}{W}.$$

Le coefficient β étant une constante ou une fonction plus ou moins compliquée de W ou d'autres variables. L'intégration de cette équation donne une expression généralisée de la formule de Boltzmann

$$N = N_0 e^{\int_0^W \beta \frac{dW}{W}}$$

qui lie le nombre des porteurs à l'énergie.

Si les porteurs envisagés appartiennent à un fluide parfait : molécules d'un gaz obéissant à la loi de Mariotte, molécules en solution étendue soumise à la loi de Van' t Hoff, électrons libres dans un métal, etc., l'énergie W du fluide, à la température T, a pour valeur RT et peut être considérée comme également répartie entre les porteurs; β est alors égal à 1, et l'on a

$$\frac{dN}{N} = -\frac{dW}{RT},$$

le signe — signifiant que la corrélation est inverse entre N et T. On en déduit la formule habituelle de Boltzmann

$$N = N_0 e^{-\int_0^W \frac{dW}{RT}}.$$

En appliquant, selon les cas, la formule sous sa forme ordinaire ou généralisée, on trouve facilement l'expression algébrique des lois d'un assez grand nombre de phénomènes. Cette expression prend l'une ou l'autre des formes suivantes.

I. $X = X_0 e^{-(b/T)}$ qui convient aux cas suivants : 1° nivellement barométrique, X étant la pression atmosphérique et b un coefficient proportionnel à l'altitude; 2° action de la température sur la vaporisation du mercure et la sublimation de la glace, X tension de vapeur; 3° solutions étendues dans l'eau de NO_3K, KCl, ..., X coefficient de solubilité; 4° absorption de la lumière, X intensité lumineuse et b coefficient proportionnel à l'épaisseur du milieu absorbant.

II. $X = X_0 T^a e^{-(b/T)}$, valable pour : 1° vaporisation et condensation de l'eau et de divers liquides, X tension de vapeur; 2° solutions concentrées de divers sels dans l'eau, X coefficient de solubilité; 3° phénomènes thermoioniques, X nombre d'électrons émis.

III. $X = X_0 e^{a/\mathrm{X} \operatorname{Log} T}$: phénomènes de fusion et solidification, X pression exercée, T température d'équilibre. Exemple : glace sous des pressions inférieures à 1000^{atm}.

IV. Enfin les changements d'état n'entrant pas dans les cas précédents, obéissent à des relations de la forme

$$X = X_0 e^{\int_0^T \frac{EL}{T} \frac{dT}{W}},$$

dans laquelle X est généralement la masse de matière mise en jeu, T la température, L la chaleur de transformation, W l'actif énergétique de l'unité de masse du corps et E l'équivalent mécanique de la calorie.

Les résultats expérimentaux qui ont servi à vérifier ces diverses formules sont extraits du *Recueil de constantes de la Société Française de Physique*, Gauthier-Villars, 1913.

M. **Maurice Roy** fait hommage à l'Académie de deux Ouvrages qu'il vient de publier : 1° *Thermodynamique des systèmes propulsifs à réaction et de la turbine à gaz. Leçons professées au Centre d'Études supérieures de Mécanique* (*Paris*, 1946); 2° *Tuyères, trompes, fusées et projectiles. Problèmes divers de dynamique des fluides aux grandes vitesses*, in *Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air*.

CORRESPONDANCE.

La Commission Nationale provisoire pour l'Éducation, la Science et la Culture (U. N. E. S. C. O.) invite l'Académie à désigner un de ses Membres qui fera partie de la Commission Nationale définitive.

L'Académie est informée de la réunion à Paris, du 21 au 27 juillet 1948, du treizième **Congrès International de Zoologie.**

M. **Paul Fallot** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Minéralogie, par le décès de M. *Léon Bertrand*.

M. **Hubert Delange** adresse des remercîments pour la distinction accordée à ses travaux.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Savoir en histoire naturelle. Volume XXII. *Catalogue des fossiles tertiaires du Bassin de Paris*, par Raymond Furon et Robert Soyer.

2° Universidad de La Habana. *Individualidad y personalidad; relaciones con la filosofia de Schopenhauer y la doctrina de la energia*, por Alejandro Ruiz Cadalso (1872-1945).

3° *Publications de l'Observatoire astronomique de l'Université de Belgrade*, nos 1 et 2.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *A propos d'une correspondance inédite de Monge.* Note (¹) de M. **René Taton** présentée par M. Joseph Pérès.

En dehors des trois traités classiques : Statique, Géométrie descriptive, Application de l'Analyse à la Géométrie, la production mathématique de Gaspard Monge est dispersée dans divers recueils scientifiques : Mémoires des Savants Étrangers et Mémoires des Membres de l'Académie des Sciences de Paris, Mémoires de l'Académie Royale de Turin, Journal de l'École Polytechnique. La publication de sa correspondance, en grande partie inédite, permettrait de mieux préciser la contribution éminente de Monge aux progrès de la Géométrie infinitésimale et de l'Analyse. C'est ainsi que la Bibliothèque de l'Institut possède dans des dossiers contenant les papiers de S. F. Lacroix (1765-1843) (Manuscrit 2396) 5 lettres de Monge échelonnées du 3 janvier 1771 au 26 mai 1772, adressées, la première à d'Alembert, les autres à Condorcet et qui permettent de préciser de façon nouvelle les dates de plusieurs découvertes importantes de Monge dans la théorie des équations aux dérivées partielles et ses applications à la Géométrie infinitésimale.

Dans sa lettre à d'Alembert du 3 janvier 1771, Monge propose une méthode permettant d'étendre la solution du problème des isopérimètres, *porté à sa perfection* par Euler et Lagrange, à la recherche de surfaces jouissant d'un maximum ou d'un minimum. Ses recherches, commencées *depuis environ dix semaines* [probablement depuis l'achèvement de son mémoire sur les développées des courbes à double courbure (²)], l'amènent à des calculs assez compliqués qu'il ne peut mener à bout et dont il montre la difficulté sur l'exemple de la surface d'aire minimum satisfaisant à certaines conditions. Il note à cette occasion le manque de généralité des solutions apportées jusqu'alors aux problèmes célèbres de la surface de moindre résistance et de l'aile d'un moulin à vent.

Dans la deuxième lettre, adressée le 15 février 1771 à Condorcet, à qui d'Alembert avait transmis la lettre du 3 janvier, Monge revient d'abord sur son application du Calcul des variations aux surfaces courbes en notant qu'il a été amené, par ses recherches géométriques, à se faire un calcul des variations qu'il a trouvé depuis expliqué par Euler dans les Mémoires de Saint-Pétersbourg. Puis il résout l'équation aux dérivées partielles $p + Xq = X'$ (X et X' étant des fonctions de x et y) et construit une surface solution. Il donne ensuite, de façon incomplète, les équations de certaines classes de surfaces et

(¹) Séance du 22 décembre 1947.

(²) *Mémoire sur les développées, les rayons de courbure et les différents genres d'inflexion des courbes à double courbure*, terminé le 30 octobre 1770, présenté à l'Académie le 31 août 1771, objet d'un rapport élogieux de Vandermonde le 27 novembre et publié dans le tome IX des Mémoires des Savants Étrangers (2ᵉ partie, p. 511-550).

quelques détails sur d'autres types d'équations aux dérivées partielles. Si l'on pouvait, dit-il, « sinon porter à sa fin, du moins perfectionner le Calcul des différences partielles, les Mathématiques en recevraient un bien grand avantage. Non seulement toutes les questions sur les surfaces courbes, mais encore toutes celles dans lesquelles on aura à considérer plusieurs variables dont au moins deux seront indépendantes l'une de l'autre, sont de son ressort, et le nombre de ces sortes de questions est immense ». Monge propose ensuite à Condorcet de lui envoyer son étude sur les maxima des surfaces courbes ([3]).

La troisième lettre, du 2 septembre 1771, est brève mais intéressante, car elle montre que, dès cette date, Monge avait une idée précise de la classification des surfaces à l'aide des équations aux dérivées partielles auxquelles elles satisfont.

Dans la quatrième lettre (14 février 1772), Monge étudie la nature des fonctions arbitraires qui entrent dans les intégrales des équations aux dérivées partielles, question qui avait soulevé une longue discussion entre d'Alembert, Euler et Lagrange et que Monge avait abordée dans deux mémoires présentés à l'Académie des Sciences ([4]). Il montre géométriquement que les fonctions « discontinues » ([5]) doivent être acceptées dans ces solutions. Par exemple, un cône à directrice discontinue satisfait à l'équation générale aux dérivées partielles qui caractérise les cônes. Monge applique le même procédé à certains conoïdes, à un autre type simple de surface réglée et à une équation du second ordre. Il traite chaque cas de façon simple et élégante et donne dans la mesure du possible un exemple concret des surfaces qu'il étudie.

Enfin, dans la dernière lettre (26 mai 1772), Monge propose à Condorcet une méthode de représentation géométrique des solutions de l'équation des cordes vibrantes.

Ainsi, dans ces lettres de 1771 et 1772, se manifestent de façon remarquable les caractéristiques essentielles de l'œuvre mathématique de Monge : clarté, élégance, emploi simultané des méthodes géométriques et analytiques. De plus, ces lettres permettent d'établir de façon précise l'origine des premières découvertes de Monge dans le domaine des équations aux dérivées partielles et de rectifier certaines dates couramment admises jusqu'ici.

([3]) Cette étude est apparemment l'objet du Mémoire présenté par Monge à l'Académie le 6 mars 1771, objet d'un rapport élogieux de Condorcet et Bossut (20 mars), mais non publié par la suite.

([4]) Mémoire présenté le 27 novembre 1771 (rapport du 22 janvier 1772); mémoire présenté le 22 janvier 1772 (rapport du 5 février). Ces mémoires, plus ou moins remaniés, ont été insérés dans le tome VII des Mémoires des Savants étrangers (1776).

([5]) Cette expression doit être comprise ici avec son sens courant du XVIIIe siècle : fonctions non exprimables par une suite finie d'opérations arithmétiques, ni par des expressions trigonométriques, exponentielles ou logarithmiques, ni par un développement en série. Un trait décrit au hasard correspond ainsi à une fonction discontinue.

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Logique de l'intuitionisme sans négation et logique de l'intuitionisme positif.* Note de Mme **Paulette Destouches-Février.**

I. G. F. C. Griss (¹) a envisagé récemment une mathématique intuitioniste sans négation; nous voulons montrer ici que la logique correspondant à cette conception est une logique de complémentarité sans négation.

Nous admettrons les règles suivantes pour le calcul des propositions ($\vdash$ signifie *justifié*, $\vdash\vdash$: *axiome*, & : *et*, $\vee$: *ou*, **1** : *identité logique*) :

1° $\rightarrow$ est une opération binaire sur les propositions, et si q est justifié par p, nous écrirons : $\vdash p \rightarrow q$.

2° Si $\vdash p$ et $\vdash p \rightarrow q$, on peut écrire $\vdash q$.

3° Règle de substitution (usuelle).

4° & est une opération binaire sur les propositions. Si $\vdash p$ et $\vdash q$, on a $\vdash p \,\&\, q$ et inversement.

Propriétés du produit logique : 5° $\vdash\vdash p \rightarrow p \,\&\, p$.

6° $\vdash\vdash p \rightarrow p \,\&\, \mathbf{1}$.

7° Transitivité : $\vdash\vdash p \rightarrow q \,.\&.\, q \rightarrow r : \rightarrow : p \rightarrow r$.

8° Simplification : $\vdash\vdash p \,\&\, q \rightarrow p$.

9° Composition : $\vdash\vdash p \rightarrow q \,.\rightarrow.\, p \,\&\, r \rightarrow q \,\&\, r$.

10° Importation : $\vdash\vdash p \,.\rightarrow.\, q \rightarrow r : \rightarrow : p \,\&\, q \,.\rightarrow.\, r$.

Le principe d'importation est intuitivement clair; par contre le principe d'exportation est une règle très forte dont l'évidence est contestable; il n'est pas certain qu'on doive le poser.

11° Exportation : $\vdash\vdash p \,\&\, q \rightarrow r : \rightarrow : p \,.\rightarrow.\, q \rightarrow r$.

6° et 11° sont plus faibles que $q \,.\rightarrow.\, p \rightarrow q$ admis par Johansson (²) ainsi que par Heyting (³) et que nous n'admettrons pas.

Si l'on pose $p \leftrightarrow q =_d p \rightarrow q \,.\&.\, q \rightarrow p$, on constate que $\leftrightarrow$ a les trois propriétés d'une équivalence.

Comme il n'y a pas de négation, il n'y a aucune liaison entre & et $\vee$; et nous admettrons :

Propriétés de la somme logique ; 12° $\vdash\vdash p \vee p \rightarrow p$.

13° Commutation : $\vdash\vdash p \vee q \rightarrow q \vee p$.

14° $\vdash\vdash p \rightarrow p \vee q$.

15° $\vdash\vdash p \rightarrow r \,.\&.\, q \rightarrow r : \rightarrow : p \vee q \rightarrow r$.

16° $\vdash\vdash p \rightarrow r \,.\vee.\, q \rightarrow r : \rightarrow : p \,\&\, q \rightarrow r$.

II. Pour le calcul des fonctions propositionnelles, nous introduirons les deux quantificateurs $\forall x$: « pour chaque x » et $\exists x$: « il existe un x tel que », et nous admettrons, comme Johansson, les deux axiomes :

(¹) *Proc. Nederland. Akad. v. Wetensch.*, 53, 1944, p. 261 et 49, 1946, p. 1127.

(²) *Compositio Math.*, 4, 1936, p. 119.

(³) *Sitz. Ber. Akad. Berlin*, 1930, p. 42-56; *Math. Grunlagenforsch., Intuitionismus, Beweistheorie* (*Ergeb. d. Math.*, Berlin, 1934).

17° $\vdash\vdash \forall x f(x) \rightarrow f(y)$;

18° $\vdash\vdash f(x) \rightarrow \exists y f(y)$ et les deux règles suivantes :

19° $\vdash A \rightarrow f(x)$ et « A indépendant de $\underline{x}$ » permettent d'écrire $\vdash A \rightarrow \forall x f(x)$.

20° $\vdash f(x) \rightarrow A$ et « A indépendant de x » permettent d'écrire $\vdash \exists x f(x) \rightarrow A$.

III. Dans l'intuitionisme sans négation de Griss, il apparaît des relations que l'on peut qualifier d'*incompatibles*, soit R et $\overline{R}$ (par exemple « le même » : $=$, et « discernable » : $\neq$). Deux propositions $R(x, y, \ldots)$ et $\overline{R}(x, y, \ldots)$ des mêmes arguments sont dites *incomposables* si R et $\overline{R}$ sont incompatibles. Nous devons alors poser ces règles supplémentaires :

21° Il est interdit de poser la vérité d'une paire de propositions incomposables.

22° Si la paire $[p, q]$ est incomposable, il en est de même des paires $[(p \,\&\, r), q]$ et $[p, (q \,\&\, r)]$, quelle que soit la proposition r.

23° Quelles que soient les propositions p, q, r, les paires $[p, (p \rightarrow q)]$, $[(p \rightarrow q), (q \rightarrow r)]$, $[(p \rightarrow q), (p \rightarrow r)]$ sont composables.

Dans cette conception il n'y a aucune notion de contradiction, et aucune définition de la négation n'est acceptée, mais on ne peut éviter la notion d'incompatibilité : *on a donc bien une logique de complémentarité*. Elle est une logique minimale. La notion de théorie non contradictoire est alors profondément transformée.

IV. Dans la logique de l'intuitionisme positif, que nous avons défini dans une Note récente [1] nous n'admettons aucune règle en plus de 1° à 20° ci-dessus; mais nous acceptons une négation définie par

$$\neg p =_d p \rightarrow \emptyset,$$

où $\emptyset$ est une proposition désignant la contradiction et définie positivement dans chaque théorie déductive, par exemple $\emptyset =_d (1 = 2)$.

Cette fois nous n'avons plus besoin de faire intervenir la notion de paire incomposable et nous n'avons pas une logique de complémentarité.

Les propriétés de la négation $\neg$ résultent des règles admises plus haut, notamment du principe d'exportation. On peut établir :

$$\vdash p \rightarrow q . \rightarrow . \neg q \rightarrow \neg p.$$
$$\vdash p \rightarrow \neg q . \rightarrow . q \rightarrow \neg p.$$
$$\vdash \neg (p \,\&\, \neg p).$$
$$\vdash p \rightarrow \neg q . \leftrightarrow . \neg (p \,\&\, q.)$$

Cette logique est plus faible que celle de Johansson puisqu'on n'a pas $q . \rightarrow . p \rightarrow q$. Elle apparaît comme logique minimale sans complémentarité.

---

[1] *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1241.

ALGÈBRE. — *Produit tensoriel de lattices.* Note ([1]) de M. **Jacques Riguet**, présentée par M. Élie Cartan.

Un ensemble est muni d'une structure de *lattice* s'il existe sur cet ensemble deux lois internes, notées par exemple + et ., toutes deux associatives, commutatives et idempotentes et liées entre elles par la loi universelle ([2])

$$x = x.(x+y) = x+(x.y).$$

Le produit tensoriel de deux groupes, ou de deux anneaux, a été défini d'une manière intrinsèque par Whitney ([3]). En utilisant une méthode analogue, on peut définir le produit tensoriel de deux lattices.

Étant données deux lattices L_1 et L_2, formons l'ensemble P de tous les polynomes qui peuvent être construits au moyen des couples du produit $L_1 \times L_2$ et des deux symboles + et .; soit R la relation d'équivalence sur P qui égale deux polynomes qui peuvent se déduire l'un de l'autre par l'application itérée : des lois associatives, ou commutatives, ou idempotentes, ou distributives par rapport à + ou ., ou des lois universelles

$$(1)\qquad \begin{cases} (l_1,l_2)\,.\,(l_1,l'_2)=(l_1,l_2\,.\,l'_2), & (l_1,l_2)\,.\,(l'_1,l_2)=(l_1\,.\,l'_1,l_2) \\ (l_1,l_2)+(l_1,l'_2)=(l_1,l_2+l'_2), & (l_1,l_2)+(l'_2,l_2)=(l_1+l_1,l'_1). \end{cases}$$

L'ensemble $T = P/R$, muni des deux lois internes (notées encore, respectivement + et .) quotients respectifs ([4]) par la relation R des lois qui aux polynomes α et β, de P, fait correspondre les polynomes $\alpha+\beta$ et $\alpha.\beta$ (de P), est le *produit tensoriel des lattices* L_1 *et* L_2, que je désigne par $L_1 \circ L_2$.

On démontre alors que le produit tensoriel de deux lattices est une lattice (distributive) et qu'il est égal au produit tensoriel de deux lattices distributives convenablement choisies. On peut donc se borner à étudier le produit tensoriel de deux lattices distributives.

Lorsque L_1 et L_2 possèdent des plus petits éléments o_1, o_2 (respectivement des plus grands éléments 1_1, 1_2), leur produit tensoriel possède un plus petit élément égal à (o_1, o_2) [ou respectivement un plus grand élément égal à $(1_1, 1_2)$].

Soient deux lattices L_1 et L_2, ayant chacune des plus petits éléments o_1, o_2 et R^* la relation d'équivalence sur P, qui égale les polynomes congrus suivant R, ou pouvant se déduire l'un de l'autre par itération des lois associatives ou

---

([1]) Séance du 22 décembre 1947.

([2]) A la place de ce dernier axiome, on trouve habituellement la loi

$$x.y = x \rightleftarrows x+y = y,$$

qui a le désavantage de n'être pas une loi universelle.

([3]) *Duke Math. Journal*, 4, 1938, p. 496.

([4]) Pour la définition d'une loi quotient, voir notamment : Bourbaki, *Algèbre*, 1, Chap. I, § 4, n° 3.

commutatives, ou idempotentes, ou distributives par rapport à + et ., ou par la loi universelle

$$(o_1, 1_2) = (1_1, o_2) = (o_1, o_2). \tag{2}$$

L'ensemble $T^\star = P/R^\star$, construit de manière analogue à P/R, sera appelé le *produit tensoriel restreint des deux lattices* L_1 et L_2 et désigné par $L_1 \star L_2$.

Si L_1 et L_2 sont complémentées, T n'est pas nécessairement complémentée ([5]), mais $T^\star$ l'est. Dans ce cas, en considérant L_1 et L_2 comme des anneaux booléens ayant $\oplus$ et . comme addition et multiplication, en désignant par a' le complément de a, et en posant (avec Stone)

$$a \oplus b = a.b' + b.a' ;$$

le produit tensoriel, au sens de Whitney, de L_1, L_2, considérées comme des anneaux, est identique au produit tensoriel restreint, tel qu'il vient d'être défini, pour L_1, L_2 considérées comme des lattices.

Il est facile d'étendre les définitions et propriétés précédentes au cas où L_1 et L_2 sont des $\bigwedge$-lattices à gauche; resp. des $\bigvee$-lattices à droite, resp. des lattices complètes ([6]), dans lesquelles + et . portent sur un nombre infini de termes.

On peut encore définir, de façon analogue à ce qui précède, le produit tensoriel de n lattices $L_1, L_2, \ldots, L_3$ et leur produit tensoriel restreint, toujours au moyen d'ensembles quotients, en remplaçant les lois (1) par des lois analogues portant sur des n-uples et la loi (2) par la loi

$$(o_1, 1_1, \ldots, 1_n) = (1_1, o_2, \ldots, 1_n) = \ldots = (o_1, o_2, \ldots, o_n).$$

Nous désignerons ces produits par $L_1 \circ \ldots \circ L_n$ respectivement $L_1 \star \ldots \star L_n$.

Il est immédiat que l'application de $(L_1 \circ L_2) \circ L_3$ sur $L_1 \circ L_2 \circ$ qui par exemple au tenseur $((l_1, l_2), l_3) + ((m_1, m_2), m_3).((n_1, n_2), n_3)$ (on peut toujours par suite de la distributivité mettre un tenseur sous forme d'une somme de produits) fait correspondre le tenseur $(l_1, l_2, l_3) + (m_1, m_2, m_3).(n_1, n_2, n_3)$ est un isomorphisme de $(L_1 \circ L_2) \circ L_3$ sur $L_1 \circ L_2 \circ L_3$ que nous appellerons l'*isomorphisme canonique* entre ces deux ensembles.

L'application de $L_1 \circ L_2 \circ L_3$ sur $L_{i_1} \circ L_{i_2} \circ L_{i_3}$ qui par exemple au tenseur $(l_1, l_2, l_3) + (m_1, m_2, m_3).(n_1, n_2, n_3)$ fait correspondre le tenseur $(l_{i_1}, l_{i_2}, l_{i_3}) + (m_{i_1}, m_{i_2}, m_{i_3}).(n_{i_1}, n_{i_2}, n_{i_3})$, $(i_1, i_2, i_3$, étant une permutation de $(1, 2, 3))$ est un isomorphisme de $L_1 \circ L_2 \circ L_3$ sur $L_{i_1} \circ L_{i_2} \circ L_{i_3}$ appelé symétrie.

(5) Il suffit pour le voir de former le produit tensoriel de la lattice à deux éléments par elle-même, c'est une lattice à 6 éléments, non complémentée.

(6) C'est-à-dire des sous-ensembles ordonnés, où tout sous-ensemble a une borne inférieure, resp. supérieure, resp. une borne inférieure et une borne supérieure.

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur les bases du groupe symétrique d'ordre 7!* (¹).
Note (²) de Mme **Sophie Piccard**.

Le groupe symétrique $\mathfrak{S}_7$ d'ordre 7! comprend, à part la substitution identique, des substitutions des 14 types suivants :

1... $(a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7)$
2... $(a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6)(a_7)$
3... $(a_1 a_2 a_3 a_4 a_5)(a_6)(a_7)$
4... $(a_1 a_2 a_3 a_4 a_5)(a_6 a_7)$
5... $(a_1 a_2 a_3 a_4)(a_5)(a_6)(a_7)$
6... $(a_1 a_2 a_3 a_4)(a_5 a_6)(a_7)$
7... $(a_1 a_2 a_3 a_4)(a_5 a_6 a_7)$
8... $(a_1 a_2 a_3)(a_4)(a_5)(a_6)(a_7)$
9... $(a_1 a_2 a_3)(a_4 a_5)(a_6)(a_7)$
10... $(a_1 a_2 a_3)(a_4 a_5)(a_6 a_7)$
11... $(a_1 a_2 a_3)(a_4 a_5 a_6)(a_7)$
12... $(a_1 a_2)(a_3)(a_4)(a_5)(a_6)(a_7)$
13... $(a_1 a_2)(a_3 a_4)(a_5)(a_6)(a_7)$
14... $(a_1 a_2)(a_3 a_4)(a_5 a_6)(a_7)$

Deux substitutions non identiques du groupe $\mathfrak{S}_7$ peuvent engendrer le groupe $\mathfrak{S}_7$ tout entier par composition finie; elles constituent alors *une base* du groupe $\mathfrak{S}_7$. Dans la Note (¹) nous avons indiqué des critères permettant de déterminer toutes les bases du groupe $\mathfrak{S}_7$. Le groupe $\mathfrak{S}_7$ possède au total 7 786 800 bases. Soit S, T une base quelconque du groupe $\mathfrak{S}_7$ et soit R une substitution quelconque de $\mathfrak{S}_7$. Les deux substitutions RSR^{-1} et RTR^{-1} constituent également une base de $\mathfrak{S}_7$, base que nous appelons *transformée de la base* S, T par la substitution R. Le groupe $\mathfrak{S}_7$ possède des bases de deux espèces. Toute base de *première espèce* possède 5040 transformées distinctes au moyen des substitutions de $\mathfrak{S}_7$, alors que toute base de *seconde espèce* ne possède que 2520 transformées distinctes au moyen des substitutions de $\mathfrak{S}_7$. Le groups $\mathfrak{S}_7$ possède 7 630 560 bases de première espèce et 156 240 bases de seconde espèce.

Deux bases de $\mathfrak{S}_7$ sont *indépendantes* si aucune d'elles n'est la transformée de l'autre par une substitution de $\mathfrak{S}_7$. Un ensemble E de bases de $\mathfrak{S}_7$ constitue un *système complet de bases indépendantes de* $\mathfrak{S}_7$ si deux bases quelconques de l'ensemble E sont indépendantes et si, quelle que soit la base S, T de $\mathfrak{S}_7$, il existe une base S′, T′ de $\mathfrak{S}_7$ faisant partie de l'ensemble E et une substitution R de $\mathfrak{S}_7$, telles que la base S, T est la transformée de la base S′, T′ par la substitution R. Tout système complet de bases indépendantes de $\mathfrak{S}_7$ comprend 1576 bases, dont 1514 sont de première espèce et 62 de seconde espèce.

Soit a et b deux entiers tels que $1 \leqq a \leqq 14$, $1 \leqq b \leqq 14$. Nous disons qu'une base S, T du groupe $\mathfrak{S}_7$ est du type (a, b) si la substitution S est du type a et si la substitution T est du type b. Le groupe $\mathfrak{S}_7$ possède des bases de 60 types qui se répartissent comme suit.

(¹) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1246.
(²) Séance du 22 décembre 1947.

Bases du groupe $\mathfrak{S}_7$.

		Nombre total				Nombre total	
Type de base du groupe $\mathfrak{S}_7$.	Nombre total des bases d'un type donné de $\mathfrak{S}_7$.	des bases d'un type donné de $\mathfrak{S}_7$ qui sont de 1re espèce.	des bases d'un type donné de $\mathfrak{S}_7$ qui sont de 2e espèce.	Type de base du groupe $\mathfrak{S}_7$.	Nombre total des bases d'un type donné de $\mathfrak{S}_7$.	des bases d'un type donné de $\mathfrak{S}_7$ qui sont de 1re espèce.	des bases d'un type donné de $\mathfrak{S}_7$ qui sont de 2e espèce.
(1,2).....	594 720	594 720	–	(4,9).....	191 520	191 520	–
(1,4).....	362 880	362 880	–	(4,10)....	95 760	95 760	–
(1,5).....	151 200	151 200	–	(4,11)....	141 120	141 120	–
(1,7).....	302 400	302 400	–	(4,12)....	5 040	5 040	–
(1,9).....	302 400	302 400	–	(4,13)....	40 320	40 320	–
(1,12)....	15 120	15 120	–	(4,14)....	45 360	45 360	–
(1,14)....	70 560	70 560	–	(5,5).....	2 520	–	2 520
(2,2).....	292 320	231 840	60 480	(5,6).....	60 480	60 480	–
(2,3).....	302 400	302 400	–	(5,7).....	85 680	85 680	–
(2,4).....	423 360	423 360	–	(5,9).....	15 120	15 120	–
(2,5).....	100 800	100 800	–	(5,10)....	30 240	30 240	–
(2,6).....	453 600	453 600	–	(5,11)....	30 240	30 240	–
(2,7).....	352 800	352 800	–	(5,14)....	5 040	5 040	–
(2,8).....	25 200	25 200	–	(6,7).....	257 040	257 040	–
(2,9).....	252 000	252 000	–	(6,9).....	151 200	151 200	–
(2,10)....	176 400	176 400	–	(6,14)....	45 360	45 360	–
(2,11)....	181 440	181 440	–	(7,7).....	85 680	45 360	40 320
(2,12)....	5 040	5 040	–	(7,8).....	25 200	25 200	–
(2,13)....	50 400	50 400	–	(7,9).....	161 280	161 280	–
(2,14)....	65 520	65 520	–	(7,10)....	85 680	85 680	–
(3,4).....	241 920	241 920	–	(7,11)....	110 880	110 880	–
(3,5).....	30 240	30 240	–	(7,12)....	5 040	5 040	–
(3,7).....	211 680	211 680	–	(7,13)....	35 280	35 280	–
(3,9).....	90 720	90 720	–	(7,14)....	40 320	40 320	–
(3,14)....	30 240	30 240	–	(9,9).....	22 680	15 120	7 560
(4,4).....	120 960	75 600	45 360	(9,10)....	65 520	65 520	–
(4,5).....	90 720	90 720	–	(9,11)....	70 560	70 560	–
(4,6).....	302 400	302 400	–	(9,14)....	15 120	15 120	–
(4,7).....	211 680	211 680	–	(10,14)....	15 120	15 120	–
(4,8).....	25 200	25 200	–	(11,14)....	10 080	10 080	–

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un type d'équations intégrales résolubles par le calcul symbolique.* Note [1] de M. **Maurice Parodi**, présentée par M. Henri Villat.

Nous avons signalé dans une Note antérieure [2] que le calcul symbolique se prêtait aisément à la résolution d'équations de Fredholm de première espèce dont le noyau avait une transformée de Laplace de la forme $\rho(p)e^{-x\psi(p)}$.

---

[1] Séance du 24 novembre 1947.

[2] *Comptes Rendus*, **220**, 1945, p. 870.

Nous nous proposons de montrer que la méthode opérationnelle permet également d'étudier des équations de seconde espèce dont le noyau a une image de la forme précitée.

Soit l'équation de seconde espèce

$$(1) \qquad f(t)+\lambda\int_0^{\infty}\mathrm{K}(t, x)f(x)\,dx=g(t),$$

où $\mathrm{K}(t, x)\supset\rho(p)\,e^{-x\psi(p)}$.

En posant $f(t)\supset\varphi(p)$, $g(t)\supset\theta(p)$, la transformée de (1) est l'équation fonctionnelle en $\varphi(p)$

$$(2) \qquad \varphi(p)+\lambda\rho(p)\varphi[\psi(p)]=\theta(p).$$

L'original, s'il existe, d'une solution de cette équation sera une solution de l'équation intégrale (1), à condition que les intégrales aient un sens.

La résolution de (2) n'est pas, dans le cas général, plus aisée que celle de (1), cependant, ainsi que nous allons le montrer, il est des cas où le problème peut être résolu assez facilement : *celui où* $\rho(p)$ *étant quelconque,* $\psi(p)$ *est telle que sa seconde itérée redonne la variable :* $\psi[\psi(p)]=p$.

Dans ces conditions, il apparaît, en effet, que l'équation fonctionnelle (2) admet la solution

$$\varphi(p)=\frac{\theta(p)-\lambda\rho(p)\theta[\psi(p)]}{1-\lambda^2\rho(p)\rho[\psi(p)]},$$

à condition que l'expression qui figure au dénominateur soit différente de zéro [de la considération de cette dernière on peut déduire les valeurs caractéristiques de l'équation (1)].

Cela étant, la solution de (1) est donnée par l'intégrale complexe

$$f(t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\mathrm{C}}e^{pt}\frac{\theta(p)-\lambda\rho(p)\theta[\psi(p)]}{1-\lambda^2\rho(p)\rho[\psi(p)]}\,dp,$$

C étant un contour de Bromwich approprié.

Application. — Parmi les fonctions $\psi(p)$ qui jouissent de la propriété précédente, nous pouvons signaler les suivantes : $1/p$, $a-p$, $p/(ap-1)$, ...($a=$const.).

Donnons un exemple; soit l'équation

$$f(t)+\lambda\int_0^{\infty}t^{\frac{\nu}{2}}x^{-\frac{\nu}{2}}\mathrm{J}_\nu(2\sqrt{tx})f(x)\,dx=g(t).$$

Puisque

$$t^{\frac{\nu}{2}}x^{-\frac{\nu}{2}}\mathrm{J}_\nu(2\sqrt{tx})\supset\frac{1}{p^{\nu+1}}e^{-\frac{x}{p}} \qquad \left[\mathrm{R}(\nu)>-\frac{1}{2}\right],$$

l'équation fonctionnelle adjointe prend la forme

$$\varphi(p)+\frac{\lambda}{p^{\nu+1}}\varphi\left(\frac{1}{p}\right)=\theta(p),$$

et sa solution est

$$\varphi(p)=\frac{1}{1-\lambda^2}\left[\theta(p)-\frac{\lambda}{p^{\nu+1}}\theta\left(\frac{1}{p}\right)\right].$$

Ainsi la solution de la proposée s'écrit

$$f(t)=\frac{1}{1-\lambda^2}\left[g(t)-\lambda\int_0^\infty t^{\frac{\nu}{2}}x^{-\frac{\nu}{2}}J_\nu(2\sqrt{tx})\,g(x)\,dx\right],$$

à condition que λ soit différent de ± 1.

On montrerait de même que l'équation

$$f\left(\frac{mt}{2}\right)-\lambda\int_0^\infty {\sin \atop \cos}(mtx)f(x)\,dx=g(t)$$

admet la solution.

$$f(t)=\frac{1}{1-\lambda^2\frac{\pi}{4}}\left[g\left(\frac{2t}{m}\right)+\lambda\int_0^\infty {\sin \atop \cos}(2tx)\,g\left(\frac{2x}{m}\right)dx\right] \qquad \text{avec}\quad \lambda\neq\pm\frac{2}{\sqrt{\pi}}.$$

Généralisation. — La méthode générale indiquée au début de cette Note ramène également la résolution d'équations de la forme

$$f^{(n)}(t)+\lambda\int_0^\infty K(t,x)f(x)\,dx=g(t) \qquad (n \text{ entier} > 0),$$

$$\int_0^t\cdots\int_0^t f(x)(dx)^n+\lambda\int_0^\infty K(t,x)f(x)\,dx=g(t) \qquad (n \text{ entier} > 0),$$

où $K(t,x)\supset\varphi(p)e^{-x\psi(p)}$, à celle d'équations fonctionnelles et dans le cas où la seconde itérée de $\psi(p)$ redonne la variable, le problème peut encore être résolu complètement par le calcul symbolique.

Remarque. — Il est à noter que si la fonction $\psi(p)$ est une fonction périodique d'ordre n, c'est-à-dire telle que son itérée d'ordre n redonne la variable, la résolution des équations du type (1) ou des types précédents est également facile par le calcul symbolique.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le calcul symbolique à deux variables et ses applications.* Note de M. **Ion Cârstoiu**, présentée par M. Henri Villat.

1. L'idée de constituer un calcul symbolique à deux variables remonte assez loin; on en trouve des traces dans Cauchy. Mais, c'est à M. Pierre Humbert [1], qu'on doit un essai d'organisation systématique de ce calcul. Dans une Note récente, M. L. Poli [2] souligne les difficultés qu'on y rencontre, non seulement parce que le domaine d'intégration est infini, mais encore parce que la continuité fait défaut.

Dans cette Note, je me propose de montrer, sur un exemple simple, les

---

[1] *Ann. Soc. Sc. Bruxelles*, série A, 56, 1936, p. 26.

[2] *La Revue Scientifique*, 85e année, X, 1947, p. 616.

difficultés qui surgissent quant à son application à la résolution des équations aux dérivées partielles.

2. On définit la correspondance à deux variables

$$f(x, t) \supset \supset \varphi(p, q),$$

par l'intégrale

$$(1) \qquad \varphi(p, q) = pq \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-px-qt} f(x, t)\, dx\, dt.$$

On a aussitôt

$$(2) \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial t} \supset \supset q\varphi(p, q) - pq \displaystyle\int_0^\infty e^{-px} f(x, 0)\, dx, \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} \supset \supset p^2\varphi(p, q) - p^2 q \displaystyle\int_0^\infty e^{-qt} f(0, t)\, dt - pq \int_0^\infty e^{-qt} \left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)_{x=0} dt, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

Supposons $\varphi(p, q)$ holomorphe dans les deux demi-plans $\mathcal{R}(p) > \alpha > 0$, $\mathcal{R}(q) > \beta > 0$. Écrivons

$$(3) \qquad \varphi(p, q) = q \int_0^\infty e^{-qt} \varphi_1(p, t)\, dt,$$

avec

$$(4) \qquad \varphi_1(p, t) = p \int_0^\infty e^{-px} f(x, t)\, dx.$$

D'après le théorème de Mellin, on a

$$(5) \qquad f(x, t) = \frac{1}{2i\pi} \int_{\mathcal{B}_r} e^{px} \frac{\varphi_1(p, t)}{p}\, dp.$$

D'autre part, (3) donne, par application du même théorème,

$$(6) \qquad \varphi_1(p, t) = \frac{1}{2i\pi} \int_{\mathcal{B}'_r} e^{qt} \frac{\varphi(p, q)}{q}\, dq.$$

D'où

$$(7) \qquad \boxed{f(x, t) = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{\mathcal{B}_r} \int_{\mathcal{B}'_r} e^{px+qt} \frac{\varphi(p, q)}{pq}\, dp\, dq} \qquad (x > 0,\ t > 0),$$

à condition que l'intégrale du second membre ait un sens. Cette formule semble nouvelle.

3. Pour en faire une application, considérons l'équation de la chaleur

$$(8) \qquad \frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

avec les conditions

$$(9) \qquad u(x, 0) = 0, \quad (x > 0); \quad u(0, t) = \mathrm{U}(t), \quad (t > 0).$$

Posons

$$u(x, t) \supset \supset \varphi(p, q), \qquad U(t) \supset \Omega(q).$$

Pour avoir l'image de $\partial^2 u/\partial x^2$, il faut connaître encore $(\partial u/\partial x)_{x=0}$. C'est ici qu'intervient la difficulté de l'application du calcul symbolique à deux variables; les données aux limites et initiales ne sont généralement pas suffisantes pour transformer les équations à étudier en équations algébriques. Dans le cas envisagé, on peut lever cette difficulté de la manière suivante. Soit

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=0} \supset \Theta(q),$$

fonction à priori inconnue. Alors, la forme symbolique de (8) s'écrit

$$(10) \qquad (\nu p^2 - q)\varphi(p, q) = \nu p[p\Omega(q) + \Theta(q)].$$

Pour que $\varphi(p, q)$ soit holomorphe dans le demi-plan $\mathcal{R}(p) > 0$, *il faut nous débarrasser du pôle* $p = +\left(\sqrt{q/\nu}\right)$. On y parvient en prenant

$$(11) \qquad \Theta(q) = -\sqrt{\frac{q}{\nu}}\,\Omega(q),$$

et alors, on a simplement,

$$(12) \qquad u(x, t) = \frac{1}{2i\pi}\int_{\mathcal{B}'_r} e^{qt}\, e^{-\sqrt{\frac{q}{\nu}}x}\, \frac{\Omega(q)}{q}\, dq,$$

c'est-à-dire, vu la correspondance

$$(13) \qquad \frac{x}{2\sqrt{\pi\nu}}\, \frac{e^{-\frac{x^2}{4\nu t}}}{t^{\frac{3}{2}}} \supset q\, e^{-\sqrt{\frac{q}{\nu}}x}, \qquad (x > 0).$$

et en tenant compte de la formule du produit, il vient

$$(14) \qquad u(x, t) = \frac{x}{2\sqrt{\pi\nu}} \int_0^t \frac{e^{-\frac{x^2}{4\nu(t-\tau)}}}{(t-\tau)^{\frac{3}{2}}}\, U(\tau)\, d\tau,$$

qui est bien la solution cherchée ([3]).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quasi-analyticité générale et théorèmes du type Phragmén-Lindelöf.* Note ([1]) de MM. **Szolem Mandelbrojt** et **Norbert Wiener**, présentée par M. Paul Montel.

Comme dans une Note précédente ([2]), $f(x)$ désigne une fonction indéfiniment dérivable sur $I(x \geq 0)$, avec

$$(A) \qquad \begin{cases} m_n = \overline{\text{borne}}_{x \geq 0}\, |f^{(n)}(x)| < \infty & (n \geq 0), \\ f^{(2n)}(0) = 0, \qquad f^{(2p_n+1)}(0) = 0 & (n \geq 0,\ x \geq 1), \end{cases}$$

([3]) Cf. Henri Villat, *Mécanique des fluides*, 2e éd., 1938, p. 175.

([1]) Séance du 22 décembre 1947.

([2]) S. Mandelbrojt et N. Wiener, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 978.

où $\{p_n\}$ désigne une suite d'entiers non négatifs. Les fonctions $g(x)=f(x)/x$ et $H(\omega)$ [transformée de Fourier de $g(x)$], vérifient, comme on l'a vu, les relations suivantes :

$$\int_0^\infty |H(\omega)|^2\omega^{2\nu}\,d\omega=\int_0^\infty |g^{\nu}(t)|^2\,dt\leqq C^\nu \overline{m}_{\nu+1}^2,$$

où $\overline{m}_n=\overline{m}(n)$, $\log\overline{m}(x)$ étant l'ordonnée du polygone de Newton des points $(n, \log m_n)$, si $\lim(\log m_n/n)=\infty$, et $\log\overline{m}(n)=\underline{\lim}(\log m_n/n)=c$, si c est fini. Nous avons aussi introduit la fonction

$$F(z)=\int_0^\infty H(\omega)\,e^{z\log\omega}\,d\omega,$$

avec $\log\omega$ réel $(\omega>0)$. On a vu que $F(2p_n)=0$.

Soit maintenant $A(z)$, une fonction méromorphe pour $\mathcal{R}z>0$ admettant comme seuls pôles, supposés simples, les points $z=2p_n(n\geqq 1)$. La fonction

$$\Psi(z)=F(z)\,A(z)$$

est holomorphe dans le demi-plan $x=\mathcal{R}z>0$. Comme on a, pour x assez grand,

$$\begin{aligned}|F(z)|&\leqq\left|\int_0^1 H(\omega)\omega^z\,d\omega\right|+\left|\int_1^\infty H(\omega)\omega^z\,d\omega\right|\\&\leqq\left[\int_0^1 |H(\omega)|^2\omega^{2[x]}\,d\omega\right]^{\frac{1}{2}}+\left[\int_1^\infty |H(\omega)|^2\omega^{2[x+2]}\,d\omega\right]^{\frac{1}{2}},\end{aligned}$$

on voit que $|F(z)|\leqq C^x\overline{m}(x+2)$, et

$$(1)\qquad \int_{-\infty}^{\infty}|\Psi(x+iy)|^2\,dy\leqq C_1^{2x}(\overline{m}(x+2))^2\int_{-\infty}^{\infty}|A(x+iy)|^2\,dy,$$

où C_1 désigne une constante. On en déduit le :

Théorème. — *Si $f(x)$ est une fonction non identiquement nulle sur* I, *satisfaisant aux relations* (A), *et* $A(z)$, *une fonction méromorphe pour $\mathcal{R}z>0$, admettant comme pôles simples les points $2p_n(n\geqq 1)$ et bornée dans chaque région*

$$\alpha\leqq\mathcal{R}z\leqq\beta\qquad(0<\alpha\leqq\mathcal{R}z\leqq\beta),$$
$$|z-2p_n|\geqq\varepsilon\qquad(\varepsilon>0,\ n\geqq 1),$$

on a l'inégalité

$$(2)\qquad \lim_{x=\infty}\frac{\log\left[(\overline{m}(x+2))^2\int_{-\infty}^{\infty}|A(x+iy)|^2\,dy\right]}{x}>-\infty.$$

En effet, $\Psi(z)$ est holomorphe et bornée pour $\alpha\leqq\mathcal{R}z\leqq\beta$. Si α et β sont tels que

$$\int_{-\infty}^{\infty}|A(\alpha+iy)|^2\,dy<\infty,\quad \int_{-\infty}^{\infty}|A(\beta+iy)|^2\,dy<\infty,$$

on a, d'après Paley et Wiener [3],

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x+iy)|^2 dy < \infty \qquad (\alpha \leqq x \leqq \beta).$$

Il existe donc, d'après Paley et Wiener [4], une fonction $\varphi(t)$ telle que

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\varphi(t)|^2 e^{2\alpha t}\, dt < \infty, \quad \int_{-\infty}^{\infty} |\varphi(t)|^2 e^{2\beta t}\, dt < \infty,$$

$$\Psi(x+iy) = \underset{B \succ \infty}{\text{l.i.m.}}\ (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \int_{-B}^{B} \varphi(t)\, e^{t(x+iy)}\, dt \qquad (\alpha \leqq x \leqq \beta).$$

D'ailleurs, α étant fixe, $\varphi(t)$ est indépendante de β.

Il résulte alors de (1) que, si (2) n'avait pas lieu, on aurait eu

$$\lim_{x=\infty} \frac{\log \int_{-\infty}^{\infty} |\varphi(t)|^2 e^{2tx}\, dt}{x} = -\infty;$$

cela prouverait que $\varphi(t) \equiv 0$, c'est-à-dire $\Psi(z) \equiv 0$ et $f(x) \equiv 0$, contrairement aux hypothèses.

Le théorème établi est du genre de ceux de S. Mandelbrojt [5]; il permet de démontrer que $f(x) \equiv 0$ s'il existe une certaine relation entre les m_n et p_n. Mais, en utilisant un autre théorème de Mandelbrojt [6], *presque* réciproque du théorème cité, on voit que notre résultat donne aussi des conditions d'existence d'une fonction méromorphe, de pôles donnés, dont l'ordre de grandeur est déterminé sur les droites $\mathcal{R}z = \text{const.} > 0$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Quelques applications de la topologie de R.-S. Martin dans la théorie des fonctions harmoniques.* Note de M. **Marcel Brelot**, présentée par M. Paul Montel.

1. Soit dans l'espace (à $\tau \geqq 2$ dim.) $\overline{R_\tau}$ (compact avec un point à l'infini) [1] un domaine Ω de complémentaire non polaire (par exemple Ω borné). Introduisons sur Ω la structure uniforme la moins fine $\mathcal{S}$ rendant $K(M, P) = G(M, P)/G(M, P_0)$ (P_0 fixé dans Ω), pour chaque $P \in \Omega$, uniformément continue en $M \in \Omega$ [en prenant toutefois la structure uniforme de la droite numérique achevée [2]]. $\mathcal{S}$, indépendante de P_0, est la structure uniforme

(3) *Fourier transforms in the complex plane*, New-York, 1934 (p. 9, théorème VI).

(4) *Loc. cit.*, p. 7, théorème IV.

(5) *Ann. Éc. Norm. sup.*, 53, IV, p. 369.

(6) *Loc. cit.*, p. 373.

(1) Voir mon article des *Ann. Éc. Norm. sup.*, 61, 1944, p. 301-332.

(2) Et en définissant K par les conventions ordinaires pour les cas d'indétermination, et la prenant égale à 1 lorsque M, P, P_0 sont confondus.

de la métrique de R.-S. Martin [3] et l'on distinguera les éléments topologiques correspondants par l'indice ou affixe $\mathfrak{M}$. La complétion donne une $\mathfrak{M}$-frontière Δ d'ailleurs $\mathfrak{M}$-compacte. La convergence-$\mathfrak{M}$ d'une suite de points $M_n \in \Omega$ vers un $\mathfrak{M}$-point M_0 de Δ équivaut à la convergence de $K(M_n, P)$ vers une fonction harmonique, notée $K(M_0, P)$. Rappelons que les fonctions harmoniques $\geqq 0$ dans Ω sont les fonctions $\int K(M, P)\, d\mu_M$ $(M \in \Delta)$, où μ est une mesure $\geqq 0$ de Radon sur Δ. De plus, Martin appelle *minimale* toute fonction harmonique $u > 0$ dans Ω telle que toute autre, minorante, lui soit proportionnelle. Il montre que les fonctions minimales sont à un facteur près les $K(M, P)$ pour certains points M de Δ dits minimaux; et il existe un μ et un seul de la représentation de $u > 0$ qui ne charge que l'ensemble Δ_1 des points minimaux (d'ailleurs intersection dénombrable d'ouverts).

2. A partir de là et de quelques autres résultats de Martin sur les fonctions minimales, j'ai pu en prolonger l'étude et en tirer entre autres la forme générale suivante du principe des singularités positives :

Définition. — Une fonction harmonique u dans Ω sera dite $\mathfrak{M}$-associée à zéro au $\mathfrak{M}$-point-frontière M_0 s'il existe un $\mathfrak{M}$-voisinage ouvert δ de M_0 pour lequel $u(M) = H_\varphi^{\delta \cap \Omega}(M)$ $(M \in \delta)$ où, relativement à cette fonction de Wiener, φ vaut u dans Ω et o ailleurs. La propriété vaudra alors pour les voisinages ouverts contenus.

Théorème 1. — *Les fonctions harmoniques* > 0 *dans* Ω, *$\mathfrak{M}$-associées à zéro en tout point minimal* $\neq M_0 \in \Delta$ *n'existent que si* M_0 *est minimal et sont alors les fonctions* $\alpha . K(M_0, P)$ $(\alpha < 0)$ (*qui sont d'ailleurs associées à zéro en tout point de* Δ *autre que* M_0).

3. La structure $\mathfrak{S}$, qui est la structure euclidienne si la frontière est assez régulière et dans le cas plan simplement connexe, celle des bouts premiers, paraît en général difficile à comparer aux structures courantes : elle peut, comme le montre un vieil exemple de M. Bouligand, « décomposer » un point-frontière « ramifié »; elle peut aussi en « accoler » plusieurs même dans le plan. Cette nouveauté d'allure peut en compensation être précieuse. Telle est son utilité pour étendre comme suit les théorèmes d'existence et unicité de Cauchy relatifs à $\Delta u = 0$ et à la donnée de la fonction et de la dérivée normale :

Théorème 2. — *Soient dans* Ω *un compact* α, u *harmonique dans* $\Omega - \alpha$, *bornée au voisinage de tout point-frontière de* Ω, *et s'y annulant s'il est régulier. Alors* $u/G(M, P_0)$ *admet en tout point* $M_0 \in \Delta$ *une $\mathfrak{M}$-limite finie continue* (*dite pente*) *quand* M *tend-$\mathfrak{M}$ vers* M_0 *et cette limite est d'ailleurs* > 0 *si* $u > 0$.

Si tout domaine composant de C_α *contient un point extérieur à* Ω *et si* $u/G \to 0$ *avec* G *ou même seulement si la pente de* u *est nulle en tout point minimal, $\mathfrak{M}$-limite d'une suite* M_n *pour laquelle* $G(M_n, P_0) \to 0$, *alors* $u = 0$.

---

(3) *Transact. amer. Math. Soc.*, 49, 1941, p. 137-172

THÉORÈME 3. — *Soit dans* Ω *un compact* α *d'intérieur non vide ou plus généralement un ensemble* β *dans* Ω, *tel que toute fonction harmonique dans* Ω *et nulle sur* β *soit partout nulle. Alors, étant donnée une fonction finie continue* $\psi(M)$ *sur la* $\mathfrak{M}$*-frontière* Δ *de* Ω, *on peut trouver une fonction harmonique dans* $\Omega - \alpha$, *bornée au voisinage de tout point-frontière de* Ω *et s'y annulant s'il est régulier, ou même plus précisément une combinaison finie* $\sum_{1}^{p} \lambda_i G_\Omega(M, P_i)(P_i \in \beta)$, *telle enfin que sa pente (relative à* P_0 *fixé) en* M *sur* Δ *approche* $\psi(M)$ *sur tout ensemble fixé compact de points minimaux à* ε *donné arbitraire près.*

Cette approximation n'est d'ailleurs pas *stable* comme le montre l'exemple suivant : en prenant une couronne circulaire (ou sphérique) ω et un point P_0 convenable intérieur, on peut trouver une fonction harmonique dans ω, s'annulant sur la circonférence (sphère) extérieure avec une dérivée normale arbitrairement petite, et prenant en P_0 une valeur arbitrairement grande.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Extension analytique d'un calcul de la fonction de probabilité de moyennes correspondant à une probabilité négative.* Note (¹) de M. **JACQUES MAURIN**, présentée par M. Jacques Hadamard.

1. La substitution, dans les équations (1) donnant la fonction de probabilité $F'_p(X_p)$ de la moyenne X_p des variables aléatoires $x_1 \ldots x_i \ldots x_p$ de p objets prélevés dans la même collection indéfinie en fonction de la fonction de probabilité $f'(x)$ de ces variables, de la fonction

$$f'(x_i) = \frac{\varphi(x_i)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x)}\, dx = \frac{\varphi(x_i)}{C},$$

donne les équations suivantes, (4) étant obtenu par intégration de (3)

$$(1)\qquad \Phi_p(X_p) = p^{(p-1)} \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{i=1}^{p-1} [\varphi(x_i)]\, \varphi\left[p X_p - \sum_{i=1}^{p-1} x_i \right] \prod_{i=1}^{p-1} [dx_i],$$

$$(2)\qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_p(X_p)\, dX_p = C^p,$$

$$(3)\qquad \Phi_{\sum_{l=1}^{q} p_l}\left(X_{\sum_{l=1}^{q} p_l} \right) = \frac{\sum_{l=p}^{q} p_l}{p_q}^{(q-1)} \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{l=1}^{q-1} [\Phi_{p_l}(X_{p_l})] \times \Phi_{p_q}\left[\frac{\left(\sum_{l=1}^{q} p_l \right) X_{\sum_{l=1}^{q} p_l} - \sum_{l=1}^{q-1} p_l X_{p_l}}{p_q} \right] \prod_{l=1}^{q-1} [dX_{p_q}],$$

(¹) Séance du 22 décembre 1947.

$$(4)\quad {}^{(q)}\!\int_{-\infty}^{+\infty}\prod_{l=1}^{q-1}[\Phi_{p_l}(X_{p_l})]\,\Phi_{p_q}\left[\frac{\left(\sum_{l=1}^{q}p_l\right)X_{\sum_{l=1}^{q}p_l}-\sum_{l=1}^{q-1}p_lX_{p_l}}{p_q}\right]\prod_{l-1}^{q-1}[dX_{p_l}]\,dX_{\sum_{l=1}^{q}p_l}=p_q\frac{C^{\sum_{l=1}^{q}p_l}}{\sum_{l=1}^{q}p_l}.$$

${}^{(p-1)}\!\int_{-\infty}^{+\infty}$ = intégrale $(p-1)$ — uple de $-\infty$ à $+\infty$.

$\varphi(x)$ = fonction génératrice.

$\prod_{l=1}^{p-1}[\varphi(x_i)]=\varphi(x_1)\ldots\varphi(x_i)\ldots\varphi(x_{p-1})$.

$\Phi_p(X_p)$ = fonction engendrée de rang p.

Ces équations proviennent en définitive d'équations probabilistes (²) qui, données par l'analyse combinatoire, s'accommodent de valeurs négatives ou discontinues des $f'(x)$. Elles subsistent donc pour des fonctions génératrices $\varphi(x)$ négatives ou discontinues; aux seules conditions que leur intégrale définie totale ait une valeur déterminée, et que leur univocité en x soit définie.

Soit ainsi $\varphi(x)$ nul hors de l'intervalle (a, b); alors $\Phi_p(X_p)$ prend, d'après une particularisation de (8), les valeurs suivantes

$$X_p < a \text{ ou } b < X_p,\qquad \Phi_p(X_p)=0,$$

$$a < X_p < \frac{a+b}{p},\qquad \Phi_p(X_p)=p\int_a^{pX_p-a}\Phi_{p-1}(X_{p-1})\,\varphi[pX_p-(p-1)X_{p-1}]\,dX_p,$$

$$\frac{a+b}{2} < X_p < b,\qquad \Phi_p(X_p)=p\int_{pX_p-b}^{b}\Phi_{p-1}(X_{p-1})\,\varphi[pX_p-(p-1)X_{p-1}]\,dX_p.$$

Si, par exemple, $\varphi(x)=x$ dans (a, b), quels que soient les signes de a et b,

$$X_2 < a \text{ ou } b < X_2,\qquad \Phi_2(X_2)=0,$$

$$a < X_2 < \frac{a+b}{2},\qquad \Phi_2(X_2)=2\left[\quad\frac{4}{3}X_2^3-2a^2X_2+\frac{2}{3}a^3\right],$$

$$\frac{a+b}{2} < X_2 < b,\qquad \Phi_2(X_2)=2\left[-\frac{4}{3}X_2^3+2b^2X_2-\frac{2}{3}b^3\right].$$

On a bien

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\Phi_2(X_2)=\left(\frac{a^2-b^2}{2}\right)^2=\left(\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi(x)\,dx\right)^2.$$

2. Toute relation générale entre moments de fonctions de probabilité de moyennes (³) est transposable à toute fonction $\varphi(x)$. Par exemple, la variance

---

(²) J. MAURIN, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1268.

(²) E. BOREL, *Traité de Calcul des Probabilités* (1937), 1, III; M. FRÉCHET, *Généralités sur les Probabilités*, 1er liv., Chap. I, p. 3-5.

quadratique

$$(5)\qquad \int_{-\infty}^{+\infty}(X_p - X_N)^2\,\Phi_p(X_p)\,dX_p = \frac{C^{p-1}}{p}\int_{-\infty}^{+\infty}(x - X_N)^2\,\varphi(x)\,dx.$$

Les équations (1), (2), (3), (4), de type (5), sont une source d'intégrations définies totales.

Si pour prendre un exemple connu $\varphi(x) = e^{-K^2x^2}$, en posant par symétrie $\Phi_p(X_p) = M\,e^{-N^2X_p^2}$, (2) donne alors $M(\sqrt{\pi}/N) = (\sqrt{\pi}/K)^p$ et (5)

$$M\frac{\sqrt{\pi}}{2N} = \frac{1}{p}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{K}\right)^{p-1}\frac{\sqrt{\pi}}{2K^3}, \qquad \text{d'où}\quad \Phi_p(X_p) = \left(\frac{\sqrt{\pi}}{K}\right)^{p-1}\sqrt{p}\,e^{-pK^2X_p^2}.$$

Les équations précitées donnent alors

$$(2)\ \text{intégrée}\qquad {}^{p}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-K^2\left[\sum_{i=1}^{p-1}x_i^2 + \left(pX_p - \sum_{i=1}^{p-1}x_i\right)^2\right]}\prod_{i=1}^{p-1}[dx_i]\,dX_p = \frac{1}{p}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{K}\right)^p,$$

$$(3)\qquad {}^{(q)}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-K^2\left[\sum_{i=1}^{q}p_ix_i^2 + \frac{\sum_{i=1}p_ix_i}{P - \sum_{i=1}^{q}p_i}\left(\sum_{i=1}^{q}p_ix_i - 2PX\right)\right]}\prod_{i=1}^{q}[dx^i] = \sqrt{\frac{P - \sum_{i=1}^{q}p_i}{P\prod_{i=1}^{q}p_i}}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{K}\right)^q e^{+\frac{P\prod_{i=1}^{q}p_i}{P - \sum_{i=1}^{q}p_i}K^2X^2}.$$

$$(4)\qquad {}^{(q+1)}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-K^2\left[\sum_{i=1}^{q}p_ix_i^2 - \frac{1}{P - \sum_{i=1}^{q}p_i}\left(PX - \sum_{i=1}^{q}p_ix_i\right)^2\right]}\prod_{i=1}^{q}[dx_i]\,dX = \frac{1}{P}\sqrt{\frac{P - \sum_{i=1}^{q}p_i}{\prod_{i=1}^{q}p_i}}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{K}\right)^{q+1}.$$

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Chaînes doubles de Markoff et fonctions aléatoires de deux variables.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soit, dans un plan, un quadrillage Q de côté τ. A chaque sommet $(h\tau, k\tau)$, associons une variable aléatoire $X_{h,k}$. Nous dirons que ces variables forment une *chaîne double de Markoff* si, pour toute ligne L composée de côtés de Q et divisant le plan en deux régions S et S′, quand on suppose connus les $X_{h,k}$ associés aux sommets de Q situés sur L, ceux qui correspondent à des points de S deviennent dans leur ensemble indépendants de ceux qui correspondent à des points de S′. Pour τ infiniment petit, L devenant une ligne continue quelconque, on définit de même un *processus stochastique double de Markoff*.

Considérons une chaîne double, à la fois laplacienne et stationnaire, donc

bien définie par les moments

$$E\{X_{h,k}X_{h',k'}\} = E_{p,q} \qquad (p = h' - h,\ q = k' - k).$$

Supposons tous les $\{E_{p,q}\}$ autres que $E_{0,0} = \sigma^2$ inférieurs à σ^2. Alors : *la condition nécessaire et suffisante pour que la chaîne considérée soit de Markoff est qu'il y ait entre les $E_{p,q}$ une relation de la forme*

$$(1) \qquad \begin{aligned} E_{p,q} = {} & \alpha(E_{p-1,q} + E_{p+1,q}) + \beta(E_{p,q-1} + E_{p,q+1}) \\ & + \gamma(E_{p-1,q-1} + E_{p+1,q+1}) + \delta(E_{p-1,q+1} + E_{p+1,q-1}) + \theta_{p,q}, \end{aligned}$$

où $\theta_{0,0} = c > 0$, tous les autres $\theta_{p,q}$ étant nuls. Si l'on pose alors

$$(2) \qquad f(x, y) = \Sigma E_{p,q} \exp[i(px + qy)],$$

cette série est convergente, sauf dans un cas dégénéré, et il vient

$$(3) \qquad f(x, y) = \frac{c}{\{1 - 2[\alpha \cos x + \beta \cos y + \gamma \cos(x + y) + \delta \cos(x - y)]\}},$$

$$(4) \qquad E_{p,q} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(x, y) \exp[-i(px + qy)]\, dx\, dy.$$

Il faut d'ailleurs imposer aux coefficients α, β, γ, δ la condition que $f(x, y)$ soit positif et borné. Ainsi, s'ils sont non négatifs, il faut et il suffit que leur somme soit $< 1/2$.

Ces résultats s'étendent aux chaînes multiples d'ordres quelconques, et aussi au cas où h est défini mod N et où k est défini mod N', de sorte qu'il n'y a que NN' variables $X_{h,k}$ distinctes. Alors, au lieu de la fonction $f(x, y)$, il faut introduire les NN' coefficients

$$(5) \qquad A_{h,k} = \Sigma E_{p,q} \exp\left[2\pi i\left(\frac{ph}{N} + \frac{qk}{N'}\right)\right] \qquad (p = 1, 2, \ldots, N;\ q = 1, 2, \ldots, N').$$

2. Cherchons maintenant, en faisant tendre τ vers zéro, à définir un processus double de Markoff. Si, par exemple,

$$\gamma = \delta = 0, \qquad \alpha = \beta, \qquad 1 - 4\alpha = \frac{\tau^2}{4},$$

si c est constant, et si $p\tau$ et $q\tau$ tendent vers des limites x et y, $E_{p,q}$ tend vers une limite $u(x, y)$ bien déterminée, solution de l'équation

$$\Delta u = \lambda u,$$

mais infinie à l'origine. En faisant tendre au contraire c vers zéro, de manière que $E_{0,0}$ reste égal à l'unité, on obtient une fonction limite $u(x, y)$ nulle en tout point autre que l'origine; on n'obtient donc qu'un processus dégénéré dans lequel chaque détermination de la f. al. $X(x, y)$ est absolument indépendante des autres.

En modifiant la relation entre α et τ, on peut obtenir une f. al. de la forme $\xi \cos\varphi + X_1(x, y) \sin\varphi$, X_1 étant du type précédent, et ξ une var. al.

indépendante des valeurs de X_1 ; φ est une constante, et le coefficient de corrélation entre les valeurs de $X(x, y)$ en deux points distincts est $\cos^2 \varphi$. En supposant, au contraire, $\beta = \gamma = \delta = 0$, $1 - 2\alpha = \tau^2$, on obtient un processus qui, en fonction de x seul, est de Markoff; si $y_1 \neq y_2$, $X(x, y_1)$ et $X(x, y_2)$ sont deux f. al. de x indépendantes l'une de l'autre. Dans tous les cas où l'on obtient ainsi une f. al. de x et y, laplacienne, stationnaire et de Markoff, la probabilité qu'elle soit continue à la fois en x et en y, est nulle. C'est un processus dégénéré.

Plus généralement, sans se borner aux processus laplaciens et stationnaires, on définit aisément deux types de processus de Markoff à deux (ou plus de deux) paramètres. Dans le premier, qui comprend tous les exemples qui précèdent, la corrélation entre les valeurs de la fonction en deux points voisins est trop faible pour assurer la continuité de cette fonction, sauf peut-être si l'on se déplace sur certaines courbes privilégiées. Dans le second, les déterminations possibles pour la fonction dépendent d'un nombre, fini ou non, de paramètres de telle manière que la donnée de cette fonction sur une ligne (ou surface) L la détermine entièrement (1). Ces deux types peuvent être considérés comme dégénérés, et *il semble qu'il n'en existe pas d'autre*. C'est une hypothèse que l'étude du mouvement brownien à plusieurs paramètres nous a déjà conduit à formuler sous une forme un peu moins précise (2).

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur une loi de probabilité* a priori *des paramètres d'une loi laplacienne*. Note de M. **Edgar Baticle**, présentée par M. Émile Borel.

Soit une variable aléatoire dépendant de la loi de Laplace $h/\sqrt{\pi} e^{-h^2(x-\alpha)^2}$ dont les paramètres sont α (valeur centrale) et h (module de précision). Si l'on se propose de rechercher la loi de probabilité du couple (α, h) à partir des résultats d'une série de mesures, on est amené à appliquer le théorème de Bayes et, pour cela, à se donner une loi de probabilité *a priori* du couple.

On a souvent fait l'hypothèse d'une répartition uniforme de chacun des paramètres (hypothèse $d\alpha dh$); mais elle a donné lieu à de nombreuses critiques.

On sait d'ailleurs que les statisticiens de l'École anglaise ont tenté de s'affranchir du théorème de Bayes, en se plaçant à un point de vue différent du précédent, celui de la recherche de la meilleure *estimation* des paramètres.

---

(1) Il existe d'ailleurs des processus pour lesquels cette condition cesse d'être vérifiée pour certaines lignes L, sur lesquelles X est indépendant d'un des paramètres. Alors la condition qui définit les processus de Markoff cesse aussi d'être vérifiée pour ces lignes.

(2) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 420-422. Voir aussi notre Communication au Congrès de l'A. F. A. S., Paris, octobre 1945.

Mais certains auteurs, étant donné le très grand intérêt de la connaissance de la loi de probabilité *a posteriori* des paramètres ont proposé d'autres lois de probabilité *a priori* que la loi $d\alpha\, dh$. En particulier M. Maurice Dumas [*Mémorial de l'Artillerie française*, 1937 et *Revue Scientifique*, 1er janvier 1947] a admis, tout en reconnaissant son caractère conventionnel, la loi $d\alpha\, dh/h$, et en a développé les conséquences en montrant qu'elles ne sont pas en contradiction avec les résultats de l'école anglaise.

Le but de la présente Note est de donner une justification de cette loi et de montrer qu'elle répond à l'idée que le choix *a priori* d'un couple (α, h) doit dépendre uniquement du hasard.

On sait que, étant donné deux axes rectangulaires Ox, $O\xi$, si l'on porte en abscisses les mesures x et en ordonnées ξ leur probabilité totale, l'axe des ξ ayant été, à cet effet, gradué suivant les valeurs de la fonction de probabilité totale réduite $(1/\sqrt{\pi})\int_{-\infty}^{\xi} e^{-\xi^2} d\xi$, les points (x, ξ) représentatifs des diverses valeurs de la variable aléatoire sont situés sur la droite $\xi = h(x-\alpha)$ (droite de Henry), où α peut varier de $-\infty$ à $+\infty$ et h de 0 à $+\infty$. Réciproquement, toute droite du plan ayant une telle équation est représentative d'une série de valeurs d'une variable aléatoire laplacienne, dépendant d'une loi de paramètres α et h.

Il en résulte qu'il est raisonnable d'adopter, comme loi de probabilité *a priori* des paramètres d'une loi de Laplace, la loi de probabilité d'une droite aléatoire du plan (x, ξ) compte tenu des conditions dans lesquelles une telle droite est construite.

Or, la graduation des ξ étant établie une fois pour toutes, il est clair que la loi de probabilité dont dépendent les paramètres α, h doit être la même quelle que soit l'échelle adoptée pour x (et par conséquent pour α), c'est-à-dire qu'une telle loi doit être invariante dans le groupe des dilatations suivant Ox.

Si l'on fait $x = \lambda x'$, $\alpha = \lambda\alpha'$, la droite devient $\xi = \lambda h(x'-\alpha')$. On voit que cette transformation revient à la transformation des paramètres $\alpha' = \alpha$; $h' = \lambda h$. La loi cherchée $\varphi(\alpha, h)\, d\alpha\, dh$ se transforme en $\varphi(\alpha' h')\lambda\, d\alpha\, dh$. On devra donc avoir $\varphi(\alpha, h) = \lambda\varphi(\alpha', h')$ ou $\varphi(\alpha, h) = \lambda\varphi(\alpha, \lambda h)$.

Par suite φ doit être indépendant de α, et l'on aura l'équation fonctionnelle $\varphi(h) = \lambda\,\varphi(\lambda h)$.

En y faisant $h = 1$, on tire $\varphi(1) = \lambda\,\varphi(\lambda)$. D'où, en revenant à la variable h, $\varphi(h) = A/h$, ce qui est bien la loi admise par M. Dumas.

Adoptant cette loi de probabilité *a priori* de α et de h, on aura, pour la probabilité *a posteriori*, d'après les n mesures effectuées $x_1, x_2, \ldots, x_n$,

$$\frac{h^{n-1} e^{-h^2\Phi}\, d\alpha\, dh}{\iint h^{n-1} e^{-h^2\Phi}\, d\alpha\, dh},$$

l'intégrale double étant étendue au domaine $-\infty < \alpha < +\infty$; $0 < h < +\infty$, et Φ représentant la forme quadratique $(x_1-\alpha)^2 + (x_2-\alpha)^2 + \ldots + (x_n-\alpha)^2$.

Les valeurs les plus probables de α et de h résultent des équations

$$\frac{n-1}{h} - 2h\Phi = 0; \qquad \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} = 0.$$

D'où

$$\alpha = \frac{1}{n}\Sigma x_i; \qquad \Phi = n\sigma'^2; \qquad h^2 = \frac{n-1}{n}\frac{1}{2\sigma'^2} \qquad \text{ou} \qquad \sigma^2 = \frac{n}{n-1}\sigma'^2,$$

en appelant σ' l'écart moyen quadratique empirique et σ l'écart moyen quadratique de la loi.

Ces valeurs de α et de σ, considérées couramment comme les *meilleures estimations*, apparaissent ainsi comme les valeurs *les plus probables*.

AÉRODYNAMIQUE. — *Dissipation de l'énergie en turbulence homogène.* Note [1] de M. **Pierre Casal**, présentée par M. Joseph Pérès.

Soit l'écoulement turbulent d'un fluide incompressible.

Hypothèses. — 1° Les composanses u_1, u_2, u_3 de la vitesse $\vec{u}(x_1, x_2, x_3, t)$ sont trois fonctions aléatoires des quatre paramètres x_1, x_2, x_3 et t, continues et dérivables en moyenne quadratique.

2° $\overline{u_i(x_1, x_2, x_3, t)\, u_j(x'_1, x'_2, x'_3, t)} = R_{ij}(y_1, y_2, y_3, t)$ [2] avec $y_i = x'_i - x_i$ $(i = 1, 2, 3)$

(Cette condition exprime l'homogénéité de la turbulence.)

Nous allons montrer que, dans ces conditions, *la valeur probable de la dissipation de l'énergie, par unité de volume et pendant l'unité de temps, est proportionnelle à la valeur probable du carré du module du vecteur tourbillon.*

En effet, la fonction du Lord Rayleigh, qui donne cette dissipation d'énergie, peut, pour un fluide incompressible, se mettre sous la forme

$$(1) \quad W = \mu\left[\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right)^2\right]$$
$$+ 4\mu\left[\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2}\frac{\partial u_2}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_3}\frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right) + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3}\frac{\partial u_3}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_1}\frac{\partial u_3}{\partial x_3}\right) + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\frac{\partial u_1}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_2}\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)\right].$$

Le premier crochet est égal au carré du module du vecteur tourbillon.

Nous allons montrer que chacune des parenthèses du second crochet a une espérance mathématique nulle :

La vitesse étant dérivable en moyenne quadratique, on montre facilement que

$$(2) \qquad \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_\alpha}\frac{\partial u_j}{\partial x_\beta}} = -\left(\frac{\partial^2 R_{ij}}{\partial y_\alpha\, \partial y_\beta}\right)_{y=0}$$

---

[1] Séance du 22 décembre 1947.

[2] $\overline{f}$ = espérance mathématique ou valeur probable de f.

quels que soient i, j, α et β, et que par conséquent

$$\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_\alpha}\frac{\partial u_j}{\partial x_\beta}} = \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_\beta}\frac{\partial u_j}{\partial x_\alpha}}. \tag{3}$$

C. Q. F. D.

En prenant les valeurs probables des deux membres de (1), il reste donc

$$\overline{W} = \mu\bar{\xi}^2. \tag{4}$$

Cette égalité est vérifiée pour tout élément fluide et non pas seulement, comme il est bien connu, pour l'ensemble d'un fluide (turbulent ou non) limité par des parois solides fixes : on sait, en effet, que dans ce cas particulier

$$\iiint_D W\,dx\,dy\,dz = \iiint_D \mu\xi^2\,dx\,dy\,dz,$$

les autres termes se transformant en intégrales de surface, nulles en raison de l'adhérence aux parois.

L'égalité (4) s'applique en particulier à la turbulence homogène et isotrope étudiée par G. I. Taylor ([3]). Taylor pose, en prenant des *valeurs moyennes temporelles*,

$$\mathfrak{M}\,W = 15\mu\frac{\mathfrak{M}\,u^2}{\lambda^2}. \tag{5}$$

En admettant vérifié un principe ergodique qui nous permette d'égaler les valeurs moyennes temporelles et les valeurs probables et qui justifie du même coup l'introduction du calcul des probabilités dans le problème de la turbulence, nous voyons que

$$\lambda^2 = 15\frac{\overline{u^2}}{\bar{\xi}^2}. \tag{6}$$

Ce coefficient λ, qui a les dimensions d'une longueur, prend alors un sens physique précis en fonction de la vitesse et du tourbillon, alors que Taylor en dit seulement « qu'il peut être regardé comme une mesure du diamètre des plus petits tourbillons provoquant la dissipation de l'énergie ».

On sait que Taylor ([4]), en décomposant l'énergie cinétique de la vitesse de fluctuation en une somme d'énergie dues à des vitesses de fluctuation de fréquences n, définit le spectre de la turbulence isotrope comme étant la fonction de répartition de cette énergie suivant les fréquences et démontre que

$$\lambda = \frac{\sqrt{\overline{u^2}}}{2\pi n_0},$$

n_0 étant la valeur moyenne quadratique de la fréquence.

([3]) *Proc. Roy. Soc.*, **151**, 1935, p. 421.

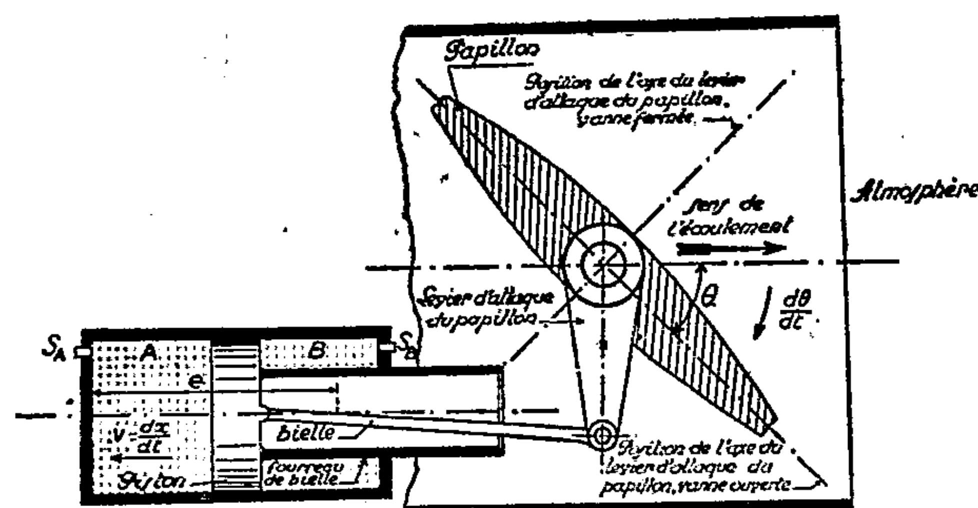
([4]) *Proc. Roy. Soc.*, London, série A, 1938, p. 476.

Nous pouvons dire, par conséquent, que la dissipation par unité de volume est la même que pour un mouvement fictif où la vitesse de fluctuation serait périodique, de période $T = 1/2\pi n_0$, l'amplitude étant égale à $\sqrt{2\overline{u^2}}$; ce qui ne correspond *a priori* à aucune affirmation d'existence des *petits tourbillons* responsables de la dissipation.

Cette dernière remarque, jointe à l'égalité (6), nous montre, n_0 étant proportionnel à $\sqrt{\overline{\xi^2}}$, le rôle que peut jouer l'étude du tourbillon dans le spectre de la turbulence.

HYDRAULIQUE. — *Fermeture d'une vanne papillon* (1) *actionnée par un servo-moteur*. Note (2) de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Considérons une vanne papillon, placée à l'extrémité aval d'une conduite forcée et débitant librement dans l'atmosphère, sans contre-pression aval. Nous avons étudié, dans une Note antérieure (1), la surpression qui prendrait naissance, dans le cas où, par suite d'une rupture des organes de commande, la vanne se fermerait spontanément sous l'action du couple hydraulique qui s'exerce sur la lentille. Nous traitons dans la présente Note le problème de la fermeture normale de la vanne, sous l'action d'un servo-moteur, sous la forme où il nous a été posé par les établissements Schneider (*figure*).



Soient à l'instant t, θ, l'angle de position de la lentille et x l'abscisse correspondante d'un point déterminé du piston du servo-moteur, $v = dx/dt$ sa vitesse, $[(\alpha_A/\omega_A)v^2]$ et $[(\alpha_B/\omega_B)v^2]$ les pertes de charge dues au passage de l'huile dans les orifices S_A et S_B, F_0 la force constante et connue nécessaire pour vaincre les frottements, dans la manœuvre à vide du piston et de la vanne, ω_A et ω_B les surfaces du piston soumises à l'action de la pression de l'huile, dans les chambres respectives A et B, P_0 la pression de l'huile avant son passage dans l'orifice

(1) *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 476-479.

(2) Séance du 22 décembre 1947.

d'admission S_B, m_1 la masse du piston et de sa tige, m_2 celle de la bielle qui, en raison de sa faible inclinaison sur Ox, peut être considérée au point de vue des efforts d'inertie, comme animée de la vitesse v parallèle à Ox, K le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation de l'ensemble des parties tournantes, y la pression dans la conduite au droit de la lentille, y_0 la pression à l'arrêt, P_0 la perte de charge dans le régime permanent initial de débit q_0, $y'_0 = y_0 - P_0$ la valeur correspondante de y, q le débit défini par $y = q^2\lambda(\theta)$, λ étant une fonction déterminée sur modèle réduit; $F = y\sigma(x)$ la force transmise au piston par le couple résultant C_r, obtenu en retranchant le couple de frottement C_f du couple hydraulique de fermeture $C = yf(\theta)$ agissant sur la lentille [les fonctions $\sigma(x)$ et $f(\theta)$ dont l'allure est donnée par les résultats de M. Gaden ([3]), peuvent être déterminées, dans chaque cas, par des expériences sur modèles réduits], L, S la longueur de la section de la conduite, a, la vitesse de propagation des ondes, $\mu = 2L/a$ la durée d'un aller et retour d'onde d'un bout à l'autre de la conduite.

1° *Méthode de calcul tenant compte de l'inertie.* — En écrivant l'équilibre dynamique du piston, on obtient l'équation aux différences finies :

$$(1) \qquad \Delta v = \frac{p_0\omega_B - F_0 - \left(\alpha_A + \alpha_B + K\dfrac{d\theta}{dx}\dfrac{d^2\theta}{dx^2}\right)v^2 + y\sigma(x)}{m_1 + m_2 + K\left(\dfrac{d\theta}{dx}\right)^2}\Delta t.$$

On partage le temps en une série d'intervalles Δt égaux à μ, si la conduite est courte, ou, sinon à un sous-multiple de μ. On considère le $n^{\text{ième}}$ intervalle Δt : soient x_{n-1}, y_{n-1}, v_{n-1} les valeurs, supposées connues de x, y, v, à l'instant t_{n-1}, début de l'intervalle Δt considéré. Pendant l'intervalle Δt, v varie de Δv, donnée par l'équation (1), dans laquelle on remplace x, y, v par x_{n-1}, y_{n-1}, v_{n-1}, en prenant les valeurs de $d\theta/dx$ et $d^2\theta/dx^2$ correspondant à $x = x_{n-1}$. On obtient alors les valeurs : $v_n = v_{n-1} + \Delta v$ et $x_n = x_{n-1} + (v_{n-1} + \Delta v/2)\Delta t$ de v et de x, à l'instant $t_n = t_{n-1} + \Delta t$ et, par suite θ_n.

On remarque alors que le point de fonctionnement (q_n, ξ_n) relatif à l'instant t_n et à l'extrémité aval de la conduite, dans le diagramme classique en (q, ξ) de la méthode tenant compte des pertes de charge doit se trouver :

a. sur la parabole $y_0 + \xi = q_2\lambda(\theta_n)$ qui est entièrement déterminée;

b. sur la parabole déformée des pertes de charge Γ, reposant sur la droite φ qui rencontre, sur l'axe des abscisses, la droite Φ passant par le point associé, dans le diagramme Bergeron, au point de fonctionnement relatif à l'instant $t_n - \mu$, et donc à l'intersection de ces deux lieux.

On connaît donc v_n, $y_n = y_0 + \xi_n$, q_n, θ_n, x_n, et il suffit d'opérer ainsi, de

([3]) *Schweizer Bauzeitung*, 21 et 28 mai, 4 juin 1938.

proche en proche, depuis l'instant zéro pour lequel $x = 0$, $y = y'_0$, jusqu'à l'instant final qui correspond à $x = e$, course totale du piston.

2° *Variante applicable lorsque l'inertie est négligeable.* — Généralement la lenteur du mouvement rend négligeable les termes d'inertie. La méthode reste calquée sur la précédente, dans ses grandes lignes : toutefois, l'équation (I) est remplacée par la suivante :

$$v = \sqrt{\frac{y\sigma(x) + p_0\omega_B - F_0}{\alpha_A + \alpha_B}}. \tag{II}$$

Partant de x_{n-1} et y_{n-1} supposés connus, on calcule v_{n-1} au moyen de (II) et l'on en déduit

$$\Delta x = v_{n-1}\Delta t \qquad \text{et} \qquad x_n = x_{n-1} + \Delta x.$$

A cette variante près, le calcul s'effectue comme dans le cas précédent.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Approximation de l'optique géométrique en théorie du corpuscule de spin* 1. Note de M. **Bernard Kwal.**

La méthode d'approximations successives (méthode B. K. W.) a été employée avec succès par W. Pauli (¹) pour étudier l'équation de Dirac, et, elle se laisse transposer sans difficultés à la théorie du corpuscule de spin 1. Écrivons, à cette fin, les équations de L. de Broglie-Proca de la manière suivante :

$$(1)\quad \begin{cases} (a)\quad D_k H^{kl} = mcA^l, & (c)\quad D_{[k}H_{lm]} = \dfrac{e}{mc^2}A_{[k}\mathcal{H}_{lm]}, \\ (b)\quad D_k A^k = \dfrac{e}{2mc^2}\left(\dfrac{\hbar}{i}\right)\mathcal{H}_{kl}H^{kl}, & (d)\quad D_k A_l - D_l A_k = mcH_{kl}, \end{cases}$$

en posant

$$D_k = \frac{\hbar}{i}\partial_k + \frac{e}{c}\mathcal{A}_k. \tag{2}$$

Pour appliquer la méthode B. K. W., nous allons développer les grandeurs H^{kl} en A^l en séries des puissances de $(\hbar/i)$:

$$H^{kl} = h^{kl}e^{\frac{i}{\hbar}S}, \qquad A^l = a^l e^{\frac{i}{\hbar}S}, \tag{3}$$

$$(4)\quad \begin{cases} h^{kl} = h_0^{kl} + \left(\dfrac{\hbar}{i}\right)h_1^{kl} + \left(\dfrac{\hbar}{i}\right)^2 h_2^{kl} + \ldots, \\ a^l = a_0^l + \left(\dfrac{\hbar}{i}\right)a_1^l + \left(\dfrac{\hbar}{i}\right)^2 a_2^l + \ldots. \end{cases}$$

(¹) *Helvetica Physica Acta*, 5, 1932, p. 179.

On obtient ainsi, en approximation zéro :

$$(5)\quad \begin{cases} a.\ \left(\partial_k S + \frac{e}{c}\mathfrak{A}_k\right) h_0^{kl} = mc a_0^l, & c.\ \left(\partial_{[k} S + \frac{e}{c}\mathfrak{A}_{[k}\right) h_{lm]}^0 = 0; \\ b.\ \left(\partial_k S + \frac{e}{c}\mathfrak{A}_k\right) a_0^k = 0, & d.\ \left(\partial_k S + \frac{e}{c}\mathfrak{A}_k\right) a_l^0 - \left(\partial_l S + \frac{e}{c}\mathfrak{A}_l\right) a_0^k = mc h_{kl}^0; \end{cases}$$

et, en première approximation :

$$(6)\quad \begin{cases} a.\ \left(\partial_k S + \frac{e}{c}\mathfrak{A}_k\right) h_1^{kl} - mc a_1^l = -\partial_k h_0^{kl}; \\ b.\ \left(\partial_k S + \frac{e}{c}\mathfrak{A}_k\right) a_1^k = \frac{e}{2mc}\mathcal{H}_{kl} h_0^{kl} + \partial_k a_0^k; \\ c.\ \left(\partial_{[k} S + \frac{e}{c}\mathfrak{A}_{[k}\right) h_{lm]}^1 = \frac{e}{2mc} h_{[k}^0 \mathcal{H}_{lm]} - \partial_{[k} h_{lm]}^0; \\ d.\ \left(\partial_k S + \frac{e}{c}\mathfrak{A}_k\right) a_l^1 - \left(\partial_l S + \frac{e}{c}\mathfrak{A}_l\right) a_k^1 - mc h_{kl}^1 = -(\partial_k a_l^0 - \partial_l a_k^0). \end{cases}$$

On vérifie aisément que les équations ($5b$), ($5c$), ($6b$) et ($6c$) sont la consé quence des équations ($5a$), ($5d$), ($6a$) et ($6d$), respectivement.

Le système comprenant ($4a$) et ($4d$), étant linéaire et homogène, la condition d'existence des solutions en h_0^{kl} et a_0^l est que son déterminant s'annule. On arrive ainsi à l'équation

$$(7)\qquad \sum_{k=1}^{4}\left(\partial_k S + \frac{e}{c}\mathfrak{A}_k\right)^2 = m^2 c^2$$

qui est l'équation de Hamilton-Jacobi de la mécanique relativiste classique, relative à un point matériel de masse m et de charge e.

Quant aux équations ($6a$) et ($6d$), ce sont des équations linéaires avec un second membre. Pour que ces équations soient résolubles, il faut que ce second membre soit orthogonal, par rapport aux solutions des équations adjointes aux équations ($5a$) et ($5d$).

Autrement dit, on doit avoir

$$(8)\qquad a_k^{*0}\,\partial_l h_0^{kl} + \frac{1}{2} h_0^{kl}(\partial_k a_l^0 - \partial_l a_k^0) = 0,$$

équation qui entraîne la suivante

$$(8')\qquad \partial_k(a_l^{*0} h_0^{lk} + h_0^{*kl} a_l^0) = 0,$$

qui n'est autre que l'équation de continuité, relative au quadrivecteur *courant* de la théorie du corpuscule de spin 1.

Si à la place des équations (1), on prend des équations modifiées par Corben et Schwinger ([2]), rien ne sera changé en approximation zéro. Mais, en pre-

([2]) *Phys. Rev.*, 58, 1940, p. 953.

mière approximation une modification apparaîtra. En particulier, l'équation de continuité fera intervenir à côté du quadrivecteur courant, précédemment défini, un courant de polarisation, dû au moment magnétique supplémentaire γ.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la représentation d'un corpuscule de spin* 1 *à masses multiples.* Note de M. **Robert Potier.**

Les résultats expérimentaux récents concernant le méson attirent l'attention sur l'intérêt que pourrait présenter une représentation analytique du corpuscule de spin 1 à masses multiples. L'objet de la présente Note est de définir une telle représentation.

Nous référant aux résultats et employant les notations de notre Note précédente (1), nous pouvons écrire le système (S) d'équations aux dérivées partielles

$$\begin{aligned}
\frac{m_+^2}{2}\psi_{+00}^{11} &= -\partial_{2'}(\psi_{01}^{02}-\psi_{10}^{20})-\partial_1\psi_{00}^{02}+\partial_{1'}\psi_{00}^{20}-\partial_{2'}\psi_{+}^{00},\\
\frac{m_+^2}{2}\psi_{+01}^{11} &= -\partial_{2'}\psi_{02}^{02}-\partial_1(\psi_{01}^{02}+\psi_{10}^{20})+\partial_2\psi_{00}^{20}+\partial_1\psi_{+}^{00},\\
\frac{m_+^2}{2}\psi_{+10}^{11} &= \partial_{2'}\psi_{20}^{20}+\partial_{1'}(\psi_{01}^{02}+\psi_{10}^{20})-\partial_2\psi_{00}^{02}+\partial_{1'}\psi_{+}^{00},\\
\frac{m_+^2}{2}\psi_{+11}^{11} &= \partial_{1'}\psi_{02}^{02}-\partial_1\psi_{20}^{20}-\partial_2(\psi_{01}^{02}-\psi_{10}^{20})+\partial_2\psi_{+}^{00};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{m_-^2}{2}\psi_{-00}^{11} &= -\partial_{2'}(\psi_{01}^{02}+\psi_{10}^{20})-\partial_1\psi_{00}^{02}-\partial_{1'}\psi_{00}^{20}-\partial_{2'}\psi_{-}^{00},\\
\frac{m_-^2}{2}\psi_{-01}^{11} &= -\partial_{2'}\psi_{02}^{02}-\partial_1(\psi_{01}^{02}-\psi_{10}^{20})-\partial_2\psi_{00}^{20}+\partial_1\psi_{-}^{00},\\
\frac{m_-^2}{2}\psi_{-10}^{11} &= -\partial_{2'}\psi_{20}^{20}+\partial_{1'}(\psi_{01}^{02}-\psi_{10}^{20})-\partial_2\psi_{00}^{02}+\partial_{1'}\psi_{-}^{00},\\
\frac{m_-^2}{2}\psi_{-11}^{11} &= \partial_{1'}\psi_{02}^{02}+\partial_1\psi_{20}^{20}-\partial_2(\psi_{01}^{02}+\psi_{10}^{20})+\partial_2\psi_{-}^{00};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-\frac{M_+^2}{2m_+}\psi_{+}^{00} &= -\partial_{2'}\psi_{+11}^{11}-\partial_1\psi_{+10}^{11}-\partial_{1'}\psi_{+01}^{11}+\partial_2\psi_{+00}^{11},\\
-\frac{M_-^2}{2m_+}\psi_{-}^{00} &= -\partial_{2'}\psi_{-11}^{11}-\partial_1\psi_{-10}^{11}-\partial_{1'}\psi_{-01}^{11}+\partial_2\psi_{-00}^{11}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{00}^{02} &= -\partial_{2'}(\psi_{+10}^{11}+\psi_{-10}^{11})-\partial_{1'}(\psi_{+00}^{11}+\psi_{-00}^{11}),\\
2\psi_{01}^{02} &= -\partial_{2'}(\psi_{+11}^{11}+\psi_{-11}^{11})+\partial_1(\psi_{+10}^{11}+\psi_{-10}^{11})\\
&\quad -\partial_{1'}(\psi_{+01}^{11}+\psi_{-01}^{11})-\partial_2(\psi_{+00}^{11}+\psi_{-00}^{11}),\\
\psi_{02}^{02} &= \partial_1(\psi_{+11}^{11}+\psi_{-11}^{11})-\partial_2(\psi_{+01}^{11}+\psi_{-01}^{11}),\\
\psi_{00}^{20} &= -\partial_{2'}(-\psi_{+01}^{11}+\psi_{-01}^{11})-\partial_1(-\psi_{+00}^{11}+\psi_{-00}^{11}),\\
2\psi_{10}^{20} &= -\partial_{2'}(-\psi_{+11}^{11}+\psi_{-11}^{11})+\partial_{1'}(-\psi_{+01}^{11}+\psi_{-01}^{11})\\
&\quad -\partial_1(-\psi_{+10}^{11}+\psi_{-10}^{11})-\partial_2(-\psi_{+00}^{11}+\psi_{-00}^{11}),\\
\psi_{20}^{20} &= \partial_{1'}(-\psi_{+11}^{11}+\psi_{-11}^{11})-\partial_2(-\psi_{+10}^{11}+\psi_{-10}^{11})
\end{aligned}$$

---

(1) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 638-640.

avec $c=1$, $h=1$, $\partial/\partial x^i=\partial_i$, $\psi_{\mp}^{(11)}$ représentant un vecteur et un pseudo-vecteur, $\psi^{(02)}$ un tenseur antisymétrique de rang 2 et $\psi_{\mp}^{00}$ un scalaire et un pseudo-scalaire.

Le système (S) jouit des principales propriétés suivantes :

1. Il est de forme invariante relativement à toute transformation de Lorentz directe ou inverse du repère.

2. Il ne peut être décomposé en deux ou plusieurs sous-systèmes indépendants les uns des autres.

3. C'est un système de 16 équations aux dérivées partielles du premier ordre, à 16 fonctions inconnues. On peut le mettre sous la forme canonique :

$$(S') : -i\frac{\partial\psi}{\partial t}=H\psi.$$

Les expressions des $\partial\psi/\partial t$ se calculent aisément, et il n'y a pas d'équations de condition.

4. Dans les équations (S), on peut remplacer ∂_i par $\partial_i+i\varepsilon V_i$, V_i étant un champ vectoriel, sans que (S) cesse d'avoir des solutions.

Les équations (S) peuvent exprimer l'action du champ électromagnétique macroscopique sur le corpuscule.

5. Le vecteur courant est donné par les formules générales de nos Notes précédentes ([2]). Il est choisi tel que sa divergence d'espace-temps soit nulle. Un formalisme quantique est, dès lors défini. Eu égard à ce formalisme, l'opérateur H de (S') est hermitien.

6. On montre aisément que le corpuscule représenté par (S) admet 4 cas purs de masse, les valeurs correspondantes de la masse étant : m_+ : m_- ; M_+ ; M_-.

Il convient, cependant, de remarquer que m_+ et m_- jouent le rôle le plus essentiel, et qu'il est possible de prendre $M_+=m_+$, $M_-=m_-$, ce qui permet de ramener le nombre des masses à deux si on le désire.

L'existence du système (S) et ses propriétés ouvrent la possibilité d'une tentative d'explication du phénomène de double méson. En effet, les phénomènes d'ionisation provoqués par le méson réagissent sur lui par un champ électromagnétique de freinage, qu'on peut introduire dans les équations (S).

Si le corpuscule est, initialement, dans un cas pur de masse, m_+ par exemple (supposons $m_+>m_-$ pour fixer les idées), ce champ peut faire apparaître une probabilité de transition vers les états de masse m_-. Si une telle transition s'opère, elle respecte le principe de conservation de l'énergie, conséquence du formalisme quantique lui-même. Par contre, il ne peut y avoir conservation de la quantité de mouvement : le changement de masse à énergie presque invariable s'y oppose. Il n'est donc pas *a priori* indispensable d'imaginer l'émission d'un photon, ou d'un ou deux neutrinos, au moment du passage du méson d'un état à l'autre.

([2]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 638 et 855-857.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Les étoiles doubles de faible éclat.* Note (1) de M. **Robert Jonckheere**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Pendant plus d'un siècle les astronomes ont pensé que les étoiles doubles de faible éclat apparent étaient peu intéressantes. Dans les ouvrages spéciaux on lit couramment qu'il ne faut pas s'attendre à ce qu'une étoile double de 9e magnitude, et de 2″ de séparation, change perceptiblement de position en un siècle. On conseille, à moins de cas exceptionnels, de ne pas observer les couples faibles, et de se contenter de remesurer les étoiles plus brillantes déjà cataloguées.

Ces idées ont fait, et font encore, beaucoup de tort aux progrès de l'Astronomie. Elles ont retardé d'un demi-siècle la découverte des couples de petites masses dont seuls quelques rares exemples furent observés, presque accidentellement.

Cet état de choses est venu de la connaissance des relations entre les mouvements propres, les magnitudes et les distances des étoiles.

D'après les meilleures déterminations, les étoiles de 10e magnitude n'ont plus, en général, qu'une parallaxe de 0″,0027. On en a conclu, dès lors, que pour une étoile double de cet éclat, et de 3″ de séparation, la distance réelle entre les composantes devait être, en moyenne, 1100 fois la distance Soleil-Terre. Ce qui, pour une masse égale à celle de notre système, donne une période de révolution de 36500 ans !

Il y a dans ce raisonnement une erreur fondamentale : c'est de supposer les étoiles doubles visuelles à la même distance que les autres étoiles. Or, pour qu'une étoile apparaisse double, il faut que celle-ci ne soit pas trop éloignée. Collectivement, ces étoiles sont donc plus près de nous.

Les étoiles doubles n'ont pas, en effet, dans leur ensemble, n'importe quelles orbites : elles ont une préférence marquée pour les petites orbites. Leur nombre est inversement proportionnel à leurs séparations, et cela, quelles que soient leurs magnitudes.

Si donc leur parallaxe moyenne variait avec leur éclat apparent, comme pour les étoiles en général, nous devrions trouver pour les couples de moins de 5″, et de magnitudes entre 6,6 et 7,0, une séparation moyenne apparente double de celle des couples compris entre les magnitudes 8,6 et 9,0 : puisque les parallaxes passent alors, pour les étoiles en général, de 0″,0090 à 0″,0040. Or, les deux groupes ont exactement la même séparation moyenne 1″,68.

N'est-il pas plus naturel de penser que ces deux groupes sont à la même distance de nous, plutôt que d'attribuer au second des orbites très différentes ayant des grand-axes doubles des autres ?

(1) Séance du 22 décembre 1947.

Nous avons toujours cru que l'anomalie provenait simplement du grand nombre des étoiles naines, mais la preuve restait à faire. Nous avons dû d'abord récolter beaucoup de couples nouveaux : nos recherches nous en ont fourni 3250 que depuis deux ans nous commençons à remesurer ([2]). Un recul de 30 ans sur nos premières observations nous permet de déceler, dès maintenant, les couples en mouvement.

Des mesures faites à Marseille et à Strasbourg montrent que 22 % de ces étoiles faibles sont des binaires à changements appréciables. Elles comprennent des couples de 10e et 12e magnitude ayant décrit des arcs allant jusqu'à 100°. C'est un pourcentage très élevé si on le compare à celui fourni par les catalogues précédents d'étoiles doubles plus brillantes. Burnham trouva 11 % pour ses étoiles, après 25 ans.

Ayant montré que les couples serrés de faible éclat ne sont certainement pas aussi éloignés qu'on le pensait, il restait à voir l'importance du décalage de ces étoiles sur les étoiles en général. Voici un tableau utilisant les 2522 parallaxes données par Russell : *m* les magnitudes, ** le nombre de couples, π^{**} leurs parallaxes moyennes, π^{*} les parallaxes correspondantes de Seares pour les étoiles en général.

m.	**.	π^{**}.	π^{*}.	$\pi^{**}-\pi^{*}$.
1,0 à 1,9	7	0",0210	0",0670	−460
2,0 2,9	19	0,0229	0,0450	−221
3,0 3,9	47	0,0271	0,0300	− 29
4,0 4,9	104	0,0234	0,0210	+ 24
5,0 5,9	247	0,0195	0,0150	+ 45
6,0 6,9	506	0,0129	0,0100	+ 29
7,0 7,9	686	0,0126	0,0066	+ 60
8,0 9+	906	0,0132	0,0045	+ 87

La dernière colonne montre que ce décalage est énorme. Il serait plus grand encore si π^{*} ne contenait pas aussi les étoiles doubles. Les premiers groupes ne comprenant que peu de couples sont plus fortement influencés par quelques très grandes parallaxes exceptionnelles.

Nous pouvons conclure : *Les parallaxes moyennes des binaires visuelles varient remarquablement peu.*

Les étoiles binaires télescopiques sont en général dans une couche peu épaisse située entre 75 et 80 parsecs.

Leurs magnitudes apparentes sont donc en corrélation étroite avec leurs magnitudes réelles, et nullement un critère de leur éloignement.

Les couples serrés de faible éclat nous fourniront ainsi tout un nouveau champ d'études d'étoiles de petites masses.

([2]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 680.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur la probabilité d'une réaction nucléaire.* Note (¹) de M. **Évry Schatzmann.**

L'ensemble des résultats présentés dans les Notes précédentes permet de tirer des conclusions relativement à la réaction



$$(1) \qquad {}^{1}\mathrm{H} + {}^{1}\mathrm{H} = {}^{2}\mathrm{D} + e^{+}.$$

La littérature scientifique contient de nombreuses discussions de cette réaction. En effet cette réaction n'est connue que théoriquement, la section de choc est extrêmement petite (10^{-50} cm^2), même si l'on suppose la transition permise au sens des règles de sélection. Seule l'Astrophysique est en mesure de donner une évidence *expérimentale* quelconque au sujet de cette réaction. La difficulté était la suivante. Les résultats d'observation des naines blanches semblaient indiquer pour des étoiles telles que Sirius B ou Van Maanen 2 d'épaisses couches d'hydrogène. Le débit d'énergie dû seulement à la réaction (1) aurait été dans ces étoiles plusieurs centaines de millions de fois supérieur à celui observé. Nous avions cru possible [2] d'échapper à la difficulté en supposant la réaction (1) interdite, et en faisant intervenir les réactions du cycle de Bethe. Mais les résultats annoncés dans une Note antérieure [3] sur l'accélération des réactions thermonucléaires aux grandes densités infirment à eux seuls une telle possibilité et entraînent *nécessairement* l'existence d'une couche d'hydrogène très mince dans les naines blanches. Dès lors, il était nécessaire de reconsidérer la valeur des résultats de Kuiper [4]. Il devenait évident que leur précision n'était pas telle qu'il soit possible de conclure avec certitude de l'observation à l'existence d'une épaisse couche d'hydrogène. Il était donc possible d'essayer d'envisager ce que devenait la théorie du débit d'énergie des naines blanches quand on supposait la réaction (1) permise.

Le calcul, fait pour 40 Eridani B et Van Maanen 2, se montre tout à fait en accord avec les données d'observation et, pour cette dernière étoile, explique de façon tout à fait correcte l'ensemble des faits connus.

Le calcul du débit d'énergie, fait en utilisant les résultats déjà donnés pour la répartition des températures dans la couche d'hydrogène [2], donne

$$(2) \qquad \mathrm{L} = [2,412] \quad \mathrm{R}^{*-\frac{17}{12}} \quad \mathrm{M}^{*-\frac{41}{12}} \left(\frac{\Delta \mathrm{R}}{\mathrm{R}}\right)^{\frac{41}{12}} e^{-1,083\left(\frac{\mathrm{R}^*}{\mathrm{M}^*}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{\Delta \mathrm{R}}{\mathrm{R}}\right)^{-\frac{1}{3}}},$$

où $\Delta R/R$ est l'épaisseur de la couche d'hydrogène (hydrogène non dégénéré)

(¹) Séance du 3 novembre 1947.

(²) *Annales d'Astrophysique*, 8, 1945, p. 143.

(³) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 867.

(⁴) *Actualités scientifiques*, 897. (Naines blanches.)

et L^*, M^*, R^* exprimés en unités de soleil. Pour 40 Eridani B, on obtient

$$\frac{\Delta R}{R} = 0,156, \tag{3}$$

ce qui correspond à un accroissement de rayon de l'étoile par comparaison avec l'étoile *pure* (²) de

$$\frac{\delta R}{R} = 0,125, \tag{4}$$

ce qui est en accord convenable avec la valeur $\delta R/R = 0,08$ déterminée graphiquement pour un $\mu_e = 2,06$.

Pour Van Maanen 2 on obtient les résultats rassemblés ci-dessous :

Apparition de la dégénérescence à une profondeur......... $\frac{\Delta R}{R} = 0,0036$

Épaisseur de la couche d'hydrogène donnée par (2)......... $\frac{\Delta R}{R} = 0,0067$

» » mixte............................ $h = 0,0113$

Il est alors possible d'interpréter Van Maanen 2 de la façon suivante :

1° Il n'est pas légitime d'assimiler la couche mixte à une surface sans épaisseur.

2° La couche d'hydrogène pur est très mince et l'hydrogène qui se trouve dans la couche de mélange participe par la réaction (1) au débit d'énergie.

3° La concentration en éléments lourds à la surface d'apparition de la dégénérescence est importante.

4° La zone convective d'Unsöld transporte les éléments lourds jusqu'à la surface et rend possible leur apparition dans le spectre.

Cette interprétation s'accorde à la fois avec le débit d'énergie observé pour Van Maanen 2 et avec la présence de raies du calcium Ca^+ dans le spectre.

On voit donc que l'explication du débit d'énergie de certaines blanches par la réaction (1) supposée permise accroît l'accord avec l'observation.

Nous pouvons dire en conclusion qu'il n'y a sans doute plus aucune contradiction entre la théorie des réactions nucléaires et l'Astrophysique.

ANALYSE DIMENSIONNELLE. — *Sur le système électromagnétique d'unités.* Note de M. **Émile Brylinski.**

Les unités du système électromagnétique sont généralement dérivées de l'unité de masse magnétique donnée par la loi magnétique de Coulomb. Comme il n'y a pas de masses magnétiques dans la réalité, cette base est peu satisfaisante et il semblerait préférable de raisonner de la manière suivante.

Considérons deux conducteurs rectilignes indéfinis parallèles, de section droite circulaire négligeable, placés dans le vide de perméabilité magnétique μ_0 à une distance r l'un de l'autre et parcourus par un même courant constant i.

La force exercée par l'un des conducteurs sur une longueur l de l'autre aura pour expression

$$f = 2\mu_0 i^2 \frac{l}{r}.$$

Convenons de prendre toujours l égale à r, quelle que soit r, et de faire μ_0 égal à 1 pour nous placer dans le système électromagnétique ; la formule se réduit à

$$f = 2i^2.$$

Si donc nous employons le système C. G. S., l'unité I_M de courant électrique sera le courant pour lequel la force exercée dans les conditions indiquées précédemment sera égale à 2 dynes.

De la comparaison de ce résultat avec la définition de l'ampère donnée en 1946 par le Comité international des Poids et Mesures, d'après laquelle la force exercée par 1 ampère est égale à

$$2.10^{-7}\ \text{U. M. K. S.} = 2.10^{-2}\ \text{dyne},$$

il ressort que I_M est égale à 10 ampères, ce qui concorde avec la définition originelle de l'ampère. De I_M et des unités mécaniques, on peut dériver toutes les unités E. M. C. G. S. comme le montre le tableau suivant :

Unités.	Définition.	Valeurs en unités pratiques
Charge électrique Q_M	I_M-seconde	10 coulombs
Potentiel » V_M	erg par Q_M	10^{-8} volt
Résistance » R_M	V_M par I_M	10^{-9} ohm
Capacité » C_M	Q_M par V_M	10^9 farad
Inductance propre ou mutuelle	R_M-seconde	10^{-9} henry
Maxwell	V_M-seconde	10^{-8} weber
Gauss	Maxwell par centimètre carré	10^{-4} myriagauss
Gilbert	I_M	10 décigilberts
Œrsted	Gilbert par centimètre	10^3 milliœrsteds
Perméabilité magnétique	Gauss par œrsted	10^{-7}

CHALEUR. — *L'influence des conditions aux limites longitudinales sur la propagation des déflagrations dans les tubes cylindriques lisses.* Note [1] de MM. **Henri Guenoche**, **Numa Manson** et **Georges Monnot**, présentée par M. Gustave Ribaud.

D'après la théorie des ondes de choc et de combustion, le régime de propagation d'une déflagration [2] dépend des conditions aux limites amont et aval.

---

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) E. Jouguet, *La Mécanique des explosifs*, Paris, 1947; N. Manson, *La propagation des détonations et des déflagrations dans les mélanges gazeux*, Ed. Institut du Pétrole et O.N.E.R.A., Paris, 1947.

Une modification apportée à l'une de ces conditions, ou aux deux, a donc pour effet de modifier la propagation de la flamme.

L'objet de la présente Note est d'examiner le mécanisme de l'influence de certaines de ces conditions aux limites.

On sait que ([2]) dès l'inflammation, la déflagration est précédée d'une chasse préalable, perturbation dont la tête progresse avec la célérité du son dans les gaz frais. En admettant, d'une part, que le mélange est parfaitement homogène, que le tube est dépourvu de rugosité et de diamètre constant, et, d'autre part, que les conditions aux limites aux extrémités du tube restent inchangées, les modifications du régime de propagation de la déflagration ne peuvent être dues qu'à l'interaction de la perturbation constituée par la chasse préalable et de la déflagration. Lorsque cette perturbation arrive sur l'extrémité B du tube opposée à l'extrémité d'inflammation A, elle se réfléchit et son amplitude après réflexion est par rapport à l'amplitude incidente dans le rapport

$$r_B = \frac{1 - Z_B \dfrac{S}{\rho_1 a_1}}{1 + Z_B \dfrac{S}{\rho_1 a_1}}. \tag{1}$$

Dans cette expression, Z_B est l'impédance sonore ([3]) en B, S la section du tube, ρ_1 et a_1 étant respectivement la masse spécifique et la célérité du son dans les gaz frais, grandeurs que nous supposerons constantes en première approximation. En particulier lorsque l'impédance Z_B est telle que

$$Z_B = \frac{\rho_1 a_1}{S}, \tag{2}$$

c'est-à-dire lorsque le tube est fermé en B sur son impédance itérative, il n'y aura pas réflexion de la perturbation et par conséquent la propagation de la déflagration sera indépendante des conditions à la limite aval.

Si la condition (2) n'est pas remplie, après réflexion sur le fond B la perturbation reviendra sur la flamme où il se produira une réflexion et une transmission de l'ébranlement incident. L'amplitude de la perturbation transmise à travers le front de la déflagration est dans le rapport τ_{BF} avec l'ébranlement initial ([4]), et lorsque cette perturbation arrive sur le fond A, elle donne lieu à une perturbation réfléchie dont l'amplitude est dans le rapport

$$r_A = \tau_{BF} \frac{1 - Z_A \dfrac{S}{\rho_2 a_2}}{1 + Z_A \dfrac{S}{\rho_2 a_2}}, \tag{3}$$

([2]) Y. Rocard, *Dynamique générale des vibrations*, 1943.

([4]) Ce rapport peut être calculé aisément en fonction de r_B, ρ_1, a_1, de ρ_2 masse spécifique et de a_2 célérité du son (supposés constants en première approximation) dans les gaz brûlés [voir Rocard ([3])].

avec l'amplitude de l'ébranlement initial. Ici encore, si

$$Z_A = \frac{\rho_2 a_2}{S}, \quad (4)$$

l'influence des conditions à la limite amont A est éliminée.

Pour que les conditions (2) et (4) soient remplies, il faut que les impédances Z_A et Z_B soient des résistances acoustiques pures ([5]).

Dans le cas où le tube est entièrement ouvert en A ($Z_A = O$) et fermé en B($Z_B = \infty$), l'expérience ([6]) montre que la flamme se met à vibrer lorsqu'elle a parcouru une certaine portion du tube. Le calcul ([7]) des fréquences propres du système acoustique formé par le tube rempli, pour la portion BF par les gaz frais et pour la portion AF par les gaz brûlés, a permis à M. F. Coward, F. J. Hartwell et E. H. H. Georgeson ([8]), de constater que la fréquence des vibrations de la flamme correspond bien à certaines des fréquences propres de ce système acoustique. Toutefois l'origine de ce phénomène paraît être restée assez obscure à l'époque.

On notera que, d'après ce qui précède, dans tous les cas où les conditions (2) et (4) ne sont pas réalisées, l'ébranlement initial unique (chasse préalable) apparaît comme l'origine d'un ensemble d'ébranlements parcourant les gaz. A chaque rencontre d'un de ces ébranlements avec le front de la déflagration, il y a répartition de l'énergie de cet ébranlement entre le phénomène réfléchi et le phénomène transmis. Si, à ce moment donné, il y a coïncidence entre la *pseudo-période* (temps du parcours FAF ou FBF) d'un des ébranlements et l'une des périodes propres du système acoustique formé par le tube et les gaz, il se produit une résonance se traduisant par des vibrations de la flamme et de la colonne gazeuse d'autant plus intenses qu'une plus grande part de l'énergie de l'ébranlement initial se retrouvera dans l'ébranlement entrant en résonance.

SPECTROSCOPIE. — *Étude par spectrographie Raman et infrarouge du méthyl-2 benzothiazole.* Note ([1]) de MM. **Jacques Metzger** et **Claude Cherrier**, présentée par M. Jean Cabannes.

L'un de nous poursuivant une étude physico-chimique du méthyl-2 benzothiazole ([2]), en vue de déterminer la structure intramoléculaire de ce composé,

([5]) Ceci peut être réalisé en particulier lorsque l'écoulement des gaz s'effectue à travers une résistance hydrodynamique convenable, constituée par exemple par un réseau de fentes fines dans lequel l'écoulement obéit à la loi de Poiseuille [voir Rocard ([3])].

([6]) Voir P. Laffite, *La propagation des flammes dans les mélanges gazeux*. Hermann, 1939.

([7]) Lees, *Proc. Phys. Soc.*, **41**, 1929, p. 204.

([8]) *Chem. Soc.*, 1937, p. 1482.

([1]) Séance du 22 décembre 1947.

([2]) Ch. Courtot et J. Metzger, *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 487; *Bull. Soc. Chim.*, 1946 (M), p. 580; J. Metzger, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 57 et *C. R. VIe Congrès Intern. Chimie pure et appliquée*, Londres, juillet 1947 (sous presse).

il nous a semblé utile d'envisager le problème de tautométrie que pose cette étude ([3]), à la lumière des spectres de diffusion Raman et d'absorption infrarouge.

Nous avons photographié le spectre de diffusion Raman et déterminé les bandes d'absorption infrarouge de ce composé. Les résultats de ces mesures effectuées à 18 degrés sont consignés ci-dessous.

Spectre d'absorption infrarouge. — Il a été déterminé entre 3 μ et 12 μ et les principales bandes d'absorption sont les suivantes (les pourcentages d'absorption sont indiqués entre parenthèses et les longueurs d'onde sont exprimées en μ) :

3,3; 3,4; 6,59 (83); 6,94 (94); 7,31 (55); 7,65 (69); 7,82 (60); 8,08 (75); 8,60 (89); 9,42 (51); 9,94 (62); 10,68 (48); 11,58 (76).

Spectre Raman. — Les principales raies Raman sont les suivantes (les intensités relatives sont indiquées entre parenthèses et les fréquences sont exprimées en cm^{-1}) :

209 (3); 370 (9); 396 (5); 430 (1/5); 475 (7); 506 (9); 588 (1); 640 (4); 707 (6); 759 (2); 798 (1/4); 821 (1/5); 867 (2); 1015 (8); 1029 (1); 1064 (7); 1126 (7); 1156 (7); 1179 (1); 1243 (9); 1277 (7); 1294 (2); 1312 (4); 1375 (2); 1434 (5); 1456 (4); 1500 (1); 1531 (8); 1559 (8); 1597 (2); 2032 (1/4); 2788 (7); 2875 (3); 2924 (3); 2998 (3/4); 3037 (3/4); 3067 (1); 3184 (1/5).

Dans la région 3000 cm^{-1} les intensités relatives sont données sous toutes réserves du fait du manque de sensibilité des plaques dans ce domaine spectral.

Notons que parmi ces raies, certaines sont, de toute évidence, des raies de combinaison.

L'absence de raie dans la région 1630-1670 cm^{-1} semble indiquer que la forme tautomère, qui possède une double liaison semi-cyclique, n'existe pas en proportion notable à la température de 18°. Ce point de vue est confirmé par l'absence de raie dans la région 3200 cm^{-1} qui correspondrait au groupement N-H. Les données de l'absorption infrarouge citées plus haut corroborent ces résultats.

SPECTROSCOPIE. — *Sur un mécanisme réactionnel impliquant les radicaux libres* C_2, CCl *et* CBr. Note ([1]) de MM. **Guy Pannetier** et **Paul Laffitte**, présentée par M. Paul Pascal.

Comme suite à une précédente Note ([2]), dans laquelle ont été rapportés des résultats spectroscopiques permettant d'expliquer la formation des radicaux

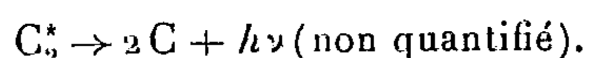
([3]) Ch. Courtot et J. Metzger, *Bull. Soc. Sc. de Nancy*, 6, 1947, p. 3 et 49; J. Metzger, *ibid.*, séance du 13 novembre 1947 (sous presse).

([1]) Séance du 22 décembre 1947.

([2]) G. Pannetier et A.-G. Gaydon, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1300.

libres CH et NH à partir des radicaux C_2 et CN, nous avons exécuté de nouvelles expériences dans le but d'interpréter certaines réactions de combustion en phase gazeuse faisant intervenir les groupements C_2, CCl et CBr.

L'existence du radical CCl a été signalée dans le cône interne de la flamme de certains composés organiques halogénés brûlant dans l'air ou l'oxygène ([3]). Mais l'origine qu'on pouvait lui attribuer était douteuse : elle pouvait être due soit à un cracking préliminaire de la molécule halogénée, soit à la mise en liberté, dans une réaction préalable, de chlore réagissant à son tour avec une formation hydrocarbonée pour donner finalement CCl, soit même enfin à d'autres mécanismes. Or le cyanogène pur et sec brûlant dans de l'oxygène parfaitement sec et exempt d'hydrogène ne donne que les émetteurs C_2 et CN (spectre I, *fig.* 1) en même temps qu'on observe un fond continu caractéristique de la réaction



$$C_2^* \rightarrow 2C + h\nu \text{ (non quantifié).}$$

Si l'on ajoute du chlore au cyanogène sans modifier les autres conditions expérimentales, il apparaît le système de bandes dû à CCl (spectre II, *fig.* 1).

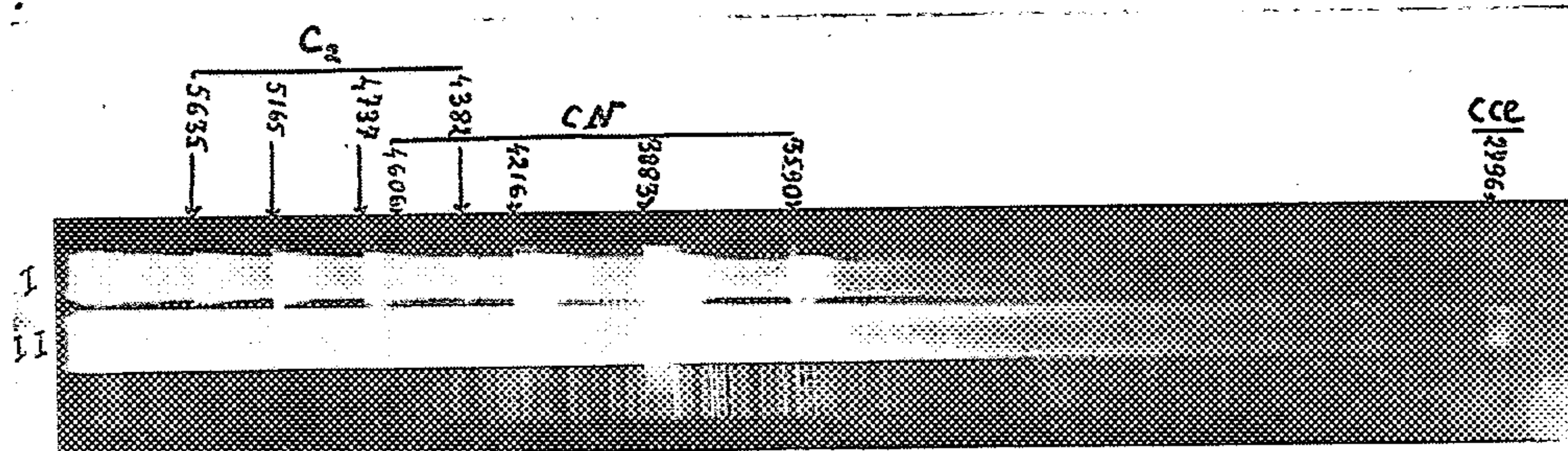
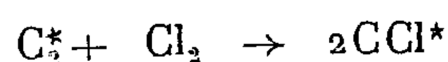


Fig. 1.

En même temps l'intensité du fond continu, ainsi que celle des raies dues au radical C_2, diminue. Ces résultats montrent que l'on a affaire à l'une des réactions suivantes :



$$C_2^* + Cl_2 \rightarrow 2CCl^*$$

ou



$$C_2^* + 2Cl^* \rightarrow 2CCl^*,$$

cette dernière étant moins probable que la précédente qui nécessite une énergie moindre. D'ailleurs, comme nous l'avons déjà indiqué à propos de l'origine des radicaux CH provenant de C_2, cette conclusion n'exclut pas la possibilité d'autres processus de formation de CCl.

([3]) *Ibid.*, 225, 1947, p. 1300; R. K. Asundi et S. M. Karun, *Proc. ind. Acad. Sc.*, 6 A, 1937, p. 328.

Quant au radical CBr, il a été signalé tout récemment dans le cône interne de la flamme d'un mélange de bromure de méthyle et d'oxygène, brûlant dans l'air (*). Les mêmes hypothèses faites pour le radical CCl étaient valables pour ce groupement. Or en faisant préalablement barboter dans du brome bouillant le cyanogène que l'on brûle dans de l'oxygène sec, on obtient vers 2900 Å (*fig.* 2) une bande dégradée vers le violet et que Coleman et Gaydon (*) ont

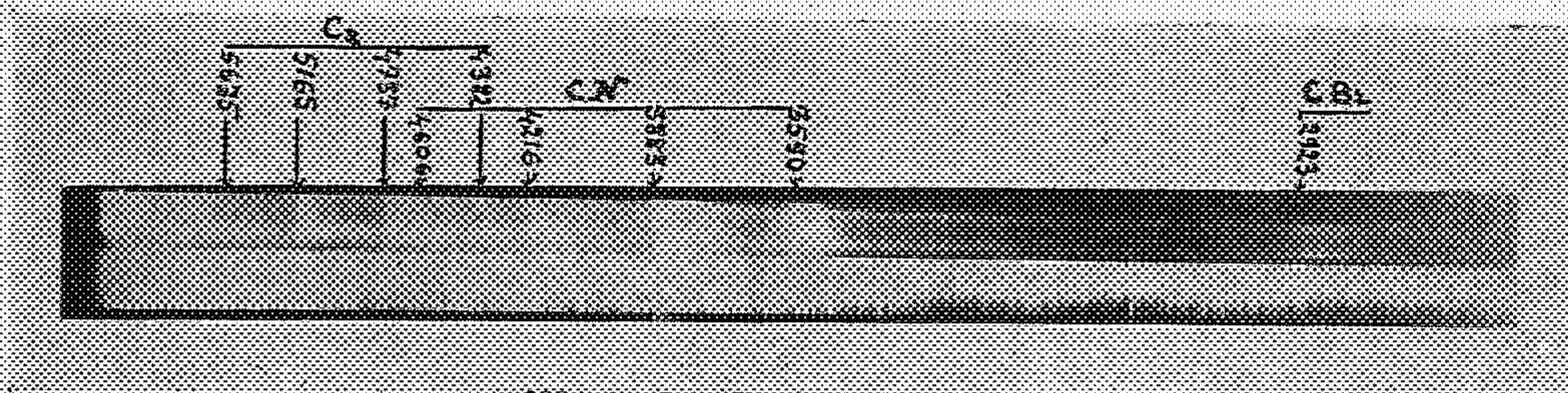
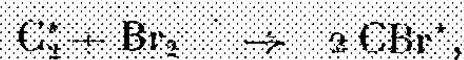


Fig. 2.

attribuée à CBr. Comme l'on observe ici le même phénomène qu'avec le chlore (diminution de l'intensité des bandes de Swan et du fond continu), on a ainsi une preuve que l'émetteur est bien un composé de carbone et de brome et que l'on a, soit


$$C_2^* + Br_2 \rightarrow 2\,CBr^*,$$

soit


$$C_2^* + 2\,Br^* \rightarrow 2\,CBr^*.$$

Le système de bandes dû au radical CBr présente une structure très complexe. Avec le spectre qui avait été obtenu par Coleman et Gaydon, des mesures précises étaient impossibles car l'émission du radical CBr était en partie masquée par les bandes (1,0) de OH. Cet inconvénient ne peut évidemment pas se présenter dans nos expériences. Les longueurs d'onde de quelques têtes de bandes ont pu être mesurées, à l'angström près, par comparaison avec le spectre de référence; mais le pouvoir dispersif du spectrographe utilisé n'était pas suffisant pour aborder avec profit l'étude du schéma vibrationnel de ce radical. Le tableau provisoire ci-dessous donne, en même temps que l'intensité (I), les longueurs d'onde (λ) que nous avons déterminées (sous réserves de mesures ultérieures avec un instrument plus puissant qui permettra de les préciser davantage et de les compléter) :

λ (Å).	I.
2935	3
2927	10
2923,5	6
2920,5	5
2913,5	8

(*) *Farad. Soc.*, Meeting of oct. 1947, Oxford (sous presse).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence d'une déformation sur le pouvoir thermoélectrique des métaux*. Note de MM. **Charles Crussard** et **Francis Aubertin**, présentée par M. Pierre Chevenard.

La force thermoélectrique d'un couple ou sa dérivée thermique, le pouvoir thermoélectrique, sont des grandeurs faciles à mesurer. Des traitements mécaniques ou thermiques les font varier, mais leurs variations sont souvent difficiles à interpréter. La présente Note a pour but de faire connaître des études expérimentales, susceptibles de jeter quelques lumières sur les variations que subit le pouvoir thermoélectrique absolu d'un métal pur lorsqu'on le soumet à une déformation.

Deux méthodes ont été employées : l'une consiste à enregistrer en fonction de la température la force thermoélectrique d'un couple constitué par deux fils d'un même métal, l'un recuit, l'autre écroui de telle façon que l'on désire; l'enregistrement s'effectue sur un galvanomètre double type Saladin-Le Chatelier spécial, équipé d'un galvanomètre à aimant mobile sensible à moins de 10^{-7} volt; la pente initiale du cycle enregistré mesure le pouvoir thermoélectrique à la température ambiante. Dans l'autre méthode, que nous appellerons *méthode stationnaire*, les soudures d'un couple formé de deux fils recuits d'un même métal sont maintenues à températures constantes (environ 20° et 100°); un des brins est alors soumis à une déformation (traction, torsion, etc.) et l'on note la force thermoélectrique sur un galvanomètre sensible (galvanomètre Siemens, sensible à 2.10^{-9} volt), d'où le pouvoir thermoélectrique moyen entre les températures des deux soudures.

Il est essentiel de distinguer l'effet de la tension de celui de la déformation permanente, ou, si l'on veut, de décomposer la variation de pouvoir thermoélectrique observée en une portion élastique et une portion plastique. Ceci est facile dans la méthode stationnaire : on peut imposer, soit l'allongement, soit la tension du fil étudié; dans l'un et l'autre cas, au fur et à mesure que l'on déforme le fil, on le décharge de temps en temps. La variation au cours de la décharge représente la portion élastique, et le résidu la portion plastique.

Les expériences ont porté sur le cuivre, l'aluminium, le fer, le nickel.

1° *Effet de la tension* (*portion élastique*). — Pour le cuivre, l'effet d'une contrainte de traction est négatif (¹), et proportionnel à la tension (en première approximation; il croît en réalité de 10 % quand on approche de la rupture). Par un dispositif dérivé des extensomètres à fils collés, nous avons pu constater qu'une compression produit un effet de signe contraire, mais avec le même

---

(¹) Nous disons que l'effet est positif quand le pouvoir thermoélectrique (absolu) croît, c'est-à-dire que, dans le couple étudié, le fil déformé devient pôle positif de la pile thermoélectrique ainsi formée.

coefficient de proportionnalité, ce qui était à prévoir. Il s'agit donc bien d'un effet élastique dû à la tension.

Les valeurs trouvées pour les coefficients de proportionnalité sont les suivantes :

Métal.	Effet élastique, en 10^{-9} V/degré par kg/mm².
Cu	— 0,68
Al	+ 0,4
Fe	—39
Ni à 1 % d'allongement	—20
Ni à 16 % »	— 8

On voit que le cas des métaux magnétiques est spécial, et, pour le nickel, on constate une sorte de saturation, vérifiée par d'autres expériences.

Une torsion élastique est sans effet sur le pouvoir thermoélectrique du cuivre, mais agit fortement sur celui du fer.

2° *Effet d'une déformation plastique.* — Pour le cuivre et l'aluminium, l'effet est positif; insensible au début de la déformation, il croît au delà de 1 à 2 % d'allongement, de façon d'abord accélérée, puis ralentie.

Pour le fer et le nickel, l'effet est beaucoup plus fort, irrégulier, et change de signe. Pour le fer, il apparaît comme certain que, outre des phénomènes magnétiques, des précipitations (de carbone ou d'azote, par vieillissement) entrent en jeu.

Quelques résultats sont consignés au tableau suivant :

Métal.	Déformation permanente.	Effet thermoélectrique (en 10^{-9}V/degré).
Cu électronique	Traction 14 %	+ 10,6
	Torsion (gliss[1] max. 60 %)	+ 15,3
	Détorsion après torsion	+ 26
Al 99,995 %	Traction 20 %	+ 3
Al 99,2 %	» 18 %	+ 11
Ni	Traction 0,4 %	+ 80
	» 15 %	— 80
Fer	Tréfilage	—360

Il est frappant qu'une torsion plastique ait un effet notable dans le cas du cuivre, alors qu'une torsion élastique n'en a pas.

En faisant varier les conditions d'expérience (grosseur du grain, vitesse de déformation, mode de sollicitation), on aboutit à la conclusion que l'effet thermoélectrique de la déformation plastique n'est pas dû aux tensions internes à l'échelle de l'éprouvette ou du grain de métal, mais à des perturbations ou distorsions internes beaucoup plus localisées, submicroscopiques, sans doute les *dislocations* aujourd'hui classiques dans la théorie du glissement plastique.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Induction par des traces d'oxygène de la pyrolyse de l'acétaldéhyde gazeux; influence de la température.* Note ([1]) de MM. **Michel Niclause** et **Maurice Letort**, présentée par M. Paul Pascal.

L'un de nous a signalé pour la première fois ([2]) que des traces d'oxygène sensibilisent considérablement la décomposition thermique homogène de l'acétaldéhyde en $CO + CH_4$. Ce phénomène a été décrit ([3]). Il a été confirmé par Verhoek ([4]) et plus récemment par J. C. Moris ([5]). Il était important de rechercher si des traces d'oxygène sont capables d'induire cette pyrolyse à des températures (inférieures à 400° C.) *auxquelles l'acétaldéhyde pur est thermiquement stable.*

Nous avons étudié systématiquement cette décomposition induite entre 150 et 400° C. Toutes nos expériences ont été faites avec une pression initiale d'acétaldéhyde de 237^{mm} Hg et $0,10^{mm}$ Hg d'oxygène (soit en volumes 4/10000 environ de O_2). La réaction a lieu dans une ampoule en verre Pyrex de 145^{cm^3} dont le rapport surface/volume est $1,3\,cm^{-1}$ environ; elle est suivie manométriquement grâce à une méthode différentielle qui sera décrite ultérieurement et qui a entre autres avantages, celui de permettre encore la mesure précise de vitesses de réaction pouvant aller jusqu'à 20^{mm} Hg par minute.

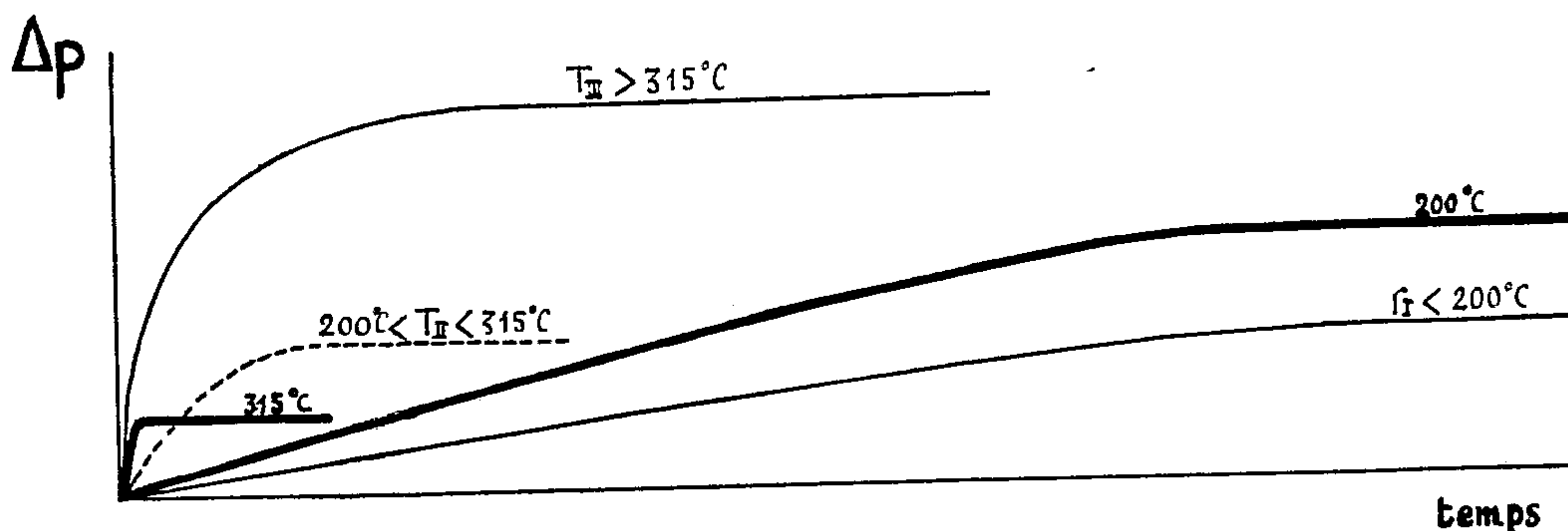


Fig. 1.

Il est entendu que la présente figure ne cherche qu'à donner l'*allure* de la réaction aux différentes températures. Il est en effet impossible de représenter quantitativement avec une même échelle de temps des phénomènes dont les durées varient de trente secondes à plusieurs heures.

Dans tout le domaine de température exploré, nous avons observé la décomposition d'une quantité limitée d'acétaldéhyde : la pression p augmente en fonction du temps t et atteint, pour une durée τ, une valeur fixe qui se

([1]) Séance du 22 décembre 1947.

([2]) M. Letort, *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1042.

([3]) M. Letort, *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 312; *J. de Chimie Physique*, **34**, 1937, p. 428.

([4]) *Trans. Far. Soc.*, **31**, 1935, p. 1527.

([5]) *J. Am. Chem. Soc.*, **66**, 1944, p. 584.

traduit par un palier dans la courbe $\Delta p = f(t)$. Il est vraisemblable que l'action des traces d'oxygène, déjà sensible à 150° C. (vitesse initiale : 2mm,5 Hg par heure), s'exerce à plus basse température encore, mais il devient expérimentalement difficile de la suivre.

Comme la figure 1 le schématise, l'allure de la réaction varie très fortement avec la température. La durée τ, de l'ordre de 7 heures à 150° C., décroît brutalement jusqu'à un minimum de 30 secondes à 315° (3 heures à 200° et 3 minutes à 270°) pour croître à nouveau et atteindre 10 minutes à 400°.

La hauteur du palier de la courbe $\Delta p = f(t)$ permet de calculer le nombre total N de molécules CH_3CHO décomposées par molécule O_2; par exemple, à 150° C., chaque molécule O_2 provoque la décomposition de 140 molécules CH_3CHO. La figure 2 représente la variation de N avec la température. Cette courbe met en évidence deux points singuliers, à savoir un maximum N = 210 à 200° C. et un minimum N = 65 à 315° C.

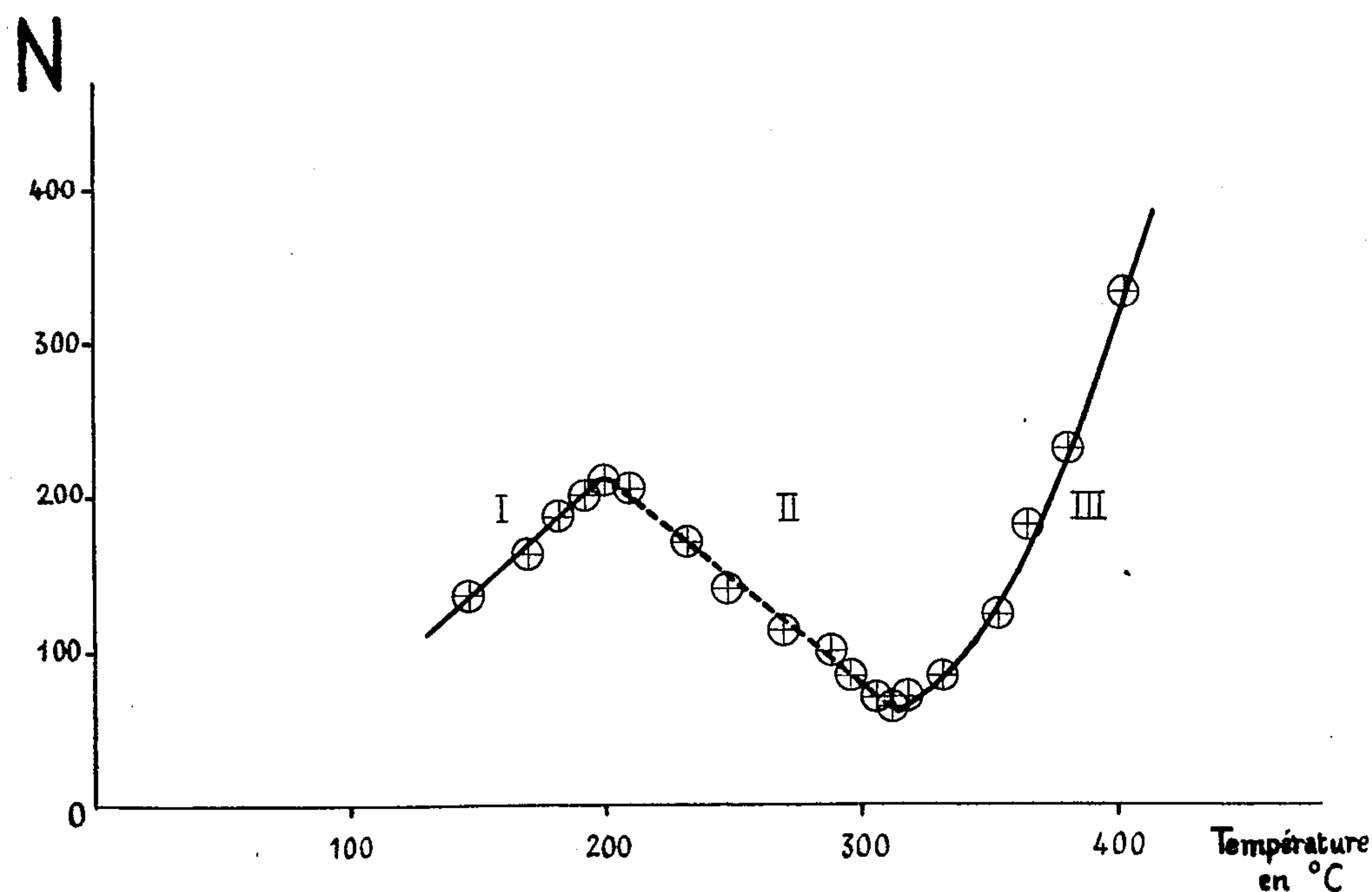


Fig. 2.

Par contre, la vitesse initiale v_0 de la réaction est une fonction constamment croissante de la température. La courbe $\log v_0 = f(1/T°K.)$ présente un coude vers 190° C. et permet de distinguer deux énergies d'activation d'Arrhenius, l'une de 13 K. cal. au-dessous de 180° C., l'autre de 24 K. cal. entre 200 et 290°. Au delà de cette dernière température, la vitesse initiale devient trop grande pour qu'on puisse la déterminer avec une précision satisfaisante.

Avant d'exposer notre interprétation de ce phénomène complexe, il importe d'en décrire d'autres caractères cinétiques et de doubler ces résultats de recherches analytiques très soigneuses sur les produits de réaction.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur la nature de certains hydrates salins.*
Note de M. **Edmond Grillot**, présentée par M. Paul Pascal.

La détermination de la quantité d'eau qui entre dans la composition de la plupart des combinaisons salines est souvent traitée comme un problème mineur en raison de la multiplicité fréquente des hydrates d'un même sel. La tendance à considérer un hydrate quelconque comme une association moléculaire à liaisons très lâches se traduit d'ailleurs par la conservation à peu près générale de la formulation dualistique. Or, s'il est certain que dans bien des cas les molécules d'eau ne font que s'insérer dans la maille cristalline du sel, les composés dans lesquels l'eau a pour rôle de compléter la coordinance d'un élément sont vraisemblablement plus nombreux qu'on ne le croit habituellement. Ainsi, dans des sels tels que l'acétate de plomb hydraté ou le chlorure diplombo-triacétique, l'eau est assez fortement liée aux autres éléments constitutifs (1), et il en est de même dans les stannates de sodium de formule brute $SnO_3Na_2(H_2O)_4$ et $SnO_3Na_2(H_2O)$ (2).

Les chlorostannites de potassium viennent fournir de nouveaux exemples du même phénomène. En particulier, le trichlorostannite de potassium $SnCl_3K, H_2O$ ne perd pas quantitativement son eau de *cristallisation* comme l'affirment Rimback et Fleck (3) : au lieu des 6,28 % théoriques, j'ai constaté que la perte maxima de masse subie par chauffage dans le vide à 130° n'est que de 3,005 %, et elle n'atteint encore que 3,72 % à 230° alors que le sel, déjà fondu, manifeste un commencement de décomposition. A plus haute température, celle-ci se poursuit avec dégagement de chlorure stanneux et, au rouge, il ne reste plus que la masse théorique de chlorure de potassium. L'impossibilité dans laquelle on se trouve de séparer l'eau du reste de la molécule, sans faire éclater tout l'édifice moléculaire, est une preuve indiscutable de l'importance de leur force de liaison.

Le cas des *hydrates* du tétrachlorostannite de potassium est encore plus net. Ce sel, obtenu anhydre par Poggiale (4), trihydraté par Graham (5), a été décrit mono- et di-hydraté par divers autres auteurs. Les derniers en date, Rimback et Fleck, ont fait cristalliser le monohydrate $SnCl_4K_2, H_2O$ par refroidissement brusque d'une solution aqueuse chaude concentrée de chlorure stanneux et de chlorure de potassium dans la proportion moléculaire d'un du premier pour deux du second. Ils ont, de plus, indiqué qu'à la température ordinaire, il se transforme en dihydrate $SnCl_4K_2, 2H_2O$ par contact avec sa solution-mère. En reprenant à plusieurs reprises le mode opératoire

(1) E. Grillot, *J. Chim. Phys.*, 43, 1946, p. 183.
(2) E. Grillot et Marguerite Grillot, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1161-1162.
(3) *Ztschr. Anorg. Allg. Chem.*, 94, 1916, p. 139-159.
(4) *Comptes rendus*, 20, 1845, p. 1180.
(5) Cité par Rimback et Fleck (*loc. cit.*).

précédent, j'ai observé que la substance ainsi obtenue n'est jamais homogène : c'est un mélange de longues auguilles transparentes orthorhombiques et de cristaux également transparents, en forme de prismes triangulaires tronqués, dérivant du système hexagonal.

Les cristaux de la première sorte continuent d'apparaître très lentement dans le filtrat maintenu à la température ordinaire, ce qui m'a permis de les isoler et de constater qu'il s'agit de tétrachlorostannite de potassium $SnCl_4K_2$ anhydre. Par contre, des cristaux analogues à ceux de la seconde espèce se sont formés seuls en reprenant strictement la méthode décrite par Rimback et Fleck pour la préparation de l'hexachlorostannite de potassium, mais ils répondent à la formule brute $SnCl_4K_2, 2H_2O$.

La théorie classique n'explique l'obtention simultanée d'un sel et d'un de ses *hydrates* que dans le cas où leurs courbes de cristallisation concourrent en un point de transition; mais, dans ces conditions, celui qui cristallise à la plus basse température ne peut être que l'hydrate, à l'inverse du phénomène constaté ici, qui manifeste une très grande différence de constitution entre ces deux composés.

La déshydratation de ce tétrachlorostannite de potassium hydraté $SnCl_4K_2$, $3H_2O$ vient confirmer cette manière de voir. Stable à froid en atmosphère sèche, il perd facilement une molécule d'eau à 100° : les cristaux, devenus opaques, conservent leur forme initiale. Par contre, à plus haute température, la perte d'une nouvelle molécule d'eau est accompagnée par le départ de deux molécules de gaz chlorhydrique et il reste un oxychlorostannite de potassium $SnO_2Cl_2K_2$. Ainsi, sur les trois molécules d'eau du tétrachlorostannite de potassium hydraté, une seule peut être considérée comme de l'eau d'insertion; les deux autres, au contraire, participent à sa constitution intime.

On peut en conclure à l'existence d'un dihydro-tétrachlorostannite de potassium $[SnCl_4(H_2O)_2]K_2$, produit de la dessiccation à 100° de son monohydrate $[SnCl_4(H_2O)_2]K_2, H_2O$. En solution aqueuse, la coordinance 6, acquise par l'étain dans l'ion dihydro-tétrachlorostanneux $[SnCl_4(H_2O)_2]^{--}$, n'est stable qu'à chaud ; à la température ordinaire, sa lente transformation en ion tétrachlorostanneux $[SnCl_4]^{--}$, dans lequel l'étain admet la coordinance 4, est mise en évidence par la faible vitesse à laquelle se poursuit la cristallisation du tétrachlorostannite de potassium anhydre, au sein même du filtrat.

CHIMIE MINÉRALE. — *Préparation de sulfures phosphorescents* (1).
Note de M. **Antoine Guntz**.

Principes de la préparation. — On chauffe à l'autoclave une solution de sel de zinc et d'hyposulfite alcalin.

---

(1) Document retiré du pli cacheté n° 8972, déposé le 20 février 1932, ouvert à la demande de l'auteur le 3 novembre 1947.

Par double décomposition il se fait un précipité constitué en majeure partie de sulfure de zinc et de soufre. Ce précipité, recueilli, est additionné, si nécessaire, de quelques substances dont le détail sera donné plus loin, et après calcination à température élevée, il se transforme en matière très phosphorescente.

Exemple de préparation. — On prend une solution de chlorure de zinc pur, c'est-à-dire que l'on a débarrassé des métaux lourds, du fer et du manganèse.

Cette purification peut être réalisée par diverses méthodes.

1° Ébullition suffisamment prolongée avec du zinc ou un métal plus électropositif comme l'aluminium, le magnésium, le calcium.

2° Électrolyse, car sous l'action du courant les métaux lourds se séparent à la cathode.

3° Double décomposition entre une solution de sulfate de zinc et un chlorure alcalino-terreux. Solutions toutes deux purifiées par cristallisation.

Pour assurer l'élimination des dernières traces de fer et de manganèse s'il y a lieu, on peroxyde la solution au moyen d'oxydants comme l'eau oxygénée, les persels, le bioxyde de plomb, l'eau de chlore ou de brome et l'on ajoute finalement un précipité de carbonate alcalino-terreux ou de carbonate de zinc pour entraîner les impuretés.

La solution d'hyposulfite est purifiée par cristallisation de préférence en milieu légèrement ammoniacal.

Cuisson à l'autoclave. — La double décomposition entre la solution de zinc et d'hyposulfite ne se produit pas à 100°; il est nécessaire de chauffer au-dessus de 150°. On opère dans un autoclave à l'intérieur duquel on dispose un récipient inattaquable, en porcelaine par exemple, où les solutions ont été mélangées en proportion convenable.

On peut par addition d'ammoniaque, de carbonate ou d'acétate alcalin, compenser à l'avance l'acidité qui résulte de la réaction de l'hyposulfite sur le sulfure de zinc. Il y a en effet intérêt à éviter à la fin de la réaction une acidité trop forte qui provoque un dégagement d'hydrogène sulfuré et rend le précipité difficile à filtrer. Cette addition d'alcali permet de diminuer la dose d'hyposulfite en évitant sa décomposition par l'acide mis en liberté.

L'addition d'alcali comme l'ammoniaque entraîne la formation d'un précipité d'oxyde et d'oxychlorure de zinc dont une partie subsiste à la fin de l'opération.

L'autoclave est chauffé au gaz ou à la vapeur pendant le temps nécessaire à une réaction complète, temps qui est d'environ deux heures sous 8^{kg} de pression. Le précipité qui s'est formé, recueilli sur filtre, est sommairement lavé. Ce précipité s'essore d'autant mieux que les eaux-mères sont moins acides, et après séchage il sera d'autant plus volumineux et friable que les eaux-mères auront été plus alcalines.

Cette méthode de préparation présente, principalement sur les anciens pro-

cédés qui utilisent la précipitation par l'hydrogène sulfuré des sels de zinc, les avantages suivants :

1° L'hydrogène sulfuré préparé par l'action de l'acide HCl sur FeS ne peut être complètement débarrassé du fer qu'il entraîne, fer qui est ensuite absorbé par le précipité de sulfure de zinc ;

2° Les solutions employées sont beaucoup plus concentrées que par les méthodes ordinaires qui conduisent à des précipités très volumineux ;

3° La préparation se fait en vase clos, sans agitation, et le précipité obtenu filtre facilement sans retenir des quantités d'eau disproportionnée ;

4° On se contente d'un lavage sommaire, les manipulations sont donc réduites au minimum et avec elles les chances de pollution.

Il n'est même point nécessaire de sécher le précipité en vue de la calcination.

Le précipité peut recevoir à tout stade de la préparation l'addition des diverses matières qui influent favorablement sur le développement de la phosphorescence par calcination.

Parmi ces substances, certains métaux lourds, comme le cuivre, agissent à des doses inférieures à 1/10000, d'autres, comme le cadmium, n'agissent qu'à des doses plus fortes. Enfin certains sels ou acides fixes constituent des fondants dont l'action utile se manifeste de diverses façons (cristallisation, désulfuration, etc.).

Calcination. — La calcination doit être poussée assez haut pour obtenir des produits cristallisés et à phosphorescence durable.

Il est avantageux de chauffer au four électrique à résistance (fils d'alliage comme le nichrome, comme le platine, ou encore avec des résistances en carbure de silicium).

Le produit à chauffer est mis dans un creuset de matière réfractaire exempte de métaux comme l'est le quartz; le creuset, couvert, est placé dans le four et tout autour l'atmosphère doit être maintenue rigoureusement privée de vapeurs métalliques et en particulier de fer. On peut éliminer ce dernier métal en maintenant l'atmosphère oxydante. Il y a cependant intérêt à éviter malgré tout dans l'intérieur du four la présence de matières ferrugineuses ou métalliques.

La température normale de cuisson est comprise entre 1100° et 1200°; elle est maintenue pendant une heure environ.

Certaines variétés de sulfures peuvent être obtenues à température plus basse ou plus élevée. Dans ce dernier cas les cristaux sont plus gros et pour éviter qu'ils ne s'agglomèrent, il est utile d'avoir une quantité suffisante de fondant peu volatil pour retenir le chlorure de zinc.

Après calcination la masse se délite facilement dans l'eau et la poudre cristalline que l'on obtient peut être classée par tamisage. On sépare ainsi dans certains cas une autre variété de sulfure de zinc.

Sulfures de zinc et de cadmium. — Une mention spéciale doit être faite pour l'addition de cadmium. On l'effectue au cours de la préparation et de façon à

obtenir finalement une solution solide de sulfure de zinc et de cadmium. Ce dernier a pour effet, en colorant le produit, d'amener un déplacement simultané des bandes d'absorption et d'émission vers le rouge. Ce phénomène est particulièrement net avec des sulfures à phosphorescence verte dues à des traces de cuivre.

D'autres composés en se dissolvant dans le sulfure peuvent également assurer par un mécanisme semblable un déplacement des bandes d'émission.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la fusion continue des substances au four solaire.* Note (1) de MM. **Félix Trombe**, **Marc Foëx** et Mlle **Charlotte Henry la Blanchetais**, présentée par M. Paul Lebeau.

Il est établi que, par concentration du rayonnement solaire, on peut obtenir localement une densité d'énergie suffisante pour réaliser la fusion des substances les plus réfractaires (2) (3) ou produire, à très hautes températures, des réactions chimiques (4). Le mode d'échauffement de la substance traitée dépend de sa transparence, à l'état solide et à l'état liquide, au rayonnement solaire.

Dans le cas des métaux et de certains oxydes, les calories sont concentrées en surface et se transmettent en profondeur par conductibilité thermique. Lorsque la substance est, à l'état solide, transparente au rayonnement (quartz et fluorine), elle est très difficile à fondre. L'absorption du rayonnement, due principalement à des réflexions successives sur les faces cristallines du produit solide, dépend de son état de division. Si la fusion est obtenue, les calories s'accumulent à la surface de séparation du liquide et du solide pulvérulent qui le contient. Les échanges thermiques, dus à des courants de convection dans le produit liquide, peuvent le maintenir en fusion. L'alumine est fondue facilement suivant le processus précédent.

Dans le cas des matières réfractaires, la profondeur de substance fondue est généralement très inférieure au diamètre de l'image solaire; de plus, la masse fondue, plus dense que la poudre qui lui donne naissance, tend à se soustraire, par enfoncement, à l'action du rayonnement solaire.

Pour réaliser des pièces fondues de dimensions importantes, il est nécessaire d'alimenter continuellement, en substance pulvérulente solide, la surface soumise au rayonnement. On obtient ainsi, en descendant progressivement le creuset support, une fusion continue dans le plan focal.

L'appareil que nous avons réalisé dans ce but (voir figure) comporte un

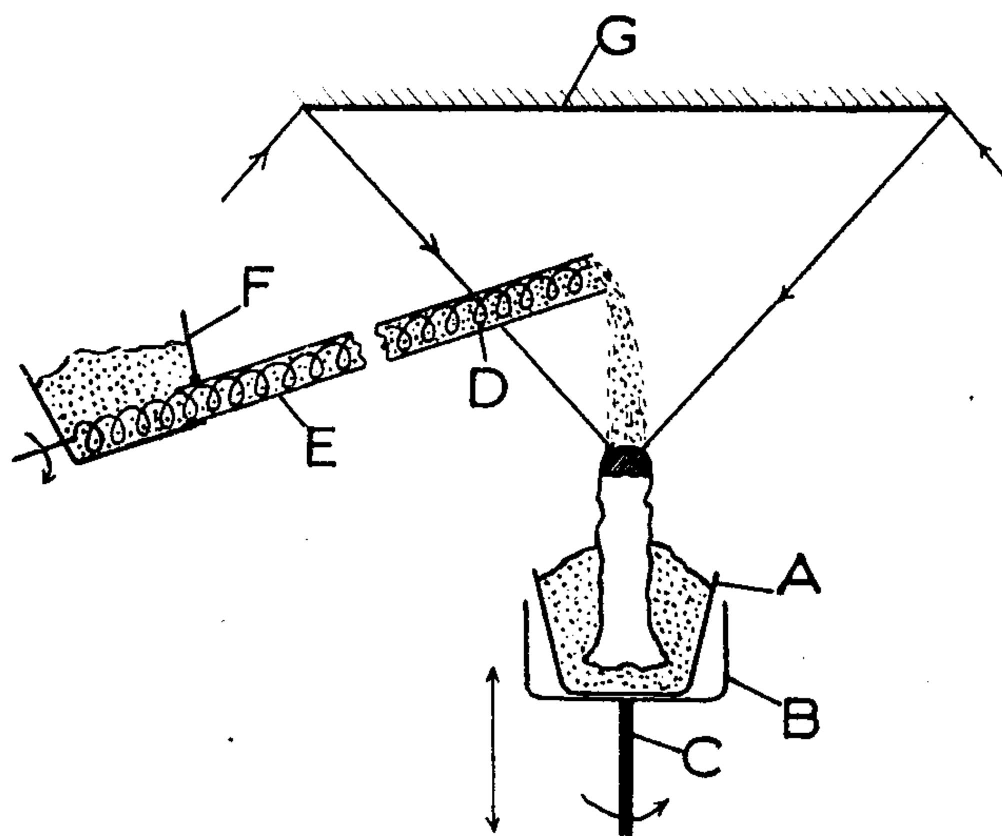
(1) Séance du 10 décembre 1947.

(2) W. M. Cohn, *Trans. Electrochem.*, 68, 1935, p. 574-580.

(3) F. Trombe, M. Foëx et Ch. Henry la Blanchetais, *Annales de Chimie*, 2, juillet-août 1947, p. 385-419.

(4) F. Trombe, M. Foëx et Ch. Henry la Blanchetais, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1073.

creuset de silice (A) placé sur un support métallique (B) contenant le produit pulvérent à fondre. Le support (B) est réglable suivant trois directions perpendiculaires afin de maintenir la partie fondue dans la zone de densité maximum d'énergie. Pour obtenir une pièce régulièrement fondue, le support (B) tourne autour d'un axe (C). Cette rotation est peu rapide, de l'ordre de 1 à 10 tours/minute. L'alimentation continue est obtenue par chute de la poudre



transportée au-dessus du plan focal à l'aide d'une vis d'Archimède (D), constituée par une spirale en nickel-chrome et tournant lentement et régulièrement dans un tube de quartz (E) et un réservoir (F). Cette disposition permet, dans l'installation de Meudon ([3]), de réduire au minimum le rayonnement intercepté par le tube de quartz entre le miroir plan secondaire (G) et le plan focal.

Le creuset tournant est déplacé continuellement vers le bas, de manière que la zone fondue, maintenue dans le plan focal, s'élève progressivement sur la matière solidifiée. La quantité liquéfiée à un instant donné reste faible en raison du gradient de température important qui existe dans la partie solidifiée. Les réglages du débit de la poudre, de la vitesse de descente du support et de la position de la zone focale par rapport à l'axe de rotation du creuset, permettent d'obtenir des tiges de diamètres variables, égaux au moins à celui de l'image solaire ($0^{cm},8$).

Lorsque l'axe de rotation du creuset est suffisamment décalé par rapport au centre de l'image focale, on peut réaliser des tubes ou des creusets.

Nous avons obtenu également, en utilisant seulement des déplacements longitudinaux et avec apport continu de substance, des tiges fondues, de section approximativement rectangulaire, d'épaisseurs et de longueurs diverses.

Avec l'appareil précédent, la glucine, l'alumine ont été obtenues en masses compactes. La vitesse de fusion de la zircone (F 2680°) est de l'ordre de 7 à 8 grammes à la minute. Des tiges de plus de 7^{cm} ont été réalisées.

La méthode décrite permet donc de fondre, en milieu oxydant, dans des formes utilisables pour différents contrôles physiques, d'importantes quantités de substances ultra-réfractaires, telles que la zircone, avec un appareil de puissance relativement faible (2,5 kW).

CHIMIE MINÉRALE. — *Nouvelle réaction analytique du bismuth.* Note de M. **Marcel Jean**, présentée par M. Paul Pascal.

En présence d'acide rubéanique, l'acide silicotungstique forme, avec les ions du bismuth, un louche blanc, qui brunit avec le temps; ce précipité se dissout immédiatement à chaud en donnant une coloration brune, stable, dont l'intensité est proportionnelle à la quantité de bismuth en œuvre.

De l'analyse du précipité, il résulte que la réaction paraît due à la formation de mélanges d'un silicotungstate complexe de bismuth et de dithio-oxamide avec des oxydes et sulfure de bismuth.

Mode opératoire. — A des doses de bismuth salifié, en milieu légèrement nitrique (par exemple 0,1 à 1^{cm^3} de liqueur de nitrate de bismuth dont $1^{cm^3} = 0^{mg},2$ Bi d'acidité nitrique environ décinormale), ajouter 10^{cm^3} du réactif suivant : acide rubéanique : $0^{g},32$ et acide silicotungstique : $6^{g},5$ par litre ([1]). Il se produit un louche blanc. Porter à l'ébullition, ou plonger les tubes 10 minutes au bain-marie bouillant : la coloration brune apparue est proportionnelle à la dose de bismuth en œuvre.

L'acidité nitrique optimum correspond au milieu N/10, les limites extrêmes pratiques étant de 2 N à pH 3, au delà desquelles la réaction perd en sensibilité. A la dose 2.10^{-5} g Bi, et à la dilution d'environ 10^{-5}, la réaction selon la technique décrite est encore nette, des doses convenables vont, par exemple, de 0,04 à $0^{mg},02$ Bi.

La réaction n'est pas perturbée par de petites quantités des ions des éléments Fe^{III}, Mn, Al, Mg, Cr^{IV}, Ar^{V}, alcalino-terreux et alcalins. Tous les éléments susceptibles de réagir avec l'acide rubéanique (Cu, Ni, Co, Ru, Pt) ou l'acide silicotungstique (Cs) seuls, sont, bien entendu, à exclure; il en est de même de Ag, Hg, Zn, Cd, Sb. Les ions Cl atténuent la réaction, les acétates et tartrates l'empêchent.

Le dosage colorimétrique du bismuth peut être fait de la manière suivante : Dans une série de fioles jaugées de 50^{cm^3}, contenant des doses de bismuth croissantes de 0,03 à $0^{mg},05$ (en milieu nitrique sensiblement décinormal), ajouter 10^{cm^3} du réactif; compléter à 50^{cm^3} avec de l'eau, et porter au bain-marie 10 à 15 minutes. La coloration est proportionnelle à la dose de bismuth

(1) Dissoudre à douce température l'acide rubéanique dans 60^{cm^3} d'alcool éthylique à 95°, ajouter 500^{cm^3} environ d'eau, puis l'acide silicotungstique; celui-ci étant dissous, compléter au litre, filtrer si nécessaire.

mise en œuvre. Ce procédé est appliqué avec succès au dosage de petites quantités de bismuth dans les produits métallurgiques, dans les métaux blancs par exemple : le bismuth étant isolé sous forme d'hydrate, est redissous par 2 à 3^{cm^3} de solution d'acide nitrique environ décinormal, et l'on peut opérer le dosage colorimétrique par rapport à une gamme témoin.

SIDÉRURGIE. — *Contribution à l'étude microscopique des constituants phosphatés des minerais de fer oolithiques lorrains.* Note (¹) de Mlle **Simonne Caillère** et M. **François Kraut.**

Nous résumerons dans cette Note les observations faites sur un certain nombre d'échantillons de minerais de fer oolithiques du Bassin lorrain, mis à notre disposition par l'Institut de Recherches de la Sidérurgie.

Dans ces formations, l'identification optique des produits phosphatés est rendue particulièrement difficile par le fait qu'ils sont intimement associés aux autres minéraux, notamment aux matières ferrugineuses.

On peut distinguer trois types de phosphates dans les minerais examinés : des produits colloïdaux, des substances cryptocristallines et des minéraux nettement cristallisés.

1° *Produits colloïdaux.* — Les produits phosphatés amorphes offrent deux aspects :

a. Le phosphate à l'état dispersé est lié constamment à l'hydroxyde de fer colloïdal. On observe ainsi dans les oolithes des taches jaune d'or qui tranchent sur l'enveloppe corticale. Examinées à un fort grossissement, ces taches consistent en une masse indifférenciée, englobant une multitude de minuscules grains arrondis. Parfois, cette substance s'accumule au centre des oolithes, dans d'autres cas, elle forme un mince liséré autour d'elles. Il n'est pas rare de la voir dans la gangue, soit en plages assez larges, soit sous la forme de pigment imprégnant le carbonate.

b. Concrétions. — La plupart des minerais sont riches en masses ovoïdales de dimensions comparables à celles des oolithes. Ces concrétions sont constituées par une substance identique aux pigments phosphatés; toutefois leur coloration est beaucoup plus claire car elles ne contiennent pas d'hydroxydes de fer. Cependant parfois un liséré de stilpnosidérite les entoure.

2° *Phosphates cryptocristallins.* — Le phosphate cryptocristallin appartient d'une part à des concrétions et à des rognons, d'autre part aux tissus osseux.

a. Rognons et concrétions. — Les premiers sont des masses à surface mamelonnée, les secondes ont une forme quelconque. Ils possèdent tous une couleur jaune brunâtre et une texture fibreuse avec des éléments enroulés en spirales.

(¹) Séance du 17 novembre 1947.

Le plus souvent, cette matière phosphatée agit à peine sur la lumière polarisée, dans les autres cas, on distingue des zones concentriques où les fibres sont tantôt subnormales, tantôt parallèles à la direction des couches. Entre nicols croisés, dans les zones fibreuses, alternent des bandes claires et sombres, nettement biréfringentes, caractéristiques de la quercyite.

b. Organismes. — Des débris osseux sont constitués par un phosphate cryptocristallin dans lequel les fibres sont parallèles à l'allongement du fragment. Très souvent, une partie plus ou moins importante de ces tissus se décolore et devient nettement biréfringente. L'extinction par rapport à la direction des fibres est droite et le signe d'allongement négatif. On peut rapporter ce minéral à la dahlite, phosphocarbonate de chaux hydraté.

3° *Phosphate cristallisé.* — Alors que les phosphates amorphes et cryptocristallins ont toujours une couleur jaune, les produits bien cristallisés sont incolores. C'est ainsi que dans les concrétions et les débris organiques on observe un début de cristallisation qui se traduit, en lumière naturelle, par une décoloration locale et par une anisotropie optique entre nicols croisés. Nous avons vu d'autre part que les tissus osseux passent eux aussi à l'état cristallin sous forme de dahlite. Enfin, dans les espaces interoolithiques, apparaît un phosphocarbonate de chaux, souvent sous la forme d'un agrégat de cristaux. Lorsque ceux-ci sont bien développés, on reconnaît des sections hexagonales, divisées en six secteurs différemment orientés. Ce sont là les caractères de la francolite (²).

En résumé, les produits phosphatés se trouvent dans tous les éléments des minerais, tandis qu'à l'état cryptocristallin, ces produits se localisent dans les concrétions et les organismes. Enfin, on les voit parfois bien cristallisés dans les fossiles et le ciment.

CHIMIE ORGANIQUE, — *Action de la* N-*bromosuccinimide sur quelques hydrocarbures polycycliques.* Note (¹) (²) de MM. **Buu-Hoï** et **Jean Lecocq.**

On sait que l'action substituante de la N-bromosuccinimide sur les hydrocarbures aromatiques peut porter soit sur les noyaux, soit sur les chaînes latérales (²). Dans de nombreux cas, on aboutit à des dérivés bromés qu'il serait difficile, voire impossible de préparer par les anciennes méthodes. Le présent travail apporte une nouvelle contribution à ce domaine; le comportement vis-à-vis de la bromosuccinimide des hydrocarbures polycycliques a été examiné : *diphényle, fluorène* et *nitro*-2 *fluorène, diméthyl*-1.2 *naphtalène* et *diméthyl*-1.6 *naphtalène, β-méthylanthracène, rétène, pyrène, chrysène* et

(²) S. Caillère et F. Kraut, *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 862-863.

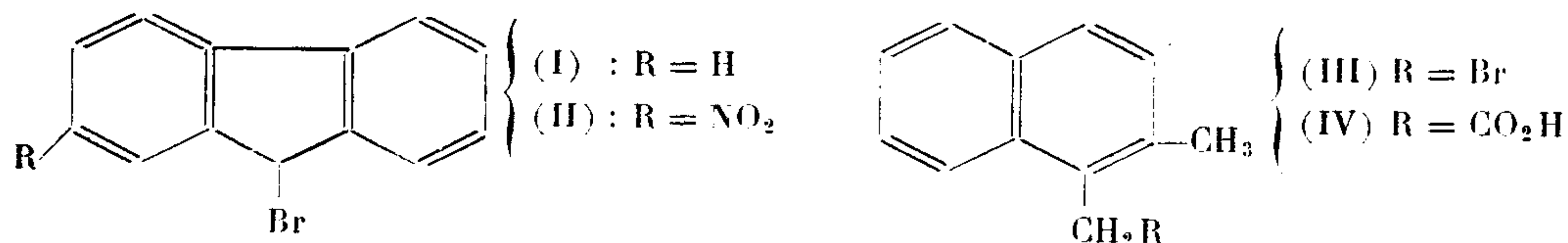
(¹) Séance du 22 décembre 1947.

(²) Voir bibliographie in Buu-Hoï et J. Lecocq, *J. chem. Soc.*, 1946, p. 830.

benzo-1.2 anthracène (le solvant utilisé est soit le tétrachlorure de carbone, soit le benzène).

a. Diphényle. — On sait que le benzène n'est pas notablement attaqué dans les conditions normales ([2]), mais que la présence de catalyseurs (Cl_3Fe, Cl_2Zn) rend la substitution possible ([3]). Le diphényle se comporte comme le benzène : non attaqué, même après un chauffage de plusieurs jours, il fournit le *bromo-4 diphényle* (F 90°) lorsqu'on ajoute du chlorure ferrique.

b. Fluorène et nitro-2 fluorène. — On sait que le phényl-9 fluorène est très facilement attaqué avec formation de bromo-9 phényl-9 fluorène ([1]). Le fluorène lui-même est

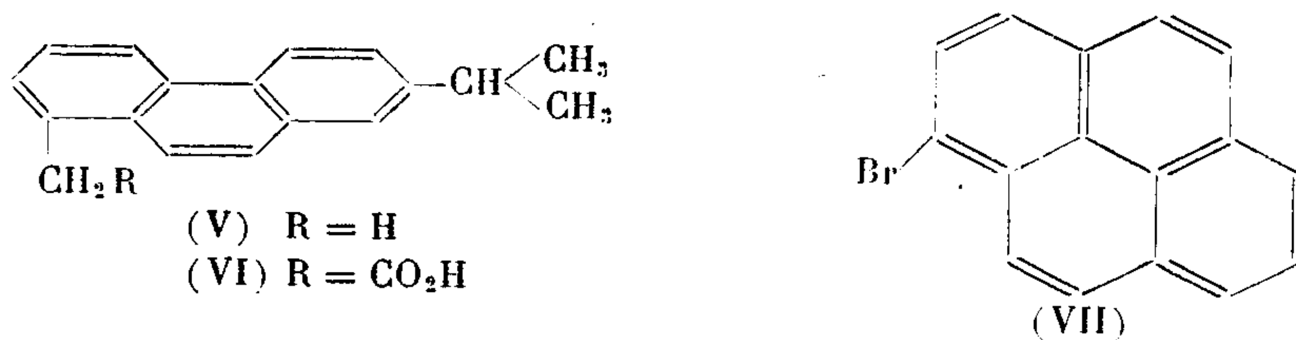


aisément converti en *bromo-9 fluorène* (I) (F 104°), dont c'est sans doute la meilleure méthode de préparation. Le nitro-2 fluorène est encore plus réactif, et fournit le bromo-9 nitro-2 fluorène (II); il est intéressant de noter que le fluorène est plus substituable que le diphénylméthane.

c. Diméthyl-1.2 et diméthyl-1.6 naphtalènes. — Ces deux corps sont intéressants à étudier, car ils ont un méthyle en α et l'autre en β. Le premier réagit vigoureusement à l'ébullition de CCl_4, et donne naissance à un mélange de bromométhyl-1 méthyl-2 naphtalène (III) et de méthyl-1 bromométhyl-2 naphtalène dans lequel semble prédominer (III), car par action de CNK, puis saponification du nitrile intermédiaire, on obtient un mélange d'acides duquel on retire par cristallisation l'acide *méthyl-2 naphtyl-1 acétique* (IV) F 178° (de l'alcool dilué). Cet acide est identique à celui que l'on obtient en chlorométhylant le β-méthylnaphtalène, faisant agir CNK, et saponifiant le nitrile obtenu ([4]). Le diméthyl-1.6 naphtalène réagit également avec vigueur sur la bromo-succinimide, fournissant un *bromodiméthyl-1.6 naphtalène* liquide ($É_{0,2}$ 135-140°, $n^{18°}$ 1,6508) auquel correspond un *nitrile* également liquide ($É_{1,5}$ 178-180°). Ce nitrile, saponifié, conduit à un mélange des deux acides méthylnaphtylacétiques possibles que nous n'avons pu fractionner.

d. β-Métylnaphtalène. — Ce carbure réagit assez paresseusement (2 heures de chauffage). On isole deux dérivés substitués : l'un très peu soluble dans CCl_4 (aiguilles F 174-176° très solubles dans C_6H_6), l'autre très soluble dans CCl_4 (aiguilles jaune pâle F 93°). La constitution de ces deux corps est actuellement à l'étude.

e. Rétène (V). — Ce carbure réagit très vivement, et une fois la réaction amorcée, elle se continue d'elle-même. C'est le groupement méthyle qui est attaqué, car le *bromorétène* obtenu réagit sur CNK en milieu acétonique pour donner un *nitrile réténylacétique* saponifiable en un acide F 162° (décomp.) (poudre microcristalline presque incolore, très soluble dans C_6H_6) qui est l'*acide isopryl-7 phénanthryl-1 acétique* (VI).

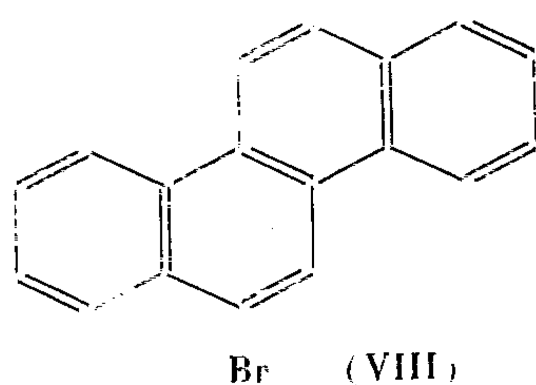


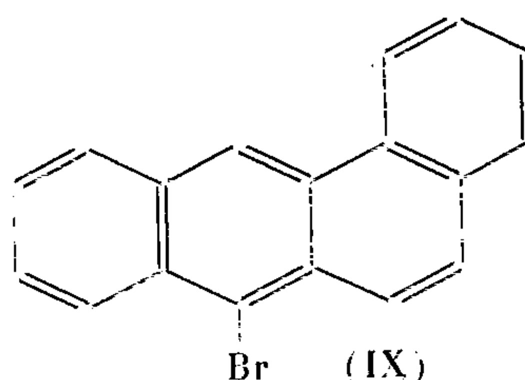
([3]) H. SCHMID, *Helv. chim. Acta*, 29, 1946, p. 1144.

([4]) BUU-HOÏ et P. CAGNIANT, *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 315.

f. Pyrène. — Le pyrène fournit avec d'excellents rendements le bromo-3 pyrène (VII) fondant à 95° et distillant sans décomposition sous vide ($É_{1,8}$ 238-240°).

g. Chrysène. — Le chrysène est également très actif et, des produits de la réaction, on isole par cristallisation fractionnée du *bromo-2 chrysène* F 152° (VIII).





h. Benzo-1.2 anthracène. — Ce carbure est aussi très réactif, et l'on obtient ici avec de très bons rendements le bromo-10 benzo-1.2 anthracène (IX).

Conclusions. — La N-bromosuccinimide constitue ainsi un excellent moyen d'attaque des molécules d'hydrocarbures polycycliques qui, par leur complexité, réagissent trop fortement avec le brome libre; dans certains cas tels que celui du rétène, la bromosuccinimide permet d'attaquer sélectivement un radical resté inerte vis-à-vis de tous les réactifs essayés jusqu'ici.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des sels d'acides gras sur les halohydrines des polyalcools.* Note (1) de M. **Pierre Savary**, présentée par M. Marcel Delépine.

Pour préparer les esters partiels d'acides gras et de polyalcools, on a signalé, voici déjà longtemps (2) (3), qu'il serait possible de faire réagir les sels d'acides gras sur les halohydrines de ces polyalcools.

Un tel procédé n'est cependant pas irréprochable; le stéarate d'argent, par exemple, traité par l'α-monoiodhydrine du glycérol, donne principalement du glycide (4).

En outre, il subsiste d'autres difficultés. On sait, par exemple, que les monoglycérides ne sont pas stables; lorsqu'on les chauffe, ils tendent à se transformer en fournissant un mélange des divers esters possibles : mono-, di- et triglycéride (5). On doit obtenir à l'équilibre le mélange d'esters que fournirait l'estérification directe d'une molécule d'acide gras par une molécule de glycérol.

(1) Séance du 22 décembre 1947.
(2) Krafft, *Ber. d. chem. Gesells.*, 36, 1903, p. 4339.
(3) Guth, *Zeits. f. Biol.*, 44, 1903, p. 78; Grün et Wittka, *Ber. d. chem. Gesells.*, 54, 1921, p. 273; Grün et Limpacher, *Ber. d. chem. Gesells.*, 59, 1926, p. 690; Brash, *J. Soc. Chem. Ind.*, 46, 1927, p. 480; Heiduschka et Schuster, *J. prakt. Chem.*, 120, 1928, p. 145.
(4) Grün et Limpacher, *Ber. d. chem. Gesells.*, 59, 1926, p. 690.
(5) Mlle Ivanoff, *Thèse d'Université*, Marseille, 1945.

Cette transestérification étant catalysée par les savons alcalins, on doit s'attendre à ce que les esters obtenus dans le procédé de Krafft évoluent à mesure qu'ils se sont formés.

J'ai constaté le même fait en voulant faire réagir les savons de potassium ou de plomb sur la quantité voulue de 2.2-dibromométhylpropane 1.3-diol, pour préparer les diesters gras de la pentaérythrite. Les esters obtenus avaient constamment un indice d'hydroxyle beaucoup plus bas que ne l'indique la théorie.

1° *Palmitate de potassium.*

Durée de chauffage.	Rendement en esters.	IOH du produit.
1 h 30 à 160°	82 % du poids théorique	constamment
6 h »	100 % »	très voisin
15 h »	100 % »	de 135

2° *Palmitate de plomb.*

30 min à 150°	70 % du poids théorique	120

Cet abaissement de l'indice d'hydroxyle s'explique : la transestérification est accompagnée, à côté de la formation d'esters plus complets de la pentaérythrite, d'une mise en liberté de monoester et de polyalcool. Ce dernier reste insoluble dans les dissolvants organiques, lors de l'isolement du mélange d'esters obtenu ; d'où une diminution apparente du nombre de groupements OH libres.

On peut calculer que les esters obtenus à partir du palmitate de potassium ne contiennent qu'environ 55 % du dipalmitate cherché, et 45 % dans le cas du palmitate de plomb.

Le même phénomène se produit déjà dans le cas particulièrement simple du palmitate de potassium réagissant sur la monochlorhydrine du glycol, prise en quantité théorique ou en léger excès :

Durée de chauffage.	Rendement en esters de la théorie (%).	IOH du produit.
7 heures à 160°	90	134
5 » 125	80	129

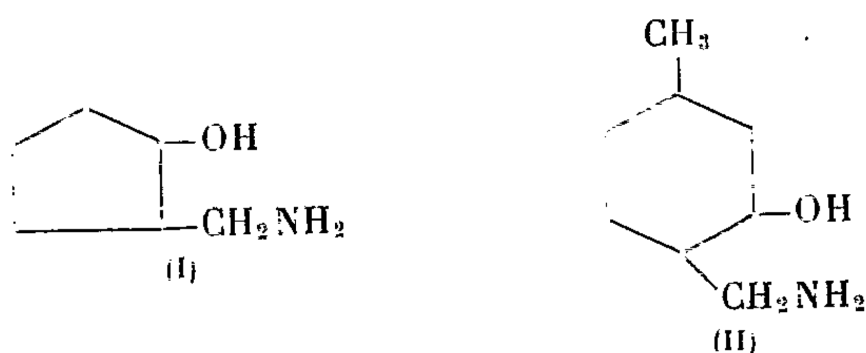
Le mélange obtenu contient environ 70 % environ de l'ester cherché.

Ceci se rattache bien à ce que l'on sait de la transestérification dans le domaine des corps gras ; les groupements acyles, à chaud, tendent à se répartir entre les divers esters possibles, et il y a tendance à la formation d'esters complets plus stables.

On ne devrait alors pouvoir obtenir les esters partiels cherchés à peu près purs que si la réaction des savons sur les dérivés halogénés était considérablement plus rapide que la transestérification ultérieure de l'ester formé en premier lieu, ce qui ne semble pas être général.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques cyano- et aminocyclanols.* Note (¹) de MM. **Max Mousseron**, **François Winternitz** et **Jean Jullien**, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans le présent travail nous avons abordé l'étude d'un certain nombre de composés alicycliques possédant simultanément des fonctions juxta- et extranucléaires :



Aminométhyl-2 cyclopentanol (I). — $É_{15}$ 122°, d_{25}^{25} 1,017, n_D^{25} 1,4887, donnant un complexe cuivrique, est obtenu par hydrogénation alcool-sodium du cyano-2 cyclopentanol, $É_{18}$ 141-142°, d_{25}^{25} 1,061, n_D^{25} 1,4673, préparé par action du cyanure de potassium sur le chloro-2 cyclopentanol *trans*.

Aminométhyl-2 cyclohexanol. — $É_{17}$ 133°, F 30-31°, d_{25}^{25} 1,007, n_D^{25} 1,4910, chlorhydrate F 149-150°, constante de dissociation K_{25} 1,5.10⁻⁴, complexe cuivrique, préparé par hydrogénation du cyano-2 cyclohexanol (²), $É_{16}$ 145-146°, F 46°, d_{25}^{25} 1,047, n_D^{25} 1,4767, provenant de l'action du cyanure de potassium sur le chloro-2 cyclohexanol *trans* (³), la chlorhydrine *cis* ne réagissant pas, le passage par une forme époxydique étant nécessaire.

Cet amino-alcool est encore obtenu, accompagné d'une faible quantité de son stéréoisomère, lors de l'hydrogénation par l'isopropylate d'aluminium de la cyano-2 cyclohexanone (⁴), l'hydrogénation par le nickel Raney conduisant à l'aminométhène-2 cyclohexanone (⁵).

Le tartrate acide droit de l'amino-alcool *d.l*, F 158-160°, α_{579} + 15°,9 (*c* 7 %, eau), par cristallisation fractionnée dans l'alcool à 80° conduit au tartrate *d* de l'aminométhyl-2 cyclohexanol *d*, F 174°, α_{579} + 29°,38, α_{546} + 33°,33 (*c* 7 %, eau) puis à l'amino-alcool libre, α_{579} + 53°,1, α_{546} + 60°,7.

L'action du pentachlorure de phosphore sur l'amino-alcool mène à l'aminométhyl-2 chloro-1 cyclohexane, $É_{25}$ 105-107°, d_{25}^{25} 1,055, n_D^{25} 1,4940 constante de dissociation K_{25} 1,9.10⁻⁴ et constante d'hydrolyse K'_{80} 20.10⁻⁴.

Méthylol-2 amino-1 cyclohexane. — $É_{13}$ 125-130°, chlorhydrate F 148-150°,

(¹) Séance du 22 décembre 1947.

(²) Friese, *Ber. d. chem. Ges.*, **64**, 1931, p. 2103.

(³) Koetz et Hoffman, *J. f. prakt. Chem.*, **110**, 1926, p. 112.

(⁴) Meyer, *Helv. chim. Acta.*, 16, 1933, p. 1291 ; Auwers et Enbergs, *Ann. der Chemie*, **441**, 1925, p. 68.

(⁵) Basu et Banerjee, *ibid.*, **516**, 1935, p. 243.

obtenu en faisant réagir l'ammoniaque à 120° pendant 12 heures sur le méthylol-2 chloro-1 ou bromo-1 cyclohexane (6).

Méthyl-1 aminométhyl-2 cyclohexanol. — $É_{14}$ 123-125°, d_{25}^{25} 0,992, n_D^{25} 1,4861, dérive du méthyl-1 chloro-2 cyclohexanol *trans* par action du cyanure alcalin suivie d'une hydrogénation alcool-sodium de la cyanhydrine, $É_{14}$ 136°, d_{25}^{25} 1,033, n_D^{25} 1,4757.

(*Amino-1*$_2$ *éthyl-*)1 *cyclohexanol.* — La chlorhydrine du méthène cyclohexane (7) conduit, après action du cyanure de potassium au cyanométhyl-1 cyclohexanol, $É_{14}$ 148°, d_{25}^{25} 1,048, n_D^{25} 1,4796 et, après hydrogénation, à l'amino-alcool correspondant.

Notons encore que le cyanure de potassium réagissant soit sur le méthyl-1 chloro-3 cyclohexanol-4, soit sur le méthyl-1 chloro-4 cyclohexanol-3 (8), conduit dans les deux cas au méthyl-1 aminométhyl-4 cyclohexanol-3 (II), tartrate acide F 155-157°, prouvant ainsi le passage par une forme époxydique.

L'établissement de la structure de ces divers amino-alcools a été réalisé par désamination nitreuse, qui fera l'objet d'une Note ultérieure.

Cyanocyclènes. — Lorsque l'on fait réagir le pentachlorure de phosphore sur le cyano-2 cyclohexanol, on isole à côté du cyano-1 cyclohexène un mélange de dérivés chlorés semblable à celui qui provient de l'action du chlorure de thionyle ou encore du pentachlorure de phosphore sur le cyano-1 cyclohexanol (9) et constitué en majeure partie par du cyano-1 chloro-2 cyclohexane à côté du cyano-1 chloro-1 cyclohexane, dont les amides obtenus par action de l'eau oxygénée (10) sont fusibles respectivement à 161-162° et 115° (11).

Le bromo-1 cyclohexène-2 et le chloro-1 cyclopentène-2 (12) conduisent aux nitriles par condensation avec le cyanure de potassium. L'eau oxygénée permet de saisir les amides purs correspondants, sans déplacement de la double liaison, F 144° et F 143° (13).

L'acide chlorhydrique gazeux réagissant sur les nitriles α et β éthyléniques, engendre un seul cyano-2 chloro-1 cyclohexane (14), amide F 161-162°; l'acide perbenzoïque et l'acide hypochloreux n'ont action que sur le nitrile cyclohexénique β-éthylénique, cependant que les organomagnésiens conduisent à des cétones, seulement dans le cas des nitriles α-éthyléniques.

---

(6) NENITZESCU et PRSEMETZKI, *Ber. d. chem. Ges.*, **74**, 1941, p. 176.
(7) TIFFENEAU, WEILL et Mlle TCHOUBAR, *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 147.
(8) KOETZ et HOFFMANN, *loc. cit.*
(9) VAN COILLIE, *Bull. Soc. Chimique Belge*, **42**, 1933, p. 419.
(10) RADZIZEWSKI, *Ber. d. chem. Ges.*, **18**, 1885, p. 355.
(11) BRAUN, JOSTES et MUNCH, *Ann. der Chemie*, **453**, 1927, p. 128; PRICE et SCHWARTZ, *J. amer. chem. Soc.*, **62**, 1940, p. 2891.
(12) DAVID, DUPONT et PAQUOT, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, **11**, 1944, p. 561.
(13) BUU-HOÏ et CAGNIANT, *ibid.*, **12**, 1945, p. 978.
(14) COCKER, LAPWORTH et PETERS, *J. Chem. Soc.*, 1931, p. 1382.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'oxydation periodique des chloraloses. Conséquences analytiques et théoriques.* Note [1] de M. **Henri Griffon**, présentée par M. Maurice Javillier.

Le chloralose ne donne pas directement la réaction de J. H. Ross [2] caractéristique du chloroforme, du chloral et plus généralement des dérivés trihalogénés. Tout se passe *comme si le groupement trihalogéné y était entièrement dissimulé*. Ce groupement semble cependant libéré et devient par suite *révélable* si, avant d'appliquer la réaction de Ross, on fait subir au chloralose une hydrolyse en milieu acide [3] *ou mieux une oxydation*. On a proposé à cette fin l'emploi du permanganate de potassium [4] ou la minéralisation sulfo-perhydrique [5], qui laisse seulement subsister le groupement trichloré sous forme d'acide trichloracétique. Les mélanges sulfo ou nitro-chromiques [6] donnent d'excellents résultats comme je l'ai constaté. Ces procédés permettent bien de révéler le groupement trichloré, mais il est difficile d'en tirer une indication précise concernant la spécificité de la réaction en vue d'applications analytiques. En effet, on ignore à quel degré ils poussent l'oxydation, hormis pour la minéralisation sulfo-perhydrique qui va au delà du nécessaire. Or, selon Fleury et Mlle Jolly [7] *l'acide periodique oxyde les chloraloses* α et β avec formation des deux aldéhydes correspondants et d'aldéhyde formique par arrachement du carbone terminal de la chaîne glucidique. Ce processus d'oxydation me suggéra qu'il pouvait provoquer la libération concomitante du groupement $-C\equiv Cl_3$ à l'égard de la réaction de Ross. Il en est effectivement ainsi, d'où la technique et les déductions suivantes :

Mode opératoire. a. Oxydation periodique. — La prise d'essai en nature ou en solution aqueuse est additionnée dans un tube à essai de 2^{cm^3} de solution M/10 d'acide periodique [8]. Après agitation, on laisse 5 minutes en contact à la température ordinaire. *b. Réaction de Ross.* — On ajoute au mélange 2^{cm^3} de lessive de soude, puis 1^{cm^3} de pyridine. On agite et place au B. M. bouillant pendant 2 minutes. La pyridine se sépare à la partie supérieure limpide et colorée en rose ou rouge cerise suivant la dose de produit mise en œuvre. La couche de liquide inférieure est limpide et incolore.

Conséquences analytiques. — 1° *Les chloraloses* donnent la réaction. Le chloralose β difficilement soluble, doit être parfaitement dissous avant l'addition du réactif periodique.

---

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) *J. Biol. Chem.*, 58, 1923, p. 641.

(3) P. Chéramy, *Journ. pharm. et chim.*, 9e série, 1, 1940, p. 237.

(4) M. Mascré, C. Maillard et J. Loiseau, *Bull. Sc. pharmacol.*, 47, 1940, p. 281.

(5) L. Truffert, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 24, 1942, p. 195.

(6) H. Cordebard, *L'oxydation chromique en analyse quantitative. Thèse doct. pharm.*, Nancy, 1942.

(7) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 688.

(8) Periodate de sodium $29^g,4$; SO_4H_2 N 30^{cm^3}; eau distillée q. s. p. 1000^{cm^3}. Avec le periodate de potassium, il faut $34^g,2$ de sel et doubler le volume de la solution sulfurique.

2° *La limite de sensibilité* est inférieure à $0^{mg},01$. *L'intensité maxima* est atteinte après 5 minutes à la température ordinaire, presque instantanément à l'ébullition. 3° La *tonalité* et l'*intensité* de la réaction restent stables pendant plus de 6 heures pour les quantités inférieures à $0^{mg},1$, pendant plusieurs jours pour les quantités supérieures. 4° La technique permet le *dosage colorimétrique* des chloraloses par usage d'une gamme témoin ou d'un colorimètre. On peut diluer la couche colorée de pyridine avec de l'oxyde ou de l'acétate d'éthyle.

Conséquences théoriques. — La réaction de Ross a été appliquée aux aldéhydes et aux acides chloraliques (⁹), ainsi qu'aux deux chloraloses avant et après oxydation periodique.

	Directement.	Après oxydation periodique.
Chloralose α.................	négative	positive
» β.................	»	»
Aldéhyde α.................	*positive*	»
» β.................	très faible	»
Acide α.................	négative	négative
» β.................	»	très faible

L'aldéhyde α, comme on pouvait s'y attendre, donne *directement* la réaction. Cela confirme que la réaction donnée par le chloralose α après oxydation periodique est bien due à cet aldéhyde. Pour *l'aldéhyde β*, une oxydation supplémentaire serait nécessaire pour libérer complètement le groupe trichloré. Pour les *acides α et β*, leur fonction trichlorée est à *nouveau dissimulée* comme dans les chloraloses. Ces constatations conduisent à penser, relativement à la structure des chloraloses, que l'intégrité de la chaîne carbonée ne conditionne pas à elle seule la dissimulation du groupement $—C \equiv Cl_3$ à la manière d'un empêchement stérique et que l'oxydation semble modifier directement la structure du reste de la molécule.

En résumé : 1° L'oxydation des chloraloses par l'acide periodique révèle leurs groupements trichlorés qui deviennent directement décelables par application de la réaction de Ross. La technique, simple et élégante, est susceptible d'application qualitative et quantitative : recherche et dosage du chloralose dans l'urine, le sang et les viscères [10] en vue du diagnostic des intoxications par cet hypnotique. 2° La spécificité de cette technique, notamment pour le chloralose α, est très grande, puisqu'elle est donnée par les aldéhydes chloraliques qui représentent la molécule entière du chloralose privée seulement du chaînon terminal de la chaîne glucidique. Il y a là un progrès sur les méthodes qui effectuent l'oxydation préalable à un degré indéterminé ou minéralisent presque intégralement la molécule. 3° Cette étude ouvre la possibilité de continuer les recherches de Fleury et Mlle Jolly sur la constitution des chloraloses.

(⁹) Ces produits m'ont été confiés par M. P. Fleury.

(¹⁰) H. Griffon et R. Le Breton, *C. R. Soc. Biol.*, **130**, 1939, p. 535.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Au sujet d'un mode nouveau d'épitaxie du chlorure de potassium sur les micas.* Note de M. **Louis Royer**, présentée par M. Charles Mauguin.

1. M. G. Deicha (¹)(²) signale qu'il a réalisé un mode nouveau d'épitaxie du chlorure de potassium sur les micas se faisant de telle sorte qu'une face $p(001)$ des cristaux cubiques de KCl coïncide avec la face de clivage $p(001)$ du mica et qu'en outre les deux diagonales [110] et $[1\bar{1}0]$ de la face $p(001)$ du cube de KCl ont mêmes directions que les deux rangées [100] et [010] de la face de clivage $p(001)$ du mica. Cet accolement nouveau diffère des deux types d'épitaxie de KCl sur le mica que j'ai décrits (³) par le fait que le plan d'accolement de KCl n'est plus le plan $a^1(111)$, mais bien le plan $p(001)$.

Cet accolement de KCl sur le mica suivant une face du cube paraît surprenant à première vue. A ce titre, il mérite une attention particulière, sous réserve toutefois que des expériences faites dans des conditions bien définies, vérifient la réalité d'un pareil accolement sur un assez grand nombre d'échantillons pour que cette nouvelle orientation ne puisse être considérée comme un fait du hasard.

Pour expliquer ce nouvel accolement de KCl et d'autres halogénures alcalins suivant une face $p(001)$ sur le mica, M. G. Deicha fait valoir que la méthode qu'il emploie pour obtenir à partir d'une solution aqueuse ces cristaux orientés, est telle que « par évaporation on peut réaliser une sursaturation suffisante pour que les ions puissent se fixer aux emplacements approximatifs qui s'offrent à eux à la surface du cristal support » (⁴). En d'autres termes, M. G. Deicha admet que ces cristaux de KCl, accolés par une face du cube, sont des cristaux qui prennent naissance au contact du mica et qui grâce à ce fait et à la sursaturation suffisante de la solution étalée sur le cristal support, sont contraints de s'accoler au mica par une face $p(001)$.

Rien ne s'oppose d'ailleurs, comme le montre l'expérience (⁵), à ce que certains cristaux de KCl, obtenus au cours du même essai, ne s'accolent pas suivant une face du cube, mais bien suivant une face de l'octaèdre dans l'une des deux positions à angle droit déjà connues.

On est donc amené à conclure qu'en employant la méthode décrite par M. G. Deicha, le mica impose aux cristaux de KCl qui prennent naissance au contact de son plan de clivage $p(001)$ de s'accoler tantôt suivant un plan du cube $p(001)$, tantôt suivant un plan de l'octaèdre $a^1(111)$.

(¹) *Bull. Soc. Franç. de Minéralogie*, 69, 1946, p. 16 et 19.
(²) *La Nature*, N° 3143, 1947, p. 279-282.
(³) *Bull. Soc. Franç. de Minéralogie*, 53, 1931, p. 82-85.
(⁴) *La Nature*, N° 3143, 1947, p. 288.
(⁵) G. Deicha, *La Nature*, n° 3143, 1947, Microphoto et Texte, p. 281.

2. Une remarque importante toutefois s'impose à ce sujet.

On sait que KCl, qui ordinairement cristallise en cubes, peut se déposer en octaèdres ou en dodécaèdres rhomboïdaux à partir de solutions contenant certaines matières susceptibles de modifier le faciès des cristaux de KCl.

Or, pour être certain que l'orientation nouvelle de KCl suivant une face du cube est bien imposée par le cristal support lors de la formation du cristal de KCl au contact du plan de clivage *p*(001) du mica, il est nécessaire et suffisant, de vérifier, comme je l'ai fait pour l'accolement de KCl sur le mica suivant une face de l'octaèdre, que cette orientation nouvelle est indépendante de la forme cristalline du chlorure de potassium qui se dépose. Donc, tout en employant la méthode préconisée par M. G. Deicha, il est indispensable de démontrer par une expérience, cruciale à mon avis, que si les cristaux de KCl qui se déposent au contact du mica sont limités extérieurement non plus par les faces du cube, mais par les faces de l'octaèdre, du dodécaèdre rhomboïdal ou même d'autres formes, leur plan d'accolement est néanmoins toujours un plan du cube *p*(001).

3. Si l'expérience vérifie cette condition, il reste à donner l'interprétation cristallographique de ce nouvel accolement suivant une face de cube.

On ne saurait suivre à ce sujet M. G. Deicha ([6]) lorsqu'il déduit la possibilité d'un accolement de KCl suivant une face du cube du fait que KCl donne lors de son accolement sur le mica suivant la face a^1 (111) deux orientations à angle droit, la rangée [110] de KCl coïncidant tantôt avec la rangée [100], tantôt avec la rangée [010] du mica.

J'ai montré, en effet, que ces deux orientations de KCl suivant une face de l'octaèdre étaient dues à *deux* facteurs : la quasi-identité de dimensions et la quasi-identité de formes des mailles planes en présence.

Or, si dans l'accolement de KCl suivant une face du cube, on peut admettre une quasi-identité de dimensions suffisante entre la maille construite sur les deux rangées [110] et [$1\bar{1}0$] du plan *p* (001) de KCl et la maille définie par les deux rangées [100] et [010] du plan *p* (001) du mica, la quasi-identité de formes entre ces deux mailles planes telle qu'elle existe lors de l'accolement de KCl suivant une face de l'octaèdre, n'est plus réalisée. Il est en effet impossible de construire dans le plan *p* (001) de KCl une maille pseudosénaire qui pourrait lors de l'épitaxie coïncider avec la maille pseudosénaire du plan *p* (001) du mica.

L'explication de l'accolement de KCl suivant une face du cube sur le plan de clivage du mica doit donc nécessairement être différente de celle que j'ai donnée pour justifier l'accolement de KCl sur le mica suivant une face de l'octaèdre.

([6]) *Bull. Soc. Franç. de Minéralogie*, 69, 1946, p. 20.

TECTONIQUE. — *Sur la découverte de grès et poudingues viséens à l'ouest de Boën, dans le Forez, et sur l'âge des formations cristallophylliennes sous-jacentes.* Note (1) de M. **André Demay**, présentée par M. Emmanuel de Margerie.

Il résulte de mes recherches de 1932 (2) que, dans la région de Boën, existent, non pas une ou deux grandes failles dirigées NW et WNW, figurées soit par Le Verrier (Feuille de Montbrison, 1re éd.), soit plus tard, en 1941, par MM. J. Jung et O. Vachias (2e éd.), qui sépareraient les formations anciennes et les terrains paléozoïques, mais des accidents échelonnés, dirigés NNW, séparant des panneaux où l'on peut étudier les relations des formations paléozoïques et des gneiss et granites sous-jacents. Mes recherches de 1945 ont mis en évidence des faits nouveaux importants.

La faille de Saint-Laurent-Rochefort, qui coïncide en partie avec la faille du Forez, de Le Verrier, la faille de Leigneux, immédiatement à l'est du Lignon, et la faille de Prélion, dirigées N ou NNW et une faille NW, à Sail-sous-Couzan, sont toutes marquées en général par des zones mylonitiques. La première met en contact le microgranite carbonifère de Saint-Laurent et le granite porphyroïde de Saint-Julien-la-Vêtre. Les autres séparent deux panneaux, celui du Grand-Miaulant à l'ouest du Lignon et celui de Boën, limité à l'Est par la fosse tertiaire du Forez.

J'ai découvert, *dans le panneau de Boën, deux petits lambeaux viséens*, celui de Leigneux et celui des Junchuns, les plus méridionaux de tout le Massif Central, au nord de la Montagne Noire. Ce sont des grès fins ou grossiers, parfois à ciment calcaire, souvent des arkoses, et des poudingues, qui comprennent des galets de microgranite, d'aplite et d'un granite à biotite, orthose, plagioclases, quartz en grains ou en plage, identique au granite de base. Ils sont presque complètement entourés par du microgranite, qui les absorbe, et traversés par de petits filons de microgranite.

D'autre part, dans la même région, au nord et à l'ouest de Sail-sous-Couzan affleurent des *schistes feldspathisés, à grain fin, à chlorite et biotite, des schistes chloriteux et amphiboliques feldspathisés* et des *gneiss amphiboliques*, exceptionnellement des micaschistes (série de Sail), qui correspondent en partie au *complexe andésitique dévono-dinantien métamorphisé* de la feuille de Montbrison (2e édition).

En fait, ils présentent au microscope un aspect différent des cornes vertes de

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) *Bull. Serv. Carte Géol. France,* 36, 1933, p. 178, et Carte géologique au 320000e (feuille de Lyon), 1939.

Saint-Germain-Laval, attribuées plus au Nord au même complexe. Ce sont ici des termes de métamorphisme régional, nettement schisteux, bien orientés, très proches des schistes chloriteux et amphiboliques qui affleurent sous le Viséen, entre Balbigny et Violay ([3]), et de ceux de la Brévenne, dans la zone lyonnaise.

Au-dessous d'eux, j'ai observé, dans un ensemble de paragneiss à biotite ou en enclave dans les gneiss granulitiques, des schistes à chlorite, biotite et très petits feldspaths et des gneiss amphiboliques (ouest de Sail, ouest et sud de Prélion), *qui accusent leur liaison avec les paragneiss et gneiss d'injection du Forez*.

Les *paragneiss à biotite*, avec des lits d'injection aplitique, affleurent surtout au sud de Prélion. Les *gneiss granulitiques, gneiss d'injection alcalins à biotite et muscovite, peut-être, en partie, des orthogneiss*, formés aux dépens des précédents ou de la série de Sail, tiennent la plus grande place jusqu'au granite de base. Souvent d'inclinaison faible ou même à peu près horizontaux, ils accusent, comme les gneiss d'injection du Lyonnais ou des Cévennes, *un laminage intense, suivi d'une recristallisation presque complète*, puis de déformations finales, souvent réduites.

Près de Sail, sur la rive gauche du Lignon, j'ai observé des gneiss d'injection intercalés dans la série de Sail, et, un peu plus à l'Ouest, des enclaves d'amphibolite, de schiste chloriteux feldspathisé, exceptionnellement de quartzite à tourmaline, dans les gneiss d'injection.

Près de Leigneux, les *amphibolites de la série de Sail sont renversés sur le Viséen*. Au nord-est de Sail, le Viséen des Junchuns, séparé des amphibolites par du microgranite sur 50 à 100^{m}, est dépourvu de tout métamorphisme et peu incliné (pendage Nord d'environ 30°), alors que les amphibolites ont une plongée Nord très forte ou subverticale. On ne peut donc douter que *le Viséen soit ici nettement discordant et transgressif sur la série de Sail*.

Bien que de faciès différent, les cornes amphiboliques et aussi pyroxéniques (d'après mes observations près de Saint-Germain-Laval), certainement dévono-dinantiennes, des lambeaux paléozoïques de Ferrières, Saint-Just-en-Chevalet, Saint-Germain-Laval, les dernières à moins de 9^{km} de l'affleurement de Leigneux de la série de Sail, lui aussi au contact du Viséen, évoquent pour celle-ci un *âge dévono-dinantien*, d'ailleurs admis par MM. J. Jung et O. Vachias. Mais si cet âge, encore un peu incertain, est exact, il entraîne un *âge identique pour le métamorphisme des paragneiss et pour la phase d'injection des gneiss granulitiques de la région de Boën et, de l'autre côté de la fosse tertiaire du Forez, pour la série chloriteuse et amphibolique qui affleure sous le Viséen, entre Balbigny et Violay, et pour le métamorphisme essentiel de la zone lyonnaise*.

([3]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1832.

J'ai signalé ici même, en juillet dernier (*loc. cit.*, p. 1834), des faits qui, avec un peu de doute, conduisent directement à cette conclusion. Les observations, de part et d'autre de la fosse tertiaire de Forez, s'accordent et s'étayent mutuellement.

PÉTROGRAPHIE. — *Sur la présence et la fréquence du type pétrographique des houilles mixtes dans les bassins paraliques et dans les bassins limniques.* Note (¹) de M. **André Duparque.**

De l'ensemble de mes recherches sur les houilles provenant, tant de *bassins paraliques* que de *bassins limniques*, on peut conclure que toutes les houilles, qu'elles soient d'âge westphalien ou stéphanien, se classent dans l'un des trois types que j'ai définis en décrivant les houilles du Nord et du Pas-de-Calais. J'avais été amené alors à signaler que les *houilles mixtes* étaient rares dans ce dernier gisement, non sans faire observer que la rareté de ces houilles mixtes pouvait n'être qu'apparente et imputable, soit aux conditions d'exploitation du moment, soit à la disparition par plissement et érosion des parties des veines de houille qui les contenaient (²). L'existence de ce type mixte, faciès intermédiaire entre les *charbons de cutine* et les *charbons ligno-cellulosiques*, vient confirmer mon hypothèse que la différenciation de ces deux types de houilles est originelle et déterminée par la nature des accumulations végétales qui leur ont donné naissance, les variétés de chacun de ces types résultant, soit de variations dans les conditions de sédimentation, soit de diagenèses précoces.

La réserve que j'avais faite sur le caractère très relatif de la rareté de ces houilles mixtes s'est trouvée rapidement justifiée par une étude des houilles de Courrières (³) qui a montré *que les huit veines du siège* n° 10 *étaient constituées uniquement*, du toit au mur, *par des charbons mixtes* qui passent au Sud à des *charbons de cutine* et au Nord à des *charbons ligno-cellulosiques*. Ces faits d'observation apportent une confirmation de plus à ma conclusion antérieure que ces trois types de houille résultent des variations latérales des conditions de dépôt, les charbons de cutine *représentant un faciès moins littoral* que les houilles mixtes et ligno-cellulosiques. Ces mêmes faits, appuyés par une abondante figuration (⁴), montrent que, contrairement à une affirmation récente (⁵),

(¹) Séance du 22 décembre 1947.

(²) A. Duparque, *Mém. Soc. Géol. du Nord*, 11, 1933, p. 351, pl. VII, fig. 30, tab. XXXIX, p. 385.

(³) H. Ringard, *Étude microscopique des principales veines de houille de la Concession de Courrières* (*Thèse* n° 6, Lille, 1936). H. Ringard et A. Duparque, *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 375.

(⁴) H. Ringard, *loc. cit.*, pl. IX à XVIII, fig. 78 à 162.

(⁵) F. M. Bergounioux et Jeanne Doubinger, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 609 à 611.

les houilles mixtes ou intermédiaires ne sont pas extrêmement rares dans le bassin paralique du Nord, où elles sont au moins aussi bien représentées que dans les bassins limniques du midi de la France.

D'autre part, des investigations répétées m'ont montré *que les houilles stéphaniennes sont pétrographiquement identiques à celles des bassins westphaliens.* La finesse de stratification des premières ne le cède en rien à celle des secondes et montre que dans les deux cas les accumulations végétales résultaient *d'une sédimentation en eaux très calmes,* de sorte que le contraste observé entre les dépôts stériles ordinairement plus grossiers dans le Stéphanien que dans le Westphalien n'existe pas en ce qui concerne les roches combustibles qui leur sont respectivement associées. Dans les deux cas les débris végétaux de même nature présentent des états de conservations comparables, de sorte que les variations dans la composition des flores n'entrainent pas de différences très appréciables des caractéristiques desdits débris. Ceci s'explique en partie par la ténuité et l'amenuisement de ces débris, *toutes ces houilles ayant été constituées à l'origine par des poussières ou des boues végétales.* La disparition des plantes à macrospores au Stéphanien supérieur se traduit par la disparition des charbons de macrospores dans les gisements de cet âge, mais les houilles de cutines dépourvues de macrospores étant loin d'être rares dans les formations du Stéphanien moyen ou inférieur et du Westphalien, l'absence de macrospores, qui peut résulter dans ce cas de conditions de sédimentation particulières, ne peut être considérée dans le Stéphanien supérieur comme étant un bon caractère spécifique.

Dans le bassin de la Loire, bon exemple de bassin limnique, les trois grands types de houilles sont bien représentés, tandis que dans le gisement de Carmaux et d'Albi (Tarn), les houilles ligno-cellulosiques font complètement défaut. Or, ce gîte ne représente qu'une partie du bassin de sédimentation primitif, des portions considérables de ce dernier ayant été enlevées par l'érosion, de sorte que l'absence des houilles ligno-cellulosiques peut être imputée au fait qu'elles se trouvaient localisées dans des parties aujourd'hui disparues. A plus forte raison, la localisation des houilles mixtes dans le petit bassin de Bertholène (Aveyron), signalée par M. Bergounioux et Mlle Doubinger, signifierait simplement qu'une faible partie de l'aire de sédimentation primitive a été respectée par l'érosion. Les faits d'observation très intéressants mis en évidence par ces auteurs doivent s'intégrer dans l'ensemble des faits antérieurement établis plutôt que leur être opposés, car autrement l'idée erronée pourrait s'accréditer qu'il existe des différences importantes entre la nature et le mode de formation des houilles dans les bassins limniques, d'une part et dans les bassins paraliques, d'autre part. *Bien au contraire, les examens microscopiques de ces différents charbons ne révèlent que des analogies constantes, d'autant plus frappantes qu'elles sont indépendantes du caractère grossier ou fin de leurs épontes stériles.*

Il résulte de tout cela que les dissemblances que l'on observe entre les houilles paléozoïques sont indépendantes de leur âge et sont plutôt imputables à des *variations de faciès sédimentaires*.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Les divers aspects de la fermeture du circuit vasculaire chez* Ipomœa Batatas *L.* Note [1] de M. **Fernand Pellissier**, présentée par M. Roger Heim.

Nos recherches ontogéniques sur l'appareil ligneux foliaire de *Tropæolum majus* L. et *Periploca græca* L. [2] nous ont révélé le mécanisme de fermeture du circuit vasculaire chez les feuilles. Le processus fait intervenir, entre deux *cordons* d'ordre n, la participation d'un certain nombre d'unités conductrices dont les dernières, d'ordre $n+x$, différencient à l'encontre l'une de l'autre leurs éléments terminaux basifuges (*supra-initiaux*). Après contact, ceux-ci poursuivent leur différenciation parallèlement, mais en direction opposée, et en complète indépendance.

Cependant, si tel est le principe général de l'édification du réseau foliaire, divers degrés dans la rapidité de développement des différentes parties du limbe se traduisent suivant les régions par des systèmes de verrouillage apparemment très dissemblables et susceptibles de prêter aux interprétations les plus variées.

Par la simplicité de la fermeture du circuit vasculaire, avec le concours de deux unités composantes seulement, *Ipomœa Batatas* L. constitue un excellent matériel pour l'étude de ces phénomènes.

A. Dans les régions limbaires soumises à un développement relativement lent (base), les cordons *verrouilleurs* de 2ᵉ ordre naissent chacun d'un *point nodal initial* localisé contre les nervures de 1ᵉʳ ordre. Ils poursuivent ensuite leur édification suivant le classique processus de différenciation nodifuge. *Leurs parties supra-initiales* (basifuges), *progressant respectivement l'une vers l'autre, ferment la maille*. Leur contact établi, elles poursuivent indépendamment leur lignification (*fig.* A). Plus tardivement, dans cette zone de *chevauchement*, chacun des cordons de 2ᵉ ordre deviendra le siège de la différenciation d'unités conductrices de 3ᵉ ordre qui contribueront à subdiviser le réticulum primaire en mailles secondaires.

B. Dans les zones supérieures, la croissance est moins lente. On observe alors, dans l'édification des cordons composants de 2ᵉ ordre, un déplacement progressif et en direction basifuge du point initial. Celui-ci peut naître à quelque distance de l'unité conductrice de 1ᵉʳ ordre.

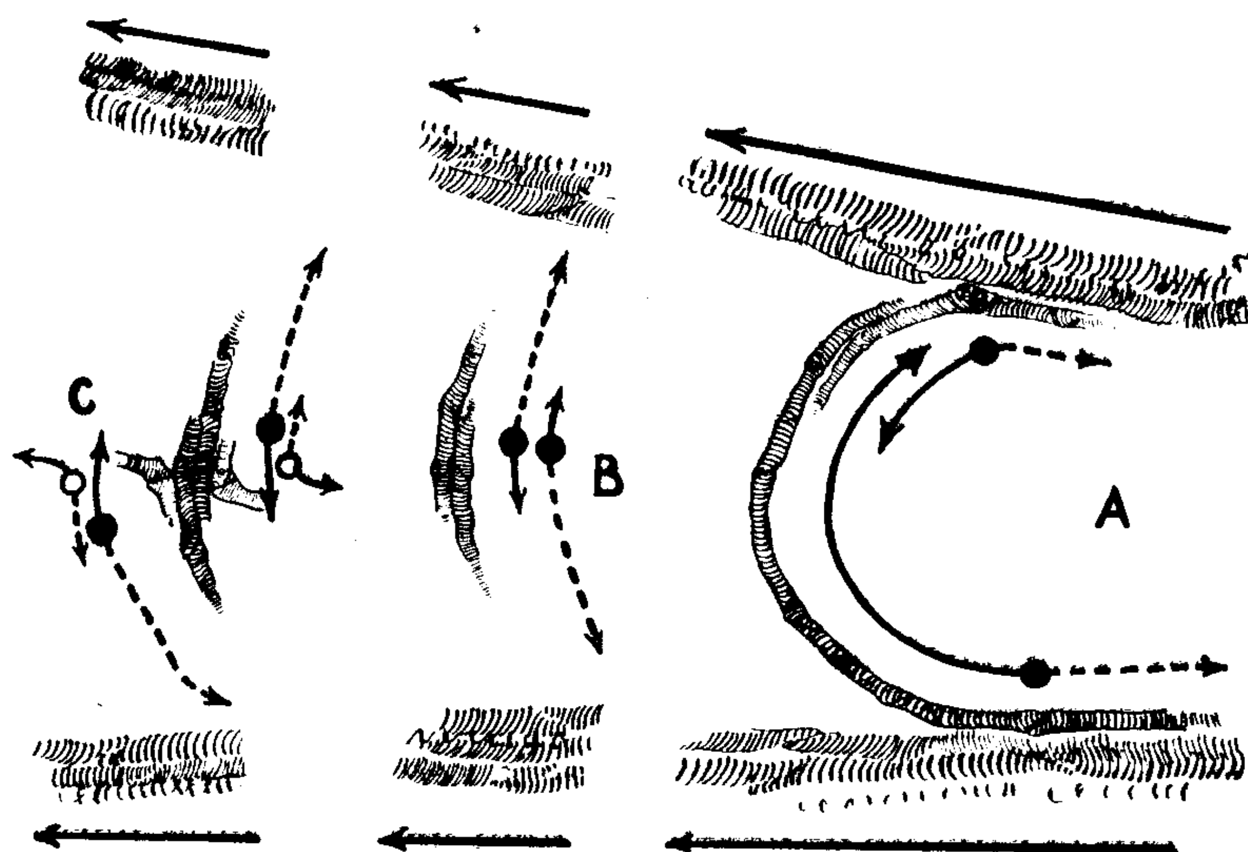
Lorsque le développement est plus intense, les deux cordons sont primitive-

---

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) *Recherches ontogéniques sur l'appareil vasculaire des feuilles de Dicotylédones*, Thèse Pharmacie, Marseille, 1945.

ment confondus dans la région même du verrouillage selon deux trachées parallèles, nées isolément à égale distance des deux nervures de premier ordre. Ce sont les points initiaux à partir desquels la lignification se poursuit, inéga-



Les divers types de fermeture du circuit vasculaire chez *Ipomœa Batatas* L.

A, région basale; B et C, régions supérieure et périphérique. Trait plein, portion supra-initiale; pointillé, portion sous-initiale; points noirs, points initiaux des cordons de 2e ordre; points évidés, points initiaux des cordons de 3e ordre.

lement d'ailleurs, dans les deux sens (*fig*. B). La fermeture du circuit est ici réalisée ***par le jeu des différenciations sous-initiales*** (basipètes), qui après avoir assuré le contact avec les deux nervures, ralentissent considérablement leur lignification.

En présence d'une telle image, on serait tenté d'adopter la notion de ***pont anastomotique*** sans autre signification que celle de raccord physiologique. En réalité, le mécanisme demeure identique; nous nous trouvons en présence d'un phénomène que nous avons assimilé à *l'accélération basifuge* (3), entraînant chez un cordon conducteur foliaire, d'une part, la progression ascensionnelle de son point initial, d'autre part, la réduction du nombre de ses éléments constitutifs.

C. Dans les régions périphériques, soumises à une grande rapidité de différenciation, c'est à égale distance entre les cordons de 1er ordre qu'apparaît, isolément, un édifice tétrapolaire. L'observation révèle que deux des 4 branches de l'étoile vont clore la maille, en rejoignant les deux nervures; les deux autres branches contribueront à subdiviser le réseau.

A notre sens, cette figure n'est pas essentiellement différente de la précédente. Nous y retrouvons les deux unités vasculaires de 2e ordre, nées simul-

(3) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 197.

tanément de points initiaux parallèles, isolés, et dont l'évolution des éléments sous-initiaux, en direction basipète, réalise la fermeture du circuit. Mais nous y constatons en outre un degré supérieur dans l'accélération des cordons constitutifs : les unités de 3e ordre ont ici ébauché leur différenciation, avant même que se soit parachevée celle des cordons *verrouilleurs* de 2e ordre.

En conclusion, la fermeture du circuit vasculaire procède d'un mode unique et admet une seule signification. Si ses phases successives sont parfois perturbées au point de laisser planer *apparemment* un doute sur l'existence même de cordons verrouilleurs, au bénéfice de la notion de raccord physiologique, le concept récemment exposé d'une accélération basifuge consécutive à un développement hâtif, nous permet d'en dissocier le mécanisme et d'y retrouver les classiques cordons élémentaires (véritables unités conductrices indépendantes) évoluant toujours, à partir de leur point nodal initial, dans les deux directions.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Nutrition azotée et respiration des feuilles.* Note (1) de M. **Alexis Moyse**, présentée par M. Louis Blaringhem.

L'influence de la nutrition azotée sur les échanges respiratoires des feuilles a été étudiée par F. G. Gregory et P. K. Sen (2), F. J. Richards (3), J. G. Wood et A. H. K. Petrie (4). Ils ont montré que l'intensité respiratoire croît avec la teneur des organes en protides, si aucun autre facteur n'intervient comme limitant, mais n'ont donné aucune indication sur les Quotients. Il m'a paru intéressant de reprendre cette étude.

Des semis sont faits en terre. Quand les feuilles utilisables pour les analyses ont atteint l'âge adulte, les pieds sont arrachés ou coupés à la base des tiges. L'extrémité inférieure est plongée dans un liquide nutritif. Les liquides renferment : $SO_4(NH_4)_2$: 1; KCl : 0,3; SO_4Mg : 0,5; $(SO_4)_3Fe_2$: 0,4; $(PO_4)_2Ca_3$: 5; H_2O : 1000; dans le liquide privé d'azote, $SO_4(NH_4)_2$ est remplacé par SO_4Na_2 en quantité équimoléculaire. Ces milieux inspirés des travaux de Zinzadzé sont fortement tamponnés, d'un pH voisin de 6 et renouvelés deux fois par jour. Après quelques jours, les feuilles choisies, aussi semblables que possible, sont détachées et leur extrémité inférieure plongée dans les liquides correspondants. Un lot (N) est constitué par des feuilles qui ont toujours été abondamment ravitaillées en N, un autre (A), par des feuilles carencées, un troisième (R), par des feuilles carencées qui, après étalonnage respiratoire, sont placées sur le liquide azoté. Les lots sont maintenus à la lumière en dehors des temps nécessaires à l'analyse des échanges gazeux. Les analyses sont poursuivies

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) *Annals of Botany*, 1, 1937, p. 521-561.

(3) *Ibid.*, 2, 1938, p. 491-534.

(4) *Ibid.*, 2, 1938, p. 729-750.

les jours suivants, toujours sur les mêmes lots, selon les techniques de précision de M. L. Plantefol. Les intensités respiratoires sont exprimées en centimètres cubes de CO_2 dégagé par heure, ramenés à $T = 0°$, $P = 760^{mm}$ de Hg.

Un lot supplémentaire permet de suivre les variations du poids frais au cours de l'expérience. Le poids frais diminue légèrement.

I. Limbes de *Triticum vulgare* Vill. (Blé Fylgia Vilmorin). (Blé semé le 22 avril, arraché le 11 juin, ayant 6 feuilles. Les feuilles n° 5 sont seules utilisées. Limbes cueillis le 14.) Le temps O correspond à l'étalonnage; le point M, au moment où les limbes de la série R ont été placés sur le liquide azoté.

La courbe de la figure 1 représente les Intensités respiratoires (I. R.) pour 100 limbes, la courbe de la figure 2, les Quotients respiratoires (Q. R.) correspondants.

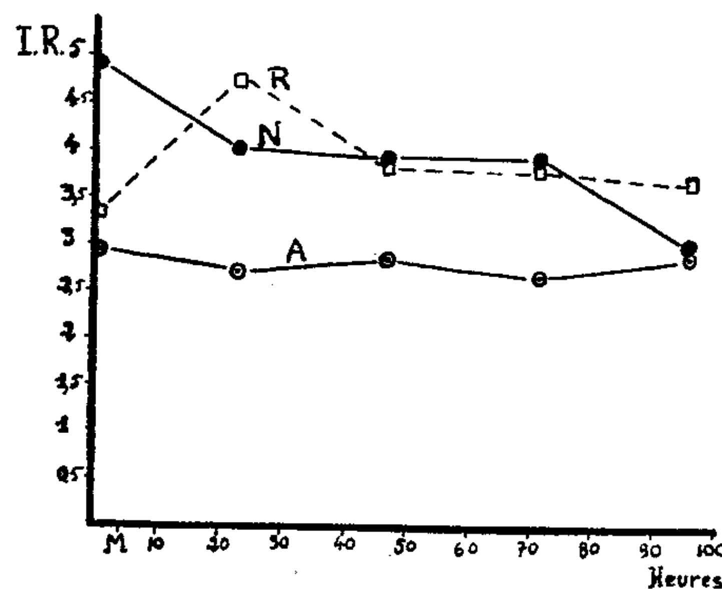


Fig. 1.

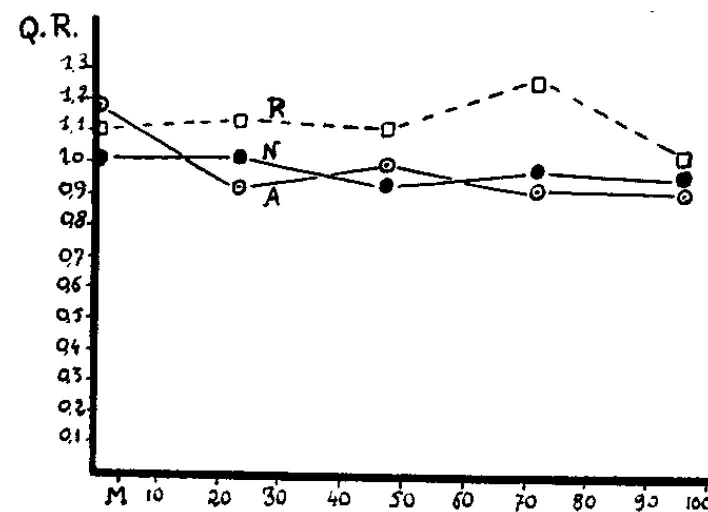


Fig. 2.

pondants. L'intensité respiratoire au moment de l'étalonnage, exprimée en centimètres cubes de CO_2 émis par gramme de poids frais d'organes, est 0,326 (lot N), 0,206 (lot A), 0,225 (lot R).

La nécessité d'opérer avec du matériel restant physiologiquement sain limite la durée de l'étude.

La même expérience a été refaite en octobre, avec des feuilles âgées de 52 jours, d'une part détachées, d'autre part laissées sur pieds jusqu'au moment des analyses (et alors sans étalonnage), les résultats étant rapportés au poids sec d'organes.

On constate dans chaque cas :

1° L'existence d'une I. R. plus élevée chez les limbes normalement alimentés en azote;

2° Une excitation des oxydations chez les limbes préalablement carencés, consécutive à l'apport azoté (lot R). L'élévation du Q. R. dans le lot R indique de plus l'existence de réactions d'oxydations nouvelles, provoquées par l'introduction de N ammoniacal.

II. Folioles de *Phaseolus multiflorus* Willd (Haricot d'Espagne blanc), prélevées sur pieds de 44 jours, au début de la floraison.

Lot N. — I. R. plus élevée au début que celle des lots A et R, croissant légèrement au cours du temps, Q. R. légèrement décroissant.

Lot A. — I. R. croissant légèrement, Q. R. constant, un peu plus bas que le Q. R. de N.

Lot R. — I. R. croissant fortement et restant élevée après l'apport azoté, Q. R. constant intermédiaire entre celui de N et celui de A.

III. Feuilles de *Polygonum Fagopyrum* L. (Sarrasin gris argenté), prélevées sur pieds de 68 jours, pendant la floraison.

Lot N. — I. R. plus élevée au début que celle des lots A et R, décroissante, Q. R., légèrement décroissant.

Lot A. — I. R. décroissante sauf en fin d'expérience, Q. R. décroissant.

Lot R. — I. R. d'abord décroissante, puis s'élevant nettement, Q.R. constant.

Pour les organes réalimentés en azote, après carence, nous retrouvons une excitation plus ou moins tardive due à l'apport azoté et le maintien d'un Q. R. plus élevé que celui des organes continuellement carencés.

Une discussion détaillée de ces résultats sera faite ultérieurement, après le dépouillement des teneurs en azote, en glucides et éventuellement en acides organiques des organes semblablement traités et correspondants à ces séries d'analyses.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Épuisement des réserves glucidiques de souches de tissus et de fragments de tubercules de Carotte maintenus* in vitro *sur milieux dépourvus de sucres.* Note (1) de M. **André Goris**, présentée par M. René Souèges.

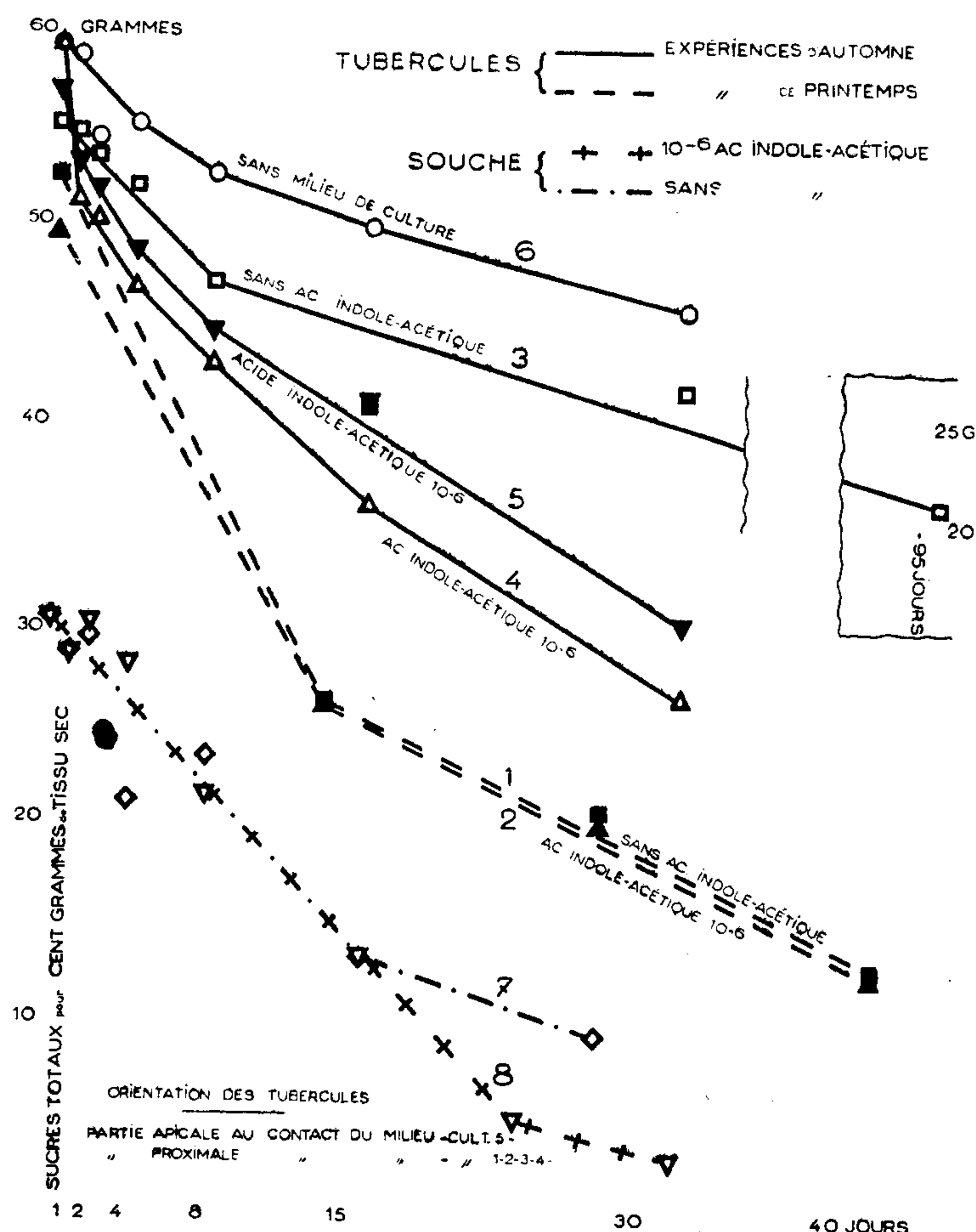
Dans une Note antérieure (2) nous avons conclu que divers facteurs, saison et hétéro-auxine, agissent indirectement sur l'utilisation des glucides de fragments de Carotte, maintenus *in vitro* sur milieux dépourvus de sucres, en influençant la multiplication cellulaire. Il nous a paru intéressant de comparer ces résultats à ceux qui ont été obtenus avec des tissus de Carotte de la souche cultivée par R. Gautheret depuis 1937.

Des cultures de ce tissu, repiquées depuis deux mois sur milieu d'entretien contenant 2 % de glucose, sont réparties en deux lots; l'un est repiqué sur milieu sans sucre ni hétéro-auxine, l'autre sur milieu sans sucre mais renfermant 10^{-6} d'acide indole-3 acétique. Les tubes de culture sont alors placés, à l'obscurité, dans une étuve réglée à 20°. Au bout de 24 heures, 2, 4, 8, 16 jours, etc., on prélève dix explantats de chaque série et on les pèse; une petite portion de chacun est desséchée à 100° afin de déterminer sa teneur en eau et le reste est épuisé par de l'alcool à 90° bouillant. Après distillation du

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) *C. R. Soc. Biol.*, séance du 22 novembre 1947.

solvant, l'extrait, repris par l'eau et soumis à la défécation, sert au dosage des sucres. Les résultats, exprimés par rapport à 100g de tissu sec, sont résumés par les courbes 7 et 8 du graphique ci-joint.



Dans les deux essais, on constate une utilisation rapide et régulière des glucides pendant les 15 ou 25 jours qui suivent le début de l'expérience, puis l'épuisement se ralentit sensiblement. La présence d'hétéro-auxine dans le milieu provoque un allongement de la période de forte consommation et par suite une disparition plus précoce des sucres contenus dans les tissus.

En comparant les diverses courbes qui indiquent les résultats obtenus avec les tissus de la souche et ceux qui sont fournis par les fragments de tubercules, on peut, en outre, formuler les remarques suivantes :

1° La teneur glucidique des tissus de la souche cultivée sur milieu d'entretien contenant 2 % de glucose, est très inférieure à celle des organes normaux : environ la moitié.

2° Les tissus de la souche réagissent vis-à-vis de l'hétéro-auxine de la même manière que les tissus prélevés sur les tubercules à l'automne. Étant donné que

dans le cas de ces derniers nous estimons qu'il existe une relation entre l'utilisation des sucres et l'importance des néoformations apparues, il convient peut-être d'admettre que, en l'absence de source glucidique extérieure, les tissus de la souche prolifèrent néanmoins aux dépens de leurs réserves glucidiques. Mais aucune donnée expérimentale ne nous permet actuellement de résoudre cette question.

3° La disparition des sucres est plus graduelle dans le cas des tissus de la souche que dans celui des fragments d'organes. Ce fait peut s'expliquer ainsi : les fragments de tubercules subissent, au moment de la mise en culture, un traumatisme qui provoque, comme l'a montré Lachaux (³), une augmentation considérable de l'intensité respiratoire; cette exaltation de la respiration rend bien compte de la consommation brusque des glucides observée pendant les 3 ou 4 premiers jours qui suivent l'isolement des tissus; dans le cas des tissus de la souche, aucun traumatisme n'intervient au début de l'expérience et la disparition des glucides peut donc avoir lieu graduellement.

En résumé, l'acide indole-3 acétique facilite l'épuisement des glucides des souches de tissus de Carotte maintenues *in vitro* sur milieux dépourvus de sucres, mais le mécanisme de l'action de cette substance n'a pu encore être déterminé. L'utilisation des sucres dans ces tissus se fait de façon graduelle tandis que, dans le cas des fragments de tubercules, elle est brutale pendant les premiers jours qui suivent l'isolement; cette exaltation passagère de l'utilisation des glucides par les fragments de racines doit être due à l'exaltation respiratoire qui se manifeste par réaction aux traumatismes qu'ils subissent au moment de leur prélèvement.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la sécrétion, par certaines espèces d'Algues de substances inhibitrices d'autres espèces d'Algues*. Note (¹) de M. **Marcel Lefèvre** et Mlle **Maud Nisbet**, présentée par M. Roger Heim.

Dès 1932, l'un de nous avait reconnu aux Algues d'eau douce des propriétés bactériostatiques et avait même utilisé avec succès ces propriétés pour obtenir des cultures d'espèces fragiles de Desmidiacées (²).

En 1940, les Américains Pratt et Fong étudièrent attentivement le développement en culture de *Chlorella vulgaris* Beyerinck (³). Ils établirent que la multiplication de cette Algue était progressivement stoppée par la concentration

---

(³) *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 218.

(¹) Séance du 22 décembre 1947.

(²) M. Lefèvre, *Recherches sur la biologie et la systématique de quelques Algues obtenues en cultures* (*Rev. Algol.*, 6, III-IV, p. 319).

(³) Robertson Pratt et Jane Fong, *American Journal of Botany*, 27, VI, 1940, p. 431-436.

dans le milieu de ses propres produits de désassimilation et non par l'épuisement des sels nutritifs.

Poursuivant leurs recherches, ils tirèrent ensuite de cultures de Chlorelles une substance bactériostatique, la chlorelline, agissant sur certaines bactéries Gram-positives et Gram-négatives.

Nos observations en culture et dans la nature nous firent alors penser que les produits de désassimilation d'une espèce d'Algue pouvaient non seulement inhiber son propre développement, mais aussi celui d'autres espèces d'Algues, et des essais furent entrepris dans ce sens.

Les souches utilisées proviennent, soit de l'algothèque créée par l'un de nous en 1928 au Laboratoire de Cryptogamie du Muséum, soit d'isolements beaucoup plus récents effectués au Laboratoire de Biologie végétale de la Station Centrale d'Hydrobiologie appliquée.

Une culture de *Phormidium uncinatum* (Ag.) Gomont fut établie en milieu liquide. L'analyse chimique montra que le milieu contenait à l'origine $4^{mg},8$ par litre de matières oxydables par MnO_4K. Après 40 jours de culture à l'étuve éclairée 12 heures sur 24 (25°C., 2500 lux), la culture fut filtrée. L'analyse du filtrat (nous nommerons ce filtrat *Phormidine* pour faciliter l'exposé) montra un accroissement considérable de la teneur en matières oxydables : $30^{mg},4$ par litre.

Scenedesmus quadricauda (Turp.) Breb. fut alors ensemencé dans cette phormidine. En 24 heures ses chloroplastes devinrent jaune grisâtre et son contenu cellulaire présenta un aspect granuleux. Aucune multiplication du *Scenedesmus* ne put être observée pendant les 40 jours que dura l'expérience. L'essai répété avec la phormidine extraite d'une culture âgée seulement de 12 jours après ensemencement massif donna des résultats identiques.

Cette inhibition de *Scenedesmus* par la phormidine ne provient pas de l'épuisement du milieu. L'analyse chimique prouve, en effet, que la phormidine contient encore plus de la moitié des ions actifs présents dans le milieu neuf, et l'expérience montre qu'il suffit de la présence du quart de ces ions dans un milieu pour obtenir d'excellentes cultures. Nous avons également vérifié que l'inhibition de *Scenedesmus* n'est pas due à une carence d'éléments oligodynamiques.

Enfin il suffit de diluer la phormidine par addition d'eau bidistillée pour que son pouvoir inhibiteur soit diminué et que la multiplication de *Scenedesmus* devienne immédiatement possible.

D'autre part, d'une culture bactériologiquement pure de *Scenedesmus quadricauda* âgée de 30 jours nous avons tiré la *Scenedesmine* qui se comporte exactement comme la phormidine. La scenedesmine stoppe complètement par exemple le développement de *Pediastrum boryanum* (Turpin) Menegh.

Phormidine et scenedesmine appliquées à *Cosmarium botrytis* Menegh ont également empêché sa culture. Nous nous trouvons donc bien en présence de substances inhibitrices d'Algues sécrétées par d'autres Algues.

Ces substances algostatiques ne sont pas toxiques. *Scenedesmus* bloqué depuis 12 jours dans la phormidine et repiqué en milieu neuf recommence à se multiplier en 36 heures. Les résultats de leur action ne se traduisent pas exactement de la même façon dans tous les groupes d'Algues. Elles semblent agir soit sur la multiplication, soit sur la nutrition, soit dans certains cas, sur les deux fonctions simultanément.

Dans la phormidine et la scenedesmine non diluées, *Cosmarium botrytis* fournit, à cadence ralentie, quelques multiplications, mais l'examen microscopique montre que les cellules néoformées l'ont été aux dépens des réserves des cellules mères.

Leurs chloroplastes sont minces, pâles, grisâtres; les pyrénoïdes s'amenuisent, les corpuscules trépidants disparaissent des vacuoles qui, elles, augmentent d'importance. La multiplication s'arrête bientôt.

La puissance inhibitrice d'une substance algostatique donnée varie suivant les espèces d'Algues auxquelles on l'applique. Ainsi, *Scenedesmus quadricauda* supporte des concentrations de phormidine beaucoup plus élevées que *Pediastrum duplex*. *Cosmarium botrytis* est moins sensible à la scenedesmine qu'à la phormidine. Il s'ensuit que certaines espèces sont compatibles et peuvent être cultivées simultanément dans le même milieu. Telles sont, par exemple, *Cosmarium impressulum* Elfv. et *Selenastrum minutum* (Naeg.) Ellins, que nous cultivons ensemble depuis deux ans sans qu'une des deux espèces élimine l'autre. Par contre il y a incompatibilité très nette entre *Chlorella pyrenoidosa* Chick. et *Euglena deses* Ehrbg., *C. pyrenoidosa* et *Pediastrum duplex* Meyen, la Chlorelle éliminant rapidement des cultures l'espèce qu'on avait tenté de lui associer.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Évolution chimique des boutons à fleurs du Pêcher au cours de l'hiver*. Note de M. **Jules Liwerant**, présentée par M. Albert Demolon.

Nous nous sommes proposé de déterminer par l'analyse périodique des boutons floraux, l'époque de départ de la végétation à la fin de l'hiver. On est en effet fondé à supposer que la reprise de l'activité biologique de l'arbre se reflète dans les bourgeons par des variations de leur composition chimique.

Dans ce but, nous avons choisi dans un verger d'expérimentation situé près de Toulouse, sur les alluvions anciennes de la Garonne, deux pêchers, variété Amsden, plantés en 1934 et recevant chaque année une fumure minérale complète. Sur chacun de ces pêchers on a effectué au cours de l'hiver quatre prélèvements de pousses de l'année portant des bourgeons floraux :

1er prélèvement :	28 décembre 1946,	3e prélèvement :	24 février 1947,
2e prélèvement :	18 janvier 1947,	4e prélèvement :	10 mars 1947.

Il convient de noter que l'hiver 1946-1647 fut rigoureux (température minima à Toulouse — 15°,5, le 30 janvier) :

	Décembre.	Janvier.	Février.
Températures moyennes mensuelles normales	+ 5°,36	+ 4°,86	+ 6°,17
1946-47 : Écarts sur les moyennes mensuelles normales	— 1°,63	— 1°,87	— 0°,86

Les boutons floraux séparés des rameaux ont été analysés par les méthodes usuelles. Nous indiquons dans le tableau ci-après les résultats obtenus.

Pour 100 de matière sèche.

Pêcher n°	Dates des prélèvements.	Cendres totales.	Cendres (*).	N.	P_2O_5.	K_2O.	CaO.	MgO.
I.	28 décembre.	7,50	15,2	2,464	0,507	0,732	2,807	0,507
	18 janvier...	6,70	18,2	2,520	0,521	0,861	2,330	0,489
	24 févricr....	6,70	26,3	2,576	0,632	1,097	2,134	0,471
	10 mars.....	6,70	43,3	3,206	0,786	1,804	1,460	0,434
II.	28 décembre.	7,95	17,7	2,086	0,432	0,772	3,087	0,471
	18 janvier...	7,10	21,1	2,268	0,499	0,890	2,611	0,452
	24 février....	6,90	26,1	2,450	0,614	1,050	2,190	0,435
	10 mars.....	6,80	41,2	3,206	0,781	1,750	1,460	0,400

(*) $\frac{\text{Cendres sol. eau}}{\text{Cendres totales}} \times 100$.

Dates des prélèvements. Pêcher..	Alimentation globale $S = N + P_2O_5 + K_2O$.		Équilibre nutritif $\frac{N}{S}$.		$\frac{P_2O_5}{S}$.		$\frac{K_2O}{S}$.	
	I.	II.	I.	II.	I.	II.	I.	II.
28 déçembre........	3,703	3,290	66,5	63,4	13,7	13,1	19,8	23,5
18 janvier..........	3,902	3,657	64,6	62,0	13,4	13,6	22,0	24,4
24 février...........	4,305	4,114	59,8	59,6	14,7	14,9	25,5	25,5
10 mars............	5,796	5,737	55,3	55,9	13,6	13,6	31,1	30,5

L'examen de ces chiffres montre que le repos hivernal du pêcher n'est que relatif, même pendant un hiver rigoureux. S'il y a ralentissement ou interruption des échanges avec le milieu extérieur (sol et atmosphère), il subsiste toujours une activité physiologique interne, limitée peut-être à certaines parties de l'arbre, mais qui détermine une évolution constante de la composition chimique des boutons à fleurs.

Cette évolution se traduit : 1° par une augmentation, lente au début de l'hiver, plus rapide vers la fin, de la teneur totale en $N + P_2O_5 + K_2O$; 2° par une diminution des cations alcalino-terreux, importante pour CaO, faible pour MgO; 3° par une augmentation sensible de la solubilité dans l'eau des cendres, par suite de la substitution graduelle de K_2O à CaO et à MgO;

4° par un déplacement de l'équilibre entre N, P_2O_5, K_2O en faveur de K_2O au détriment de N, P_2O_5 variant peu.

Conclusions. — 1° Chez les arbres fruitiers des régions tempérées, l'évolution chimique des organes de reproduction pendant l'hiver s'effectue dans un sens opposé à celle qui se produit dans les organes végétatifs pendant la période de croissance active (avril-septembre). Ainsi la teneur en N, P_2O_5 et K_2O des feuilles d'abricotiers et de pruniers [1], des jeunes pousses du pêcher [2] diminue avec l'âge, tandis que leur teneur en CaO et MgO augmente. Les boutons à fleurs du pêcher subissent en hiver une évolution contraire, enrichissement en N, P_2O_5 et K_2O, appauvrissement en CaO et MgO.

2° L'interdépendance des cations K d'une part, Ca et Mg d'autre part, observée dans l'évolution de feuilles des arbres fruitiers se retrouve dans l'évolution des boutons à fleurs du Pêcher.

3° Il est probable que l'enrichissement des boutons à fleurs au cours de l'hiver en N, P_2O_5 et K_2O s'effectue aux dépens des rameaux qui les portent. Il est donc important que ces rameaux soient en automne bien pourvus en ces éléments. Cette considération ne doit pas être perdue de vue en ce qui concerne l'époque d'apport des engrais au Pêcher.

EMBRYOGÉNIE DES CARYOPHYLLACÉES. — *Développement de l'embryon chez le* Saponaria officinalis *L.* Note [1] de M. **Pierre Crété**, présentée par M. René Souèges.

Il existe déjà des renseignements précis sur l'embryogénie des Caryophyllacées, mais seulement en ce qui concerne les tribus des Alsinées, des Polycarpées, des Paronychiées et des Scléranthées [2], qui, toutes, appartiennent à la sous-famille des Alsinoïdées. C'est pourquoi j'ai été incité à déterminer les lois auxquelles obéissent les segmentations de l'embryon chez le *Saponaria officinalis*, espèce appartenant aux Dianthées, l'une des deux tribus des Silénoïdées.

L'embryon proprement dit dérive uniquement de la cellule apicale, la cellule basale étant l'origine de deux vésicules uninucléées qui forment le suspenseur. La cellule *ca* se cloisonne d'abord en deux éléments superposés *cc* et *cd* (*fig.* 2) qui, chacun, se divisent plus tard transversalement pour donner une file de quatre cellules (*fig.* 1 à 4). Les étages supérieurs *l*, *l'* et *m* de cette tétrade comprennent rapidement deux cellules

(1) Maume et Dulac, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1456-1458.

(2) Liwerant, *C. R. Ac. Agr.*, 1946, p. 820-823 et *Ann. Agr.*, 1947, p. 226-232.

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) Voir *Bull. Soc. Bot. Fr.*, 71, 1924, p. 590 et *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 709 et p. 894; 205, 1938, p. 353; 206, 1938, p. 1404; 221, 1945, p. 41 p. 320; 225, 1947, p. 588.

juxtaposées (*fig.* 6), tandis que la cellule inférieure *ci* donne les éléments superposés *n* et *n'* (*fig.* 5 et 6); ainsi, se trouve réalisé un proembryon dont les huit cellules sont disposées en cinq étages. Celles-ci se segmentent plus ou moins tard longitudinalement, à l'exception de la cellule *n'* qui se dédouble en deux étages superposés *o* et *p*.

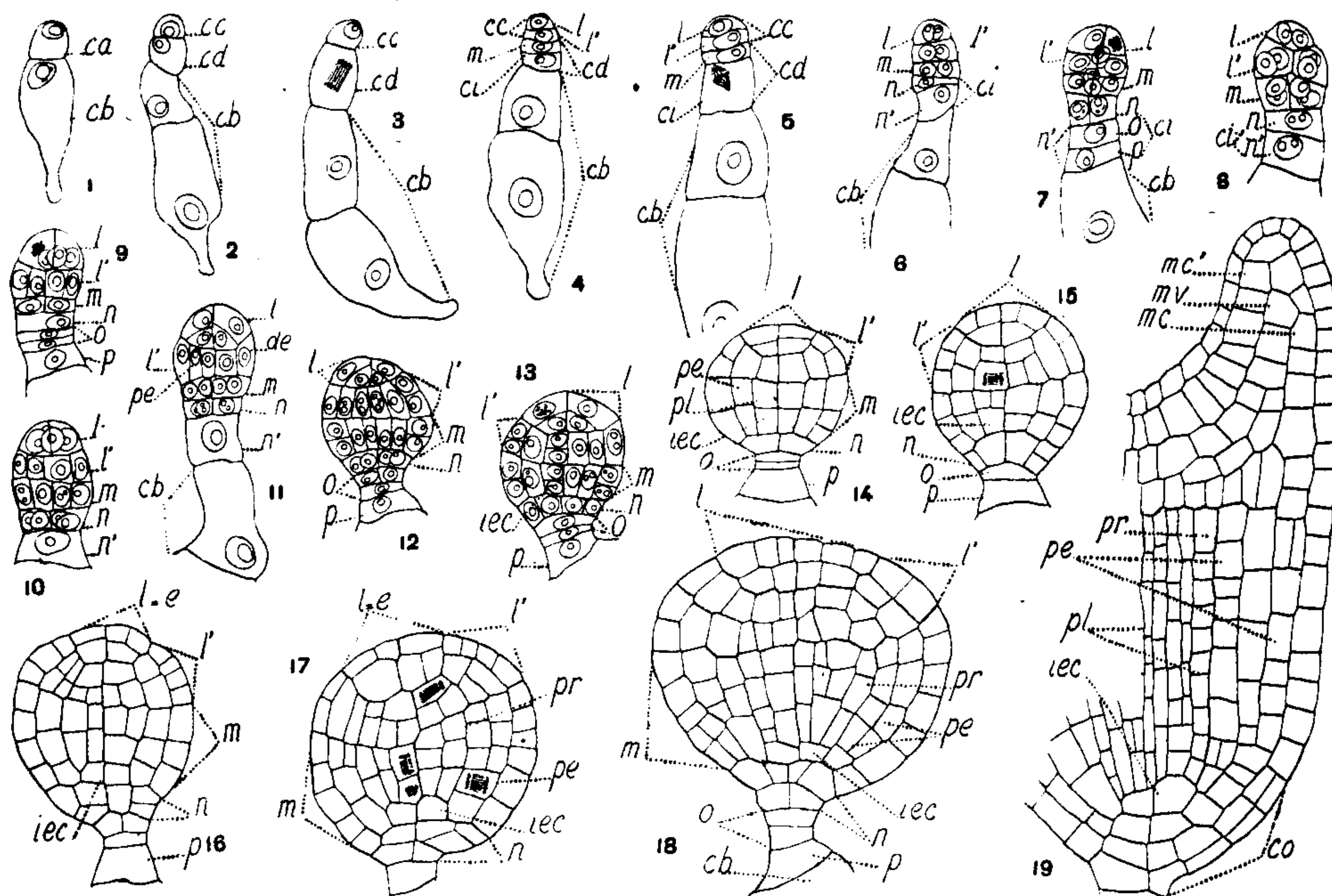


Fig. 1 à 19. — *Saponaria officinalis* L. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca*, cellule apicale du proembryon bicellulaire; *cb*, cellule basale ou vésicules qui en dérivent; *cc* et *cd*, cellules-filles de *ca*; *l*, cellule-fille supérieure de *cc*, ou épiphyse *e*; *l'*, cellule-fille inférieure de *cc*, ou partie cotylée *s. s.*; *m*, cellule-fille supérieure de *cd*, ou hypocotyle; *ci*, cellule-fille inférieure de *cd*; *n*, cellule-fille supérieure de *ci*, ou primordium de la coiffe; *n'*, cellule-fille inférieure de *ci*; *o* et *p*, cellules-filles de *n'*; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *pr*, péricycle; *iec*, initiales de l'écorce de la racine; *mv*, *mc* et *mc'* méristèmes vasculaire et cortical du cotylédon. G. = 320.

L'étage supérieur *l* se comporte comme une épiphyse, l'étage *l'* produit la quasi-totalité de la partie cotylée, mais il n'est pas impossible qu'une partie de l'étage *l* contribue également à l'édification de cette région (*fig.* 19). L'étage *m*, après différenciation de l'épiderme (*fig.* 9 et 10) et du périblème (*fig.* 11 et 12), donne naissance par division transversale des premières cellules circumaxiales internes, aux initiales de l'écorce au sommet radiculaire *iec* (*fig.* 13 et 14). L'étage *n* contribue à la formation de la coiffe (*fig.* 19). Une division transversale de *o* (*fig.* 9, 13 et 14) peut être suivie du cloisonnement longitudinal de la cellule-fille supérieure. La cellule *p*, souvent assez volumineuse, arrive à se souder à la vésicule sa voisine et à prendre des caractères comparables.

L'embryogénie du *Saponaria officinalis* se superpose de façon presque parfaite à celle du *Scleranthus perennis*, en ce qui concerne l'origine et les destinées des divers étages du sporophyte; comme chez les *Scleranthus*, la différenciation des initiales de l'écorce de la racine s'effectue aux dépens des cellules intérieures circumaxiales que l'on observe après séparation des premiers éléments du périblème. Cependant, l'identification de l'élément qui

donne naissance au primordium de la coiffe est plus hâtive que chez les Scléranthes et ce fait rapproche, par ailleurs, l'embryon de la Saponaire de celui du *Sagina procumbens*. C'est par l'état bicellulaire de son suspenseur vésiculeux que le *Saponaria* se distingue jusqu'ici de toutes les autres Caryophyllacées. Cette particularité, signalée tout d'abord par Tulasne ([3]) en 1855, puis par Rocen ([4]) en 1927, chez les *Tunica*, les *Saponaria* et les *Dianthus*, semble bien être la caractéristique des Dianthées et ne pas se retrouver chez les autres Silénoïdées, ni chez les Alsinoïdées. L'origine exacte n'en avait pas, jusqu'à présent, été déterminée avec toute la précision désirable. En effet, la cellule qui, issue de *ca*, se trouve au contact des vésicules, peut prendre, aux stades les plus variés de la séminogenèse, des dimensions considérables avant de se diviser. C'est peut-être à l'état de telles cellules, toujours momentané, que se rapportent les observations de divers auteurs sur l'existence de suspenseurs formés parfois de trois vésicules.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Mode d'invasion des tubercules de Pomme de terre par le* Spongospora subterranea (*Wallhr.*) *T. Johnson, agent de la gale poudreuse*. Note ([1]) de Mme **Yvonne Piard-Douchez**, présentée par M. Joseph Magrou.

La Pomme de terre attaquée par le *Spongospora subterranea*, Myxomycète appartenant à la famille des *Plasmodiophoraceæ*, présente des chancres sur le tubercule (gale poudreuse) et de petites tumeurs sur les racines.

Dans un travail antérieur ([2]) nous avons montré que ce parasite pénétrait dans les racines sous forme de myxamibes, éléments uninucléés provenant de la germination de la spore. Ce fait nous avait paru intéressant à signaler, d'autant plus que pour L. O. Kunkel ([3]), principal auteur ayant étudié la gale poudreuse, l'agent infectant du tubercule était le plasmode, celui-ci résultant d'une fusion de myxamibes, fusion ayant lieu dans le sol avant la pénétration.

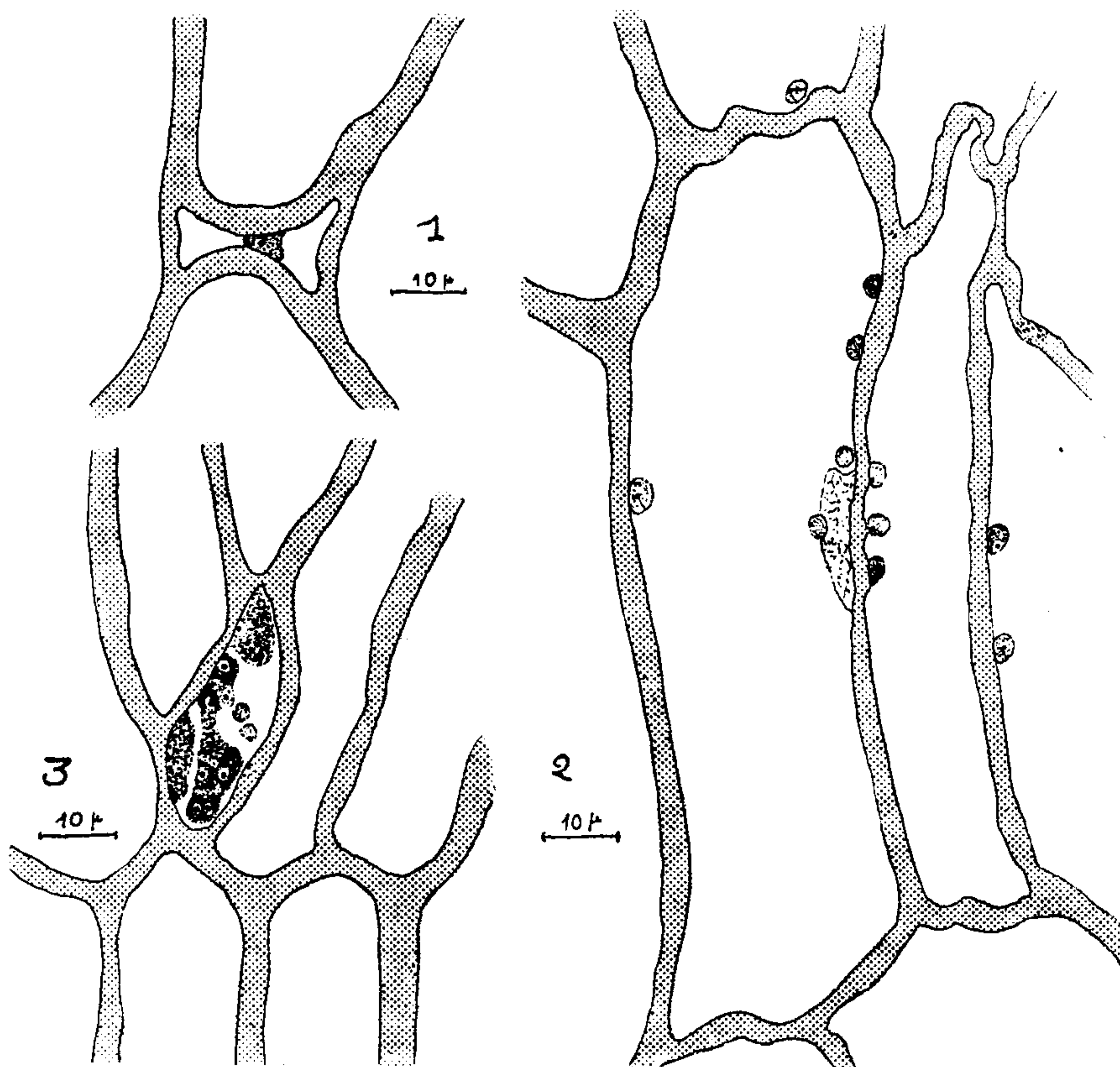
Ainsi, le parasiste pénétrait dans l'hôte sous une forme différente, selon qu'il attaquait le tubercule ou la racine.

L'interprétation de Kunkel repose sur l'examen de coupes de lésions de gale poudreuse *au début* de leur développement. Dans ces lésions, on voit un plasmode volumineux, intercellulaire, qui envoie secondairement dans les cellules corticales du tubercule des pseudopodes d'où dérivent les plasmodes intracellulaires.

([3]) *Ann. Sc. nat. Bot.*, 4e série, 4, 1855, p. 65.
([4]) *Zur Embryologie der Centrosperm, In. Diss.*, Uppsala, 1927.

([1]) Séance du 22 décembre 1947.
([2]) *Ann. Inst. Pasteur*, 70, 1944, p. 304.
([3]) *Journ. Agric. Res.*, 4, 1915, p. 265.

Ayant en notre possession des tubercules atteints de gale poudreuse, nous avons voulu vérifier les faits observés par Kunkel. A cet effet, nous avons examiné, dans des tubercules malades, des fragments qui, macroscopiquement, ne présentaient aucune anomalie de la surface. L'examen microscopique des coupes a montré, dans des tissus de structure encore parfaitement normale, la présence de myxamibes, qui peuvent être intercellulaires (*fig.* 1) et intracellu-



laires (*fig.* 2). Dans le liège, leur présence est fugace, elles n'y persistent pas. Par contre le tissu sous-jacent (conjonctif à réserves amylifères) contient de nombreuses myxamibes. Dans la cellule (*fig.* 2), le plus souvent elles longent les parois, plus rarement on en trouve autour du noyau de l'hôte.

Les tissus de l'hôte ne réagissent pas à cette première invasion du parasite : on ne constate ni hypertrophie, ni hyperplasie; parfois seulement on trouve quelques déformations et quelques hypertrophies du noyau de l'hôte quand celui-ci est entouré d'une couronne de myxamibes.

C'est seulement lorsque se forment les plasmodes par fusion des myxamibes qu'il y a gonflement de la surface du tubercule et apparition de saillies circulaires que Kunkel a décrites, qu'il considérait comme le premier stade de la maladie et où il a trouvé des plasmodes intercellulaires.

Ce plasmode intercellulaire décrit par Kunkel comme l'agent infectant, que nous avons du reste retrouvé (*fig.* 3), n'est donc qu'un stade secondaire et résulte de la fusion de myxamibes intercellulaires préexistantes.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur une nouvelle maladie bactérienne du* Pelargonium. Note de M. **François Mariat**, présentée par M. Joseph Magrou.

Nous avons observé, chez les *Pelargonium zonale* cultivés dans les serres expérimentales de l'Institut Pasteur, le développement d'une pourriture de la tige causant la mort d'un nombre important de sujets.

Un noircissement prenant naissance en un point quelconque de la tige, indique le début de la maladie. Le noircissement gagne ensuite toute la tige, tandis que les feuilles se fanent et tombent. La plante meurt alors et ne se maintient plus que par ses fibres péricycliques. Elle contient un liquide brun où pullulent des bactéries et où l'on rencontre des fragments de tissus dissociés.

Des coupes transversales de la tige, effectuées au fur et à mesure du développement de la maladie, montrent, tout d'abord, des bactéries localisées dans certains vaisseaux ligneux dont elles emplissent les lumières, puis, une injection de plus en plus dense d'un nombre de plus en plus élevé de vaisseaux par ces mêmes bactéries qui se répandent ensuite dans les parenchymes voisins.

Dans les tiges fortement attaquées, les membranes des cellules sont détruites et il en résulte la formation de cavités emplies de bactéries : tous les tissus sont ainsi désorganisés.

A partir de la tige d'un *Pelargonium* atteint par la maladie décrite succinctement ci-dessus, nous avons isolé la bactérie repérée dans les tissus et qui semblait en être l'agent causal.

C'est un bâtonnet à bouts arrondis de $1^{\mu},3\text{-}2^{\mu} \times 0^{\mu},8\text{-}1^{\mu}$ pouvant se grouper en chaînettes de deux ou trois individus. La bactérie est non sporulée, non capsulée, immobile, dépourvue de cils. Gram négative et non acido-résistante, elle se colore avec plus d'intensité aux extrémités. Aérobie stricte, sa température optima est voisine de 25°.

Cultivée sur gélose ordinaire, elle donne des colonies rondes à bords nets, à surface lisse, légèrement bombée, humide, brillante, jaune clair. La marge de la colonie est translucide, le centre opaque. Une culture par piqûre, en gélatine en culot, donne une végétation en surface avec liquéfaction en cupule de la gélatine. En gélose Veillon, les colonies sont localisées en surface. Sur sérum coagulé, le développement est abondant dans les 48 heures, donnant une culture humide avec digestion du sérum. Sur albumine d'œuf coagulée, la culture, peu abondante, provoque le dessèchement du milieu qui se fend. Sur gélose au sang, la culture est normale, sans lyse des hématies. Sur Pomme de

terre ordinaire, la végétation est intense; le pigment jaune, plus foncé que sur gélose ordinaire; la colonie, dont la surface est lisse mais mamelonnée, devient brune en vieillissant; par contre le tubercule garde sa couleur.

En bouillon ordinaire, la végétation, plus lente que sur les milieux solides, se manifeste par un trouble léger, sans formation de voile. Ce même trouble est observé lorsque l'on cultive cette bactérie en eau peptonée. En bouillon cube d'œuf, le trouble est plus intense autour du cube d'albumine qui reste inattaqué.

En milieux synthétiques, aucun développement en solution de Cohn ni en solution I de Nægeli; en solution d'Uschinsky la végétation est faible, par contre en solution III de Nægeli la culture devient abondante dans les 36 heures.

Les propriétés biochimiques de cette bactérie sont les suivantes : en eau peptonée additionnée de tournesol, elle est sans action sur l'amidon, l'inuline, la glycérine, la mannite, le lévulose, le saccharose, le glucose, le maltose, le lactose. De même en sérum tournesolé, nous n'avons noté aucune action sur glucose, maltose, lactose, saccharose, lévulose, mannite. Cultivée dans du lait, la bactérie provoque sa coagulation avec ensuite une légère digestion du caillot. La culture en lait tournesolé montre qu'il n'y pas formation d'acide, mais une coagulation du lait et une réduction du tournesol. En petit lait tournesolé, pas de production d'acide, mais réduction du tournesol dans les dix jours. La gélatine est liquéfiée, le sérum coagulé digéré. Cette bactérie ne forme ni indol ni scatol aux dépens de l'eau peptonée, elle ne produit pas d'ammoniaque, elle ne réduit ni les nitrates ni le rouge neutre, mais réduit fréquemment le tournesol; elle ne produit pas d'hydrogène sulfuré.

Nous avons facilement obtenu une maladie expérimentale du *Pelargonium* par piqûre de la tige au moyen d'une aiguille souillée avec une culture pure de cette bactérie. Les symptômes de la maladie expérimentale sont identiques à ceux qu'on observe dans les cas d'infection naturelle.

La bactérie dont nous communiquons ci-dessus les caractères et le pouvoir pathogène vis-à-vis de *Pelargonium zonale* n'ayant pas, à notre connaissance, été décrite, nous proposons les noms d'*Aplanobacter magroui* n. sp.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Mélanomorphogénèse par nécrose humide aseptique.* Note de M. **René Salgues**, présentée par M. Joseph Magrou.

Une culture de Tubéreuse (*Polianthes tuberosa* L., Amaryllidées-Agavées), établie sur terre forte, peu perméable, contenant 30% d'argile en moyenne, dans la région de Grasse (A.-M.), s'est soldée par un échec complet. Le bulbe-mère n'a pas donné de fleurs; les bulbes-filles sont nombreux (5-7 au lieu de 2-3), sans excès de vigueur.

Pour les bulbes de l'année, atteints de nécrose et ramollissement, aux stades

initial et moyen de l'altération, la structure est à peu près conservée, encore que l'on aperçoive une dilatation accusée des méats inter-squameux et la présence de formations noirâtres, fluides, peu visqueuses. Ces productions noires nettement pathologiques envahissent de proche en proche le parenchyme central amylifère et l'altération gagne d'une squame à l'autre en progression centripète, par les stomates et les solutions de continuité existant aussi bien dans l'épiderme que dans le liséré de petites cellules de bordure des stomates. Au parenchyme amylifère se substitue un parenchyme à granulations, lequel n'est, d'ailleurs, qu'une formation transitoire, rapidement lysée. A une période plus avancée de l'altération, les méats intersquameux sont inexistants; les divers éléments formatifs de la squame sont noyés dans un magma noirâtre dans lequel on reconnaît certaines cellules de l'épiderme avec sa marge péristomatifère, des faisceaux fibro-vasculaires avec des cellules de la gaine circum-fasciculaire, de très rares cellules amylifères, peu de cellules du parenchyme granuleux. Les lacunes qui étaient présentes dans le bulbe sain ont disparu, ainsi que les formations d'oxalate de calcium. L'on relève une plus grande résistance à l'action nécrotique des squames externes membraneuses et plutôt sèches, par opposition à celles de l'intérieur charnues, épaissies et mucilagineuses.

Un examen chimique portant d'abord sur les amino-acides du bulbe sain a montré une prépondérance des mono-amino-monocarboniques et, singulièrement, de la leucine mieux que du glycocolle et de l'alanine. En revanche, les teneurs en amino-acides aliphatiques et cycliques sont moindres, en ce qui concerne notamment les aromatiques : phénylalanine et tyrosine. Pour le bulbe altéré, c'est le contraire que l'on observe, avec maintien sensible de la phénylalanine et de la tyrosine aux stades initial et intermédiaire de l'affection; quand celle-ci s'aggrave et que la lyse tissulaire est accentuée, les taux de la phénylalanine et, à un degré plus élevé encore de la tyrosine s'abaissent, passant pour cet acide aminé de 6,22 (début de la maladie) à 2,86 (période terminale), après séparation par la méthode de van Slyke.

Les phénolases ont été préparées à partir du liquide de lyse des bulbes décomposés, par le procédé d'Evans et Raper. Le produit obtenu, inactif sur l'alcool, s'est montré actif sur la tyrosine, oxydant le paracrésol et le catéchol, mais de nul effet sur l'hydroquinol, le pyrocatéchol et le résorcinol.

Le magma brun noir, provenant de la liquéfaction du bulbe, a été traité par une solution de KOH qui a mis en solution le pigment, lequel a été précipité par le sulfate d'ammoniaque. Après nouvelle précipitation par la potasse et lavages à l'alcool et à l'éther, toutes autres substances protéiques étant détruites, le produit obtenu a été soumis à l'analyse et a donné, pour cent : C 53,01; H 3,86; N 7,10; O 36,01, sans présence de soufre. Une nouvelle opération, par le procédé plus doux dans son action de Piettre, a donné : C 52,08; H 4,01; N 8,20; O 36,30, et a confirmé qu'il s'agissait d'une

substance quaternaire, par opposition aux phytomélanes, ternaires, contenant C, H et O. D'ailleurs, au début de l'altération, les coupes, traitées par le mélange chlorate de potasse et acide nitrique, si elles ont montré la disparition de l'ensemble des tissus, aussi bien parenchyme qu'épiderme, n'ont pas conservé de réticulum noir, avec particules solubles dans l'eau oxygénée forte alcalinisée ou dans l'eau de Javel.

Ce même liquide de lyse, avant tout traitement chimique, a été soumis à des essais de culture sur gélose agar simple et sur des géloses au malt et au jus de carotte; tous ont été négatifs au quinzième jour en ce qui concerne les prélèvements des stades initial et moyen de l'altération. Il n'a pas été possible de mettre en évidence la présence de *Sclerotinia*, de *Fusarium*, de *Rhizoctonia* notamment, ce qui semble exclure toute action parasitaire d'origine fongique. Les cultures sur gélose et sur gélatine ont été négatives à toutes les étapes de l'affection, et surtout au stade terminal, alors que le bulbe était en pleine décomposition et que ses éléments anatomiques étaient disloqués et épars dans une bouillie brunâtre, inodore. Il n'a pas été davantage observé de pullulation bactérienne pathogène et, spécialement, des microbes provoquant un ramollissement des bulbes.

En résumé, on se trouve en présence d'une nécrose humide aseptique, s'achevant en pourriture franche avec saprophytes banaux, dont les syndromes pathognomoniques sont la substitution d'un protoplasma de granulations à un tissu amylifère, la lyse totale des éléments anatomiques tant épidermiques que parenchymateux et une mélanomorphogénèse à mélanine exclusive de phytomélanes ternaires.

PÉDOBIOLOGIE. — *Dégradation de la végétation et des sols dans le massif de la Bouzarea, ses caractères phytosociologiques, pédologiques et microbiologiques.* Note (1) de M. **Charles Killian** et de Mlle **Huguette Moussu**, présentée par M. Albert Demolon.

La destruction de la végétation arborescente et buissonnante, particulièrement aiguë aux environs des grandes agglomérations nord-africaines, a comme corollaire un ravinement intense des sols et leur détérioration. Nous l'avons étudiée, près d'Alger, sur des sols essentiellement siliceux (schisteux et gneissiques) ou parfois enrichis d'apports rubéfiés d'anciens horizons calcaires.

Nous retrouvons environ 50 % des espèces de la chênaie d'yeuse méditerranéenne (2), et le maquis actuel représenterait donc un climat secondaire. Sa

(1) Séance du 1er décembre 1947.

(2) J. Arènes, *Bull. Soc. Bot. Fr.*, 74, 1926; Braun-Blanquet et Molinier, *S. I. G. M. A.*, 44, 1935, p. 69; Braun-Blanquet et Susplugas, *S. I. G. M. A.*, 60, 1937, p. 1; Braun-Blanquet, *S. I. G. M. A.*, 38, 1936, p. 89.

dégradation progressive, qui se manifeste, en principe, par la disparition des *Quercus ilex* et suber, presque complète de l'*Arbutus Unedo* et de l'*Erica arborea*, puis par la dominance de pyrophytes, tels que *Quercus coccifera* et surtout *Cistus monspeliensis*, se traduit nettement dans nos relevés phytosociologiques. La cistaie pure finit par s'installer partout, avec un degré de couverture de 9/10 ; sa régression peut suivre des voies différentes : aux endroits anciennement cultivés, et renfermant beaucoup d'argile fine (jusqu'à 30 %), c'est l'*Inula viscosa* qui chasse le Ciste; au contraire, dans les cuvettes plutôt limoneuses (30 à 40 %), les Graminées en pelouse dominent. Absentes sur les pentes fortes (20 à 30 %) où la terre décapée met à jour la roche sous-jacente qui peut alors se couvrir de lichens, une partie de cette riche flore de pelouses réapparaît sur les pentes plus douces, et se mélange à certains éléments du maquis. Sa composition dépend trop des conditions édaphiques et saisonnières, pour pouvoir être caractérisée par la dominance d'une espèce (3). Elle subit, en outre, aux endroits surpaturés, un changement de faciès, toutes les espèces trop fragiles pour résister au piétinement étant remplacées par des espèces à rosettes, telles que *Hypochœris radicata* et surtout *Plantago serraria*, dominant avec 50 % d'individus.

Sur les sols en pente, fortement ravinés après défrichement, nous retrouvons d'autres pelouses à faible degré de couverture (1 ou 2/10), où dominent *Ormenis præcox* et *Oxalis cernua*, plutôt chétif, et finalement *Rumex bucephalophorus* seul. Elles peuvent s'enrichir de nitrophiles et, dans les bas-fonds, de quelques espèces herbacées de la cistaie, mais sans la régénérer.

Cette dégradation de la végétation va de pair avec la dégradation des sols : augmentation des cailloux (44 %), du gravier (44-72 %); dans la terre fine, ce sont encore les éléments grossiers qui dominent, avec 50 à 60 % de sable. Il y a, parallèlement, diminution de l'équivalent d'humidité (moins de 23 %) et de la teneur en carbone (0,2 %). Mais ni l'hygroscopicité, ni la teneur en phosphates assimilables — traces généralement, avec légère hausse dans les bas-fonds et sous les pelouses —, ni le pourcentage de K_2O (demeurant relativement élevé dans les sols ravinés sur gneiss (21^{mg} %), ne peuvent constituer de critérium de la dégradation.

Partout où s'installe même une faible végétation, nous voyons, au contraire, augmenter le carbone, qui atteint 10 à 13 % dans les litières. A ce point de vue, le dosage des fractions humiques est d'une grande sensibilité. Il y a diminution de ces fractions, dans les sols humifiés, par rapport à la litière, mais augmentation de la lignine, à grand pouvoir absorbant, aussi bien sous les buissons de chênes nains que sous les chistes.

Les caractères microbiologiques, en particulier le pouvoir cellulolytique de ces sols nous ont fourni un critérium beaucoup plus sensible de la dégradation que tous leurs caractères physiques et chimiques : il est nul sur arène

(3) J. Susplugas, *S. I. G. M. A.*, 1935, p. 36.

de gneiss à très faible capacité en eau, et atteint son maximum dans les litières, aussi bien celle du chêne que du ciste; ces observations se confirment dans nos numérations bactériennes.

Il est possible de stimuler cette cellulolyse, surtout dans les sols très pauvres, en améliorant les facteurs déficients : une hausse de la teneur en eau de 17 à 20 %, l'incorporation de 10 % d'humus, ou, enfin, l'addition, en solutions nutritives, de sels, notamment de phosphates et de nitrates, suffit pour l'augmenter considérablement. Cette stimulation est constante pour les nitrates; au contraire l'action des phosphates est plus complexe, et régie principalement par la loi du facteur au minimum.

ZOOLOGIE. — *Sur le cycle saisonnier des gonades chez les Oiseaux passeriformes.* Note de M. **Léon Vaugien**, présentée par M. Mauice Caullery.

J'ai suivi de mois en mois, durant les années 1946-1947, dans la région du Poitou, les changements d'état des gonades en relation avec le cycle sexuel, dans les conditions naturelles, chez une quinzaine d'espèces d'Oiseaux passériformes sauvages appartenant aux familles des Paridés, Fringillidés, Turdidés. Les conclusions relatives aux différentes espèces sont remarquablement concordantes. De plus, divers Oiseaux observés en captivité (Serin, Chardonneret, Bouvreuil, Perruche, etc.), se reproduisant ou non, m'ont montré des faits analogues.

Testicules. — Chez la Mésange charbonnière, *Parus major* L., par exemple, le poids des testicules de l'adulte reste stationnaire et voisin de 2^{mg} durant l'été, l'automne et l'hiver. Vers la mi-mars, ces organes subissent, en l'espace d'une quinzaine de jours, un accroissement *très rapide* et très considérable, multipliant leur poids initial par plus de 100. Durant la période d'activité reproductrice, limitée au mois d'avril et de mai, le poids testiculaire reste *stationnaire.* Il retombe au début de juin à sa valeur initiale, d'une façon également très brusque, au moment précis où l'oiseau entre en mue.

Ces observations, conformes à celles de G. Loisel [1] sur le Moineau, ne confirment pas celles de J. Benoit [2], qui décrit, chez le Canard, une augmentation *progressive* du volume testiculaire précédant un maximum d'activité, atteint vers le milieu de la période de reproduction.

Durant sa croissance accélérée, le testicule est le siège d'une poussée spermatogoniale intense et rapide, aboutissant à la constitution d'un lot de spermatogonies qui semblent se transformer progressivement en spermatozoïdes durant la phase de reproduction.

Les phénomènes sont semblables chez les Fringillidés et les Turdidés, mais

[1] *Journ. Anat. et Physiol.*, 36, 1900, p. 160.
[2] *Bull. Biol. France-Belgique*, 70, 1936, p. 487.

la période de reproduction est plus longue et ne prend fin, d'une façon toujours aussi soudaine, que vers le 15 juillet chez le Pinson et le Rouge-gorge, vers le 1er août chez le Moineau domestique.

Ovaire. — A partir de la mue estivale, on observe dans l'ovaire l'accroissement lent et progressif d'un lot d'ovocytes (200 environ) qui se distingue de plus en plus nettement du reste de l'organe. Le diamètre maximum de ces ovocytes atteint 250^{μ} en octobre, 400^{μ} en novembre, 500^{μ} en janvier, 800^{μ} en février. Durant la période de reproduction, — qui coïncide avec celle des mâles de la même espèce, chez les Paridés comme chez les Fringillidés, — une dizaine seulement parmi ceux de ces ovocytes, qui dépassent alors 1^{mm}, subit un dernier accroissement et fournit la ponte annuelle. Presque tous les autres ovocytes du lot, quelle que soit leur taille, dégénèrent progressivement et il est à noter que cette atrésie débute en même temps que la période de reproduction, le nombre des ovocytes intacts diminuant progressivement au cours de cette période. La dégénérescence des ovocytes ne saurait donc être considérée comme la conséquence d'une altération des conditions humorales de la reproduction. Au contraire, c'est l'appauvrissement du lot d'ovocytes susceptible de subir l'accroissement terminal qui semble déterminer l'arrêt de la ponte.

Durant la mue, qui, chez la femelle comme chez le mâle, coïncide exactement avec la fin de la période de reproduction, l'ovaire montre déjà de nombreux petits ovocytes jaunâtres, avec quelques ovocytes résiduels de diamètre inférieur à 250^{μ}. Un peu plus tard, un nouveau lot d'ovocytes commence sa croissance et fournira la ponte de l'année suivante. On voit donc qu'il n'existe pas à proprememt parler de repos ovarien.

La préparation du lot d'ovocytes destiné à la ponte, qui domine toute l'évolution cyclique de l'ovaire, n'est pas sans analogie avec la constitution dans le testicule, lors de la stimulation printanière, d'un lot de spermatogonies destiné à la reproduction saisonnière.

PROTISTOLOGIE. — *Conjugaison à plusieurs gamètes chez l'*Urceolaria patellæ (*Cuénot*). Note (1) de M. JEAN BROUARDEL, présentée par M. Louis Fage.

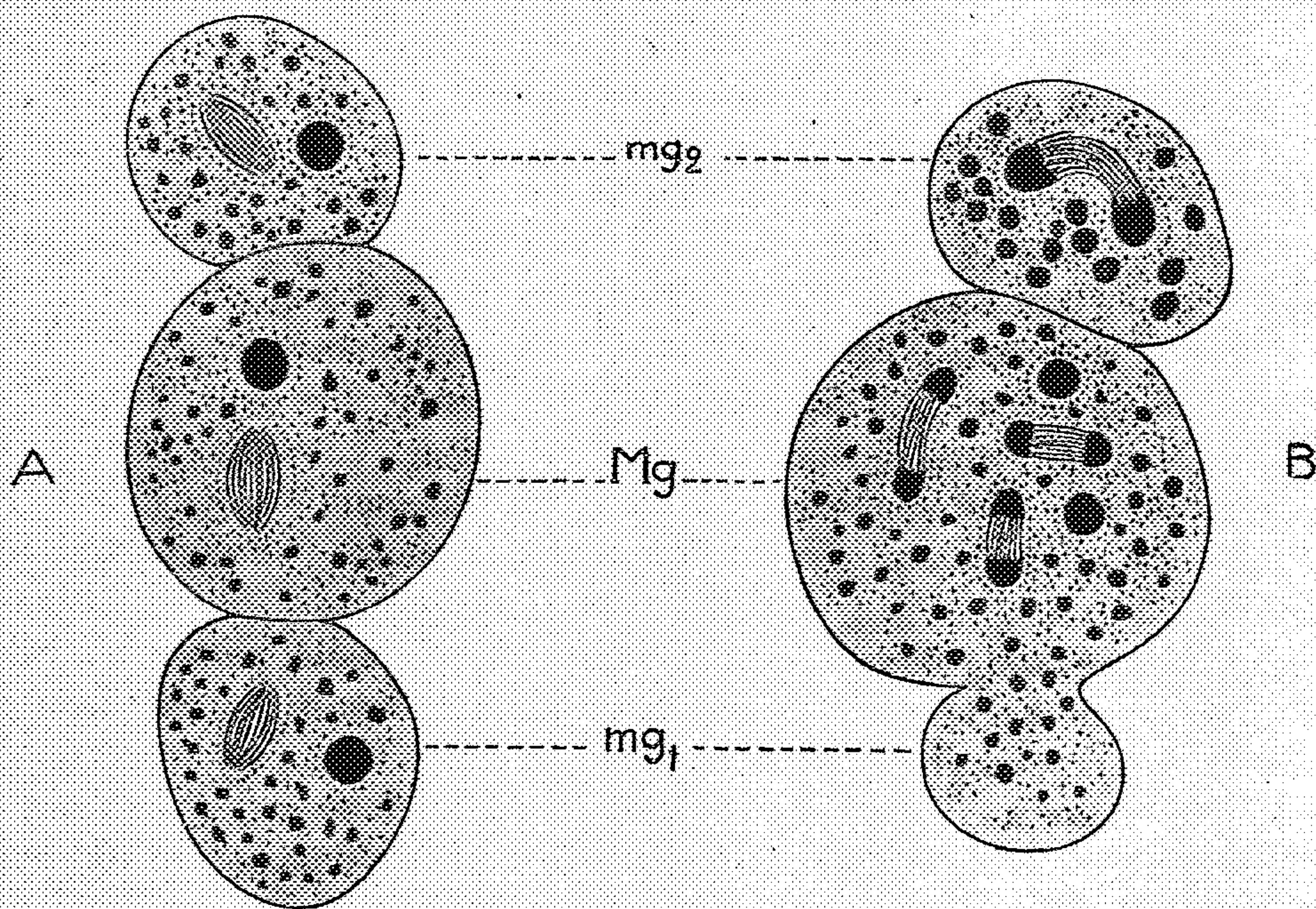
J'ai signalé ici même (2) les principaux stades de la conjugaison d'un infusoire Péritriche commensal des Patelles, l'*Urceolaria patellæ*. Alors que, dans la conjugaison normale, un seul microgamète intervient, il arrive parfois que deux ou même trois microgamètes participent au phénomène. Cette sorte de *polyspermie* est très rare : au cours d'observations faites à Wimereux,

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 818.

de mai à juin 1939, pendant une période de conjugaison active pour ce protiste, sur 4940 stades de conjugaison trouvés (provenant de l'examen de 465000 individus), 24 présentaient 2 microgamètes et un seul en présentait trois.

Parmi ces conjugués aberrants, on trouve des cas où tous les gamètes sont sensiblement au même stade de leur évolution, l'accolement des microgamètes sur le macrogamète s'étant fait en même temps (*fig.* A); d'autres au contraire,



A. Microgamètes (mg_1, mg_2) accolés sur le macrogamète (Mg). Les trois gamètes sont au même stade.
B. Un second microgamète (mg_2) dont le micronucleus subit sa première division est accolé sur le couple normal ($Mg + mg_1$).

où, sur un couple en évolution normale plus ou moins avancée, un second microgamète se trouve à un tout autre stade (*fig.* B), son accolement sur le couple s'étant fait à un instant quelconque.

1° *Accolements à peu près simultanés.* — Dans ce cas, qui semble le plus général, on observe, au début, dans chacun des gamètes, tous les stades nucléaires de l'évolution normale décrite antérieurement ([2]); le contenu des deux microgamètes se vide dans le macrogamète, mais alors, le pronucleus *d'un seul* des microgamètes intervient dans la formation de l'amphicaryon. Tous les éléments nucléaires ayant pour origine l'autre microgamète dégénèrent lentement. L'amphicaryon ainsi constitué, les stades ultérieurs se déroulent normalement.

2° *Accolements successifs.* — Sur le macrogamète de deux conjugués normaux et à un stade plus ou moins avancé de son évolution, un second et, éventuellement, un troisième microgamète vient s'accoler. L'évolution du

matériel nucléaire à l'intérieur du microgamète supplémentaire est normale et cela jusqu'à la formation d'un pronucleus, mais il n'y aura pas passage dans le macrogamètre de ses éléments nucléaires qui dégénéreront à l'intérieur de leur gamète originel.

En conclusion, dans tous les cas observés, la présence d'un ou deux gamètes supplémentaires ne modifie pas les phénomènes nucléaires de la conjugaison et, lorsqu'il y a passage du contenu d'un microgamète supplémentaire dans le macrogamète, fait qui ne se réalise que lorsque les accolements sont sensiblement simultanés, tous ses éléments nucléaires dégénèrent progressivement sans jouer aucun rôle dans la formation des nouveaux noyaux.

GÉNÉTIQUE. — *Une mutation* Aristapedia, *hétérozygote dominante, homozygote léthale, chez* Drosophila melanogaster. Note de M. **Jean Le Calvez**, présentée par M. Maurice Caullery.

On connaît, chez *Drosophila melanogaster*, plusieurs mutations *Aristapedia* (1). Ce sont des allèles multiples de *spineless* (*ss* : III, 58.5); et, chez *D. pseudo-obscura*, une mutation analogue (*homophénique*) a été signalée sous deux allèles différents (2). Toutes ne se manifestent qu'en condition homozygote. Le phénotype des mutants se distingue du phénotype sauvage par un certain nombre de caractères; le principal étant la transformation de l'antenne en tarse, mais le gène induit aussi une réduction des macrochètes, une réduction des articles tarsiaux des pattes et un écartement des ailes en attitude de repos.

Nous avons été amené à étudier une nouvelle mutation *Aristapedia*, apparue chez *D. melanogaster* à la suite d'expériences d'irradiations par neutrons. Elle se distingue de celles précédemment décrites par un ensemble de caractères génétiques, phénotypiques et cytologiques. Tout d'abord, elle est dominante à l'état hétérozygote et léthale en condition homozygote. Ensuite, le funicule antennaire de ces mouches aristapèdes ne s'intègre jamais dans la série tarsienne, même chez les phénotypes les plus exprimés, mais ce funicule subit par contre une hypertrophie et une déformation en crosse très caractéristiques. La mutation atteint aussi la capsule céphalique, déformée et élargie, portant des ocelles réduites en nombre et en taille. Enfin, alors que toutes les mutations *Aristapedia* jusqu'ici connues n'étaient associées à aucune altération visible dans les chromosomes géants des glandes salivaires, celle qui fait l'objet de la présente Note est liée à une grande inversion, placée dans la partie droite du chromosome III, entre 84 A_5 et 92 A_5 de la nouvelle carte de Bridges (3). Mais cette inversion fausse du même coup les valeurs de crossing-over dans la moitié

(1) E. von Finck, *Biol. Zentralblatt*, 62, 1942, p. 279.
(2) C. A. Villee, *Journ. Elisha Mitchell Sc. Soc.*, 60, 1944, p. 141.
(3) P. N. Bridges, *Jour. Hered.*, 32, 1941, p. 399.

proximale de III R, ce qui empêche d'administrer la preuve formelle de l'allélie avec *ss* (*spineless*). Cette allélie est cependant fortement présumée et le symbole complet de la mutation sera $In(3R)ss^{Ar}$.

Une mutation remplaçant ainsi un organe par un autre est appelée *homéotique*. Comme telle, elle se caractérise aussi par une grande stabilité dans l'expression phénotypique. Dans une collection suffisante d'individus, on trouve tous les types morphologiques intermédiaires entre des antennes subnormales et des antennes dont l'arista est complètement transformé en tarse triarticulé. Dans ce dernier cas d'expression totale, l'article antennaire distal, identique dans ses moindres détails au distitarse des appendices locomoteurs, porte alors un empodium, deux griffes et deux pulvilles dépourvues cependant de mobilité.

La *pénétration* de certains caractères phénotypiques de la mutation est sous la dépendance de la température d'élevage des larves. Les basses températures (14°C.) ne changent pas l'effet homéotique antennaire du gène muté, mais augmentent l'effet réducteur ocellaire; les températures élevées (29°C.) diminuent les effets antennaire et ocellaire. Les deux effets varient globalement en sens inverse des modifications thermiques, mais ne sont ni progressifs ni parallèles. L'introduction dans le génome d'altérations chromosomiales n'ayant aucune action phénotypique propre chez les mouches sauvages, modifie, chez *Aristopedia*, aussi bien les processus homéotiques que réducteurs, en déplaçant les seuils d'action thermique.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *L'évolution des images consécutives et la cinétique chimique des produits de transformation du pourpre rétinien.* Note (¹) de M. **Henry Lassalle**, présentée par M. Louis Lapicque.

A la suite d'une impression lumineuse un peu vive, apparaissent des images dites *consécutives*, parées d'une gamme de teintes dont la succession réalise une véritable *fuite de couleurs*. Le siège du processus causal est controversé.

Sans dénier aux mécanismes nerveux un rôle qui peut être important, on ne peut qu'être frappé de la concomitance du développement de ces images et de la présence dans les cellules réceptrices de produits de transformation de la substance photosensible.

La grosse molécule de pourpre rétinien, pour s'en tenir à la mieux connue de ces substances, voit, sous l'effet de la lumière, se relâcher les liaisons entre son noyau d'albumine et les groupes prosthétiques qui lui sont rattachés. Puis, que l'illumination soit maintenue ou non, il apparaît une série de corps du groupe des caroténoïdes à partir desquels la chromoprotéide constitutive du pourpre est régénérée. L'un de ces produits de transformation, présent dans la

(¹) Séance du 22 décembre 1947.

rétine au moment même où se développent les images consécutives, ne serait-il pas l'agent principal de celles-ci ?

La cinétique chimique permet d'apporter à cette hypothèse un important motif de vraisemblance.

Dans le cycle que parcourent les produits qui dérivent du pourpre et qui y retournent, la première transformation se fait évidemment sous l'effet de la lumière. Les autres sont ou spontanées ou causées par des agents chimiques ou biologiques. En supposant ces facteurs externes en quantité toujours suffisante, nous pouvons admettre, dans une première approximation, que leur teneur n'intervient pas dans la cinétique du cycle et que, pour chaque anneau de la chaîne, la vitesse de réaction de chaque transformation élémentaire est seulement proportionnelle à la masse du corps considéré. Ainsi, dans un système en chaîne fermée de n corps : $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow \ldots \rightarrow M \rightarrow A$, chacun s'enrichira pendant un temps élémentaire Δt proportionnellement à la concentration du corps dont il dérive et il s'appauvrira, au bénéfice du corps qui le suit, proportionnellement à sa propre concentration; de sorte que la variation totale Δc de la concentration c d'un corps quelconque C qui vient de B et qui engendre D sera

$$\Delta c = k_B b \, \Delta t - k_C c \, \Delta t,$$

où b et c sont les concentrations des corps B et C au temps t considéré, k_B et k_C les coefficients de vitesse de réactions respectives, celles-ci étant supposées unimoléculaires.

En chiffrant de la même façon pour chacun des n corps du cycle l'accroissement élémentaire de sa concentration, on obtient un système de n équations différentielles simultanées, qui par des dérivations successives permet d'aboutir pour l'une quelconque des inconnues, c par exemple, à une équation différentielle du $n^{\text{ième}}$ ordre, sans second membre. La solution générale par rapport à t se présente sous la forme d'une somme d'exponentielles et de produits d'une exponentielle par un sinus, ces dernières expressions correspondant aux racines imaginaires de l'équation caractéristique groupées deux à deux. La solution serait de même forme si certaines transformations qu'on pourrait appeler *diagonales* concouraient à régénérer en partie la substance initiale par une voie plus directe. Par exemple, pour un cycle à quatre corps [on peut supposer qu'il s'agit du pourpre, de l'orangé transitoire, du rétinène et de la vitamine A, selon les données de Lythgoe ([2])], la concentration c de l'un de ces corps en fonction du temps s'exprimera, soit par une somme de trois exponentielles, soit par la formule

$$c = K_1 e^{-ut} + K_2 e^{-rt} \sin(\omega t + K_3) + K_4, \tag{1}$$

([2]) *British Journ. Ophthalm.*, **24**, 1940, p. 21-43.

où u, r et ω sont les constantes de temps imposées par les données, K_1, K_2, K_3 et K_4 étant des constantes d'intégration.

On reconnaît là une fonction périodique amortie.

Or, pour expliquer les fluctuations chromatiques des images consécutives, on a pensé, en se référant au schéma trichromatique de Young-Helmholtz, que des oscillations périodiques amorties affectaient le système récepteur de chacune des trois couleurs fondamentales et que la couleur perçue résultait de leur fusion. Peddie ([3]) a établi *empiriquement* les formules suivantes pour chacune des trois fondamentales, et, après lui, Smith ([4]) a confirmé leur convenance pour rendre compte des faits expérimentaux :

$$X = e^{-t} + e^{-3t}\cos 2\pi t,$$
$$Y = 2e^{-t} + e^{-3t}\cos 2\pi t,$$
$$Z = 3e^{-t} + e^{-3t}\cos 2\pi t.$$

On reconnaît immédiatement que ces valeurs s'obtiennent à partir de l'équation (I) si l'on y fait : $K_1 = 1$, 2 et 3 respectivement pour X, Y et Z; $K_2 = -1$; $K_3 = -(\pi/2)$; $K_4 = 0$; $u = 1$; $r = 1$; $\omega = 2\pi$.

Cette convergence des données empiriques et des spéculations théoriques sur une formule point banale prouve la similitude d'évolution dans le temps du processus de la sensation consécutive et des transformations de la substance photosensible. La liaison entre les deux phénomènes, si elle n'est pas absolument démontrée apparaît, du moins, comme très vraisemblable.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action du milieu sur les produits secondaires de la fermentation alcoolique des levures elliptiques.* Note de MM. **Louis Genevois, Émile Peynaud** et **Jean Ribereau-Gayon**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons montré récemment ([1]) que les levures de la fermentation alcoolique, agissant sur du jus de raisin stérile à pH 3,17, se distinguent les unes des autres par les proportions d'acide acétique (a molécules par litre), d'acide succinique (s), de butylèneglycol (b), de glycérol (g) formées dans le milieu; a/s varie de 0,45 à 2, $(b/g) \times 1000$ varie de 49 à 95 pour 29 levures différentes.

Nous avons fait fermenter les mêmes levures sur une solution de saccharose à 160^g par litre, contenant 100^{cm^3} d'extrait de levure par litre, le pH de ce milieu se fixe rapidement aux environs de 5. Les produits de fermentation sont en proportions bien différentes dans ces conditions :

1° le glycérol g augmente de 10 à 40 % ;

2° l'acide acétique a est en moyenne trois fois plus élevé;

([3]) *Colour Vision*, Londres, 1922.

([4]) *Proc. Roy. Soc. Edimburgh*, 44, 1924, p. 211-217 et 67, 1927, p. 177-189.

([1]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1388.

3° l'acide succinique s diminue de 10 à 20 % ;

4° le butylèneglycol b double généralement ;

5° l'acétylméthylcarbinol m est en quantités du même ordre ;

6° l'aldéhyde acétique h tombe au quart de sa concentration ;

7° l'équation des produits secondaires de la fermentation se vérifie comme précédemment.

En milieu au saccharose et à l'eau de levure, les levures succinogènes satisfont à l'inégalité $a/s < 3,2$, les levures équilibrées à $3,2 < a/s < 5,6$, les levures acétogènes à $3,7 < a/s < 6,6$.

Toutefois, deux levures glycologènes n'obéissent pas à cette règle. Le milieu jus de raisin différencie donc plus nettement les races. Le rapport b/g augmente du simple au double dans la plupart des levures peu glycologènes, tandis qu'il reste pratiquement constant dans les levures classées comme glycologènes sur jus de raisin.

On savait antérieurement que les proportions de glycérol et d'acide acétique croissent avec le pH (fermentation alcaline de C. Neuberg); on ne semble pas avoir signalé la diminution de l'acide succinique ni l'augmentation du butylèneglycol. Nous étudierons ultérieurement les facteurs chimiques responsables de ces variations.

Voici les chiffres obtenus avec 15 levures différentes dont 8 citées dans notre Note de mai 1947, sur 29 étudiées; J désigne le milieu jus de raisin, S le milieu saccharosé. Les concentrations sont en millimolécules pour 10 litres de milieu fermenté. Les levures françaises sont des levures de vin rouge, sauf la levure de boulangerie.

Action du milieu sur les levures.

		g.	a.	s.	m.	b.	h.	Σ.	$\frac{100}{g}$.	$\frac{a}{s}$.	$\frac{b}{g}$.
				1° Levures succinogènes.							
Margaux (Médoc)	J...	650	43	77	0,2	36	37	544	84	0,56	55
	S...	840	153	68	0,4	85	10	741	88	2,23	101
Saint-Émilion	J...	600	56	72	0,5	35	35	556	90	0,70	56
	S...	760	156	52	0,5	60	6	638	84	3,00	79
Cantenac (Médoc)	J...	580	46	78	0,3	33	26	541	93	0,59	57
	S...	780	172	60	0,4	69	5	718	91	2,86	88
Cars (Blayais)	J...	740	65	88	0,8	45	24	639	86	0,74	61
	S...	830	172	66	0,5	83	7	764	92	2,62	102
				2° Levures succinogènes et glycologènes.							
Quinsac (Côtes de Bordeaux)	J...	530	31	60	0,3	38	39	439	83	0,52	72
	S...	620	156	31	0,5	63	7	538	87	5,0	102
Boulangerie	J...	640	37	80	0,7	55	26	555	86	0,73	84
	S...	820	153	65	0,5	83	10	784	89	2,42	101

		g.	a.	s.	m.	b.	h.	Σ.	100/g.	a/s.	b/g.
3° Levures équilibrées.											
La Tresne (Côtes de Bordeaux)	J...	610	78	70	0,3	33	33	572	93	1,12	55
	S...	780	220	40	0,4	84	7	731	92	5,5	106
Moulis (Médoc)	J...	700	78	80	0,5	34	25	615	88	0,97	49
	S...	750	175	54	0,5	77	7	704	93	3,2	102
Saint-Émilion n° 7	J...	630	75	63	0,2	32	34	531	84	1,2	51
	S...	840	230	43	0,4	91	8	774	92	5,3	108
Pomerol	J...	630	65	74	0,7	32	16	548	87	0,9	51
	S...	780	194	41	0,5	58	6	653	83	4,7	75
4° Levures équilibrées et glycologènes.											
Saint-Émilion n° 8	J...	610	62	68	0,6	46	29	539	88	0,9	75
	S...	900	250	51	0,5	76	6	837	93	5,0	84
Malroisie (Vaud)	J...	600	59	60	1,1	57	27	502	83	1,0	95
	S...	750	160	59	0,9	71	4	640	85	2,7	94
5° Levures acétogènes.											
Pauillac (Médoc)	J...	630	84	58	0,4	34	31	523	83	1,45	54
	S...	750	218	38	0,6	77	5	708	94	5,75	102
6° Levures acétogènes et glycologènes.											
Bonarda (Tessin)	J...	610	100	48	0,7	56	31	527	86	2,0	92
	S...	790	233	36	0,5	59	8	713	90	6,5	75
Traminer (Alsace)	J...	750	119	35	0,4	55	30	648	86	1,8	73
	S...	780	202	38	0,5	62	9	665	85	5,3	7

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les corps obtenus par action progressive de l'acide chlorhydrique sur la vitamine* A *et leur activité biologique.* Note de Mme **Andrée Guérillot-Vinet**, MM. **Paul Meunier**, **Jacques Jouanneteau** et **Michel Gourevitch**, présentée par M. Maurice Javillier.

Il est bien établi maintenant que le premier produit obtenu par action de l'acide chlorhydrique dilué sur la vitamine A est le carbure d'hydrogène $C_{20}H_{28}$, résultant de la déshydratation de l'axérophtol (1 et 2). Cet *axérophtène* [1] ou *anhydro-vitamine* A [2], dont les maxima d'absorption sont à 350, 370, 390 mμ, peut s'altérer lui-même sous l'action prolongée de HCl et se transformer en *iso-anhydro-vitamine* A [2], aux maxima d'absorption situés à 330, 350, 370 mμ, tandis que la réaction au Cl_3Sb demeure encore inchangée (maxima à 620 mμ).

---

(1) P. Meunier, R. Dulou et Mlle A. Vinet, *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 907.

(2) Shantz, Cawley et Embree, *Journ. Am. Chem. Soc.*, **65**, 1943, p. 901.

Nous avons constaté que l'action de l'acide chlorhydrique ne s'arrête pas à ce stade et que l'effet prolongé de HCl en solution alcoolique sur l'axérophtène fait apparaître un nouveau changement spectral défini par la substitution aux trois bandes de l'iso-anhydro-vitamine d'une bande unique à peu près superposable à celle de la vitamine A elle-même (325 mμ). La réaction au Cl_3Sb reste toujours identique : maximum à 620 mμ. Ce phénomène peut s'observer dans des conditions de température et de solvants variées. On l'obtient par exemple dans HCl alcoolique N/25 après 55 minutes à chaud (50°) et en 15 heures à froid (4°). En solution dans le chloroforme ou l'acétate d'éthyle renfermant HCl à la concentration N/2, l'apparition de la bande spectrale unique s'observe en quelques minutes (7 à 8). Ce composé (corps X) se détruit finalement sous l'action plus prolongée de HCl, tandis que disparaissent la bande d'absorption unique qui fait place à un plateau inférieur et la réaction bleue au Cl_3Sb.

Après élimination de HCl par lavage à l'eau, nous avons réussi à obtenir une bonne séparation du corps X par l'emploi de la distillation dite moléculaire, en utilisant le petit appareil de Raoul et Meunier ([3]). Tandis que l'axérophtène et l'iso-anhydro-vitamine A ont une température de passage optima de 85-90°, le corps X distille à 165°. Il est important de noter ici que, dans la série de l'axérophtol, qui passe lui-même dans ces conditions à 102-105°, cette température optima de 165° correspond à un poids moléculaire de 300 environ.

Ce fait nous a incités à rechercher le chlore dans ce composé; qualitativement, dans le distillat, il nous a été très facile de l'identifier, tandis que l'axérophtène et l'iso-anhydro-vitamine n'en renferment pas. La fixation de HCl sur la molécule d'axérophtène correspond bien à un poids moléculaire de 304,5 ($C_{20}H_{29}Cl$). Cependant, le dosage du chlore dans le distillat révèle un chiffre très inférieur à la teneur calculée sur la formule précédente (théor. 11,7 %; trouvé 2,5 %). On peut songer à une décomposition du chlorure hypothétique lors du lavage à l'eau avec remplacement du Cl par un OH. De fait, si, avant tout lavage à l'eau, on traite la solution renfermant le corps X par une liqueur alcaline (soude diluée), on entraîne dans celle-ci de plus grandes quantités de chlore, correspondant à 10 % du poids de corps X essayé. Ce dernier après ce traitement, nouveau lavage à l'eau et dessiccation, soumis à la méthode de Zéréwitinoff, ne fournit pas le chiffre attendu pour l'hydrogène mobile (0,33 %), mais seulement la moitié environ (0,17 %). Dans ces conditions, il est difficile d'assigner une formule de structure au corps X et à son dérivé après lavage alcalin.

L'activité biologique sur le Rat blanc carencé en vitamine A a été éprouvée

([3]) *Bull. Soc. chim.*, 11, 1944, p. 368.

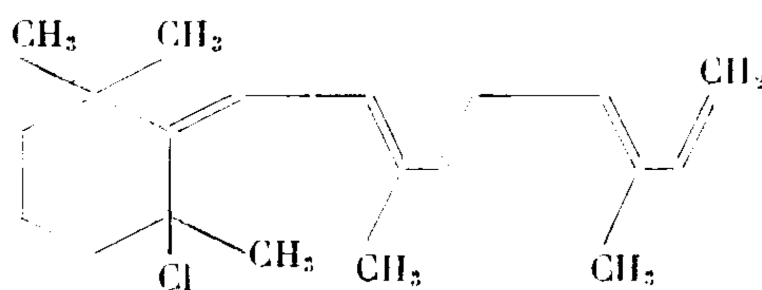
comparativement pour l'axérophtène (non cristallisé), l'iso-anhydro-vitamine A et le corps X. Voici nos résultats :

Gain de poids moyen hebdomadaire du Rat ingérant par jour :

2,5 γ de concentré à 90 % d'axérophtol	50 γ d'axérophtène	10 γ — 50 γ d'iso-anhydro-vit. A.	2,5 γ — 25 γ du corps X
9 g	6 g	2 g 6 g	0 0

Tandis que les deux premiers dérivés du traitement acide de la vitamine A présentent une faible activité vitaminique (cf. 2), le corps X apparaît dépourvu de toute action.

On peut donc affirmer que ce dernier, qui présente toujours un système de cinq doubles liaisons conjuguées avec chlore ou oxhydrile (après lavage alcalin) en α relativement à la dernière de celles-ci, comme en témoignent le spectre d'absorption et la réaction au Cl_3Sb, ne comporte plus le cycle de la β-ionone. Il nous paraît en conséquence probable, en tenant compte de ce que nous avons admis pour l'axérophtène, que le corps X répond à la formule de constitution suivante



L'identité des propriétés spectrales de ce nouveau dérivé de la vitamine A sans activité biologique et de celles de la vitamine doit être prise en considération. Nous pensons d'autre part que les faits précédents ne doivent pas être oubliés dans l'étude du remaniement par HCl de l'hépaxanthine de Karrer, obtenue par oxydation perphtalique de l'axérophtol ([4]).

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Les vitamines nécessaires à l'utilisation des acides aminés.* Note ([1]) de MM. **Raoul Lecoq, Paul Chauchard** et Mme **Henriette Mazoué**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

Avitaminoses et déséquilibres alimentaires, acidose et alcalose expérimentales, peuvent être précocement caractérisés par la méthode chronaximétrique. A l'aide de celle-ci, nous avons pu montrer l'action de vitamines spécifiques dans les carences pures, comme l'action antiacidosique ou antialcalosique de

([4]) P. Karrer et Jucker; *Helv. chim. Acta*, 30, 1947, p. 559.

([1]) Séance du 1er décembre 1947.

quelques-unes d'entre elles dans des cas plus complexes. De la même manière, nous avons mis en évidence le rôle de la nicotinamide et de l'adénine, éléments constitutifs du coenzyme intervenant dans la métabolisation de l'alcool éthylique. Tout portait à croire que cette technique fine et précise pourrait aussi bien servir pour étudier les vitamines nécessaires à l'utilisation par l'organisme des divers acides aminés.

D'une manière générale, on admet que la vitamine A est un facteur de synthèse protidique; mais nous avons pu montrer qu'à côté d'elle d'autres vitamines interviennent dans le métabolisme des protides. Il en est ainsi de la vitamine K, dont le besoin est commandé par la présence dans le régime, en forte proportion, de certains protides, en particulier ceux du Soja, de l'Arachide, du Gluten. Par ailleurs, nous avons constaté qu'un régime enrichi en acides aminés nécessite, pour le maintien de l'équilibre nerveux du sujet qui le reçoit, l'apport complémentaire de deux vitamines, l'une étant la vitamine K et l'autre une vitamine spécifique : adermine, nicotinamide, choline, ou acide folique. Il nous a semblé intéressant de reprendre ce problème d'une façon un peu différente, en utilisant cette fois une plus importante gamme d'acides aminés (quatorze) administrés sous forme pure et non incorporés au régime.

Nous nous sommes adressés à des solutions à 1 % d'*acides aminés acycliques* : glycocolle, *l*-alanine, *d*-valine, *l*-leucine, acide aspartique (sel sodique), *d*-lysine (chlorhydrate), *d*-arginine, *d*-*l*-méthionine, *l*-cystine (chlorhydrate) et d'*acides aminés cycliques* : *l*-histidine (chlorhydrate), *l*-tryptophane, proline, tyrosine (chlorhydrate) et phénylalanine.

Administrées à des rats blancs adultes ou préadultes, par voie sous-cutanée ou buccale (en dehors de la nourriture) à raison de 1^{cm^3} par jour, ces solutions entraînent, de façon habituelle, une diminution des temps d'excitation nerveuse et un accroissement des temps d'excitation musculaire, mesurés selon notre technique habituelle, exception faite pour la solution de tryptophane dont l'administration quotidienne est, à l'inverse, suivie d'une augmentation des temps d'excitation nerveuse et d'une chute des temps d'excitation musculaire. Ces perturbations de l'équilibre neuromusculaire peuvent être corrigées préventivement ou curativement par l'adjonction de vitamines spécifiques données *per os* ou par voie sous-cutanée; mais il n'est pas besoin d'ajouter ici de la vitamine K, qui se montre seulement indispensable quand les acides aminés sont intimement mélangés à la ration alimentaire. Les vitamines spécifiques requises dans ces nouvelles conditions restent pour les mêmes acides aminés celles qui étaient ajoutées dans nos précédentes expériences.

Nos constatations actuelles se répartissent comme il suit : le glycocolle entraîne l'adjonction d'adénine et de nicotinamide; l'alanine, la valine, la leucine, l'acide aspartique, la lysine, l'arginine et la méthionine commandent le besoin d'acide folique ou, à la rigueur, de l'association xanthoptérine-acide para-

aminobenzoïque; la cystine nécessite l'apport de choline; enfin la nicotinamide doit être jointe au tryptophane et à la proline, alors que l'adermine satisfait les besoins créés par la présence de tyrosine ou de phénylalanine.

Les éléments vitaminiques précités interviennent comme des facteurs indispensables au métabolisme des acides aminés correspondants et se trouvent engagés plus ou moins directement dans la constitution des ferments ou coferments mis en œuvre. C'est ainsi que l'adermine, coenzyme de la cocarboxylase de la tyrosine, conduit à la formation de dioxyphénylalanine et d'adrénaline, substances dont elle inhibe par ailleurs curieusement les effets neuromusculaires.

Précisons que la xanthoptérine, que l'on suppose être le coenzyme d'une déshydrase, ne se montre véritablement active que lorsqu'elle est complétée par l'acide paraaminobenzoïque; l'acide folique qui unit ces deux éléments dans une même formule offre l'avantage de pouvoir les remplacer tous deux.

Par sa présence dans le métabolisme, le tryptophane entraîne une telle excrétion de nicotinamide dans les urines qu'il convient de compenser cette élimination par uu apport suffisant, faute de quoi l'organisme devient incapable de produire assez de coenzyme pour satisfaire le jeu habituel des oxydoréductions et incapable, corollairement, d'assurer une bonne croissance.

Cystine et choline interviennent dans le mécanisme complexe du métabolisme des lipides, l'un favorisant la formation des *foies gras*, l'autre au contraire l'entravant. Ajoutons enfin que l'action *toxique* du glycocolle apparaît très comparable à l'action de l'alcool éthylique, les effets de l'un et de l'autre se trouvant combattus par la présence conjointe d'adénine et de nicotinamide, qui accroît les possibilités de synthèse du coenzyme mis en œuvre.

On ne peut nier que la constitution chimique conditionne la mobilisation de telle ou telle vitamine; mais si, indiscutablement, cette constatation s'impose à la suite des recherches exposées plus haut, le mécanisme en reste mal connu et ne peut s'exprimer en une formule.

Conclusions. — L'utilisation des acides aminés introduits dans l'organisme par la voie sous-cutanée comme par la voie buccale, nécessite l'intervention de vitamines spécifiques que la chronaximétrie permet de caractériser.

L'acide folique constitue l'un des facteurs les plus importants de ce métabolisme, puisqu'il commande l'utilisation de huit amino-acides sur les quatorze étudiés. Toutefois, cet acide folique peut être remplacé par la xanthoptérine et l'acide paraaminobenzoïque, deux éléments de sa molécule.

L'amide nicotinique, l'adermine, la choline et même l'adénine interviennent également. La mobilisation de ces facteurs vitaminiques est sous la dépendance de la constitution chimique des acides aminés, et ils entrent dans le processus complexe de leur anabolisme et de leur catabolisme, sous la forme de ferments ou de coferments dont ils servent à effectuer la synthèse.

MICROBIOLOGIE. — *Le tissu lymphoïde chez les animaux en immunisation.* Note ([1]) de M. **Albert Delaunay**, Mmes **Jacqueline Lebrun** et **Marcelle Delaunay**, présentée par M. Gaston Ramon.

D'après des travaux récents, les globulines-anticorps seraient élaborées, non pas par les cellules du système réticulo-endothélial, mais par les lymphocytes [Ehrich et coll. ([2])] ou par les plasmocytes [Bjørnebœ et coll. ([3])]. D'autre part, un véritable mécanisme hormonal présiderait à la libération des anticorps par ces cellules [Dougherty et coll. ([4])]. Étant donnée l'importance de ces travaux ([5]), nous avons songé à les reprendre, en faisant tout d'abord, sur le plan histologique, une étude systématique des réactions du tissu lymphoïde chez des animaux en voie d'immunisation. Un précédent travail, en nous montrant de profondes lésions ganglionnaires chez des cobayes traités par des doses répétées d'une endotoxine bactérienne, nous incitait d'ailleurs tout particulièrement à entreprendre des recherches dans cette direction ([6]).

20 cobayes et 7 lapins ont été immunisés par du sérum de cheval normal, frais, sans antiseptique (par voies intrapéritonéale, intraveineuse ou intracardiaque). De fortes doses furent employées (par exemple 10^{cm^3} chez le Lapin, 5^{cm^3} chez le Cobaye, pour une injection intrapéritonéale). Deux injections étaient faites par semaine, avec un maximum de 12 injections. Un certain nombre d'animaux furent sacrifiés pendant le cours de l'immunisation, les autres le lendemain de la dernière injection. A l'autopsie, nous avons prélevé les principaux organes : glande sous-maxillaire, cœur, poumons, foie, pancréas, surrénales, etc. et les divers éléments lymphoïdes (ganglions du cou ou du mésentère, rate, thymus). Les biopsies de tissus ont été fixées, coupées et colorées par les méthodes classiques des histologistes.

Résultats. — 1° Nous avons découvert, *dans le tissu lymphoïde*, des altérations souvent très importantes. *a. Lésions cellulaires :* dans des cas assez nombreux, les cellules lymphoïdes avaient perdu leur forme normale pour revêtir un contour irrégulier; nous avons même observé parfois une pycnose nucléaire nette. Sur plusieurs coupes, il existait en outre une atteinte indiscutable des cellules germinatives (lyse). *b. Réactions des vaisseaux :* la dilatation et la congestion vasculaires ont été particulièrement marquées chez les animaux qui, en voie d'immunisation, avaient succombé brusquement, par un phénomène de choc, après une injection intraveineuse d'antigène. *c. Réactions de la trame conjonctive :* celles-ci, qui se retrouvaient sur presque toutes nos préparations, à des degrés divers, représentaient les différents stades d'une inflammation granulomateuse ; œdème distendant l'organe entier, infiltration plus ou moins abondante de polynucléaires, diffuse ou localisée (micro-abcès), multiplication des cellules macrophagiques tendant à remplacer les éléments

---

([1]) Séance du 22 décembre 1947.

([2]) *J. exp. Med.*, **81**, 1945, p. 73.

([3]) *Acta path. et microb. Scandinav.*, **20**, 1943, p. 649.

([4]) *J. of Lab. a cli. Med.*, **32**, 1947, p. 584.

([5]) Nous devons préciser toutefois que le mécanisme hormonal incriminé n'est pas admis à l'heure actuelle par tous les auteurs.

([6]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 154.

lymphoïdes, desquamation des cellules réticulées dans les sinus, enfin, chez les animaux sacrifiés tardivement, prolifération fibroblastique et développement d'un tissu de sclérose.

2° *Dans les organes*, nous avons trouvé aussi quelques lésions inflammatoires (gaines de cellules mononucléées autour des vaisseaux pulmonaires et des bronches, infiltration de lymphocytes dans les espaces de Kierran, congestion rénale, etc.), mais, dans l'ensemble, celles-ci étaient beaucoup moins marquées que les lésions observées dans le tissu lymphoïde. Aucun fait remarquable n'a retenu notre attention sur les capsules surrénales [6]. Notamment, une hypertrophie surrénale n'existait que dans quelques cas assez rares.

Les lésions que nous venons de mentionner et qui méritent, croyons-nous, de rentrer dans le cadre général des réactions tissulaires de nature allergique, présentent plusieurs motifs d'intérêt.

On peut tout d'abord les rapprocher de celles qui ont été observées récemmen par Rich [7] (lésions ganglionnaires chez des sujets humains morts en état de choc) et par Bueno [8] (lésions des cellules réticulo-endothéliales au cours du choc anaphylactique expérimental).

D'autre part, nos observations confirment et étendent celles de Fabiani [9] et de Koplik [10], en indiquant tout l'intérêt de l'étude histologique du tissu lymphoïde chez les animaux immunisés ou sensibilisés. Il apparaît désormais certain, qu'au cours de l'immunisation, ce tissu subit un profond remaniement inflammatoire. Que ce remaniement, qui s'accompagne toujours de lésions cellulaires [11], puisse expliquer l'apparition dans le courant sanguin de nouvelles protéines et en particulier de globulines-anticorps, le fait est probable; mais il s'agit maintenant de déterminer les causes véritables de ce remaniement. C'est le but de nos recherches actuelles.

A 16h 15m l'Académie se forme en Comité secret.

---

(7) *Bull. Johns Hopkins Hosp.*, **71**, 1942, p. 123.

(8) *Arch. of Path.*, **42**, 1946, p. 412. *Sur les réactions cellulaires au cours de l'immunisation*, voir aussi un travail de Ehrich, *J. A. M. A.*, **135**, 1947, p. 94.

(9) *C. R. Soc. Biol.*, **131**, 1939, p. 103.

(10) *J. exp. Med.*, **65**, 1937, p. 287.

(11) Les études histologiques, que nous rapportons dans cette Note nous paraissent néanmoins tout à fait insuffisantes pour parler d'une origine lymphocytaire ou plasmocytaire des anticorps.

COMITÉ SECRET.

La Section de Minéralogie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante, par le décès de M. *Léon Bertrand* :

En première ligne	M. **Paul Fallot.**
En seconde ligne, ex æquo *et par ordre alphabétique*	MM. **Camille Arambourg.** **André Demay.** **Jean Orcel.** **Jean Piveteau.** **Jean Wyart.**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance publique.

La séance est levée à 16h40m.

L. B.

ERRATA.

—

(Séance du 10 novembre 1947.)

Note de M. *Jacques Courtois*, Représentations linéaires du groupe affine :

Page 851, Note (1), lire *Sur le groupe unimodulaire :* Gelfand et Neumark (*C. R.* [Dokl.], *Ac. Sc. U. R. S. S.*, **54**, 1946, p. 195). — *Sur le groupe de Lorentz :* Dirac, *Proc. Roy. Soc.*, A, **183**, 1945, p. 284; Gelfand et Neumark, *J. of Physics U. R. S. S.*, **10**, 1946, p. 93; V. Bargmann, *Ann. of Math.*, **48**, 1947, p. 568.

Page 852, ligne 12, *au lieu de* $\xi = \sum_1^\infty \alpha_p \vec{\ }^{ip}$, *lire* $\xi = \sum_1^\infty \alpha_p \vec{a}_p^{ip}$;

» » » 14, *au lieu de* $\|\xi\| = \left[\sum_1^\infty |\alpha_p|^2\right]$, *lire* $\|\xi\| = \left[\sum_1^\infty |\alpha_p|^2\right]^{\frac{1}{2}}$.

(Séance du 17 novembre 1947.)

Note de Mlle *Jacqueline Berthier*, Localisation de l'érythrocruorine chez les Planorbes et les Limnées :

Page 958, 23e ligne, *au lieu de* L. limora, *lire* L. limosa ; 36e ligne, *au lieu de* $532^{m\mu}$ F., *lire* $532^{m\mu}$ f.

Page 959, 6e ligne, *au lieu de* 563 et 552, *lire* 563 et 532 ; Note (6), au bas de la page, *au lieu de* M. Cabe, *lire* M. Gabe.

(Séance du 24 novembre 1947.)

Note de Mlle *Jacqueline Berthier*, Le fer dans l'ovogénèse chez *Planorbis cornéus* L.

Page 1036, 9e ligne, *au lieu de* lipides, *lire* lipines.

(Séance du 10 décembre 1947.)

Note de M. *Dimitri Riabouchinsky*, Sur les nombres d'origine imaginaire et la notion de signe d'un nombre complexe :

Page 1104, ligne 11, *au lieu de* proportionnelle à V, *lire* proportionnelle à V^2 ;

» » » 16, *au lieu de* $|a_2x + b| + a_1x + b_1|$, *lire* $||a_2x + b_2| + a_1x + b_1|$.

» » » 20, *au lieu de* d'équations absolues d'ordre linéaires et de classe quelconques, *lire* d'équations absolues linéaires d'ordre et de classe quelconques.

Page 1105, dans la figure 2, *au lieu de* $y = |x - 2| + 2x + 1$, *lire* $y = |x - 2| + 2x - 1$.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 JANVIER 1947.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le Bureau l'*Annuaire pour l'an* 1948 *publié par le Bureau des Longitudes*.

ASTROPHYSIQUE. — *Un polarimètre photoélectrique intégrateur utilisant des cellules à multiplicateurs d'électrons*. Note de M. **Bernard Lyot**.

Les nouvelles cellules cæsium-antimoine, à multiplicateurs d'électrons, possèdent, par rapport aux anciennes cellules à hydrure de potassium à atmosphère gazeuse, d'une part un courant de photocathode beaucoup plus élevé et, d'autre part, l'avantage d'amplifier ce courant dans un rapport bien plus grand sans augmenter sensiblement ses fluctuations relatives. Elles permettent ainsi de réduire considérablement la résistance du circuit connecté à l'anode, ce qui rend négligeable sa constante de temps et le bruit de fond produit par l'effet Johnson. Elles sont donc particulièrement bien adaptées à la mesure des flux lumineux faibles et de leurs variations rapides.

Au mois d'octobre 1946, grâce à l'amabilité du docteur Kuiper, j'ai pu avoir deux cellules à multiplicateurs d'électrons R. C. A. type 931 A (1) et reprendre, avec ces cellules associées à un matériel électrique plus moderne, l'étude du polarimètre construit en 1924 (2).

Éclairées par une lampe à incandescence de type courant, ces cellules présentent leur sensibilité maximum vers 4800 Å, leur courant de photocathode est 10 μA par lumen, les 10 étages alimentés sous 90 V fournissent une amplification de 4 millions et le courant recueilli à l'anode est 40 μA par microlumen. A la température du laboratoire, leur courant d'obscurité est 1/100 de microampère, il équivaut à un flux de $2,5 . 10^{-4}$ microlumen.

Les perfectionnements apportés au polarimètre ont eu pour but d'obtenir la

---

(1) *Journal of Optical Society of America*, 37, n° 6, 1947, p. 420.
(2) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 25.

sensibilité maximum que les cellules permettent d'atteindre, cette sensibilité peut être calculée comme il suit :

Soit un faisceau lumineux partiellement polarisé rectilignement, tombant sur une cellule précédée d'un analyseur, faisons tourner son plan de polarisation de telle manière que, pendant un intervalle de temps t, la vibration polarisée qu'il contient soit transmise intégralement et que, pendant un intervalle de temps identique, elle soit arrêtée.

Soient f_1 et f_2 les flux reçus par la cellule pendant ces deux intervalles de temps, n_1 et n_2 les nombres d'électrons correspondants émis par la photocathode. La proportion de lumière polarisée est, par définition $(f_1-f_2)/(f_1+f_2)$, tandis que la valeur que nous pouvons mesurer est $(n_1-n_2)/(n_1+n_2)$.

Les électrons étant émis au hasard par la photocathode, ces deux quantités ne sont pas identiques; soit K le pouvoir émissif de la photocathode, un grand nombre de mesures donnerait, pour n_1 et n_2, les valeurs moyennes $\mathrm{K}tf_1$ et $\mathrm{K}tf_2$, avec des écarts dont les moyennes quadratiques sont $\sqrt{\mathrm{K}tf_1}$ et $\sqrt{\mathrm{K}tf_2}$. Il en résulte, pour la proportion de lumière polarisée, une erreur dont la moyenne quadratique est

$$\frac{f_1-f_2}{f_1+f_2}-\frac{\mathrm{K}tf_1-\mathrm{K}tf_2\pm\sqrt{\mathrm{K}tf_1+\mathrm{K}tf_2}}{\mathrm{K}tf_1+\mathrm{K}tf_2\pm\sqrt{\mathrm{K}tf_1+\mathrm{K}tf_2}},$$

$\mathrm{K}tf_1+\mathrm{K}tf_2$ étant un nombre grand, sa racine carrée au dénominateur peut être négligée, l'erreur moyenne quadratique a pour valeur $1/\sqrt{\mathrm{K}tf_1+\mathrm{K}tf_2}$.

Soit N le nombre total d'électrons émis par la cellule pendant le temps de la mesure $\mathrm{T}=2t$, soit $\mathrm{F}=[(f_1+f_2)/2]$ le flux lumineux moyen reçu par la cellule, l'erreur moyenne quadratique est $\mathrm{E}=(1/\sqrt{\mathrm{N}})=(1/\sqrt{\mathrm{KTF}})$.

Si le polariseur est remplacé par un prisme à double image éclairant deux cellules, la formule s'applique en prenant pour F le flux total qu'elles reçoivent, ce flux étant doublé, l'erreur est divisée par $\sqrt{2}$.

Avec les cellules que nous avons employées, un flux de 1 microlumen pendant une seconde produit 10^{-11} coulomb correspondant à

$$10^{-11}/1,602.10^{-19}=0,623.10^{8}\text{ électrons,}$$

l'erreur moyenne quadratique correspondante est $\mathrm{E}=1,265.10^{-4}$ et pour F microlumen et T secondes, $\mathrm{E}=(1,265.10^{-4}/\sqrt{\mathrm{FT}})$.

La mesure directe des quantités d'électricité produites par les flux F_1 et F_2 pendant des temps égaux est difficile à effectuer avec une précision suffisante; d'autre part, des causes diverses produisent des variations de flux lumineux qui introduiraient des erreurs importantes. L'appareil réalisé évite ces inconvénients; voici sa disposition générale :

Le faisceau lumineux à analyser est isolé par un petit diaphragme placé dans le plan focal de l'objectif d'une lunette; il traverse un *modulateur* constitué par deux disques de cellophane demi-onde superposés et collés au baume du canada,

entre deux disques de verre. L'un des disques de cellophane a été coupé diamétralement, à 22°,5 de son axe optique et l'une de ses moitiés a été retournée face pour face; il est orienté de telle manière que son axe optique forme, avec celui de l'autre disque, un angle de 90° — 22°,5 = 67°,5 sur une des deux moitiés du modulateur, 90° + 22°,5 = 112°,5 sur l'autre.

Le modulateur est traversé par le faisceau, près de sa périphérie, il tourne dans son plan, autour de son centre et il dévie ainsi le plan de polarisation de la lumière incidente, tantôt de 45° à droite, tantôt de 45° à gauche, la transition étant très rapide. La lumière tombe ensuite sur une lentille suivie d'un prisme à double image qui forment une image convenablement réduite de l'objectif de la lunette, sur chaque cellule.

Si la lumière incidente est polarisée à 45° de la section principale du prisme, les deux cellules donnent naissance à des courants alternatifs de forme rectangulaire et de phase opposée qui sont transmis à un amplificateur de basse fréquence à résistances, à 3 pentodes. Une des cellules agit sur la grille de la première lampe, l'autre sur la grille de la deuxième. La première lampe a seulement pour effet d'inverser la phase du courant de la cellule correspondante, un potentiomètre permet de régler son amplification au voisinage de l'unité et d'équilibrer l'ensemble de telle manière que celui-ci soit insensible aux variations d'intensité d'un faisceau non polarisé, variations dues à l'agitation des images, aux inégalités de transparence du modulateur et aux poussières déposées sur ses surfaces.

A chaque changement du plan de polarisation, des contacts commandés par un excentrique monté sur l'arbre du modulateur inversent le courant alternatif rectangulaire sortant de l'amplificateur et le transforment ainsi en un courant à peu près continu. Un mécanisme d'horlogerie permet d'envoyer ce courant pendant un temps déterminé, réglable à volonté jusqu'à 70 secondes, dans un fluxmètre à pivots construit spécialement et dont le couple de torsion, très faible, est compensé par la pesanteur. Cet appareil est shunté par une résistance, son aiguille tourne d'un angle α proportionnel à la quantité d'électricité qui l'a traversé et, par conséquent, sensiblement proportionnel à la quantité de lumière polarisée et au temps.

Pour mesurer la proportion de la lumière polarisée, il suffit de compenser approximativement la polarisation au moyen d'une glace inclinée successivement des angles β_1 et β_2 donnant des polarisations un peu plus faible et un peu plus forte et produisant ainsi des élongations α_1 et α_2 de sens opposé, la proportion de lumière polarisée s'obtient par interpolation. On peut déterminer, de même, la direction du plan de polarisation en faisant tourner tout l'appareil autour du faisceau et en effectuant les mesures dans deux angles de position γ_1 et γ_2 convenablement choisis.

La sensibilité théorique déterminée précédemment ne peut pas être atteinte, en raison des pertes de lumière dans les pièces optiques et du fonctionnement

imparfait du modulateur et du multiplicateur d'électrons. Nous définirons le rendement lumineux R de l'appareil comme rapport du flux minimum théorique au flux pratiquement nécessaire pour obtenir la même erreur moyenne quadratique pendant le même temps, il est égal au carré du rapport des erreurs théorique et pratique correspondant au même flux.

Soient : θ la proportion de lumière transmise par les pièces optiques du polarimètre, A l'amplitude moyenne de la modulation, U la proportion d'électrons utilisés par le multiplicateur, F le flux lumineux analysé, F_0 le flux qui produirait, dans les deux cellules, des fluctuations équivalentes à celles de leurs courants d'obscurité, le rendement est $R = \theta A^2 U \theta F/(\theta F + F_0)$.

Les mesures faites avec les mêmes cellules ont donné : $\theta = 0{,}54$, $A = 82$ (une disposition correcte des lames demi-onde donnerait 0,94; pour le modulateur à une seule lame décrit précédemment ([2]), $A = 0{,}94 \times 2/\pi = 0{,}60$), $U = 0{,}85$ [ordre de grandeur déduit d'observations à l'oscillographe ([1])]. Pour F_0, nous admettons 5.10^{-4} microlumen, valeur correspondant au courant total d'obscurité.

D'après ces chiffres, nous pouvions prévoir un rendement de 0,3 s'abaissant à 0,2 pour 2.10^{-3} microlumen, à 0,1 pour 5.10^{-4}, lorsque les cellules ne sont pas refroidies par de la carboglace.

Nous avons effectué de nombreuses séries de mesures, en laboratoire, à la température ordinaire, avec des flux allant de 3 à 2.10^{-3} microlumen et des temps de 10 à 40 secondes, chaque série comprenant 20 mesures. En l'absence de vibrations et de parasites électriques, l'écart moyen E a varié de $0{,}8.10^{-4}$ à 21.10^{-4}. Ces écarts correspondaient à des rendements compris entre la valeur calculée et la moitié de celle-ci.

On peut donc considérer que la sensibilité actuelle du polarimètre photoélectrique est peu éloignée de la limite théorique qui correspond au flux et au temps dont on dispose pour les mesures; une amélioration de la transparence des pièces optiques et de l'amplitude du modulateur permettront de l'accroître de 30 % environ. On pourrait reculer cette limite en utilisant des cellules douées d'un pouvoir émissif plus élevé, on serait arrêté cependant assez rapidement dans cette voie par la structure discontinue de la lumière.

CHALEUR. — *Une solution nouvelle de l'équation de Fourier.* Note de M. **Gustave Ribaud**.

La transmission de chaleur dans un mur indéfini homogène est régie par l'équation classique de Fourier (θ, température; x, profondeur; t, temps)

$$a\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} = \frac{\partial\theta}{\partial t}, \tag{1}$$

$a = \lambda/c\rho$ (diffusivité thermique).

Une première solution a été donnée par Cauchy; elle est de la forme

$$\theta = f\left(\frac{x}{\sqrt{4at}}\right) = f(z).$$

Transportée dans l'équation (1) elle conduit à l'équation différentielle

$$f'' + 2zf' = 0, \tag{2}$$

qui s'intègre immédiatement et fournit la solution classique

$$\theta = A\int_0^z e^{-z^2}\,dz.$$

On obtient une seconde solution, également classique, en admettant que θ est le produit de deux fonctions, l'une de x, l'autre de t

$$\theta = \varphi(t)f(x),$$

le produit, transporté dans (1), amène à écrire

$$\frac{\varphi'}{a\varphi} = \frac{f''}{f} = -n^2, \tag{3}$$

n étant une constante arbitraire; les deux rapports précédents conduisent à la solution classique

$$\theta = Be^{-n^2at}(\cos nx \pm \sin nx).$$

Pour l'étude d'un problème particulier, nous avons été amené à rechercher une solution nouvelle de la forme :

$$\theta = \varphi(t)f[x\times\psi(t)] = \varphi(t)f(z). \tag{4}$$

Le calcul des deux dérivées partielles de l'équation (1) conduit à la relation

$$a\varphi\psi^2 f'' - z\varphi f'\frac{\psi'}{\psi} - \varphi' f = 0.$$

Pour que la fonction $f(z)$ apparaisse seule dans l'équation précédente, il faut, d'une part que ψ'/ψ^3 soit égale à une constante, négative, que l'on peut prendre égale à $-2a$, ce qui conduit à l'expression : $\psi = 1/\sqrt{4at}$. D'autre part il est nécessaire que $\varphi'/\varphi\psi^2$ soit égale à une constante, positive ou négative, que nous prendrons égale à $4ma$; d'où il résulte pour la fonction φ la valeur t^m.

En résumé la température peut être représentée par l'expression

$$\theta = t^m f\left(\frac{x}{\sqrt{4at}}\right) = t^m f(z), \tag{5}$$

dans laquelle la fonction f est définie par l'équation différentielle :

$$f'' + 2zf' - 4mf = 0. \tag{6}$$

On voit que la solution de Cauchy n'est qu'un cas particulier de la solution plus générale (5), dans laquelle on fait $m = 0$; il apparaît en outre que la variable $z = x/\sqrt{t}$ est la seule qui puisse satisfaire au type de solution (4).

La solution (5) est applicable au cas du mur indéfini sur lequel tombe un

flux calorifique constant Φ. La température θ peut alors être représentée par l'expression

$$(7) \qquad \theta = \sqrt{4at}\, f\left(\frac{x}{\sqrt{4at}}\right) = \sqrt{4at}\, f(z).$$

La quantité de chaleur accumulée dans le mur au temps t a pour valeur

$$\Phi t = \int_0^\infty \rho C \theta\, dx = \rho C \int_0^\infty \sqrt{4at}\, f\left(\frac{x}{\sqrt{4at}}\right) dx = 4\lambda t \int_0^\infty f(z)\, dz.$$

D'autre part le flux Φ, compte tenu du gradient de température à l'entrée dans le mur, peut également s'écrire

$$\Phi = -\lambda \left(\frac{d\theta}{dx}\right)_0 = -\lambda f'(0).$$

Il résulte des deux dernières relations que l'une des conditions imposées à la fonction f a pour expression $-f'(0) = 4\int_0^\infty f(z)\, dz$, l'autre condition étant $f(0) = 1$.

On se rend aisément compte que la formule (7) entraîne le fait que les courbes θ, x sont homothétiques par rapport à l'origine, le rapport d'homothétie ayant pour valeur $\sqrt{t}$.

DÉSIGNATIONS.

Par la majorité des suffrages, M. **Émile Borel** est désigné pour représenter l'Académie dans la **Commission Nationale pour l'Éducation, la Science et la Culture** (U. N. E. S. C. O.).

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Minéralogie, en remplacement de M. *Léon Bertrand*, décédé.

Le nombre des votants étant 54,

M. Paul Fallot	obtient	47	suffrages
M. André Demay	»	6	»
M. Jean Wyart	»	1	»

M. **Paul Fallot**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

Le **National Research Council of the United States of America** suggère que le septième *Pacific Science Congress* soit tenu en Nouvelle Zélande en février 1949.

Cette proposition est adoptée.

M. **J. Timmermans**, Directeur du **Bureau International des Étalons physico-chimiques** à Bruxelles, signale que ce Bureau a été chargé par l'Organisation des Nations Unies pour l'Éducation, la Science et la Culture (U. N. E. S. C. O.), d'accord avec l'Union Internationale de Chimie, de constituer une collection de produits chimiques purs de toutes natures, dans le but de mettre de petites quantités de ces échantillons à la disposition des chercheurs de tous pays. Un appel est adressé à tous les Centres de recherches, pour leur demander de collaborer à l'œuvre entreprise.

M. **Luc-Olivier Picon** adresse des remercîments pour l'allocation qui lui a été accordée.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° André Lichnerowicz. *Algèbre et analyse linéaires.*

2° Émile Courmont. *Histoire et technique de la Photogravure.*

3° René Taton. *Les Mathématiques dans le « Bulletin de Férussac ».*

4° Michel Roegiers et Lucien Roegiers. *La viscosité des mélanges de « fluides normaux ».*

5° Rolla H. Taylor, J. H. Fielding et Melvin Mooney. *Development and Standardization ef tests for evaluating processibility of rubber.*

6° W. Robyns. *Contribution à l'étude des formations herbeuses du district forestier central du Congo belge. — Les espèces congolaises du genre Digitaria hall. — Les espèces congolaises du genre Panicum L.* et une série de tirages à part de ses travaux de botanique.

ALGÈBRE. — *Produit tensoriel de lattices.*
Note de M. **Jacques Riguet**, présentée par M. Élie Cartan.

On dira qu'un tenseur [1] $t \in L \circ \ldots \circ L$ est *symétrique* s'il est invariant par toutes les symétries.

---

(1) Cf. J. Riguet, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 40-41.

Si $t \in L_1 \circ \ldots \circ L_r$ et $u \in L_{r+1} \circ \ldots \circ L_n$ le transformé du tenseur

$$(t, u) \in (L_1 \circ \ldots \circ L_r) \circ (L_{r+1} \circ \ldots \circ L_n)$$

par isomorphisme canonique est un tenseur de $L_1 \circ \ldots \circ L_n$ noté $t \circ u$ et appelé *produit tensoriel* des tenseurs t et u, on dira qu'un tenseur $t \in L_1 \circ \ldots \circ L_n$ est *simple* s'il peut être écrit sous la forme $t = (l_1, \ldots, l_n)$; où $l_i \in L_i$. Les définitions ci-dessus sont encore valables lorsqu'on remplace les produits tensoriels par des produits tensoriels restreints. Dans ce qui suit, nous n'envisagerons que les produits tensoriels restreints d'algèbres de Boole. On montre facilement que dans ce cas si $(l_1, \ldots, l_n)$ et si $(m_1, \ldots, m_n)$ sont deux tenseurs simples, le tenseur $(l_1, \ldots, l_n).(m_1, \ldots, m_n)$ est simple; par suite tout tenseur peut être écrit sous forme d'une somme de tenseurs simples. Étant donné deux algèbres de Boole L_1 et L_2, on dira que σ, application de $L_1 \times L_2$ dans une lattice L, est un *couplage*, si σ définit un + homomorphisme de $L_1 \star L_2$ dans L. Soient L une algèbre de Boole et B la lattice à deux éléments qu'on notera o et 1. Alors il existe toujours un couplage σ de $L_1 = L$ et $L_2 = L$ dans B. Il suffit de poser $\sigma(l_1, l_2) = 0$ ou 1 suivant que $l_1 . l_2 = 0$ ou $l_1 . l_2 \neq 0$ et

$$\sigma((l_1, l_2) + (m_1, m_2)) = \sigma(l_1, l_2) + \sigma(m_1, m_2).$$

Le couplage σ ainsi défini est dit *naturel*. Si $t \in L \star L$; σt est dit la *trace* de t. Plus généralement, étant donné le produit tensoriel $L_1 \star \ldots \star L_n$, il existe toujours un + homomorphisme σ_{ij} de $L_1 \star \ldots \star L_n$ dans

$$L_1 \star \ldots \star L_{i-1} \star L_{i+1} \star \ldots \star L_{j-1} \star L_{j+1} \star \ldots \star L_n,$$

si $n > 2$ ou dans B si $n = 2$. Il suffit de définir $\sigma_{ij} t$ pour

$$t = (l_1, \ldots, l_n) + (m_1, \ldots, m_n)$$

par

$$\sigma_{ij} t = \sigma(l_i, l_j)(l_1, \ldots, l_{i-1}, l_{i+1}, \ldots, l_{j-1}, l_{j+1}, \ldots, l_n) + \sigma(m_i, m_j)(m_1, \ldots, m_{i-1}, m_{i+1}, \ldots, m_{j-1}, m_{j+1}, \ldots, m_n),$$

avec

$$\sigma(l_i, l_j)(l_1, \ldots, l_{i-1}, l_{i+1}, \ldots, l_{j-1}, l_{j+1}, \ldots, l_n) = (0, \ldots, 0) \text{ ou } (l_1, \ldots, l_{i-1}, l_{i+1}, \ldots, l_{j-1}, l_{j+1}, \ldots, l_n),$$

suivant que $\sigma(l_i, l_j) = 0$ ou 1. $\sigma_{ij} t$ est dit obtenu à partir de t par *contraction* (sous-entendue naturelle) sur L_i et L_j. A partir de là on définit comme en calcul tensoriel ordinaire le *produit contracté* de deux tenseurs. Étant donné deux tenseurs $t \in L_{i_1} \star \ldots \star L_{i_r}$, $u \in L_{j_1} \star \ldots \star L_{j_s}$, nous dirons dans le cas où $L_{i_1} = L_{j_1}, \ldots, L_{j_k} = L_{i_k}$, que $\sigma_{i_k j_k} \ldots \sigma_{i_1 j_1} t_0$, $t \circ u$ est le $k^{\text{ième}}$ *transvectant* (²) de t et u $(1 \leq k \leq \text{Min}(r, s))$. Tout produit contracté peut être obtenu par une transvection précédée et suivie de symétries convenables.

(²) J. A. Schouten, *Der Ricci-Kalkul*, p. 28 ; ($k^{\text{ième}}$ Uberschiebung).

Dans le cas particulier des tenseurs du 2e ordre, c'est-à-dire des éléments de $L\star L$, le 1er transvectant de deux tenseurs t et u est encore un tenseur du 2e ordre que nous appellerons le *produit scalaire* de t et u et que nous noterons tu. Donc, $L\star L$ est une lattice sur laquelle, outre les opérations $+$ et . existe encore une multiplication $+$ distributive. Cette multiplication peut être encore définie par la *loi dyadique* $(l_1, m_2)(l_1, m_2) = (l_1, m_2)$ ou (o, o) suivant que $l_2 . m_1 \neq 0$ ou non (3). Tout tenseur simple (l_1, l_2) admet (l_1, l_1) pour unité à droite et (l_2, l_2) pour unité à gauche. Si t est un tenseur du 2e ordre, le transformé de t par l'unique symétrie de $L\star L$ est appelé le *transposé* de t et noté $t^\star$. On a $(tu)^\star = u^\star t^\star$.

Remarquons ici que lorsque $L_1, \ldots, L_n$ sont des algèbres de Boole atomiques (4), $L_1 \star \ldots \star L_n$ est une lattice atomique. Ceci permet, lorsque L est une lattice atomique, de représenter les éléments de $L\star L$ par l'ensemble des matrices $\|a_{ij}\|$, où $a_{ij} \in B$ et en faisant correspondre au tenseur (c_{i_0}, c_{j_0}), où c_{i_0} et c_{j_0} sont des atomes de L, la matrice $\|a_{ij}\|$ avec $a_{ij} = 0$ ou 1 suivant que le couple (i,j) est ou non égal au couple (i_0, j_0). Le tenseur t étant représenté par $\|a_{ij}\|$ et le tenseur u à t' complément de t, correspond $\|a'_{ij}\|$ et à $t + u$ correspond $\|a_{ij} + b_{ij}\|$ au produit scalaire tu correspond le produit des matrices tel qu'on le définit ordinairement.

Application à la théorie des relations. — Considérons n ensembles $E_1, \ldots, E_n$. L'application qui à $(X_1, X_2, \ldots, X_n) \cup (Y_1, Y_2, \ldots, Y_n) \cup \ldots \in \mathfrak{P}(E_1)\star\ldots\star\mathfrak{P}(E_n)$ fait correspondre $(X_1 \times X_2 \times \ldots X_n) \cup (Y_1 \times Y_2 \times \ldots Y_n \cup \ldots \in \mathfrak{P}(E_1 \times \ldots \times E_n)$ est un isomorphisme entre $\mathfrak{P}(E_1)\star\ldots\star\mathfrak{P}(E_n)$ et $\mathfrak{P}(E_1 \times \ldots \times E_n)$ (5). Autrement dit à tout tenseur du $n^{\text{ième}}$ ordre $t \in \mathfrak{P}(E_1)\star\ldots\star\mathfrak{P}(E_n)$ correspond une relation n-aire $T\{x_1, \ldots, x_n\}$. Alors si t_1 correspond à la relation $T_1\{x_1, \ldots, x_n\}$ et t_2 à la relation $T_2\{x_1, \ldots, x_n\}$, le tenseur $t_1 \circ t_2$ correspond à la relation $S\{x_1, \ldots, x_n\} \rightleftharpoons$ « $T_1\{x_1, \ldots, x_n\}$ et $T_2\{x_1, \ldots, x_n\}$ » le tenseur $t_1 + t_2$ correspond à la relation $P\{x_1, \ldots, x_n\} \rightleftharpoons$ « $T_1\{x_1, \ldots, x_n\}$ ou $T_2\{x_1, \ldots, x_n\}$ ». Si u est un tenseur du $m^{\text{ième}}$ ordre $u \in \mathfrak{P}(F_1)\star\ldots\star\mathfrak{P}(F_n)$, auquel correspond la relation $U\{y_1, \ldots, y_m\}$, le tenseur $t \circ u$ correspond à la relation $m+n$ aire $V\{x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_m\} \rightleftharpoons$ « $T\{x_1, \ldots, x_n\}$ et $U\{y_1, \ldots, y_m\}$ ». Si $E_i = E_j$ au tenseur $\sigma_{ij} t$ obtenu à partir de t par contraction correspond la relation
$W\{x_1, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots, x_{j-1}, x_{j+1}, \ldots, x_n\} \rightleftharpoons \exists x T\{x_1, \ldots, x_{i-1}, x, x_{i+1}, \ldots, x_{j-1}, x, x_{j+1}, \ldots\}$.
A partir de ces principes on peut développer, en employant des méthodes

---

(3) En géométrie élémentaire la formule de Chasles, ou plus généralement la formule vectorielle $\vec{ac} = \vec{ab} + \vec{bc}$, n'est qu'un cas particulier de la loi dyadique.

(4) Nous dirons ici qu'une lattice est atomique si chaque élément est réunion (finie ou non) d'atomes.

(5) La loi (3) (cf. J. Riguet, *loc. cit.*) exprime alors l'axiome de choix. Cf. Bourbaki, *Ens. R.*, § **4**, n° **10**.

inspirées du calcul tensoriel ordinaire et de la théorie des invariants, auxquels sont attachés les noms de H. Weyl, A. Young, etc., une théorie générale des relations que nous exposerons ultérieurement.

THÉORIE DES GROUPES. — *Les bases du groupe symétrique et du groupe alterné, dont l'une des substitutions est formée de deux transpositions.* Note ([1]) de Mme **Sophie Piccard**.

Soit $\mathfrak{S}_n[\mathfrak{A}_n]$ le groupe symétrique [alterné] d'ordre $n!$ $[(1/2)n!]$, dont les substitutions portent sur les éléments $1, 2, \ldots, n$. Deux substitutions S, T du groupe $\mathfrak{S}_n (n \geqq 3)$ ou du groupe $\mathfrak{A}_n (n \geqq 4)$ constituent *une base* de ce groupe si elles l'engendrent par composition finie.

Soient $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ quatre nombres distincts de la suite $1, 2, \ldots, n (n \geqq 4)$ et soit (1) $T = (\alpha_1 \alpha_2)(\alpha_3 \alpha_4)$. Il s'agit de discerner toutes les bases du groupe $\mathfrak{S}_n$ et du groupe $\mathfrak{A}_n$, dont l'une des substitutions T est de la forme (1). Quelle que soit la substitution S du groupe $\mathfrak{S}_n[\mathfrak{A}_n]$, une condition nécessaire pour que les deux substitutions S et $T = (\alpha_1 \alpha_2)(\alpha_3 \alpha_4)$ puissent constituer une base de $\mathfrak{S}_n[\mathfrak{A}_n]$, c'est qu'elles soient *connexes*, c'est-à-dire qu'il n'existe aucun sous-ensemble propre de l'ensemble $\{1, 2, \ldots, n\}$, composé de la totalité des éléments de certains cycles aussi bien de S que de T. Supposons que S et T sont connexes. Alors S peut comprendre un seul, deux ou trois cycles. Si S se compose de deux cycles, ou bien chacun de ces cycles comprend un élément et un seul de l'une des deux transpositions de T, alors que les deux éléments de la seconde transposition de T font partie d'un même cycle de S; ou bien chacun des deux cycles de S contient un élément et un seul de chacune des deux transpositions de T. Et, si S se compose de trois cycles, chacun des trois cycles de S contient au moins un des nombres $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$, les deux éléments d'une même transposition de T ne faisant pas partie d'un même cycle de S.

Soient u et $v > u$ deux entiers > 0, soit $C = (u, u+1, \ldots, v)$ et soient p et q deux éléments quelconques du cycle C. Nous désignons par le symbole ${}^{u}\overline{pq}^{v}$ ou $\overline{pq}^{C}$ et nous appelons *distance* entre p et q dans le cycle C le plus petit entier $\geqq 0$, tel que $p + {}^{u}\overline{pq}^{v} \equiv q \pmod{v - u + 1}$. Soient p_1, p_2, p_3, p_4 quatre éléments distincts de C. Nous dirons que les deux couples p_1, p_2 et p_3, p_4 sont *consécutifs* dans le cycle C, s'il existe une permutation $p_i p_j$ des nombres p_1, p_2 et une permutation $p_k p_l$ des nombres p_3, p_4, telles que ${}^{u}\overline{p_i p_j}^{v} < {}^{u}\overline{p_i p_k}^{v} < {}^{u}\overline{p_i p_l}^{v}$ et nous dirons que les deux couples p_1, p_2 et p_3, p_4 *se séparent* dans le cycle C s'il existe une permutation $p_i p_j$ des nombres p_1, p_2 et une permutation $p_k p_l$ des nombres p_3, p_4 telles que ${}^{u}\overline{p_i p_k}^{v} < {}^{u}\overline{p_i p_j}^{v} < {}^{u}\overline{p_i p_l}^{v}$.

([1]) Séance du 5 janvier 1948.

Proposition 1. — Soit n un entier $\geqq 8$, soit $S=(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ et soit $T=(a_{i_1}a_{i_2})(a_{i_3}a_{i_4})$, où i_1, i_2, i_3, i_4 sont quatre nombres distincts quelconques de la suite $1, 2, \ldots, n$.

Si les deux couples de nombres i_1, i_2 et i_3, i_4 sont consécutifs dans le cycle $(1, 2, \ldots, n)$ et si ij est la permutation des nombres i_1, i_2 et kl est la permutation des nombres i_3, i_4, telles que ${}^{1}\overline{ij}^{n} < {}^{1}\overline{ik}^{n} < {}^{1}\overline{il}^{n}$, la condition nécessaire et suffisante pour que les deux substitutions S et T constituent une base du groupe $\mathfrak{S}_n$, si n est pair, ou du groupe $\mathfrak{A}_n$, si n est impair, c'est que $D({}^{1}\overline{ij}^{n}, {}^{1}\overline{kl}^{n}, n)=1$ ([2]) et que l'on n'ait pas les les deux égalités ${}^{1}\overline{ij}^{n} = {}^{1}\overline{kl}^{n}$, ${}^{1}\overline{jk}^{n} = {}^{1}\overline{li}^{n}$.

Et, si les deux couples de nombres i_1, i_2 et i_3, i_4 se séparent dans le cycle $(1, 2, \ldots, n)$ et si $ij[kl]$ est la permutation des nombres i_1, $i_2[i_3, i_4]$, telles que ${}^{1}\overline{ik}^{n} < {}^{1}\overline{ij}^{n} < {}^{1}\overline{il}^{n}$, la condition nécessaire et suffisante pour que S et T constituent une base du groupe $\mathfrak{S}_n$, si n est pair, ou de $\mathfrak{A}_n$, si n est impair, c'est que $D({}^{1}\overline{ij}^{n}, {}^{1}\overline{kl}^{n}, n)=1$.

Proposition 2. — Quels que soient les entiers $n \geqq 9$, $l_1 \geqq 1$, $l_2 \geqq 1$ $(l_1+l_2=n)$, i_1, i_2, i_3, i_4, si trois des nombres (II) i_1, i_2, i_3, i_4 font partie de l'un des deux cycles $C_1=(1, 2, \ldots, l_1)$, $C_2=(l_1+1, \ldots, n)$, alors que le quatrième des nombres (II) fait partie du second des deux cycles C_1, C_2, et si $C_i(1 \leqq i \leqq 2)$ est celui des deux cycles C_1, C_2 qui contient les deux nombres, appelons-les i et j, de l'un des couples i_1, i_2 ou i_3, i_4, alors la condition nécessaire et suffisante pour que les deux substitutions $S=(a_1, a_2, \ldots, a_{l_1})(a_{l_1+1}, \ldots, a_n)$ et $T=(a_{i_1}, a_{i_2})(a_{i_3}, a_{i_4})$ constituent une base du groupe $\mathfrak{S}_n$, si n est impair, ou du groupe $\mathfrak{A}_n$, si n est pair, c'est que $D\left(\overset{C_i}{\overline{ij}}, l_1, l_2\right)=1$.

Proposition 3. — Quels que soient les entiers $n \geqq 7$, $l_1 \geqq 1$, $l_2 \geqq 1$ $(l_1+l_2=n)$, i_1, i_2, i_3, i_4, si chacun des deux cycles $C_1=(1, 2, \ldots, l_1)$, $C_2=(l_1+1, \ldots, n)$ contient un élément et un seul de chacun des deux couples de nombres i_1, i_2 et i_3, i_4, si $i[k]\{j[l]\}$ est celui des deux nombres i_1, i_2 $[i_3, i_4]$ qui fait partie du cycle C_1 $\{C_2\}$, la condition nécessaire et suffisante pour que les deux substitutions $S=(a_1, a_2, \ldots, a_{l_1})(a_{l_1+1}, \ldots, a_n)$, $T=(a_{i_1}, a_{i_2})(a_{i_3}, a_{i_4})=(a_i a_j)(a_k a_l)$ constituent une base du groupe $\mathfrak{S}_n$, si n est impair, ou de $\mathfrak{A}_n$, si n est pair, c'est que $D({}^{1}\overline{ik}^{l_1} - {}^{l_1+1}\overline{jl}^{n}, l_1, l_2)=1$ et que parmi les nombres ${}^{1}\overline{ik}^{l_1}$, ${}^{1}\overline{ki}^{l_1}$, ${}^{l_1+1}\overline{jl}^{n}$, ${}^{l_1+1}\overline{lj}^{n}$ il n'y ait pas deux couples de nombres égaux.

Proposition 4. — Quels que soient les entiers $n \geqq 8$, $l_1 \geqq 1$, $l_2 \geqq 1$, $l_3 \geqq 1$ $(l_1+l_2+l_3=n)$, i_1, i_2, i_3, i_4, si l'on pose $C_1=(1, 2, \ldots, l_1)$, $C_2=(l_1+1, \ldots, l_1+l_2)$, $C_3=(l_1+l_2+1, \ldots, n)$ et s'il existe une permutation j_1, j_2, j_3 des nombres 1, 2, 3, telle que le cycle C_{j_1} contient deux nombres, appelons-les i et j, de la suite (II) i_1, i_2, i_3, i_4, dont un et un seul appartient à chacun des couples i_1, i_2 et i_3, i_4, alors que chacun des cycles C_{j_2}, C_{j_3} contient un et un seul des

([2]) $D(a, b, \ldots)$ est le plus grand commun diviseur des entiers a, b, ...

nombres (II); la condition nécessaire et suffisante pour que les deux substitutions $S = (a_1, a_2, \ldots, a_{l_1})(a_{l_1+1}, \ldots, a_{l_1+l_2})(a_{l_1+l_2+1}, \ldots, a_n)$ et $T = (a_{i_1}, a_{i_2})(a_{i_3}, a_{i_4})$ constituent une base du groupe $\mathfrak{S}_n$, si n est pair, ou du groupe $\mathfrak{A}_n$, si n est impair, c'est que $D(l_1, l_2, l_3) = 1$ et que l'on n'ait pas les deux égalités $\overset{C_{j_1}}{ij} = \overset{C_{j_1}}{ji}$ et $l_{j_2} = l_{j_3}$.

Remarque. — Les propositions 1 et 4 sont en défaut pour $n = 5$, 6 et 7, la proposition 2 est en défaut pour $n = 5$, 6 et 8 et la proposition 3 est en défaut pour $n = 6$. A ces exceptions près, les propositions 1-4 sont vraies pour $n \geqq 4$.

TOPOLOGIE ALGÉBRIQUE. — *Sur la cohomologie des espaces où opère un groupe. Notions algébriques préliminaires.* Note (1) de M. **Henri Cartan**, présentée par M. Élie Cartan.

Soient $\mathcal{E}$ un espace localement compact, et G un groupe d'homéomorphismes de $\mathcal{E}$, discret et sans point fixe. L'étude des relations algébriques existant entre l'homologie (resp. la cohomologie) de $\mathcal{E}$, la structure de G, et l'homologie (resp. la cohomologie) de l'espace quotient $\mathcal{E}'$ a fait l'objet d'importantes recherches ces dernières années (2). J. Leray (dans une conférence au Colloque de Topologie algébrique, à Paris, en juillet 1947) a suggéré le principe d'une méthode devant permettre d'approfondir cette étude; mais ce principe ne s'applique qu'au cas où G est *fini*. Dans une prochaine Note, nous donnerons une méthode valable pour le cas général; elle repose sur des notions algébriques préliminaires, que voici (3) :

1. Sur un anneau A (non nécessairement commutatif, ni pourvu d'élément unité), une structure d'*anneau gradué* est définie par une décomposition du groupe additif de A comme somme directe de sous-groupes A^p (p entier $\geqq 0$) tels que le produit d'un élément de A^p et d'un élément de A^q soit dans A^{p+q}; un élément de A^p est dit de *degré p*. Deux structures graduées sur un anneau A (définies par des A^p et des B^q respectivement) sont *compatibles* si A est somme directe des $A^p \cap B^q = A^{p,q}$; A est dit *bigradué*. Généralisation évidente à un nombre quelconque de structures graduées.

Une structure d'*anneau filtré* est définie, sur un anneau A, par la donnée d'idéaux bilatères A_n (n entier $\geqq 0$) tels que $A_0 = A$, $A_{n+1} \subset A_n$, $\bigcap_n A_n = \{0\}$, le produit d'un élément de A_n et d'un élément de A_m étant dans A_{n+m}. Si A est

(1) Séance du 5 janvier 1948.

(2) Voir notamment H. Hopf, S. Eilenberg et S. Mac Lane, B. Eckmann, H. Freudenthal.

(3) Une partie de ces notions est exposée dans une Note de J. L. Koszul (*Comptes rendus*, 225, 1947, p. 217); J. Leray développe des considérations analogues dans le texte qu'il a rédigé pour le volume des Comptes rendus du Colloque de Paris.

filtré, l'*anneau gradué associé* à A est l'anneau A' suivant : son groupe additif est somme directe des $A'^n = A_n/A_{n+1}$, et le produit d'un élément de A'^n et d'un élément de A'^m est l'élément de A'^{n+m} obtenu par passage au quotient à partir de la multiplication dans A. Sur un anneau A, une structure filtrée (définie par des A_n) et une structure graduée (définie par des A^p) sont *compatibles* si, pour tout n, A_n est somme directe des $A_n \cap A^p = A_n^p$; alors l'anneau gradué A' associé à la structure filtrée de A est somme directe des $A'^{n,p} = A_n^p/A_{n+1}^p$: il est *bigradué*. Généralisation évidente au càs où un A filtré est muni de plusieurs structures graduées.

2. Un *anneau différentiel* est un anneau A où sont définis un automorphisme involutif ω et un endomorphisme ∂ du groupe additif, tels que

$$\partial(xy) = (\partial x)y + (\omega x)(\partial y), \qquad \partial(\partial x) = 0, \qquad \partial(\omega x) + \omega(\partial x) = 0.$$

∂ est l'*opérateur différentiel* de A. L'*anneau de cohomologie* de A est le quotient du sous-anneau C des x tels que $\partial x = 0$, par l'idéal (de C) des x de la forme ∂y. Un *anneau différentiel filtré* est un anneau différentiel A dont la structure filtrée est définie par des idéaux A_n tels que $\omega(A_n) = A_n$, $\partial(A_n) \subset A_n$; alors l'anneau de cohomologie de A est aussi *filtré*. Un *anneau différentiel gradué* est un anneau différentiel A dont la structure graduée est définie par des A^p tels que $\omega(A^p) = A^p$, $\partial(A^p) \subset A^{p+r}$ (r entier indépendant de p; r s'appelle le *degré* de l'opérateur ∂); alors l'anneau de cohomologie de A est *gradué*. En particulier, si $\omega(x) = (-1)^p x$ pour $x \in A^p$, et si $r = 1$, on dira que A est un *anneau différentiel normal*.

3. Tout anneau différentiel *filtré* A définit une *suite de Leray-Koszul* (en abrégé : suite L. K.; *voir* Koszul, Note citée en ([3])]. C'est une suite d'anneaux différentiels *gradués* E_r ($r = 0, 1, 2, \ldots$); l'opérateur différentiel ∂_r de E_r est de degré r; les structures graduées des E_r sont comme suit : E_0 est l'anneau gradué associé à A, E_{r+1} est l'anneau de cohomologie de E_r. L'anneau terminal E_∞, limite (en un sens facile à préciser) des E_r, n'est autre que *l'anneau gradué associé à l'anneau de cohomologie (filtré) de* A.

4. Soit A un anneau bigradué (somme directe de $A^{p,q}$). Pour n entier $\geqq 0$, posons $A^n = \sum_{p+q=n} A^{p,q}$; ceci définit un nouveau degré (*degré total*). Soit ω l'automorphisme tel que $\omega(x) = (-1)^n x$ pour $x \in A^n$. Supposons donnés deux opérateurs d_1 et d_2 tels que $d_1(A^{p,q}) \subset A^{p-1,q}$, $d_2(A^{p,q}) = A^{p,q+1}$, $d_1(xy) = (d_1 x)y + (\omega x)(d_1 y)$, $d_2(xy) = (d_2 x)y + (\omega x)(d_2 y)$, $d_1 d_1 = d_2 d_2 = 0$, $d_1 d_2 + d_2 d_1 = 0$, $d_1 \omega + \omega d_1 = d_2 \omega + \omega d_2 = 0$. Alors l'opérateur $d = d_1 + d_2$ définit sur A, avec le degré total, une structure d'anneau différentiel normal. On peut définir sur A *deux* structures *filtrées* compatibles avec cette structure : par exemple, la *première* est définie par les idéaux $A_r = \sum_{p=r}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} A^{p,q}$; elle est

compatible avec toutes les structures graduées de A. L'anneau E_0 de la suite L. K. n'est autre que A; il est muni de trois structures graduées, comme chacun des E_r. L'opérateur δ_r est de degré r vis-à-vis de la graduation p, de degré $1-r$ vis-à-vis de la graduation q, de degré 1 vis-à-vis de la graduation $p+q$. Pour une valeur donnée de n, δ_r est *nul* pour tout élément de degré total n dès que $r>n$; donc, dans E_∞, le sous-groupe des éléments de degré total n est le même que dans E_{n+1}. Pour la graduation p, E_∞ est l'anneau gradué associé à l'anneau de cohomologie (filtré) de A ([4]).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les solutions élémentaires des équations linéaires aux dérivées partielles totalement hyperboliques d'ordre plus grand que deux et à quatre variables indépendantes.* Note ([1]) de M. **Florent Bureau**, présentée par M. Jacques Hadamard.

L'équation aux dérivées partielles aux variables indépendantes x, y, z, t

$$f\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}, \frac{\partial}{\partial t}\right) u = g(x, y, z, t) \tag{1}$$

sera dite *totalement hyperbolique* si $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ est une forme indéfinie d'ordre $n (n \geq 4)$ pair, à coefficients réels et constants, telle que la surface $f(\alpha, \beta, \gamma, 1) = 0$ se décompose en $n/2$ ovales entourant l'origine et que $f(\alpha, \beta, \gamma, 0)$ soit une forme définie. Pour simplifier, nous admettrons que ces ovales $\omega_1, \ldots, \omega_{n/2}$ n'ont aucun point commun et possèdent seulement des points elliptiques; notre méthode s'applique cependant à des cas plus généraux et en particulier à l'équation de la propagation des ondes lumineuses dans les milieux cristallins, homogènes et biaxes.

Posons $E = \alpha x + \beta y + \gamma z + t$, t prenant des valeurs imaginaires et x, y, z des valeurs réelles; désignons par $d\omega$ l'élément différentiel de surface, par ω l'ensemble des ovales de la surface $f = 0$ et écrivons

$$\mathfrak{V}_k(x; t) = \int_{\omega_k} E^{n-4} \log E \, d\omega = W'_k + i W''_k;$$

nous admettrons que ω_{k+1} est contenu dans ω_k.

Si le plan $E = 0$ (t étant réel) rencontre l'ovale ω_j, mais non ω_{j+1}, la solution élémentaire s'écrit

$$v(x; t) = \sum_{k=j+1}^{\frac{n}{2}} \mathfrak{V}'_k = \sum_{k=j+1}^{\frac{n}{2}} \int_{\omega_k} E^{n-4} \log |E| \, d\omega,$$

([4]) Ces phénomènes ont été décrits pour la première fois par J. Leray, à propos d'un problème particulier (*Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1419).

([1]) Séance du 22 décembre 1947.

et la solution auxiliaire

$$\mathcal{H}(x;t)=\frac{1}{\pi}\sum_{k=1}^{l}\mathcal{R}\varphi_k''=\pm\int_{\omega}E^{n-4}\operatorname{sign}E\,d\omega.$$

Lorsque le plan $E=0$ rencontre tous les ovales de la surface $f=0$, on a

$$v(x;t)\equiv 0 \quad \text{et} \quad \mathcal{H}(x;t)=\frac{1}{\pi}\sum_{k=1}^{\frac{n}{2}}\mathcal{R}\varphi_k'';$$

on peut montrer que $\mathcal{H}(x;t)$ est identiquement nulle à l'extérieur du cône caractéristique.

2. Pour obtenir d'autres expressions de $v(x;t)$ et de $\mathcal{H}(x;t)$, donnons à β une valeur constante et désignons par (α_ν, γ_ν) les points d'intersection de la surface $f(\alpha, \beta, \gamma, 1)=0$ et de la droite $E=0$, $\beta=\beta_0$; posons

$$\varepsilon_\nu=\operatorname{sign}\mathcal{R}\left(\frac{\gamma_\nu}{i\alpha_\nu}\right),$$

si l'intersection (α_ν, γ_ν) est imaginaire et

$$\varepsilon_\nu=\operatorname{sign}\left[\left(\alpha_\nu\frac{\partial f}{\partial\alpha}+\gamma_\nu\frac{\partial f}{\partial\gamma}\right)\left(x\frac{\partial f}{\partial\gamma}-z\frac{\partial f}{\partial\alpha}\right)\right],$$

si l'intersection (α_ν, γ_ν) est réelle. Considérons alors la fonction

$$w(x;t)=i\pi\sum\varepsilon_\nu\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{(\alpha_\nu,\gamma_\nu)}E^{n-4}\frac{d\alpha\,d\beta}{\dfrac{\partial f}{\partial\gamma}}+P_{n-4}(x,y,z,t),$$

où P_{n-4} est un polynome en x, y, z, t au plus de degré $n-4$; la somme est étendue aux intersections (α_ν, γ_ν) réelles et à certaines intersections imaginaires. Nous pouvons prendre

$$v(x;t)=\mathcal{R}w(x;t), \qquad \mathcal{H}(x;t)=\frac{1}{\pi}\mathcal{J}w(x;t).$$

Les fonctions $v(x;t)$ et $\mathcal{H}(x;t)$ ainsi que leurs dérivées partielles jusqu'à l'ordre $n-4$ inclus, sont continues dans tout l'espace; les dérivées partielles d'ordre $n-3$, $n-2$, $n-1$ de $v(x;t)$ ont une singularité logarithmique aux points du cône caractéristique; les dérivées des mêmes ordres de $\mathcal{H}(x;t)$ sont aussi discontinues aux points du cône caractéristique, mais restent finies.

3. Nous dirons qu'une hypersurface S possède une orientation d'espace, si les hyperplans parallèles aux hyperplans tangents de S, menés par le sommet du cône caractéristique n'ont d'autre point commun avec ce cône que son sommet. Pour résoudre le problème de Cauchy, les données étant portées par S, nous utilisons la formule de réciprocité et la solution élémentaire $v(x;t)$;

on trouve avec les notations habituelles

$$\Theta u(P_0) = \text{plog} \iint_{S^*} \sum_{k=1}^{4} \pi_k P_k^* \, d\sigma + \iint_{\Gamma} \mathfrak{M}^* \, d\sigma \qquad (\Theta, \text{ quantité numérique}),$$

P_k^* ne dépendant que de u et de ses dérivées premières; $\mathfrak{M}_k^*$ dépend des valeurs prises par u et ses dérivées du premier et du second ordre sur le cône caractéristique Γ. On élimine $\mathfrak{M}^*$ en introduisant non plus v, mais la solution auxiliaire $\mathcal{K}(x; t)$; on obtient

$$n! \iiint_{\varpi} \mathcal{K} g \, d\tau = \iint_{S^*} \sum_{k=1}^{4} \pi_k \bar{P}_k \, d\sigma + \iint_{\Gamma} \mathfrak{M}^* \, d\sigma,$$

et par suite, la valeur de $u(P_0)$; $\bar{P}_k$ dépend de u et de ses dérivées jusqu'à l'ordre $n - 1$ inclus.

4. La constante $\Theta \neq 0$ se calcule aisément lorsque la surface $f = 0$ se réduit à deux sphères concentriques. Nous trouvons dans tous les cas

$$\Theta = -4\pi^2 . n! \, (n-4)!$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les domaines de comportement uniforme d'une fonction analytique*. Note ([1]) de MM. **Szolem Mandelbrojt** et **Floyd Ulrich**, présentée par M. Paul Montel.

Soit $\mathcal{F}$ un ensemble de cercles $C(\alpha, R) : |z - \alpha| < R$, où le couple (α, R) (α complexe, R réel positif) varie dans un ensemble Ω. Soit $f(z)$ une fonction holomorphe dans une région contenant les cercles de $\mathcal{F}$.

Pour tout η, $0 < \eta < 1$, posons

$$M(\alpha, R; \eta) = \max_{z \in \overline{C(\alpha, \eta R)}} |f(z)|,$$

$$m(\alpha, R; \eta) = \min_{z \in \overline{C(\alpha, \eta R)}} |f(z)|,$$

$$L(\alpha, R; \eta) = \text{Min} \left\{ \left| \frac{\log M(\alpha, R; \eta)}{\log m(\alpha, R; \eta)} \right|, \frac{M(\alpha, R; \eta)}{m(\alpha, R; \eta)} \right\}.$$

Nous disons que la fonction $f(z)$ a un comportement uniforme dans l'ensemble $\mathcal{F}$, si, dans les cercles de l'ensemble $\mathcal{F}$, $f(z) \neq 0$ et s'il existe une fonction $A(\eta) < \infty$ $(0 < \eta < 1)$ telle que $L(\alpha, R; \eta) \leq A(\eta)$ pour $(\alpha, R) \in \Omega$ et η fixe $(0 < \eta < 1)$.

Des notions semblables ont été introduites par MM. Whittaker, Mac Intyre et Valiron ([2]).

([1]) Séance du 22 décembre 1947.

([2]) J. M. Whittaker, *Proc. of the London Math. Society*, second series, **37**, 1932, p. 383; Mac Intyre, *Quaterly Journal of Mathematics*, vol. IX, 1938, p. 81; Valiron, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 33.

Il est évident que la propriété que nous venons de définir n'est en réalité qu'une propriété de la famille des fonctions $F(z)=f(\alpha+Rz)$ $[(\alpha, R)\in\Omega]$ dans le cercle $|z|<1$. Et il résulte effectivement d'un théorème de Mandelbrojt [3] qu'une condition nécessaire et suffisante pour que $f(z)$ ait un comportement uniforme dans $\mathcal{F}$ est que la famille des fonctions $F(z)$ soit normale dans le cercle $|z|<1$.

Il nous a semblé intéressant d'indiquer des conditions qu'il faut ajouter au fait que $f(z)$ a un comportement uniforme dans $\mathcal{F}$ pour que $f'(z)$ ait un tel comportement dans $\mathcal{F}$.

La première réponse à notre question est donnée par le théorème suivant :

Si la fonction $f(z)$ a un comportement uniforme dans un ensemble de cercles $\mathcal{F}[C(\alpha, R)]$, si $f'(z)\neq 0$ dans $\mathcal{F}$ et s'il existe trois constantes positives A, B, C *telles que*

$$R\,|[\log_2 f(\alpha)]'|>A,\qquad \log|f(\alpha)|>BR,\qquad R>C,$$

$f'(z)$ a aussi un comportement uniforme dans $\mathcal{F}$.

La démonstration de ce théorème est basée essentiellement sur l'étude des propriétés du *noyau* d'une suite de fonctions tendant uniformément vers l'infini dans un domaine, étude faite par Mandelbrojt [4].

Ce même genre de considérations permet d'établir le lemme suivant :

Si la fonction $f(z)$ est holomorphe dans une suite de cercles $C(\alpha_n, R_n)$, si $\lim f(x)=\infty$ uniformément lorsque $z\in C(\alpha_n, \eta R_n)$ et lorsque $n\to\infty$ (pour chaque $0<\eta<1$), si $f'(z)\neq 0$ dans ces cercles, et si

$$\text{(I)}\qquad R_n|[\log_2 f(\alpha_n)]'|>A>0,\qquad \log|f(\alpha_n)|>BR>0,\qquad R_n\geq C>0,$$

ces mêmes conditions sont satisfaites pour $n\geq n_0$ lorsque f est remplacé par f', les constantes A, B *étant remplacées par deux constantes positives* A_1, B_1.

Du théorème et du lemme énoncés résulte le théorème suivant :

Si dans l'ensemble $\mathcal{F}$, composé des cercles $C(\alpha_n, R_n)$, $f(z)$ est holomorphe et $\lim f(z)=\infty$ lorsque $z\in C(\alpha_n, \eta R_n)$, $n\to\infty$; si dans $\mathcal{F}$, $f'(z)\neq 0$, et si les conditions (I) *sont satisfaites, chaque dérivée $f^{(k)}(z)$ $(k\geq 0)$ a un comportement uniforme dans un ensemble $\mathcal{F}_k$, composé des cercles $C(\alpha_n, R_n)$ avec $n\geq n_k$.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarque sur l'équation intégrale de seconde espèce à noyau singulier de Weyl* [1]. Note de M. **Maurice Parodi**, présentée par M. Henri Villat.

Considérons l'équation en $f(t)$

$$(1)\qquad f(t)=g(t)+\lambda\int_0^\infty \sin xt\, f(x)\,dx.$$

(3) *J. Math. pures et appliquées*, 8, 1929, p. 173.

(4) *Loc. cit.*

(1) *Diss. Göttingen*, 1908.

En posant, au sens de Laplace, $f(\sqrt{t}) \supset \varphi(p)$, $g(\sqrt{t}) \supset \theta(p)$, il est facile de voir que la résolution de (1) se ramène à celle de l'équation fonctionnelle en $\varphi(p)$,

$$\varphi(p) = \theta(p) + \frac{\lambda}{4p}\sqrt{\frac{\pi}{p}}\,\varphi\left(\frac{1}{4p}\right),$$

dont la solution est

$$\varphi(p) = \frac{1}{1 - \frac{\lambda^2\pi}{2}}\left[\theta(p) + \frac{\lambda}{4p}\sqrt{\frac{\pi}{p}}\,\theta\left(\frac{1}{4p}\right)\right].$$

Si donc λ diffère de l'une des valeurs caractéristiques $\pm\sqrt{(2/\pi)}$, la solution de (1) est

$$f(t) = \frac{1}{1 - \frac{\lambda^2\pi}{2}}\left[g(t) + \lambda\int_0^\infty \sin xt\, g(x)\, dx\right]. \tag{2}$$

Restent à déterminer les solutions de (1) quand λ prend une valeur caractéristique.

Dans le cas où $\lambda = \sqrt{(2/\pi)}$, Goursat [2] signale que les solutions fondamentales, en nombre infini, dépendent d'un paramètre arbitraire; nous nous proposons de compléter ce résultat en montrant que quand λ prend une valeur caractéristique, il existe une infinité de fonctions fondamentales *dépendant d'une fonction arbitraire* et en donnant la forme générale de ces solutions :

a. Supposons $\lambda = +\sqrt{(2/\pi)}$; nous aurons à résoudre l'équation fonctionnelle

$$\varphi(p) - \frac{1}{2\sqrt{2}\,p\sqrt{p}}\,\varphi\left(\frac{1}{4p}\right) = \theta(p). \tag{3}$$

Changeons p en $(1/4p)$, nous obtenons

$$\varphi\left(\frac{1}{4p}\right) - 2\sqrt{2}\,p\sqrt{p}\,\varphi(p) = \theta\left(\frac{1}{4p}\right). \tag{3'}$$

L'examen de (3) et (3′) montre immédiatement que le problème n'est possible que si $\theta(p)$ satisfait à la relation

$$\theta(p) = -\frac{1}{2\sqrt{2}\,p\sqrt{p}}\,\theta\left(\frac{1}{4p}\right). \tag{4}$$

La solution de cette équation est

$$\theta(p) = \alpha(p) - \frac{1}{2\sqrt{2}\,p\sqrt{p}}\,\alpha\left(\frac{1}{4p}\right),$$

$\alpha(p)$ étant une fonction arbitraire; en remontant aux originaux, il apparaît que le problème n'est possible que si $g(t)$ est de la forme

$$g(t) = A(t) - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty \sin xt\, A(x)\, dx,$$

$A(x)$ étant une fonction arbitraire.

---

[2] *Analyse mathématique*, 2e éd., 3, p. 437.

Cela étant, résolvons (3); à cet effet considérons l'équation

$$(5)\qquad \varphi(p) - \frac{1+\mu}{2\sqrt{2}\,p\sqrt{p}}\varphi\left(\frac{1}{4p}\right) + \mu\eta(p) = \theta(p),$$

$\eta(p)$ étant une fonction arbitraire; pour $\mu=0$, il apparaît que (5) se réduit à (3).

Changeons p en $(1/4p)$ dans (5), nous obtenons

$$(6)\qquad \varphi\left(\frac{1}{4p}\right) - (1+\mu)\,2\sqrt{2}\,p\sqrt{p}\,\varphi(p) + \mu\eta\left(\frac{1}{4p}\right) = \theta\left(\frac{1}{4p}\right).$$

Entre (5) et (6) on peut éliminer $\varphi(1/4p)$ et en faisant $\mu=0$ dans l'expression obtenue pour $\varphi(p)$, on trouve la solution de (3)

$$\varphi(p) = \frac{1}{2}\left[\theta(p) + \eta(p) + \frac{1}{2\sqrt{2}\,p\sqrt{p}}\eta\left(\frac{1}{4p}\right)\right].$$

En remontant aux originaux, on obtient les solutions fondamentales de (1)

$$f(t) = \frac{1}{2}\left[g(t) + h(t) + \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty \sin xt\, h(x)\,dx\right].$$

Elles dépendent de la fonction arbitraire $h(t)$.

b. Supposons maintenant $\lambda = -\sqrt{2/\pi}$; un calcul analogue au précédent montre que le problème n'est possible que si $g(t)$ est de la forme

$$g(t) = A(t) + \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty \sin xt\, A(x)\,dx,$$

$A(t)$ étant une fonction arbitraire et que les solutions fondamentales sont, dans cette hypothèse,

$$f(t) = \frac{1}{2}\left[g(t) + h(t) - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty \sin xt\, h(x)\,dx\right],$$

$h(t)$ étant une fonction arbitraire.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une transformation de contact.* Note (1) de M. André Charrueau, présentée par M. Henri Villat.

I. Considérons la transformation de contact $\mathfrak{T}(O_1, O_2, \vec{I}_1, \vec{I}_2)$ (2). Soient O un point quelconque fixe; D_1 la droite, orientée, passant par les extrémités I_1 et I_2 de deux vecteurs, d'origine O, équipollents à $\vec{I}_1$ et à $\vec{I}_2$; OH

(1) Séance du 5 janvier 1939.

(2) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1055, 1262 et 1396.

la droite orientée, passant par O, perpendiculaire à D_1 et rencontrant D_1; $\vec{u}$ et $\vec{v}$ les vecteurs unitaires correspondant à D_1 et à OH; i_1, i_2, h la projection de $\vec{I}_1$ sur D_1, celle de $\vec{I}_2$ sur D_1 et la projection commune de $\vec{I}_1$ et de $\vec{I}_2$ sur OH; $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ les vecteurs $\overrightarrow{OO_1} - \vec{I}_1 \wedge \overrightarrow{OO_1}$ et $\overrightarrow{OO_2} - \vec{I}_2 \wedge \overrightarrow{OO_2}$; $\vec{\mathfrak{U}}$ et $\vec{\mathfrak{V}}$ les vecteurs $(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)/(i_2 - i_1)$ et $(i_1\vec{V}_2 - i_2\vec{V}_1)/(i_2 - i_1)$; (a, ϖ) un élément de contact; (A, Π) son transformé; $\vec{n}$ un vecteur unitaire perpendiculaire au plan ϖ; I_n le point où le plan parallèle à ϖ et passant par O coupe D_1; $\vec{I}_n$ le vecteur $\overrightarrow{OI_n}$; $i_n = -h(\vec{v}.\vec{n}/\vec{u}.\vec{n})$ sa projection sur D_1. On a

$$\overrightarrow{OA} + \vec{\mathfrak{V}} = i_n \vec{\mathfrak{U}} + \vec{I}_n \wedge \overrightarrow{Oa}. \tag{1}$$

Soient $\mathfrak{S}$ le système de vecteurs constitué par $-\vec{I}_1$ lié à O_1, $\vec{I}_2$ lié à O_2 et un couple de moment égal à $\overrightarrow{O_1O_2}$; R l'axe central de $\mathfrak{S}$, parallèle à D_1; $\vec{M}$ le moment résultant de $\mathfrak{S}$ en O, avec $\vec{V}_2 - \vec{V}_1 = \vec{M} = (i_2 - i_1)\vec{\mathfrak{U}}$; $k(i_2 - i_1)$ la projection de $\vec{M}$ sur D_1.

Supposons O pris en un point quelconque O′ de R. Soient $\vec{M}'$ le moment résultant de $\mathfrak{S}$ en O′ et $\vec{V}'_1$, $\vec{V}'_2$ les vecteurs $\overrightarrow{O'O_1} - \vec{I}_1 \wedge \overrightarrow{O'O_1}$ et $\vec{V}'_2 = \overrightarrow{O'O_2} - \vec{I}_2 \wedge \overrightarrow{O'O_2}$, avec $\vec{M}' = \vec{V}'_2 - \vec{V}'_1 = k(i_2 - i_1)\vec{u}$. On a

$$\overrightarrow{O'A} - \vec{V}'_1 = k(i_n - i_1)\vec{u} + \vec{I}_n \wedge \overrightarrow{O'a}. \tag{2}$$

II. Considérons les systèmes analogues à $\mathfrak{S}$, tels que I_1 et I_2 sont placés sur la droite D_1 fixe et dont les vecteurs $\vec{\mathfrak{U}}$ et $\vec{\mathfrak{V}}$ sont égaux à ceux de $\mathfrak{S}$. Tous ces systèmes $\mathfrak{S}$ ont le *même axe central* et donnent la même transformation $\mathfrak{T}$. Ils forment un ensemble doublement infini. Reportons-nous au paragraphe III de notre avant-dernière Note précitée; le cylindre projetant sur zOx la cubique dont il y est question est coupé suivant des *circonférences* par les plans $y \pm \gamma_1 x = \text{const.}$

III. Considérons une transformation $\mathfrak{T}_1(O_1, O_2, \vec{I}_1, \vec{I}_2)$. On a ici $k = 0$,

$$\overrightarrow{O'A} - \vec{V}'_1 = \vec{I}_n \wedge \overrightarrow{O'a}. \tag{3}$$

Soit O″ l'extrémité de $\overrightarrow{O'O''} = \vec{V}'_1 = \vec{V}'_2$. On a $\overrightarrow{O_1O''} = \vec{I}_1 \wedge \overrightarrow{O_1O'}$.

La cubique dont il est parlé ci-dessus dégénère, dans le cas actuel, en une *circonférence* C passant, en particulier, par O_1 et O_2. Prenons des axes trirectangles *fixes*, dont l'origine O est placée en O_1, dont l'axe Oy est parallèle à D_1 et dont l'axe Oz est perpendiculaire à D_1 et la rencontre. Soient O, β_1, γ_1

les composantes de $\vec{I}_1$; O, β_2, γ_1 celles de $\vec{I}_2$; $D_{1'}$ la droite déduite de D_1 par l'homothétie $[O, -(1/\gamma_1^2)]$ et par une rotation de $\pi/2$ autour de Oz; I'_n le point où le plan parallèle à Π et passant par O coupe $D_{1'}$; $\vec{I}'_n$ le vecteur $\overrightarrow{OI'_n}(\vec{I}_n.\vec{I}'_n=-1)$; ξ, O, ζ les composantes de $\vec{V}_i/(\beta_2-\beta_1)$ avec $\vec{V}=\overrightarrow{O_1O_2}-\vec{I}_2\wedge\overrightarrow{O_1O_2}$. La circonférence C est située dans le plan $y-\gamma_1 x=0$. L'axe central commun, R, des systèmes $\mathfrak{S}$ définis au paragraphe précédent et relatifs à $\mathfrak{T}_1(O_1, O_2, \vec{I}_1, \vec{I}_2)$ est perpendiculaire au plan zOx et le perce au point (ζ, O, $-\xi$). Les coordonnées de O′, qui est ici un point *quelconque* de R, sont ζ, m, $-\xi$, avec m arbitraire. Celles de O″ sont $-\beta_1\xi-m\gamma_1$, $\gamma_1\zeta$, $-\beta_1\zeta$. Quand m varie, O″ se déplace sur une *droite* fixe R′ perpendiculaire à yOz, la droite O′O″ engendre un *paraboloïde hyperbolique* et *la sphère admettant le segment* O′O″ *comme diamètre passe toujours par la circonférence* C. On a

$$\overrightarrow{O'a}=\vec{I}'_n\wedge\overrightarrow{O''A} \tag{4}$$

Considérons un système $\mathfrak{S}'$ constitué par des vecteurs $-\vec{I}'_1$ lié à un point O'_1 et $\vec{I}'_2$ lié à un point O'_2 et par un couple de moment égal à $\overrightarrow{O'_1O'_2}$. Imposons à $\mathfrak{S}'$ les conditions suivantes : 1° les vecteurs, d'origine O, respectivemeut équipollents à $\vec{I}'_1$ et à $\vec{I}'_2$ ont leurs extrémités, I'_1 et I'_2, sur $D_{1'}$; 2° le moment résultant de $\mathfrak{S}'$ en O″ est nul, c'est-à-dire que $\vec{V}''_1=\overrightarrow{O''O'_1}-\vec{I}'_1\wedge\overrightarrow{O''O'_1}$ et $\vec{V}''_2=\overrightarrow{O''O'_2}-\vec{I}'_2\wedge\overrightarrow{O''O'_2}$ sont égaux; 3° $\vec{V}''_1=-\vec{V}'_1$. Il existe une double infinité de $\mathfrak{S}'$. Ils sont indépendants de m et ils ont le *même axe central*, qui est R′. Pour tout $\mathfrak{S}'$, $\mathfrak{T}_1(O'_1, O'_2, \vec{I}'_1, \vec{I}'_2)=\mathfrak{T}_1^{-1}(O_1, O_2, \vec{I}_1, \vec{I}_2)$. On a

$$\overrightarrow{O_2O''}=\vec{I}_2\wedge\overrightarrow{O_2O'},\qquad \overrightarrow{O'_1O'}=\vec{I}'_1\wedge\overrightarrow{O'_1O''},\qquad \overrightarrow{O'_2O'}=\vec{I}'_2\wedge\overrightarrow{O'_2O''}.$$

$\mathfrak{T}_1(O_1, O_2, \vec{I}_1, \vec{I}_2)$ est équivalente à une *transformation à centre unique* O′ (dans laquelle on emploie D_1) suivie de la *translation* $\overrightarrow{O'O''}$; $\mathfrak{T}_1^{-1}$ est équivalente à une *transformation à centre unique* O″ (dans laquelle on emploie $D_{1'}$) suivie de la *translation* $\overrightarrow{O''O'}$. Une remarque antérieure se trouve étendue, du fait notamment que O′ est ici un point *quelconque* de R. Les *centres* (tels que O'_1 et O'_2) des *systèmes* $\mathfrak{S}'$ sont tous, comme *ceux des* $\mathfrak{S}$, placés *sur la circonférence* $\mathcal{C}$. Cette dernière *passe par les points* N, N′ où R et R′ percent son plan. La droite NN′ est perpendiculaire à R et à R′. Soient, pour des $\mathfrak{S}$ ou $\mathfrak{S}'$, $O_{1,0}$ la position de O_1 pour $\vec{I}_1$ parallèle à Oz et $O'_{1,0}$ la position de O'_1 pour $\vec{I}'_1$ parallèle à Oz. Les segments de droites $NO_{1,0}$ et $N'O'_{1,0}$ sont deux *diamètres* de $\mathcal{C}$.

CALCUL NUMÉRIQUE. — *Le calcul numérique des fonctions par l'interpolation barycentrique.* Note de M. **Michel Dupuy**, présentée par M. Gaston Fayet.

La formule d'interpolation de Lagrange pour les fonctions d'une variable réelle

$$(1)\qquad y(x)=\sum_{j=1}^{n+1}\frac{(x-a_1)\dots(x-a_{j-1})(x-a_{j+1})\dots(x-a_{n+1})}{(a_j-a_1)\dots(a_j-a_{j-1})(a_j-a_{j+1})\dots(a_j-a_{n+1})}y_j+\dots$$
$$+\frac{(x-a_1)(x-a_2)\dots(x-a_{n+1})}{(n+1)!}\frac{d^{n+1}y}{dx^{n+1}}(\xi),$$

devient avantageuse pour les calculs numériques si, remarquant que la somme des coefficients des y_j est nécessairement 1, on l'écrit

$$(2)\qquad y(x)=[(\alpha_1 y_1+\alpha_2 y_2+\dots+\alpha_j y_j+\dots+\alpha_{n+1}y_{n+1})$$
$$+\mathcal{R}_{n+1}]:(\alpha_1+\alpha_2+\dots+\alpha_j+\dots+\alpha_{n+1}),$$

analogue à la formule du barycentre de $n+1$ masses. Une telle expression, une fois connus les α_j, et les y_j étant donnés, peut être calculée en deux opérations mécaniques seulement : *multiplication cumulée* $\Sigma\alpha_j y_j$; division, par le total des multiplicateurs (nous l'appelons *diviseur*); les seules inscriptions à faire étant celles des y_j et des α_j. Il suffit de connaître les α_j à un facteur multiplicatif près, donc en valeur relative les uns à partir des autres.

Mettant $[(x-a_1)\dots(x-a_j)\dots(x-a_{n+1})]$ en facteur commun, on a

$$(3)\quad y(x)=\left[\frac{A_1}{x-a_1}y_1+\frac{A_2}{x-a_2}y_2+\dots+\frac{A_{n+1}}{x-a_{n+1}}y_{n+1}+r_{n+1}\right]:\left[\sum_{j=1}^{n+1}\frac{A_j}{x-a_j}\right];$$

dans le cas d'une table numérique à entrées équidistantes, on trouve que les A_j sont proportionnels aux coefficients successifs du binome $(-u+v)^n$, le facteur de proportionnalité étant $1/n!$; et r_{n+1} est égal à

$$\frac{1}{(n+1)!}\frac{d^{n+1}y}{dx^{n+1}}(\xi)\qquad(a_1<\xi<a_{n+1}).$$

La formule (3) permet le calcul très rapide d'une valeur interpolée d'ordre quelconque et l'estimation du reste.

On propose deux exemples numériques :

1° Calcul d'un sinus à partir des valeurs du sinus de 50 en 50 grades;

2° Calcul d'un sinus, exact à 8 décimales, en prenant les entrées de 10 en 10 grades.

On exécute une interpolation à 8 points, avec, dans les deux cas, même valeur d'appoint (... $n=0,8041671$); les mêmes coefficients barycentriques servant pour les deux calculs.

Interpolation à 8 points.

j.	A_j.	$x-a_j=d_j$.	$\frac{1}{d_j}$.	$\alpha_j=\frac{A_j}{d_j}$.	Ex. 1 : sin $40^{gr}208$, à 6 déc.		Ex. 2 : sin $108^{gr}041671$ à 8 déc.	
		Partie commune			gr		gr	
1	1	−3,8041671	−0,26286963	− 0,2628696	−150	$-1/\sqrt{2}$	70	+0,89100652
2	−7	−2,8041671	−0,35661213	+ 2,4962849	−100	−1	80	0,95105652
3	21	−1,8041671	−0,55427238	− 11,6397200	−50	$-1/\sqrt{2}$	90	0,98768834
4	−35	−0,8041671	−1,24352265	− 43,5232928	0	0	100	1,00000000
5	−35	+0,1958329	−5,10639428	+178,7237998	50	$1/\sqrt{2}$	110	0,98768834
6	−21	+1,1958329	−0,83623724	− 17,5609820	100	1	120	0,95105652
7	7	+2,1958329	+0,45540806	+ 3,1878564	150	$1/\sqrt{2}$	130	0,89100652
8	−1	+3,1958329	+0,31290747	− 0,3129075	200	0	140	0,80901699
		Diviseur.......		+198,1547548	+0,590401			+0,99203245
		valeurs exactes................			+0,590429			+0,99203245

On constate que les interpolées d'ordres successifs (c'est-à-dire s'appuyant successivement sur 2, 3, ..., n, $n+1$, ... entrées entières) peuvent être directement calculées et vérifiées les unes à partir des autres. Cette remarque permet d'entreprendre pratiquement le calcul d'interpolations avec entrées non équidistantes, comme il arrive pour les interpolations inverses.

Comme application immédiate de la formule (3), on peut envisager une réduction considérable du volume des tables grâce au recours à des interpolations d'ordre 3, 4 ou supérieur; en même temps une sensible augmentation de la précision des calculs peut être escomptée. On serait alors amené à envisager l'établissement de tables de fonctions inverses [calculs du type $y=f(x)$, $x=\varphi(y)$, ... (vérification)].

La formule (3) se généralise directement pour des fonctions à plusieurs entrées; on obtient des coefficients barycentriques du type $\alpha_{ij}=B_{ij}/(x-a_i)(y-b_j)$, B_{ij} étant coefficient du développement de $(-u+v)^n(-w+t)^m$; pour le calcul numérique pratique, on continuera à procéder par la méthode des interpolations successives par rapport à chaque variable considérée séparément, méthode qui est la plus claire et la plus sûre avec les moyens actuels.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la probabilité de perte d'un appel téléphonique dans un groupe de x sélecteurs commandés par un orienteur unique.* Note [1] de M. **Robert Fortet**, présentée par M. Émile Borel.

Soit un groupe de x sélecteurs commandés par un orienteur unique C; un appel se présentant à un instant t est d'abord admis par C qu'il occupe un temps déterminé θ, puis transmis au bout de ce laps à un des sélecteurs, qu'il occupe pendant la durée, aléatoire, de la conversation; si les x sélecteurs sont

[1] Séance du 5 janvier 1948.

déjà occupés à l'instant t, l'appel n'est pas admis par C, qui reste libre, et est perdu; l'appel est également perdu si à l'instant t, C est en cours d'occupation par un appel précédent.

Admettons comme loi des durées de conversation la loi exponentielle : la probabilité qu'une conversation en cours à l'instant t se termine entre les instants t et $t+dt$ est équivalente, pour $dt \to +0$, à $c\,dt$ où c est une constante; admettons que les appels se produisent indépendamment les uns des autres, selon le schéma poissonnien classique; la probabilité qu'il se produise un appel entre les instants t et $t+dt$ est équivalente, pour $dt \to +0$, à $a\,dt$, où a est une constante. On peut démontrer l'existence d'un régime stationnaire dans ces conditions.

Introduisons relativement à ce régime stationnaire les probabilités et densités de probabilités suivantes :

$p_i =$ probabilité qu'à un instant t i sélecteurs soient occupés, C étant libre $(i=0, 1, 2, \ldots, x)$;

$p_i(\tau) =$ densité de probabilité qu'à un instant t i sélecteurs soient occupés, C étant occupé depuis un temps compris entre τ et $\tau + d\tau$ $(i = 0, 1, \ldots, x-1;$ $0 \leqq \tau \leqq \theta)$; l'existence, la continuité et la dérivabilité de ces densités pour $0 \leqq \tau \leqq \theta$ peuvent être établies.

Les p_i et les $p_i(\tau)$ sont liées par des relations faciles à établir par la méthode classique de Kolmogoroff ([2]). Définissons comme *probabilité de perte* P la probabilité qu'un appel se présentant à un instant t quelconque soit refusé; en posant $u = e^{-c\theta}$, et, pour $0 < i \leqq x-2$, $i+1 < j \leqq x-2$

$$A_{i,i-1} = a u^i, \qquad A_{i,i} = a u^i C_i^{i-1}(1-u) - a - (i+1)c,$$
$$A_{i,i+1} = a u^i C_{i+1}^{i-1}(1-u)^2 + (i+1)c, \qquad A_{i,j} = a u^i C_j^{i-1}(1-u)^{j-i+1},$$

et en appelant $\Delta_x(u)$ le déterminant d'ordre $(x-1)$

$$\begin{vmatrix} -(a+c) & c & 0 & 0 & \ldots\ldots & 0 \\ A_{1,0} & A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} & \ldots\ldots & A_{1,x-2} \\ 0 & A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} & \ldots\ldots & A_{2,x-2} \\ 0 & 0 & A_{3,2} & A_{3,3} & \ldots\ldots & \ldots \\ \cdot & \cdot & \ldots & \ldots & \ldots\ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & A_{x-2,x-3} & A_{x-2,x-2} \end{vmatrix}.$$

Le calcul montre que

$$P = 1 - \frac{xc\,\Delta_x(u)}{(-1)^x a^x u^{\frac{x(x-1)}{2}} + xc(1+a\theta)\Delta_x(u)}.$$

Il ne semble pas possible d'obtenir une expression plus simple, mais il est aisé de dresser une table numérique de $\Delta_x(u)$.

Si N(T) est le nombre, aléatoire, des appels perdus durant un intervalle de

([2]) *Recueil Mathématique de Moscou*, 1931, p. 101.

temps d'amplitude T, on a

$$\frac{E[N(T)]}{T} = aP, \qquad \text{à } \frac{2}{T} \text{ près au plus}$$

et d'après le théorème ergodique de Birkoff

$$\lim_{T \to \infty} \frac{N(T)}{T} = aP \quad \text{p. s.}$$

Ce problème (³) est un exemple intéressant d'un processus à la fois de Markoff et stationnaire où les états possibles se rangent en deux groupes : un premier groupe d'un nombre fini d'états (correspondant aux p_i) et un second groupe d'états en infinité continue [correspondant aux densités $p_i(\tau)$].

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Réduction à sa plus simple expression du système principal d'équations des méthodes d'Olbers et de Gauss pour la détermination des orbites paraboliques.* Note (¹) de M. **Benjamin de Jekhowsky**, transmise par M. Ernest Esclangon.

Nous avons montré (²) que sans nuire à la précision du calcul dans le cas d'un mouvement parabolique, le système principal d'équations des méthodes d'Olbers et de Gauss comprenant cinq équations, peut être réduit à deux, analogues à celles de la méthode Lagrange-Andoyer.

Il était cependant intéressant de résoudre le problème inverse et de montrer ainsi que les deux groupes d'équations du premier système peuvent être tirés aussi du second.

D'après ce qui suit et les relations (5) de notre Note (³) antérieure, la première équation du système Lagrange-Andoyer se transforme directement.

Pour démontrer que la seconde équation de ce système, savoir l'équation

$$\rho^2 + 2S\rho + R^2 = r^2 \tag{1}$$

qui résulte du triangle ayant pour sommets Soleil-Astre-Terre à l'instant t du milieu, se réduit aux deux équations du même genre aux instants t_1 et t_2, considérons trois quantités telles que

$$a_1 \neq a \neq a_2, \tag{2}$$

(³) Diverses solutions de ce même problème ont déjà été proposées, dont certaines peu satisfaisantes; d'autre part, MM. Leroy et Vaulot [cf. *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 84] ont calculé la probabilité de perte en supposant que la durée d'occupation de l'appareil de contrôle est aléatoire suivant une loi exponentielle; mais il semble que l'hypothèse d'une durée constante que nous avons admise est plus conforme à la réalité, sans être rigoureusement exacte.

(¹) Séance du 22 décembre 1947.

(²) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 489-491.

(³) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 783-785.

d'où avec une erreur absolue $\varepsilon = (a_1 - a_2)^2 \neq 0$, on a

$$(3) \qquad (a_1 + a_2) \# 2\sqrt{a_1 a_2}.$$

Les observations étant rapprochées et l'astre se trouvant à l'époque de sa découverte, nous pouvons, d'après les mêmes remarques que dans la Note précédente, pour les quantités correspondantes à l'instant t, écrire en fonction de celles qui correspondent aux instants t_1 et t_2,

$$(4) \qquad 2\rho \# (\rho_1 + \rho_2), \quad 2S \# (S_1 + S_2), \quad 2R \# (R_1 + R_2), \quad 2r \# (r_1 + r_2);$$

$$(5) \qquad \rho^2 \# \rho_1\rho_2, \quad S^2 \# S_1 S_2, \quad R^2 \# R_1 R_2, \quad r^2 \# r_1 r_2.$$

En substituant dans l'équation (1) les valeurs de ρ, S, R, r tirées de (4) et en développant les parenthèses, il vient, d'une part,

$$(6) \qquad \left\{ + \begin{matrix} r_1^2 \\ r_2^2 \end{matrix} \right\} = \left\{ + \begin{matrix} \rho_1^2 + 2S_1\rho_1 + R_1^2 \\ \rho_2^2 + 2S_2\rho_2 + R_2^2 \end{matrix} \right\} + 2\{\rho_1\rho_2 + S_2\rho_1 + S_1\rho_2 + R_1R_2 - r_1r_2\},$$

où la dernière parenthèse, en tenant compte que $\rho_2 = M\rho_1$ devient

$$(7) \qquad \{M\rho_1^2 + (S_2 + MS_1)\rho_1 + R_1R_2 - r_1r_2\}.$$

En substituant dans la même équation (1) les valeurs tirées de (5), on trouve d'autre part

$$(8) \qquad M\rho_1^2 - 2\sqrt{MS_1S_2}\,\rho_1 + R_1R_2 = r_1r_2.$$

Or, en vertu de la relation (3), on a

$$(9) \qquad -2\sqrt{S_1S_2} \# (S_1 + S_2) \quad \text{et} \quad 2\sqrt{M} \# (1 + M);$$

et l'on démontre aisément que

$$(10) \qquad -4\sqrt{MS_1S_2} \# (1 + M)(S_1 + S_2) \# 2(S_2 + S_1M);$$

de sorte que, d'après (8), la relation (7) devient égale à zéro.

La seconde parenthèse de (6) disparaît ainsi et l'on trouve simplement

$$(11) \qquad \left\{ + \begin{matrix} r_1^2 \\ r_2^2 \end{matrix} \right\} = \left\{ + \begin{matrix} \rho_1^2 + 2S_1\rho_1 + R_1^2 \\ \rho_2^2 + 2S_2\rho_2 + R_2^2 \end{matrix} \right\} \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

En prenant et en écrivant alors

$$(12) \qquad \left\{ \begin{aligned} P_1\rho_1^2 + P_2\rho_1 + P_3 &= 2r^2(r_1r_2)^{-\frac{1}{2}}, \\ M\rho_1^2 - 2\sqrt{MS_1S_2}\,\rho_1 + R_1R_2 &= r_1r_2, \end{aligned} \right.$$

nous avons un système d'équations plus simple pour le calcul et donnant exactement le même résultat que celui indiqué dans la précédente Note ([4]).

([4]) Voir ([2]).

CHALEUR. — *La propagation uniforme d'une déflagration dans un tube cylindrique lisse.* Note ([1]) de MM. **Henri Guénoche**, **Numa Manson** et **Gustave Monnot**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Des expériences ([2]) et ([3]) ont montré qu'il est possible d'atténuer et même de détruire les vibrations et de rendre ainsi uniforme la progression d'une déflagration sur presque toute la longueur du tube, en agissant sur l'écoulement des gaz brûlés à l'extrémité d'inflammation A.

La présente Note a pour objet l'étude de ce phénomène dans le cas où il est produit en disposant en A un diaphragme de section s (2).

En supposant en première approximation que l'écoulement du gaz à travers ce diaphragme obéit à la loi de Bernoulli et en posant ([4])

$$u'_2 = \overline{u'_2} + \Delta u'_2, \quad p'_2 = \overline{p'_2} + \Delta p'_2,$$

on obtient à la limite amont A la condition

$$(1) \qquad \rho_2\left[\left(\frac{S}{s}\right)^2 - 1\right]\overline{u'_2}\,\Delta u'_2 = \Delta p'_2,$$

où ρ_2 est la masse spécifique des gaz brûlés, u'_2 leur vitesse et p'_2 leur pression au voisinage de A dans le tube dont S est la section. Or, dans une précédente Note ([5]), nous avons montré que l'on peut éliminer l'influence des conditions à la limite d'inflammation A si l'impédance acoustique $Z_A = (\Delta p'_2/S\,\Delta u'_2)$ en ce point a pour valeur $(\rho_2 a_2 S)$. Comme, d'une part, d'après la théorie des ondes de choc et de combustion ([6]) la vitesse moyenne $\overline{u}_2$ des gaz immédiatement derrière le front de la déflagration est reliée à la célérité moyenne $\overline{D}_0$ de celle-ci par la relation

$$(2) \qquad \overline{u}_2 = \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)\overline{D}_0,$$

et, d'autre part, toujours en première approximation $\overline{u}_2 \cong \overline{u'_2}$, cette condition conduit, compte tenu de (1), à la relation

$$\frac{\delta}{d} = \frac{\text{diamètre intérieur du tube}}{\text{diamètre de l'orifice}} = \sqrt{\frac{S}{s}} = \left[1 + \frac{\rho_2 a_2}{(\rho_2 - \rho_1)\,\overline{D}_0}\right]^{\frac{1}{4}}.$$

([1]) Séance du 5 janvier 1948.

([2]) M. F. Coward, F. J. Hartwell et E. H. Georgeson, *Chem. Soc.*, 1937, p. 1482.

([3]) M. Guénoche et P. Laffitte, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1394.

([4]) Cette façon de procéder a été déjà utilisée par Lutz dans l'étude de la propagation des ondes dans un milieu homogène en écoulement. O. Lutz, *Ber. aus dem Laborat. Verbrennungskraftmasch.*, Stuttgart. Ed. Wittwer, 1934.

([5]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 69.

([6]) N. Manson, *La propagation des détonations et des déflagrations dans les mélange gazeux* (*Éd. Inst. du Pétrole et O. N. E. R. A.*, Paris, 1947).

Le Tableau ci-dessous donne les valeurs du rapport φ/d. Ces valeurs ont été calculées en attribuant à $\overline{D}_0$ les valeurs expérimentales données par différents auteurs comme correspondant à un mouvement uniforme de la flamme, et à ρ_2 et à a_2 les valeurs calculées ([7]) d'après les données obtenues lors des calculs de la température des flammes (déflagration).

Les expériences citées ([3]) ont montré que le mouvement uniforme a tendance à s'établir et, une fois établi, à persister lorsque $3 < \varphi/d < 4$ (pour $10^{mm} \leq \varphi \leq 26^{mm}$), ce qui confirme l'interprétation donnée ci-dessus. Cependant dans ces expériences le fond B étant fermé, l'ébranlement qui se propage dans les gaz frais devrait modifier, à chacune de ses rencontres avec le front de flamme, le régime de propagation de celle-ci. Mais étant donné que $\overline{D}_0$ est très petit devant a_1 et que l'amplitude de l'ébranlement réfléchi sur le front de la flamme devient rapidement négligeable (au bout d'une douzaine de réflexions), la perturbation créée par l'ébranlement considéré ne peut se manifester, en l'absence de tout phénomène de résonance, que pendant un temps très court durant lequel la flamme ne peut parcourir que quelques centimètres.

TABLEAU.

	Air.					O_2.		
Mélange.	$CH_4 + 10$ air.		$C_2H_2 + 5$ air.	$C_2H_2 + 11,9$ air.		$C_2H_2 + 0,25O_2$.		$C_2H_2 + 0,5O_2$.
ρ_2/ρ_1	0,124 ([a])		0,110 ([b])	0,113 ([c])		0,037 ([d])		0,043 ([d])
a_2 m/sec	910 ([a])		1 000 ([b])	955 ([c])		1 765 ([d])		1610 ([d])
φ cm	2,5		1,25 à 2,5	1,25 à 2,5		–	2,6	–
$\overline{D}_0$ m/sec	0,60	0,66	0,50	2,30 ([e])	2,60 ([e])	0,72 ([f])	0,60	0,88 ([f])
φ/d	3,84	3,74	3,97	2,71	2,60	3,10	3,26	3,00

([a]) Calculé d'après les données de G. RIBAUD, *Chaleur et Industrie*, juin-juillet 1937.
([b]) D'après COWARD et HARTWELL, *J. Chem. Soc.*, 1932, p. 1994.
([c]) Voir P. LAFFITTE, *La propagation des flammes dans les mélanges gazeux*, Hermann, 1939.
([d]) Calculé d'après les données de N. MANSON ([8]).
([e]) D'après W. MASON et R. V. WHEELER, *J. Chem. Soc.*, 115, 1919, p. 528.
([f]) W. A. BONE, R. P. FRASER et D. A. WINTER, *Proc. Roy. Soc.*, A, 112, 1927, p. 402.

ACOUSTIQUE. — *Flammes et jets sensibles*. Note ([2]) de M. MAURICE DUBOIS, présentée par M. Joseph Pérès.

Les flammes ou jets sensibles ont déjà été étudiés par les physi-

([7]) Dans le calcul de la célérité du son nous avons été amenés, faute de données exactes, à prendre, au lieu du rapport Γ des chaleurs spécifiques apparentes vraies, le rapport des chaleurs spécifiques apparentes moyennes. Il en résulte des valeurs de a_2 légèrement différentes (de 5 % au maximum) des valeurs réelles.

([2]) Séance du 22 décembre 1947.

ciens Tyndall ([2]), Rayleigh ([3]), Govi ([4]), Bouty ([5]), F. Charron ([6]), Bouasse ([7]).

Plus récemment G. B. Brown a publié une récension des résultats acquis sur ce sujet ([8]) avec exposé de nombreuses expériences, mais il constate que le mécanisme exact du phénomène reste obscur et inexpliqué.

La difficulté de cette étude vient en partie des très nombreuses variables du phénomène : nature du gaz, forme et dimensions du tube d'arrivée, pression réglant la vitesse de sortie, intensité et hauteur du son. On ne peut disposer de ces variables séparément. Il faut les faire varier en concomitance si l'on veut garder au jet sa sensibilité; et même les maximas de sensibilité ne s'obtiennent que pour des groupements assez précis de valeurs des variables qui, jusqu'ici, n'ont fait l'objet d'aucune loi, sinon que le jet doit être proche de la turbulence.

Ainsi les études tentées avec une seule variable n'ont pas été décisives.

Aussi avons-nous repris l'étude du phénomène en cherchant pour divers tubes cylindriques les conditions optima de sensibilité. Les longueurs de ces tubes étaient choisies en fonction de leurs diamètres, de manière que des pressions égales du gaz donnent des vitesses de sorties égales. L'expérience nous a montré que les tubes de diamètres plus petits sont sensibles à des fréquences plus élevées, mais ils exigent une vitesse d'éjection plus grande (produite par une pression plus grande).

Ainsi disparaît la limite supérieure des fréquences *actives* sur les jets d'air, de 900 environ, proposée par G. B. Brown. Nous avons réalisé les jets d'air atteignant les fréquences ci-dessous :

Diamètre	$0^{mm},92$.	Vitesse	de	sortie	2100^{cm}.	Fréquence	max.	6750
—	$0^{mm},61$	—	—	—	1750	—	—	8000
—	$0^{mm},50$	—	—	—	2190	—	—	14000

Il ne s'agit pas là d'une simple augmentation de l'étendue de sensibilité mais bien d'un déplacement de cette étendue vers les fréquences élevées, car ces jets étaient insensibles au-dessous de la fréquence 1300.

Il est du plus grand intérêt de savoir dans quelle mesure ces observations s'étendent au domaine des ultra-sons. M. Charron, qui a déjà indiqué des usages pratiques des flammes sensibles ([6]), eut l'obligeance de m'indiquer l'importance des recherches dans ce domaine.

La petitesse des tubes employés permet difficilement l'observation du jet

---

([2]) *Le son* (traduction p. 258).
([3]) *The Theory of sound*, **2**, 1937, p. 400.
([4]) *Journal de Physique*, **2**, 1873, p. 30.
([5]) *Ibid.*, sér. 3, **4**, 1895, p. 401.
([6]) *Comptes rendus*, **158**, 1914, p. 1267.
([7]) *Tourbillons et forces acoustiques*, **1**, 1931, p. 408.
([8]) *Philosophical Magazine*, **13**, 1932, p. 161.

lui-même, même avec fumée artificielle. Aussi avons-nous utilisé un jet d'hydrogène traversant une grille à 5^{cm} environ au-dessus de l'orifice et enflammé au-dessus de la grille. Dans ce dispositif, appelé flamme de Rayleigh, les perturbations de la flamme révèlent celles du jet non incandescent situé au-dessous. Ainsi nous avons obtenu des jets d'hydrogène, de $0^{mm},5$ de diamètre, sensibles jusqu'à la fréquence 23000 avec une vitesse de sortie de l'ordre de 9000 cm/s (les mémoires précédents donnaient comme limite pour l'hydrogène 18000).

Ces observations montrent que de telles flammes constituent des détecteurs d'ultra-sons assez simples (mais non sélectifs). Nous en poursuivons la mise au point.

Nous continuons en même temps une étude plus complète du phénomène. Rappelons, pour la suite, que les jets sensibles, incandescents ou non, présentent une apparence rectiligne au repos. Sous l'effet du son ils s'ouvrent en panache à une certaine hauteur au-dessus de l'orifice de sortie; la partie du jet allant de l'orifice à la base du panache paraît lisse et sans perturbation, mais M. Bouasse signale bien que c'est pure apparence. Il est connu de plus que dans un système d'ondes stationnaires les jets ou flammes sont insensibles aux nœuds et réagissent au maximum aux ventres, et le panache tend à s'étaler dans la direction du son.

Ceci nous fait penser que ce sont les déplacements et non les compressions relatives de l'air qui agissent sur la flamme ou le jet. Et nous avons rendu insensibles des jets placés en un ventre de vibration en les entourant d'un cylindre ouvert seulement suivant deux fentes disposées pour recevoir tangentiellement les vibrations de l'air. En disposant ces mêmes fentes de façon à recevoir perpendiculairement les déplacements de l'air, le jet réagit normalement. Notons en passant qu'une très petite amplitude du son fait réagir le jet, comme on s'en rend compte en écartant celui-ci très légèrement d'un nœud (moins de 1^{cm} quand $\lambda/4 = 10^{cm}$).

De plus nous pensons que l'action des élongations de l'air sur le jet est prépondérante (et peut être exclusivement localisée) à l'orifice de sortie, comme l'indiquent les expériences suivantes. Des jets d'air (diamètres 1 à 2^{mm}, vitesse d'éjection 1400 à 2000 cm/s) protégés à leur sortie par un manchon de $3^{cm},5$ de hauteur et de 2^{cm} de diamètre perdent toute sensibilité. Les mêmes jets, dégagés quant à leur sortie et protégés par le même manchon au point où doit s'ouvrir le panache, à 7^{cm} environ au-dessus de l'orifice, s'épanouissent cependant en panache. Même protégé par un cylindre de plus grande hauteur, le jet s'ouvre en panache au niveau prévu si l'orifice de sortie demeure dégagé sur 2^{cm} de hauteur seulement.

Rappelons que les tubes employés étaient tous cylindriques pour être mieux comparables entre eux, mais les tubes elliptiques ou aplatis sont plus sensibles lorsque leur plus grande dimension se présente face au son, ce qui s'accorde avec l'hypothèse ci-dessus et fera l'objet d'observations ultérieures.

ÉLECTRICITÉ. — *Conduction électrique aux basses températures des couches très minces de platine.* Note (1) de MM. **Boris Vodar** et **Nicolas Mostovetch**, présentée par M. Jean Cabannes.

Les dépôts dont il s'agit ont été obtenus par évaporation dans le vide sur des tiges de verre de 3^{mm} de diamètre dégazées à 400°C., et sont conservés en tubes vidés; leurs dimensions sont : $1^{mm} \times 20^{mm}$ (sens du courant); l'épaisseur n'a pas été mesurée jusqu'ici, mais elle ne dépasse pas quelques diamètres atomiques, car, même les résistances les moins élevées ($R = 10^5 \Omega$) sont pratiquement invisibles. La préparation de ces couches minces, entreprise par l'un de nous en 1941, a conduit à la réalisation de plus de 1000 résistances de 10^5 à $10^{13}\Omega$ dont un grand nombre sont en service dans divers laboratoires (2). Ces couches sont suffisamment stables et les variations qui vont être décrites sont parfaitement réversibles.

On savait que la résistance des dépôts métalliques très minces varie en sens inverse de la température, mais la loi de cette variation n'avait pas fait l'objet de recherches systématiques. Nous avons essayé de combler cette lacune en poussant nos mesures jusqu'aux températures assez basses (20°C., CO_2 solide, O_2, N_2, H_2 liquides, H_2 au point triple). Pour des *résistances suffisamment* élevées ($R_{20°C} > 10^6 \Omega$), nous avons obtenu le résultat suivant, valable dans tout le domaine exploré (293°K. à 14°K.) : *la résistance* R *est donnée par la relation* $R = AT^{-n}e^{B/T}$; A et B sont des constantes caractéristiques de la résistance, B diminuant avec l'épaisseur (c'est-à-dire avec $R_{20°C}$); n est une constante qui ne dépend pas de $R_{20°C}$ *et qui a la valeur* 1/2. En effet (*figure*), en portant $\log R$ en fonction de $10^3/T$, on obtient les courbes I, alors que $\log R + 1/2 \log T$ donne des points qui se placent sur une droite à $\pm 2\%$ pour R. La détermination de n n'a été possible que parce que nos mesures portent sur des températures dont le rapport est 21, et que la *courbure* de $1/2 \log T$ n'est appréciable que si ce rapport est grand. Comme n ne dépend pas de B, une coïncidence forfuite semble exclue; toutefois, à ce sujet des vérifications sont en cours.

Pour les valeurs moins élevées de R la loi ci-dessus est inapplicable; B et n diminuent avec $R_{20°C}$ et pour $R_{20°C}$ voisin de $10^4\Omega$ on observe un minimum de R en fonction de T. Ces résultats feront l'objet d'une autre communication.

Les conséquences de ce qui précède peuvent se résumer comme suit : 1° la couche métallique très mince se comporte comme un semi-conducteur (atomes très écartés, bande de conduction partiellement vide); nous retrouvons ainsi, sans en avoir eu connaissance au début de ces recherches, un résultat déjà signalé (3), (4), mais qui semble être resté

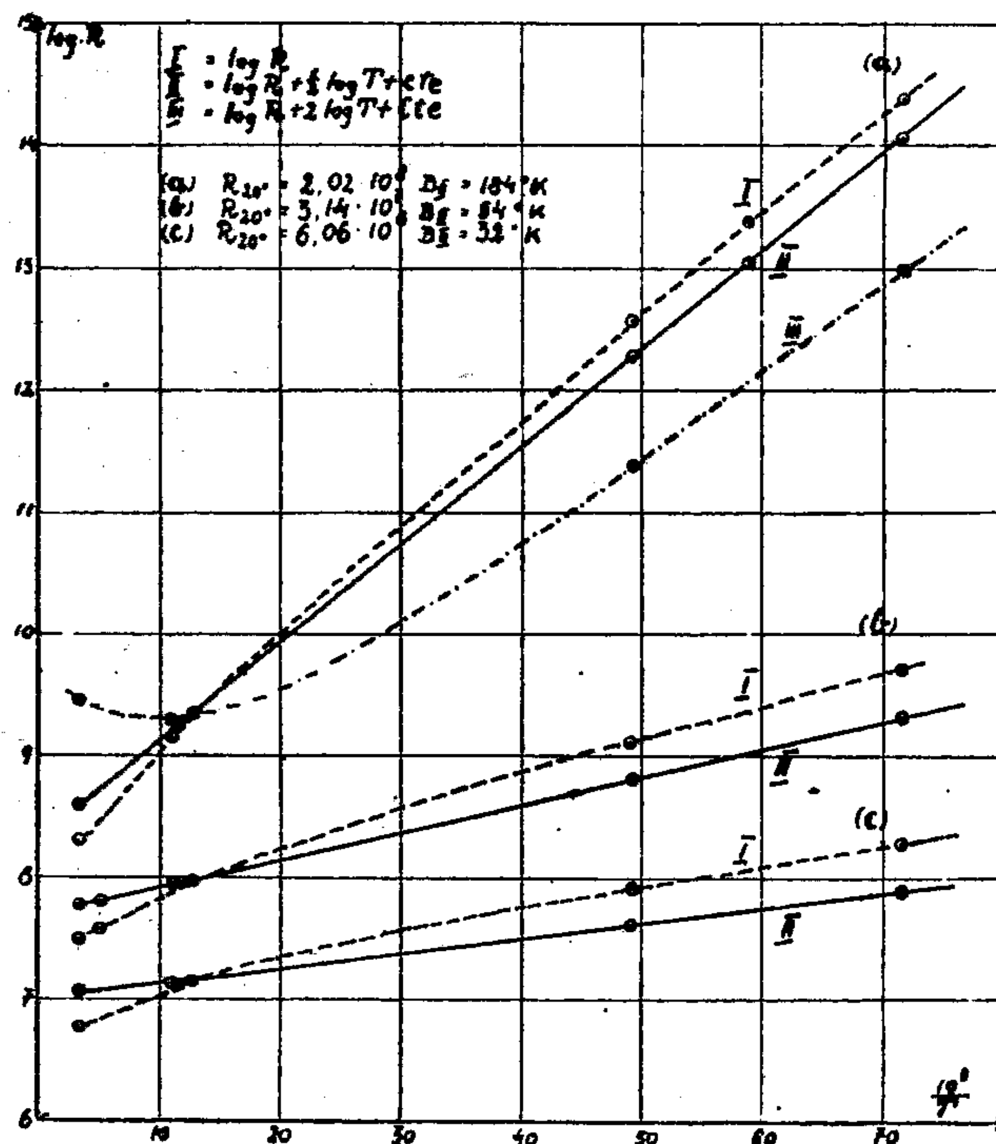
(1) Séance du 5 janvier 1948.

(2) Mlle L. Divan et B. Vodar, *Comm. Soc. Fr. Phys.*, 18 déc., 1942.

(3) J. H. de Boer et H. H. Kraak, *Rec. Trav. Chim. Pays-Bas*, 55, 1936, p. 941.

(4) R. Suhrmann et W. Berndt, *Z. Phys.*, 115, 1940, p. 17.

dans l'oubli; 2° pour la première fois, il a été possible d'atteindre par la mesure le coefficient n des formules en $T^n e^{-B/T}$, ce qui permettra vraisemblablement une comparaison entre *la statistique de Maxwell et celle de Fermi;* 3° la relation $R = AT^{-1/2}e^{B/T}$ permet d'envisager l'établissement d'une *nouvelle échelle de température,* analogue à celle du thermomètre à hydrogène et définie par deux points fixes; le nouveau thermomètre a une sensibilité variable avec B et qui peut être énorme aux basses températures, pour lesquelles



il est spécialement indiqué, par suite des faibles écarts d'énergie qu'il met en jeu; 4° les couches très minces peuvent servir de *bolomètre très sensible* [30 % par degré vers 14° K. pour la résistance (*b*) de la figure] et sont peut-être destinées à remplacer les bolomètres à couches épaisses actuellement en usage; d'une manière générale, elles forment une nouvelle classe de « thermistors » utilisables aux basses températures; 5° il est facile d'expliquer le minimum de R observé pour les couches plus épaisses ([5]), ([6]) et resté jusqu'ici sans interprétation (opposition de la conductibilité métallique et de la variation en $e^{B/T}$); 6° si l'on suppose que des atomes très écartés existent aussi à la surface ou même au sein des métaux, leur participation à la conductibilité ajouterait un terme en $e^{+B/T}$ à la résistance résiduelle constante de Matthiessen; ainsi, on prévoirait une croissance de R aux basses températures, telle que celle observée pour Au ([7]) et qui existe peut-être pour d'autres métaux au voisinage immédiat du zéro absolu.

([5]) A. VAN ITTERBEEK et L. DE GRÈVE, *Nature,* 158, p. 100.
([6]) L. F. CURTISS, *Phys. Rev.,* 18, 1921, p. 255.
([7]) W. J. DE HAAS et VAN DEN BERG, *G. J. Physica,* 4, 1937, p. 683.

PHYSIQUE CORPUSCULAIRE. — *Sur des corpuscules pénétrants d'un type nouveau contenus dans les grandes gerbes de rayons cosmiques.* Note de MM. **Pierre Auger**, **Jean Daudin**, **André-Fréon** et **Roland Maze**, présentée par M. Frédéric Joliot.

1. Dès notre première publication sur les grandes gerbes de rayons cosmiques de l'atmosphère ([1]), nous avons signalé le pouvoir pénétrant élevé de certains des corpuscules qui les composent. Des écrans de plomb de 10^{cm} laissent encore passer environ le quart de ces particules, ce qui n'est compatible avec une nature électronique qu'au prix d'une évaluation extrêmement élevée de leur énergie. Nous avons tracé la courbe d'absorption des particules de grandes gerbes dans le plomb ([2]), jusqu'à des épaisseurs d'écrans de 20^{cm}, et montré que la courbe obtenue correspond, après les cinq premiers centimètres, à un coefficient d'absorption massique de $0^{cm^2},007/g$. Ce coefficient est intermédiaire entre celui de la partie molle, électronique ($0^{cm^2},07/g$) et celui de la partie dure, mésonique ($0^{cm^2},001/g$) du rayonnement cosmique global de la basse atmosphère dans le plomb.

2. L'absorption des électrons de grande énergie dans le plomb est due principalement à la formation de gerbes cascades, production qui est très réduite dans le cas des mésons, à cause de leur masse beaucoup plus grande. Ici aussi, les particules pénétrantes des grandes gerbes montrent des propriétés intermédiaires entre celles des électrons et celles des mésons isolés. Ainsi la courbe du nombre des gerbes en fonction de l'épaisseur de l'écran de plomb qui les produit dite courbe de Rossi, tracée par nous à 3500^m d'altitude pour le rayonnement cosmique isolé, montre le maximum bien connu à 2^{cm} suivi d'une chute rapide puis, au delà de 8^{cm}, d'un plateau à faible pente. On sépare ainsi les effets de gerbes des électrons et des mésons isolés. Si maintenant on associe en coïncidence avec le dispositif détecteur de gerbes un compteur éloigné de quelques mètres ([2]), la courbe se transforme et il apparaît après le maximum dû aux électrons une décroissance à pente moyenne, allant de 5 à 10^{cm} de l'écran de plomb, et précédant le plateau. Cette portion de la courbe est attribuable aux gerbes produites par les particules pénétrantes contenues dans les grandes gerbes définies par le déclenchement du compteur éloigné. Cette production modérée est la contre-partie de l'absorption modérée décrite plus haut.

3. Des mesures ont été faites récemment par l'un de nous avec un groupe de deux compteurs placés côte à côte sous des écrans variables et associés à deux compteurs éloignés de 4^m. Le rapport du nombre de grandes gerbes

([1]) P. Auger, R. Maze et T. Grivet-Meyer, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1721.
([2]) P. Auger, R. Maze, P. Ehrenfest et A. Fréon, *Journ. de Phys.*, 10, 1939, p. 39.

déclenchant ensemble les deux compteurs groupés à celui des grandes gerbes déclenchant un seul de ces compteurs, donne une mesure de la multiplicité des rayons corpusculaires sous l'écran. Un écran de plomb d'épaisseur croissante détermine d'abord une augmentation très forte de ce rapport, qui passe de 0,25 à 0,60 pour un demi-centimètre (effet des électrons et des photons) puis amène une lente décroissance. Sous un écran de 15^{cm} de plomb, le rapport est encore égal à 0,40. On voit clairement que les particules responsables de cette forte production de rayons multiples sous 15^{cm} de plomb ne sont ni des électrons, ni des mésons semblables à ceux qui forment les particules pénétrantes solitaires du rayonnement cosmique.

4. De cet ensemble de mesures, dont nous n'avons cité que quelques-unes ([3]), et qui s'étend sur 10 années, nous tirons la conclusion suivante : Au niveau de la mer, et à l'air libre, les grandes gerbes de rayons cosmiques de l'atmosphère sont constituées pour 1/4 environ de particules présentant un pouvoir pénétrant et un pouvoir de production de gerbes intermédiaires entre ceux des électrons et ceux des mésons isolés.

Les clichés de détentes montrent que ces particules portent une charge élémentaire, et que leur ionisation spécifique ne permet pas de les distinguer facilement des électrons. Nous sommes ainsi conduits à leur attribuer une masse un petit nombre de fois supérieure à celle des électrons, peut-être seulement trois fois, ce qui suffirait pour expliquer les faits indiqués ici. Ces particules intermédiaires de faible masse, que nous appellerons pour l'instant mésons λ, déterminent le long de leur parcours dans l'air des gerbes de photons et d'électrons. Le pouvoir pénétrant de ces mésons λ étant supérieur à celui des électrons, c'est lui qui détermine la courbe d'absorption des grandes gerbes. Ce sont ces mésons λ qui sont responsables de la grande extension des gerbes de l'atmosphère ([4]), extension que la théorie des cascades n'explique pas, ainsi que des effets des écrans absorbants sur les régions éloignées des grandes gerbes ([2]).

5. Il est naturel de rapprocher ces résultats de ceux de Janossy sur les gerbes pénétrantes ([5]), résultats qui l'ont amené, au cours d'une conférence récente tenue à Cracovie et non encore publiée à notre connaissance, à formuler l'hypothèse de l'existence de particules de masse dix fois supérieure à celle des électrons et qu'il a appelés *électrons lourds*. Il est possible que ces électrons lourds et nos mésons λ fassent partie d'un même groupe de particules, ou même soient identiques. Des expériences sont en cours à ce sujet.

([3]) Voir en particulier JEAN DAUDIN, *Annales de Physique*, **20**, 1945, p. 563-584.

([4]) PIERRE AUGER, ROLAND MAZE et ROBLEY, *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1641.

([5]) JANOSSY, *Cosmic Rays* (*Institute for Advanced Studies*, Dublin, 1947).

RADIOACTIVITÉ. — *Complexité du rayonnement alpha du protactinium.* Note [1] de MM. **Salomon Rosenblum** et **Eugène Cotton**, présentée par M. Aimé Cotton.

L. Meitner a déterminé les énergies des rayonnements γ Pa $\overset{\alpha}{\underset{\gamma}{\rightarrow}}$ Ac [2]. D'après l'auteur la probabilité de présence du rayonnement γ et son énergie augmentent avec la période pour les émetteurs α. Elle a également prévu que si une liaison existait entre les émissions γ et les propriétés nucléaires, cette liaison serait plus facile à mettre en évidence pour les émetteurs α. La découverte de la structure fine et son interprétation [3] ont confirmé ces prévisions, en effet l'importance de la structure fine augmente en remontant dans la filiation de chaque famille radioactive. Ce fait est particulièrement frappant dans la famille de l'Ac.

Nous avons entrepris l'étude des rayons α du protactinium à l'aide du Grand Aimant Permanent de Bellevue [4] en utilisant la méthode des traces dans les émulsions photographiques [5]. *Sources :* 0,1 U. E. S. env. 0,05 U. E. S. mises à notre disposition par le laboratoire Curie, préparées par M. G. Bouissièrres [6]. *Poses :* 4 à 7 jours.

Résultats. — La figure reproduit une des courbes obtenues. Pour montrer que l'épaisseur non négligeable de matière active permet cependant de séparer des groupes rapprochés, nous avons déterminé avec une de nos sources de Pa sur le même cliché la structure fine très complexe du RAc et de ses successeurs [7] (une raie reproduite figure 1 *a*). Les raies déjà connues ont été retrouvées. Nous évaluons la proportion de l'Ac présent dans la source à environ 10 % du Pa. Si la quantité d'Ac présent après la préparation de la source (mars 1945) était négligeable, on trouverait 16 ans pour la vie de l'Ac.

Nous signalons dès maintenant, bien que le travail soit inachevé et que certains résultats demandent à être précisés, un certain nombre de groupes α du Pa, car cette connaissance, même préliminaire, pourra faciliter la recherche du rayonnement γ. Nous indiquons en caractère gras les groupes importants,

---

(1) Séance du 5 janvier 1948.

(2) *Zeit. für Phys.*, 50, 1928, p. 15.

(3) S. Rosenblum et M. Valadares, *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 967. Discussions du 7e Conseil de Physique Solvay, Paris, Gauthier-Villars, 1934, p. 231-288.

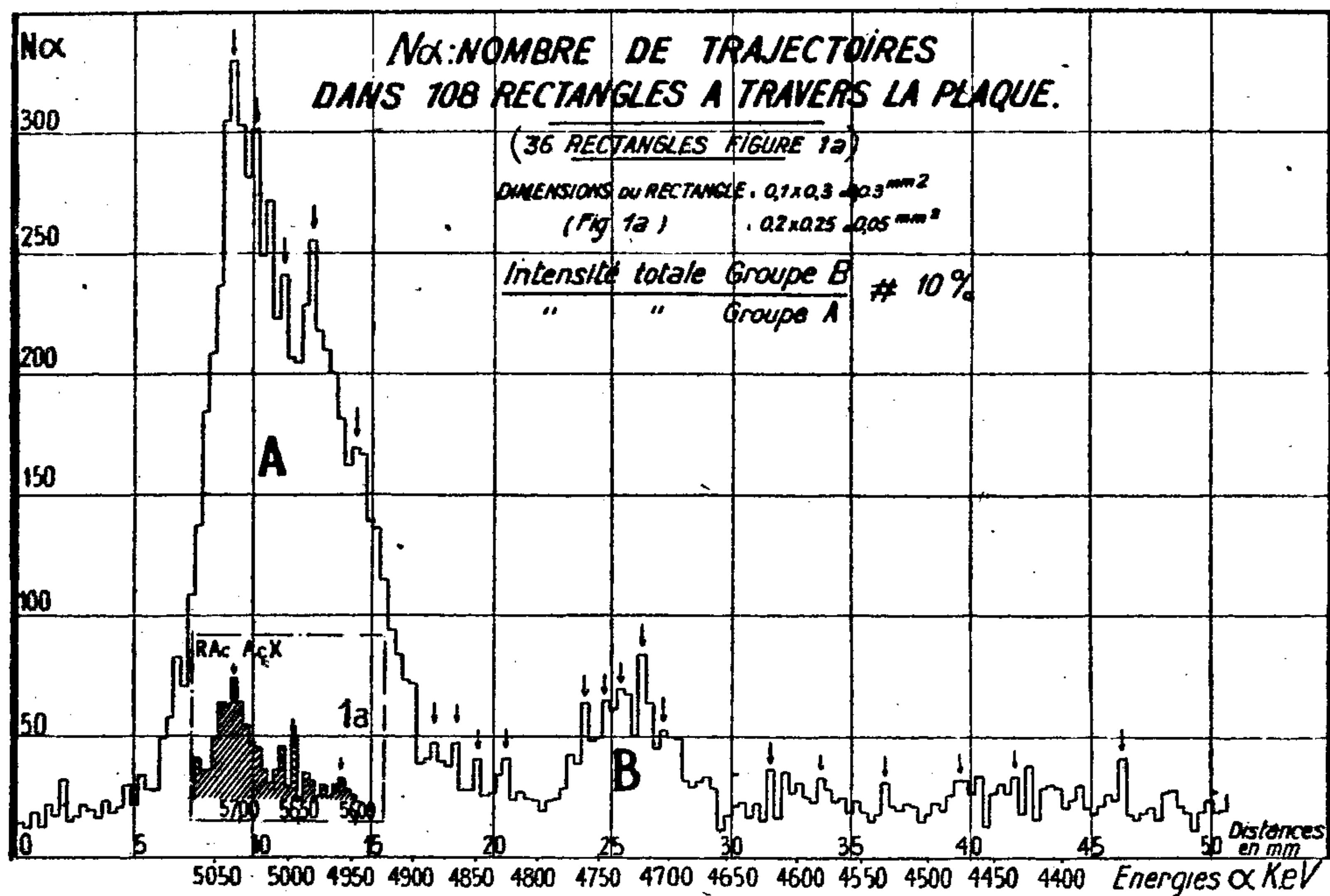
(4) S. Rosenblum et B. Tsai, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1278.

(5) M. Blau, *Z. Physik*, **48**, 1928, p. 701; C. F. Powell et G. P. S. Occhialini, *Nuclear physics in Photographs*, Oxford. Clarendon Press, 1947.

(6) S. T. Tsien, M. Bachelet et G. Bouissières, *J. Phys.*, VII, 1946, p. 167.

(7) S. Rosenblum, M. Guillot et M. Perey, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 274; **204**, 1937, p. 175.

nos résultats sont confirmés par le dépouillement de quatre clichés pris avec des portions différentes des sources.



	Raie.	Énergie de désintégration (keV).	Différence avec α_0-(keV).	Rayonnements γ.	Niveaux de conversion.
A	α_0....	5.131	–	–	–
A	α_1....	5.117	14	–	–
A	α_2....	5.103	28	–	–
A	α_3....	5.069	62	–	–
A	α_4....	5.032	99	94,1	$L_1 M_1 N_1$
A	α_5....	4.966	165	–	–
	α_6....	4.945	186	184	K
	α_7....	4.932	199	–	–
	α_8....	4.908	223	–	–
B	α_9....	4.851	280	–	–
B	α_{10}...	4.836	295	289	$K L_1 M_1$
B	α_{11}...	4.818	313	–	–
B	α_{12}...	4.805	326	318	$K L_1 M_1$
B	α_{13}...	4.785	346	347	K
	α_{14}...	4.701	430	–	–
	α_{15}...	4.663	468	–	–
	α_{16}...	4.615	516	–	–
	α_{17}...	4.556	575	-	-
	α_{18}...	4.511	620	-	-
	α_{19}...	4.430	701	-	-

Le spectre du Pa ressemble à celui du RAc. Dans les deux cas on peut distinguer des groupes importants nettement écartés, dont certains sont des multiplets. Remarquons que l'incertitude sur $E\alpha_0$ est supérieure à 5 keV et peut introduire une erreur systématique sur toutes les différences.

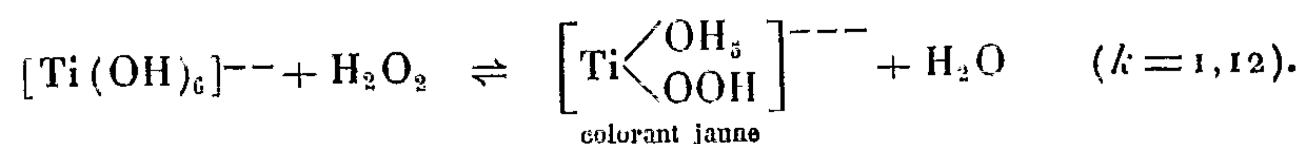
Nous avons admis pour l'énergie maxima des α du Pa la valeur de $5{,}04_2$ MeV déterminée par comparaison avec le Po ($5{,}29_8$) sur la même plaque.

Mlles Vial et Scoffier nous ont aidés dans nos mesures ainsi que M. Valadares, qui a en outre discuté avec nous les résultats de ce travail.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les propriétés catalytiques de l'élément* 84 (*polonium* 210). Note [1] de MM. **Paul Bonét-Maury** et **M. Lefort**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Au cours de recherches sur la décomposition de l'eau par les rayons α du polonium, nous avons mis en évidence une action catalytique remarquable de cet élément.

Quand on fait agir des radiations ionisantes sur une solution acide de sulfate titanique, il se forme de l'eau oxygénée qui se combine quantitativement au sulfate titanique pour donner un colorant jaune, suivant la réaction probable



$$[Ti(OH)_6]^{--} + H_2O_2 \rightleftharpoons \underbrace{\left[Ti\begin{matrix}\diagup OH_5\\ \diagdown OOH\end{matrix}\right]^{---}}_{\text{colorant jaune}} + H_2O \qquad (k = 1{,}12).$$

Avec les rayons X, la coloration est indépendante de la densité ionique, c'est à-dire de la longueur d'onde du rayonnement et seulement fonction du nombre de paires d'ions formées dans la solution. La coloration obtenue est très stable et permet un dosage photocolorimétrique précis de l'énergie absorbée [2].

Pour les rayons α, alors que ceux du radon, dissous dans la solution titanique, donnent une coloration également fonction du nombre de paires d'ions formées, *le polonium dissous ne provoque aucune coloration du réactif*, pour des concentrations ioniques du même ordre. L'étude de ce phénomène inattendu, mais régulièrement reproductible, met en évidence les faits suivants :

I. Si l'on empêche les atomes de polonium de passer dans la solution en permettant aux rayons α émis d'y pénétrer, on observe une coloration normale du réactif, avec un rendement ionique du même ordre que celui des particules α du radon. Pour dissocier l'action des atomes de celle des rayons émis, on peut soit placer près de la surface de la solution titanique une source de polonium sur lame d'argent ou de nickel, soit plonger dans le réactif la source recouverte d'une mince couche de gomme laque, traversée par une

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) P. Bonét-Maury, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 127; P. Bonét-Maury et M. Frilley, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 400.

fraction importante du rayonnement (65 à 80 %) mais non par les atomes de polonium. Le premier dispositif, même avec des conditions géométriques favorables, ne permet pas un calcul satisfaisant de l'énergie absorbée; avec le deuxième, on peut mesurer directement dans une chambre d'ionisation, l'énergie traversant la gomme laque, mais celle-ci finit par se fissurer et laisse peu à peu passer du polonium dans la solution, interdisant ainsi les expériences de longue durée, car il suffit de quelques fractions d'U.E.S. pour que l'action antagoniste soit appréciable.

II. Le réactif titanique, préalablement coloré par irradiation α, est décoloré par addition de faibles quantités d'une solution acide de polonium, quel que soit l'anion en jeu. Comme le rayonnement α du radio-élément ajouté devrait, au contraire, augmenter la coloration primitive, l'action catalytique de l'atome de polonium apparaît clairement.

Pour l'évaluer d'une façon plus précise, nous avons étudié dans les mêmes conditions l'influence, sur la vitesse de décomposition de l'eau oxygénée ([3]), du polonium et des catalyseurs classiques de cette réaction (bi-oxyde de manganèse, argent, palladium, platine). Les courbes des figures 1 et 2 résument

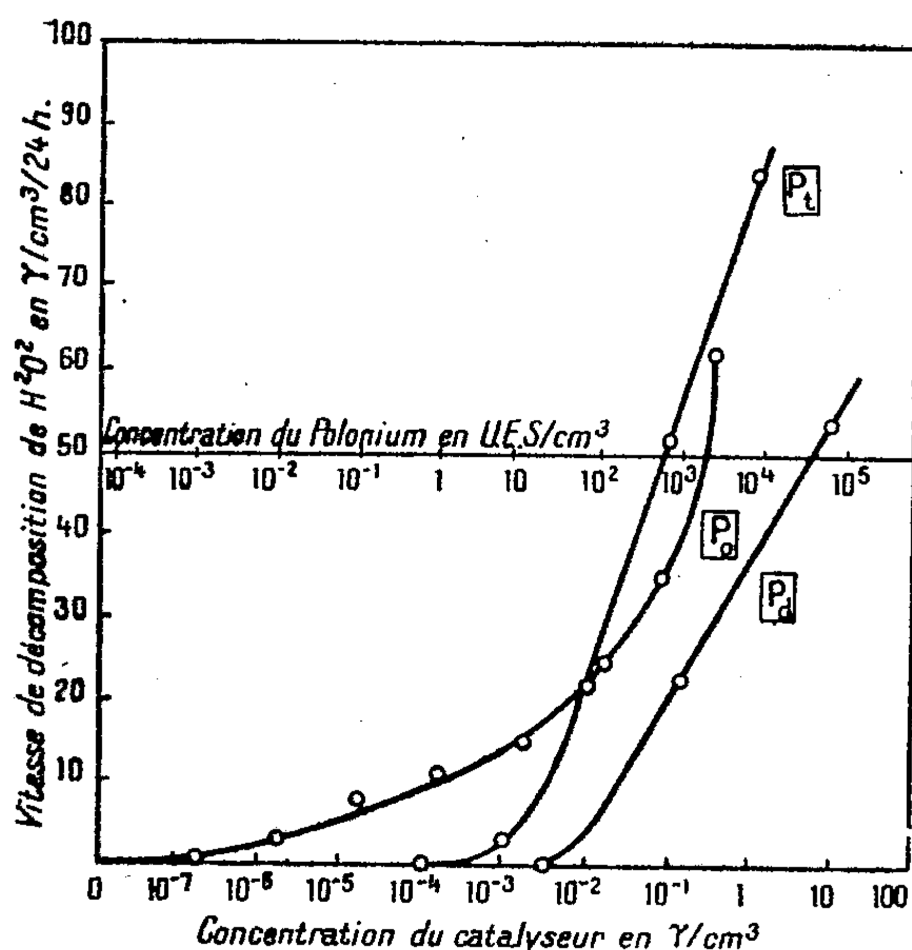


Fig. 1.

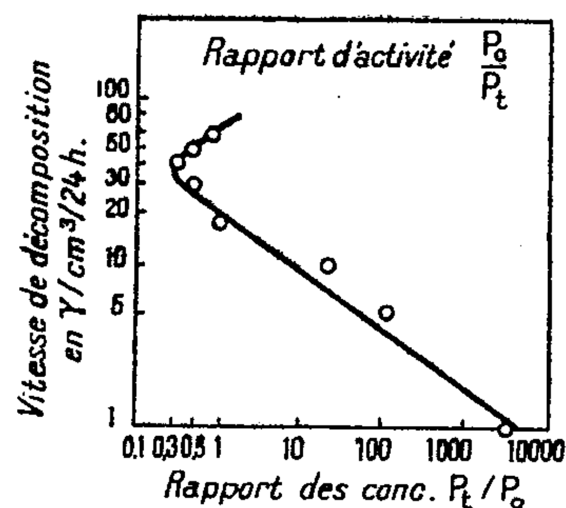


Fig. 2.

les résultats obtenus et permettent de comparer particulièrement l'action du polonium à celle du platine (*fig.* 2) qui s'est montré le plus actif des catalyseurs

([3]) Dans nos expériences, la vitesse de décomposition de l'eau oxygénée s'est toujours montrée constante pendant au moins 24 heures et seulement fonction de la concentration du catalyseur en jeu. La technique utilisée paraît être avantageuse pour l'étude de la catalyse.

étudiés. Le polonium manifeste pour des vitesses de décomposition entre 20 et 60 γ/min, une activité un peu inférieure à celle du platine. Le domaine de l'action catalytique du polonium est beaucoup plus étendu; en effet, alors que le platine ne manifeste plus d'action décelable à partir de $5.10^{-5}\gamma/\text{cm}^3$, le polonium agit de façon faible, mais encore observable à $10^{-7}\gamma/\text{cm}^3$.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Sur une nouvelle méthode d'étude des molécules.* Note (1) de M. **Raymond Daudel.**

Le but de cette Note est de montrer qu'on peut définir et évaluer des indices de liaison et des indices de valence libre en utilisant directement des fonctions du type de Slater

$$\varphi_{\alpha\beta\ldots} = \frac{1}{\sqrt{n!}} \sum_{\mathrm{P}} (-1)^{\mathrm{P}} \mathrm{P} u_a(1) u_b(2) \ldots \alpha(1)\beta(2)\ldots.$$

Si $\mathrm{H}^{(1)}$ représente l'hamiltonien perturbateur et E_i l'énergie de liaison de la molécule dans son $i^{\text{ème}}$ état, on peut poser

$$\text{(I)} \qquad \mathrm{H}^{(1)}\Psi_i = \mathrm{E}_i \Psi_i,$$

$$\text{(II)} \qquad \Psi_i = \sum_j a_{ij}\varphi_j,$$

si j représente une des permutations des spins α, β, ... La condition (I) devient

$$\sum_q a_{iq}[\mathrm{H}^{(1)}_{pq} - d_{pq}] = 0,$$

en posant

$$\mathrm{H}^{(1)}_{pq} = \int \Psi_p^* \mathrm{H}^{(1)} \Psi_q \, d\tau \qquad \text{et} \qquad d_{pq} = \int \Psi_p^* \Psi_q \, d\tau,$$

$\mathrm{H}^{(1)}_{pq}$ s'exprime aisément en utilisant, par exemple, les règles employées par Hartmann

$$\mathrm{H}^{(1)}_{pq} = 0 \quad \text{ou A si} \quad p \neq q,$$
$$\mathrm{H}^{(1)}_{pq} = \mathrm{NC} - \nu\mathrm{A} \quad \text{si} \quad p = q.$$

On a, par ailleurs, $d_{pq} = \delta_{pq}$ si l'on admet l'orthogonalité des u, ce que nous ferons. Dans ces conditions, on est conduit à une équation séculaire dont la résolution donne les E_i. La connaissance des E_i entraîne celle des a_{ij}.

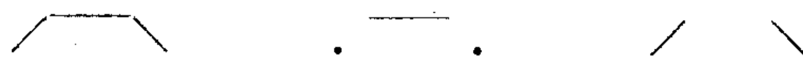
Pour faire alors comprendre la technique qui permet de définir les indices de liaison ainsi que les indices de valence libre, nous donnerons l'exemple du butadiène.

Aux trois distributions des spins $\alpha\beta\alpha\beta$, $\alpha\alpha\beta\beta$ et $\alpha\beta\beta\alpha$ nous ferons corres-

---

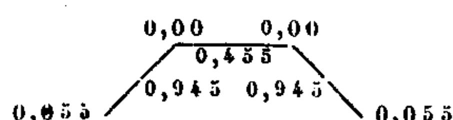
(1) Séance du 1er décembre 1947.

pondre la symbolique respective suivante



L'indice de liaison entre deux atomes est alors défini comme la somme des poids des symboles contenant un trait entre les deux atomes.

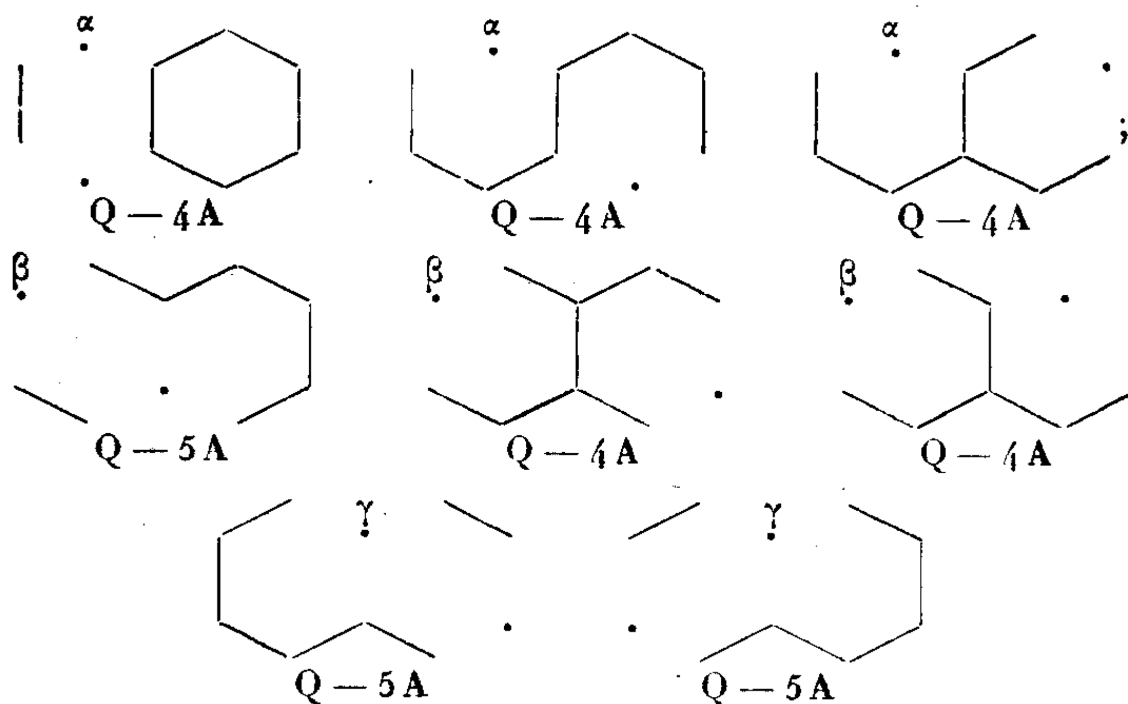
L'indice de valence libre d'un atome sera la somme des poids des symboles contenant un point sur cet atome. Avec ces conventions on est conduit à représenter le butadiène à l'aide du diagramme suivant



L'énergie obtenue est ici la même que dans la méthode de Pauling, mais les indices de liaison ressemblent bien plus à ceux obtenus par Coulson. L'intervention de symboles tels que ╱‾‾╲ permet d'expliquer les divergences qui apparaissent quelquefois entre la méthode de la mésomérie et celle des orbites moléculaires. La méthode exposée ici semble grouper à la fois les avantages de la méthode de la mésomérie (approximation progressive possible, symbolique imagée permettant des raisonnements simples basés sur l'intuition) et ceux de la méthode des orbites moléculaires (meilleure précision, notamment dans l'évaluation des indices de liaison, absence d'arbitraire).

Le calcul des éléments de matrice est ici infiniment plus simple qu'en mésomérie. Le nombre des symboles utiles n'est pas aussi grand dans le cas des grosses molécules. Des règles simples existent qui permettent de classer ces symboles et d'évaluer très rapidement les poids.

La vue immédiate des symboles permet souvent le classement des indices de valence libre. A titre d'exemple, signalons que la simple écriture des schémas ci-après relatifs au naphtalène permet de prévoir que l'indice de valence libre α dépasse l'indice β qui est lui-même plus grand que l'indice γ.



La méthode peut être utilisée pour le calcul des énergies de liaison et de

formation, le calcul des distances interatomiques, l'étude de la réactivité chimique, l'étude des niveaux excités, le calcul des fréquences d'absorption et par conséquent des phénomènes de couleurs.

Ces différentes études sont applicables au cas des molécules ordinaires. Le cas des ions et des radicaux libres se traite par introduction d'électrons fantômes et d'électrons annihilés. Les problèmes de substituants, d'hétéroatomes, de polarisation et de catalyse prennent ici un aspect souvent bien plus simple qu'en mésomérie et tout autant évocateur.

Signalons enfin qu'on peut aussi définir un autre indice de valence libre par une méthode analogue à celle qui est utilisée dans la théorie des orbites moléculaires ainsi qu'un indice de valence partiellement libre.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur le passage de l'hydrogène à travers le fer.* Note de Mlle **Geneviève Sutra** et M. **Eugène Darmois**, présentée par M. Paul Pascal.

On a signalé dans la littérature que l'hydrogène peut traverser le fer à froid dans certaines conditions : *a*. Charpy [1], employant une cathode creuse, constate que l'hydrogène y pénètre dans l'électrolyse de NaOH; *b*. Dällenbach [2] refroidit extérieurement par l'eau un convertisseur à vapeur de mercure; de l'hydrogène pénètre constamment à l'intérieur si l'eau est acide; *c*. Güntherschulze [3] montre que l'hydrogène d'un tube de Geissler traverse la cathode en fer; *d*. de Boer et Fast [4] étudient le passage de l'hydrogène d'une solution acide et de l'hydrogène atomique provenant d'un filament incandescent.

Nous discuterons seulement ces expériences pour les solutions acides.

Une des faces d'une lame mince de fer est surmontée d'une solution à pH variable, l'autre face étant dans le vide. Le tableau suivant donne les résultats pour une lame de 53 μ d'épaisseur. Par centimètre carré et par heure, P est la perte de poids du fer, H_d l'hydrogène diffusé, H_t l'hydrogène total correspondant à l'attaque du fer.

pH.	H_d.	P.	H_t.	H_d/H_t.
3..........	$1,65.10^{-7}$/g	106.10^{-7}/g	$3,8.10^{-7}$/g	0,43
4..........	1,05	95	3,4	0,31
5..........	0,44	46	1,65	0,27
6..........	0,08(?)	2(?)	0,07(?)	»
7..........	0	0	0	»

Le parallélisme des colonnes 2 et 4 est pour les auteurs une preuve que l'hydrogène diffusé est d'origine atomique. Dällenbach pense, au contraire, que ce sont les ions H^+ qui traversent le fer.

Dans une Note antérieure [5] nous avons indiqué que l'ion H^+, en solution

---

(1) Charpy et Bonnerot, *Comptes rendus*, 154, 1912, p. 592.
(2) *Elektrotech. Z.*, 55, 1934, p. 85 et 57, 1936, p. 937.
(3) *Z. f. Physik.* 111, 1939, p. 657.
(4) *Rec. Trav. Chim. P. B.*, 58, 1939, p. 984.
(5) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1286.

dans l'eau, était très probablement un proton *nu* et non l'ion hydraté $(H_3O)^+$. Or, une fois absorbé par Fe (Pd, Pt), l'hydrogène est dissocié très largement en protons et électrons. Il est donc plus simple de supposer que les protons de la solution passent directement dans le métal. Cette hypothèse n'est pas en contradiction avec les expériences ci-dessus. L'attaque et la diffusion doivent être précédées d'une adsorption des ions H^+ à la surface du fer, les ions associés à H^+ formant une couche plus ou moins diffuse au voisinage de la surface. La quantité h adsorbée dépend de la concentration $[H^+]$ dans la solution; h et $[H^+]$ sont liés par l'équation de l'isotherme d'adsorption. L'attaque du fer peut avoir lieu selon le schéma suivant : les protons adsorbés passent dans le fer; pour deux protons, un atome Fe superficiel cède deux électrons et l'ion Fe^{++} passe en solution; l'ensemble des deux protons et des deux électrons est l'équivalent de deux atomes H. L'attaque (H_t) doit être proportionnelle à h. Adoptons pour l'isotherme la formule de Langmuir; cette formule est établie pour une surface uniforme, chimiquement inerte, imperméable aux substances adsorbées, conditions non réalisées ici, mais qu'on peut supposer à peu près remplies quand l'état est quasi stationnaire. On peut alors écrire

$$P = Kh = \frac{K[H^+]}{C_0 + [H^+]}.$$

Les nombres de la colonne 3 se représentent bien avec $C_0 = 1,32.10^{-5}$ et $K = 107,4$; on a ainsi pour P calculé respectivement 106,0; 94,8; 46,3; 7,5; 0,8. La concordance est parfaite pour les pH 3, 4, 5 pour lesquels les mesures sont précises. C_0 est la concentration pour laquelle la moitié des emplacements sont occupés; K est en relation avec le nombre de ces emplacements. Leur nature doit intervenir dans *l'utilisation* de l'hydrogène total, représentée par le rapport H_d/H_t. Dans les expériences de Günther-schulze, le polissage à l'émeri de la face d'entrée réduit beaucoup la diffusion, les raies de la surface agissant comme centres actifs pour la recombinaison des atomes H, le fer étant opaque pour H_2. L'utilisation est d'autant plus mauvaise que $[H^+]$ est plus faible; cela s'explique si l'adsorption a lieu d'abord sur les centres les plus actifs, au double point de vue adsorption et recombinaison. La même idée explique une autre expérience de Boer et Fast. Alors que l'attaque est négligeable au pH 7 pour la lame ci-dessus, si l'on ajoute à la solution quelques gouttes d'une solution de SNa_2, l'attaque devient importante : $P = 12.10^{-7}$; $H_t = 0,44.10^{-7}$; en même temps $H_d = 0,41.10^{-7}$; l'utilisation est totale; sur le fer on observe la formation d'un voile de sulfure. Notre explication vaut pour ce cas : les ions H^+ sont adsorbés par les ions S^{--} du sulfure; les emplacements mal définis pour Fe nu sont remplacés par des sites bien définis en nombre plus grand avec mobilité latérale réduite. Cette expérience est tout à fait l'analogue d'une expérience de Dällenbach où l'on polarise négativement le fer par rapport à la solution.

Dans le cas où les atomes H seraient responsables de la diffusion, il faudrait leur fournir la chaleur d'ionisation soit 312 cal/Kg; si ce sont les protons, c'est la chaleur de déshydratation c'est-à-dire seulement 250 cal/Kg. Notre hypothèse est donc plutôt favorable.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur la détermination des sels basiques insolubles à partir de mesures conductimétriques*. Note de M. **Pierre Deschamps**, présentée par M. Paul Pascal.

Les solutions de certains sels neutres de métaux bivalents (comme le cuivre) donnent naissance par action de la soude à des composés basiques insolubles. Nous désignons par B^{++} et $A^{\frac{2}{n}-}$ les ions du sel métallique A_nB; $A_nB, xB(OH)^2$ étant alors la formule des sels basiques. Soit $C(a)$ la conductibilité de la solution pour une valeur déterminée du rapport $a =$ (base versée/base exigée pour l'hydroxyde); les courbes $C(a)$ sont formées d'éléments rectilignes sauf au voisinage de $a = 0$ où les phénomènes d'hydrolyse jouent un rôle prépondérant. On peut donc facilement extrapoler pour $a = 0$: nous appellerons C_0 le résultat de cette extrapolation. Portons en ordonnées non plus $C(a)$ mais $C(a)/C_0$; nous allons montrer que les pentes des segments de droite obtenus permettent de déterminer x dans des cas que nous préciserons. Nous admettrons en particulier que les conditions suivantes sont remplies :

1° le sel métallique A_nB est un électrolyte fort;

2° les conductibilités ioniques varient peu au cours du titrage (¹), de même que les coefficients d'activité;

3° seuls les ions $A^{\frac{2}{n}-}$, B^{++}, Na^+ participent au passage du courant.

Il faut donc opérer en solutions diluées et ni trop acides ni trop alcalines ($3 < pH < 11$).

Soient Λ_1, Λ_2, Λ_3 les conductibilités ioniques de $A^{2/n-}$, B^{++}, Na^+. La conductibilité $C(a)$ est la somme de trois termes, dont chacun (à la constante du vase près) est le produit des conductibilités ioniques par les concentrations des ions correspondants.

En remplaçant les concentrations par leurs valeurs en fonction de a, x et de la concentration initiale il vient

$$(I) \qquad C(a) = 2K\theta\left[\Lambda_1\left(1 - \frac{a}{x}\right) + \Lambda_2\left(1 - a\frac{1+x}{x}\right) + \Lambda_3 a\right],$$

pour $a = 0$, on a donc $C_0 = 2K\theta(\Lambda_1 + \Lambda_2)$.

La conductibilité $C'(a)$ qu'aurait la solution si l'hydroxyde et non le sel basique précipitait, s'obtiendrait immédiatement en faisant $x = \infty$ dans (I).

(¹) Max Geloso et P. Deschamps, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1163; **225**, 1947, p. 742.

Il n'est pas expérimentalement possible de déterminer à la fois les droites $C(a)/C_0$ et $C'(a)/C_0$, mais seulement l'une d'entre elles, puisque nous n'avons pas de précipitation successive de chaque corps, mais précipitation d'un premier constituant seul, puis transformation en un autre.

Si la précipitation du sel métallique est pratiquement complète lorsque le sel basique commence à se transformer, ce qui est presque toujours le cas, les seuls ions transportant le courant sont les ions $A^{2/n-}$ et Na^+ et la conductibilité de la solution devient alors $C'(a) = 2K\theta(\Lambda_1 + \Lambda_3)a$.

Si $tg\alpha_1$ est la pente de la droite $C(a)/C_0$ et $tg\alpha_2$ celle de la droite $C'(a)/C_0$, on a

$$(II) \qquad tg\alpha_2 - tg\alpha_1 = 1 + \frac{1}{x} \quad (^2).$$

On a grand intérêt à opérer à chaud. Les équilibres entre les solides et la solution sont d'ailleurs atteints beaucoup plus rapidement et certains sels basiques (sulfates tricuivriques) n'apparaissent qu'à plus de 60°.

Nous avons cherché à vérifier dans quelle mesure les résultats expérimentaux sont en accord avec la formule (II) et plus spécialement étudié la précipitation par la soude à 84° des solutions de sulfate et de chlorure de cuivre ([3]).

Les courbes relatives au sulfate présentent 3 points anguleux pour $a = 0,66$; $a = 0,75$; $a = 1$ (sauf en solutions diluées où n'est plus visible le premier point anguleux). Elles se déforment notablement avec la concentration initiale.

Ce fait est dû à ce que, *d'une part*, le sulfate de cuivre n'est pas tout à fait un électrolyte fort et que, *d'autre part*, les conductibilités ioniques varient d'un titrage à l'autre surtout si le rapport des concentrations initiales est grand.

Les différences de pente entre le premier et le second élément rectiligne sont respectivement : 1,52, 1,53, 1,63, 1,65, pour quatre courbes de titrage, les concentrations initiales en cuivre étant de 0,00159, 0,00318, 0,0159 et 0,0256. Tous ces résultats sont en accord satisfaisant avec l'hypothèse de la formation consécutive : 1° du sel tricuivrique ($x = 2$; 0 à 0,66); 2° de sel tétracuivrique ($x = 3$; 0,66 à 0,75); 3° d'hydroxyde. Le sel tricuivrique est le moins soluble de ces trois corps.

Les courbes relatives aux chlorures ne sont que peu déformées lorsque la coucentration initiale varie, dans la mesure tout au moins où les phénomènes restent identiques. Les valeurs moyennes des différences de pente sont de 1,33 et les premiers points anguleux ont une abscisse $a = 0,75$ en parfait accord avec les valeurs calculées pour $x = 3$.

En solution diluée, le sel basique disparaît et il ne se forme plus que

([2]) Les formules sont à rapprocher de celles signalées par Byé dans le cas général des *indices linéaires* (*Bull. Soc. Chim.*, n° 435, 1947, p. 198).

([3]) Des courbes de titrage à température ordinaire ont été publiées (Chrétien et Heubel, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 363).

l'hydroxyde (ceci est d'ailleurs le cas de l'*acétate* et du *nitrate* même en solution 0,01 M).

Les pentes des droites conductimétriques fournissent donc des renseignements utiles sur la nature des sels basiques et permettent de contrôler les résultats obtenus par d'autres méthodes; et, en particulier, de vérifier que la position des points singuliers correspond bien à la précipitation totale du métal sous forme de sel basique.

MÉTALLURGIE. — *Contribution à l'étude des alliages aluminium-zinc-magnésium et aluminium-zinc-magnésium-cuivre.* Note ([1]) de M. **Adrien Saulnier**, présentée par M. Albert Portevin.

A partir d'aluminium raffiné ont été préparés deux alliages : A-ZG contenait 7,5 % de Zn et 2,5 % de Mg et A-ZGU 7,5 % de Zn, 2,5 % de Mg et 1,5 % de Cu.

Ils ont été coulés en billettes de 64^{mm} de diamètre, puis filés en barres au diamètre de 8^{mm}. Les barres ont été chauffées pendant 3 heures à 460°, trempées à l'eau froide, et abandonnées pendant une huitaine de jours à la température ambiante.

Identification des phases sur alliages revenus. — Des échantillons prélevés dans les barres A-ZG et A-ZGU ont été portés pendant 3 heures à différentes températures échelonnées entre 100° et 430°C., et trempés à nouveau. Ils ont ensuite été examinés aux rayons X, en rayonnement K^{α} du cuivre, purement monochromatique, à l'aide du monochromateur de Guinier et d'une chambre à focalisation construite sur le principe de la chambre de Seeman-Bohlin.

Les distances entre raies étaient déterminées grâce à l'emploi d'un microphotomètre enregistreur, et les phases identifiées par comparaison avec les enregistrements de diagrammes témoins, pris dans les mêmes conditions.

En dehors de la phase α (réseau de l'aluminium), les phases η ($MgZn^2$), T ($Al^2Mg^3Zn^3$), U (Al^2MgCu) et θ ($CuAl^2$) ont éte mises en évidence dans les conditions indiquées par le tableau suivant :

	100°.	150°.	200°.	250°.	350°.	430°.
A-ZG........	η_2	η_3	η_4	$\eta_4 + T_1$	—	—
A-ZGU......	$U_3 + \theta_2$	$\eta_3 + U_1 + \theta_2$	$\eta_4 + \theta_1$	$\eta_4 + \theta_1$	$\eta_4 + \theta_1$	η_1

L'indice de la phase caractérise l'intensité appréciée des raies d'interférence. Le durcissement observé par revenu à des températures inférieures à 200°C. sur les alliages aluminium-zinc-magnésium, de composition voisine de celle de l'alliage A-ZG, peut donc être attribué à la phase η ($MgZn_2$).

([1]) Séance du 22 décembre 1947.

Les alliages aluminium-zinc-magnésium-cuivre ont une évolution plus compliquée et analogue à celle qui a déjà été signalée dans le cas du duralumin par une étude micrographique de D. A. Pétrov ([2]). Les phases qui entrent en jeu ne sont pas les mêmes suivant que le revenu a été effectué au-dessus ou au-dessous d'une température déterminée. Au-dessous de 125°C. le durcissement de l'alliage A-ZGU est attribuable aux phases U (Al_2MgCu) et θ ($CuAl_2$). Au-dessus de 125°C. le constituant principal du durcissement est la phase η ($MgZn_2$) précédemment détectée par M. Païc ([3]). La faible proportion de phase θ ($CuAl_2$), qui est également présente, a pour effet d'augmenter la limite élastique et la charge de rupture, et de diminuer les allongements.

Cette théorie du durcissement permet d'interpréter les courbes dilatométriques et de rendre compte d'une manière satisfaisante des propriétés mécaniques et du comportement à la corrosion des alliages de ce type.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les N-glucosides des acides aminobenzoïques et de leurs esters*. Note de M. **Charles Sannié**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'intérêt biochimique et pharmacologique des acides et des esters aminobenzoïques nous a amené à étudier leurs combinaisons avec le glucose. On connaît le rôle essentiel de l'acide salifiant dans l'activité physiologique des esters anesthésiques de l'acide *p*-aminobenzoïque. Comme leurs N-glucosides sont presque toujours solubles dans l'eau, on pouvait envisager la possibilité d'obtenir des anesthésiques actifs, solubles dans l'eau en l'absence d'acide combiné à la fonction aminée.

Dans cette première Note, nous décrivons les combinaisons du glucose avec les acides ortho, méta et para-aminobenzoïques, les ortho et para-aminobenzoates de méthyle, le para-aminobenzoate d'éthyle (anesthésine) et le para-aminobenzoate de *n*-butyle. De tous ces dérivés, seul celui de l'acide anthranilique est connu.

On sait depuis longtemps que le glucose se combine directement avec les amines primaires aromatiques, surtout en présence de divers catalyseurs, mais la constitution des produits obtenus prête encore à discussion; ils ont été considérés comme des bases de Schiff par Schiff et Straus ([1]), comme de vrais glucosides par Irvine et ses collaborateurs ([2]). Ils sont labiles, et peuvent

---

([2]) *J. Inst. Metals*, **62**, 1938, p. 81-98.

([3]) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 727-729.

([1]) *Ber. der deutsch. Chem. Ges.*, **27**, 1894, p. 1287

([2]) *J. Chem Soc.*, **93**, 1908, p. 94 et 1429; **95**, 1909, p. 1545; **97**, 1910, p. 1449; **99**, 1911, p. 161.

être facilement transformés en formes stables (Amadori) ([3]) que Kuhn et Birkofer ([4]) ont montré être des isoglucosamines.

Nous avons réuni, dans le tableau suivant, les principales constantes des corps obtenus :

	N-glucosides.			Dérivés tétraacétylés.	
	P. F.	$[\alpha]_D$ alcool.	$[\alpha]_{5780}$ pyridine.	P. F.	$[\alpha]_D$ ou 5780 (pyridine).
Acide *o*-aminobenzoïque.....	125–127°	— 13°,4	—100°,5	180–182°	— 90°
» *m* »	122–125	— 50,6	— 96,9	175–177	— 89,5
» *p* »	132–134	— 65,6	-	155–157	—107,7
o-aminobenzoate de méthyle..	145–146	— 63,2	— 90,6	151–152	— 56,2
p » ..	180–181	—101,9	—153,6	118–120	— 98,2
p-aminobenzoate d'éthyle.....	174–178	— 23,2 / + 11,4	— 32,7	112–115	+ 22
p-aminobenzoate de *n*-butyle, anhydre... / + 2 H_2O...	125–128 / 85–86	— 96,7	—121,8	127–130	— 92,0

Ces glucosides sont des corps blancs, cristallisés, solubles dans l'eau, dans les alcools méthylique et éthylique, instables surtout lorsqu'ils ne sont pas parfaitement purifiés et exempts de toute trace d'acide. Ils sont très facilement hydrolysés par les acides et les alcalis, même dilués. Presque tous cristallisent avec une ou deux molécules d'eau qu'ils perdent dans le vide et reprennent par exposition à l'air. Chauffés, ils commencent à devenir bruns avant de fondre en se décomposant, dans un intervalle de plusieurs degrés.

La copulation avec le glucose est plus facile et plus complète pour les esters que pour les acides libres; l'accroissement de l'acidité de la molécule augmente la fragilité du glucoside et inhibe sa formation, ainsi que Kuhn et Ströbele ([5]) l'avaient constaté pour les nitro-anilines. Les acides donnent des sels par leur COOH libre, sels qui nous ont servi à purifier certains dérivés acétylés, en particulier celui de l'anesthésine.

Contrairement à ce que l'on observe pour les anilides de glucose, ces corps n'ont pas de mutarotation nette; il est cependant difficile d'obtenir des pouvoirs rotatoires reproductibles dans l'alcool. Avec la pyridine, les pouvoirs rotatoires sont bien définis, stables, et beaucoup plus forts que dans l'alcool.

Par suite de leur instabilité, de leur hydrolyse facile en milieu acide et alcalin, et des conditions de leur formation, on doit les considérer comme de vrais glucosides, et non comme des isoglucosamines ou des bases de Schiff. Du reste, tous fixent quatre groupes acétyles et non cinq, comme le feraient les isoglucosamines ou les bases de Schiff.

([3]) *Atti Accad, Lincei*, (6), **2**, 1925, p. 337-42; **9**, 1929, p. 68-73 et 226-230; **13**, 1931, p. 72-77.

([4]) *Ber. der deutsch. Chem. Ges.*, **71**, 1937, p. 621-635.

([5]) *Ber. der. deutsch. Chem. Ges.*, **70**, 1937, p. 773-787.

Par suite de leur fort pouvoir rotatoire lévogyre, on peut penser qu'il s'agit de β-glucosides; il est aussi vraisemblable qu'il s'agit de formes pyraniques et non furaniques, mais sans preuves certaines, la méthode d'oxydation par le periodate de Jackson et Hudson ne s'appliquant pas aux N-glucosides (Berger et Lee) ([6]). Dans certains cas, par exemple pour le dérivé du *p*-aminobenzoate d'éthyle, on se trouve en présence de plusieurs formes, qui ne peuvent être qu'imparfaitement séparées.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Hydrogénation par le Ni Raney de la cinnamalacétone.* Note ([1]) de MM. **Pierre Mastagli** et **Zafiris Zafiriadis**, présentée par M. Marcel Delépine.

Au cours d'une étude, que nous effectuons à l'heure actuelle, nous avons été amenés à préciser les conditions d'hydrogénation sous pression, en présence du Ni Raney, de la cinnamalacétone. Ce corps possédant deux doubles liaisons conjuguées, un groupe carbonyle et un noyau benzénique, il nous a paru intéressant d'étudier les conditions requises pour l'hydrogénation sélective de chacune de ces fonctions.

Suivant la température et la pression nous avons obtenu : *a*. un mélange de phényl-6 hexanone-2 et de phényl-6 hexanol-2; *b*. un mélange de cyclohexyl-6 hexanone-2, de cyclohexyl-6 hexanol-2 et d'hydrocarbures; *c*. un mélange de cyclohexyl-6 hexanol-2 et d'hydrocarbures.

Partie expérimentale. — Nous avons pris chaque fois 100g de cinnamalacétone que nous avons dilués dans 500g d'alcool, puis nous avons ajouté 5g de Ni Raney et nous avons hydrogéné sous pression en maintenant une vive agitation.

Voici le Tableau résumant les résultats de nos expériences.

Température	50°	180°	200°	240°
Pression	60 atm.	60 atm.	120 atm.	140 atm.
Durée de l'hydrogénation	2 heures	2 heures	3 heures	3 heures
Pourcentage $C_6H_5(CH_2)_4COCH_3$	60 %	40 %	–	–
» $C_6H_5(CH_2)_4CH(OH)CH_3$	40	60	–	–
» $C_6H_{11}(CH_2)_4COCH_3$	–	–	20 %	–
» $C_6H_{11}(CH_2)_4CH(OH)CH_3$	–	–	50	35 %
» d'hydrocarbures	–	–	30	65

Les constantes des corps obtenus sont :

Phényl-6 hexanone-2 ($C_{12}H_{16}O$) ([2]) : $É_{20}$ 145-146°; n_D^{15} 1,5070; d_4^{20} 0,961; dinitrophénylhydrazone, F 76°.

([6]) *J. Org. Chem.*, **11**, 1946, p. 77.

([1]) Séance du 1er décembre 1947.

([2]) Paal, *Ber. Chim. Gesells.*, **45**, 1912, p. 2221.

Phényl-6 hexanol-2 ($C_{12}H_{18}O$) (3) : $É_{18}$ 148°-149°; n_D^{18} 1,5142; d_4^{20} 0,956; benzoate $É_{20}$ 224-225°; n_D^{18} 1.5440; d_4^{18} 1,059.

Cyclohexyl-6 hexanone-2 ($C_{12}H_{22}O$) : $É_{760}$ 248°-249°; n_D^{18} 1,4575; d_4^{20} 0,899; dinitrophénylhydrazone, F 58°.

Cyclohexyl-6 hexanol-2 ($C_{12}H_{24}O$) : $É_{760}$ 257°-258°; n_D^{18} 1,4680; d_4^{20} 0,896; benzoate : $É_{20}$ 215-216°; n_D^{18} 1,5108; d_4^{18} 1,018.

Nous avons séparé le phényl-6 hexanol-2 de la phényl-6 hexanone-2 en passant par le benzoate de cet alcool.

De même nous sommes parvenus à isoler le cyclohexyl-6 hexanol-2 de son mélange avec la cyclohexyl-6 hexanone-2 et les hydrocarbures en préparant le benzoate correspondant.

Nous avons pu séparer en outre la cyclohexyl-6 hexanone-2 des hydrocarbures en préparant l'oxyme et en régénérant la cétone de départ.

Les hydrocarbures obtenus en hydrogénant la cinnamalacétone à 200° et 120 atm. distillent entre 110° et 140° sous 20mm de pression; ceux obtenus en hydrogénant à 240° et 140 atm. distillent entre 60° et 140° sous 20mm de pression. Nous constatons par conséquent que le cracking est d'autant plus important que la température à laquelle on effectue l'hydrogénation est plus élevée.

Conclusions. — Comme on pouvait le prévoir :

1° Les doubles liaisons conjuguées purement carbonées s'hydrogènent plus facilement que la fonction cétonique.

2° Le noyau benzénique s'hydrogène plus difficilement que la fonction cétonique.

3° Avant que le noyau s'hydrogène on obtient un mélange de cétone et d'alcool à noyau benzénique.

4° En hydrogénant le noyau on obtient toujours un mélange de cétone, d'alcool et d'hydrocarbures. Si l'on élève la température la fonction cétonique disparaît totalement et la proportion d'hydrocarbures augmente.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du chlore sur le tétrahydrofuranne.* Note (1) de M. **Henri Normant**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'action du chlore sur le tétrahydrofuranne en solution dans Cl_4C, à 0°, et en présence d'une trace d'iode, fournit principalement un composé de formule $C_4H_6OCl_2$. Avec des réactifs bien privés de toute humidité, le rendement atteint 90 %. Il a été impossible de mettre en évidence la formation d'un dérivé monosubstitué. Une constatation analogue a été déjà faite dans la chloruration du dioxanne (2).

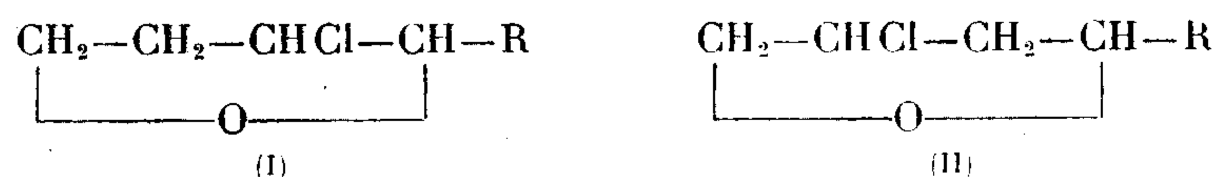
---

(3) Richard et Roblin, *J. Am. Ch. Soc.*, 57, 1935, p. 151.

(1) Séance du 5 janvier 1948.

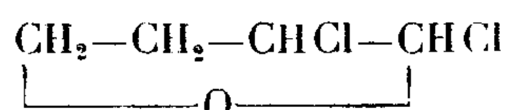
(2) Boëseken et Collab., *Rec. Trav. Chim. Pays-Bas*, 50, 1931, p. 909.

Un des atomes de chlore de $C_4H_6OCl_2$, très mobile, réagit en particulier sur les organo-magnésiens, ce qui fixe sa position en α du pont oxydique. Les dérivés monochlorés ainsi obtenus présentent, par contre, un halogène très stable, ce qui implique pour celui-ci la position β (I) ou β' (II)



La structure (I) prévisible, *a priori*, par analogie avec les résultats de l'halogénation des éthers oxydes, a été confirmée par action du sodium qui conduit à des alcools primaires β-éthyléniques ([3])

Le composé $C_4H_6OCl_2$ est donc le *dichloro-2.3 tétrahydrofuranne*

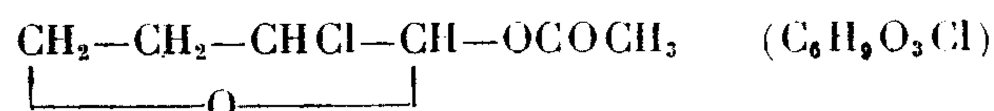


C'est un liquide incolore, fumant à l'air et bouillant à 62-63° sous 20^{mm} et à 55° sous 14^{mm} (d_{16}^{12} 1,336). Il réagit, à froid, sur les alcoolates ou le phénate de sodium pour donner des *alcoxy-2 ou phénoxy-2 chloro-3 tétrahydrofurannes*



R : CH_3 ($C_5H_9O_2Cl$), Rdt 80 %, $É_{760}$ 150-152°, d_{16}^{16} 1,174; R : C_2H_5 ($C_6H_{11}O_2Cl$), Rdt 80 %, $É_{12}$ 63°, d_{16}^{16} 1,133; R : C_6H_5 ($C_{10}H_{11}O_2Cl$), $É_{16}$ 143-145°, d_{16}^{15} 1,230.

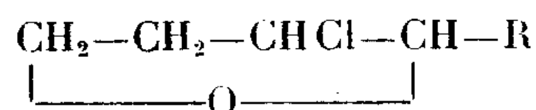
La condensation du dichlorure avec l'acétate de potassium sec, en milieu acétique, fournit, avec un rendement voisin de 90 %, l'*acétoxy-2 chloro-3 tétrahydrofuranne*.



sous forme d'un liquide gras, à odeur d'acétate d'éthyle, bouillant à 105-106° sous 18^{mm} (d_{16}^{17} 1,255).

Il s'hydrolyse aisément, se décompose par distillation sous pression ordinaire et redonne le méthoxy-2 chloro-3 tétrahydrofuranne précédent par chauffage avec le méthanol chlohydrique.

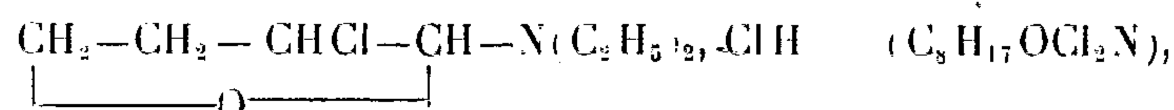
Les organo-magnésiens réagissent vivement sur l'atome de chlore α du dichloro-2.3 tétrahydrofuranne. On obtient ainsi les *alcoyl-2 ou aryl-2 chloro-3 tétrahydrofurannes*



([3]) H. NORMANT, *Bull. Soc. Chim.*, Séances des 23 mai et 28 novembre 1947.

R : $CH_3(C_5H_9OCl)$, $É_{11}$ 42°, d_{16}^{20} 1,107; R : $C_2H_5(C_6H_{11}OCl)$, Rdt 80 %, $É_{17}$ 61-62°, d_{16}^{20} 1,074; R : $C_6H_5(C_{10}H_{11}OCl)$, Rdt 90 %, $É_{14}$ 129-130°, d_{16}^{20} 1,153, dont l'atome de chlore est très stable. Un chauffage de trois jours à 160° avec un excès de diéthylamine ne fait apparaître que des traces de chlorhydrate.

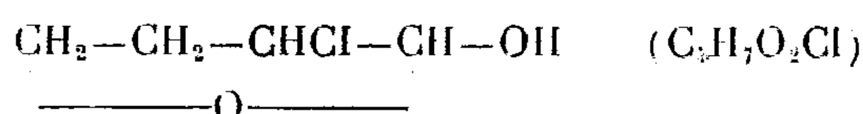
Vis-à-vis des amines, le comportement du dichloro-2.3 tétrahydrofuranne est différent de celui du dichloro-2.3 tétrahydropyranne ([4]). L'élimination d'une molécule de ClH n'a pu être mise en évidence. Avec les amines tertiaires, la pyridine, la quinoléine, il y a addition, et ces composés se décomposent par chauffage. Avec la diéthylamine, on observe la formation d'une base bouillant vers 80-84° sous 14^{mm}, dont le chlorhydrate



très hygroscopique, fond à 220°.

Ces propriétés rappellent celles des halogéno-1 acéto-oses, mais le composé dihydro-furannique, très sensible sans doute aux réactifs acides, n'a pu être isolé.

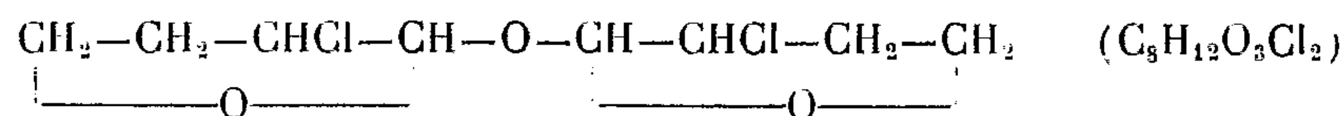
Le dichloro-2.3 tétrahydrofuranne est facilement hydrolysé. Les résultats sont différents, pour un même agent alcalin, selon que l'opération est faite en présence d'eau seule ou en milieu éthéro-aqueux. Dans l'éther humide avec CO_3Ca ou mieux avec CO_3Ag_2 (Rdt 70 %), on isole *l'hydroxy-2 chloro-3 tétrahydrofuranne*



liquide visqueux à odeur fruitée ($É_{15}$ 96°; d_{16}^{16} 1,319).

C'est la forme cyclique, l'hydroxy-4 chloro-2 butanal, qui reste en solution aqueuse. Celle-ci réduit, en effet, à chaud, le Fehling et NO_3Ag ammoniacal, et donne avec le Schiff une coloration rapide et intense.

L'hydrolyse, effectuée au moyen d'une suspension aqueuse de $(HO)_2Pb$, conduit au contraire, avec un rendement de 70 %, à l'acétal symétrique :



bouillant à 151-152° sous 17^{mm} (d_{16}^{16} 1,322).

([4]) R. PAUL, *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 122.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du nickel de Raney sur les acides gras.* Note de M. **Jean Moretti**, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans une précédente communication [1] j'ai signalé que le nickel de Raney déshydrogène les acides gras supérieurs. Pour isoler quantitativement les produits de la réaction et examiner de plus près l'action du catalyseur, j'ai opéré de la façon suivante.

Le catalyseur, réparti uniformément sur une surface aussi grande que possible, est mis en contact avec une mince couche d'acide gras, sous atmosphère d'azote pour éviter toute oxydation; pour éviter également la réhydrogénation des composés éthyléniques obtenus, on a soin de ne pas agiter le catalyseur dans la masse en réaction.

J'ai chauffé 50^g d'acide stéarique avec 8^g de nickel de Raney, pendant un temps variable (de 20 à 250 heures) à diverses températures fixes. A partir de 220°, la réaction commence; elle produit des gaz dont le volume final augmente jusqu'à une valeur limite qui croît avec la température. Ces gaz sont, à 220°, surtout du CO et un peu de CO_2; à 280° et au delà, ils contiennent autant de CO_2 que de CO.

L'analyse des produits de la réaction montre la complexité du mélange obtenu. Par exemple une opération de 200 heures à 230° a donné : 2^g de gaz, 14^g d'acide saturé, 2^g d'acide éthylénique, 14^g de stéarate de nickel, 4^g de cire (stéarate d'alcools gras), 2^g de stéarone, 12^g de carbures en C_{17}, $0^g,5$ d'alcool en C_{18}. L'alcool (libre ou combiné) et les carbures contiennent 65 % d'isologues non saturés.

Ces résultats s'expliquent de la façon suivante :

1° Le nickel de Raney déshydrogène une partie de l'acide gras : quand la réaction est achevée, le mélange contient 5 à 6 % d'acide non saturé que j'ai isolé à l'état de dérivé bromé.

2° Une partie de l'acide gras attaque le nickel et donne un sel.

3° L'hydrogène libéré par ces deux réactions réduit l'acide en aldéhyde et alcool. Je n'ai jamais trouvé de quantités dosables d'aldéhyde, mais j'ai isolé 5 à 6 % d'alcool, combiné surtout à l'état d'ester stéarique, mais dont une petite partie est à l'état libre. Ainsi se trouve réalisé pour la première fois le passage des acides aliphatiques aux alcools correspondants en phase liquide, à la pression ordinaire et dès la température de 220-230°. Le carboxyle de l'acide joue ici le rôle d'accepteur; sa réduction facile est due probablement à l'hydrogène que fournit la déshydrogénation de la chaîne.

4° Alcool et aldéhyde, sous l'influence du nickel, se dégradent selon un

---

(1) E. Raymond et J. Moretti, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 893.

mécanisme connu ([2]), en donnant un carbure que j'ai isolé et identifié, et du CO.

5° Une partie de l'acide saturé se décarboxyle et donne un carbure saturé ainsi que du CO_2.

Le stéarate d'éthyle et la tristéarine se comportent comme l'acide. Mais l'emploi de l'anhydride stéarique permet de doubler la quantité de cire, donc d'alcool, produite : l'alcool est estérifié par l'anhydride beaucoup plus rapidement que par l'acide; sitôt formé, il passe à l'état de cire et se trouve ainsi protégé contre la dégradation en carbure et CO.

La prédominance dans le mélange obtenu de composés non saturés montre que carbures et alcools se forment surtout aux dépens de l'acide non saturé. On comprend alors que le rendement de la réaction soit toujours faible.

J'ai effectué la même étude avec les acides laurique et palmitique; j'ai obtenu des résultats tout à fait semblables.

L'emploi de la pression réduit de moitié la décarboxylation mais ne modifie pas le rendement en acide éthylénique.

Il est donc parfaitement possible de déshydrogéner les acides gras à l'aide du nickel de Raney, mais les rendements sont toujours mauvais par suite de la transformation de l'acide éthylénique en aldéhyde et alcool, puis en carbure et CO. L'emploi de catalyseurs plus complexes permettrait peut-être d'éviter cette destruction.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Remarques sur quelques méthodes de préparation des hydrazones substituées.* Note de M. **Panos Grammaticakis**, présentée par M. Marcel Delépine.

Au cours de mes recherches chimiques sur les procédés de substitution systématique des éléments ou des radicaux fixés sur le groupe $> C = N -$ ([1]), j'ai été conduit à étudier les conditions les plus simples, au point de vue pratique, qui permettent de transformer les composés carbonylés ou leurs dérivés fonctionnels en d'autres dérivés fonctionnels, utilisables pour l'identification et pour la purification de ces composés ([2]).

La présente Note contient en particulier quelques résultats concernant la transformation des aldéhydes et des cétones aromatiques et de certains de

([2]) H. Gault et L. Palfray, *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 999; Shen et Fan, *J. Am. Chem. Soc.*, 64, 1942, p. 1460 et 65, 1943, p. 1244.

([1]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1568.

([2]) Un problème identique a été posé et résolu pour le groupe $-CON<$ dans certains cas particuliers, analogues à ceux qui sont traités dans la présente Note (Recherches inédites).

leurs dérivés fonctionnels (acétals, etc.) en hydrazones substituées de forme A (azines, semicarbazones, etc.)



(A) $$Ar.(R)C = N.N:R'R''$$

[où Ar. = aryle; R = H, CH_3, C_2H_5; R' = H, CH_3, C_2H_5, cyclohexyle, $CH_2.C_6H_5$, C_6H_5; R'' = C_6H_5, $C_6H_5.OCH_3-p$, $CONH_2$, $CO.NH.C_6H_5$, $CO.C_6H_5$, $CO.CO.NH_2$; R'R'' = =C(R) Ar].

Parmi les dérivés fonctionnels des composés carbonylés j'ai choisi ceux qui se présentent comme produits immédiats ou presque immédiats ([3]) dans quelques méthodes de préparation des aldéhydes et des cétones aromatiques, à savoir les dérivés dihalogénés ($Ar.CH_3 + 2X_2$), les acétals [$Ar.MgX + CH(OC_2H_5)_3$], les imines et leurs sels ($Ar.CN + H_2$ ou $R.MgX$), les oximes ($Ar.H + CNOHg$) et leurs combinaisons bisulfitiques.

En m'appuyant principalement sur les différences entre les conditions de stabilité chimique des dérivés fonctionnels précédents, j'ai constaté que, en ajoutant à des solutions aqueuses très diluées et chaudes de sels d'hydrazine et de ses dérivés, la quantité équimoléculaire ([4]) d'aldéhydes ou de leurs dérivés fonctionnels, dissous, s'il est nécessaire, dans un peu d'alcool, on obtient très rapidement et quantitativement les composés hydrazonés de forme (A).

Les aldéhydes traités par ce procédé ont été les benzaldéhyde, méthylbenzaldéhydes (*o*, *m* et *p*), méthoxybenzaldéhydes (*o*, *m* et *p*), salicylaldéhyde, nitrobenzaldéhydes (*o*, *m* et *p*) et cinnamaldéhyde.

Comme dérivés fonctionnels des aldéhydes précédents ont été utilisés les dérivés dichlorés, dérivés dibromés (excepté celui du cinnamaldéhyde), acétals éthyliques, chlorhydrates d'imines, oximes et combinaisons bisulfitiques.

Les sels d'hydrazine ou de ses dérivés ($NH_2.NR'R''$) employés ont été les sulfate et chlorhydrate d'hydrazine, chlorhydrate des semicarbazide, phénylhydrazine et *p*-nitrophénylhydrazine. En plus, dans le cas du benzaldéhyde et de l'anisaldéhyde, j'ai utilisé les chlorhydrates des hydrazines substituées suivantes : N-méthyl-, N-éthyl-, N-cyclohexyl-, N-benzyl- et N-phényl-N-phényl-hydrazines (R' = CH_3, C_2H_5, cyclohexyl, $CH_2.C_6H_5$, C_6H_5; R'' = C_6H_5), *p*-méthoxyphénylhydrazine (R' = H; R'' = $C_6H_4.OCH_3-p$), benzoylhydrazine (R' = H; R'' = $CO.C_6H_5$), 4-phényl-semicarbazide (R' = H; R'' = $CO.NH.C_6H_5$) et semioxamazide (R' = H; R'' = $CO.CO.NH_2$).

L'acétophénone (ou ses dérivés fonctionnels, dérivé dichloré, dérivé dibromé, acétal éthylique, imine, chlorhydrate d'imine et oxime) traités, selon la méthode précédente, par les chlorhydrates des semicarbazide, phénylhydrazine et *p*-nitrophénylhydrazine fournit rapidement et quantitativement les dérivés correspondants de l'hydrazone. Par contre, l'acétophénone ou ses dérivés

---

([3]) Je poursuis des recherches sur l'action de quelques bases (NH_3, $NH.OH$, $NH_2.NH_2$) et de leurs dérivés (sels, dérivés alcoylés et acidylés) sur les produits immédiats des réactions précédentes, c'est-à-dire avant le traitement du mélange réactionnel par l'eau.

([4]) Un excès de sels d'hydrazine ou de ses dérivés n'agit pas défavorablement sur la réaction.

ci-dessus, excepté le dérivé iminé, ne réagissent pas, dans les conditions de la méthode précédente, avec le sulfate ou avec le chlorhydrate d'hydrazine pour donner des azines. On peut, entre autres, préparer rapidement et quantitativement les azines de l'acétophénone ainsi que les azines de certaines autres cétones mixtes (propiophénone, *p*-méthylpropiophénone, etc.) en ajoutant ces cétones ou leurs acétals (1^{mol}) à une solution aqueuse très diluée et chaude d'hydrazine (1^{mol}) additionnée de ses sels (chlorhydrate ou sulfate) (1^{mol}) ou d'acide acétique (1^{mol}).

Le procédé général précédent a été également utilisé pour la préparation de certaines hydrazones substituées de quelques composés carbonylés aliphatiques (semicarbazones du crotonaldéhyde et de la 2-méthylcyclohexanone). Enfin, pour préparer les azines et les phénylhydrazones aliphatiques, décomposables ou cyclisables ([5]) dans les conditions indiquées précédemment, on choisit la composition du milieu réactionnel de manière à le maintenir sensiblement neutre, en opérant par exemple sur les dérivés iminés ou sur les dérivés bisulfitiques ([6]). La recherche systématique des méthodes qui permettent de passer directement d'un dérivé fonctionnel d'un composé carbonylé à un autre dérivé fonctionnel et qui satisfont en plus à certaines conditions (simplicité, etc.) fera l'objet d'un prochain Mémoire.

Je poursuis ces recherches dans le cas de cétones aromatiques et des quinones.

CÉRAMIQUE. — *Comportement des poudres sous l'action de la pression.* Note ([1]) de M. **René Lecuir**, présentée par M. Paul Pascal.

J'ai étudié la transmission des pressions par les poudres en utilisant, soit des poudres s'agglomérant seules sous l'action de la pression, comme l'urée et l'argile, soit des poudres calcinées, comme l'alumine et l'oxyde de titane; ces dernières sont alors préalablement dégazées par un solide fondu, et deviennent ainsi agglomérables comme je l'ai indiqué ([2]).

En pratique, il est possible d'obtenir des agglomérés présentant même densité en tous points et mêmes dimensions pour des échantillons de faible épaisseur. Il n'en est plus de même lorsque la hauteur de l'échantillon devient égale ou supérieure à son diamètre.

J'ai constaté que la pénétration du piston à l'intérieur du moule détermine un départ brusque de l'air présent entre les grains. Lorsqu'on utilise un moule comportant un évent, le phénomène peut être assez violent pour entraîner un

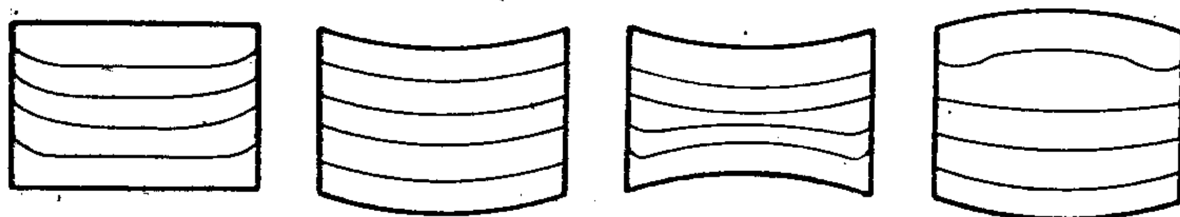
([5]) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 571.
([6]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1568.

([1]) Séance du 22 décembre 1947.
([2]) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 218-220.

jet de poudre par l'évent. Lorsque celui-ci n'existe pas, il se produit pour les mêmes raisons un rejet de la poudre vers l'évent naturel que constitue le très faible jeu existant entre le corps du moule et le piston.

Il ne suffit donc pas, pour obtenir des échantillons de mêmes dimensions, d'utiliser une même pression et un même poids de poudre; il est encore nécessaire d'assurer un remplissage régulier du moule à partir d'une poudre tamisée et d'opérer chaque fois avec la même vitesse de mise en charge.

J'ai poursuivi ces expériences en utilisant un moule en acier trempé constitué par cinq éléments cylindriques annulaires de 30^{mm} de haut et de 90^{mm} de diamètre intérieur. Ces cinq éléments s'encastrent les uns dans les autres et peuvent être remplis successivement par arasement. Entre chaque couple de ces éléments on interpose, en outre, un anneau plan de même diamètre et de 2^{mm},5 de hauteur; ces anneaux permettent d'intercaler entre deux volumes identiques de poudre, une mince couche de la même poudre préalablement teintée. Le fond du moule assure un joint étanche et il peut, ainsi que le piston, présenter à volonté une surface plane, concave ou convexe. La force de pression exercée pouvait varier de 10 à 100 tonnes. Une coupe verticale de l'aggloméré suivant l'axe du cylindre donne les figures géométriques ci-jointes, en fonction de la forme des surfaces pressantes.



L'allure des surfaces colorées obtenues est indépendante de la nature de la poudre et de la pression utilisée. Les parties saillantes facilitent le départ de l'air et accentuent l'écrasement, alors que les parties rentrantes jouent un rôle inverse. On observe une tendance au parallélisme entre les surfaces pressantes et celles limitant un même volume primitif de la poudre.

Au cours de l'agglomération, l'avance du piston vient freiner le rejet de la poudre et fait apparaître à partir de la surface du piston une structure feuilletée. Daubrée, dans les essais qu'il a effectués pour reproduire la schistosité des roches (*Mémoire des savants étrangers à l'Académie des Sciences*, t. 17, 1860, p. 111), a observé la même structure dans la compression d'échantillons doués d'un certain degré de plasticité. J'ai constaté qu'elle se retrouve encore dans les essais mécaniques de matières suceptibles de s'écraser progressivement par pression. Cette structure doit s'expliquer par les coincements des grains de la poudre et la formation de ponts entre ces grains. Sous une pression plus forte, ces grains s'écrasent en communiquant à la masse une structure feuilletée. Les pressions croissantes substituent alors des glissements latéraux à un écoulement vertical. Lorsqu'un gaz est présent au sein de la poudre, cette structure feuilletée s'oppose à son départ; inversement, le gaz comprimé s'oppose au dévelop-

pement de la structure feuilletée et sa détente est facilement perçue lorsqu'on cesse d'exercer la pression. Les frottements croissent donc plus rapidement que la pression, et ceci d'autant plus que la nature de la poudre est plus abrasive.

En résumé, l'action de la pression sur les poudres tend à la formation d'agglomérés présentant une structure orientée, lorsque l'air occlus dans la masse ne s'y oppose pas. Cette orientation est modifiée par l'écoulement de la masse. Dans une prochaine Note, j'exposerai le rôle de ces phénomènes dans la technique du filage céramique et la relation étroite qui existe entre les frottements et la présence d'air occlus dans la masse.

PÉDOLOGIE. — *Importance des apports éoliens dans les sols apparemment autochtones de l'Auvergne.* Note de M. **Daniel Collier**, présentée par M. Albert Demolon.

En terrains pétrographiquement hétérogènes, des analyses minéralogiques sommaires suffisent, par l'identification d'éléments étrangers à la roche mère, à mettre en évidence dans les sols, la réalité de l'apport extérieur. L'observation suivante, effectuée dans les environs de Clermont-Ferrand, montre le rôle que peut jouer le vent dans le transport des matériaux.

Sol sur coulée basaltique (prélèvement entre $0^m,06$ et $0^m,20$ de profondeur, à l'est du lieudit : Bellevue, Orcines, dans la Chaîne des Puys).

			Examen minéralogique.
Cailloux et graviers.		50 % terre totale.	Basalte semblable à la roche sous-jacente.
Terre fine.	Sable grossier 46,7 %	$d < 2,9$: 23,6...	Quartz très abondant. Fragments de roches volcaniques assez abondants. Peu de feldspaths.
		$d > 2,9$: 23,1...	Fragments de roches volc. très abondants. Olivine abondante. Augite assez abondant. Peu de magnétite.
	Sable fin 20,9 %	$d < 2,9$: 12,7...	Muscovite ou séricite très abondante. Biotite assez abondante. Peu d'orthose.
		$d > 2,9$: 8,2...	Oligiste abondant. Magnétite assez abondante. Quelques aiguilles d'un pyroxène.

Ce prélèvement est situé sur un petit îlot de basalte isolé au milieu des granites, eux-mêmes entourés vers l'Ouest, direction des vents dominants, par d'autres formations volcaniques proches. Le quartz et les micas ne peuvent donc provenir que des granites environnants à une distance de 50 à 100^m. Leur proportion est considérable; elle peut être évaluée à 40 % des sables. Vu leur absence dans les cailloux et graviers, et la disposition topographique des lieux, leur origine éolienne n'est pas douteuse.

La situation très particulière du point de prélèvement permet de mettre nettement en évidence les deux faits suivants :

1° l'importance considérable que peut prendre l'apport extérieur;

2° la prépondérance, dans sa constitution, de matériaux provenant du voisinage.

De même nous avons observé l'apport éolien de matériaux volcaniques dans les sols granitiques de la Chaîne des Puys et d'éléments granitiques et volcaniques dans les sols argilo-calcaires des côtes de la Limagne.

On peut objecter que les éléments volcaniques représentent des restes de projections datant des dernières éruptions de la Chaîne des Puys. Nous ne le pensons pas, car la plupart des sols qui en contiennent sont squelettiques, et par conséquent les projections qu'ils pouvaient supporter ont été depuis longtemps enlevées par l'érosion.

Ces considérations laissent entrevoir la possibilité de transports éoliens par un mécanisme très simple, sur lequel il semble qu'on n'ait pas suffisamment insisté jusqu'ici. Les petits et continuels déplacements que le vent communique aux fines particules à la surface du sol, peuvent donner lieu, avec le temps, non seulement au brassage sur place des éléments superficiels, mais aussi par la répétition de proche en proche dans la direction du vent dominant, à des transports sur d'assez grandes distances (de l'ordre d'une dizaine de kilomètres en Limagne).

Les matériaux reçus par une station déterminée seront en proportion d'autant plus grande que leur source sera plus proche, de sorte que, finalement, ils proviendront en majorité des régions voisines. L'importance du phénomène variera évidemment suivant les conditions climatiques, l'état du terrain et la végétation.

En conséquence, lorsqu'on se propose de comparer chimiquement les différents horizons d'un profil entre eux et avec la roche mère, il est toujours prudent d'envisager la possibilité d'un apport extérieur que révélera l'analyse minéralogique.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. CLIMATOLOGIE. — *Sur la prévision des périodes sèches et pluvieuses en Algérie.* Note de M. **Lucien Petitjean**, présentée par M. Emmanuel de Martonne.

Dans une Note présentée à l'Académie des Sciences, il y a vingt ans [1], j'ai indiqué l'existence, sur la courbe des totaux annuels de la pluie à Alger depuis 1838, d'un point de symétrie en 1903, époque du minimum d'une onde périodique de 35 ans et du maximum d'une onde de 15 ans. La symétrie ainsi trouvée m'avait permis de prévoir l'ordre de succession des groupes d'années sèches et d'années pluvieuses à Alger, à partir de 1927, en construisant la courbe symétrique, par rapport à 1903, de la partie du graphique antérieure à 1878. C'est ainsi que j'avais annoncé l'accroissement des précipitations survenu jusqu'en 1935 et suivi de leur décroissance jusqu'à ces dernières années, marquées par une sécheresse calamiteuse. Actuellement, comme prévu, les pluies sont de nouveau plus abondantes et, d'après la courbe précitée, elles atteindront leur summum entre 1950 et 1955.

---

[1] *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 472-473.

Afin de préciser les dates des maxima et minima pluviométriques, j'ai construit une courbe réunissant les totaux de pluie pour des périodes d'un an partant successivement de chacun des mois consécutifs. Cette courbe présente une ondulation d'une période de 33 mois. En ajoutant les ordonnées par groupes de 33, à partir de chaque mois, j'ai tracé une courbe réduite possédant un point de symétrie en 1903 et dont les dates des maxima et minima sont indiquées ci-après :

Maxima.......	1854		1870		1890		1901		1905		1916		1935		1952 ?
	(49)		(33)		(13)		(2)		(2)		(13)		(32)		(49) ?
Minima.......		1867		1880		1897		1903		1913		1926		1941	
		(36)		(23)		(6)				(10)		(23)		(38)	

Au-dessous des dates des maxima et minima est inscrit, entre parenthèses, le nombre d'années qui les séparent de 1903, date du point de symétrie. On voit ainsi, qu'à l'exception des minima de 1897 et 1913, l'écart entre les nombres correspondants n'excède pas deux ans. La date probable du prochain maximum pluviométrique annuel d'Alger est 1952, symétrique du maximum de 1854, le plus élevé de la série des observations météorologiques de cette ville (1100^{mm}).

BIOGÉOGRAPHIE. — *Sur l'existence en Amérique Centrale d'un genre d'Ulmacées indo-malais.* Note de M. **Jean-François Leroy**, présentée par M. Roger Heim.

Nous avons montré dans plusieurs publications récentes que le genre *Aphananthe*, considéré comme propre à l'Extrême-Orient tropical et tempéré-chaud, était en fait représenté dans toute l'Asie tropicale ainsi qu'à Madagascar. Depuis, passant en revue les collections d'Urticacées indéterminées de l'herbier du Muséum national d'Histoire naturelle, nous avons eu la suprise de découvrir un spécimen de Celtidoïdée assez singulier récolté par Bilimek (nº 20) au Mexique, en 1866. L'étiquette porte l'inscription sommaire : Conuavaca, Mexique. Il s'agit, selon toute probabilité, de Cuernavaca, district de Morelos, province de Mexico, où les géographes nous enseignent que la moyenne thermique annuelle est de 20°,4, le thermomètre oscillant entre 17°,7 et 23°,4, et où les précipitations ne dépassent guère un mètre.

La plante ici en cause est représentée dans l'herbier par un rameau feuillé portant un fruit. Nous avons remédié à l'insuffisance du matériel par une étude poussée de morphologie externe et interne des éléments dont nous pouvions disposer, laquelle nous conduit à affirmer que nous sommes là devant une espèce paléoendémique d'*Aphananthe*. L'originalité de celle-ci tient à la feuille : nervation pennée *remarquablement dense* (18 à 20 nervures); serrature marginale régulière, rappelant celle du *Chætoptelea* Liebm. (= *Ulmus mexicana* Pl.), avec cette différence que les dents sont simples. Les poils tecteurs, de l'ordre de 3/10 de millimètre, vus au microscope, apparaissent

hérissés de grosses verrues arrondies ou coniques de carbonate de calcium comme chez toutes les espèces du genre. La structure et la forme de la chaîne vasculaire pétiolaire, la présence de cristaux isolés d'oxalate de calcium dans les parenchymes du pétiole et de la nervure médiane, l'absence de cystolithes vrais et de mucilages confirment encore l'identité générique. En outre, certains traits de l'organisation interne indiquent une adaptation écologique de plante assez xérophile.

La présence en Amérique Centrale, de cet arbre, que nous appellerons *Aphananthe mexicana* (cf. la diagnose dans le *Bulletin de la Société Botanique de France*, janvier 1948), nous donne la preuve que le genre *Aphananthe* a dû être, autrefois, aussi répandu que les *Celtis* le sont aujourd'hui. Ces deux genres ne sont d'ailleurs pas très éloignés l'un de l'autre. La considération de leur distribution géographique nous incline encore à les rapprocher davantage (1).

L'aire que couvrent les cinq espèces du genre est extrêmement remarquable : *A. aspera*, Chine et Japon; *A. philippinensis*, Philippines et Australie orientale; *A. cuspidata*, Indo-Malaisie (jusqu'à Célèbes); *A. sakalava*, Madagascar; *A. mexicana*, Mexique.

Cette distribution reste, une fois de plus, inintelligible si l'on ne pose pas l'existence ancienne de connexions intercontinentales. Mais trop d'éléments nous font défaut, dans le cas présent, pour nous autoriser à émettre, du moins solidement, une hypothèse. Peut-être y a-t-il des *Aphananthe* en Amérique du Sud dont les flores sont encore très imparfaitement connues? Peut-être en ont-ils disparu, après avoir gagné l'Amérique Centrale? Peut-on affirmer, quoique cela semble vraisemblable, que le centre de dispersion du genre, dont beaucoup d'espèces peuvent être éteintes, se situe en Indo-Malaisie? La découverte de stations ou d'espèces nouvelles ou de documents paléontologiques pourra peut-être un jour nous éclairer sur ces questions.

Il reste que : 1° le faible nombre des espèces, 2° leur profonde différenciation, 3° le caractère nettement relictuel de leur distribution (immensité de l'aire totale, disjonctions énormes de certaines aires spécifiques, non-chevauchement des aires spécifiques) et aussi 4° le fait qu'aucune d'elles ne semble avoir atteint l'état dioïque alors que celui-ci, comme nous l'avons signalé, se manifeste chez certains groupes de *Celtis*, constituent autant d'observations qui nous obligent à considérer le genre *Aphananthe*, sinon comme souche ancestrale, du moins comme fort ancien.

---

(1) En rapport avec la matière de cette Note nous ajouterons que Hamsley (*Biol. Centr. Amer. Bot.*, 1883) a décrit un curieux Celtis à fl. ♂ et fl. ♀ sur le même individu, et à feuilles peninnervées, qu'il a appelé : *C. monoica*. Le *C. monoica* est un arbre du Mexique et d'Amérique Centrale. Il y aurait lieu de revoir s'il s'agit bien d'un *Celtis* et non d'un *Aphananthe*. Une révision de cet ordre nous a permis de réhabiliter l'*Aphananthe cuspidata*, confondu par les auteurs avec un *Gironniera*.

ZOOLOGIE. — *Esquisse du peuplement zoologique du Sahara Occidental (Oiseaux).* Note de M. **Henri Heim de Balsac**, présentée par M. Maurice Caullery.

Le peuplement avien des territoires compris entre le Maroc et le Sénégal reflète assez exactement les enseignements fournis par l'examen de la faune mammalienne ([1]). Toutefois le type de distribution continue, d'une rive à l'autre du Sahara, ne s'observe que dans un nombre très restreint d'espèces non désertiques.

L'Aigle fauve *Aquila chrysaetos*, rencontré au Zemmour, au Tiris, en Adrar (atteint-il le Tagunt?), représente ce type de distribution. Peut-être en est-il de même du Vautour *Torgos tracheliotus*, identifié au Maroc et au Zemmour. Le Vautour *Pseudogyps africanus*, observé au Zemmour et en Adrar, représente sans doute le troisième cas. La distribution de l'Aigle fauve constitue l'exemple le plus inattendu et le plus remarquable de la pénétration d'un type, par ailleurs strictement holarctique, dans le domaine éthiopien. La zone française des territoires envisagés, bien que de caractère désertique atténué, semble trop aride cependant pour permettre l'existence de la plupart des espèces berbères ou sahéliennes. En fait, une lacune apparaît entre le Zemmour d'une part et l'Adrar d'autre part. Sur la côte océane il en va autrement et la coupure se situe, en zone espagnole, quelque part entre l'Adrar et l'Aguerger (Villa-Cisneros).

Tadjukant. — Sur le plateau de Tindouf, en dépit d'un peuplement important d'*Acacia raddiana*, la faune avienne est très pauvre et de type désertique strict. A noter cependant la présence du grand duc, *Bubo ascalaphus*, que nous retrouverons au Zemmour et au Tiris.

Zemmour. — Latitude plus méridionale, mais distance moindre de l'Océan et présence de chaînes et de buttes-témoins. Il existe un lot remarquable d'espèces du Sud du Maroc qui, à travers la zone espagnole privilégiée de la Seguiet-el-Amra, atteignent ici leur limite d'extension vers le Sud : *Calandrella bruchydactyla, Sylvia conspicillata, Oenanthe deserti, Neophron percnopterus, Athene noctua, Chlamydotis undulata, Alectoris barbara.* Manquent par contre : *Galerida, Scotocerca, Oenanthe mœsta, Oe. leucurus,* communs sur le Draa inférieur. Deux Oiseaux sahariens ne semblent pas dépasser le Zemmour : *Rhamphocorys* et *Sylvia nana.*

Tiris. — Semble l'homologue du Zemmour méridional. *Chlamydotis* et *Neophron* descendent peut-être jusque-là, d'après les renseignements obtenus.

Adrar. — Cette région de plateaux et de falaises montre une végétation plus dense et plus régulière que les zones précédentes. A côté des éléments sahariens typiques, un lot d'oiseaux soudanais apparaît sous une latitude encore jamais

---

([1]) Voir Note antérieure : *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 258-259.

atteinte à l'Ouest : *Cercotrichas podobe, Eudoice cantaus, Streptopelia roseogrisea, Strep. senegalensis, Oena capensis.* Des espèces existant de part et d'autre du Sahara se montrent également : *Galerida cristata, Emberiza striolata, Pycnonotus barbatus, Erythropygia galactotes.* Les éléments paléarctiques ne sont plus représentés que par *Aquila chrysaetos, Buteo rufinus* et *Hippolais pallida.*

Inchiri. — Aspect plus désertique que celui de l'Adrar. Cependant des formes non sahariennes existent : *Galerida cristata,* Outardes.

Amoukrouz. — C'est dans cette région que s'effectue la transition entre le Sahara et le Sahel. Transition insensible du fait que les oiseaux sahariens typiques persistent parmi le flot des formes sahéliennes. Il ne semble pas exister ici de limite précise à la dispersion des formes strictement désertiques, comme aux confins de la Berbérie. Il sera très difficile d'établir une ligne de démarcation analogue à celle que nous avons tracée pour le Sahara septentrional, travail qui d'ailleurs ne pourra être tenté qu'à la période des pluies.

Un fait biologique inattendu se produit dans l'Adrar : le rythme génital des oiseaux est printanier, en discordance avec les précipitations et la période de vie active des végétaux et des Arthropodes.

SÉROLOGIE. — *Un test sérologique nouveau : gélification, opacification, liquéfaction (G. O. L.).* Note [1] de M. **Wladislas Kopaczewski**, présentée par M. Hyacinthe Vincent.

Nous avons montré, en 1934, que le sérum sanguin additionné d'acide lactique pur Codex, se prend en une masse transparente, et que le gel ainsi formé se liquéfie par la chaleur, se gélifie de nouveau par refroidissement, et ainsi de suite. Le même phénomène s'observe en ajoutant au sérum d'autres substances, acides ou bases [2].

En août 1940, à l'Hopital militaire de Pau, nous avons pensé à utiliser les lactogels sériques comme milieu de culture pour des microbes pathogènes difficiles à cultiver *in vitro*. Afin de ne pas modifier d'une façon accentuée le pH de ce milieu, nous avons essayé d'obtenir ces gels avec une quantité minima d'acide lactique : en effet, une goutte de ce dernier, ajoutée à 5^{cm^3} de sérum de cheval, fait passer le pH de 7,7 à 7,2. Enfin, comme les gels se formèrent alors très lentement (en quelques jours), nous avons fait intervenir l'action de la chauffe (50° C.); on observe alors un phénomène curieux : les gels obtenus en 48 heures en moyenne ne se liquéfiaient plus par la chauffe à 100° C., comme c'est le cas de ceux provoqués par les doses d'acide lactique plus fortes; de plus, ils devenaient troubles. Donc, au lieu d'une gélification réversible, nous sommes arrivé au seuil de la coagulation.

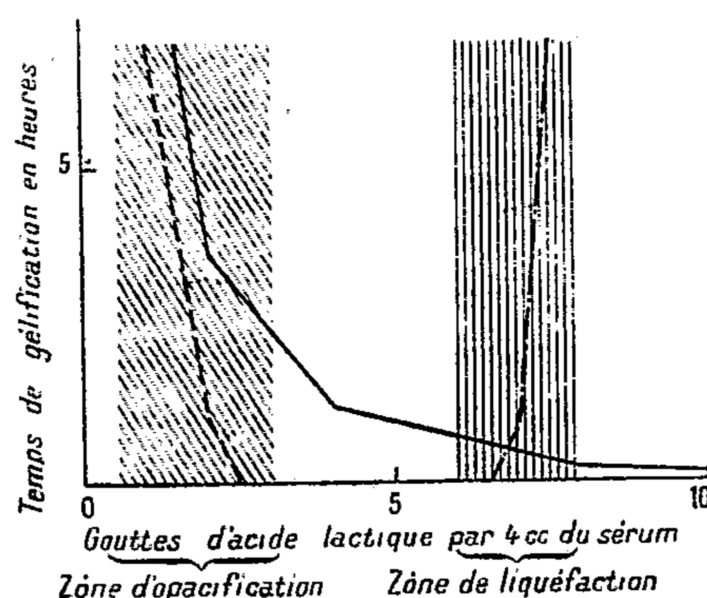
(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) W. Kopaczewski, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1217, 1947 et 2282; 200, 1935, p. 266 et 994.

En supposant que les sérums pathologiques se comporteraient d'une manière différente d'un cas à l'autre, nous avons utilisé ces deux phénomènes collatéraux en vue d'adapter la réaction de lactogélification à un diagnostic différentiel des divers états pathologiques, dans lesquels elle s'est avérée positive.

On prépare une série de tubes à hémolyse contenant, chacun, 4$^{cm^3}$ de sérum additionné de doses croissantes d'acide lactique, allant de IV à XVI gouttes. Immédiatement après, ces mélanges sont placés à l'étuve, réglée à 37°C.; une fois la gélification faite, on sort chaque tube gélifié de l'étuve; on attend la gélification de la série tout entière. Aussitôt après, on remet tous les tubes à l'étuve portée à 110°C.; cette chauffe est prolongée pendant 15 minutes, les tubes étant en position inclinée. On ouvre l'étuve; on refroidit et on lit les résultats : dans certains cas on voit apparaître un trouble plus ou moins prononcé, dans d'autres une liquéfaction à chaud plus ou moins nette qui se traduit par la formation de gels à plan incliné, après refroidissement.

Voici les résultats obtenus (*figure*).



Gélification, opacification et liquéfaction du sérum par l'acide lactique.
——— Courbe de gélification; ------- Courbe d'opacification à 110°C.
-·-·-·- Courbe de liquéfaction à 110° C.

Doses d'acide lactique pour 4$^{cm^3}$ de sérum présumé normal (en gouttes).	Gélification en minutes à 37°C.	Opacification après la chauffe de 15 minutes à 110° C.	Liquéfaction après la chauffe de 15 minutes à 110° C.
4..........	220	très forte	0
5..........	160	nette	0
6..........	150	0	0
8 à 14........	55-25	0	0
15..........	20	0	nette
16..........	15	0	presque totale

La réaction de gélification, effectuée dans ces conditions, permet donc d'apprécier trois phénomènes : 1° *La rapidité de la gélification;* 2° *Le degré d'opacité;* 3° Celui de la *liquéfaction* après la chauffe à 110°C. des gels formés, et devient ainsi une réaction de gélification, d'opacification et de liquéfaction (réaction G. O. L.). L'opacification peut être plus finement appréciée à l'aide

d'une méthode néphélémétrique; le degré de liquéfaction peut être contrôlé à l'aide de petites sphères plus ou moins lourdes, placées à la surface avant la chauffe.

La réaction de la lactogélification fut proposée par nous au diagnostic du cancer, mais, tout en étant positive dans environ 85 % des cas, ce qui fut confirmé ensuite par de nombreux auteurs à l'étranger ([3]), nous avons montré nous-même qu'elle donne des résultats identiques dans d'autres processus pathologiques, tels que tuberculoses consomptives, cirrhoses hypertrophiques, grossesse ([4]), lèpre ([5]), et, enfin, dans la formation de cals osseux ([6]).

Les recherches préliminaires permettent de supposer que l'on peut à l'aide de ce test sérologique nouveau discerner le cancer de la tuberculose et de la lèpre.

A 16h l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Chimie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par la mort de M. *Robert Lespieau* :

En première ligne	M. **Charles Dufraisse**.
En seconde ligne ex æquo *et par ordre alphabétique*.	M. **Georges Dupont**. Mme **Pauline Ramart-Lucas**.
En troisième ligne ex æquo *et par ordre alphabétique*.	MM. **Georges Chaudron**. **Marcel Sommelet**. **Gustave Vavon**.

A ces noms, l'Académie adjoint celui de M. **Michel Polonovski**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance publique.

La séance est levée à 17h30m.

A. Lx.

([3]) *Comptes rendus*, **199**, 1938, p. 323; *Kolloïd-Zeit.*, **79**, 1937, p. 102.
([4]) *Bull. Acad. Méd.*, **113**, 1935, p. 334; *C. R. Soc. Biol.*, **118**, 1935, p. 846.
([5]) *Maroc Médical*, **219**, 1941, p. 7.
([6]) W. Kopaczewski et Pocoule, *C. R. Soc. Biol.*, **140**, 1946, p. 387.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 JANVIER 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Théodore de Kármán**, Correspondant de l'Académie, Professeur à l'Université de Pasadena, qui assiste à la séance.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

L'Académie vient de perdre l'un de ses doyens d'âge, le doyen de ses élus. Notre confrère M. Deslandres nous a été enlevé le 15 janvier dernier, dans sa quatre-vingt-quinzième année, après avoir occupé dans notre compagnie un fauteuil de la Section d'Astronomie, depuis le 1er décembre 1902.

Né à Paris le 24 juillet 1853, Henri-Alexandre Deslandres, après avoir achevé ses études à l'École Polytechnique, commença par entrer dans la carrière militaire; en 1881, alors qu'il était capitaine du génie, il donna sa démission pour obéir à une vocation irrésistible qui le poussait vers l'Astronomie. Il possédait en effet les qualités indispensables à ceux qui veulent frayer des routes nouvelles et contribuer au progrès des connaissances humaines : un zèle inlassable qui lui a permis d'approfondir rapidement la pratique des méthodes de l'Astronomie physique, — l'esprit d'invention, ou même de divination, qui l'a conduit à poser et à résoudre des problèmes d'une haute importance, — enfin un jugement sûr et pondéré qui est nécessaire pour délimiter la portée des conceptions nouvelles et pour en assurer l'application utile.

Dès 1889, Deslandres est désigné comme astronome adjoint à l'Observatoire de Paris; il est chargé d'y organiser un service de spectroscopie, qu'il dirigera pendant huit ans. Le sidérostat de Foucault et le grand télescope, complètement transformés pour ce nouvel usage, lui servent à entreprendre ses belles recherches sur les vitesses radiales des astres, sur les protubérances et sur la chromosphère du Soleil, qui excitent déjà à cette époque, à un si haut degré, l'attention du monde savant. Les conclusions de Deslandres font aussitôt autorité parmi les astronomes physiciens.

En 1897, Deslandres est nommé astronome titulaire à l'Observatoire de Meudon. Ayant pris en charge la grande lunette double de 16^{m}, qu'il complète par l'adjonction d'instruments nouveaux, tels que des spectrographes, il continue avec succès ses recherches sur la constitution du Soleil, sur les mouvements des astres dans le sens du rayon visuel, et sur la structure intime des spectres. Les problèmes de l'Astronomie physique font l'objet de ses études constantes, qui l'amènent à diriger des missions scientifiques au Sénégal, au Japon, en Espagne, chaque fois qu'une éclipse de Soleil peut donner l'occasion de nouvelles découvertes quant aux phénomènes de la couronne solaire.

A cette époque déjà, l'Astrophysique faisait appel à des sciences diverses : ses sujets d'étude sont en effet des phénomènes cosmiques, dont les laboratoires ne peuvent nous offrir que des raccourcis; et, quant à la précision des mesures, ses méthodes ne le cèdent en rien à celle de l'Astronomie de position.

C'est là l'impression qui se dégage des travaux de Deslandres. Ses premières recherches se rapportent à la constitution des spectres gazeux. Il a étudié la répartition des raies dans les spectres de lignes, et les spectres de bandes, mais surtout dans ces derniers, qu'il a réussi à résoudre en raies fines. On sait que ces spectres, en apparence confus, possèdent une structure très régulière; ils sont formés par la répétition de groupements de raies semblables, et cette répétition est régie par une loi, qui dépend toujours des carrés des nombres entiers. L'ensemble des raies peut être représenté par une formule à trois paramètres, qui sont précisément ces nombres entiers.

Les spectres de bandes étudiés par Deslandres furent d'abord ceux de l'azote et du carbone. Celui de l'hydrogène est soumis à une loi plus simple, celle de Balmer, où figure un seul paramètre. C'est grâce à cette loi que Deslandres put reconnaître cinq raies nouvelles de l'hydrogène, dans la région ultraviolette du spectre des protubérances.

Dans le cours de ses recherches d'analyse spectrale, Deslandres a découvert en 1891, — en même temps que Hale, en Amérique, — deux radiations violettes de la chromosphère, qui lui ont permis d'obtenir la photographie des protubérances, vainement tentée jusqu'alors. Un peu plus tard, il constata que les mêmes radiations sont émises par la *chromosphère entière* projetée sur le disque, et il fit construire des spectrographes enregistreurs permettant de photographier régulièrement la chromosphère. Ces appareils furent aussitôt imités, d'abord dans les observatoires anglais, puis dans tous les observatoires du monde.

L'étude de la couronne solaire était, déjà à cette époque, d'un intérêt capital; les belles méthodes de notre confrère M. Bernard Lyot étant encore dans les limbes, on ne pouvait guère effectuer cette étude qu'au moment des éclipses. Deslandres put ainsi, malgré de grandes difficultés expérimentales, obtenir le spectre ultraviolet de la couronne, et constater ses mouvements qui dépendent certainement de l'état général de l'activité du Soleil.

Dans un autre ordre d'idées, Deslandres a réussi à mesurer la vitesse radiale des astres, d'après le principe de Döppler-Fizeau. Pour l'étude de la *rotation des planètes*, il a imaginé sa belle méthode de *l'inclinaison des raies*, qu'il a successivement appliquée à Jupiter, aux anneaux de Saturne, dont il a confirmé la division en corpuscules séparés, puis enfin à Uranus dont la rotation était encore inconnue; il a constaté que cette planète tourne dans le *sens rétrograde*, comme ses satellites, résultat de la plus haute importance du point de vue de la cosmogonie.

L'étude spectrale de l'atmosphère solaire ayant suggéré à Deslandres l'hypothèse d'une origine électrique de la chromosphère et des protubérances, il se préoccupa des moyens de constater par l'observation le rayonnement électromagnétique qui doit émaner de certaines couches du Soleil; il a été ainsi amené à examiner les conséquences d'un rayonnement *cathodique* du Soleil, qui expliquerait simplement les particularités de la couronne, des queues cométaires, des aurores boréales et des variations du magnétisme terrestre. Deslandres pensait aussi, dès cette époque, que la théorie cathodique pouvait rendre compte des phénomènes que présentent les nébuleuses, et en particulier de leur forme spirale. On voit que les vues du grand astronome étaient déjà d'une belle audace.

Dans cet ordre de recherches, Deslandres étudia, avec Henri Becquerel, l'action du champ magnétique sur les sources lumineuses (phénomène de Zeemann); il constata, par exemple, que les spectres de bandes ne subissent pas l'action du champ magnétique.

En ajoutant que les recherches de Deslandres sur les spectres l'ont conduit à des résultats intéressant directement les chimistes, je n'aurai encore donné qu'une faible idée de la variété des sujets traités par lui dans le cours des travaux qu'il a réalisés pendant la première partie de sa carrière.

En 1908, la valeur et la notoriété de ses résultats le conduisirent à la direction de l'Observatoire de Meudon; il assura ensuite, conjointement à cette direction, celle de l'Observatoire de Paris, à dater du 1er janvier 1927; il devait jusqu'à sa retraite (1929) conserver cette double direction.

Dans ces nouvelles charges, il continue d'approfondir les grandes idées directrices qui l'ont animé jusqu'alors; il poursuit ses travaux sur le Soleil, à l'aide du spectrohéliographe; il établit à Meudon deux installations, dites respectivement, du petit et du grand sidérostat; il observe ainsi les formes des vapeurs les plus intéressantes, leurs plages brillantes ou noires, leurs mouvements radiaux, leurs spectres, etc.

Ces études sont à la base des méthodes modernes d'observations du Soleil, qui ont fait progresser d'une manière extraordinaire la connaissance de ses couches superficielles.

« J'ai pu, écrit Deslandres lui-même, préciser les caractères distinctifs des couches solaires supérieures, reconnaître une relation nouvelle très simple

entre l'éclat des vapeurs et leurs mouvements verticaux, et, finalement, rapprocher les grands mouvements de cette atmosphère des courants de convection déjà reconnus dans les liquides et dans l'atmosphère terrestre. »

Deslandres a longuement étudié les taches du Soleil, et les phénomènes connexes, filaments, floculi, et leurs relations avec les phénomènes magnétiques terrestres, particulièrement avec les orages magnétiques; l'observation de ces phénomènes magnétiques apporte ainsi des renseignements sur les phénomènes solaires eux-mêmes. Il a montré que les particules électrisées émises par le Soleil et auxquelles sont attribués les orages magnétiques sont soumises, au voisinage du Soleil, à l'action d'un champ magnétique solaire, beaucoup plus faible que celui qui existe dans les couches superficielles mêmes du Soleil.

Dans ces dernières années, Deslandres s'est également beaucoup occupé des relations entre les spectres moléculaires et la constitution des molécules, et a consacré à cette question de nombreuses Notes aux *Comptes rendus*.

Mobilisé comme 2ᵉ Colonel de Génie pendant la guerre 14-18, Deslandres a participé à de nombreuses études et expériences concernant l'armement, et notamment à l'établissement d'un canon d'accompagnement (canon J. D.) qui a rendu de grands services.

Telle fut la belle carrière de Henri Deslandres. Ses mérites furent tôt reconnus, et notre Académie l'élut dans sa section d'Astronomie, dès le 1ᵉʳ décembre 1902, comme nous l'avons déjà noté. De nombreuses Sociétés Savantes tinrent à l'honneur de le compter parmi leurs membres. C'est ainsi qu'il a fait partie de l'Académie des Lincei, de l'Académie de Pétrograd, de l'Académie Nationale des États-Unis, de l'Académie Nationale de Suède, de la « Royal Institution of London », de la Société Royale d'Upsal. Il fut associé de la « Royal Astronomical Society » dont il reçut la médaille d'or; il était également titulaire de la Grande médaille d'or Catherine W. Bruce de la Société Astronomique du Pacifique.

Il était enfin docteur *honoris causa* des Universités de Leyde, de Coïmbre, d'autres sans doute.

Les pouvoirs publics n'avaient pu manquer de reconnaître ses exceptionnels mérites, et lui avaient conféré le grade de commandeur dans la Légion d'Honneur.

Deslandres, qui jusqu'à ces tout derniers jours est resté assidu et actif à nos séances, laissera un grand vide parmi nous. Je crois être votre interprète en transmettant à sa famille nos très vives et profondes condoléances.

CHALEUR. — *Le problème du mur indéfini avec flux calorifique constant.* Note de M. **Gustave Ribaud.**

Dans une précédente Note (¹) nous avons montré que l'équation générale de

(¹) Séance du 12 janvier 1948.

la transmission de chaleur (Fourier)

$$a\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}=\frac{\partial\theta}{\partial t}\qquad\left(a=\frac{\lambda}{c\rho}\right)$$

admet une solution nouvelle de la forme

$$\theta=t^m f\left(\frac{x}{\sqrt{4at}}\right)=t^m f(z), \tag{1}$$

dont la solution classiqué de Cauchy n'est qu'un cas particulier.

Nous avons montré également que le problème du mur indéfini, recevant un flux calorifique constant Φ, admettait la solution

$$\theta=\mathrm{A}\sqrt{4at}\,f\left(\frac{x}{\sqrt{4at}}\right)=\mathrm{A}\sqrt{4at}\,f(z), \tag{2}$$

dans laquelle θ désigne l'excès de température par rapport à la valeur prise à l'infini. Cette solution entraîne le fait que les courbes $\theta(x)$ sont homothétiques par rapport à l'origine, le rapport d'homothétie étant égal à $\sqrt{t}$.

Le problème de l'évolution de la température dans un mur, à flux calorifique constant, se pose dans beaucoup de cas pratiques : chauffage d'une pièce, mise en température d'un four alimenté à puissance constante. Aussi nous a-t-il paru utile de pousser plus avant la résolution de ce problème et de fixer les valeurs de la fonction $f(z)$.

Pour m quelconque, cette fonction f est définie par l'équation différentielle

$$f''+2zf'-4mf=0. \tag{3}$$

Dans le cas qui nous occupe elle s'écrit

$$f''+2zf'-2f=0. \tag{4}$$

Parmi les équations du type (3), l'équation (4) se résout de façon particulièrement commode par simple différentiation ([2])

$$f'''+2zf''=0. \tag{5}$$

La résolution de cette équation est immédiate et fournit, avec les conditions aux limites imposées : $f(0)=1$, $f(\infty)=f'(\infty)=f''(\infty)=0$:

$$\left\{\begin{aligned} &f''=2e^{-z^2},\\ &f'=-\sqrt{\pi}\left(1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{-z^2}dz\right),\\ &f=e^{-z^2}-z\sqrt{\pi}\left(1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{-z^2}dz\right).\end{aligned}\right. \tag{6}$$

([2]) L'équation générale (3) se résout de même, par $2m$ différentiations successives, à condition que $2m$ soit un nombre entier positif.

Les valeurs de la fonction f et de sa dérivée f' sont données dans le Tableau. On voit en particulier que la fonction f est réduite à 1 % de son ordonnée à l'origine pour une valeur de z égale à 1,5; la tangente à l'origine a pour valeur $-\sqrt{\pi}$. A titre d'indication nous avons donné, dans la dernière colonne, les valeurs de e^{-2z}; on voit que cette dernière fonction diffère assez peu de f pour des valeurs de z ne dépassant pas 0,5, mais s'éteint nettement moins vite que f pour les valeurs élevées de z.

TABLEAU.

z.	$f(z)$.	$-f'(z)$.	e^{-2z}.	z.	$f(z)$.	$-f'(z)$.	e^{-2z}.
0,0	1,00	1,77	1,00	0,9	0,12	0,36	0,165
0,1	0,83	1,57	0,82	1,0	0,09	0,28	0,135
0,2	0,68	1,38	0,67	1,1	0,065	0,22	0,11
0,3	0,55	1,19	0,55	1,2	0,05	0,17	0,09
0,4	0,44	1,01	0,45	1,3	0,035	0,14	0,075
0,5	0,355	0,85	0,37	1,4	0,025	0,11	0,06
0,6	0,275	0,70	0,30	1,5	0,015	0,09	0,05
0,7	0,22	0,57	0,245	—	—	—	—
0,8	0,16	0,45	0,20	2,0	0,001	0,01	

Il est intéressant, pour un flux constant Φ donné, de chiffrer la valeur du coefficient A de l'expression (2). Remarquons auparavant qu'une intégration des termes de l'équation (4), effectuée entre 0 et ∞, fournit immédiatement

$$4\int_0^\infty f(z)\,dz = -f'(0) = \sqrt{\pi}.$$

Pour obtenir A écrivons que la quantité de chaleur emmagasinée dans le mur au temps t est égale à Φt; nous obtenons immédiatement

$$\Phi t = \mathrm{A}\int_0^x c\rho\theta\,dx = 4\lambda t\mathrm{A}\int_0^\infty f(z)\,dz = \sqrt{\pi}\,\lambda t\mathrm{A},$$

de sorte que la température θ s'exprime, de façon générale, par la relation

$$(7)\qquad \theta = \frac{\Phi}{\lambda\sqrt{\pi}}\sqrt{4at}\,f\left(\frac{x}{\sqrt{4at}}\right).$$

En particulier, la température superficielle θ_0 varie, en fonction du temps, proportionnellement à $\sqrt{t}$ et s'écrit

$$(8)\qquad \theta_0 = \frac{2\Phi}{\sqrt{\pi\lambda c\rho}}\sqrt{t}.$$

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Portulacacées. Développement de l'embryon chez le* Calandrinia compressa *L.* Note (1) de M. **René Souèges.**

Deux espèces ont été jusqu'ici examinées, parmi les Portulacacées, au point de vue des lois qui président au développement de l'embryon. Elles n'ont pas montré des caractères concordants. Dans l'une, le *Portulaca oleracea* (2), les lois sont seulement applicables à la cellule apicale du proembryon bicellulaire; chez l'autre, le *Claytonia perfoliata* (3), ces mêmes lois sont valables à partir de l'œuf. Le *Portulaca* vient ainsi se ranger dans la deuxième période de la classification embryogénique, tandis que le *Claytonia* prend place dans la première. En outre de cette différence fondamentale, d'autres différences sont apparues, tenant surtout à l'origne des initiales de l'écorce de la racine et à celle du primordium de la coiffe, se rapportant encore à la part que prend l'étage supérieur du proembryon à la construction des cotylédons.

Les Portulacacées sont une petite famille qui comprend 15 genres environ et dont les espèces sont surtout répandues dans l'Amérique septentrionale. Leurs caractères morphologiques sont assez homogènes et leur place dans l'alliance des Centrospermales, à côté des Caryophyllacées, n'est généralement pas contestée. Les caractères embryogéniques si dissemblables qu'offrent les deux espèces déjà examinées ont tout lieu de nous surprendre et l'on peut se demander si la famille ne constitue pas l'un de ces groupes, de faible étendue, d'ordre secondaire, quelque peu artificiel, où se trouveraient réunis des représentants d'origines diverses, devant la similitude de leurs formes adultes à des conditions communes de milieu ou à des hybridations de hasard. L'étude la plus serrée du développement, à partir des stades les plus jeunes, du plus grand nombre possible d'espèces peut seule, à cet égard, nous apporter les renseignements nécessaires.

Au proembryon bicellulaire (*fig.* 1) succède, chez le *Calandrinia compressa*, par bipartitions, une tétrade *première* linéaire (*fig.* 2). Les deux éléments inférieurs de cette tétrade engendrent la partie proximale du suspenseur; ils ne jouent aucun rôle dans la construction de l'embryon ou de la plante. Les deux cellules supérieures, *cc* et *cd*, produisent une tétrade *seconde* en T (*fig.* 7) comportant, au sommet, deux éléments juxtaposés homodynames, aux dépens desquels, par cloisons méridiennes, se différencient 4 quadrants (*fig.* 10); au-dessous de ceux-ci, par division transversale, se forment une cellule intermédiaire *m* qui se segmente bientôt longitudinalement et, inférieurement, une cellule *ci* qui se partage transversalement pour donner *n* et *n'* (*fig.* 9). Au terme de ces divisions, le groupe cellulaire issu de *ca* constitue un proembryon octocellulaire à

(1) Séance du 12 janvier 1948.

(2) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 768.

(3) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 111.

4 étages : *q*, *m*, *n* et *n'* (*fig.* 10). A la génération suivante, de nouvelles bipartitions conduisent à un prembryon hexadécacellulaire à 6 étages : *l*, *l'*, *m*, *n*, *o* et *p* (*fig.* 12). Ces formes à 8 et 16 cellules sont tout à fait semblables à celles qui s'édifient directement aux dépens de l'oospore dans certains types embryonomiques du premier groupe embryogénique, par exemple, chez le *Polygonum Persicaria* et le *Myosurus minimus*.

L'étage *l* est composé des 4 octants supérieurs. Dans ces octants, des cloisons périclines isolent d'emblée le dermatogène (*fig.* 13). Dans les cellules intérieures s'établissent ensuite de nouvelles parois verticales (*fig.* 15) auxquelles succèdent plus tard des cloisons horizontales (*fig.* 18). Les octants inférieurs qui composent l'étage *l'* prennent également des cloisons tangentielles qui séparent extérieurement le dermatogène (*fig.* 13). Dans les cellules centrales se forment des parois verticales (*fig.* 14 à 17); puis des cloisons transversales apparaissent tout d'abord dans les cellules les plus voisines du dermatogène (*fig.* 18, 19). Les protubérances cotylédonaires commencent ensuite à se déve-

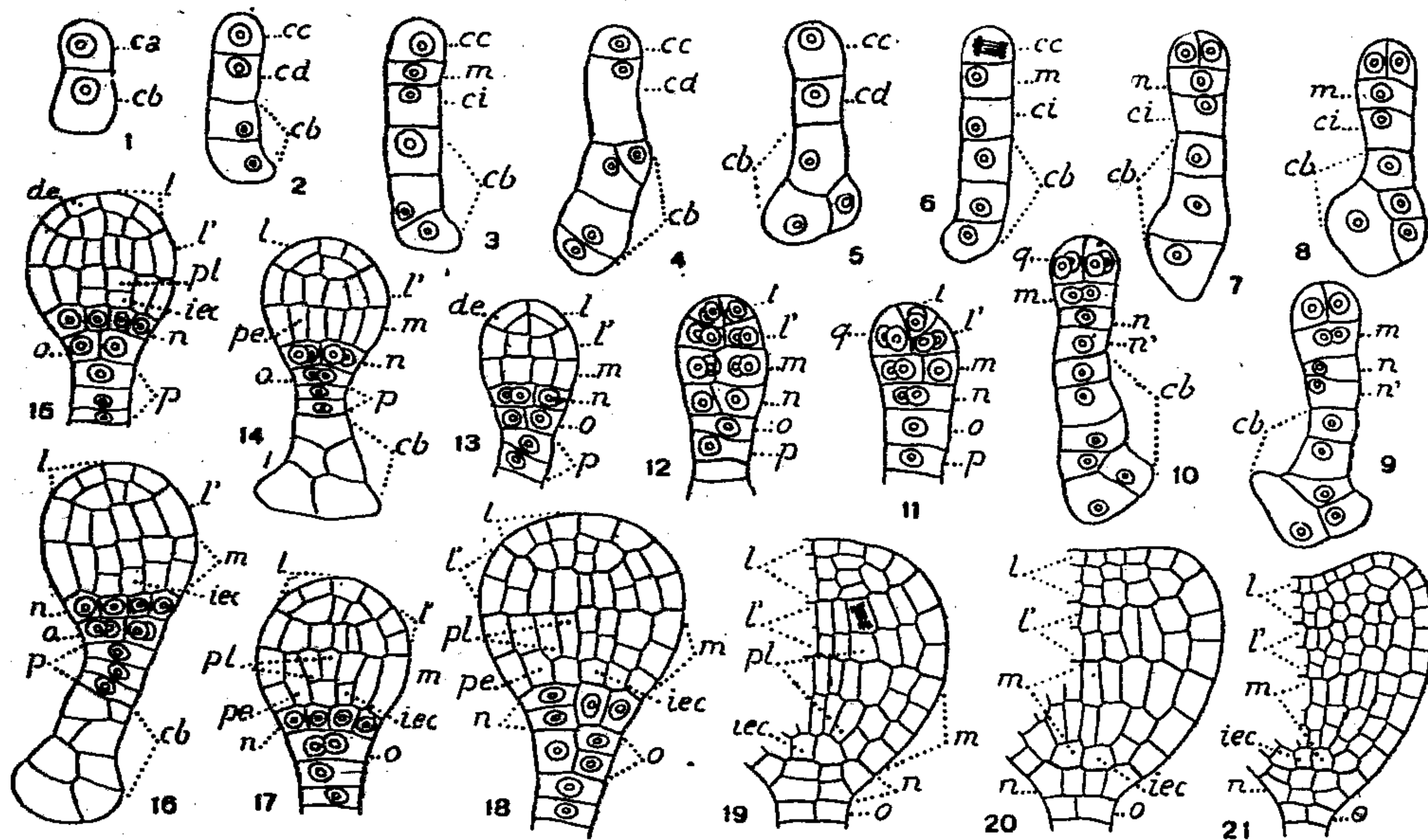


Fig. 1 à 21. — *Calandrinia compressa* L. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca*, cellule apicale, et *cb*, cellule basale du proembryon bicellulaire; *cc* et *cd*, cellules-filles de *ca*; *m*, cellule-fille supérieure de *cd* ou portion inférieure de l'hypocotyle; *ci*, cellule inférieure de *cd*; *n*, cellule-fille supérieure de *ci* ou primordium de la coiffe; *o* et *p*, cellules-filles de *n'*, fille inférieure *ci*; *l*, octants supérieurs; *l'*, octants inférieurs; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *iec*, initiales de l'écorce de la racine. G. = 290; 160 pour la figure 21.

lopper (*fig.* 20, 21); à ce moment, les tissus engendrés par les étages *l* et *l'* arrivent à se confondre et ils devient impossible de les distinguer nettement les uns des autres. On ne peut de la sorte déterminer exactement la part que prennent les deux étages *l* et *l'* à la construction des cotylédons. A ce stade, les coupes se montrent d'ailleurs peu favorables à l'observation, l'embryon subissant un commencement de rotation sur son axe et les deux jeunes cotylédons venant se placer obliquement sur le plan de symétrie de la graine.

L'étage *m* (*fig.* 12) comprend 4 éléments qui, par divisions tangentielles, isolent d'abord le dermatogène, puis les premiers éléments de périblème (*fig.* 13 et 14). Dans les 4 cellules intérieures, des cloisons transversales séparent ensuite des éléments de plérome vers le haut, et, vers le bas, les initiales de l'écorce de la racine (*fig.* 15).

L'étage *m* contribue à la construction de la partie principale de l'hypocotyle. L'étage *n*

engendre la portion médiane de la coiffe. Les 4 cellules circumaxiales qui le constituent, en 13, 14, prennent généralement des cloisons verticales (*fig.* 15, 16, 17) avant de se segmenter transversalement (*fig.* 19, 21). En 18, à gauche, les cloisons transversales ont précédé les cloisons verticales. L'étage *o* produit des éléments qui entrent dans la construction de la partie culminante de la coiffe (*fig.* 19 à 21). L'étage *p* donne quelques éléments superposés de suspenseur.

Il est évident que l'embryon du *Calandrinia* se rapproche très étroitement de celui du *Portulaca* : les deux s'édifient aux dépens de la cellule apicale; les deux offrent des formes à 4, 8 et 16 cellules tout à fait semblables. On ne peut noter que des différences secondaires, résidant : 1° dans les destinées des étages *l* et *l'*, plus incertaines, semble-t-il, chez le *Calandrinia*; 2° dans les processus de différenciation des initiales de l'écorce de la racine, qui ont lieu, si l'on se reporte aux trois schémas que j'ai déjà distingués ([1]) quant au mode de séparation de ces initiales aux dépens de la partie hypocotylée, selon le schéma A chez le *Calandrinia*, selon le schéma C chez le *Portulaca*. Le premier conduisant à des différenciations moins précoces, accuse des caractères nettement primitifs.

Des différences essentielles, par contre, entraînant des modifications profondes dans l'expression des lois embryogéniques, séparent le *Claytonia perfoliata* des deux espèces précédentes. Elles consistent : 1° dans la formation, directement aux dépens de l'œuf, des formes à 4, 8 et 16 cellules, ce qui fait entrer le *Claytonia* dans la première période du système embryogénique, tandis que le *Portulaca* et le *Calandrinia* entrent dans la deuxième; 2° dans le mode d'individualisation des initiales de l'écorce de la racine aux dépens de l'étage *n* et non de l'étage *m*, dans le mode de génération du primordium de la coiffe aux dépens de l'étage *o*, au lieu de l'étage *n*.

M. **Jules Rouch** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage qu'il vient de publier, intitulé *Le Pôle Nord. Histoire des voyages arctiques*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Chimie, en remplacement de M. *Robert Lespieau*, décédé.

Le nombre des votants étant 53, le scrutin donne les résultats suivants :

	Nombre de suffrages	
	1er tour.	2e tour.
M. Charles Dufraisse	20	27
Mme Pauline Ramart	13	18
M. Georges Dupont	10	6
M. Michel Polonowski	10	1
Bulletin nul		1

([1]) *Embryogénie et Classification*, 2e fasc., Paris, 1939, p. 70, fig. 14.

M. **Charles Dufraisse**, ayant obtenu la majorité des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Marcel et André Boll. *L'élite de Demain.*

2° Georges Brunerie. *Organisation et Réorganisation des Entreprises.*

3° Albert Ducrocq. *L'humanité devant la Navigation Interplanétaire.*

4° Annales françaises de Chronométrie. *Tables générales de la première série. Tomes I à XVI* (1931-1946). *Table alphabétique par noms d'Auteurs et Table alphabétique et méthodique des Matières.* Ordonnées par René Baillaud.

5° *Hermano Brial Mauricio. Tercera Ley. Teoria electrogravitica de la materia.*

6° Francesco La Grassa. *Prospettottica Nuova rappresentazione prospettica su di un piano dell' effetto ottico dei corpi dell' intero spazio visivo.*

MM. **Daniel Dugué**, **Costantino Gorini** adressent des remercîments pour les distinctions accordées à leurs travaux.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les séries de Taylor à deux variables, à coefficients entiers.* Note ([1]) de M. **Pierre Lelong**, présentée par M. Paul Montel.

On sait qu'une série $f(z)=\sum_{n=0}^{n=\infty} a_n z^n$ à coefficients a_n entiers rationnels, si elle est méromorphe dans le cercle $|z|<1$ et si elle est prolongeable au delà de ce cercle, représente nécessairement une fraction rationnelle ([2]). Plus généralement, en transportant à l'infini le centre du développement, on sait que si la série $\varphi(\xi)=\Sigma a_n \xi^{-n}$ est le développement autour de $z=1/\xi=0$ d'une fonction holomorphe et uniforme hors d'un ensemble E de diamètre transfini $\tau<1$, celle-ci est une fraction rationnelle ([3]).

([1]) Séance du 5 janvier 1948.

([2]) Cf. G. Pólya, *Math. Ann.*, 77, 1916, p. 497-513 et F. Carlson, *Math. Zeitschrift*, 9, 1921, p. 1-13.

([3]) Cf. G. Pólya, *Jahresbericht der Deutschen Math. Ver.*, **31**, 1922, p. 107-115 et *London Math. Soc. Proc.*, **21**, 1922, p. 22-38.

Pour une série $F(x,y)=\sum_{m,n} a_{mn}x^m y^n$ à coefficients a_{mn} entiers rationnels, l'hypothèse que $F(x,y)$ est holomorphe dans le dicylindre D : $[|x|<1, |y|<1]$ et est prolongeable au delà, n'entraîne pas nécessairement que $F(x,y)$ soit une fraction rationnelle des variables (x,y). Mais on a le résultat suivant :

THÉORÈME 1. — *Si* $F(x,y)=\Sigma a_{mn}x^m y^n$, *à coefficients* a_{mn} *entiers, ne possède dans le dicylindre* D : $[|x|<1, |y|<1]$ *que des singularités constituées par des variétés analytiques au voisinage desquelles elle est uniforme; si, de plus, elle est holomorphe en un point de l'arête* $[x=e^{i\theta_0}, y=e^{i\varphi_0}]$ *de* D, *elle est nécessairement fraction rationnelle des variables* (x,y).

En particulier : si $F(x,y)$ à coefficients entiers est méromorphe dans D et prolongeable en un point de l'arête $[|x|=1, |y|=1]$ de D, $F(x,y)$ est fraction rationnelle.

La démonstration du théorème 1 se rattache à celle d'un résultat plus général qu'il est commode d'énoncer en posant $x=\xi^{-1}$, $y=\eta^{-1}$. Soit Σ un ensemble fermé hors duquel la fonction $\varphi(\xi,\eta)=\sum_{m,n} a_{mn}\xi^{-m}\eta^{-n}$ est holomorphe et uniforme; Σ supposé non vide est non borné, mais ne contient pas le point $[\xi=\infty, \eta=\infty]$. Dans l'espace $C^2(\xi,\eta)=C^1(\xi)\times C^1(\eta)$ des deux variables complexes ξ,η, notons $\sigma_\eta(\xi)$, $\sigma_\xi(\eta)$ les sections de Σ obtenues en donnant à ξ (respectivement η) des valeurs fixées : $\sigma_\eta(\xi)$, $\sigma_\xi(\eta)$ sont pour $|\xi|$, (respectivement $|\eta|$), suffisamment grand, des ensembles fermés bornés dans $C^1(\eta)$[ou $C^1(\xi)$]. Nous énoncerons alors :

THÉORÈME 2. — *Si* $\varphi(\xi,\eta)=\Sigma a_{mn}\xi^{-m}\eta^{-n}$, *à coefficients* a_{mn} *entiers rationnels, est holomorphe hors d'un ensemble* Σ *dont la section* $\sigma_\xi(\infty)$ *obtenue pour* $\eta=\infty$ *peut être enfermée dans des domaines* δ_ξ *dont l'ensemble a un diamètre transfini* τ_1 *inférieur à* 1 ; *si, d'autre part, le diamètre transfini* $\tau_2(\xi)$ *de la section de* Σ *obtenue en donnant à* ξ *une valeur constante est inférieur à* 1 *sur la frontière de* δ_ξ, $\varphi(\xi,\eta)$ *représente une fraction rationnelle.*

La démonstration utilise la représentation $\Phi(\xi,\eta)=\sum_n A_n(\xi)\eta^{-n}$ valable pour ξ appartenant au complémentaire d_ξ de δ_ξ, et les déterminants récurrents :

$$\Delta^{(n)}(\xi)=\|A_{i+j}(\xi)\| \qquad (0\leqq i\leqq n-1,\ 0\leqq j\leqq n-1).$$

Les fonctions $U_n(\xi)=(1/n^2)\log|\Delta^{(n)}(\xi)|$ sont sousharmoniques, bornées supérieurement dans d_ξ et, d'après un théorème de G. Pólya [4], relatif aux séries d'une variable, et les hypothèses faites, on a :

$$U(\xi)=\limsup U_n(\xi)\leqq \log\tau_2(\xi)<0,$$

$U(\xi)$ est quasi sousharmonique; d'après une propriété d'uniformité connue [5],

---

[4] *Math. Ann.*, 99, 1928, p. 687-706.

[5] Cf. P. LELONG, *Ann. E. N. S.*, 58, 1941, p. 102.

il existe alors $\alpha > 0$ et δ'_ξ, de diamètre transfini inférieur à 1, tels que, sur le complémentaire d'_ξ de δ'_ξ, on ait $|\Delta^{(n)}(\xi)| \leq (1-\alpha)^{n^2}$ pour $n > n_0$.

L'étude des déterminants récurrents formés avec les coefficients de $\Delta^{(n)}(\xi)$ montre alors que $\Delta^{(n)}(\xi)$ est une fraction de degré borné. On en déduit $\Delta^{(n)}(\xi) \equiv 0$ pour $n > n_1$, ce qui conduit à la démonstration du théorème 2.

Le théorème 1 s'obtient en considérant $\Phi(\xi, \eta) = F(x^{-1}, y^{-1})$ et le domaine D^ε_ξ réunion de $|\xi| > 1 + \varepsilon$, et de $|\xi - e^{-i\theta_0}| < h(1-\varepsilon)$, pour ε positif assez petit; on a $\tau_2(\xi) < \beta < 1$ pour $\xi \in D^\varepsilon_\xi$, ce qui permet l'application du théorème 2. Par la même méthode, on démontre :

Théorème 1 *bis*. — *Si* $F(x, y) = \Sigma a_{mn} x^m y^n$ *à coefficients* a_{mn} *entiers rationnels n'a dans le domaine* $[x \in d_x, y \in d_y]$ *que des singularités à deux dimensions réelles, si elle y est uniforme et si les complémentaires de* d_x *et de* d_y *sont transformés par l'inversion de centre* O *de puissance* 1 *en des ensembles de diamètres transfinis* τ_1 *et* τ_2 *inférieurs à* 1, $F(x, y)$ *est une fraction rationnelle.*

Si l'un des deux nombres τ_1, τ_2, *ou les deux valent* 1, *la conclusion subsiste si* $F(x, y)$ *est holomorphe en un point de l'arête produit des frontières de* d_x *et de* d_y.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les nombres de Betti de certaines variétés différentielles définies comme espaces fibrés.* Note [1] de M. André Lichnerowicz, présentée par M. Élie Cartan.

Comme dans la définition classique d'un espace fibré, considérons un espace topologique connexe E, une relation d'équivalence R dans E et soient $B = E/R$ l'espace quotient de E par R, φ l'application canonique de E sur B, F_x la classe d'équivalence $\overset{-1}{\varphi}(x)$ correspondant à $x \in B$. Nous supposons ici que B et E sont des variétés différentiables compactes, orientables de dimensions respectives n et $n+q$ et que les fibres F_x sont des variétés différentiables à q dimensions plongées dans E. Mais nous ne supposons pas en général que les fibres F_x, connexes et compactes par hypothèse, sont homéomorphes les unes aux autres.

1° Si B est une variété riemannienne admettant la métrique

$$ds^2 = \sum_{i=1}^{i=n} (\omega_i)^2 \qquad (i, j, \ldots = 1, 2, \ldots, n),$$

il est clair que l'espace E peut être doué d'une métrique de la forme

$$d\sigma^2 = ds^2 + \sum_{\alpha=1}^{\alpha=q} (\pi_\alpha)^2 \qquad (\alpha, \beta, \ldots = 1, 2, \ldots, q),$$

le système $\pi_\alpha = 0$ définissant localement un champ Π d'éléments de contact à

[1] Séance du 12 janvier 1948.

n dimensions transversal ([2]) aux fibres. Je désignerai par Θ la forme définie sur E

$$\Theta = \pi_1 \wedge \pi_2 \wedge \ldots \pi_q.$$

En utilisant la technique des formes harmoniques, j'ai démontré récemment ([3]) un théorème équivalent au suivant.

Théorème 1. — *Si la forme Θ est fermée, on a les inégalités*

$$(1) \qquad b_i(B) \leqq b_i(E) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

où b_i représente le $i^{\text{ème}}$ nombre de Betti d'une variété.

Les conditions géométriques d'application du théorème 1 sont fournies par le

Théorème 2. — *Pour que la forme Θ soit fermée, il faut et il suffit que le champ* H *soit localement complètement intégrable et que les fibres* F_x *soient des variétés minima plongées dans* E.

Si les fibres F_x sont définies par les ensembles de $p(\leqq n)$ vecteurs tangents à B unitaires et deux à deux rectangulaires ([4]), la seconde partie de la condition ci-dessus peut toujours être satisfaite. Un résultat analogue à celui fourni par les théorèmes 1 et 2 peut être établi dans le cas où les F_x sont des variétés à courbure moyenne constante (variétés telles que la différentielle du vecteur courbure moyenne soit tangente à la variété) et où $b_1(B) = 0$.

2° Les résultats précédents peuvent être étendus par une méthode qui ne fait plus appel aux formes harmoniques. Désignons maintenant par Θ une forme de degré q définie sur E et réductible localement à la forme monome.

$$\Theta = A\, d\xi^1 \wedge d\xi^2 \wedge \ldots \wedge d\xi^q,$$

le système $d\xi^\alpha = 0$ définissant un champ H transversal aux fibres. A toute forme λ définie sur E, de degré $i \leqq n$, on peut faire correspondre une forme α, définie sur B et de même degré, par une opération qui sera représentée par le symbole

$$(2) \qquad \alpha = \int_{F_x} \lambda \wedge \Theta.$$

On établit à l'aide de la formule de Stokes le théorème suivant.

Théorème 3. — *Si la forme Θ est fermée, l'opération* (2) *définit une représentation du groupe de cohomologie* $H_i(E)$ *sur le groupe de cohomologie* $H_i(B)$.

On retrouve ainsi, sous les conditions du théorème 2, les inégalités (1). Du théorème 3 et des inégalités de Leray ([5]), on déduit par exemple le

---

([2]) Champ sécant selon la terminologie d'Ehresmann (*Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1611).

([3]) Cf. *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1413.

([4]) Cf. Chern, *Bull. Amer. Math. Soc.*, 52, 1946, p. 20-21.

([5]) *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 396.

THÉORÈME 4. — *Si* B *est un espace de Finsler* ([6]), *satisfaisant aux conditions*

$$R_{0jkl} = 0, \qquad A_{k|0} = 0,$$

l'espace fibré des vecteurs unitaires tangents colinéaires à leurs éléments d'appui, admet pour nombres de Betti ceux du produit topologique de B *par la sphère* S_{n-1}.

Il en est en particulier ainsi pour les espaces qui sont localement du type de Minkowski.

3° Si enfin E est un espace fibré, si $b_1(B) = 0$ et s'il existe un champ transversal Π complètement intégrable, on a encore les inégalités (1). Les démonstrations détaillées seront données dans un autre Recueil.

GÉOMÉTRIE. — *Les surfaces d'Ossian Bonnet en tant que surfaces à courbure moyenne isotherme.* Note ([1]) de M. **Victor Lalan**, transmise par M. Élie Cartan.

M. É. Cartan ramenait dernièrement l'attention sur le problème d'O. Bonnet ([2]), et émettait l'avis que la question, bien que déjà traitée par un assez grand nombre d'auteurs, ne paraissait pas encore épuisée. J'ai repris le problème, en lui appliquant la méthode dont j'ai exposé le principe dans plusieurs Notes récentes ([3]); j'ai pu obtenir de nombreux résultats, du fait principalement que les surfaces d'O. Bonnet rentrent dans la catégorie, très intéressante et assez peu étudiée, des surfaces sur lesquelles les lignes d'égale courbure moyenne forment, conjointement avec leurs trajectoires orthogonales, un système isotherme. O. Bonnet a signalé lui-même cette propriété dans son Mémoire fondamental ([4]), mais personne ne semble l'avoir exploitée; c'est elle qui est à la base de mon travail.

Les équations des surfaces d'O. Bonnet s'écrivent sous forme invariante

$$(1) \qquad r_1 + rs = 0, \qquad s_2 + rs = 0,$$

r et s étant les invariants du 3e ordre que j'introduis à partir des formes minima ω_1, ω_2 par

$$d\omega_1 = r[\omega_1\omega_2], \qquad d\omega_2 = s[\omega_2\omega_1].$$

Sur les formules (1), on lit que nos surfaces sont *isothermiques* ($s_2 = r_1$); on voit aussi que la forme χ est une différentielle exacte, $-d\log(rs)$, ce qui

---

([6]) Les notations sont celles d'Élie Cartan (*Les espaces de Finsler*, Paris, 1934, p. 32-39).

([1]) Séance du 4 août 1947.

([2]) *Bull. des Sc. math.*, **61**, 1942, p. 55-85.

([3]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 632-633; **223**, 1946, p. 569-571, 707-709, 883-885; **224**, 1947, p. 518-520, 1201-1203.

([4]) *Mém. sur la théorie des surf. applic.* (*Journ. Éc. Polyt.*, **42**, 1867, p. 82).

établit que, sur elles, *les lignes d'égale courbure moyenne sont des courbes isothermes*. Or, sur toute surface jouissant de cette propriété, il existe des paramètres isotropes u, v et une fonction $\psi(u, v)$, tels que les formes minima s'écrivent

$$\omega_1 = \sqrt{\psi_u}\, du, \qquad \omega_2 = \sqrt{\psi_v}\, dv,$$

tandis que la courbure moyenne, H, est $f(u+v)$. Les surfaces d'O. Bonnet se reconnaissent au fait que la fonction $\psi(u, v)$ a ses deux paramètres différentiels proportionnels

$$(2) \qquad \frac{\Delta_2\psi}{\Delta_1\psi} = m \qquad \text{ou} \qquad \frac{\psi_{uv}}{\psi_u\psi_v} = m \qquad (m, \text{ const.}),$$

d'où, pour ψ, l'expression

$$(3) \qquad \psi = -\frac{1}{m}\log(\mathrm{U}+\mathrm{V}) \qquad [\mathrm{U}(u), \mathrm{V}(v)].$$

Sur toute surface isothermique, la forme $s\omega_1 + r\omega_2$ est une différentielle exacte; dans le cas présent, cette forme est *la demi-différentielle logarithmique d'une fonction harmonique sur la surface;* je montre que, inversement, cette propriété suffit à caractériser les surfaces d'O. Bonnet.

Sur toute surface à courbure moyenne isotherme, la fonction $\psi(u, v)$ et la courbure moyenne $f(u+v)$ sont liées par l'équation de Gauss; ici, à cause de $(\log\psi_{uv})_{uv} = -2\psi_{uv}$, qui est une conséquence de (3), l'équation de Gauss devient

$$(4) \qquad \frac{d^2}{dt^2}\log|f'| = \left(2m + \frac{f^2}{f'}\right)\psi_{uv} - \frac{f'}{m} \qquad (t = u+v).$$

L'étude de cette équation montre que les surfaces d'O. Bonnet à courbure moyenne variable se répartissent en deux classes; les seules réelles sont celles pour lesquelles ψ_{uv} ne dépend que de $u+v$: M. É. Cartan les appelle les surfaces de troisième classe. Ce sont des surfaces W; une réciproque, que je crois nouvelle, est la suivante : *les seules surfaces qui soient à la fois à courbure moyenne isotherme, isothermiques et* W, *sont, avec les surfaces de révolution, les cylindres, et certains cônes, les surfaces d'O. Bonnet de troisième classe.*

La détermination de $\mathrm{U}(u)$ dans (3), et, partant, de $\mathrm{V}(v)$, qui en est l'imaginaire conjuguée, est identique à un problème en apparence très différent, celui de la réduction d'un ds^2 pseudosphérique à un ds^2 de révolution : les trois types **A**, **B**, **C** de M. Cartan correspondent aux trois formes typiques d'un tel ds^2 (hyperbolique, elliptique, parabolique).

La carte de la surface sur le plan de la variable complexe U présente des propriétés simples : les lignes d'égale courbure moyenne y sont représentées par des faisceaux de cercles, orthogonaux à des faisceaux de cercles eux-mêmes orthogonaux à l'axe imaginaire, les lignes de courbure, par des coniques

homofocales, et les réseaux d'O. Bonnet par des quartiques bicirculaires inverses de coniques homofocales.

Enfin, l'examen de l'équation (4) montre qu'une surface d'O. Bonnet *n'a pas d'ombilic à distance finie*.

GÉOMÉTRIE. — *Les équations de la théorie unitaire de Kaluza.* Note [1] de M. **Yves Thiry**, présentée par M. Élie Cartan.

La tentative de théorie unitaire de Kaluza [2] consiste à considérer l'espace-temps comme un sous-espace $x^0 = \text{const.}$ d'un espace de Riemann à cinq dimensions, en supposant ce sous-espace cylindrique par rapport à la cinquième coordonnée x^0. Nous nous proposons ici de montrer que les 15 équations rigoureuses de cette théorie peuvent être établies par une méthode très simple, utilisant un repère mobile et la technique du calcul extérieur [3]. Dans cet exposé, les indices grecs varient de 0 à 4, les indices latins de 1 à 4; les éléments surlignés appartiennent à l'espace-temps; $\partial_i f$ est le coefficient de la forme différentielle ω_i dans df; le signe Σ est omis quand il faut sommer par rapport à un même indice répété deux fois; $\overline{\nabla}_i$ désigne l'opérateur de dérivation covariante, $\overline{\Delta}_2$ le laplacien.

Soit $d\sigma^2 = \gamma_{\lambda\mu}\,dx^\lambda\,dx^\mu$ la métrique de l'espace à cinq dimensions. Posons $\gamma_{00} = V^2$ et décomposons $d\sigma^2$ en carrés sous la forme

$$d\sigma^2 = \sum_\alpha (\omega_\alpha)^2$$

avec

$$\omega_0 = V(dx^0 + \beta\varphi_i\,dx^i) = V(dx^0 + \beta\Phi_i\omega_i), \qquad \sum_i (\omega_i)^2 = ds^2 = g_{ij}\,dx^i\,dx^j,$$

où

$$g_{ij} = \gamma_{ij} - \beta^2 V^2 \varphi_i\varphi_j, \qquad \varphi_i = \frac{\gamma_{i0}}{\beta V^2} \qquad (\beta = \text{const.}),$$

φ_i et Φ_i étant les composantes d'un même vecteur dans le repère naturel et dans le repère mobile orthonormé.

Calculons d'abord les coefficients $\gamma_{\alpha\beta\lambda}$ et $c_{\lambda\mu\alpha}$ définis par

$$\omega_{\alpha\beta} = \gamma_{\alpha\beta\lambda}\,\omega_\lambda; \qquad d\omega_\alpha = \frac{1}{2} c_{\lambda\mu\alpha}\,\omega_\lambda \wedge \omega_\mu.$$

On trouve

$$c_{hki} = \overline{c}_{hki}; \qquad \gamma_{hki} = \overline{\gamma}_{hki};$$
$$c_{0ki} = 0; \qquad c_{i00} = \gamma_{i00} = \frac{\partial_i V}{V};$$
$$c_{ik0} = 2\gamma_{ik0} = 2\gamma_{i0k} = \beta V F_{ik} \qquad (\text{où } F_{ik} = \overline{\nabla}_i\Phi_k - \overline{\nabla}_k\Phi_i).$$

---

[1] Séance du 12 janvier 1948.

[2] *Sitzungsber. d. Preuss. Akad. d. Wiss.*, 1921, p. 966.

[3] E. Cartan, *Leçons sur la théorie des espaces de Riemann*, Paris, 1946, p. 221; Lichnerowicz, *Algèbre linéaire*, Paris, 1947, p. 143-172.

On peut ensuite calculer les composantes du tenseur de Riemann-Cristoffel en utilisant la formule

$$d\omega_{\alpha\beta}=\omega_{\alpha\lambda}\wedge\omega_{\lambda\beta}+\frac{1}{2}R_{\alpha\beta\lambda\mu}\omega_{\lambda}\wedge\omega_{\mu},$$

et en déduire les composantes suivantes du tenseur contracté

$$R_{ik}=\overline{R}_{ik}+\frac{1}{V}\overline{\nabla}_k(\partial_i V)-\frac{\beta^2V^2}{2}F_{ij}F_{jk},$$

$$R_{i0}=\frac{\beta V}{2}\overline{\nabla}_j F_{ji}+\frac{3\beta}{2}\partial_j V\, F_{ji},$$

$$R_{00}=\frac{1}{V}\overline{\Delta}_2 V-\frac{\beta^2V^2}{4}H^2\qquad\left[\text{où } H^2=\sum_{i,j}(F_{ij})^2\right].$$

On a de plus

$$\overline{R}=R-\frac{2}{V}\overline{\Delta}_2 V-\frac{\beta^2V^2}{4}H^2,$$

et l'identité

$$(1)\qquad \overline{\nabla}_i F_{kl}+\overline{\nabla}_k F_{li}+\overline{\nabla}_l F_{ik}=0.$$

Les quatorze premières équations du champ $S_{\alpha\beta}=[R_{\alpha\beta}-(1/2)\delta_{\alpha\beta}R]=0$ (α, β non tous deux nuls) s'écrivent alors

$$(2)\qquad \overline{S}_{ik}=\frac{\beta^2V^2}{2}\left(\frac{1}{4}\delta_{ik}H^2-F_{ij}F_{kj}\right)-\frac{1}{V}[\overline{\nabla}_k(\partial_i V)-\delta_{ik}\overline{\Delta}_2 V],$$

$$(3)\qquad \overline{\nabla}_j F_{ji}=-3\frac{\partial_j V}{V}F_{ji}.$$

Quant à la quinzième équation, elle peut s'écrire soit sous la forme $R_{00}=0$, c'est-à-dire

$$(4)\qquad \frac{1}{V}\overline{\Delta}_2 V-\frac{\beta^2V^2}{4}H^2=0,$$

soit sous la forme $R_0^0=0$ en calculant cette composante du tenseur contracté relative au repère naturel, ce qui donne :

$$(5)\qquad \frac{1}{V}\overline{\nabla}_i h_i=0\qquad\text{avec}\quad h_i=\partial_i V-\frac{\beta^2V^3}{2}\Phi_i F_{ji}.$$

Les équations (2) généralisent les équations d'Einstein avec second membre; les équations (1) et (3) fournissent deux groupes d'équations analogues à celles de Maxwell-Lorentz; nous reviendrons ultérieurement sur la signification physique que l'on peut proposer pour la quinzième équation sous les formes (4) ou (5). Signalons cependant que dans le cas V = const. [théorie d'O. Klein(¹)], l'équation (4) donne $H^2=0$, ce qui, en tenant compte de la signature du ds^2,

(¹) *Zeitschrift für Physik*, 37, 1926, p. 895.

conduirait à égaler le carré du champ électrique au carré du champ magnétique. De plus les équations (4) et (5), appliquées à un espace-temps extérieur statique compact, correspondent à deux équations établies par Lichnerowicz ([5]) et permettent par suite l'étude de la régularité d'un tel espace-temps.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une expression intrinsèque du théorème de Gauss en relativité générale.* Note de Mme **Yvonne Fourès-Bruhat**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans son ouvrage *Problèmes globaux de mécanique relativiste*, Lichnerowicz étend à la relativité le théorème de Gauss

$$\text{flux}_S\, h = 0 \qquad \text{(à l'extérieur des masses)},$$

$$\text{flux}_S\, h = \iiint 4\pi\rho\, dv \qquad \text{(à l'intérieur des masses)}.$$

En montrant que, pour un espace-temps statique, la quantité invariante sur les sections d'espace R_0^0 est la divergence d'un vecteur d'espace

$$R_0^0 = \nabla_\lambda h^\lambda \qquad \text{avec} \quad h^\lambda = \Gamma_{0\mu}^0 g^{\lambda\mu} \qquad \left(h^0 = \frac{1}{2}\frac{\partial g^{00}}{\partial x^0} = 0\right).$$

Pour un espace-temps orthogonal la signification géométrique du vecteur $\vec{h}$ est en évidence, car

$$R_0^0 = \nabla_\lambda \frac{V_\lambda}{V}.$$

Je me propose de donner ici une expression du vecteur $\vec{h}$ dans le cas statique général en utilisant un repère rectangulaire mobile, tel que le ds^2 de l'univers s'écrive ([1])

$$ds^2 = \omega_0^2 - \omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2,$$

avec

$$\left.\begin{aligned} \omega_0 &= V\,dx^0, \\ \omega_i &= a_{ih}\,dx^h + \lambda_i\,dx^0 \end{aligned}\right\} (1).$$

V, λ_1, λ_2, λ_3 sont les composantes dans le repère mobile de la tangente à la ligne de temps, donc définissent le déplacement infinitésimal du groupe d'isométrie, d'où

$$\nabla_j \lambda_i + \nabla_i \lambda_j = 0 \qquad \text{(équations de Killing)}.$$

Dans les nouveaux axes, les composantes covariantes et contrevariantes sont

---

([5]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 432, équations (2′) et (1′).

([1]) Racine, *On the most général static field in relativity theorie* (*Journal of indian mathematical Society*, 1936, **2**, vol. 2).

égales. Soient R_α^β et $\overset{0}{R}_{\alpha\beta}$ les composantes du tenseur de Ricci par rapport au repère naturel et au repère mobile. Les expressions (I) donnant la loi de transformation d'un vecteur contrevariant, on a

$$R_0^0 = \frac{d\overset{\circ}{x}{}^\alpha}{dx^0}\,\frac{dx^0}{d\overset{\circ}{x}{}^\beta}\,\overset{\circ}{R}_{\alpha\beta},$$

$$R_0^0 = \overset{\circ}{R}_{00} + \frac{\lambda_h}{V}\,\overset{\circ}{R}_{0h};$$

or, si l'on a posé

$$P_{ih} = \gamma_{i0h},$$

$$\overset{\circ}{R}_{00} = -\frac{\overline{\nabla}_i V_i}{V} + P_{ih}^2 + \frac{\lambda h}{V}\,\overline{\nabla}_h P,$$

$$\overset{\circ}{R}_{0h} = \overline{\nabla}_i P_{hi} - \overline{\nabla}_h P,$$

le signe $\overline{\nabla}$ représentant une dérivation dans la métrique des sections d'espace

$$d\sigma^2 = \varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2, \qquad \text{où} \quad \varpi_i = a_{ih}\,dx^h.$$

Remarquons que les P_{ih} sont les coefficients de la 2e forme quadratique fondamentale attachée à ces surfaces plongées dans l'espace-temps.

Il vient

$$R_0^0 = -\frac{\overline{\nabla}_i(V_i - \lambda_h P_{hi})}{V} + P_{ih}^2 - P_{ih}\frac{\overline{\nabla}_i\lambda_h}{V};$$

des équations de Killing on déduit

$$P_{ih} = \frac{\overline{\nabla}_h\lambda_i + \overline{\nabla}_i\lambda_h}{2V}.$$

Les derniers termes disparaissent et l'on a

$$R_0^0 = -\frac{\overline{\nabla}_i(V_i - \lambda_h P_{hi})}{V},$$

R_0^0 peut ainsi s'écrire comme la divergence dans l'espace-temps d'un vecteur d'espace

$$(1) \qquad R_0^0 = \nabla_\alpha h_\alpha, \qquad h_\alpha = \frac{V_\alpha - \lambda_h P_{h\alpha}}{V} \qquad \text{pour } \alpha = 1, 2, 3,$$

$$h_0 = 0.$$

Remarquons ainsi que nous pouvons écrire $\overset{\circ}{R}_{00}$ sous la forme simple

$$\overset{\circ}{R}_{00} = -\frac{\overline{\nabla}_i(V_i - \lambda_i P)}{V} + H^2 - P^2 \qquad \text{ou} \qquad H^2 = \Sigma P_{ih}^2,$$

$$(2) \qquad \overset{\circ}{R}_{00} = \nabla_\alpha\frac{V_\alpha - \lambda_\alpha P}{V} + H^2 - P^2.$$

Ces égalités peuvent encore être simplifiées en prenant les axes du repère mobile qui sont tangents à la section d'espace suivant les directions des trois lignes de courbure, si elles existent. Alors $P_{ih} = 0$ pour $i \neq h$.

Sous la forme donnée, les égalités (1) et (2) permettent déjà de montrer l'existence de singularités de l'espace-temps dans un champ extérieur statique *meublable* et le caractère localement euclidien d'un espace-temps extérieur statique régulier partout ([2]).

CINÉMATIQUE. — *Généralisation de la formule de Willis pour les trains épicycloïdaux.* Note ([1]) de M. Gaston Fleischel, présentée par M. Georges Darrieus.

Dans une Note présentée le 6 décembre 1909 par M. Léauté, M. Pol Ravigneaux a signalé une extension de la formule de Willis $R=(\omega'-\alpha)/(\omega-\alpha)$.

Sous cette forme originelle, la relation lie, par rapport à un système de comparaison donné et fixe dans l'espace, les vitesses angulaires ω, ω' et α, des trois membres d'un train épicycloïdal, respectivement et dans l'ordre, les deux planétaires et le porte-satellites. M. Ravigneaux a démontré que la formule reste vraie, si l'on permute entre elles les vitesses des membres, à la condition de modifier en conséquence la valeur de la constante k, appelée ci-après la raison du train. On obtient alors, mais toujours pour le train considéré,

$$k'=\frac{k-1}{k}=\frac{\alpha-\omega}{\omega'-\omega},\qquad k''=\frac{1}{1-k}=\frac{\omega-\omega'}{\alpha-\omega'}.$$

La présente communication a pour but de montrer que la formule de Willis peut également être étendue, sans perdre son exactitude, à une famille de plusieurs trains, indépendamment de leur construction.

Supposons, en effet, que l'on désire réaliser par un mécanisme, trois vitesses angulaires variables, x, y et z, telles qu'elles répondent à une condition de vitesses du premier degré de la forme $ax+by+cz=0$.

Si la somme des coefficients de cette relation est nulle, c'est-à-dire si l'on a $a+b+c=0$, on peut la mettre sous la forme suivante, où ne rentre plus qu'un paramètre p, posé par exemple égal à $-(a/b)$: $px-y+(1-p)z=0$. On obtient ainsi la forme développée d'une formule de Willis particulière, qu'on peut appeler la relation fonctionnelle : $p=(y-z)/(x-z)$.

Dans cette formule, aucune des vitesses variables n'a trait aux membres de constitution, porte-satellites ou planétaires d'un train. Si l'on garde donc les notations α pour la vitesse du porte-satellites et ω et ω' pour celles des planétaires, on peut établir, par simple permutation circulaire des vitesses ω et ω'

([2]) Lichnerowicz, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 432-434.

([1]) Séance du 12 janvier 1948.

et α sur les termes en x, y et z, les trois systèmes d'équations suivantes :

1° substitution de ω à x, ω' à y, α à z :

$$p\omega - \omega' + (1-p)\alpha = 0 \quad \left(\text{Train correspondant } k = p = -\frac{a}{b} = \frac{\omega' - \alpha}{\omega - \alpha}\right);$$

2° substitution de ω' à x, α à y, ω à z :

$$p\omega' - \alpha + \omega(1-p) = 0 \quad \left(\text{Train correspondant } k' = \frac{p-1}{p} = -\frac{c}{a} = \frac{\omega' - \alpha}{\omega - \alpha}\right);$$

3° substitution de α à x, ω à y, ω' à z :

$$p\alpha' - \omega + \omega'(1-p) = 0 \quad \left(\text{Train correspondant } k'' = \frac{1}{1-p} = -\frac{b}{c} = \frac{\omega' - \alpha}{\omega - \alpha}\right).$$

Chacune de ces relations, prise sous forme développée ou forme fractionnaire, détermine un train épicycloïdal, dont les membres constitutifs correspondant aux vitesses ω, ω' et α fournissent les vitesses x, y et z demandées, sous la seule réserve d'une affectation appropriée de ces vitesses sur les membres. Ces trois relations et, par conséquent, la formule fonctionnelle de Willis dont elles découlent, englobent l'ensemble des trois trains cinématiquement équivalents, qui répondent à la condition posée.

On peut vérifier que toutes les autres permutations possibles aboutissent à des trains équivalents aux trois ci-dessus. Il n'y a donc que trois solutions distinctes. En outre, on constate que la raison de chacun de ces trains se déduit de la raison du premier par la même fonction de celle-ci, que les constantes signalées par M. Ravigneaux, pour la permutation dans le même ordre des vitesses des membres entre elles, dans la formule d'un train donné.

Finalement, la relation fonctionnelle est une extension nouvelle de la formule de Willis, qui peut s'appliquer à une famille de trois trains, dont les membres sont désignés par leur fonction cinématique et non plus par la nature de leur construction. Elle permet en particulier l'étude directe pour cette famille de trains, des propriétés générales communes qui leur sont conférées du fait de leur équivalence cinématique.

Exemple. — Calcul des couples d'une famille de trains épicycloïdaux cinématiquement équivalents. Si l'on appelle X, Y et Z les couples qui s'exercent sur les trois membres de vitesses x, y et z, le théorème des déplacements virtuels se traduit par $Xx + Yy + Zz = 0$. Cette relation ne peut être une contrainte nouvelle imposée aux vitesses x, y et z, déjà liées par la condition de vitesses, ou son équivalent, la relation fonctionnelle. Il en résulte que l'on doit avoir :

$$\frac{X}{p} = \frac{Y}{-1} = \frac{Z}{1-p},$$

ce qui fixe la valeur des couples relativement à l'un quelconque d'entre eux, en fonction de la constante p.

La valeur de ces couples ne dépend nullement de la construction, porte-

satellites ou planétaires, des membres constitutifs des trains, mais seulement des vitesses x, y et z, qu'ils réalisent et de la constante p.

La formule fonctionnelle de Willis, qui englobe toutes les solutions d'un problème cinématique, permet donc une étude aisée des propriétés générales des solutions particulières de ce problème.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la géométrie des écoulements permanents des fluides compressibles*. Note [1] de M. **Maurice Giqueaux**, présentée par M. Georges Darrieus.

0. Nous supposerons l'existence de surfaces S orthogonales aux lignes de courant. On sait que, pour cela, il faut et il suffit que l'on ait dans tout le fluide $\vec{V}.\vec{\Omega} = 0$, $\vec{V}$ désignant le vecteur vitesse et $\vec{\Omega}$ le vecteur tourbillon. Cette condition est vérifiée si, en tout point, le tourbillon est normal à la vitesse (cas des écoulements plan et à symétrie axiale), ou nul (il y a alors potentiel des vitesses et les surfaces S sont les surfaces équipotentielles).

1. Soient Ot la tangente à la ligne de courant passant par O, orientée positivement dans le sens de $\vec{V}$, On la normale principale orientée positivement vers le centre de courbure C $(\overline{OC} = r > 0)$ et ob la binormale orientée de façon à former un trièdre direct.

Soient dans le plan nOb, normal à Ot et tangent à la surface S passant par O, Oy et Oz les tangentes aux lignes de courbure de S, ω_1 et ω_2 les centres de courbure correspondants sur Ot, $R_1 = \overline{O\omega_1}$, $R_2 = \overline{O\omega_2}$ les rayons de courbure principaux, φ l'angle de On avec Oy.

2. Les vitesses en trois points voisins de O : M sur Ot, P sur Oy, Q sur Oz, sont l'une normale à MC dans le plan nOt et les autres dirigées suivant $P\omega_1$, $Q\omega_2$. On en déduit

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial x}, \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial y}, \qquad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial V}{\partial z},$$
$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{V}{r}\cos\varphi, \qquad \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{V}{R_1}, \qquad \frac{\partial v}{\partial z} = 0,$$
$$\frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{V}{r}\sin\varphi, \qquad \frac{\partial w}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{V}{R_2}.$$

3. Si le fluide est incompressible, l'équation de continuité entraîne alors $\frac{\partial \operatorname{Log} V}{\partial t} = \frac{1}{R}$, en posant $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.

D'autre part, les composantes du tourbillon ont pour expression

$$\Omega_t = 0, \qquad \Omega_n = \frac{1}{2}\frac{\partial V}{\partial b}, \qquad \Omega_b = \frac{1}{2}\left(\frac{V}{r} - \frac{\partial V}{\partial n}\right),$$
$$\Omega_y = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{V}{r}\sin\varphi\right), \qquad \Omega_z = \frac{1}{2}\left(\frac{V}{r}\cos\varphi - \frac{\partial V}{\partial y}\right).$$

[1] Séance du 22 décembre 1947.

Les expressions de Ω_n, Ω_b, dont la deuxième est bien connue, ne font pas intervenir la surface S et sont valables dans tous les cas.

4. Lorsqu'il y a potentiel des vitesses, cas qui a été étudié par M. Alayrac [2], les conditions d'irrotationnalité s'écrivent

$$\frac{\partial \operatorname{Log} V}{\partial y} = \frac{\cos\varphi}{r}, \qquad \frac{\partial \operatorname{Log} V}{\partial z} = -\frac{\sin\varphi}{r}, \qquad \frac{\partial \operatorname{Log} V}{\partial n} = \frac{1}{r}, \qquad \frac{\partial \operatorname{Log} V}{\partial b} = 0.$$

5. Les relations concernant le tourbillon sont des relations purement cinématiques et subsistent lorsque le fluide est compressible. Il n'en est pas de même de la relation qui traduit l'équation de continuité.

Le champ du vecteur $\rho\vec{V}$ a mêmes lignes de courant et mêmes surfaces S que celui du vecteur $\vec{V}$. On en déduit la relation

$$\frac{\partial \operatorname{Log} \rho V}{\partial t} = \frac{1}{R},$$

qui subsiste si le fluide est visqueux, en particulier dans la couche limite.

Elle s'écrit, en supposant l'existence d'une relation $\rho = f(p)$ et M désignant le nombre de Mach-Sarrau

$$(1 - M^2)\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{V}{R}.$$

Si la surface S est à simple courbure, sa concavité est dirigée du côté des vitesses croissantes pour $M < 1$, comme pour un fluide incompressible, du côté des vitesses décroissantes pour $M > 1$.

Dans le cas d'un potentiel des vitesses, l'élimination de V entre la relation précédente et la relation $\partial V/\partial n = V/r$ conduit à

$$\frac{\partial}{\partial n}\left[\frac{1}{(1 - M^2)R}\right] = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{r}\right).$$

En faisant $M = 0$, on retrouve la relation

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{R}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{r}\right),$$

connue pour les fluides incompressibles dans le cas d'un écoulement plan irrotationnel.

6. Aux points où la vitesse du son est atteinte, on sait que ρV est maximum. Il en résulte

$$\frac{\partial \operatorname{Log} \rho V}{\partial t} = 0, \qquad \text{d'où} \qquad \frac{1}{R} = 0.$$

Cette égalité n'est possible que si l'indicatrice est une hyperbole équilatère.

---

(2) *Étude des écoulements irrotationnels dans l'espace à 3 dimensions* (*Publication Scientifique et Technique*, n° 3, 1931, p. 7).

On en déduit quelques propriétés d'un écoulement plan irrotationnel, dans le domaine continu : 1° Les équipotentielles présentent une inflexion aux points où la vitesse est sonique; 2° dans le plan de l'hodographe, les équipotentielles rencontrent normalement le cercle sonique; 3° dans l'écoulement dans une tuyère symétrique, l'équipotentielle passant par le sommet de la ligne sonique présente avec la tangente un contact d'ordre 3.

7. Des propriétés analogues s'établissent pour tout champ de vecteur à divergence nulle (par exemple le tourbillon, et dans l'hypothèse de la théorie linéaire l'accélération).

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur l'approximation de l'optique géométrique dans la mécanique ondulatoire des corpuscules élémentaires.* Note (1) de M. **Gérard Petiau**.

L'existence d'une approximation de l'optique géométrique dans la mécanique ondulatoire de Dirac a été démontrée par W. Pauli (2) en utilisant la méthode de Brillouin-Kramers-Wentzel. Ces résultats ont été étendus dans une Note récente (3) par B. Kwal au cas du méson vectoriel représenté par les équations de Proca. Nous allons retrouver ces résultats en partant des équations matricielles du méson et montrer qu'ils s'étendent facilement au cas des corpuscules de spin total maximum $nh/4\pi$, (n entier positif).

1. *Cas du méson.* — Nous représentons le méson dans un champ électromagnétique de quadripotentiel A_μ au moyen de l'équation d'onde (4)

$$(1)\qquad [\Gamma^\mu P_\mu + im_0 c]\Phi = 0 \qquad \left(P_\mu = i\hbar\,\partial_\mu + \varepsilon A_\mu,\ \partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}\right),$$

$$(2)\quad \Gamma_\mu\Gamma_\nu\Gamma_\rho + \Gamma_\rho\Gamma_\nu\Gamma_\mu = \delta_{\mu\nu}\Gamma_\rho + \delta_{\rho\nu}\Gamma_\mu, \qquad \left(x_4 = ict,\ \varepsilon = \frac{e}{c}\right), \qquad (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4).$$

A cette équation correspond l'équation adjointe

$$(3)\qquad P_\mu^+\Phi^+\Gamma^\mu + im_0 c\Phi^+ = 0, \qquad \Phi^+ = -i\Phi^*[2\Gamma_4^2 - 1], \qquad P_\mu^+ = -i\hbar\,\partial_\mu + \varepsilon A_\mu.$$

Suivant la méthode de W. Pauli, nous poserons

$$(4)\qquad \Phi = [a_0 + i\hbar a_1 + (i\hbar)^2 a_2 \ldots]\, e^{\frac{i}{\hbar}S(x,y,z,t)}; \qquad \Phi^+ = [a_0^+ - i\hbar a_1^+ \ldots]\, e^{-\frac{i}{\hbar}S},$$

la substitution de ces fonctions dans (1) et (3) nous donne alors, en séparant les différentes puissances de $\hbar$ et en posant $\Pi_\mu = -\partial_\mu S + \varepsilon A_\mu$, $k = 0, 1, \ldots,$

$$(5)\qquad [\Pi_\mu\Gamma^\mu + im_0 c]\,a_0 = 0, \qquad a_0^+[\Pi_\mu\Gamma^\mu + im_0 c] = 0,$$

$$(6)\qquad [\Pi_\mu\Gamma^\mu + im_0 c]\,a_{k+1} + \Gamma^\mu\partial_\mu a_k = 0, \qquad a_{k+1}^+[\Pi_\mu\Gamma^\mu + im_0 c] + \partial_\mu a_k^+\Gamma^\mu = 0.$$

---

(1) Séance du 12 janvier 1948.

(2) *Helvetica Physica Acta*, 5, 1932, p. 179.

(3) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 61.

(4) G. Petiau, *Thèse*, Paris, 1936; *Mémoires Ac. Roy. Sc. Belgique*, 16, 1936, p. 1-116.

Si nous considérons l'opérateur $L = \Pi_\mu \Gamma^\mu$ nous avons

$$L^2 = (\Pi_\mu)^2 \Gamma^{\mu 2} + (\Gamma^\mu \Gamma^\nu + \Gamma^\nu \Gamma^\mu) \Pi_\mu \Pi_\nu$$

et nous lui associons l'opérateur

$$L'^2 = (\Pi_\mu)^2 (1 - \Gamma^{\mu 2}) - (\Gamma^\mu \Gamma^\nu + \Gamma^\nu \Gamma^\mu) \Pi_\mu \Pi_\nu,$$

de telle sorte que nous avons $L^2 + L'^2 = \Pi_\mu \Pi^\mu$, $L^2 L'^2 = L'^2 L^2 = 0$.

L'équation (5) ou $[L + im_0 c] a_0 = 0$ nous donne alors $[L^2 + m_0^2 c^2] a_0 = 0$, $L'^2 a_0 = 0$, d'où $[\Pi_\mu \Pi^\mu + m_0^2 c^2] a_0 = 0$.

Par suite si $a_0 \neq 0$, la fonction $S(x, y, z, t)$ sera déterminée par l'équation de Jacobi

$$\Sigma_\mu (-\partial_\mu S + \varepsilon A_\mu)^2 + m_0^2 c^2 = 0. \tag{7}$$

Introduisant l'opérateur $K = m_0^2 c^2 + im_0 c L + L'^2$ et tenant compte de $K[L + im_0 c] = im_0 c [\Pi_\mu \Pi^\mu + m_0^2 c^2] = 0$, nous obtenons à partir de (6) les conditions de compatibilité pour les a_k ($k = 0, 1, \ldots$)

$$[m_0^2 c^2 + im_0 c L + L'^2] \Gamma^\mu \partial_\mu a_k = 0, \qquad \partial_\mu a_k^+ \Gamma^\mu [m_0^2 c^2 + im_0 c L + L'^2] = 0, \tag{8}$$

Tenant compte de (5) nous déduisons de (8) l'équation de continuité $\partial_\mu [a_0^+ \Gamma^\mu a_0] = 0$ pour la densité $a_0^+ \Gamma^\mu a_0$, et multipliant (5) par $\Gamma^\mu \Gamma^\nu - \Gamma^\nu \Gamma^\mu$ ou par $\Pi_\mu [1 - \Gamma^{\mu 2}]$ nous obtenons les relations

$$\Pi_\mu (a_0^+ \Gamma_\nu a_0) = \Pi_\nu (a_0^+ \Gamma_\mu a_0); \qquad \Pi_\mu (a_0^+ a_0) + im_0 c (a_0^+ \Gamma_\mu a_0) = 0. \tag{9}$$

II. *Cas du corpuscule de spin total maximum* ($nh/4\pi$). — Suivant la théorie générale que nous avons développée ailleurs ([5]), nous considérons le corpuscule de spin total maximum ($nh/4\pi$), ($n = 1, 2, \ldots$), représenté par les systèmes irréductibles compris dans le système général d'équations

$$\text{(10)} \quad \begin{cases} [\Gamma^\mu P_\mu + im_0 c] \Phi_{i_1, i_2, \ldots, i_n} = 0, \qquad P_\mu^+ \Gamma^\mu + im_0 c \Phi^+ = 0; \\ P_\mu = \dfrac{1}{n} \left[\displaystyle\sum_{r=1}^{n} \gamma_{(r)}^\mu \right], \qquad \gamma_{(r)}^\mu \gamma_{(r)}^\nu + \gamma_{(r)}^\nu \gamma_{(r)}^\mu = 2 \delta_{(r)}^{\mu\nu}, \\ \gamma_{(r)}^\mu \gamma_{(s)}^\nu = \gamma_{(s)}^\nu \gamma_{(r)}^\mu; \qquad \Phi^+ = + i \Phi^* \gamma_{(1)}^4, \ldots, \gamma_{(n)}^4. \end{cases}$$

Pour mettre en évidence une approximation de l'optique géométrique, nous considérons encore une solution de (10) sous la forme

$$\Phi_{i_1, i_2, \ldots, i_n} = a_{i_1, \ldots, i_n} e^{\frac{i}{\hbar} S} = [a_0 + i\hbar a_1, \ldots] e^{\frac{i}{\hbar} S}; \qquad \Phi^+_{i_1, \ldots, i_n} = [a_0^+ - i\hbar a_1^+ + \ldots] e^{-\frac{i}{\hbar} S}. \tag{11}$$

La substitution de ces fonctions dans (10) nous donne encore en posant $\Pi_\mu = -\partial_\mu S + \varepsilon A_\mu$, $k = 0, 1, 2, \ldots$

$$[\Gamma^\mu \Pi_\mu + im_0 c] a_0 = 0, \qquad [\Gamma^\mu \Pi_\mu + im_0 c] a_{k+1} + \Gamma^\mu \partial_\mu a_k = 0. \tag{12}$$

([5]) *J. de Physique*, 7, 1946, p. 124-128 et p. 181-184.

Posant $l_{(r)} = \gamma^{\mu}_{(r)} \Pi_{\mu}$, nous avons $l^2_{(r)} = \Pi_{\mu}\Pi^{\mu}$ et l'on voit facilement que la première des équations (12) a pour condition de résolubilité, si $a_0 \neq 0$, écrivant $n = 2p$ ou $n = 2p - 1$,

$$\prod_{s=0}^{p-1} \left[\Pi_{\mu}\Pi^{\mu} + \frac{n^2 m_0^2 c^2}{[n-2s]^2} \right] = 0.$$

Cette condition pourra être satisfaite de p façons différentes correspondant aux p équations de Jacobi

$$(13) \qquad \Sigma_{\mu}(-\partial_{\mu} S + \varepsilon A_{\mu})^2 + \frac{n^2 m_0^2 c^2}{[n-2s]^2} = 0, \qquad (s = 0, 1, \ldots, p).$$

Ces conditions étant satisfaites et les fonctions S étant déterminées, la condition de résolubilité de (12 b) est qu'il existe une partition des $l_{(r)}$ en $(n-s) l_{(r')}$ et $s\, l_{(r'')}$ telle que

$$(14) \qquad \prod_{r'=1}^{n-s} \left[l_{(r')} - \frac{n i m_0 c}{n-2s} \right] \prod_{r''=1}^{s} \left[l_{(r'')} + \frac{n i m_0 c}{n-2s} \right] \left[\frac{1}{n} \left(\sum_{r=1}^{n} \gamma^{\mu}_{(r)} \right) \frac{\partial a_k^{(s)}}{\partial x^{\mu}} \right] = 0.$$

A partir des équations (12) et (14) et de leurs adjointes, on obtient facilement les relations

$$\partial_{\mu}[a_0^{+(s)} \Gamma^{\mu} a_0^{(s)}] = 0, \qquad \Pi_{\mu}[a_0^{s+} \Gamma_{\nu} a_0^{s}] = \Pi_{\nu}[a_0^{s+} \Gamma_{\mu} a_0^{s}].$$

Par suite, *à chacun des p états de masse propre apparente* $n m_0 c/(n-2s)$, $(s = 0, 1, \ldots, p)$ *du corpuscule de spin total maximum* $nh/4\pi$ *correspond une approximation de l'optique géométrique caractérisée par l'une des p équations de Jacobi* (13).

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Masses et grands axes des étoiles doubles spectroscopiques.* Note (¹) de Mlle MARIE-LOUISE LABEUR, présentée par M. Ernest Esclangon.

Dans sa Note sur un système d'étoiles non séparées à l'observation (²), M. Georges Durand applique la relation masse-luminosité à l'obtention d'intervalles dans lesquels sont comprises les masses individuelles des étoiles, puis il montre que la considération de la *somme* des masses donne lieu à des conclusions particulièrement précises. Je me propose d'appliquer ce dernier résultat, conformément à la suggestion de l'auteur, aux binaires spectroscopiques dont on a l'orbite avec un seul spectre, ainsi que la parallaxe. Pour plus de clarté, je traiterai le cas général sur un exemple, γ CMi (³).

I. Du seul fait qu'on connaît la magnitude apparente globale $m = 4,60$, le

(¹) Séance du 12 janvier 1948.

(²) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 275.

(³) J. H. MOORE, *Lick Obs. Bull.*, **18**, n° **483**, 1936, p. 8, étoile **126**.

type spectral K4 et la parallaxe $p = 0'',015$, *indépendamment de tout élément de l'orbite*, les formules de M. G. Durand ([4]) donnent pour les masses individuelles μ_1 et μ_2 :

$$(1) \qquad 3,81 \leqq \mu_1 < 5,01, \qquad \mu_2 \leqq 3,81 \qquad (\mu_\odot = 1).$$

Il est à noter que l'indétermination du problème se réduit à une seule des inconnues (magnitude apparente, magnitude absolue ou masse d'une des composantes) qu'on peut choisir arbitrairement dans certaines limites, toutes les autres se trouvant alors déterminées.

II. La mise en jeu de l'orbite, par la *fonction des masses*

$$\frac{\mu_2^3 \sin^3 i}{(\mu_1 + \mu_2)^2} = 0,26,$$

permet d'adjoindre aux valeurs ci-dessus un *minimum* pour μ_2, soit $\mu'_2 = 2,36$ ([5]), auquel les équations du problème précédent (§ I) font correspondre un *maximum* $\mu''_1 = 4,73$ ([6]). Ainsi, la connaissance de l'orbite *abaisse* le maximum antérieur de μ_1 et l'on a, en combinant avec (1),

$$(2) \qquad 3,81 \leqq \mu_1 \leqq 4,73, \qquad 2,36 \leqq \mu_2 \leqq 3,81.$$

III. Je considère maintenant la somme des masses $\sigma = \mu_1 + \mu_2$. Envisagée comme fonction d'une quelconque des inconnues, il résulte de l'étude de M. G. Durand que σ varie constamment dans le même sens; d'autre part, les masses μ_1 et μ_2 varient en sens inverse l'une de l'autre. Cela suggère le résultat que j'ai en vue et que j'établis rigoureusement : *la somme des masses est comprise entre un minimum* $\sigma' = \mu''_1 + \mu'_2$ *et un maximum* $\sigma'' = \mu'_1 + \mu''_2$, et ces valeurs sont suffisamment voisines pour déterminer σ non plus au moyen d'une double inégalité, mais en prenant leur moyenne. En effet, dans l'exemple précédent, il vient

$$7,09 \leqq \sigma \leqq 7,62,$$

d'où $\sigma = 7,35$ avec une erreur relative inférieure à 4 %.

La discussion générale montre que l'erreur relative dépend surtout de la *fonction des masses* Q : elle diminue lorsque Q augmente et, pour les valeurs les plus courantes, elle varie à peu près linéairement avec log Q; le cas Q = 0,26, choisi à dessein pour notre exemple, indique l'ordre de grandeur; pour la valeur limite Q = 0 (ce qui reviendrait au cas du § I où l'on ne fait pas acception de l'orbite), l'erreur relative serait inférieure à 25 %. La méthode, appliquée à toutes les étoiles du Catalogue de Moore dont on a la parallaxe (160 couples), donne la somme des masses à moins de 10 % près en moyenne.

([4]) *Annales Obs. Toulouse*, **11**, 1935, p. 215; **15**, 1939, p. 132.

([5]) H. Berthomieu, *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 472; *Thèse*, Paris, 1945.

([6]) x' et x'' désignent respectivement le minimum et le maximum d'une inconnue quelconque x.

On voit le progrès réalisé en portant son attention sur la somme des masses plutôt que sur les masses individuelles des composantes. Dans notre exemple, il est remarquable que la somme soit connue à 4 % près, tandis que, d'après les inégalités (2), μ_1 et μ_2 seraient déterminés respectivement à 11 % et 23 % près. Pour l'ensemble des étoiles du Catalogue de Moore, M. Berthomieu obtient une précision de 8 à 20 % sur μ_1 et de 50 % en moyenne sur μ_2.

IV. La connaissance de la somme des masses conduit à celle de la *somme des demi-grands axes* $a_1 + a_2 = a$, laquelle n'est autre que le *demi-grand axe de l'orbite relative :* il suffit d'appliquer la loi de Képler avec la période P, qui est connue. Si, comme il est d'usage pour les binaires spectroscopiques, P est exprimé en jours et a, a_1, a_2 en millions de kilomètres, on a

$$25 P^2 \sigma' \leq a^3 \leq 25 P^2 \sigma'',$$

soit, pour le couple considéré plus haut où $P = 389{,}0$,

$$299 \leq a \leq 307,$$

d'où $a = 303$ à 1,3 % près.

Du fait que a figure dans la relation de Képler par son cube, l'erreur sur le demi-grand axe est sensiblement le *tiers* de l'erreur sur la somme des masses.

Là encore, on voit le progrès sur les méthodes antérieures, celles-ci ne donnant que le demi-grand axe a_1 d'une des orbites absolues avec une précision moyenne de 40 %.

V. En définitive, les résultats précédents mettent, pour la Dynamique stellaire, les binaires spectroscopiques à orbite connue avec un seul spectre et parallaxe, sur le même plan que les étoiles doubles visuelles dont on a également l'orbite et la parallaxe. Le rapprochement ainsi facilité entre ces deux classes d'étoiles ouvre la perspective à des recherches intéressantes.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur le déplacement des spectres des nébuleuses vers le rouge et l'évolution de l'univers.* Note (¹) de M. **Jacques Gosselin**, présentée par M. Jean Chazy.

Partant de la forme métrique d'un univers sphérique dans ses trois dimensions spatiales et rectiligne dans sa dimension temporelle, qui est, en coordonnées polaires,

$$ds^2 = - R^2 d\psi^2 - R^2 \cos^2\psi \, d\theta^2 - R^2 \cos^2\theta \cos^2\psi \, d\varphi^2 + dt^2,$$

et en supposant que R *est fonction de t*, on calcule facilement le tenseur de courbure mixte du second ordre

$$G_1^1 = G_2^2 = G_3^3 = \frac{R''}{R} + 2\frac{R'^2}{R^2} + \frac{2}{R^2}, \qquad G_4^4 = 3\frac{R''}{R},$$

où R′ et R″ sont les dérivées de R par rapport au temps.

(¹) Séance du 12 janvier 1948.

Les équations géodésiques, pour un mouvement le long d'un méridien $\theta = \text{const.}$ et $\varphi = \text{const.}$, se réduisent aux deux équations

$$\frac{d^2\psi}{ds^2} + 2\frac{R'}{R}\frac{d\psi}{ds}\frac{dt}{ds} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d^2t}{ds^2} + RR'\left(\frac{d\psi}{ds}\right)^2 = 0,$$

dont on trouve facilement deux intégrales premières

$$\frac{d\psi}{ds} = \frac{A}{R^2} \quad \text{et} \quad \frac{dt}{ds} = A\sqrt{\frac{1}{R^2} + B}.$$

La vitesse spatiale d'un mobile de vitesse initiale v_0 est

$$v = R\frac{d\psi}{dt} = \frac{v_0 R_0}{\sqrt{R^2 - v_0^2(R^2 - R_0^2)}}.$$

Pour un mobile animé d'une vitesse spatiale initiale nulle, on a

$$\psi'_0 = 0, \quad v_0 = 0 \quad \text{et} \quad v = 0, \quad \psi = \text{const.}$$

Pour une onde lumineuse $c_0 = 1$, la vitesse de propagation c restera égale à 1 quel que soit le rayon R, ce qui montre que la caractéristique de constance absolue de la vitesse de la lumière se conserve dans notre hypothèse.

Considérons une perturbation électromagnétique émise par un corps dont la latitude est ψ_1 vers un autre corps de latitude ψ_2 situé sur le même méridien. La lumière suit une géodésique d'intervalle nul, on a

$$ds^2 = -R^2 d\Psi^2 + dt^2 = 0, \quad \text{d'où} \quad d\Psi = \frac{dt}{R},$$

Ψ étant la latitude de la perturbation au temps t.

Si l'on appelle T le temps auquel la perturbation arrivera au corps de latitude ψ_2 et D le temps du parcours, égal à la distance (mesurée en années-lumière) entre les deux corps, on aura

$$\psi_2 - \psi_1 = \int \frac{dt}{R}$$

entre les limites T — D et T.

Une deuxième perturbation émise par le premier corps au temps très petit τ_{T-D} après la première, arrivera au deuxième corps au temps τ_T après l'arrivée de la première perturbation, et l'on aura

$$\psi_2 - \psi_1 = \int \frac{dt}{R}$$

entre les limites $T - D + \tau_{T-D}$ et $T - \tau_T$, d'où l'on déduit

$$\frac{\tau_T}{R_T} = \frac{\tau_{T-D}}{R_{T-D}}, \quad \text{ou} \quad \frac{\tau_T}{\tau_{T-D}} = \frac{R_T}{R_{T-D}}.$$

Si τ_{T-D} est la période d'une vibration lumineuse *émise* par le premier corps,

la période de la vibration *reçue* par le second sera τ_T et les fréquences correspondantes seront

$$\frac{\nu_T}{\nu_{T-D}} = \frac{R_{T-D}}{R_T}.$$

Le déplacement vers le rouge des spectres des nébuleuses extragalactiques s'explique donc sans nécessiter de vitesses excessives pour les nébuleuses lointaines. Il suffit d'admettre :

1° que leurs vitesses propres sur la sphère spatiale sont négligeables;

2° que les fréquences *d'émission* des raïes du spectre sont constantes dans le temps;

3° que la courbure de l'univers est fonction (actuellement croissante) du temps.

Ceci admis, en appliquant la formule classique

$$\text{div.}\left(G_i^K - \frac{1}{2} g_i^K G\right) = 0,$$

on obtient l'équation différentielle qui régit les variations du rayon de courbure de l'univers en fonction du temps.

Cette équation conduit à une fonction hyperbolique ou circulaire du temps (selon le signe admis pour R^2) qui, comparée à la courbe des déplacements vers le rouge des spectres des nébuleuses, permettra de déterminer le signe de R^2, de calculer numériquement la constante introduite, d'en déduire la courbure maximum, la courbure et l'âge actuels de l'univers et, le cas échéant, sa période de *pulsation* et sa courbure minimum.

Nous remarquons dès maintenant que la théorie introduit un temps absolu et que le tenseur d'énergie n'intervient que par l'intermédiaire de la constante d'intégration. On sera peut-être amené à considérer un univers ellipsoïdal et il n'est pas exclu que l'application de la théorie à l'espace intranucléaire puisse fournir des données sur la constitution et l'évolution des noyaux atomiques.

CHALEUR. — *Sur le calcul thermodynamique des célérités des déflagrations.* Note de M. Numa Manson, présentée par M. Gustave Ribaud.

Un certain nombre de faits expérimentaux ont permis de montrer qu'en accord avec la théorie des ondes de choc et de combustion (1) (2) (3) il existe dans les déflagrations une faible chute de pression. Par ailleurs il a été

(1) E. Jouguet, *La Mécanique des explosifs*, Doin, 1917.

(2) V. Vasilesco, *Thèse*, Paris, 1941.

(3) N. Manson, *Propagation des détonations et des déflagrations dans les mélanges gazeux*. O. N. E. R. A. et Inst. du Pétrole, Paris, 1947.

suggéré ([4]) ([5]) que les phénomènes de diffusion dans les gaz frais immédiatement en avant du front de combustion, jouent également un rôle important, sinon déterminant, dans le mécanisme de propagation.

Cherchant à rapprocher ces faits, nous avons été conduit à émettre l'hypothèse que la surpression $\Delta p = p_1 - p_2$, qui règne dans les gaz frais (indice 1) par rapport aux gaz brûlés (indice 2) est due à la projection (*) dans les premiers d'une certaine proportion de centres actifs produits dans la zone de réaction. Dès l'inflammation du mélange, cette projection détermine la propagation à travers les gaz frais, d'un ébranlement (chasse préalable) dont quelques-uns des effets ont été précisés récemment ([6]). Si, par un des procédés connus, on rend la célérité D_0 de déflagration constante (flamme stationnaire), la quantité de centres projetés doit devenir elle aussi constante, de même que la chute de pression Δp.

G. Tanford et R. N. Pease ([7]) ayant récemment attiré l'attention sur l'existence d'une certaine corrélation entre la célérité D_0 et la pression partielle de l'hydrogène atomique dans les gaz brûlés, il nous a paru plausible d'admettre que les centres actifs, qui sont à l'origine de la chute de pression Δp, sont les atomes d'hydrogène.

Les vitesses C_2 et $C_{1'}$ avec lesquelles ces atomes sont éjectés de la zone de réaction étant égales, les concentrations $[H]_2$ et $[H]_{1'}$ des atomes H de part et d'autre de cette zone doivent l'être également et, en conséquence, il existe entre les pressions partielles $(p_H)_2$ et $(p_H)_{1'}$ correspondantes, la relation (**)

$$T_{1'}.(p_H)_2 = T_2.(p_H)_{1'}. \tag{1}$$

Or les atomes H qui ont été projetés dans les gaz frais, donnent lieu, par leur recombinaison, à une réaction exothermique, conduisant à la formation de molécules d'hydrogène dont la concentration $[H_2]_1$ sera, à la température T_1, la moitié de celle $[H]_{1'}$ des atomes éjectés dans les gaz frais. La pression partielle $(p_{H_2})_1$ de H_2 est par conséquent telle que

$$2.T_{1'}.(p_{H_2})_1 = T_1.(p_H)_{1'} \tag{2}$$

et la pression en (1) dépasse celle des gaz brûlés de

$$p_1 - p_2 = \Delta p = (p_{H_2})_1 = \frac{1}{2}\frac{T_1}{T_2}(p_H)_2. \tag{3}$$

([4]) B. LEWIS et G. VON ELBE, *J. Chem. Phys.*, **2**, 1934, p. 283.

([5]) J. ZELDOVITCH et N. SEMENOFF, *J. Exp. Theor. Phys. U. R. S. S.*, **10**, 1940, p. 1116.

(*) On pourrait assimiler ce phénomène à celui de la diffusion *forcée*.

([6]) H. GUENOCHE, N. MANSON et G. MONNOT, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 163.

([7]) *J. Chem. Phys.*, **15**, 1947, p. 431.

(**) La pression partielle $(p_H)_2$ est celle qui correspond à l'équilibre thermodynamique des gaz brûlés à la pression p_2 et à la température T_2. Cette dernière peut être calculée par les méthodes connues [voir ([5]), ([8]), ([10]) et ([11])].

TABLEAU.

Mélange.		$H_2 + 1/2\,O_2$.	$C_2H_2 + O_2$.	$C_2H_2 + 5/2\,O_2$.	$CH_4 + 2\,O_2$.
D_0 m/sec	Calculée.....	9,3 (10) 9,8 (11)	5,8 (3) 6,4 (11)	3,8 (10) 5,7 (8)	4,4 (11)
	Observée....	10,2–10,5 (2) 8,68 (12)	5,5–10 (3) 3,5 (13)	5,75 (13)	3,3 (12)
Mélange.		$H_2 + 1/2\,O_2 + 2N_2$.	$C_2H_2 + O_2 + 4N_2$.	$C_2H_2 + 5/2\,O_2 + 10N_2$.	$CH_4 + 2\,O_2 + 8N_2$.
D_0 m/sec	Calculée.....	1,98 (10)	0,85 (3)	1,15 (3)	0,9 (8)
	Observée....	1,97–2,67 (2) 1,75 (12)	0,8–0,9 (3) 0,55 (14)	1,25 (14)	0,45 (13) 0,6–1,0 (15)

Les références concernant D_0 calculée indiquent l'origine des données utilisées dans les calculs.

Compte tenu de cette relation et de celles que fournit la théorie des ondes de choc et combustion (3), nous avons calculé les célérités D_0 des déflagrations lorsque $p_2 = 1$ atmosphère.

Comme le montre le tableau où sont résumés quelques résultats de nos calculs, l'accord avec les observations faites sur des flammes stationnaires est particulièrement satisfaisant. Il l'est moins en ce qui concerne les célérités observées dans les tubes (9), mais ceci s'interprète, d'une part par les effets de paroi et d'autre part par ceux de la turbulence provoquée par la chasse préalable.

On notera que la théorie proposée permet non seulement le calcul des célérités des déflagrations, mais qu'elle fournit aussi les éléments de l'interprétation quantitative de l'effet des composés hydrogènés sur les réactions chimiques dans les flammes.

ÉLECTROLYSE. — *Rôle de la constante capillaire et de la densité du courant dans l'électrolyse de l'eau.* Note (1) de M. **Vasilesco Karpen**, présentée par M. Aimé Cotton.

Lorsqu'un gaz se dissout dans un liquide, à chaque pression p du gaz correspond une pression osmotique p_{osm} dans le liquide. Inversement, lorsque le gaz

---

(8) G. Ribaud, *Chaleur et Industrie*, 18, 1937, p. 206; 19, 1938, p. 23.

(9) P. Laffitte, *La propagation des flammes dans les mélanges gazeux*, Hermann, 1939.

(10) R. Zaer, *Thèse*, Paris, 1934.

(11) P. Montagne, *Thèse*, Paris, 1934.

(12) G. Jahn, *Der Zündvorgang in Gasgemischen*, Oldenbourg, Berlin, 1942.

(13) G. von Elbe et M. Menster, *J. Chem. Phys.*, 13, 1945, p. 89.

(14) F. A. Smith, *Chem. Rev.*, 21, 1937, p. 389.

(15) W. Mason et R. V. Wheeler, *J. Chem. Soc.*, 117, 1920, p. 1227.

(1) Séance du 5 janvier 1948.

apparaît à l'intérieur d'un liquide, comme c'est le cas en électrolyse, sous une pression osmotique p_{osm}, les molécules du gaz tendent à former des bulles, à l'intérieur desquelles la pression du gaz est p.

Mais pour qu'une bulle puisse prendre naissance et croître, la pression p doit dépasser la pression hydrostatique p_h et la pression due à la tension superficielle à la surface de la bulle, $\pi = 4\gamma/d$ (γ constante capillaire de l'électrolyte, d diamètre initial de la bulle), donc

$$p > p_h + \frac{4\gamma}{d}. \tag{1}$$

Dans l'électrolyse de l'eau, à chaque densité η du courant à la surface de chaque électrode, correspond près de cette surface, quand le régime est établi, une pression osmotique p_{osm} bien déterminée, et l'électrolyse ne devient apparente, c'est-à-dire les bulles de gaz ne peuvent se former que si la pression p, correspondant à p_{osm}, donc à la densité de courant η, atteint la valeur minimum déterminée par la relation (1).

Il résulte de l'analyse précédente que, *dans l'électrolyse de l'eau, le commencement du dégagement visible du gaz est déterminé par la densité du courant, pour une même constante capillaire de l'électrolyte, et ne dépend pas de la nature de l'électrode, si celle-ci n'est pas attaquée par le gaz.*

Si une partie des molécules du gaz attaquait l'électrode, il faudrait naturellement une plus grande densité de courant, pour obtenir la même pression osmotique, donc l'électrolyse visible.

L'expérience confirme ces conséquences de la théorie. Deux voltamètres dont l'électrolyte est le même (eau alcalinisée à 5 % d'hydroxyde de potassium), sont placés en série avec un mégohm, sur une différence de potentiel V, que l'on augmente graduellement jusqu'à l'apparition des bulles de gaz. Les électrodes ont les mêmes dimensions, ce sont des feuilles minces de $20\text{-}20^{mm^2}$, en platine platiné noir pour l'un des voltamètres, en or pour l'autre voltamètre.

Pour chaque valeur de V, le courant se maintient automatiquement constant à cause de la grande résistance en série avec les voltamètres. Quand le courant arrive à 0,45 mA, donc à une densité $\eta = 0{,}45/2 \times 4 = 0{,}058$ milliampère par centimètre carré d'électrode, les premières bulles d'oxygène apparaissent aux anodes des deux voltamètres, généralement au bout d'une dizaine de minutes pour les électrodes en or, le retard étant plus grand pour les électrodes en platine platiné.

A l'apparition des bulles, la tension aux électrodes en or est de 1,4 volt, et aux électrodes en platine platiné, de 0,9 volt.

L'hydrogène n'apparaît aux cathodes que lorsque la densité de courant atteint 0,21 mA par centimètre carré.

L'explication de cette différence entre les densités du courant nécessaires à l'apparition de l'hydrogène et de l'oxygène pourrait être la suivante :

Pour un même courant, la pression p_{osm} et la pression correspondante p diminuent lorsque le coefficient de diffusion du gaz et sa solubilité augmentent, et ces mêmes pressions croissent avec le nombre de molécules du gaz apparaissant à l'électrode. Il est donc probable que l'effet de la plus grande diffusion de l'hydrogène l'emporte sur l'effet contraire de sa moindre solubilité et du plus grand nombre de molécules apparaissant à la cathode.

Avec des électrodes en cuivre ou en nickel, l'hydrogène apparaît à la cathode à partir de la même densité de courant que pour la cathode en or. Mais l'anode est attaquée par l'oxygène et ce gaz ne se dégage que pour des densités de courant bien plus élevées.

Valeurs possibles de d et de p. — La formule ci-dessus de la pression π due à la tension superficielle ne peut naturellement être appliquée qu'à partir d'un diamètre d de la bulle gazeuse, suffisamment grand par rapport aux dimensions des molécules de l'électrolyte; si l'on prend pour ce diamètre la valeur d'une dizaine de diamètres moléculaires, soit environ 10^{-6} cm, on obtient pour la pression, en négligeant p_h,

$$p = \frac{4 \times 70}{10^{-6}} \cdot 10^{-6} = 280^{\text{atm}}.$$

Cette valeur de p représente l'ordre de grandeur de la pression que devraient avoir les gaz d'une pile à oxygène-hydrogène et à électrodes en or pour donner une force électromotrice de 1,4 volt.

ÉLECTRONIQUE. — *Cellule photoélectrique à cathode chaude.* Note (1) de MM. **Jean Debiesse** et **Robert Champeix**, présentée par M. Camille Gutton.

Un effet photoélectrique sur des filaments recouverts d'oxydes de Ba et Sr a été observé par Th. W. Case (2) dès 1921.

Nous avons signalé (3) qu'une diode possédant une cathode à oxydes de Ba et de Sr constitue une cellule photoélectrique intéressante sensible à la lumière *blanche* d'une lampe type demi-watt.

Cette cellule utilisée avec une tension anodique convenable a été étudiée en insérant dans le circuit anodique :

Soit une résistance de quelques mégohms (avec voltmètre électronique aux bornes). Montage A.

Soit un microampèremètre. Montage B.

La *sensibilité* de la cellule au flux lumineux se traduit soit par des millivolts, soit par des microampères.

---

(1) Séance du 5 janvier 1948.

(2) *Phys. Rev.*, 2-17, 1921, p. 398; 2-18, 1921, p. 413.

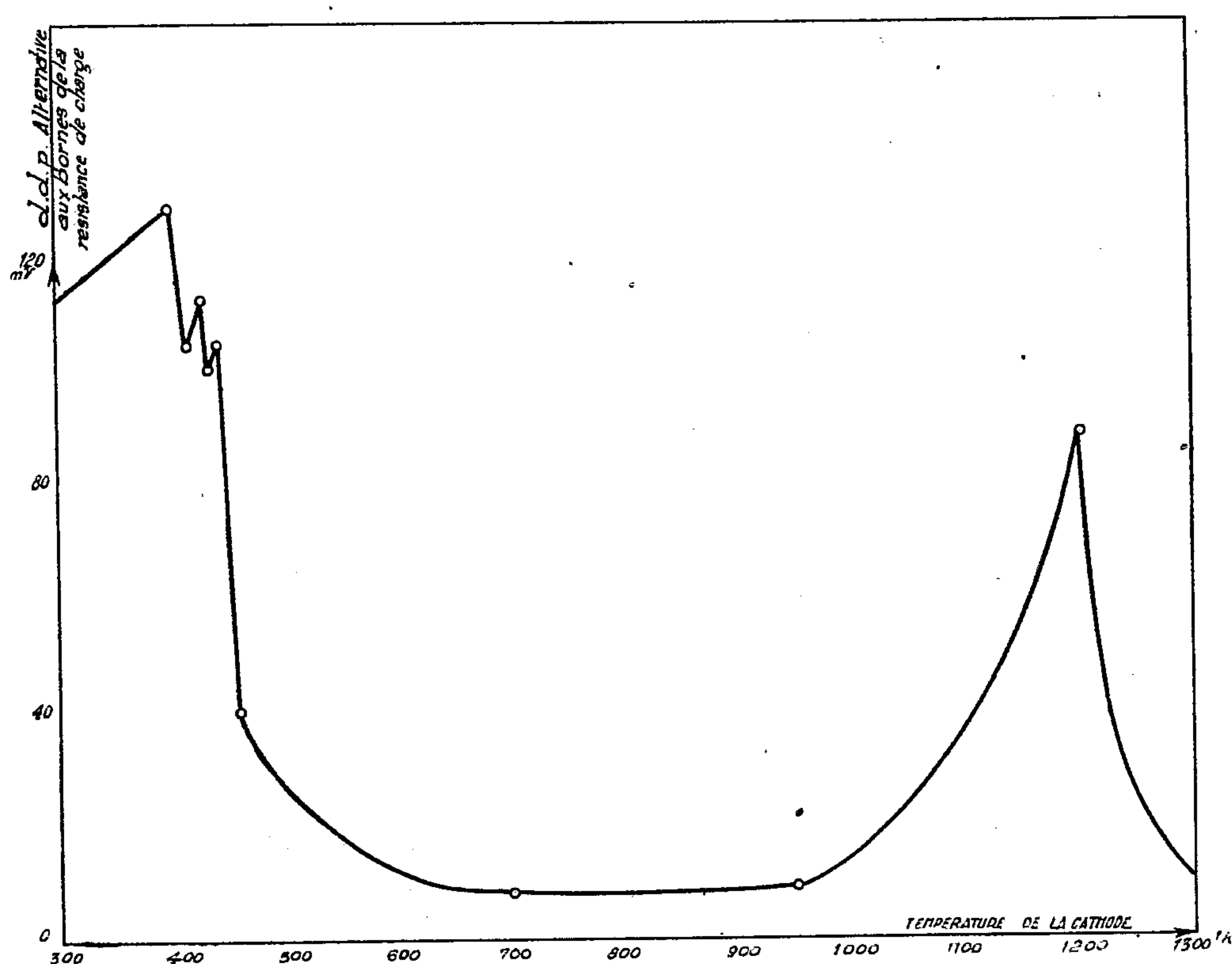
(3) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 404-405.

I. Résultats.

		Cathode froide (300° K).	Cathode chaude (900° K).	Observations.
Flux lumineux de 1 lumen	*Périodique* (fréquence 150) Montage A	50 mV	quelques millivolts	La sensibilité décroît de 50 % si la fréquence croît jusqu'à 1000.
	Permanent Montage B	quelques microampères	200 μA	

La cellule présente un seuil photoélectrique situé entre 5700 et 5900 Å. L'effet serait donc dû au baryum ([4]).

La sensibilité semble liée à l'état d'activation de la cathode ([5]) : l'activation diminue la sensibilité de 30 à 60 %, dans le cas d'un flux lumineux périodique, mais elle la triple dans le cas d'un flux lumineux permanent avec cathode chaude.



L'accroissement progressif de la température de la cathode donne : sous l'action d'un flux lumineux permanent, une sensibilité variable qui passe par

([4]) Reimann, *Thermionic Emission*, 1934.

([5]) La cathode est activée par chauffage à 1400° K. pendant 15 minutes, avec un débit électronique de 50 mA/cm².

un maximum; sous l'action d'un flux périodique, une sensibilité variable présentant plusieurs maxima (courbe 1).

L'accroissement progressif de la tension anodique entraine aussi une variation de la sensibilité photoélectrique qui passe par un maximum.

Ces résultats semblent permettre de différencier nettement les électrons d'origine photoélectrique de ceux d'origine thermique. De plus, dans le cas de nos cellules les photoélectrons doivent avoir deux origines différentes correspondant l'une à une émission rapide, l'autre à une émission lente.

II. ESSAI D'INTERPRÉTATION. — Les atomes de Ba seraient responsables du double effet photoélectrique.

En cathode froide, seuls réagiraient ceux de la couche superficielle de Ba [6]. Mécanisme rapide (10^{-6} sec. au maximum). L'activation ioniserait le Ba, d'où une diminution de la sensibilité.

En cathode chaude, l'effet rapide serait réduit par l'ionisation et la volatisation des atomes de Ba, mais il y aurait accumulation d'atomes de Ba neufs dus à une réduction du BaO. Mécanisme lent (de l'ordre de 10^{-1} sec.). L'activation exalterait ce dernier effet en *formant* la couche d'oxydes.

OPTIQUE MOLÉCULAIRE. — *Sur la propagation de la lumière dans un milieu dispersif.* Note [1] de M. MAURICE LÉVY, présentée par M. Jean Cabannes.

La théorie moléculaire de la propagation de la lumière dans un milieu dispersif, isotrope et non absorbant comporte en premier lieu le calcul du champ efficace $\vec{E}'$, c'est-à-dire du champ agissant sur une molécule, compte tenu de l'action de toutes les autres. L'équation générale du problème, qui s'écrit

$$(1)\qquad \vec{E}'(r, t) = \vec{E}_0(r, t) + \text{rot rot} \int_\Omega N\alpha \frac{\vec{E}'\left(r', t - \frac{R}{c}\right)}{R} d\Omega(r')$$

($\vec{E}_0$ est le champ de l'onde incidente, α la polarisabilité d'une molécule, N le nombre de molécules par centimètre cube, $R = |r - r'|$), est une équation intégrale à noyau singulier, ce qui complique beaucoup la résolution.

La première théorie moléculaire du champ efficace est due à Oseen [2] qui, sans entreprendre la résolution de l'équation (1), suppose que $\vec{E}'$ est le champ d'une onde plane de vitesse différente de celle de l'onde incidente.

---

(6) F. A. VICK, *Nature*, 160, 4073, 1927, p. 725-726.

(1) Séance du 12 janvier 1948.

(2) *Ann. der Phys.*, 48, 1915, p. 15.

Lundblad ([3]), s'efforçant de résoudre l'équation (1) par la méthode d'approximations successives de Neumann-Liouville, réussit à montrer que $\vec{E}'$ est le champ d'une onde plane, dont l'indice de propagation est donné par la formule de Lorentz et Lorenz. Ces théories se heurtent malheureusement à des difficultés de convergence sur la surface extérieure du milieu, qui sont dues à ce que la méthode de Neumann-Liouville ne peut être appliquée à l'équation (1), en raison des singularités du noyau.

Une solution rigoureuse du problème doit tendre à introduire dans ce noyau un facteur qui en assure la convergence sur la surface. C'est ainsi que Ewald ([4]) multiplie l'expression sous le signe somme par le facteur e^{-kR}, k étant un nombre positif. Cette hypothèse, justifiée à première vue par le fait qu'aucun milieu n'est absolument transparent, n'est qu'un artifice peu satisfaisant, car un examen des termes non convergents montre que leur disparition ne pourrait être obtenue que pour un milieu opaque. Si, de plus, on introduit le facteur d'absorption simultanément dans l'onde incidente et dans l'onde sphérique induite, les difficultés de convergence réapparaissent.

Nous avons repris les calculs précédents par une méthode différente, en explicitant le terme en rot rot qui figure dans le second membre de (1). Ceci nous a permis : *a*. d'étudier de façon précise les termes non convergents qui, dans les travaux précédents, sont négligés sans être explicités; *b*. d'éliminer ces termes en tenant compte de la diffusion des ondes sphériques induites par l'onde incidente, ce qui a pour effet de régulariser le noyau de l'équation (1); *c*. de démontrer la « loi d'extinction » de Oseen en résolvant cette équation par la méthode de Neumann-Liouville. Nous obtenons ainsi une solution rigoureuse du problème du champ efficace qui conduit à des calculs très complexes dont nous ne donnerons ici qu'un aperçu, en nous bornant au cas le plus simple.

Si l'on se borne au cas d'un milieu limité par un plan indéfini sur lequel l'onde incidente tombe normalement, il est possible de transformer l'équation (1) en une équation intégrale à une seule variable en calculant la contribution au champ efficace, au point considéré M, des molécules contenues dans une tranche infiniment mince parallèle à la surface limite.

En posant $\vec{E}'(z) = \vec{A}(z)e^{2\pi i\nu t}$ (où z est une coordonnée correspondant à la direction de propagation, comptée à partir de la surface limite) on obtient l'équation

$$(2) \qquad \vec{A}(z) = \vec{E}_0(z) - 2\pi\eta N\alpha \int_0^{+\infty} \vec{A}(\zeta) e^{-\eta|\zeta - z|} \, d\zeta \qquad \text{avec} \quad \eta = \frac{2\pi i\nu}{c},$$

dont le noyau n'est pas absolument convergent. Cette équation n'est qu'approchée, car il faudrait retirer du milieu une petite sphère entourant le point M,

---

([3]) *Thèse*, Upsal, 1920 (*Ann. der Phys.*, 57, 1918, p. 183).

([4]) *Ann. der Phys.*, 49, 1916, p. 1 et 117.

mais elle suffit pour l'étude de la convergence sur la surface extérieure. Signalons d'ailleurs que l'équation (2) est rigoureusement valable hors du milieu ($z < 0$), pour l'étude de l'onde réfléchie.

L'application de la méthode Neumann-Liouville aux équations (1) et (2) revient à calculer, en première approximation, le rayonnement secondaire induit par l'onde incidente et à l'ajouter au rayonnement primaire. La deuxième approximation a pour effet d'ajouter à ces deux termes le rayonnement tertiaire produit par diffusion du rayonnement secondaire, etc. Cette façon de procéder ne respecte pas le principe de conservation de l'énergie, car il faut tenir compte, en additionnant les contributions des onde sphériques successives, de l'amortissement par diffusion de celles-ci. Nous calculerons cet amortissement dans une Note ultérieure. Pour des distances supérieures à la longueur d'onde (qui seules nous intéressent ici), le facteur introduit est de la forme

$$f(\mathrm{R}, \theta) = e^{-k\mathrm{R} + \frac{\chi}{\mathrm{tg}^2\theta}},$$

où k est le coefficient d'amortissement d'une onde plane, θ l'angle du rayon vecteur et du champ $\overrightarrow{\mathrm{E}}_0$, et χ un coefficient peu différent de $(4/9)[(n^2-1)/(n^2+2)]$. L'introduction de cet amortissement a pour effet de transformer l'équation (2) en la suivante

$$\overrightarrow{\mathrm{A}}(z) = \overrightarrow{\mathrm{E}}_0(z) - 2\pi\eta\mathrm{N}\alpha \int_0^{+\infty} \overrightarrow{\mathrm{A}}(\zeta)\mathrm{K}[\eta\,|\zeta - z|]\,d\zeta, \tag{4}$$

avec

$$\int_0^{+\infty} e^{-\eta\zeta}\mathrm{K}[\eta\,|\zeta - z|] \approx \left(z + \frac{1}{2\eta}\right)(1 - \chi\eta)\,e^{-\eta z}. \tag{5}$$

On peut éliminer de la même façon les difficultés de convergence rencontrées par la méthode de Oseen, à condition d'utiliser une expression de l'amortissement différente de (3). Dans la méthode d'approximations successives, il n'est nécessaire de calculer pour chaque approximation que *l'amortissement partiel* de l'onde sphérique correspondante. Dans la méthode d'Oseen, qui ne fait intervenir qu'une seule onde sphérique centrée sur chaque molécule, il faut au contraire utiliser *l'amortissement global* de celle-ci.

SPECTROSCOPIE. — *Spectre d'absorption de l'acide chlorhydrique gazeux dans la région de Schumann.* Note [1] de MM. **Jacques Romand** et **Boris Vodar**, présentée par M. Jean Cabannes.

Au cours de recherches sur le spectre d'absorption de l'acide chlorhydrique dans l'ultraviolet ordinaire, l'un de nous avait utilisé les résultats expéri-

---

[1] Séance du 12 janvier 1948.

mentaux afin de déterminer la courbe d'énergie potentielle de l'état excité de Cl H ([2]). Pour pousser plus loin ces calculs, il était extrêmement important de connaître une plus grande portion de la courbe, et en particulier la position du maximum d'absorption. En l'absence de données sûres relatives à Cl H dans l'ultraviolet de Schumann, nous avons entrepris le présent travail.

L'appareil que nous avons construit est un des premiers permettant de faire de la spectrophotométrie dans le vide. Il comprend un spectrographe à réseau normal ($R = 1^m$, $h = 1/570$ mm) donnant une dispersion de 18 Å par millimètre sur la plaque, devant la fente duquel se trouve une série de trois chambres métalliques. La chambre centrale contient l'absorbant et les deux autres des lentilles de fluorure de lithium destinées à réaliser le montage en lumière convergente. On fait le vide dans tout l'appareil,

A l'extrémité se trouve la source qui, dans ces expériences, était soit une décharge condensée dans un capillaire ([3]), soit une lampe du type Chalonge qu'un jeu de robinets nous permettait de remplir avec divers gaz. Nous utilisions ainsi le spectre de bandes de l'oxyde de carbone, d'une part, et le spectre moléculaire de l'hydrogène dans cette région, d'autre part. Nous avons vérifié directement que la stabilité de la lampe était suffisante, compte tenu de la faiblesse des temps de pose qui nous étaient nécessaires (1 minute). Les cuves sont en pyrex (5^{mm} et 10^{mm}) avec des fenêtres de fluorine. Pour éliminer une erreur causée par la dissociation de HCl sous l'influence du rayonnement ultraviolet de très courte longueur d'onde, nous avons fait circuler le gaz au moyen d'un système de robinets à pointeau entièrement en verre (robinets Bodenstein). D'ailleurs une comparaison directe nous a montré que les effets de cette dissociation étaient peu sensibles.

Le flux lumineux était réduit à l'aide d'une série de grilles étalonnées montées sur un disque dont la rotation est commandée de l'extérieur. Ce dispositif qui ne paraît pas avoir été utilisé jusqu'ici dans l'ultraviolet à vide ([4]), ([5]), ([6]), ([7]), nous semble particulièrement recommandable dans la région de Schumann.

L'acide chlorhydrique a été préparé et distillé en suivant la technique indiquée par l'un de nous ([2]). Les pressions utilisées variaient de 10 à 750^{mm} de mercure; ainsi nous avons pu étudier l'absorption dans l'intervalle 2068-1350 Å. Nous étions limités du côté des courtes longueurs d'onde par notre

---

([2]) B. Vodar, *Thèse*, Paris, 1944.
([3]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 574-576.
([4]) J. R. Platt et H. B. Klevens, *Rev. of Modern Physics*, 16, 1944, p. 184.
([5]) R. Ladenburg et C. C. van Voorhis, *Phys. Rev.*, 43, 1933, p. 315.
([6]) J. R. Platt, H. E. Clark, A. A. Cohen et P. A. Caldwell, *Rev. of Sci. Instrum.*, 14, 1943, p. 85.
([7]) G. R. Harrison et P. A. Leighton, *J. Opt. Soc. Amer.*, 20, 1930, p. 313.

appareil (absorption par 7^{mm} au total de fluorure de lithium). Nous avons vérifié directement que l'absorption spécifique de HCl ne dépend pas de la pression.

La figure 1 représente la courbe de variation du coefficient d'absorption normal $K_N = K(1 + \alpha t)(760/H)$, où $K = (1/d)\log_{10}(I_0/I)$ (d en cm) en fonction de λ, et la figure 2, celle de $\log_{10} K_N$ en fonction de ν, la portion de la courbe

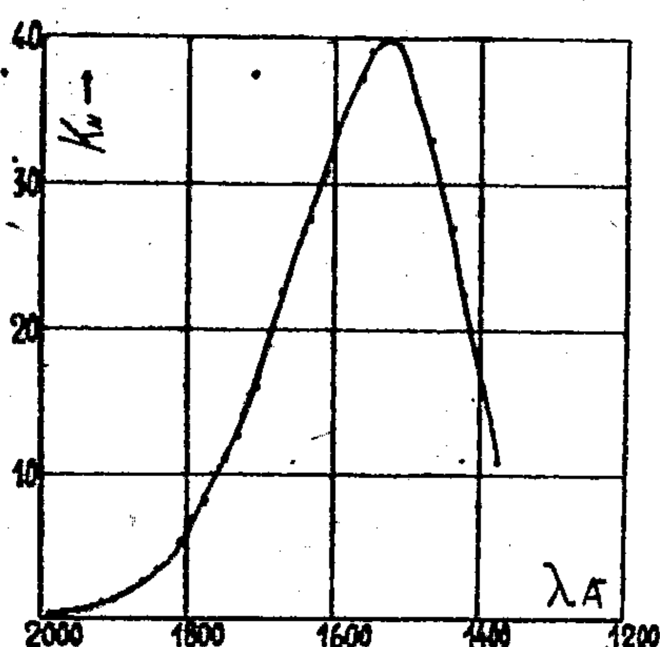


Fig. 1.

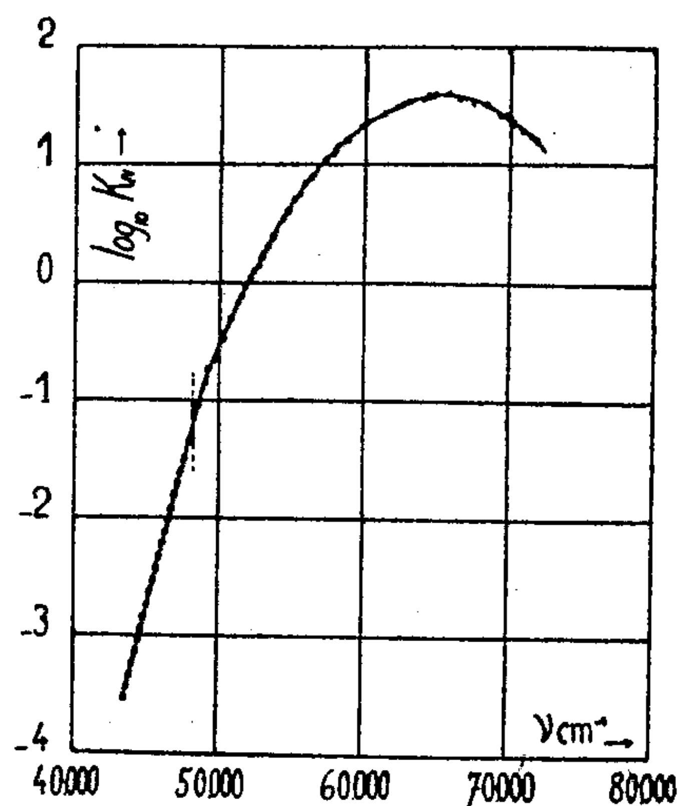


Fig. 2.

comprise entre 43000 et 48000 cm^{-1} ayant été obtenue par l'un d'entre nous au cours de travaux antérieurs ([2]). On voit que le raccordement des deux courbes est satisfaisant. Le maximum de la bande se situe au voisinage de 1535 Å (65100 cm^{-1}), la valeur de K_N passant de 0,085 pour 2068 Å à 40 pour ce maximum.

Ces résultats sont en contradiction formelle avec ceux obtenus par S. W. Leifson ([3]). Le gaz employé par cet auteur devait être impur, car il indique qu'il devient opaque à 2350 Å (76^{cm} de pression et $1^{cm},5$ d'épaisseur), alors que nous trouvons une densité optique de 0,40 pour 2068 Å (75^{cm} de pression et 5^{cm} d'épaisseur). Les bandes qu'il signale sont probablement dues à l'impureté qui cause l'absorption à 2350 Å, la quantité de gaz chlorhydrique étant insuffisante pour provoquer une absorption notable.

L'interprétation de ces résultats sera donnée prochainement.

([3]) *Astrophysical J.*, 63, 1926, p. 85.

EFFET RAMAN. — *Spectres Raman de poudres cristallines jaunes : dérivés disubstitués du nitrobenzène.* Note de Mlle **Monique Harrand**, présentée par M. Jean Cabannes.

Sur notre montage pour l'analyse spectrale des poudres (1), nous avons étudié une série de dérivés cristallisés du benzène plus ou moins colorés en jaune, portant tous au moins un radical chromophore NO_2. Le tableau suivant donne les fréquences Raman observées pour chacun de ces corps. A la suite de la fréquence est indiquée entre parenthèse l'intensité de la raie. Ces intensités, sans être rigoureuses, ont été cependant mesurées avec une assez bonne approximation au microphotomètre. Pour comparer entre eux les différents spectres, nous avons rapporté ces intensités à celle de la raie forte 1560-1590 cm^{-1}, due aux doubles liaisons conjuguées du noyau benzénique, à laquelle nous avons attribué l'intensité 5, cette intensité étant supposée indépendante de la nature et de la position des radicaux.

Dichloronitrobenzène-1.2.4. — 670 (1/2), 868 (2), 1052 (2), 1086 (2), 1140 (8), 1247 (?), 1261 (?), 1292 (?), 1311 (?), 1342 (18), 1362 (3), 1461 (1), 1526 (2), 1565 (5), 1580 (2).

Dichloronitrobenzène-1.2.5. — 661 (?), 773 (2), 986 (1), 1053 (2), 1082 (1), 1103 (1), 1139 (4), 1160 (3), 1253 (1), 1296 (3), 1323 (1/2), 1355 (16), 1388 (3), 1461 (1, l), 1505 (1), 1530 (2), 1565 (5), 1587 (1).

Dichloronitrobenzène-1.3.4. — 679 (2), 776 (1), 887 (1/2), 999 (?), 1037 (1), 1095 (1/2), 1104 (1), 1154 (4), 1199 (1/2), 1250 (1), 1296 (3), 1354 (16), 1412 (?), 1462 (1/2), 1476 (1/2), 1518 (1), 1576 (5), 1597 (1/2).

Dibromonitrobenzène-1.2.4. — 858 (1), 1033 (1/2), 1093 (2), 1135 (3), 1279 (1), 1339 (12), 1360 (3), 1402 (1/2), 1457 (1/2), 1506 (1/2), 1518 (1/2), 1562 (5), 1576 (1).

Dibromonitrobenzène-1.2.5. — 652 (2), 747 (3), 1033 (4), 1086 (2), 1123 (4), 1157 (4), 1243 (1), 1290 (3), 1331 (?), 1349 (24), 1379 (2), 1455 (?), 1484 (?), 1542 (2), 1562 (5), 1575 (?).

Dibromonitrobenzène-1.2.6. — 1168 (6), 1366 (14), 1534 (5), 1565 (5).

Dibromonitrobenzène-1.3.4. — 662 (1/2), 754 (1/2), 874 (1/2), 1017-26 (1/2), 1067 (1/2), 1124-35 (3, l), 1245 (1), 1285 (2), 1343 (10), 1374 (2), 1416 (1/2), 1510 (1/2), 1523 (1/2), 1565 (5), 1595 (1).

Dibromonitrobenzène-1.3.5. — 990 (4), 1138 (2), 1278 (3), 1306 (?), 1334 (23), 1393 (?), 1565 (5).

Dinitrochlorobenzène-1.2.4. — 645 (?), 848 (2), 1070 (2), 1107 (1), 1162 (6), 1260 (1), 1300 (2), 1346 (3), 1363 (16), 1420 (1), 1478 (2), 1533-42 (2, l), 1578 (?), 1592 (5).

(1) J. Cabannes, R. Lennuier et Mlle M. Harrand, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 301.

(2) Mlle Harrand et R. Lennuier, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 356.

Dinitrochlorobenzène-1.3.4. — 666 (1), 841 (2), 1050 (2), 1104 (1), 1160 (3), 1255 (1), 1301 (3). 1358 (15), 1396 (1), 1472 (1/2), 1494 (1/2), 1538-50 (2, 1), 1593 (5), 1628 (?).

Dinitrichlorobenzène-1.3.5. — 998 (4), 1179 (5), 1344 (?), 1356 (24), 1370 (?), 1421 (3?), 1542 (?), 1558 (5).

Dinitrichlorobenzène-1.5.6. — 1063 (6), 1171 (4), 1291 (4), 1346 (14), 1376 (6), 1534 (3?), 1582 (5).

Dinitrobromobenzène-1.3.4. — 840 (1), 1039 (2), 1115 (5), 1356 (16), 1592 (5).

Dinitroiodobenzène-1.3.4. — 1157 (2), 1255 (2), 1293 (3), 1352 (13), 1393 (2), 1544 (2), 1585 (5), 1596 (?).

Nitroiodochlorobenzène-1.2.3. — 1151 (3), 1374 (21), 1526 (4), 1564 (5).

Ces spectres sont tous analogues sans être identiques et, parfois dédoublées ou légèrement déplacées, presque toutes les raies se retrouvent d'un spectre à l'autre. La raie 1350 cm^{-1}, qui correspond à la vibration symétrique de valence du radical NO_2 (car elle existe dans tous les nitrites et dérivés nitrés), est particulièrement intense du fait que la raie excitatrice se trouve très près de la bande d'absorption correspondante ([2]). La fréquence de cette raie varie très peu avec la nature ou la position des radicaux substitués; à part trois exceptions, elle ne s'écarte pas à plus de 10 cm^{-1} de la valeur de 1350 cm^{-1}. La fréquence diminue bien un peu lorsqu'on remplace Cl par Br et par I dans les halogéno-dinitrobenzène 1.3.4 sans que le poids du radical suffise à expliquer ces déplacements dans les autres cas.

L'intensité de cette raie, toujours très grande, varie entre 10 et 24, avec deux valeurs moyennes 15 et 22. Nous avons cherché à relier cette intensité à la position de la bande d'absorption par rapport à la raie excitatrice. A cet effet nous avons construit les courbes d'absorption de toutes nos poudres; la lumière absorbée est étudiée par réflexion et nous avons vérifié que l'état cristallin de la substance était sans effet sensible sur l'absorption. L'absorption s'étend loin dans le visible et, dans une même famille, les courbes ne se ressemblent pas toujours.

L'étude de ces courbes n'a pas éclairci le problème de l'intensité de la raie de NO_2 à 1350 cm^{-1}, aucune correspondance simple n'apparaissant entre les variations de l'absorption et la variation d'intensité de la raie 1350 cm^{-1}.

Certaines autres raies se suivent bien d'un corps à l'autre et sont dues soit au radical NO_2 (vers 1520-1540 cm^{-1}), soit au noyau benzénique. La dernière raie forte à 1560-1590 cm^{-1} qui nous a servi à la comparaison des intensités est due aux doubles liaisons du noyau (vibration E_g^+); elle se déplace assez peu. De plus, dans les dibromonitrobenzène-1.3.5 et dinitrochlorobenzène-1.3.5 il apparaît une raie forte à 990-998 cm^{-1} qui n'existe pas dans les autres dérivés. Cette fréquence de pulsation du noyau benzénique

(vibration A_{1g}) existe dans les dérivés symétriques-1.3.5 (bien que le poids des radicaux varie) et dans les dérivés méta (1.3); elle disparaît dans les dérivés ortho ou para. Quand elle apparaît, cette raie est forte.

L'étude de cette série de dérivés du nitrobenzène illustre l'adaptation particulière de notre montage à l'examen des corps dont une bande d'absorption ultraviolette s'étend jusque vers le bleu.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur l'influence de l'ionisation sur la période de capture d'électrons*. Note de Mme **Pierrette Benoist**.

R. Daudel [1] et E. Segré [2] ont signalé, indépendamment et simultanément, la possibilité de modification de la période du phénomène de capture d'électrons périphériques par les noyaux sous l'influence de l'ionisation. Les premières expériences entreprises dans le but de mettre en évidence cet effet donnent une indication en faveur de son existence [3].

Nous voulons préciser ici, du point de vue théorique, les conditions dans lesquelles l'effet devrait être le plus important.

I. *Transitions permises*. — Lors d'une transition permise, seuls les électrons s peuvent être capturés avec une probabilité appréciable.

Dans le cadre d'une théorie faite sur le modèle de la théorie de Fermi de l'émission β, la probabilité de capture par unité de temps d'un électron s de nombre quantique principal n est

$$P_n = k(W_0 + W_n)^2 g_{n0}^2 (Z_{eff} R); \tag{1}$$

g_{n0}^2 est le carré de la plus grande des parties radiales des fonctions de Dirac calculée pour l'état correspondant de l'électron capturé, W_n est l'énergie totale de l'électron [4], W_0 la différence de masse entre le noyau initial et le noyau final ($W_0 > -W_1$), R le rayon nucléaire et Z_{eff} la charge nucléaire effective pour l'électron capturé. K est proportionnel à l'élément de matrice de la transition nucléaire et s'élimine dans cette étude.

La période de capture τ est donnée par

$$\frac{1}{\tau} = P_1 + P_2 + \ldots + P_n + \ldots + P_{n+q}. \tag{2}$$

En supposant qu'on puisse obtenir une ionisation permanente qui retire tous les électrons de nombre quantique $> n$, la nouvelle période de capture τ' est donnée par

$$\frac{1}{\tau'} = P_1 + P_2 + \ldots + P_n. \tag{3}$$

(1) *Revue Scientifique*, n° 3266, fasc. 3, 1947, p. 162.

(2) *Phys. Review*, 71, 1947, p. 274.

(3) R. Bouchez, P. et R. Daudel et R. Muxart, *Journal de Physique* (sous presse).

(4) Les unités sont données ici en unités relativistes.

Si l'on admet la règle de Slater pour la détermination des Z_{eff}, il faut remplacer P_n par $P'_n > P_n$ si les électrons p de nombre quantique n sont aussi retirés et par $P''_n < P_n$ s'il ne reste qu'un électron s sur la couche n.

Nous avons étudié la variation relative de période $(\tau' - \tau)/\tau$ qui dépend du degré d'ionisation, de la charge nucléaire Z et de W_0

$$(4)\qquad \frac{\tau' - \tau}{\tau} = \frac{\frac{P_{n+1}}{P_1} + \frac{P_{n+2}}{P_1} + \ldots + \frac{P_{n+q}}{P_1}}{1 + \frac{P_2}{P_1} + \frac{P_3}{P_1} + \ldots + \frac{P_n}{P_1}}.$$

1° *Influence du degré d'ionisation.* — $(\tau' - \tau)/\tau$ est de l'ordre de grandeur de P_{n+1}/P_1; c'est une fonction rapidement décroissante de n.

2° *Influence de Z.* — $(\tau' - \tau)/\tau$ est une fonction croissante de Z. Cependant, étant données les difficultés d'une ionisation profonde, il semble préférable de s'adresser à des noyaux légers.

Nous donnons ici les valeurs de $[(\tau' - \tau)/\tau] \times 100$ pour différents Z et différents degrés d'ionisation (nous avons pris $W_0 = 1$) :

	$n=1$.	$n=2$.	$n=3$.	$n=4$.	$n=5$.
$Z=4$..........	1,82				
$Z=36$..........	10,50	1,19	0,02		
$Z=86$..........	14,48	2,77	0,47	0,02	0,003

3° *Influence de* W_0. — $(\tau' - \tau)/\tau$ est une fonction décroissante de W_0, mais pour des valeurs de W_0 suffisamment grandes ($W_0 > 0$), W_0 intervient par un facteur $[(W_0 + W_n)/(W_0 + W_1)]^2$ très peu différent de 1 dans les rapports P_m/P_1 et son influence est négligeable. Au contraire, pour des valeurs de W_0 suffisamment voisines de la limite inférieure — W_1, les rapports P_m/P_1 peuvent être aussi grands qu'on veut et $(\tau' - \tau)/\tau$ est notablement plus grand.

Dans le cas d'un noyau dont la charge serait 54, on aurait les valeurs suivantes pour $[(\tau' - \tau)/\tau] \times 100$:

	$n=1$.	$n=2$.	$n=3$.	$n=4$.
$W_0=10$........	12,05	1,86	0,16	0,002
$W_0=1$........	12,43	1,92	0,17	0,0024
$W_0=0$........	12,92	2	0,19	0,0028
$W_0=-0,9$....	156	31,6	2,96	0,038

Il importe de remarquer que la période de capture est inversement proportionnelle à W_0^2 et que, par suite, pour les faibles valeurs de W_0 le phénomène de capture est moins fréquent et la variation de période plus difficile à étudier expérimentalement (pour $Z = 54$, $W_0 = -0,9$, $\tau \sim 10$ jours).

II. *Transitions interdites.* — Lors d'une transition interdite des électrons s, et aussi, suivant l'ordre d'interdiction de la transition, des électrons p, d, ... peuvent être capturés. Nous avons étudié le rapport $(\tau' - \tau)/\tau$ pour les transi-

tions interdites en utilisant les formules données par Marshak [5] lorsque l'interaction responsable de la transition a la forme *tenseur*. $(\tau'-\tau)/\tau$ est encore une fonction décroissante de n, croissante de Z, et décroissante de W_0. Pour des valeurs de W_0 suffisamment voisines de $-W_1$, $(\tau'-\tau)/\tau$ est d'autant plus grand que la transition est plus interdite, mais les mesures seront difficiles, à cause de la longueur des périodes correspondantes.

L'étude expérimentale de l'influence de l'ionisation sur la période de capture d'électrons est donc liée à la mise au point de méthodes donnant une ionisation permanente profonde, au moins jusqu'à la couche M. Le point de vue théorique montre que dans ces conditions cet effet pourrait être mis en évidence.

ATOMISTIQUE. — *Méthode de calcul de la répartition électronique dans le noyau pyridique et moment dipolaire.* Note [1] de M. **Jean Ploquin**, présentée par M. Paul Pascal.

La répartition électronique dans une molécule peut être atteinte par la méthode *des orbites moléculaires*. Pour étudier ainsi le noyau pyridique, Wheland et Pauling [2] ont été conduits à faire un certain nombre d'hypothèses :

Les solutions de l'équation séculaire pour le benzène sont connues; ils considèrent alors que le remplacement d'un CH benzénique par l'hétéroatome N se traduit seulement par une petite perturbation d_1 caractéristique d'une affinité électronique de l'azote supérieure à celle du CH. En outre, pour tenir compte de l'induction sur les carbones voisins, il faut faire intervenir des perturbations d_2 et d_6 « beaucoup plus petites que d_1 »; les intégrales $H_{kk}=\int\psi_k^*H\psi_k\,d\tau$ pour les autres carbones ($k\neq 1,2$ ou 6) ne sont perturbées que d'une façon négligeable. Appliquant ensuite la théorie des perturbations du premier ordre, ils trouvent

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{l} C_N=C_1= \left(1+\frac{43}{108}d_1-\frac{17}{54}d_2\right)e \\ C_\alpha=C_2=C_6=\left(1-\frac{17}{108}d_1+\frac{22}{54}d_2\right)e \\ C_\beta=C_3=C_5=\left(1+\frac{1}{108}d_1-\frac{14}{54}d_2\right)e \\ C_\gamma=C_4= \left(1-\frac{11}{108}d_1+\frac{1}{54}d_2\right)e \end{array}\right. \qquad \text{avec } \frac{1}{28}<\frac{d_2}{d_1}<\frac{1}{4}\quad [3].$$

[5] *Phys. Review*, 61, 1942, p. 431.

[1] Séance du 5 janvier 1948.

[2] *Journal of the American Chemical Society*, 6, 57, II, 1935, p. 2090.

[3] *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 797.

En comparant les énergies de résonance calculées et expérimentales, ces auteurs adoptent $d_1 = 2$, puis admettent $d_2/d_1 = 1/10$. On peut alors calculer, soit par les formules (1), soit en résolvant l'équation séculaire pour $d_1 = 2$ et $d_2 = 0,2$:

$$C_N = 1,73e \quad \text{ou} \quad 1,59e, \qquad C_\beta = 1,03e \quad \text{ou} \quad 0,95e,$$
$$C_\alpha = 0,77e \quad \text{ou} \quad 0,83e, \qquad C_\gamma = 0,80e \quad \text{ou} \quad 0,82e,$$

ce qui montre que, pour ces valeurs, la méthode de calcul n'est pas très précise. Or, les coordonnées des centres positif et négatif, avec les notations indiquées ([4]), sont :

$$\begin{cases} X_+ = X_- = 0, \\ qY_+ = \left(\frac{7}{108}d_1 - \frac{35}{54}d_2\right)2ae, \\ qY_- = \left(\frac{43}{108}d_1 - \frac{17}{54}d_2\right)2ae. \end{cases}$$

D'où le moment dipolaire

$$(3) \qquad \mu = qY_- - qY_+ = 2ae\frac{d_1 + d_2}{3}.$$

Si l'on admet les valeurs retenues par Wheland et Pauling, on aura $\mu = 4,93$ D, ce qui est plus de deux fois la valeur expérimentale ($\mu = 2,23$ D).

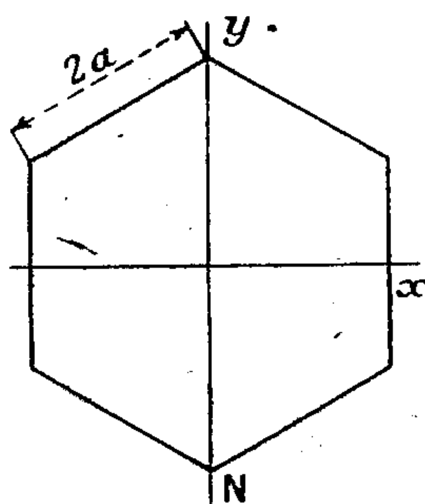
Mais on peut inversement utiliser la relation (3) simultanément avec les conditions (2) pour choisir au mieux d_1 et d_2. On trouve alors

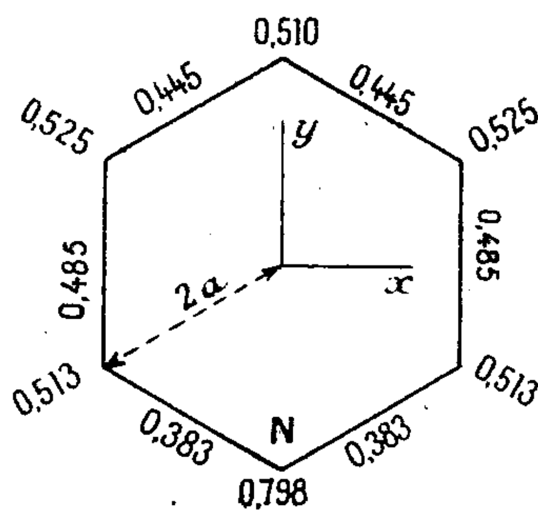
$$0,80 < d_1 < 0,96, \qquad \text{et} \qquad 0,03 < d_2 < 0,20,$$

avec les valeurs moyennes $d_1 = 0,9$, $d_2 = 0,1$, qui conduisent à la répartition suivante avec une très bonne approximation ([5]) :

$$C_N = 1,327e \qquad C_2 = 0,901e \qquad C_3 = 0,982e \qquad C_4 = 0,910e.$$

Cette façon de voir a l'avantage de donner une base expérimentale, plus





directement accessible, aux calculs; les valeurs de d_1 et d_2 sont d'ailleurs compatibles avec les considérations énergétiques des auteurs américains.

([4]) On a pris pour distance interatomique la valeur moyenne 1,39 Å (C—C = 1,40 et C—N = 1,37).

([5]) Le calcul rigoureux ne modifie que la 3e décimale et seulement de quelques unités.

Plus récemment, R. Daudel [3] a essayé, après Swartholm [6], de s'affranchir de l'hypothèse de la localisation des électrons π autour des noyaux. Il a obtenu pour la pyridine le diagramme ci-contre, qui permet de calculer le moment dipolaire. On trouve alors : $\mu = 1{,}24$ D, valeur bien trop faible.

Inversement quand on admet $\mu = 2{,}25$ D, on a $2a = 2{,}5$ Å, au lieu de 1,4 Å. Ceci confirme que la méthode de Daudel donne trop d'importance aux *zones de liaisons*, à l'opposé de celle de Wheland et Pauling qui favorise les *zones de sommet*. Toutefois celle-ci a l'avantage de pouvoir être plus facilement reliée aux données expérimentales; mais les auteurs américains négligent l'induction sur C_4 qui peut être du même ordre que d_2, d_6 ; enfin, si ces perturbations d_2 et d_6 sont petites par rapport à d_1, il faut pousser le calcul jusqu'au second ordre en d_1 si l'on veut tenir compte des autres perturbations. Ces perfectionnements seront l'objet d'une prochaine Note.

PHOTOCHIMIE. — *Énergies d'activation de l'azoture de sodium.* Note [1] de Mme **Solange Lormeau** présentée par M. Paul Pascal.

La détermination quantitative des phénomènes photogéniques faite en mesurant les accroissements des décharges des compteurs photoélectriques à cathode de CuI postule une relation linéaire entre le nombre des décharges et l'intensité du flux lumineux. Ainsi qu'on l'a montré à plusieurs reprises [2] ceci n'est réalisé que pour des variations d'intensité très faibles. Si l'on cherche à atteindre des données quantitatives pour des phénomènes qui correspondent à de fortes variations de l'intensité du rayonnement, on commet des erreurs d'autant plus grandes que la cellule est elle-même plus sensible. Il est donc intéressant d'utiliser une méthode permettant de corriger l'incurvation de la courbe de sensibilité. Nous avons signalé dans une précédente Note [3] qu'en interposant devant le compteur des écrans constitués par des grilles de cuivre noirci dont l'absorption a été soigneusement déterminée au préalable (étalonnage valable pour toutes les longueurs d'onde), on obtient effectivement des droites si l'on a soin d'employer des écrans d'absorption croissante quand l'intensité augmente, de façon que le nombre de décharges reste sensiblement constant.

Il nous a paru intéressant d'utiliser cette méthode pour redéterminer les énergies d'activation de la décomposition thermique de N_3Na. On sait [4] que

---

(6) *Arkiv Kemi, Mineral. Geol.*, **15** A, 1941, p. 13.

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) J. Roulleau, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1191; J. Mattler, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 171-173.

(3) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 865.

(4) R. Audubert, *J. de Chim. Phys.*, **34**, 1937, p. 405.

la variation de l'intensité du rayonnement I en fonction de la température obéit à la loi $d(\log I)/dt - E/RT^2$.

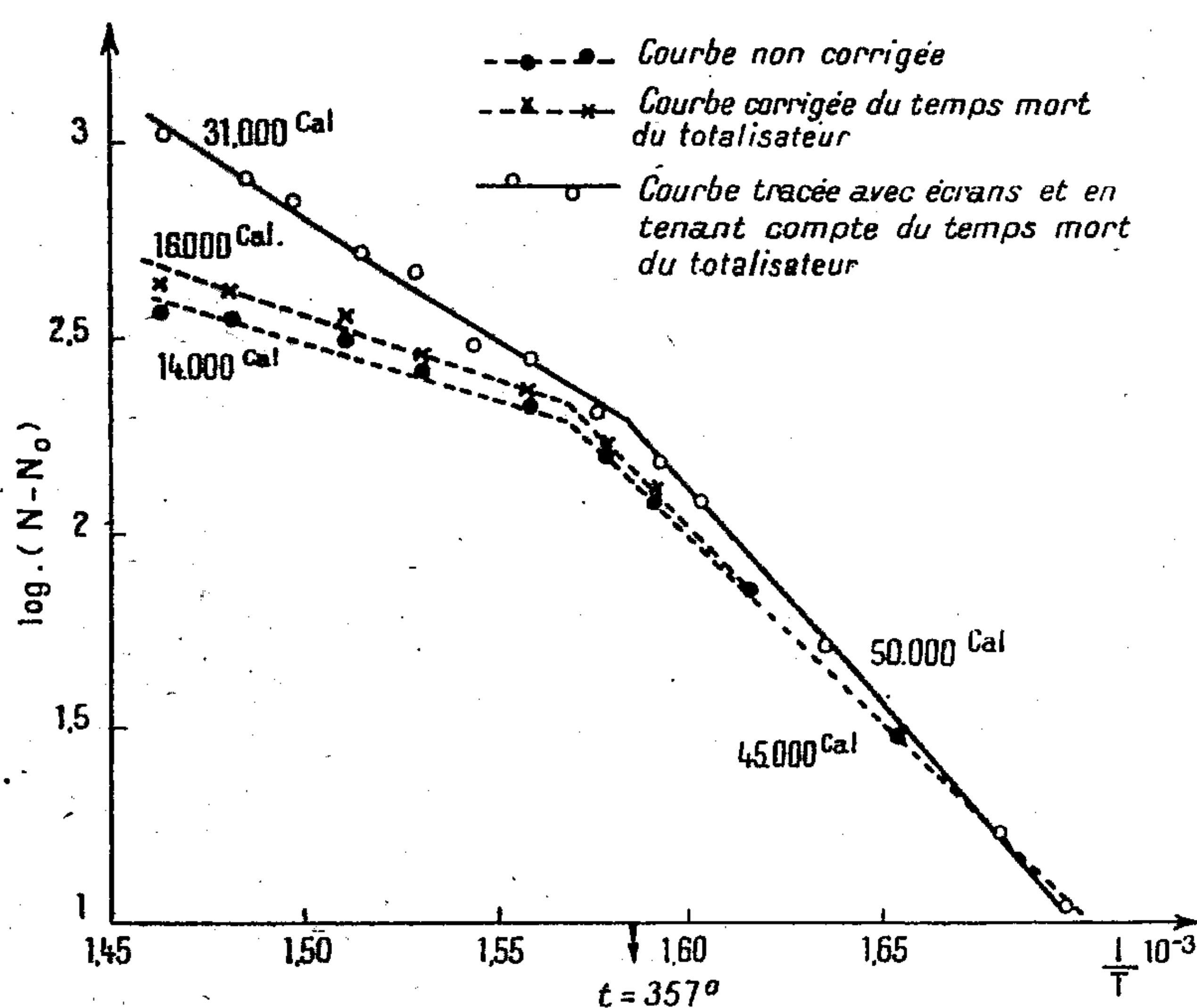
On déduit la valeur de E, énergie d'activation, en traçant la courbe $\log I = f(I/T)$. R. Audubert a trouvé pour l'azoture de Na deux portions de droites de pentes différentes, et les résultats trouvés avec des cellules à cette époque encore peu sensibles ont été 40 à 44000^cal pour la première pente, et 18 à 22000^cal pour la seconde (point de transition $t = 365° \pm 8$). En opérant avec une précision plus grande, J. Mattler ([5]), qui a étudié la dissociation thermique de N_3Na dans l'air, puis dans l'azote, a trouvé 48000^cal ± 1500^cal et 24500^cal ± 900^cal (point de transition $t = 352° \pm 6°$).

Nous avons repris ces déterminations en tenant compte, d'une part, de la correction du temps mort du totalisateur mécanique des décharges ([6]); d'autre part, de la correction de la courbe de sensibilité des cellules au moyen des écrans. Les résultats de 20 expériences ont donné

Pour la première pente, une énergie $E_1 = 50000$ cal. ± 1 300 cal.

Pour la seconde, une énergie $E_2 = 27600$ cal. ± 1 600 cal.

Température de transition : $t = 362° \pm 2°$.



Sur le graphique ci-dessus nous avons tracé, au cours de la même expérience, avec une cellule extrêmement sensible, la courbe non corrigée, la courbe corrigée en tenant compte du temps mort du totalisateur, et la courbe corrigée

([5]) *J. de Chim. Phys.*, 35, 1938, p. 277.

([6]) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 171-173.

par les écrans, compte tenu du temps mort du totalisateur. Ces courbes mettent en évidence l'importante correction apportée par les écrans dans le cas de compteurs très sensibles.

Dans les expériences antérieures les accroissements des décharges étaient relativement faibles, aussi n'est-il pas étonnant que la correction apportée dans l'ensemble aux anciens résultats reste petite.

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude de la structure et de la décomposition thermique des carbonates mixtes de strontium et de baryum.* Note (¹) de MM. **René Faivre** et **Georges Chaudron**, présentée par M. Paul Lebeau.

Nous avons étudié par diffraction des rayons X les carbonates de baryum et de strontium préparés par double décomposition, en solution aqueuse, du carbonate de sodium et de mélanges de chlorure de strontium et de chlorure de baryum. La précipitation à 100° donne, quelle que soit la teneur en baryum du précipité, *une phase unique qui possède la structure orthorhombique pseudo-hexagonale du carbonate de baryum et du carbonate de strontium* (type aragonite).

La figure 1 représente les variations des trois paramètres *a*, *b*, *c* définissant la

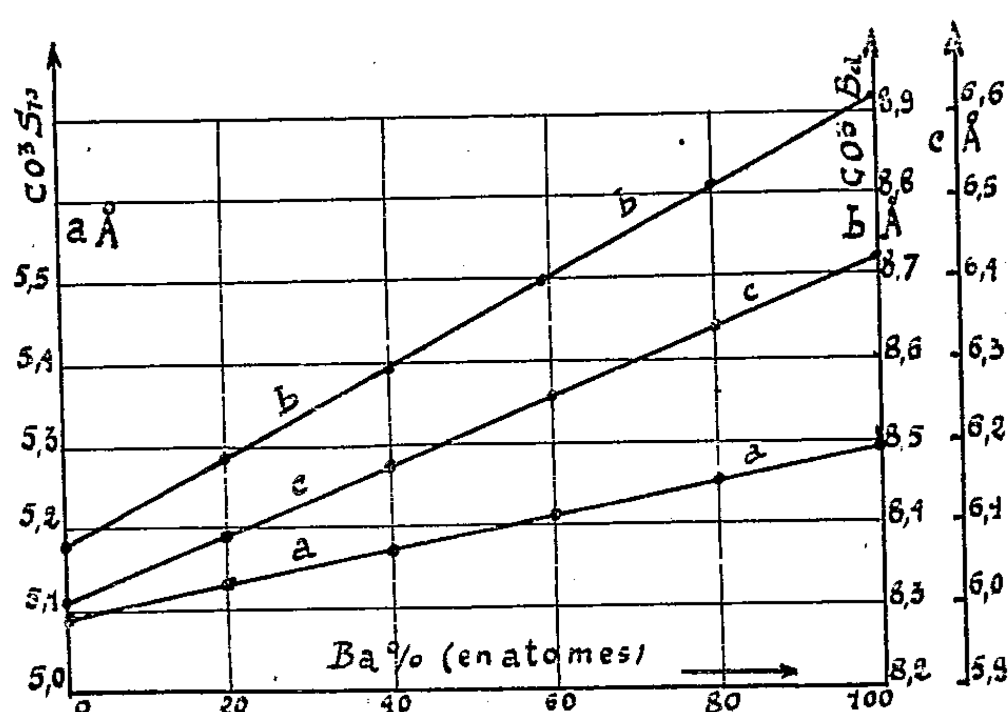


Fig. 1. — Variations des paramètres *a*, *b*, *c* des cristaux mixtes CO_3Sr-CO_3Ba en fonction de leur teneur en baryum.

maille cristalline de cette phase en fonction de sa teneur en baryum. On voit que ces variations obéissent parfaitement à la loi de proportionnalité de Végard. *Le carbonate de baryum et le carbonate de strontium sont donc miscibles en toutes proportions.*

Ces cristaux mixtes sont stables, c'est-à-dire qu'ils ne subissent pas par chauffage une transformation irréversible analogue à celle de l'aragonite en calcite (²).

(¹) Séance du 12 janvier 1948.

(²) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 73, et **222**, 1946, p. 227-229.

Nous avons tracé des courbes de dissociation isotherme à 800° du carbonate de strontium pur et des cristaux mixtes et nous avons également examiné les produits de dissociation par diffraction des rayons X en rayonnement rigoureusement monochromatique. Ces expériences font apparaître les propriétés remarquables suivantes :

1° Les cristaux mixtes se dissocient globalement comme le ferait un simple mélange (voir *fig.* 2).

2° La cinétique de la décomposition est cependant totalement différente de celle d'un mélange, car on constate que la vitesse de dissociation croît à

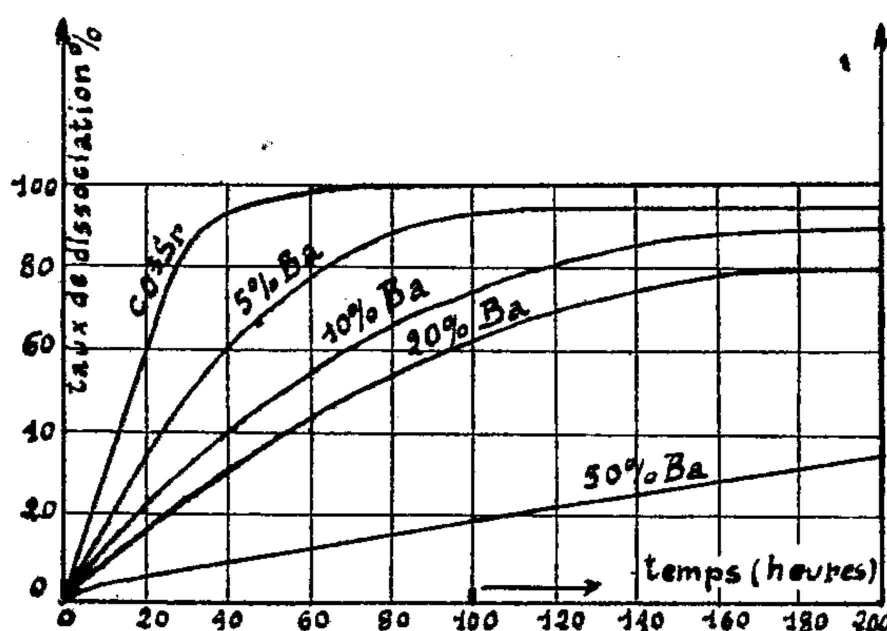


Fig. 2. — Isothermes 800° de dissociation de CO_3Sr et des cristaux mixtes CO_3Sp-CO_3Ba à l'air.

mesure que le cristal mixte est plus riche en carbonate de strontium (voir *fig.* 2).

3° La dissociation du carbonate de strontium à 800°, comme d'ailleurs celle des cristaux mixtes, conduit à un oxyde nouveau orthorhombique.

Il y a lieu de remarquer que ces résultats ne contredisent pas ceux qui ont été obtenus par Burgers (³) et Eisenstein (⁴) qui ont observé des oxydes mixtes cubiques de baryum et de strontium, mais qui ont effectué la dissociation sur des cathodes d'émission électronique portées à des températures beaucoup plus élevées (1200°).

Il est important d'indiquer que les rayons X mettent en évidence une transformation préliminaire du cristal mixte : les ions strontium, diffusant dans le réseau, viennent se concentrer en certains points pour former de gros cristaux de carbonate de strontium. C'est dans ce système à deux phases que se dissocie séparément le carbonate de strontium.

S. Fagueret (⁵) a montré que la dolomie se dissocie également comme un mélange de CO_3Ca et de CO_3Mg. Mais, dans ce cas, nous ne sommes jamais

(³) *Z. Phys.*, **80**, 1933, p. 352.

(⁴) *Journ. of Applied Phys.*, **17**, 1946, p. 434 et 654.

(⁵) Diplôme d'Études Supérieures n° **927**, Paris, 1940.

parvenus à déceler la formation préliminaire de CO_3Mg. On peut supposer qu'à la température relativement basse de décomposition de la dolomie, la vitesse de migration de l'ion magnésium serait plus faible que la vitesse de décomposition du carbonate de magnésium.

CHIMIE MINÉRALE. — *Fixation de molécules minérales par la bentonite.* Note de MM. **Fernand Kayser** et **Jean-Michel Bloch**, présentée par M. Paul Lebeau.

Le phénomène d'échange des bases, présenté par la montmorillonite et par les bentonites qui contiennent ce silicate d'aluminium hydraté, est connu depuis longtemps. On a pu, par échange, fixer sur la bentonite non seulement des cations simples, mais aussi le cation de sels de bleu de méthylène, de β naphtylamine, etc. ([1]). La fixation de protides en milieu acide a été également obtenue ([2]). Enfin Mac Ewans ([3]) signale la fixation par la bentonite de molécules de propanol, d'acétonitrile et de nitrométhane. Nous ne croyons pas que la fixation, par la bentonite, de molécules minérales ait été encore rapportée. Nous avons pensé que des molécules minérales dont la structure était covalente à un degré plus ou moins élevé seraient susceptibles de se fixer sur la bentonite. Nous n'avons pu en effet mettre en évidence la fixation de molécules minérales non covalentes, solubles ou insolubles, telles que les chlorure ou carbonate de zinc, le sulfure de plomb ou l'iodure de potassium. Aussi nous sommes-nous adressés d'abord aux halogénures d'argent, car d'après Pauling ([4]), les pourcentages de liaisons de covalence des chlorure, bromure et iodure d'argent cristallisés sont respectivement de 24, 26 et 46 % : nos résultats expérimentaux prouvent que la fixation de molécules homopolaires minérales sur la bentonite est possible, mais seulement lorsque ces molécules prennent naissance dans le milieu réactionnel. Dans ces conditions, le cation fixé n'est plus échangeable et il est dissimulé à ses réactifs habituels.

Nous avons employé, dans nos expériences, de la terre de Taourirt. Les particules d'argile sont calibrées à l'aide d'une supercentrifugeuse (environ $0^{\mu},1$ de diamètre équivalent), débarrassées des matières humiques par le perhydrol, puis électrodialysées. La bentonite ainsi obtenue ne fixe pas le chlorure d'argent préformé même après une longue agitation. Mais on obtient

([1]) J.-E. Gieseking, *Soil Sci.*, 47, 1939, p. 1.

([2]) L.-E. Ensminger et Gieseking, *Soil Sci.*, 51, 1940, p. 125.

([3]) *Nature*, London, 160, 1947, p. 511 (Compte rendu sommaire du Congrès de Rhéologie d'Exeter du 10 mai 1947).

([4]) *The nature of the chemical bond*, New-York, 1944, 2e édition.

au contraire la fixation de cette molécule lorsqu'on opère de la façon suivante : la bentonite pure, neutralisée par le cation sodium, est agitée avec une solution aqueuse de nitrate d'argent. On obtient ainsi une bentonite argentique qui, comme il fallait s'y attendre, échange facilement son argent, contre l'ion potassium par exemple, jusqu'à concurrence de 95 %. Les traces d'argent restantes sont solubles dans l'acide nitrique. La bentonite argentique est alors traitée par une solution de chlorure de sodium. Même après lavages et séchage, on obtient un produit prenant lentement une teinte violette sous l'action de la lumière, phénomène qui s'accompagne d'un léger dégagement de chlore. L'argent fixé n'est plus déplaçable par le nitrate de potassium et ne peut être extrait par l'acide nitrique à froid. Il n'est pas soluble non plus dans l'ammoniaque ou dans l'hyposulfite de sodium, solvants du chlorure d'argent. Pour solubiliser l'argent, on est obligé de détruire la structure du silicate par des actions énergiques.

La bentonite que nous avons ainsi traitée par actions successives des ions argent et chlore a fixé 74 milliéquivalents d'argent et 69 milliéquivalents de chlore pour 100^g.

On a pu également préparer une bentonite chloro-argentique par le processus inverse, c'est-à-dire en agitant ce silicate avec une solution concentrée et chaude de chlorure de sodium, puis, après lavages répétés, en faisant agir l'ion argent. On obtient alors un produit présentant les mêmes caractéristiques que précédemment, mais la quantité d'argent fixé est moindre. Ceci semble prouver une fixation initiale de l'anion chlore sur la bentonite.

Les phénomènes sont aussi nets lorsqu'on étudie la fixation du bromure et de l'iodure d'argent par le même procédé. L'argent fixé n'est plus déplaçable par les méthodes habituelles. Le bromure d'argent devient totalement insoluble dans l'ammoniaque, et l'iodure d'argent dans l'hyposulfite de sodium ou l'iodure de potassium. Cependant l'acide nitrique dilué au cinquième, qui ne réagissait pas sur la bentonite chloro-argentique, oxyde partiellement les bentonites bromo- et iodo-argentique avec dégagement d'halogène (surtout dans le cas de l'iodure), ce qui se traduit par une mise en liberté correspondante d'argent. Cependant il faut détruire la structure de l'argile pour obtenir une mise en liberté totale de l'argent.

Étudiant ensuite les sulfures de zinc et de cadmium, dont les molécules possèdent des liaisons de covalence, tout au moins dans les cristaux naturels de würtzite et de greenockite, nous avons pu fixer irréversiblement une petite quantité de zinc et de cadmium sous forme de sulfure, en faisant dégager l'hydrogène sulfuré dans les suspensions aqueuses de ces bentonites métalliques. La fixation de l'anion soufre, après destruction du silicate, a pu être vérifiée, car on a retrouvé cet anion oxydé sous forme de sulfate. Le zinc et le cadmium ne sont plus déplaçables par une solution de nitrate de potassium, comme c'était le cas avec les bentonites zincique et cadmique avant action du gaz

sulfurique. Au contraire les sulfures préformés, naturels ou artificiels, ne se fixent pas par agitation avec la bentonite.

En résumé, on peut admettre que certaines molécules à liaisons partiellement covalentes (tels les halogénures d'argent), lorsqu'elles prennent naissance dans le milieu réactionnel, peuvent être fixées sur des bentonites purifiées.

CHIMIE MINÉRALE. — *Décomposition par la chaleur du nitrate de plomb.* Note (¹) de M. **Albert Nicol**, présentée par M. Pierre Jolibois.

Le nitrate utilisé est un produit pur du commerce, une pulvérisation très poussée est nécessaire pour éviter des projections pendant la décomposition. Celle-ci commence un peu avant 400° et se termine vers 595°. La courbe thermogravimétrique situe des températures remarquables aux environs de 443°, 459°, 474° et 531°. Un examen sommaire montre que ces températures divisent la courbe de façon telle que la perte de poids subie dans le premier intervalle est voisin de la moitié de la perte totale et que les trois pertes suivantes sont sensiblement égales. Nous pouvons de suite identifier la dernière perte de 531° à 600° comme celle provenant de la décomposition du minium.

Si nous désignons par a, b, c, d, e les pertes successives, l'étude chiffrée du graphique nous permet d'écrire, $a=b+c+d$; $b=c=d$; e est une perte qui occasionnera une certaine perturbation dans la fin de la courbe. En effet, le minimum qui se forme par oxydation de PbO prend son oxygène ou dans l'air, ou dans le dégagement fourni par la décomposition du nitrate.

Cette remarque faite, en ramenant le calcul des pertes à la molécule, qui par décomposition éprouve une perte totale de 108, on peut écrire

$$a=54,\qquad b=c=d=\frac{54}{3}.$$

A titre d'exemple, nous pouvons citer les pertes successives (*fig.* 1) : 56,4, 16,3, 14,2, 18,3 et 2,2 pour un total de 107,4 au lieu de 108.

Nous noterons également que l'instabilité des corps intermédiaires apporte quelques difficultés dans la mesure de ces pertes.

Baekland a bien étudié cette décomposition, mais surtout d'après la phase gazeuse. En particulier pour expliquer certaines particularités, il indique la formation de deux sels basiques intermédiaires

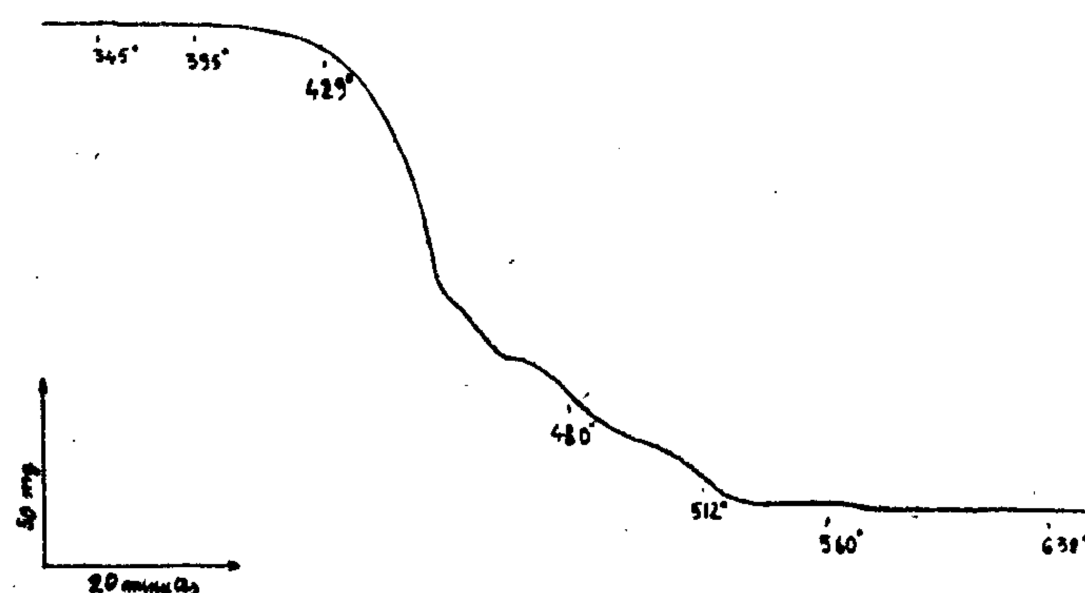


$$2(NO_3)_2Pb, PbO \quad \text{et} \quad (NO_3)_2Pb, 2PbO.$$

Nous considérerons au contraire les pertes de poids, sans nous préoccuper des réactions possibles entre les constituants de la phase gazeuse. Nous admet-

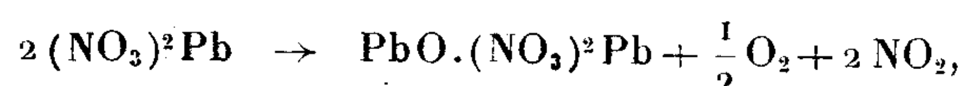
(¹) Séance du 12 janvier 1948.

tons que la décomposition consiste toujours élémentairement à libérer $2\,NO_2 + 1/2\,O_2$ par molécule et que le plomb conserve la valence deux. Avec ces données, il nous est permis d'interpréter les phases successives de décomposition.



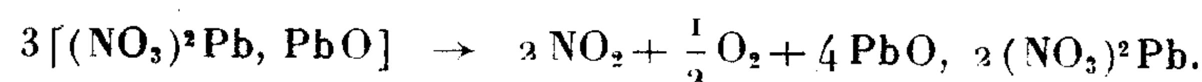
Analyse thermogravimétrique du nitrate de plomb.

$a = 54$ nous oblige d'admettre que $1/2\,(2\,NO_2 + 1/2\,O_2)$ est seulement libéré par molécule, et la conservation de la valence du plomb introduit la participation de 2 molécules



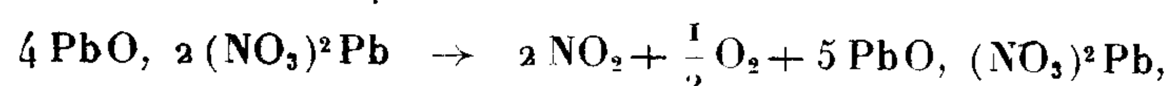
$$2\,(NO_3)^2Pb \rightarrow PbO.(NO_3)^2Pb + \frac{1}{2}O_2 + 2\,NO_2,$$

$b = c = d = 54/3$ conduit à une libération de $1/6\;(2\,NO_2 + 1/2\,O_2)$ qui nous conduit à écrire successivement



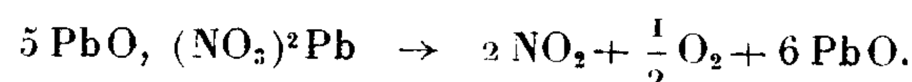
$$3\,[(NO_3)^2Pb,\ PbO] \rightarrow 2\,NO_2 + \frac{1}{2}O_2 + 4\,PbO,\ 2\,(NO_3)^2Pb.$$

Nous retrouvons ainsi un des sels signalés par Beakland, puis



$$4\,PbO,\ 2\,(NO_3)^2Pb \rightarrow 2\,NO_2 + \frac{1}{2}O_2 + 5\,PbO,\ (NO_3)^2Pb,$$

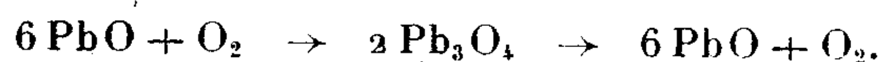
et finalement



$$5\,PbO,\ (NO_3)^2Pb \rightarrow 2\,NO_2 + \frac{1}{2}O_2 + 6\,PbO.$$

D'après nos graphiques, il se formerait du minium correspondant sensiblement à la totalité du PbO oxydé, probablement, par suite du milieu oxydant dans lequel PbO est placé.

Donc



$$6\,PbO + O_2 \rightarrow 2\,Pb_3O_4 \rightarrow 6\,PbO + O_2.$$

Pour isoler ces produits successifs, nous avons exécuté leurs trempes aux diverses températures de fin de formation, ce qui nous permet les conclusions suivantes :

Il se forme :

Jusqu'à 445° : $(NO_3)_2Pb$, PbO de couleur blanc jaunâtre, variété reconnue amorphe par son spectre X;

De 445° à 455° : $2(NO_3)_2Pb$, 4 PbO de couleur blanche, variété reconnue amorphe par son spectre X;

De 455° à 470° : $(NO_3)_2Pb$, 5 PbO de couleur rouge brun, variété cristallisée;

Jusqu'à 531°, ce dernier corps se détruit, se transformant en minium, de sorte que le produit trempé à cette température a une couleur orange et que son spectre X indique un mélange de PbO et Pb_3O_4.

Nous remarquerons que les différents sels basiques rencontrés ont tous été signalés par de nombreux auteurs. Mais ces sels étaient obtenus par voie humide et comportaient généralement un certain nombre de molécules d'eau.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'absorption de l'oxyde de carbone par les solutions de carbonate cuivreux ammoniacal. Saturation et analyse des solutions.* Note [1] de MM. **Marcel Patry** et **Robert Duguet**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans une Note précédente nous avons décrit l'évolution des caractères analytiques présentés par l'oxyde de carbone au cours de son absorption par les solutions de carbonate cuivreux ammoniacal.

Après plusieurs jours de barbotage, la solution se trouve, apparement tout au moins, saturée en CO. La totalité du gaz entrant sort en effet sans modification du saturateur. Analytiquement, l'oxyde de carbone absorbé a évolué vers un état complexe stable vis-à-vis du cyanure de potassium. Cette évolution se continue dans la solution au repos après arrêt du courant gazeux. Après trois jours de repos, il n'est plus possible de déceler la moindre trace d'oxyde de carbone déplaçable au cyanure. Nous avons vérifié que cette évolution était indépendante de la phase gazeuse. Par contre l'oxyde de carbone dissous, tout en diminuant également pendant le repos, ne tend pas vers zéro, mais vers une valeur fixe dépendant de la pression partielle de l'oxyde de carbone dans la phase gazeuse.

Le tableau I reproduit quelques résultats observés au cours du repos des solutions.

TABLEAU I.

Temps (h)	0.	52.	65.
CO dissous [2]	1,20	0,44	0,29
« déplaçable au cyanure de potassium [2]	2,08	0,34	0

Dans cette solution apparemment saturée, puis laissée au repos jusqu'à dissimulation complète de l'oxyde de carbone combiné, nous avons repris le

(1) Séance du 5 janvier 1948.

barbotage dans les mêmes conditions expérimentales que précédemment. Nous avons constaté alors que la solution n'était qu'apparemment saturée puisqu'elle pouvait encore absorber une quantité appréciable d'oxyde de carbone. En effet, dans la solution ayant absorbé préalablement 69l,30 d'oxyde de carbone, nous avons pu encore retenir 2l,4 de ce gaz. Pendant cette nouvelle absorption on constate une élévation du taux de CO dissous et l'on voit réapparaître du CO déplaçable par le cyanure de potassium. Il se trouve ainsi vérifié que l'absorption passe toujours par le stade dissolution et l'état complexe déplaçable par le cyanure avant l'évolution vers l'état complexe le plus stable.

Le tabeau II reproduit les phénomènes observés.

TABLEAU II.

Temps (h)	0.	2.	13.	24.	36.
CO absorbé (2)	69,30	70,80	71,6	71,6	71,6
« dissous (2)	0,29	—	0,92	1,3	0,7
« décelable par le cyanure...	0	—	1,04	1	0,8

Analyse. Dosage du CO *dissimulé*. — Pour détecter et analyser l'oxyde de carbone dissimulé au cyanure, nous avons essayé de nombreux procédés. Finalement nous sommes arrivés à d'excellents résultats en utilisant l'électrophorèse de la solution avec un appareil analogue à celui utilisé par C. Duval (2) pour l'étude des complexes. Le complexe se dirige vers la cathode où il se décompose en libérant du cuivre et de l'oxyde de carbone. La quantité d'oxyde de carbone ainsi dégagée correspond exactement à l'écart observé entre le CO absorbé mesuré par différence entre les gaz entrant et sortant de l'absorbeur et l'oxyde de carbone mesuré par déplacement au cyanure de potassium.

Une conclusion importante de cette étude est que l'oxydation du CO en CO_2 pendant la saturation signalée par certains auteurs (3) et considérée comme corrélative à la réduction du cuivre ne paraît pas conforme aux faits.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse et identification de quelques dérivés chlorocycléniques.* Note (1) de MM. **Max Mousseron** et **Robert Jacquier**, présentée par M. Marcel Delépine.

1. Le dichloro-1.2 cyclohexène-2 (I*a*) est obtenu mélangé avec son isomère (II*a*) dans l'action du pentachlorure de phosphore sur la chloro-2 cyclohexanone (2).

---

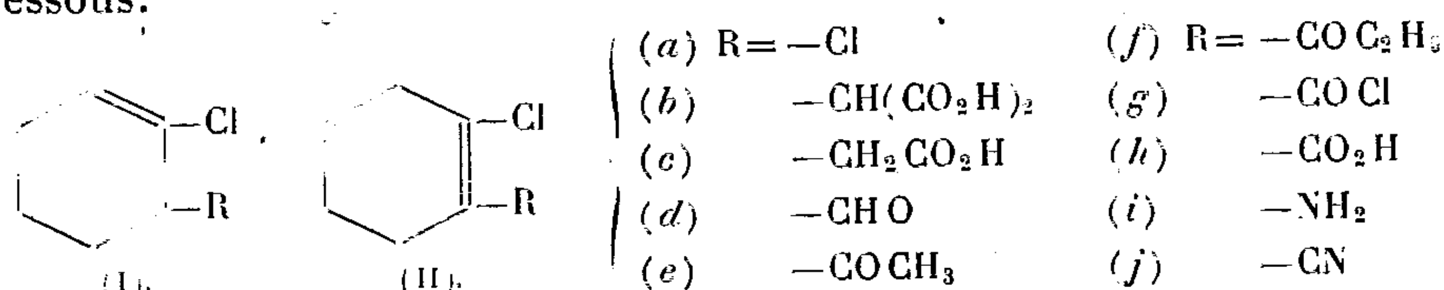
(2) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 2175.

(3) Javoronkoy-Rechtchikov, *J. Khim. Prom.*, **10**, 1933, n° 8, p. 41-49; Leschewski, Tolkmitt et Moller, *Z. Anorg. Allg. Ch.*, **235**, 1938, p. 369 à 384.

(1) Séance du 5 janvier 1948.

(2) Mousseron, Winternitz et Jacquier, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, **14**, 1947, p. 196.

Le malonate d'éthyle sodé ne réagit que sur (I *a*) avec formation d'acide (chloro-2 cyclohexène-2)yl malonique (I *b*) F 140°, qui conduit par décarboxylation à l'acide (chloro-2 cyclohexène-2)yl acétique (I*c*) F 54-55°. Son ester éthylique $É_5$ 108°; d_{25}^{25} 1,089; n_D^{25} 1,4756, traité par le bromure de phénylmagnésium en vue d'appliquer la dégradation de Barbier-Wieland, donne le carbinol correspondant, déshydraté brut par l'anhydride acétique. L'oxydation acétochromique du carbure $É_1$ 175-180° intermédiairement isolé ne donne pas l'acide (I *h*) attendu mais, par déplacement de la double liaison lors de la déshydratation, l'acide (II *h*) F 105-106° qui sera identifié ci-dessous.



2. Le diester $É_5$ 140° de (I *b*) a été dégradé selon la méthode de Curtius. Nous avons isolé successivement le dihydrazide (F vers 230°), la gem-diuréthane F 155° et le chloro-2 méthylal-1 cyclohexène-2 (I *d*) (sem. carb. F 250-253).

3. L'addition du chlorure d'acétyle sur le chloro-1 cyclohexène en présence de chlorure stannique ([3]) donne un mélange en proportions sensiblement égales de deux éthylones $É_{18}$ 110° de sem. carb. F 158-159° (C_6H_6) et F 211° (CH_3OH) qui possèdent respectivement les structures (I *e*) et (II *e*).

L'addition du chlorure de propionyle donne de même deux cétones $É_{20}$ 120-122° de sem. carb. F 144° (C_6H_6) et F 205-206° (CH_3OH), et de formules respectives (I *f*) et (II *f*).

L'identification de ces produits a été réalisée comme il suit :

Par action de PCl_5 sur la carbéthoxy-2 cyclohexanone, nous avons isolé le chlorure (II *g*) $É_{15}$ 110-115°, d_{25}^{25} 1,280, n_D^{25} 1,5119 de l'acide (II *h*), F 105-106° (amide F 182-183°). L'emplacement de la double liaison a été déterminé au moyen de la méthode de Curtius modifiée; l'action de l'azothydrate de sodium conduit, dans le cas de (II *g*), à la chloro-2 cyclohexanone, effectivement mise en évidence, et qui se forme par hydrolyse de l'énamine instable (II *i*), tandis que le chlorure d'acide (I *g*) aurait donné naissance à l'amino-1 chloro-2 cyclohexène-2 (I *i*).

Les iodures de zinc-méthyle et éthyle nous ont ensuite permis de passer de (II *g*) aux cétones (II *e*) et (II *f*), ce qui identifie ces dernières.

Nous avons également isolé, dans cette action du pentachlorure, l'acide (I *h*)

([3]) COLONGE et DUROUX, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 7, 1940, p. 459.

F 163-164° (amide F 130-132°) et l'acide dichloro-2.2 cyclohexanecarboxylique (amide F 195-196°).

4. La carbéthoxy-2 cyclopentanone, traitée par PCl_5 ([4]), donne uniquement le chlorure $É_{20}$ 90-92°; d_{20}^{20} 1,247; n_D^{20} 1,4760 de l'acide chloro-2 cyclopentène-1 carboxylique F 117° (amide F 145°). L'action du malonate d'éthyle sur ce chlorure d'acide ([5]), suivie d'une hydrolyse, donne l'éthylone-1 chloro-2 cyclopentène-1 $É_{20}$ 92-95°; d_{25}^{25} 1,090; n_D^{25} 1,4700 (sem. carb. F 129-130°).

5. Traité par le cyanure de potassium, (I*a*) conduit au cyano-1 chloro-2 cyclohexène-2 (I*j*) $É_{15}$ 127°; d_{25}^{25} 1,182; n_D^{25} 1,4875, transformé par l'eau oxygénée alcaline ([6]) en amide correspondant F 130-132°, et saponifié avec déplacement de la double liaison en acide (II*h*) F 105-106°. L'iodure de méthylmagnésium donne un composé d'addition régénérant le nitrile initial par hydrolyse.

Le cyano-1 chloro-2 cyclohexène-1 (II*j*), de constantes identiques, obtenu par déshydratation de l'amide F 182-183°, réagit par contre avec CH_3MgI en donnant l'éthylone (II*e*).

L'action du pentachlorure de phosphore sur la cyano-2 cyclohexanone ([7]) permet d'isoler, avec un mauvais rendement, un mélange des deux nitriles précédents.

La réaction de Stephens ([8]) n'est pas applicable à ces composés.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Étude sur l'autoxydation de l'acide palmitique et de ses dérivés.* Note de M. **Charles Paquot** et Mlle **Françoise de Goursac**, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans une étude précédente ([1]) nous avons fait un bref résumé des résultats obtenus à la suite de différents travaux portant sur l'oxydation des acides gras saturés ou de leurs dérivés par divers oxydants.

Compte tenu de l'influence sélective que peut avoir un oxydant ou un catalyseur sur la nature ou la quantité d'un produit formé, les auteurs de ces recherches ont identifié ou isolé des acides volatils et gazeux à bas poids moléculaire (CO_2, acides acétique, butyrique, caproïque etc.), des monoacides

([4]) Rapson et Robinson, *J. Chem. Soc.*, 1935, p. 1540.
([5]) Wilds et Beck, *J. Am. Chem. Soc.*, 66, 1944, p. 1688.
([6]) Radziszewsky, *Ber. deutsch. chem. Ges.*, 18, 1885, p. 355.
([7]) Meyer, *Helv. Chim. Acta.*, 16, 1933, p. 1291.
([8]) *J. Chem. Soc.*, 1925, p. 1874.

([1]) *Oléagineux*, 2, 1947, p. 564.

à nombre d'atomes de carbone inférieur à celui étudié, des diacides (acides oxalique, succinique, adipique), des hydroxyacides, des cétones et des acides cétoniques, des produits lactoniques.

Dans un domaine plus général que celui des acides gras, de nombreuses théories ont été émises sur le processus d'oxydation des chaînes aliphatiques saturées. Il convient de retenir principalement ce qui suit :

a. La théorie *d'hydroxylation* suggérée par Bones. Un atome d'oxygène se fixerait sur un groupement hydrocarboné donnant naissance à un alcool qui s'oxyderait à son tour.

b. La théorie de *peroxydation* recueillant le plus de suffrages. La molécule d'oxygène se fixerait sur deux atomes de carbone voisins en donnant un peroxyde instable à l'origine des produits formés. Cette théorie a été modifiée par Lewis qui suppose.

c. Une *déshydrogénation primaire*. Deux atomes de carbone voisins perdraient chacun un atome d'hydrogène créant une double liaison sur laquelle la molécule d'oxygène se fixerait.

Dans le cas des acides gras, l'oxydation se porte au voisinage du groupement fonctionnel. Dakin a démontré que celle-ci avait lieu en β, mais Clutterbuck et Raper ont précisé qu'en dehors de cette oxydation il y avait une γ et une δ oxydation représentant dans le cas envisagé 6 à 12 % environ des produits mis en œuvre.

De tous les oxydants, l'air (ou l'oxygène) a été le moins utilisé; aussi avons-nous essayé d'étudier son action sur du caprate et sur du palmitate d'éthyle en faisant passer un courant d'air exempt de gaz carbonique dans l'ester porté à la température de 100°.

Nous avons employé comme catalyseur la phtalocyanine de nickel, qui a la propriété d'activer l'action de l'oxygène sans modifier la nature des produits formés [2]. Ces derniers étaient constitués par du gaz carbonique, par des acides à nombre pair d'atomes de carbone inférieurs à celui étudié, par de l'acide oxalique et par des cétones. Un essai fait sur l'acide palmitique dans les mêmes conditions a donné des résultats analogues aux précédents. Mais en employant le palmitate de potassium comme catalyseur, un léger abaissement des indices d'acides et de saponification, contrairement à ce qui avait lieu au cours des expériences antérieures où ces indices augmentaient nettement, semblait dû : 1° à une proportion plus forte d'insaponifiable (compte tenu du temps d'oxydation); 2° au fait que l'on ne trouve pas d'acides inférieurs à l'acide laurique, ainsi qu'en témoigne le tableau ci-après.

---

[2] C. PAQUOT, *Autoxydation et oxydation par l'oxygène catalysée par les phtalocyanines des carbures éthyléniques et benzéniques*, Paris, 1944

	En présence de 1 % de phtalocyanine de nickel à 100°.			En présence de 18 % de palmitate de K à 100°.
	Caprate d'éthyle.	Palmitate d'éthyle.	Acide palmitique.	Acide palmitique.
Temps d'oxydation	200 h	160 h	300 h	140 h
CO_2	+	0,57 % en mol	+	+
Acide oxalique	+	+	+	+
Acides caproïque	+			
» caprilique	++	+	+	
» caprique	+++	+	+	
» laurique		++	++	+
» myristique		++	++	++
» palmitique		+++	+++	+++
Insaponifiable	0,1 %		0,6 %	1,24 %

Ces derniers résultats nous ont incités à étudier l'action de l'air à 100° sur le palmitate de potassium en solution aqueuse. Après 76 heures d'oxydation, on note :

0,79 % en molécule de CO_2 ; 0,85 % d'acide oxalique; 0,32 % d'insaponifiable; 0,19 % de produits lactoniques que nous avons isolés et dont l'indice de saponification de 413 correspondrait à un mélange de lactones d'acides inférieurs (caproïque 484; caprilique 388; caprique 326). On ne trouve pas d'acides inférieurs à l'acide laurique; les quantités plus fortes de gaz carbonique et d'insaponifiable constituées par des produits cétoniques viennent confirmer les résultats précédents.

De cet ensemble d'expériences nous pouvons conclure *a priori* que, dans le phénomène d'autoxydation pour les acides gras saturés, à nombre pair d'atomes de carbone qui nous ont servi, nous avons affaire

1° A une *β-oxydation* provoquant :

a. d'une part une *scission acide* coupant la molécule de deux en deux avec formation d'acide oxalique et d'acides inférieurs à un nombre pair d'atomes de carbone ;

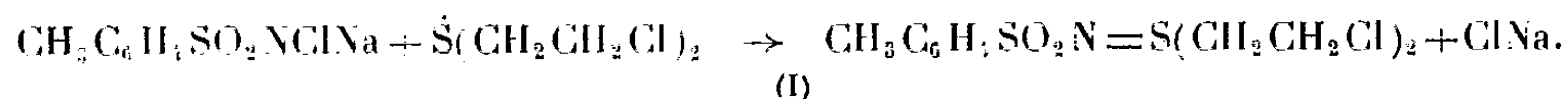
b. d'autre part, une *scission cétonique* (décarboxylation) moins importante, mais favorisée par la présence d'un alcalin.

2° Dans une proportion moindre, à une oxydation favorable à la formation de lactones stables, ce qui suppose une γ ou δ oxydation.

Il faut noter que les produits identifiés sont les termes stables de l'autoxydation, et que les produits labiles intermédiaires qui existent certainement n'ont pas encore été isolés.

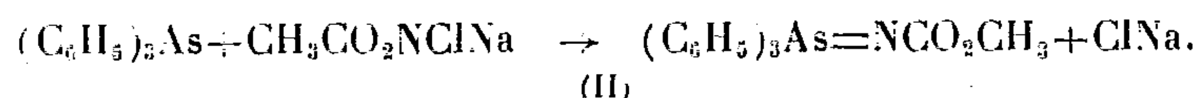
CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude des sulfilimines.* Note de
M. **Pierre Chabrier** et M[lle] **Klaudia Smarzewska**, présentée par
M. Marcel Delépine.

Raper ([1]) montra que les sels alcalins des sulfamides chlorés réagissent sur les sulfures en donnant un composé d'addition. Ainsi le sel de sodium du paratoluène sulfamide monochloré se combine au sulfure d'éthyle dichloré selon l'équation (I).



$$CH_3C_6H_4SO_2NClNa + S(CH_2CH_2Cl)_2 \rightarrow CH_3C_6H_4SO_2N{=}S(CH_2CH_2Cl)_2 + ClNa. \quad \text{(I)}$$

Mann et Pope ([2]) généralisèrent dans une certaine mesure cette réaction et obtinrent des composés de la forme $ArSO_2N{=}S<$ qu'ils proposèrent d'appeler sulfilimines. Dans le même ordre d'idées, l'un de nous ([3]) décrivit le composé d'addition du sel de sodium de N-chlorocarbamate de méthyle sur la triphénylarsine (II)



$$(C_6H_5)_3As + CH_3CO_2NClNa \rightarrow (C_6H_5)_3As{=}NCO_2CH_3 + ClNa. \quad \text{(II)}$$

L'objet de cette Note est de signaler un curieux cas de transposition observé en étudiant l'action du sel de sodium du N-chlorocarbamate de méthyle sur le sulfure asymétrique $C_6H_5CH_2CH_2SCH_2CO_2H$, F 54°, obtenu par action du bromure de phényléthyle sur l'acide thioglycolique en milieu alcalin.

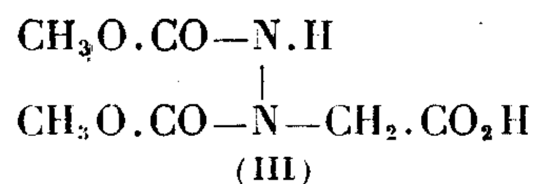
Si l'on fait réagir en milieu benzénique ou en milieu éthéré parties équimoléculaires du sel de sodium du N-chlorocarbamate de méthyle et d'acide phénoéthylthioglycolique, on observe une réaction assez vive, le chlorure de sodium se sépare et la combinaison reste en solution. L'évaporation à siccité de la solution benzénique ou éthérée abandonne un résidu sirupeux d'où il se sépare après un temps assez long, deux mois environ, des cristaux, insolubles dans l'éther, que l'on isole.

Ce nouveau composé fond à 166°, il ne renferme pas de soufre et représente environ 35 % du carbamate mis en œuvre. Son analyse élémentaire conduit à lui assigner la formule brute $C_6H_{10}O_6N_2$. Ce composé est acide; son titrage acidimétrique en présence de phtaléine permet de lui attribuer un poids moléculaire de 205 (théorie 206 monoacide); la détermination de son poids moléculaire par cryoscopie dans l'acide acétique confirme ce chiffre (trouvé 198).

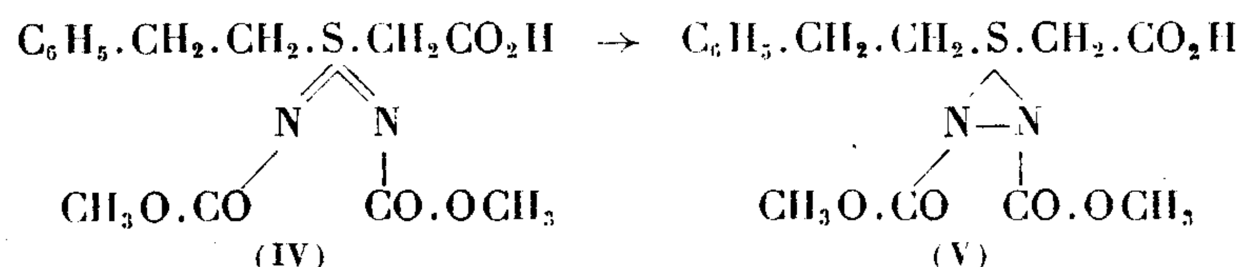
Ce composé réduit le réactif de Nessler à chaud. Tous ces faits s'accordent

([1]) *Report to the Chemical Warfare Departement*, May 1917.
([2]) *J. Chem. Soc.*, **121**, 1922, p. 1052.
([3]) P. Chabrier, *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 362.

avec la formule (III) que nous proposons



La formation de cet acide di-N—N′ (carbométho-hydrazine acétique) nous paraît supposer l'existence d'un produit intermédiaire représenté par les formules (IV) et (V)



dont le réajustement après hydrolyse conduirait au composé (III).

Il est intéressant d'observer, pour la première fois, la formation d'un groupement hydrazinique à partir du sel de sodium du carbamate de méthyle N-chloré. En effet, la décomposition thermique de ce composé ne conduit pas à l'azodicarbonate de méthyle $CH_3O.CON{=}NCOOCH_3$, mais à une dégradation de la molécule. L'ammoniaque, l'acide cyanhydrique, la méthylamine, l'azote et le gaz carbonique ont pu être identifiés en dehors du chlorure de sodium parmi les produits de cette décomposition.

CRISTALLOGRAPHIE. — *De quelques considérations sur l'orientation du chlorure de potassium sur les micas suivant une face du cube.* Note de M. **Louis Royer**, présentée par M. Charles Mauguin.

1. Dans une Note précédente [1] j'ai résumé les questions que pose l'épitaxie signalée par M. G. Deicha des cristaux de KCl sur le plan de clivage des micas suivant une face du cube.

J'ai insisté en particulier sur le fait que le plan *p* (001) du cube de KCl ne renferme pas de maille pseudo-sénaire quasi identique en forme à celle qui existe dans le plan de clivage *p* (001) du mica. On sait, en effet, que par suite de la pseudo-symétrie sénaire du mica, l'angle compris entre les deux rangées [100] et [110] du plan *p* (001) de cette espèce minérale est sensiblement égal à 60°. L'angle correspondant dans le plan *p* (001) du cube de KCl est de 63°26′ (angle que font les rangées [110] et [130] de la face du cube). Il est évident que, dans ces conditions, il ne peut y avoir, lors de l'accolement de KCl sur le plan *p* (001) du mica suivant une face du cube, une quasi identité de forme de deux mailles planes dans les deux espèces;

---

(1) *Comptes rendus,* **194**, 1932, p. 1240.

2. Si le mica pouvait imposer aux cristaux de KCl qui prennent naissance au contact de son plan de clivage p (001) de s'orienter tantôt suivant une face du cube, tantôt suivant une face de l'octaèdre, on pourrait prévoir qu'un cristal de KCl qui prend naissance au contact d'une face d'un autre cristal de KCl qui lui sert de support, serait susceptible de s'y orienter suivant une face de l'octaèdre. Rien de semblable n'a jamais été signalé. Par contre, de pareilles orientations ont été observées par des auteurs russes ([2]), mais elles se font par accolement de deux cristaux préexistants venus ultérieurement en contact.

On sait, en effet, grâce au travail de M. Schaskolsky et A. Schubnikow, que quand de petits cubes d'alun tombent sur une grande face octaédrique d'un cristal d'alun, ils s'associent par une face du cube à la face octaédrique du grand cristal et montrent une position privilégiée définie par le parallélisme d'une des diagonales de la face du cube p(001) (rangée [110] ou [$1\bar{1}0$]) avec une arête du grand octaèdre. Les deux cristaux d'alun ainsi accolés n'ont de commun qu'une seule rangée et forment un groupement régulier de deux cristaux de même espèce résultant de l'accolement de deux cristaux préexistants. C'est ce groupement régulier que G. Friedel ([3]) désigne sous le terme de macle monopériodique.

3. On ne connaît pas actuellement d'exemple de groupement épitaxique monopériodique résultant de l'accolement de deux cristaux d'espèces différentes préexistants venus en contact.

Mais il est aisé de prévoir les particularités auxquelles une pareille épitaxie monopériodique serait soumise.

Pour qu'il puisse y avoir épitaxie monopériodique entre un cristal A et un cristal d'espèce différente B, il serait nécessaire que A possédât une rangée dense [pqr] qui ait un paramètre quasi identique à celui d'une rangée dense [uvw] de B. Les deux cristaux A et B préexistants et venant en contact s'orienteraient de telle manière que les deux rangées [pqr] et [uvw] soient parallèles. Le contact purement mécanique de A et B imposerait l'accolement suivant les faces préexistantes, toute face de A appartenant à la zone dont la rangée [pqr] est axe de zone pouvant s'accoler à toute face de B admettant la rangée [uvw] comme axe de zone.

Il ne serait donc plus indispensable, comme cela a lieu pour les groupements épitaxiques tripériodiques et dipériodiques, que dans le plan d'accolement les réseaux des deux cristaux accolés soient quasi identiques en formes et en dimensions.

4. Si maintenant l'on imagine un groupement épitaxique monopériodique entre cristaux préexistants de KCl et de mica, on s'aperçoit que l'orientation

---

([2]) M. Schaskolsky et A. Schubnikow, *Zeitschr. f. Krist.*, 85, 1933, p. 1-16.

([3]) *Bull. Soc. Franç. de Minéralogie*, 36, 1933, p. 269.

des cubes de KCl venant en contact avec le plan de clivage $p(001)$ du mica, devrait se faire précisément dans la position indiquée par M. G. Deicha : accolement d'une face p (001) du cube de KCl sur la face $p(001)$ du mica et parallélisme des rangées [110] et $[1\bar{1}0]$ de KCl avec les deux rangées [100] et [010] du mica.

5. J'en arrive ainsi à penser que dans les essais d'épitaxie réalisés par M. G. Deicha, il y a lieu de distinguer deux phénomènes bien différents dans leur cause et leur genèse.

A partir de la solution de chlorure de potassium, étalée sur la lame de clivage de mica, il me semble se former :

a. Des cristaux de KCl qui prennent naissance au sein de la solution en dehors de toute influence du cristal support et qui se limitent extérieurement par les faces du cube; ces cristaux, vraisemblablement de petites ou trés petites tailles, tombent peu à peu à travers la solution et viennent au contact de la grande face de clivage du mica où ils sont orientés de manière à réaliser un groupement épitaxique monopériodique de cristaux préexistants et d'espèces différentes;

b. Des cristaux de KCl qui prennent naissance au contact même du plan (001) du mica qui leur impose une face de l'octaèdre comme plan d'accolement et qui donnent le groupement épitaxique dipériodique que j'ai signalé précédemment.

Tous les faits se trouveraient ainsi expliqués d'une manière satisfaisante; mais il reste à confirmer par l'expérience la réalité de la préexistence des cubes de KCl et de leur orientation ultérieure par le mica.

Cette confirmation constituerait en outre le premier exemple connu d'un groupement épitaxique monopériodique.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Sur le prétendu xylème centripète de la tige de* Vicia sativa *L.* Note (¹) de M. **Albert Duchaigne.**

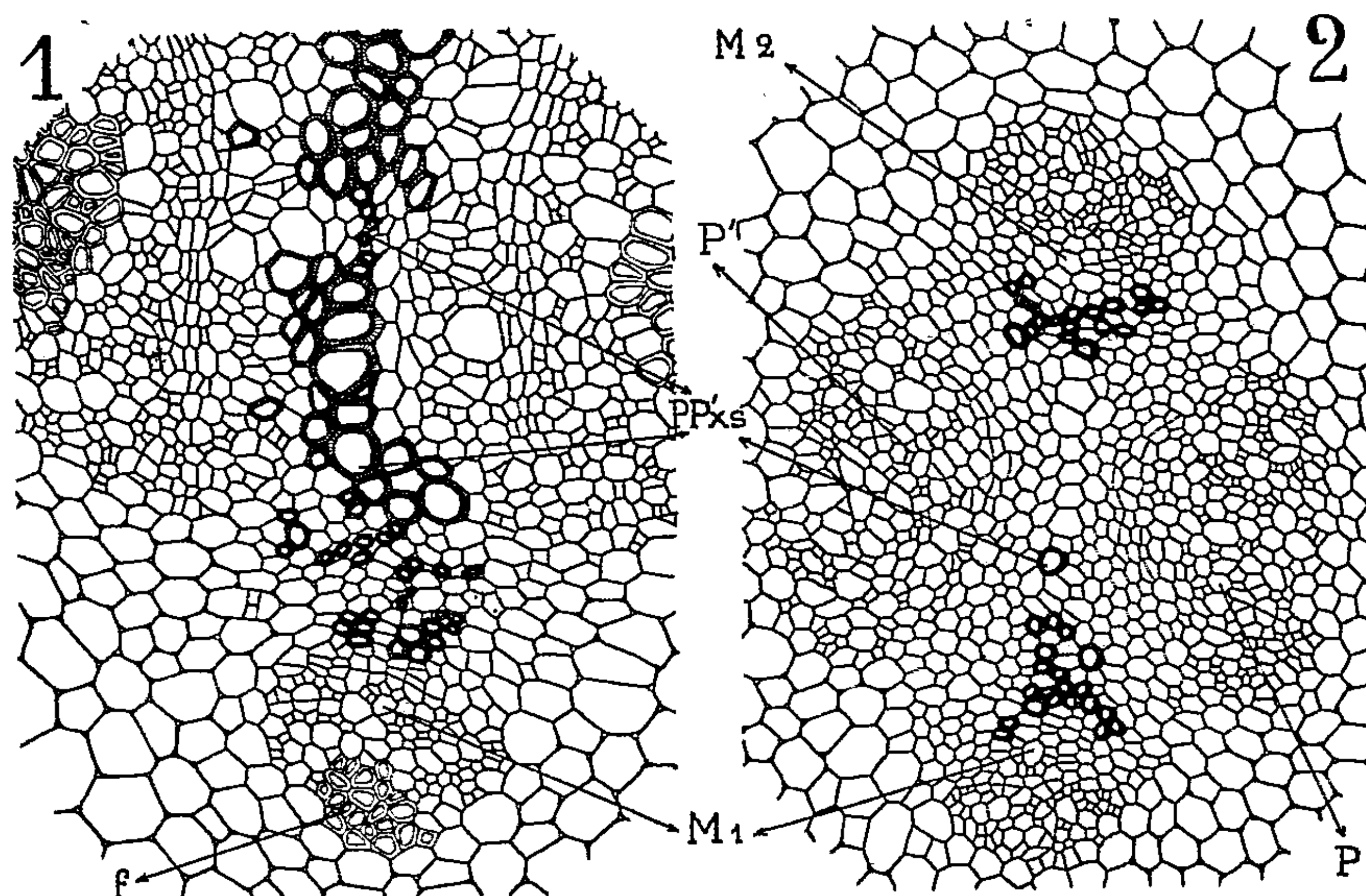
On admet généralement que les entre-nœuds inférieurs de la tige des Viciées renferment du xylème centripète contrairement à toutes les autres Dicotylédones et *Vicia sativa* en fournit l'exemple le plus remarquable. Pour Goldsmith il s'agit d'un résidu radical allant jusqu'au quatrième entre-nœud; pour Tourneux et Dangeard, ce xylème ne vient point de la racine mais constitue un vestige de la structure diploxylée des tiges ancestrales (²). S'adressant au *Lathyrus*, Chauveaud n'y a vu, au contraire, que des vaisseaux superposés, mais il n'a

(¹) Séance du 12 janvier 1948.

(²) *Le Botaniste*, 11ᵉ série, 1910, p. 330-331.

pas étayé sa conclusion sur des arguments assez probants [3]. Muller l'a récemment critiqué et a décrit des vaisseaux centripètes dans les entre-nœuds inférieurs de *Vicia sativa* ; à son avis ce sont des faisceaux collatéraux dont le xylème présente initialement une différenciation centripète et ultérieurement la différenciation centrifuge [4].

Nous avons repris cette étude en appliquant la méthode de l'anatomie dynamique de M. P. Becquerel [5]. Nous avons alors constaté que la tige de *Vicia sativa* possède une structure exceptionnelle qu'on avait mal interprétée. Elle a deux faisceaux libéro-ligneux corticaux ou latéraux, correspondant aux nervures latérales de feuilles qui sont distiques et, au centre, quatre faisceaux formant une stèle réduite, elliptique en coupe, dépourvue de moelle dans les trois premiers entre-nœuds. Deux faisceaux médians occupent les extrémités du grand axe de la stèle ; ils se poursuivent dans la nervure médiane des deux feuilles



Vicia sativa. — Région médiane du premier entre-nœud de l'épicotyle. 2, plantule de 4 jours; 1, plantule de 9 jours. M_1, faisceau médian correspondant à la première feuille; M_2, faisceau médian correspondant à la deuxième feuille; PP', plexus intercaulaires; PP' *xs*, xylème superposé commun au plexus, prétendu xylème centripète; *f*, fibres.

sus-jacentes. Suivant le petit axe s'étalent deux larges faisceaux, les *plexus intercaulaires*, où se prolongent les demi-faisceaux provenant de la bifurcation de faisceaux médians sus-jacents. Le xylème litigieux se développe suivant le grand axe. Se différenciant souvent de l'extérieur vers l'intérieur, il paraît cen-

(3) *Ann. Sc. Nat.*, 9e série, 13, 1911, p. 341.

(4) *La Cellule*, 46, Louvain, 1937, p. 257 et 344.

(5) *Bull. Soc. Bot.*, 60, Paris, 1913, p. 178.

tripète; situé entre deux arcs libériens, il semble alterne et cette apparence est particulièrement frappante au premier entre-nœud. En réalité il ne s'agit ni de xylème centripète ni de xylème alterne. En effet, quand on suit son développement, on voit :

1° Les premiers vaisseaux des plexus, à petit calibre, apparaissent dans la région de contact des plexus et des faisceaux médians; *ils sont dispersés et réalisent des dispositifs étoilés variés* (*fig.* 2).

2° Les vaisseaux suivants se différencient surtout sur le grand axe de la stèle et ont un calibre plus grand, mais *ce calibre varie beaucoup de l'extérieur vers l'intérieur au lieu de croître régulièrement.* Il se constitue une lame vasculaire dont la différenciation débute souvent aux deux extrémités de l'axe, mais peut envahir presque simultanément tout l'axe. *Parfois même, elle débute vers le milieu de l'axe et se propage vers l'extérieur et l'on a alors toutes les apparences d'un xylème centrifuge classique* (*fig.* 1 et 2).

3° Les cloisonnements secondaires précèdent l'apparition de cette lame axiale.

4° Les vaisseaux s'éloignent ensuite progressivement de l'axe en direction du liber; ils ont une *différenciation axifuge et non point centrifuge*. Ils ne se distinguent de ceux qui les ont précédés ni par des limites précises ni par des caractères spéciaux.

Nous n'avons donc que du xylème pseudo-alterne superposé au liber. Il présente la particularité pour ses premiers éléments d'être commun à deux faisceaux, les plexus, accolés suivant le grand axe de la stèle. Comme ces plexus sont contigus latéralement aux faisceaux médians plus âgés, il est normal que leur différenciation vasculaire y débute à côté des vaisseaux déjà formés. On trouve d'ailleurs là des vaisseaux communs à trois faisceaux. Les mots centripètes et centrifuges perdent leur valeur habituelle devant une telle convergence des faisceaux; ceux-ci s'écartent au quatrième entre-nœud par apparition de la moelle.

Il n'y a donc pas, comme on le croyait, dans l'axe épicotylé de la *Vicia sativa*, du bois alterne centripète qui serait un vestige de la structure diploxylée des tiges ancestrales.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le chondriome des Phalloïdées.* Note de Mme **Panca Heim**, présentée par M. Roger Heim.

Dans deux Notes [1] antérieures nous avons démontré que chez certaines Phalloïdées rouges et quelques Discomycètes, les pigments carotiniens naissent au sein de filaments minces, les chondriocontes, qui peu à peu s'épaississent au

---

(1) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1354; **223**, 1946, p. 1170.

fur et à mesure qu'ils se chargent de pigments. Finalement le pigment cristallise en aiguilles ou en tablettes.

L'origine mitochondriale de ces cristaux étant démontrée, il convenait de rechercher si la production de pigment est, comme chez les végétaux verts, l'apanage de certains chondriosomes ou bien si, comme dans quelques cas d'élaboration mitochondriale connus chez les animaux ([2]), l'ensemble du chondriome de la cellule participe à l'activité sécrétoire; la notion, jusqu'alors admise, de l'homogénéité du chondriome chez tous les organismes hétérotrophes (Animaux et Champignons) donnait créance à cette dernière hypothèse.

Les recherches nouvelles, dont nous allons rapidement résumer les résultats, ont été poursuivies sur le carpophore de *Clathrus cancellatus* Lin. ex Tourn., sur les stipes de *Mutinus caninus* Fr. ex Huds. (stipe pourvu de carotène dans sa région apicale) et d'*Ithyphallus impudicus* Fr. ex Lin. (stipe complètement dépourvu de carotène) : ce matériel a été fixé par les liquides de Regaud et de Mevès, puis coloré à l'hématoxyline ferrique afin de suivre l'évolution du chondriome depuis les stades jeunes (avant la pigmentation) jusqu'à l'état de maturité.

Un premier fait concerne la présence dans les cellules très jeunes, chez les espèces à carotène et notamment dans le pseudoparenchyme constituant le jeune péridium *encore incolore* et noyé dans la gléba gélatineuse du *Clathrus*, et aussi dans les cellules d'âge quelconque des espèces sans carotène (*Ithyphallus*), d'un chondriome homogène formé de grains ou de très courts bâtonnets.

Le deuxième fait s'applique à la présence, dans les cellules des péridiums complètement développés de *Clathrus* ou dans l'extrémité du stipe de *Mutinus*, d'un chondriome formé de longs chondriocontes et de mitochondries. Les images obtenues sont essentiellement les mêmes dans les deux espèces, mais, particulièrement claires chez *Mutinus*, elles permettent de reconnaître dans les chondriocontes, les formes caractéristiques des chromoplastes observés *in vivo* : filaments épaissis, souvent rigides, d'aspect aciculaire; de plus, ces chondriocontes sont souvent vésiculeux. Il s'agit, évidemment, de chondriosomes en voie de fonctionnement, correspondant aux chromoplastes. Parmi eux subsistent des mitochondries plus ou moins nombreuses. La ressemblance est frappante entre de telles images et celles que l'on observe chez les végétaux supérieurs — par exemple dans une racine de Carotte, dans l'épiderme d'une corolle, etc.

La transformation du chondriome homogène, granuleux, en chrondriome polymorphe a lieu dès le début de la pigmentation; certaines mitochondries s'allongent alors rapidement et deviennent filamenteuses.

Nous pouvons donc conclure que, chez les Phalloïdées (et, sans doute aussi,

([2]) R. Noël, *Thèse sciences*, Paris, 1922.

chez les Discomycètes à chromoplastes), les chromoplastes dérivent, non pas de l'ensemble des chondriosomes, mais seulement de certains d'entre eux.

Nous remarquons aussi que, chez ces organismes cependant peu différenciés, l'on ne peut observer la régression des plastes et leur retour à l'état de chondriosomes indifférenciés : les pseudoparenchymes rouges constitutifs du péridium des *Clathrus* et du sommet du stipe de *Mutinus* sont, en effet, des tissus toujours destinés à dégénérer; il en est de même des paraphyses dans les Pezizes à chromoplastes.

PHYTOCHIMIE. — *Sur le tanghinoside, nouvel hétéroside des amandes fraîches de* Tanghinia venenifera. Note de MM. **Marcel Frèrejacque** et **Victor Hasenfratz**, présentée par M. Richard Fosse.

I. Nous avons signalé (1) que l'épuisement par l'alcool méthylique bouillant des amandes des noix fraîches de Tanghin, préalablement dégraissées, conduit non pas à la tanghinine cristallisée d'Arnaud, mais à un produit gommeux entièrement soluble dans l'eau, dont le poids représente environ 20 % de celui de la matière mise en œuvre. Ce produit est un mélange formé de saccharose (qui cristallise lentement des solutions concentrées dans l'alcool méthylique), de substances ayant les caractères des digitaliques et d'un hétéroside non digitalique de nature acide qui est scindé par les acides dilués avec formation d'un produit pulvérulent noir.

Pour éliminer les produits non digitaliques, on peut utiliser l'un des procédés suivants :

a. La solution aqueuse *étendue* du produit gommeux est traitée par le tanin; il précipite une abondante matière plastique qui peut être facilement avée à l'eau par malaxage et décantation; la combinaison tannique triturée avec un excès d'oxyde de zinc est épuisée, après séchage à 40°, par l'alcool méthylique. La solution obtenue est concentrée par distillation, puis placée dans le vide; on obtient ainsi une masse spongieuse presque incolore, aisément pulvérisable et peu hygroscopique.

b. La solution aqueuse *étendue* est précipitée par une solution aqueuse saturée de phénol. Le produit formé est lavé à l'éther qui enlève l'excès de phénol, puis décomposé par l'oxyde de zinc comme il est indiqué ci-dessus.

c. La solution aqueuse *concentrée* est agitée avec trois fois son volume d'alcool butylique normal : dans ces conditions les hétérosides digitaliques passent à peu près entièrement dans l'alcool butylique. La solution butylique est lavée à l'eau puis évaporée dans le vide.

Notons que le premier de ces procédés est le plus avantageux et donne un

(1) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 149.

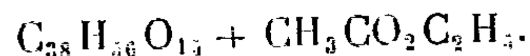
rendement en produits digitaliques d'environ 10 % du poids des amandes dégraissées.

Le produit ainsi isolé est peu coloré; il est amorphe, très soluble dans l'eau et dans l'alcool méthylique, peu soluble dans l'alcool éthylique et dans l'alcool butylique *anhydre* et donne la réaction de Legal. Son pouvoir rotatoire est $[\alpha]_D - 70°$ env. (CH_3OH). Hydrolysé par les acides même dilués, il donne naissance à une huile jaunâtre et à des oses réducteurs parmi lesquels on identifie sans peine le glucose à l'état d'osazone; nous sommes donc en présence d'un hétéroside que nous désignerons sous le nom de *tanghinoside*.

II. Sous l'action des diastases du foie d'escargot, le tanghinoside se scinde en glucose et en un produit cristallisé qui, après purification, s'est révélé identique à la *désacétyltanghinine* $C_{30}H_{44}O_9$ décrite antérieurement. En traitant à 100°, suivant la technique de R. Tschesche (¹), le tanghinoside par l'anhydride acétique en présence de Cl_2Zn, nous avons isolé des quantités importantes d'octacétylgentiobiose : dans ces conditions on peut supposer que le tanghinoside est un hétéroside formé par l'union d'une molécule de gentiobiose et d'une molécule de tanghinine $C_{32}H_{46}O_{10}$, hypothèse qui concorde assez bien avec la formule du tanghinoside $C_{44}H_{66}O_{20}$ qui résulte du dosage du carbone et de l'hydrogène.

Le tanghinoside, par acétylation pyridinée, conduit à un dérivé acétylé amorphe; les résultats des combustions sont en accord avec la formule $C_{58}H_{80}O_{27}$ qui correspond à une octacétyl-désacétyltanghinine, c'est-à-dire à une heptacétyl-tanghinine.

III. Le tanghinoside, en solution aqueuse, est scindé par la takadiastase ou l'extrait aqueux de levure basse en une molécule de glucose et un produit huileux peu soluble dans l'eau. Celui-ci, agité avec de l'eau saturée d'acétate d'éthyle, abandonne des cristaux qu'on purifie par cristallisation dans l'acétate d'éthyle. L'analyse de ces cristaux conduit à la formule



$$C_{38}H_{56}O_{13} + CH_3CO_2C_2H_5.$$

Ils perdent lentement à l'air leur solvant de cristallisation et deviennent opaques.

L'indice de saponification du produit débarrassé du solvant de cristallisation révèle l'existence d'un groupe acétyle; en présence du suc digestif d'escargot il est à la fois désacétylé et hydrolysé en une molécule de glucose et une molécule de désacétyltanghinine: on peut donc le considérer comme un hétéroside formé par l'union d'une molécule de glucose et d'une molécule de tanghinine, aussi proposons-nous de lui donner le nom de *protanghinine*. La protanghinine, F 162°, $[\alpha]_D - 86°$, 2(CH_3OH), peut être acétylée en présence de pyridine : elle fixe quatre groupes acétyles pour donner la *tétracétylpro-*

(¹) *Ber. d. chem. Ges.*, **69**, 1936, p. 2368.

tanghinine $C_{46}H_{64}O_{19}$, F 151°-152°, $[\alpha]_D$ — 73°, 9 (CH_3 OH) qui recristallise assez facilement de l'alcool méthylique.

IV. En résumé les graines de Tanghin, utilisées autrefois comme poison d'épreuve à Madagascar, doivent leur activité à la présence d'un bloc de digitaliques constitué principalement par le *tanghinoside*, hétéroside résultant de l'union d'une molécule de gentiobiose et d'une molécule de tanghinine. Sous l'action des diastases de la graine, le tanghinoside est d'abord scindé en glucose et *protanghinine*, laquelle, à son tour, est hydrolysée en glucose et *tanghinine vraie*; une fraction importante de celle-ci subit la désacétylation, ce qui, finalement, conduit à un mélange de tanghinine vraie et de *désacétyl-tanghinine* qu'Arnaud avait désigné sous le nom de tanghinine. C'est aussi à l'action diastasique qu'est dû le noircissement des amandes avec le temps; il est provoqué par l'hydrolyse d'un hétéroside non digitalique qui accompagne le tanghinoside.

A côté du tanghinoside se trouve également une petite qualité d'autres hétérosides digitaliques qui, par scission diastasique, conduisent à la *vénéniférine* et à la *tanghiférine*, digitaliques satellites de la *tanghinine* et de la *désacétyltanghinine*.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la culture de trois types de tissus de Scorsonère : tissus normaux, tissus de Crown-Gall et tissus accoutumés à l'hétéro-auxine.* Note de M. **Roger Gautheret**, présentée par M. Joseph Magrou.

Au cours des recherches que nous poursuivons depuis plus de quinze ans, nous sommes parvenu à cultiver les tissus de nombreuses espèces végétales. Dans nos premières tentatives, nous avons obtenu des cultures normales provenant de fragments d'organes divers : ces cultures ont conservé malgré de nombreux repiquages, des caractères morphologiques et physiologiques analogues à ceux des tissus primitifs. Elles sont compactes et opaques et, pour la plupart des espèces, elles ne s'accroissent d'une manière durable que si le milieu contient une hétéro-auxine.

Par la suite, nous avons constaté que sous l'action prolongée des hétéro-auxines, certaines de ces colonies normales subissaient exceptionnellement des modifications permanentes de leurs propriétés : elles devenaient translucides et friables, perdaient leur sensibilité vis-à-vis de l'hétéro-auxine et se montraient enfin capables de proliférer en l'absence d'une substance de ce type. A cette singulière transformation des tissus, nous avons donné le nom de phénomène d'accoutumance à l'hétéro-auxine.

Enfin, à la suite des travaux de White et Braun, nous avons réalisé des cultures de tissus de Crown-Gall en partant de fragments de tumeurs produites par le *Phytomonas tumefaciens*. Après quelques repiquages, ces

cultures ne renfermaient plus de cellules bactériennes, mais possédaient néanmoins des caractères différents des colonies normales. Elles étaient, en effet, friables et translucides, insensibles à l'action excito-formatrice des hétéro-auxines et capables enfin de proliférer en l'absence d'une substance de ce type. Les colonies tumorales ressemblent donc aux colonies accoutumées, et ceci nous a conduit à supposer que le phénomène d'accoutumance représenterait en réalité une sorte de transformation tumorale d'origine chimique.

Pour vérifier cette hypothèse, il convenait de comparer le comportement de cultures de tissus de Crown-Gall et de tissus accoutumés. Pendant longtemps cette comparaison ne fut obtenue que d'une façon indirecte, car nous ne possédions ces deux types de cultures que pour des espèces distinctes. Nous disposions, par exemple, de souches tumorales et normales de Topinambour, mais nous n'avions pas de colonies accoutumées de cette espèce. Nous possédions, en revanche, des cultures accoutumées de tissus de Carotte et de Scorsonère, ainsi que des cultures normales, mais nous n'avions pu obtenir les cultures de Crown- Gall correspondantes.

Pour compléter notre collection de cultures, nous avons alors tenté de provoquer le phénomène d'accoutumance sur des tissus de Topinambour, puis de réaliser des cultures de tissus de Crown-Gall de Scorsonère. La première méthode échoua complètement, mais la seconde nous permit d'atteindre le résultat désiré.

Nous avons, en effet, obtenu des Crown-Galls en inoculant le *Phytomonas* (¹) à des fragments de racines de Scorsonère isolés aseptiquement. Ces Crown-Galls ne sont apparus qu'exceptionnellement puisque sur près de 400 inoculations nous avons observé seulement 8 tumeurs. Des fragments de ces tumeurs furent cultivés *in vitro*; la plupart furent contaminés par le *Phytomonas*. Deux cultures furent toutefois indemnes de Bactéries et en les repiquant nous avons obtenu une souche vigoureuse qui est actuellement âgée de plus de 10 mois et comporte plus de 100 cultures. Ces colonies tumorales de Scorsonère peuvent s'accroître sans hétéro-auxine et présentent les mêmes caractères morphologiques que les colonies accoutumées correspondantes; elles sont mêmes plus friables que celles-ci.

En résumé, nous avons obtenu la culture de trois types de tissus de Scorsonère : tissus normaux, tissus de Crown-Gall, tissus accoutumés à l'hétéro-auxine. Ce résultat va nous permettre d'établir à présent une comparaison rigoureuse entre ces trois catégories de tissus et de savoir notamment s'il existe un rapport entre le phénomène d'accoutumance à l'hétéro-auxine et la transformation tumorale provoquée par le *Phytomonas tumefaciens*.

(¹) Les cultures de *Phytomonas tumefaciens* utilisées dans ces expériences provenaient d'une souche très virulente qui nous fut adressée par M. Riker.

BIOGÉOGRAPHIE. — *Considérations morphologiques et biologiques sur certaines formes penicilloïdes du genre Leptosphæria.* Note de MM. A.-LUCIEN GUYOT, MICHEL MASSENOT et JACQUES MONTEGUT, présentée par M. Roger Heim.

Parmi les 600 espèces actuellement connues qui composent, pour les terres de l'Ancien-Monde, le genre *Leptosphæria* Ces. et de Not., un petit nombre d'entre elles paraissent constituer un groupe très homogène par la possession en commun des particularités structurales et phytoparasitaires suivantes : conceptacles ascogènes inclus et saillants au dehors par un ostiole court (rarement long) et ceint parfois d'une collerette dense de soies rigides, brunes, et mesurant $20\text{-}50 \times 6\text{-}8\,\mu$; asques étroitement cylindriques ou subclaviformes, sessiles ou brièvement stipités; ascospores cylindriques ou cylindro-fusoïdes, droites ou faiblement arquées, subobtuses aux deux extrémités, 4- à 6-septées, non resserrées au niveau des cloisons, une loge étant toujours faiblement mais distinctement renflée (la deuxième chez les spores 4-septées, la troisième chez les spores 5- ou 6-septées); espèces caulicoles, parasites de Dicotylédones (exceptionnellement de Monocotylédones).

Le sectionnement spécifique à l'intérieur de ce groupe, à structure pénicilloïde très particulière, a été fait, valablement, en fonction du type prépondérant de cloisonnement.

Les formes à cloisonnement 4 dominant composent l'espèce *L. niessleana* Rabh. 1869, à laquelle nous rattachons en synonymie les formes décrites sous les noms de *L. bupleuri* Syd., *cephalariæ-uralensis* Naoumov, *fœniculacea* Fabre, *lasiosphoerioides* Starbäck, *lathyrina* Sacc., *longchampsi* Sacc., *montana* Trav., *orchidearum* Karst., *oreophila* Sacc., *oreophiloides* Sacc., *penicillus* Sacc., *primulana* Allesch., *quadriseptata* Trail., *salebrosa* Sacc., *sapeyensis* Sacc. et *spectabilis* Niessl. Cette espèce plurivore accepte comme hôtes :

soit des plantes ubiquites, mais qui ne lui servent de supports que dans les régions boréales (Finlande, Scandinavie) ou montagnardes (aux altitudes n'excédant pas 1500^{m}), exceptionnellement en plaine : *Aquilegia vulgaris, Clematis vitalba, Digitalis lutea, Eryngium campestre, Gymnadenia conopsea, Lactuca muralis, Lathyrus silvestris, Lithospermum officinale, Primula elatior, Rumex acetosa, Scabiosa succisa, Scrophularia nodosa, Senecio jacobæa, Valeriana officinalis*;

soit des plantes plus strictement montagnardes (*Aconitum lycoctonum, Digitalis ambigua, Gentiana lutea, Laserpitium latifolium, Salvia glutinosa*) ou même de haute montagne (*Saxifraga aspera, Stachys alopecurus, Tofieldia calyculata*);

soit des plantes xérothermiques à affinités steppiques et qui parviennent, par l'effet de microclimats propices, à d'assez hautes altitudes dans les massifs

montagneux de l'Europe centrale ou méridionale (*Astragalus* sp., *Bupleurum petræum*, *Cephalaria leucantha*, *Clematis recta*, *Coronilla varia*, *Fœniculum vulgare*, *Laserpitium angustifolium* et *gallicum*, *Lathyrus heterophyllus* et *latifolius*, *Libanotis montana*, *Peucedanum cervaria*, *Thalictrum minus*, *Thesium montanum*).

En Europe, *L. niessleana* est connu de la chaîne pyrénéenne, des Cévennes méridionales, du massif alpin méridional, des montagnes hercyniennes, des Carpathes et des Alpes de Transylvanie. En France, le domaine méditerranéo-montagnard est l'habitat d'élection du champignon; nous avons reconnu sa présence dans les Alpes de Provence entre 1000 et 1500^{m} d'altitude (sur *Digitalis lutea*, *Eryngium campestre*, *Lithospermum officinale*, *Scabiosa succisa*, etc.), sur *Cephalaria leucantha* dans les Cévennes méridionales (montagne de Crussol, 400^{m} d'altitude) et dans les Causses cévenoles (gorges de la Dourbie, 400 à 500^{m} d'altitude; cirque de Tournemire, 750^{m} d'altitude). *L. cephalariæ-uralensis*, que nous relions à *L. niessleana*, a été signalé, par Naoumov, sur *Cephalaria uralensis* en Crimée.

Les formes à cloisonnement 5 ou 6 dominant constituent l'espèce *L. modesta* (Desm.) Auersw. 1870, à laquelle s'identifient les formes décrites sous les noms de *L. cibostii* Ces. et de Not., *marginalis* Pass., *passerinii* Sacc., *sanguisorbæ* Karst. et *setosa* Niessl.; espèce également très polyphage, témoignant dans l'ensemble d'une dispersion géographique comparable à celle de *L. niessleana*, avec toutefois une extension plus marquée en direction des plaines tempérées du continent européen.

Une forme à cloisonnement 6 prépondérant, *L. aucta* Niessl. 1877, vit sur *Clematis recta* en Europe centrale et orientale.

Une forme à cloisonnement 6 presque exclusif, observée par Fautrey et Lambotte, sur *Seseli montanum*, dans la montagne de Bard près Dijon (Côte-d'Or), a été présentée par eux, en 1896, sous le nom de *L. montis-bardi*; non retrouvée depuis, elle a été observée par nous, dans le courant de cet été, sur tiges sèches de *Seseli*, dans la forêt de Saou (Drôme).

ANATOMIE COMPARÉE. — *Sur la morphologie de l'os pubis chez les Oiseaux.* Note de Mlle **Madeleine Friant**, présentée par M. Émile Roubaud.

La ceinture pelvienne des Oiseaux, très typique, est surtout caractérisée par son grand développement et (à quelques rares exceptions près) par l'absence de symphyse. Les trois os qui la composent et qui forment la cavité cotyloïde, complètement perforée, ne sont bien distincts que chez le jeune. L'ilion s'étend en avant et en arrière de la cavité cotyloïde, alors que l'ischion et le pubis sont allongés en arrière de l'*acetabulum* seulement [1].

---

[1] Les os du pelvis, séparés, vers l'arrière, chez les embryons des Oiseaux, le demeurent chez les adultes des Ratites et des Carinates primitifs (*Archæornis* du Jurassique,

L'étude que j'ai faite, au Muséum, du pubis d'un jeune Nandou (*Rhea*) montre que cet os (*fig.* III) est, jusqu'à un certain point, comparable au pubis humain (*fig.* I); il présente un corps dont l'angle antérieur se soude à une

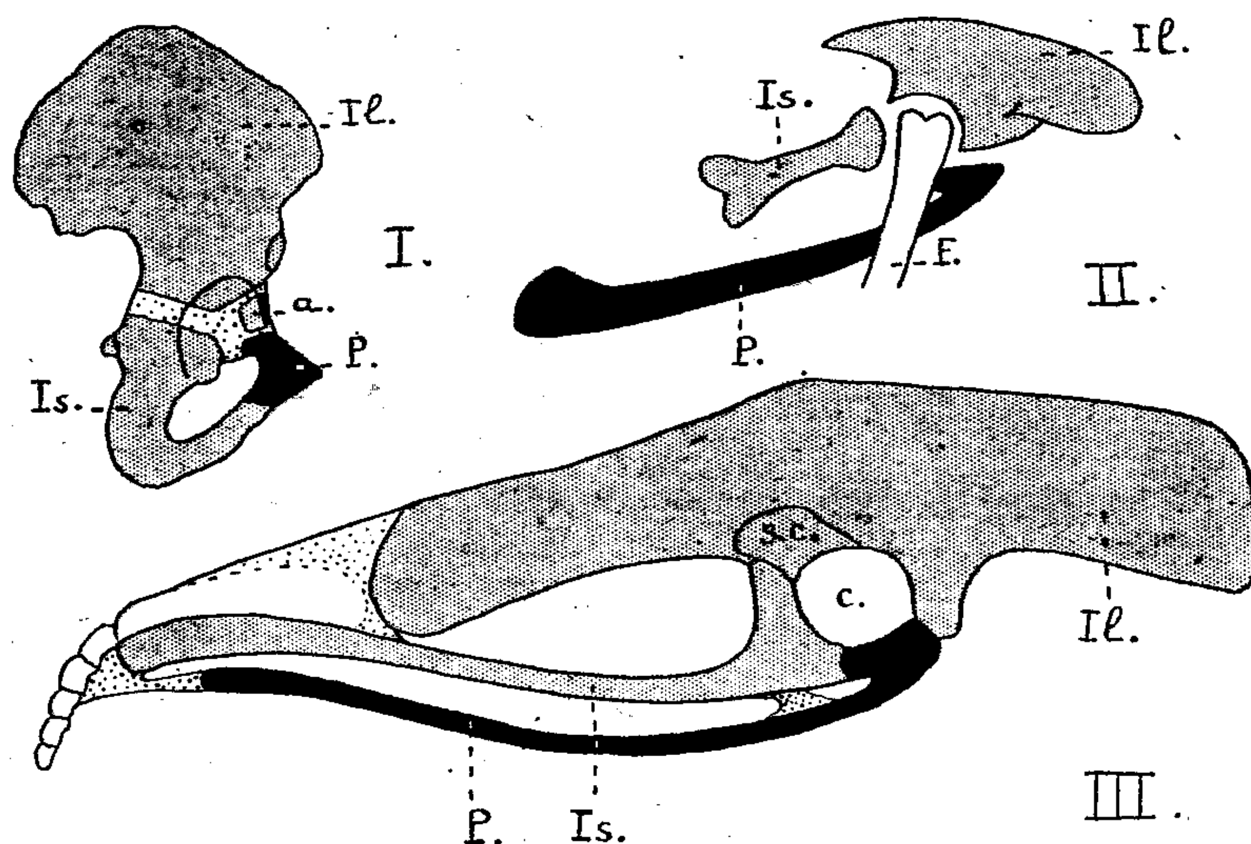


Schéma de la ceinture pelvienne du côté droit : I. Chez l'Homme (fœtus proche de la naissance). D'après P. Poirier et A. Charpy — II. Chez l'*Archæornis Siemensi* Dames du Jurassique de Bavière. D'après B. Petronievics. — III. Chez un jeune Nandou (*Rhea americana* Lath.) des Collections du Muséum (Anatomie comparée). G. N. × 1/2 environ. — En noir : pubis. — En grisé : ilion et ischion, os acétabulaire, chez l'Homme. — En pointillé : cartilages. — P, pubis; *Il*, ilion; *Is*, ischion; *a*, os acétabulaire; *c*, cavité cotyloïde; *s. c.*, facette sus-cotyloïdienne; F, fémur.

apophyse de l'ilion; au corps font suite, en arrière : 1° une courte branche supérieure qui, unie à l'ischion, forme, en partie, l'*acetebulum*, vers le bas; 2° une branche inférieure, extrêmement allongée, qui demeure distante de son homologue du côté opposé ([2]).

Chez le jeune Emeu (*Dromaeus*), j'ai retrouvé cet aspect de longue baguette osseuse en forme de crochet vers l'avant qu'affecte le pubis de la *Rhea*. Cet aspect existe également chez l'*Archæornis* du Jurassique de Bavière (*fig.* II), mais l'angle du pubis et, par suite, la forme en crochet de l'os sont plus accentués encore que chez les Ratites précités ([3]).

Visible, au cours de l'évolution ontogénique, chez certains Carinates comme le Grèbe (*Podiceps*), la branche pubienne supérieure a disparu chez la plupart

---

Hesperornis du Crétacé). Par contre, ilion, ischion et pubis s'unissent en un seul os chez la très grande majorité des Carinates adultes, disposition en rapport avec l'adaptation au vol.

([2]) Au stade étudié, la branche inférieure du pubis n'est unie à l'ischion que par deux tractus cartilagineux, l'un antérieur, l'autre caudal.

([3]) L'*Archæornis* avait-il ou non une symphyse pubienne? La question est encore en litige et je n'en parlerai pas ici.

des Oiseaux actuels, dont le pubis est *une baguette osseuse qui, partant du bord inférieur de la cavité cotyloïde, se dirige en arrière* (A. Milne-Edwards).

De ceci il résulte que le pubis des Oiseaux primitifs, l'*Archæornis* et les Ratites surtout, n'est pas sans analogie avec celui des Mammifères et de l'Homme lui-même. Mais, par suite, sans doute, de l'adaptation des Oiseaux à la course et au vol, la branche pubienne inférieure a pris l'extension que l'on connaît, tandis que la branche supérieure s'éffaçait, chez les plus spécialisés d'entre eux à la vie dans les airs.

Certains Dinosauriens, les Ornithopodes comme l'*Iguanodon*, en raison de leur mode de locomotion bipède, présentaient un pelvis se rapprochant beaucoup de celui des Oiseaux; mais leur pubis s'étendait en avant (*præpubis*) et en arriére (*postpubis*) de l'*acetabulum;* avec Marsh, on a longtemps pensé que ces deux régions devaient se retrouver chez les Oiseaux. Si le *postpubis* de ces derniers est très net, le *præpubis*, par contre, est plus énigmatique : il a été assimilé à l'épine ilio-pubienne. Mais cette épine, développée à l'âge adulte seulement, est formée, à la fois, par l'angle du pubis et par une apophyse de l'ilion, chez les Ratites [*Apteryx* (T. J. Parker), *Casuarius* (Sabatier), *Dromæus* et *Rhea*, comme je l'ai observé], et par l'ilion uniquement, chez les Carinates où elle existe (Mehnert). Le *præpubis* des Reptiles ornithopodes n'a donc pas d'équivalent chez les Oiseaux.

En résumé, cette étude montre que le pubis des Oiseaux, comparable, jusqu'à un certain point, à celui des Reptiles et des Mammifères bipèdes, s'est spécialisé, au cours de l'évolution, par l'allongement de sa branche inférieure et l'effacement progressif de sa branche supérieure, qui a disparu chez les Carinates les plus adaptés au vol.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Une méthode nouvelle d'optométrie.* Note (¹) de M. **Pierre Fleury**, présentée par M. Armand de Gramont.

Parmi les procédés actuellement en usage pour l'examen subjectif de la vue et le choix des verres correcteurs, les uns font appel à l'observation de tests (optotypes) placés à distance fixe : différents verres sont essayés successivement, jusqu'à ce qu'on obtienne une vision nette, en évitant autant que possible l'accommodation, dans le cas de l'observation éloignée.

D'autres dispositifs, tels que l'optomètre de Badal et les appareils plus modernes d'un principe analogue (²), présentent à l'œil une image dont on fait varier progressivement la distance : de la position la plus éloignée (*punctum*

(¹) Séance du 12 janvier 1948.

(²) Dans l'optomètre différentiel de M. de Gramont, deux tests, dont l'un orientable, de distances séparément réglables, sont vus juxtaposés, ce qui facilite la mesure de l'astigmatisme.

remotum) et éventuellement de la plus rapprochée (*punctum proximum*) pour lesquelles cette image paraît nette, on déduit la puissance des verres nécessaires.

Des tests spéciaux, rayonnés ou orientables, permettent l'étude des cas d'astigmatisme, dans lesquels on doit recourir à des verres n'ayant pas la symétrie sphérique, cylindriques par exemple.

La première méthode exige des essais répétés, qui ne peuvent être conduits systématiquement que par un optométriste compétent; ces essais sont souvent longs et fatigants pour le sujet. Quant aux optomètres subjectifs, ils ne donnent d'indications sûres que dans les cas, relativement rares, où le sujet est capable d'effectuer et d'interpréter correctement les *pointés optiques* qu'ils nécessitent.

Nous nous sommes proposé de rendre l'examen de la vue plus rapide et plus sûr, en présentant *simultanément* à l'œil un assez grand nombre d'images fixes, de distances convenablement échelonnées, ayant toutes même forme (facile à modifier selon le besoin), mêmes dimensions apparentes et même luminosité. Le sujet peut indiquer immédiatement la position de son remotum et de son proximum, par rapport aux images qu'il voit nettes en faisant varier son accommodation. On peut employer par exemple, comme objet dont on forme les images considérées ci-dessus, un cercle à nombreux secteurs égaux, alternativement noirs et blancs; les dissymétries observées dans la netteté de certaines images décèlent un œil astigmate, et indiquent les axes et l'amplitude d'astigmatisme.

De l'examen précédent on déduit rapidement la nature et la puissance des verres correcteurs qu'il y a lieu d'utiliser. Le même dispositif permet un contrôle immédiat des limites de vision de l'œil muni de ces verres. Il se prête à l'évaluation des acuités visuelles, par l'emploi d'objets à fond clair ou à fond sombre, dont on choisira, selon le criterium envisagé, les brillances, les contrastes, les dimensions et les formes, éventuellement les couleurs.

L'appareil d'essai que nous avons réalisé comporte une mire objet plane, le plus souvent du type à secteurs (mais qui peut être aussi une reproduction d'optotypes classiques, de mires de Foucault, etc.), éclairée par transparence. Neuf images de cette mire apparaissent au centre de neuf fenêtres circulaires (vues chacune sous un angle de 2 degrés et demi), assez voisines pour réduire au mieux le déplacement du rayon visuel nécessaire pour passer de l'observation d'une image à celle d'une autre image. Le diamètre apparent de chaque image est d'environ 1 degré; celui d'un secteur noir ou blanc varie (par exemple) de 1/3 de minute près du centre, à 1 minute à la périphérie.

Chaque image est formée à l'aide d'un miroir plan et d'une lentille simple de distance focale convenable; leurs positions sont déterminées par un calcul élémentaire, et un réglage soigneux. Les facteurs de transmission de ces systèmes optiques sont tous sensiblement égaux.

Les proximités des diverses images (inverses de leurs distances à l'œil, comptées positivement pour les images situées en avant de l'œil) sont échelon-

nées par demi-dioptrie entre $-0,5$ et $+3,5$ dioptries. Les images les plus éloignées étant virtuelles, l'appareil est relativement peu encombrant (2^m de long, 1^m de large et 50^{cm} de haut).

Si l'image de proximité minimum (en valeur algébrique), ou maximum, apparaît encore nette, on interpose devant l'œil un verre sphérique de ± 4 dioptries, ce qui déplace de ∓ 4 dioptries les proximités de toutes les images observées, et permet le plus souvent de situer le remotum ou le proximum cherchés. Dans les cas de forte hypermétropie ou de forte myopie, un verre de ± 8 dioptries peut être nécessaire.

On peut, sans que cela demande grand temps, préciser (ou confirmer) les premières déterminations en faisant varier d'un quart de dioptrie (ou d'une ou deux dioptries) la puissance du verre interposé. On peut d'autre part lui superposer un verre cylindrique, de puissance et d'orientation choisies d'après les premières observations, pour corriger, s'il y a lieu, l'astigmatisme.

D'après les premiers résultats obtenus, la méthode proposée semble pouvoir non seulement faciliter l'examen des cas de vision présumée défectueuse, mais encore permettre l'étude systématique rapide des yeux de toute une population (écoliers, ouvriers, etc.) afin de dépister les amétropies insoupçonnées, d'améliorer le rendement du travail, ou de poursuivre des recherches statistiques sur la vision.

Remarque sur la Note précédente, par M. ARMAND DE GRAMONT.

La méthode optométrique préconisée par M. Pierre Fleury doit trouver une application intéressante dans la mesure de la variation de l'astigmatisme au cours de l'accommodation.

Le Dr Polack a signalé que cette variation peut se manifester par des erreurs d'interprétation, notamment dans le dessin d'après nature. L'observation successive du modèle et de la feuille de papier nécessitant une accommodation, il peut en résulter une variation d'astigmatisme et, par suite, un changement dans l'appréciation de longueurs d'orientations différentes.

L'étude sytématique de ce problème, effectuée sur des sujets astigmates, donnerait sans doute quelques précisions sur les changements de forme des éléments oculaires au cours de l'accommodation.

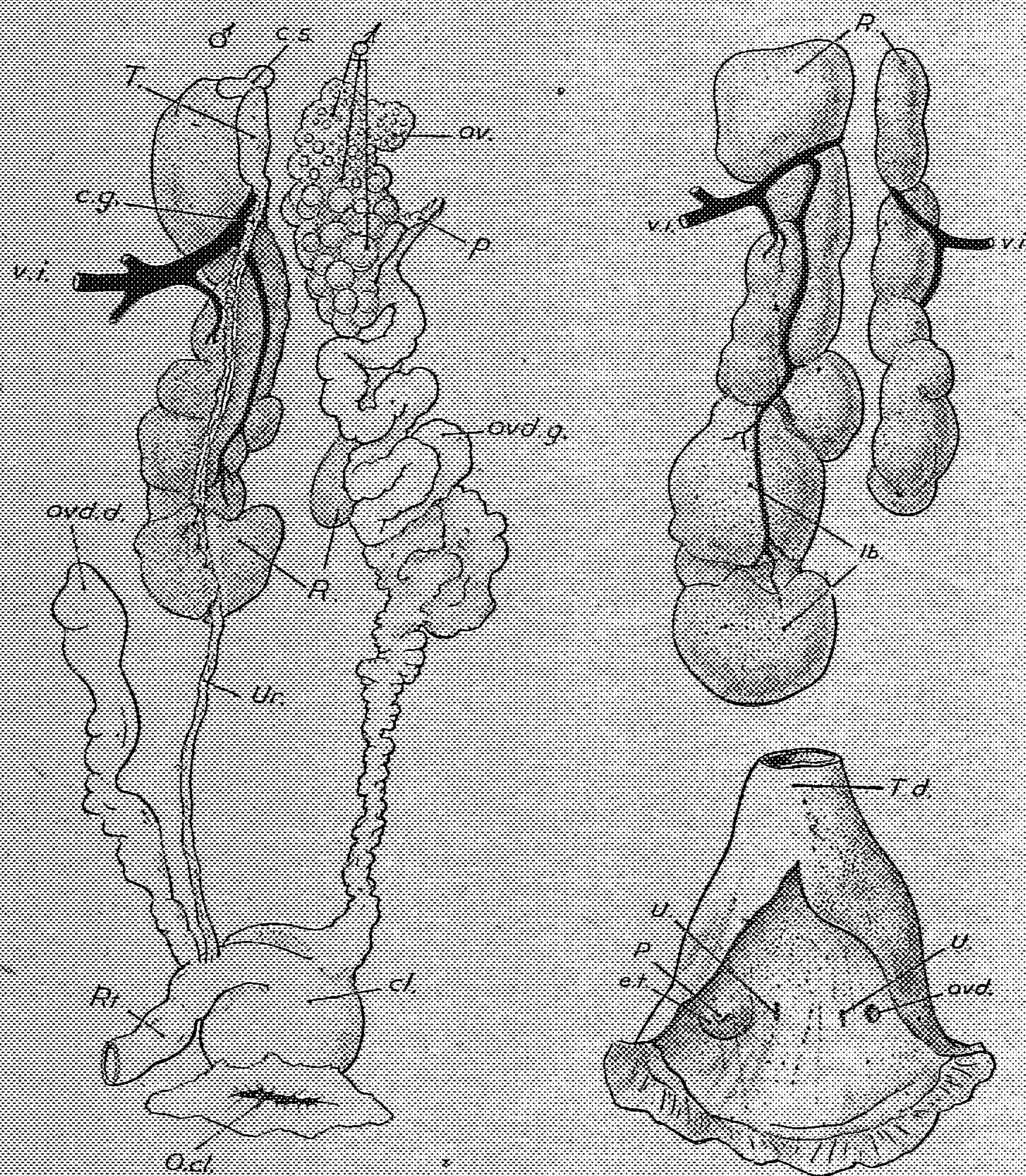
BIOLOGIE. — *Sur des manifestations d'intersexualité chez une Poule hybride provenant du croisement ♀ Coucou de Malines × ♂ Wyandotte blanc.* Note (1) de Mlle GERMAINE COUSIN et M. FERNAND CARIDROIT, présentée par M. Maurice Caullery.

Il a été décrit un certain nombre d'oiseaux intersexués observés surtout

(1) Séance du 12 janvier 1948.

parmi les espèces domestiques. Les données concernent généralement les caractères du plumage et la constitution des gonades à l'autopsie. On ne peut en tirer que des présomptions et non des certitudes quant à la nature des hormones sécrétées et à la réceptivité somatique de l'animal.

Nous donnons ici l'évolution individuelle et la description d'une poule intersexuée, obtenue d'un croisement ♀ *Coucou de Malines* × ♂ *Wyandotte blanc.*



Organisation d'ensemble des organes génitaux. — Disposition asymétrique des reins. — Papille génitale. *ov.*, ovaire; *p.*, pavillon de l'oviducte; *P. e. t.*, papille sexuelle; *ovd. g.*, oviducte gauche; *R.*, reins; *cl.*, cloaque; *O. cl.*, orifice cloacal; *Rt.*, rectum; *T. d.*, tube digestif; *Ur.*, uretère; *ovd. d.*, oviduct droit; *v. i.*, veine iliaque; *c. g.*, corps graisseux; *T.*, testicule; *c. s.*, capsule surrénale.

Quatre poussins, issus du même croisement, sont uniformément noirs et apparaissent fortement dissymétriques. Un seul survit, qui manifeste, dès l'éclosion, une boiterie, qui

ira en s'accentuant au cours de sa croissance. Jaunes à l'éclosion, les pattes évoluent différemment : la droite, de forme et de dimensions normales, devient rapidement gris noir (type *Coucou*), la gauche demeure longtemps jaune (type *Wyandotte*). Raide, plus courte que la normale, elle est progressivement hypertrophiée par la goutte, ce qui a contraint à sacrifier l'animal au cours de son 13ᵉ mois.

Le poussin avait pris peu à peu un aspect femelle, confirmé par le déclenchement de la ponte, au cours du huitième mois. Toutefois les œufs sont anormaux : sans coquille, diversement pourvus de vitellus, avec ou sans albumine, ils sont évacués au hasard. Vers la fin du neuvième mois, étaient survenues des modifications de l'aspect extérieur et du comportement de l'Oiseau. La crête double et de type *Wyandotte*, originellement dissymétrique, demeure aplatie et sans pointes bien marquées à droite, alors qu'elle se développe fortement du côté gauche, où elle acquiert de nombreux tubercules. Parallèlement, l'Oiseau commence à chanter comme un coq normal et s'accouple tantôt comme mâle, tantôt comme femelle. Pour juger de la nature des hormones circulantes, les plumes ont été arrachées sur le dos et l'aile. La forme arrondie des plumes de remplacement révèle une dominance des hormones femelles. Nous avons interprété ces diverses manifestations biologiques comme un signe d'intersexualisation progressive de l'Oiseau et nous en avons cherché le déterminisme.

L'autopsie confirme la dissymétrie extérieure. Les os des membres sont inégaux et le rachis est incurvé à droite, ce qui entraîne un décalage des deux moitiés du corps. Les organes internes sont également asymétriques; ainsi, les reins sont bien développés à droite, atrophiés à gauche et les gonades sont très anormales. A gauche, l'ovaire est partiellement développé. Son aspect anormal est confirmé par l'examen microscopique, qui montre un épithélium ovarien et de petits follicules, dispersés dans la couche corticale de la gonade, où ils sont noyés dans une masse de cellules conjonctives. La région médullaire, énormément développée, montre, dans un tissu interstitiel peu net, des tubes séminifères, à grande et irrégulière section, où s'effectue la spermatogénèse. Les spermatides, à noyaux anormaux, dégénèrent et s'accumulent dans la lumière des tubes. A droite, s'est développée une petite gonade, dont l'aspect testiculaire est confirmé par la structure histologique. La spermatogénèse s'effectue dans les tubes séminifères, mais, ici encore, il n'y a pas de spermiogénèse. Ces tubes distendus compriment un tissu interstitiel peu apparent. A gauche, l'ovotestis est en rapport avec un oviducte normal, en phase de repos. Il n'y a pas trace de canal déférent. Il n'y a également pas de canal déférent reliant le testicule droit au cloaque, mais un tube terminé en cul-de-sac, distendu par les sécrétions, qui aboutit au cloaque, au niveau d'une papille sexuelle mâle bien développée, quoique non perforée. Celle-ci fait saillie à droite sur une sorte de mamelon creux dont la cavité correspond au canal aveugle; à gauche, l'oviducte s'ouvre par un orifice normal sans papille.

L'intersexualité de cet Oiseau est donc corrélative d'une évolution anormale des gonades, conséquence de malformations anatomiques congénitales vraisemblablement d'origine génétique. En outre, les différences de réceptivité des caractères sexuels mâles dans les parties droite et gauche suggèrent l'hypothèse d'une disparité génétique originelle. Les hormones androgènes atteindraient leur seuil pour permettre le développement de la crête sur la partie du soma génétiquement mâle, mais seraient insuffisantes pour modifier dans la même mesure la partie du soma génétiquement femelle.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'utilisation de la vitamine* B 2 *par* Tenebrio molitor *en présence de sulfamide.* Note de M. **René-Guy Busnel** et Mme **Andrée Drilhon**, présentée par M. Paul Portier.

Nous avons antérieurement montré (1) que la chenille de *Tineola bisselliella* pouvait croître sur des milieux artificiels dépourvus de vitamine B 2; on retrouvait en outre, par dosage, dans les tubes de Malpighi, une quantité appréciable de riboflavine; nous n'avions pu, à l'époque, interpréter cette synthèse apparente.

Dans une autre série d'expériences, l'un de nous a montré que chez l'Homéotherme (2), (Rat, Pigeon), certaines substances, telles que les ptérines, pouvaient remplacer complètement les vitamines B 1 et B 2 dans un régime carencé.

Toutefois cette suppléance ne peut s'effectuer que si la flore intestinale de l'animal est intacte. En effet, en privant celui-ci, soit chirurgicalement par cœcumectomie (chez le Rat), soit par l'action d'antibiotiques de synthèse ou naturels (sulfaguanidine, streptomycine), l'animal s'avère incapable d'utiliser les ptérines et meurt en carence.

L'étude des besoins vitaminiques de la larve du *Tenebrio molitor* a été entreprise récemment par Martin et Hare (3) qui ont conclu à l'absence de spécificité de certains des facteurs connus, et à l'action évidente de facteurs de croissance non déterminés.

Toutefois aucune expérience jusqu'ici n'avait tenu compte du rôle que peut jouer la flore intestinale dans l'utilisation des vitamines, facteur qui s'est révélé primordial chez les Homéothermes [Polonovski et Busnel (2)].

Nous avons élevé des lots de larves de *Tenebrio*, de même poids, sur un régime dépourvu de vitamine B 2 à une température de 20° C. (nous avons tenu compte des facteurs suivants : souche-hygrométrie-cannibalisme-effet de groupe-renouvellement du régime); la composition de ce régime était la suivante : caséine purifiée 680, amidon de blé 250, sels minéraux Osborne et Mandel 40, graisse de beurre purifiée 15, huile de foie de morue 5, extrait de levure purifiée en riboflavine additionnée de biotine et d'acide folique 10.

Si à ce régime on ajoute un antibiotique, la sulfaguanidine à la dose non toxique de 1 %, on peut observer des modifications importantes des courbes de croissance dont les principaux points sont résumés dans le tableau ci-contre :

(1) *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 213.
(2) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 594.
(3) *Biol. Bull.*, **428**, 83, 1942, p. 37.

Poids d'un insecte (g).

	Début de l'expérience.	Après 50 jours.	Gain de poids.
Régime non purifié	0,0689	0,1381	0,0692
» purifié	0,0690	0,0937	0,0247
Jeûne	0,0687	0,0685	−0,0002
Régime purifié + B2 (0,1 %)	0,0689	0,0129	0,0601
» » + levure totale 10 %	0,0695	0,1705	0,1010
» » + sulfamide 1 %	0,0691	0,0768	0,0077
» » + » 1 % + B2 0,1 %	0,0702	0,0778	0,0076
» » + » 1 % + levure totale 10 %	0,0690	0,0954	0,0264

Nota. — Les mortalités n'ont pas dépassé 8 % dans tous les lots.

Ces chiffres mettent en évidence l'impossibilité où se trouve l'insecte, lorsqu'il reçoit la sulfamide, d'utiliser la riboflavine, et son poids reste stationnaire. Dans le cas où l'on ajoute de la levure complète au régime, la sulfamide inhibe également la croissance, les poids n'atteignant que le quart de ceux des témoins; les examens des tubes de Malpighi révèlent alors l'absence de riboflavine.

D'autre part ces résultats mettent en évidence que l'insecte est incapable d'extraire de la levure les facteurs connus et inconnus dont il a besoin si son milieu intestinal n'est pas intact.

Il semble bien que l'utilisation des facteurs du groupe B par l'insecte exige, comme chez l'Homéotherme, la présence de certains microorganismes qui font probablement partie de la flore intestinale normale. Notion déjà pressentie par les expérimentateurs ayant fait des élevages d'insectes stériles [Fraenkel et Blewett (4)].

BACTÉRIOLOGIE. — *La pyrithiamine considérée comme source de pyrimidine pour quelques souches de bacilles paratuberculeux.* Note de M. **André Lutz**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

Au cours de recherches antérieures, nous avons montré que la 2-méthyl-4-amino-5-aminométhylpyrimidine était un facteur de croissance pour certains bacilles paratuberculeux (1), (2), (3).

Nous avons examiné la question de l'activité d'un isostère pyridinique de la thiamine, la pyrithiamine, qui a été synthétisée par Tracy et Elderfield (4), en tant que source de pyrimidine.

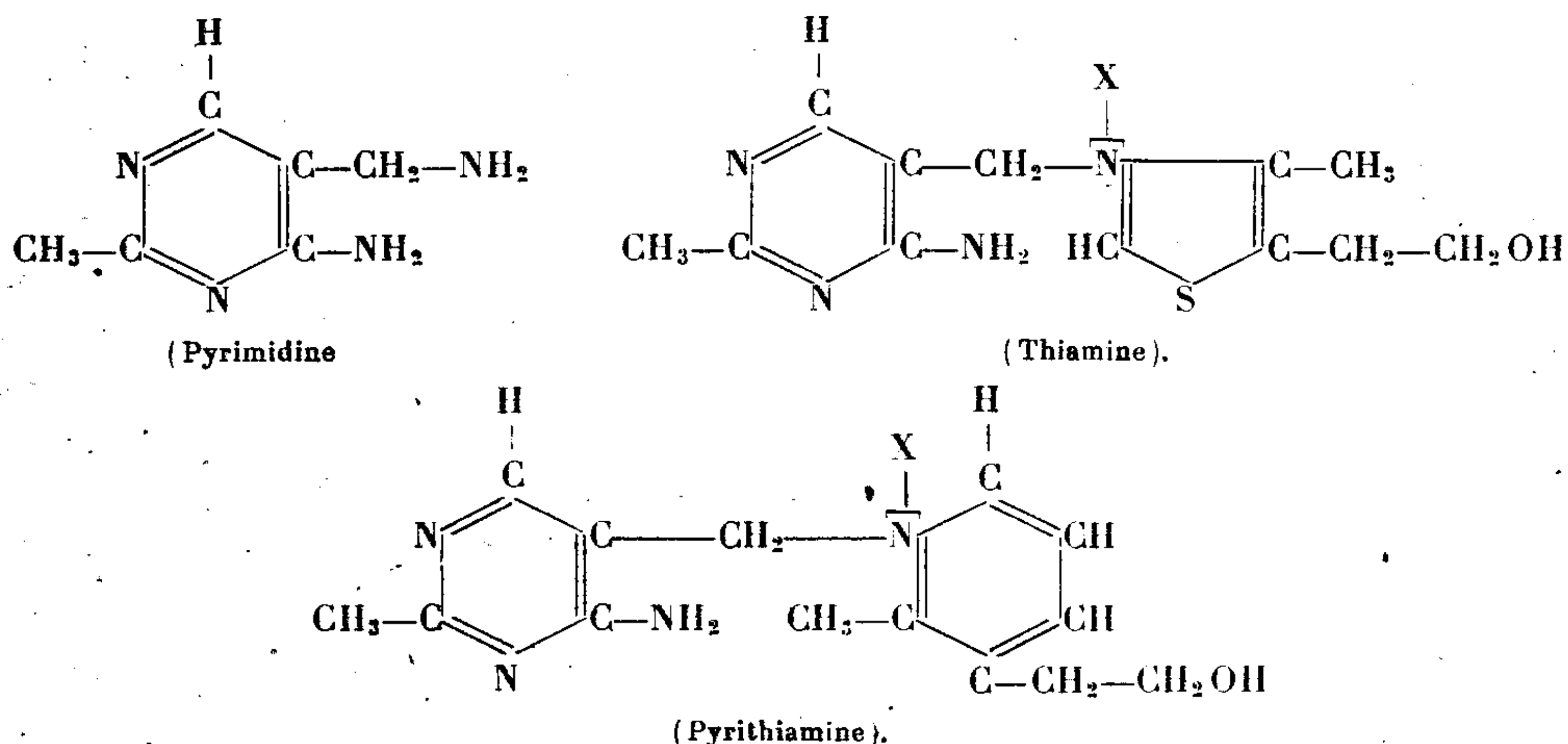
(4) *Nature*, 1946, 3995, p. 697.

(1) *Ann. Inst. Pasteur*, 73, 1947, p. 1089-1105.

(2) Sous presse.

(3) Communication Soc. Fr. de Microbiologie, 4 déc. 1947 (sous presse).

(4) *J. Org. Chem.*, 6, 1941, p. 54-62.



Selon les besoins alimentaires des souches, nous avons utilisé les milieux de Sauton ou de Long répartis dans des fioles d'Erlenmeyer de 100^{cm^3}, à raison de 25^{cm^3} par fiole.

Les solutions de pyrithiamine que nous devons à l'obligeance de D. W. Woolley, ont été stérilisées par filtration sur bougie.

L'ensemencement est fait à l'aide de fragments aussi uniformes que possible, de 3 à 4^{mm} de diamètre, prélevés sur un voile très mince. Pour les souches qui exigent la pyrimidine, ce voile est obtenu dans un milieu où ce facteur est ajouté à la concentration de 10^{-9}.

Après 24 jours à 37°, les cultures sont passées à l'autoclave pendant 30 minutes à 120° et filtrées. Les bacilles sont ensuite lavés, puis desséchés à 100° pendant une heure et pesés.

Voici les résultats obtenus :

Souches (*a*).	1-Boquet (B1) p^-.	2-Pellegrini p^-.	3-Fléole Söhn p^-.	4-Fléole Institut Pasteur p^+.
Milieux (25^{cm^3})................	Sauton	Sauton	Long	Sauton
Témoins......................	3 (*b*)	1	3	121
+ pyrithiamine 0,5 µg......	19	37	60	118
» 1 »	28	60	70	124
» 2 »	32	68	90	122
» 10 »	38	65	287	127
» 100 »	31	65	272	121
» 200 »	30	70	290	118
» 500 »	31	65	–	–
+ pyrimidine 1,6 »	200	68	270	–
Pyrimidine 1,6 » ...... + + pyrithiamine 100 »	212	70	265	–

a. Les souches 1 et 4 sont acidoalcoolo-résistantes, les souches 2 et 3 ne sont ni acido, ni alcoolo-résistantes, p^+ synthétise la pyrimidine, p^- ne synthétise pas la pyrimidine spécifique de la thiamine.

b. Poids sec exprimé en mg pour 25^{cm^3} de milieu.

L'examen du tableau ci-contre montre que :

1° la pyrithiamine est une source relativement médiocre de pyrimidine pour la souche *Boquet*, mais que 100 μg de pyrithiamine n'empêchent pas la manifestation de l'activité de 1,6 μg de pyrimidine.

2° les souches *Pellegrini* et fléole type *Söhn*, non acido-alcoolo résistantes, sont capables d'utiliser quantitativement la pyrithiamine comme source de pyrimidine. Nous n'avons pas, pour les concentrations utilisées, observé d'effet toxique de la pyrithiamine. Un tel effet a été décrit chez *Pythiomorpha gonapodioïdes* par Robbins (5).

3° la pyrithiamine est sans effet sur le bacille de la fléole qui synthétise la pyrimidine, se comportant en cela comme d'autres micro-organismes (bactéries, levures, champignons) étudiés par Woolley et White (6).

A 15h55m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h30m.

L. B.

ERRATA.

(Séance du 22 décembre 1947.)

Note de M. *André Charrueau*, Sur une transformation de contact :

Page 1263, ligne 33, *au lieu de* Pour celle-ci, *lire* Pour celles-ci.

Note de M. *Georges Dady*, Contribution à l'étude des précipitations :

Page 1349, nom de l'Auteur, *au lieu de* M. Georges Dady, *lire* M. Guy Dady.

Page 1351, 11e ligne, *au lieu de* Pour le liquide volatil, *lire* Pour le liquide non volatil.

Note de M. *Modeste Martynoff*, Condensation du nitrobenzène avec les diamines aromatiques en présence de soude pulvérisée. Préparation de composés aminozoïques :

Page 1333, ligne 7 du bas, *au lieu de* 40%, *lire* 46%.

---

(5) *Soc. nat. Acad. Sci.*, (Washington), 27, 1941.

(6) (A. G. C.) *Journal of biol. Chem.*, 49, I, 1943, p. 285; *Journal Exp. Med.*, 78, 1943, p 489.

(Séance du 22 décembre 1947.)

Note de M[lle] *Jeanne Brigando*, Considérations sur les préparations de complexes de cobaltihexamine :

Page 1319, lignes 6 et 8, *au lieu de* cobaltihexamine, *lire* cobaltihexammine;
» » ligne 30, et page 1320, lignes 5, 31 et 35, *au lieu de* hexamine, *lire* hexammine;
» » » 35, et page 1320, lignes 6, 14 et 23, *au lieu de* chloropentamine, *lire* chloropentammine.

Page 1319, ligne 28, *au lieu de* lutés, *lire* lutéo; ligne 35, *au lieu de* pentamine, *lire* pentammine.

Page 1319, ligne 23, *au lieu de* $\left[\mathrm{Co}\begin{pmatrix}\mathrm{en}\\ \mathrm{Cl}\\ \mathrm{pyr}\end{pmatrix}^{2}\right]\mathrm{Cl}^{2}$, *lire* $\left[\mathrm{Co}\begin{pmatrix}\mathrm{en}^{2}\\ \mathrm{Cl}\\ \mathrm{pyr}\end{pmatrix}\right]\mathrm{Cl}^{2}$;

Page 1320, ligne 3, *au lieu de* $\left[\mathrm{Co}\begin{pmatrix}4\,\mathrm{NH_3}\\ 2\,\mathrm{CH_3NH_2}\end{pmatrix}\mathrm{Cl_3}\right]$, *lire* $\left[\mathrm{Co}\begin{pmatrix}4\,\mathrm{NH_3}\\ 2\,\mathrm{CH_3NH_2}\end{pmatrix}\right]\mathrm{Cl_3}$;

» » » 13, *au lieu de*

$$\left[\mathrm{Co}\begin{pmatrix}5\,\mathrm{NH_3}\\ \mathrm{CH_3{-}CH_2{-}NH_2}\end{pmatrix}\right]^{2}(\mathrm{SO_4})^{3},\ \textit{lire}\ \left[\mathrm{Co}\begin{pmatrix}4\,\mathrm{NH_3}\\ \mathrm{OH}\\ \mathrm{CH_3{-}CH_2{-}NH_2}\end{pmatrix}\right]^{2}(\mathrm{SO_4})^{3}.$$

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 JANVIER 1947.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **PRÉSIDENT** souhaite la bienvenue à M. **COSTA RIBEIRO**, Membre de l'Académie des Sciences du Brésil, qui assiste à la séance.

M. le **PRÉSIDENT** s'exprime en ces termes :

L'Académie vient de faire une grande perte en la personne de M. **GODFREY HAROLD HARDY**, correspondant pour la section de Géométrie depuis le 5 février 1945, associé étranger depuis le 9 juin 1947.

Hardy était né le 7 février 1877, à Cambridge, dans le Surrey. Sauf une assez courte interruption, il resta toute sa vie fidèle à Cambridge. Après sa thèse en 1902, il devint « fellow » du « Trinity College », puis professeur à l'Université, et c'est à Cambridge qu'il est revenu comme professeur de Mathématiques pures, après avoir occupé pendant quelques années la chaire de Géométrie de l'Université d'Oxford. C'est dans la studieuse quiétude du « Trinity College » qu'il a vécu de longues années, avec son grand ami et collaborateur John Edensor Littlewood, dans une inlassable et féconde activité.

L'œuvre de Hardy est vaste et variée, elle porte essentiellement sur la théorie des nombres, théorie additive ou théorie analytique, et si l'on y rencontre des recherches ou d'importantes questions d'analyse pure ou de théorie des fonctions, elles sont plus ou moins liées à ses travaux sur la théorie des nombres. Un exposé complet de cette œuvre est ici impossible; bornons-nous à en marquer quelques caractères et résultats fondamentaux, suffisants pour donner une idée de sa profonde originalité.

Les travaux de Hardy et Littlewood sur la *partition des nombres*, notamment sur les théorèmes de Goldbach et de Waring, sont les plus remarquables, par la nouveauté et la puissance des méthodes analytiques, par la valeur des résultats obtenus : l'ingéniosité et la finesse de technique y dépassent l'objet même de la recherche.

Goldbach a énoncé sans démonstration que *tout nombre pair est la somme de*

deux nombres premiers impairs. Plus généralement Hardy a étudié le problème d'*exprimer un nombre entier par une somme de nombres premiers*. Il n'a pas réussi à démontrer le théorème de Goldbach lui-même, mais il a réussi avec Littlewood à établir une liaison curieuse et particulièrement intéressante entre la vérité de ce théorème et la vérité du célèbre théorème de Riemann sur les zéros de la fonction $\zeta(s)$ et des fonctions $L(s)$ de Dirichlet, la vérité du théorème de Riemann entraînant celle du théorème de Goldbach, ou de théorèmes analogues.

Par ailleurs, Waring avait énoncé en 1770 le théorème suivant : *tout entier positif n est la somme d'un nombre fini $s(k)$ de puissance $k^{\text{ième}}$ d'entiers positifs, quel que soit k, ce nombre $s(k)$ ne dépendant que de k, et non de n.*

La première démonstration de ce théorème avait été donnée par Hilbert en 1909; elle est belle, mais longue et difficile. Hardy s'est attaqué à la question avec de nouveaux procédés, il a réussi à donner une démonstration beaucoup plus aisée, trouvant en outre : 1° une limite supérieure de la plus petite valeur possible de $s(k)$; 2° une expression asymptotique du nombre des solutions de l'équation de Waring.

Ces travaux ont été rendus possibles par une étude très poussée des séries entières, des séries de Dirichlet, de séries analogues, de leur sommation, et de certains théorèmes d'inversion, dits *tauberiens*, qui jouent aujourd'hui un si grand rôle dans le calcul symbolique.

Il n'est donc pas étonnant que Hardy ait réussi à donner le premier résultat *positif* concernant *les zéros de $\zeta(s)$ situés sur la droite $\mathcal{R}s = 1/2$*, à savoir *qu'il y en a une infinité*.

Hardy a publié quelques ouvrages d'enseignement, aujourd'hui classiques, sur la théorie des nombres et sur l'analyse; il a dirigé la collection des *Cambridge Tracts*.

Il n'est pas nécessaire d'insister davantage pour marquer la diversité et la difficulté des problèmes attaqués par Hardy. Ces travaux ont nécessité l'emploi d'une technique de plus en plus fine, dont la création est en majeure partie l'œuvre de Hardy, souvent en collaboration avec Littlewood. La puissance de cette technique s'est révélée éminente, et Hardy occupe un rang exceptionnel dans la science mathématique moderne. Le nombre des Académies et des Sociétés savantes dont il a fait partie est difficile à préciser, tellement il est considérable. Notre Académie avait tenu à honneur de se l'attacher. Elle ressent profondément la grandeur de la perte que vient de faire le monde savant; c'est tout récemment que nous avons appris la fin de Hardy, survenue à Cambridge, le 1er décembre dernier.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur des équations aux dérivées partielles du premier et du second ordre dont les caractéristiques sont lignes asymptotiques des surfaces intégrales.* Note (¹) de M. **Jules Drach**.

I. *a*. Dans une Note récente (²), à laquelle je prie de se reporter, on a donné pour les équations en question une forme *explicite* qui peut conduire aux surfaces intégrales et parfois à leurs lignes asymptotiques. Mais on a dû supposer pour le complexe de droites *associé* (C), $\Omega = \Phi_\alpha + \Phi_\beta \Phi_\gamma \neq 0$; quand Ω est nul, on sait que le complexe est formé des *tangentes* D *à une surface* et que $d\alpha\, d\Phi - d\beta\, d\gamma$, relative aux droites D : $y = \alpha x + \beta$, $z = \gamma x + \Phi$ se décompose en deux facteurs. L'équation $\Omega = 0$, analogue à celle étudiée paragraphe **1** (*loc. cit.*), s'intègre par les formules $\Phi = bc\alpha + b\beta - c\gamma - \theta$, $\beta + c\alpha = \theta_b$, $b\alpha - \gamma = \theta_c$ où $\theta(b, c)$ est arbitraire et la surface (S) donnée par $x = c$, $y = \theta_b$, $z = b\theta_b - \theta$ est celle à laquelle les droites D sont tangentes; de plus $p = -\theta_c$, $q = b$. L'équation associée au complexe (C) est $p = -\theta_c$ où $b = q$ et où c et α sont donnés en x, y, z, q par les équations des droites D. Mais comme cette équation définit aussi c en p, q seules, l'expression $z - px - qy = c\theta_c - \theta$ se réduit à une fonction F de p, q seuls et l'équation de Clairaut $z - px - qy = F(p, q)$ a des droites pour caractéristiques et s'intègre.

b. Une *congruence* (α) du complexe (C) s'obtient en posant $Y - y = \alpha(X - x)$, où α est fonction de b et c. Une nappe focale est $X = x = c$; c'est (S). L'autre nappe est donnée par

$$(X - c)[\alpha_b \theta_{c^2} - \alpha_c(\theta_{bc} - \alpha)] + (\theta_{bc} - \alpha)^2 - \theta_{b^2}\theta_{c^2} = 0.$$

Si l'on se donne X en x, y, z ou en b, c et si l'on définit α par une relation $\omega(\alpha, b, c) = \text{const.}$, on a pour ω une équation linéaire voisine de (4) (*loc. cit.*, p. 1223), *du second degré en* α à laquelle s'appliquent les conclusions indiquées : existence d'intégrales polynomes en α de degré quelconque, etc. *Si l'on veut*, par exemple, *que la surface moyenne de* (α) *soit un plan*, pour lequel on peut prendre le plan des y, z, il faudra $X + c = 0$ et *l'équation en* ω *est identique à* (4) [on permute b et c et change x en α]. On a deux problèmes de Géométrie *différents* conduisant à la même équation.

Si $\omega = \lambda\alpha + \mu$, on a $\lambda = f(b)\sqrt{c}$; la condition d'intégrabilité de μ donne : $4c^2 f'' \theta_{c^2} + f\theta_{b^2} = 0$ pour déterminer θ et *les asymptotiques de* S *s'obtiennent par les quadratures* : $dc/c \pm 2\sqrt{f''/f}\, db = 0$.

II. *c*. Il s'agit de trouver les équations (A) $r + 2s\alpha + t\alpha^2 = 0$, (B) $\lambda^2(rt - s^2) + 1 = 0$ où α, λ dépendent de x, y, p, q qui possèdent *une seule intégrale première* : $V(x, y, p, q) = \varphi = \text{const.}$ [S. Lie a étudié les équations (A) et (B) qui s'intègrent *complètement* par la méthode de Monge.] Si les caractéristiques sont lignes asymptotiques des surfaces intégrales on a :

(¹) Séance du 19 janvier 1948.

(²) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1221.

$V_x V_p + V_y V_q = 0$ et cette équation s'intègre sous la forme

$$V = ax + by + c(bp - aq) - \Phi(a, b, c),$$

avec $V_a = x - cq - \Phi_a = 0$, $V_b = y + cp - \Phi_b = 0$, $V_c = bp - aq - \Phi_c = 0$, qui dépend d'une fonction arbitraire Φ de trois arguments. D'autre part V satisfait au système jacobien (J) $V_x - \alpha V_y = V_p - \lambda V_y = V_q + \alpha\lambda V_y = 0$, et l'on a : $V_x = a$, $V_y = b$ puis, après calcul, $V_p = bc$, $V_q = -ac$, d'où $b\alpha = a$, $\lambda = c$. Les intégrales de $V = \varphi$ satisfont *à la fois* à (A) et à (B). Si l'on cherche les caractéristiques de $V = \varphi$ dans le domaine a, b, c on trouve d'abord l'intégrale $\Sigma = a\Phi_a + b\Phi_b - \Phi = \varphi$ qui est V et donne, par $d\Sigma = 0$, dc en da et db, puis deux relations $(cq + \Phi_a)(bda - adb) + \Phi_c(bdc - cdb) = 0$, $2\,abdq + q(bda - adb) - db\Phi_c = 0$ qui donnent db/da et dq/da *rationnels* en q et explicites, *si l'on résout en c l'équation* $\Sigma = \varphi$.

d. Les conditions d'existence du système jacobien (J) sont d'abord

$$\lambda(\alpha\alpha_y - \alpha_x) = \alpha\alpha_p + \alpha_q,$$

puis deux équations aux dérivées premières en λ, d'où deux équations du *second ordre* pour α, qui ont une intégrale commune avec une fonction arbitraire de *trois* arguments, donnée par $b\alpha = a$. En particularisant Φ, on aura des solutions moins étendues et dans le *domaine de rationalité* $[\alpha]$ la détermination de V est identique à l'intégration d'une équation différentielle du premier ordre et présente les mêmes cas de réduction.

III. *Exemples*. — 1° L'étude directe de l'équation $f(y-p) + g(x+q) = \varphi$, où f et g sont arbitraires, donne pour les caractéristiques $y + p = \alpha$ et $x - q = \beta$; si l'on prend $\beta = \beta(\alpha)$ arbitraire, les surfaces intégrales s'obtiennent par la quadrature

$$dz = (\alpha - y)\,dx + (x - \beta)\,dy,$$

où α est défini en x, y par

$$f(2y - \alpha) + g(2x - \beta) = \varphi.$$

Cette dernière équation donne les asymptotiques $\alpha = \text{const.}$; les autres ont pour équation $d\beta\,dy - d\alpha\,dx = 0$.

2° Soit $2\Phi = c(a^2 - b^2)$; on trouve $c = (x^2 - y^2)^{1/2}(q^2 - p^2)^{-1/2}$, avec $a = cx - p$, $b = -cy - q$, d'où l'équation

$$\varphi = -(py + qx) + \sqrt{(x^2 - y^2)(q^2 - p^2)}.$$

Les caractéristiques sont $px + qy = \zeta$, $py + qx = \sigma$, qui n'est pas nouvelle car $\zeta^2 + \varphi^2 + 2\varphi\sigma = 0$, et pour la dernière $\theta = (\varphi + \zeta)\log(x + y) + (\varphi - \zeta)\log(x - y)$. Avec $\theta = \theta(\zeta)$, où θ est arbitraire, cette équation donne les asymptotiques des surfaces z définies par $2\,dz = (\zeta - \sigma)\,d\log(x + y) + (\zeta - \sigma)\,d\log(x - y)$. Les formules se simplifient en posant $x + y = e^u$, $x - y = e^v$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration des systèmes de Pfaff linéaires et homogènes à coefficients constants*. Note (1) de M. **Ernest Vessiot**.

1. Dans une Note présentée à l'Académie, M. Saltykow (2) a donné une méthode d'intégration des systèmes de Pfaff linéaires et homogènes

$$(1)\qquad dy_k = A^{(\lambda)}_{k\alpha} y_\alpha \, dt_\lambda \qquad (k, \alpha = 1, 2, \ldots, n;\ \lambda = 1, 2, \ldots, p),$$

à coefficients A constants. Le principe de cette méthode consiste à chercher, comme on le fait dans la méthode classique relative au cas $p = 1$, n solutions particulières, exponentielles, qui seront ici de la forme

$$(\Pi)\qquad y_k = c_k e^{\theta_\lambda t_\lambda} \qquad (k = 1, 2, \ldots, n;\ \lambda = 1, 2, \ldots, p),$$

où les c_k et les θ_i sont des constantes. M. Saltykow trouve pour les déterminer, les p *équations caractéristiques*

$$(\Theta_i)\qquad \text{dét}\,|A^{(i)}_{kj} - E_{kj}\theta_i| = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, p;\ k, j = 1, 2, \ldots, n)$$

(où E_{kj} est, suivant l'usage, égal à zéro pour $k \neq j$ et à 1 pour $k = j$), qui donneront les θ_i, et les p systèmes de n équations du premier degré

$$(S_i)\qquad (A^{(i)}_{k\alpha} - E_{k\alpha}\theta_i) c_\alpha = 0 \qquad (k, \alpha = 1, 2, \ldots, n;\ i = 1, 2, \ldots, p),$$

auxquelles les c_j devront ensuite satisfaire. Mais, pour que la méthode fut complète et que son succès fut assuré, il faudrait démontrer qu'à chacune des n racines (supposées simples), de l'une des équations Θ_i (Θ_1 par exemple) on pourra toujours associer une racine de chacune des autres de manière que les p systèmes S_i en $c_1, c_2, \ldots, c_n$ soient compatibles, et indiquer comment cela devra s'effectuer. C'est ce que je ferai en reprenant le problème d'intégration par une autre méthode.

2. Le principe de cette méthode consistera à chercher une transformation linéaire à coefficients constants

$$(2)\qquad z_k = c_{k\alpha} y_\alpha \qquad (\alpha = 1, 2, \ldots, n;\ k = 1, 2, \ldots, n),$$

(1) Séance du 19 janvier 1948.

(2) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 520.

Je modifie ici les notations de M. Saltykow, de manière à mettre en évidence les variables indépendantes $t_1, t_2, \ldots, t_p$ et les fonctions inconnues $y_1, y_2, \ldots, y_n$. D'autre part, j'emploie la notation abrégée $X_\alpha Y_\alpha$ ($\alpha = 1, 2, \ldots, m$), usitée dans le calcul tensoriel, pour désigner une somme $\sum_{\alpha=1}^{m} X_\alpha Y_\alpha$. Pour plus de clarté, j'emploierai les lettres grecques pour les indices de sommation. Bien entendu, X^α_α ($\alpha = 1, 2, \ldots, m$) aura une signification analogue.

qui ramène le système (1) à la forme canonique

(3) $dz_k = z_k d\mathrm{T}_k$ ($k = 1, 2, \ldots, n$). avec $\mathrm{T}_k = \theta_{\lambda k} t_\lambda$ ($\lambda = 1, 2, \ldots, p$).

Cela équivaut à dire que cette transformation devra réduire chacun des p systèmes

$$(\Sigma_i) \quad \frac{\partial y_k}{\partial t_i} = \mathrm{A}_{k\alpha}^{(i)} y_\alpha \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, n) \quad (k = 1, 2, \ldots, n;\ i = 1, 2, \ldots, p)$$

[en lesquels le système (1) se décompose] à la forme canonique

$$(\Sigma'_i) \quad \frac{\partial z_k}{\partial t_i} = \theta_{ik} z_k \quad (k = 1, 2, \ldots, n;\ i = 1, 2, \ldots, p).$$

Elle le fera pour le système Σ_i si les c_{kj} satisfont, pour chaque valeur de k, au système

$$(\mathrm{S}'_i) \quad (\mathrm{A}_{\alpha j}^{(i)} - \mathrm{E}_{j\alpha}\theta_{ij}) c_\alpha = 0 \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, n), \quad (j = 1, 2, \ldots, n;\ i = 1, 2, \ldots, p),$$

ce qui exige que θ_{ij} soit, quel que soit j, une racine de l'équation caractéristique Θ_i.

Si cette racine est simple, le système S'_i donnera, pour les c_j, une seule solution (à un facteur commun près) ([3]). Nous supposerons que l'une au moins des équations Θ_i, Θ_1 par exemple, n'a que des racines simples. Nous obtiendrons alors une transformation (2) réduisant Σ_1 à la forme canonique Σ'_1 en prenant pour les $\theta_{1,k}$ les n racines différentes de Θ_1.

Il importe de remarquer que les formes linéaires

$$\mathrm{L}_k = c_{k\alpha} y_\alpha \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, n)$$

ainsi obtenues seront linéairement indépendantes. L'intégration de Σ'_1 donne en effet

$$(4) \quad z_k = \mathrm{C}_k e^{\theta_{1k} t_1} \quad (k = 1, 2, \ldots, n),$$

les C_k étant, par rapport à t_1, des constantes arbitraires : de sorte que l'on aura, pour chaque solution du système (Σ_1),

$$(5) \quad \mathrm{L}_k = \mathrm{C}_k e^{\theta_{1k} t_1} \quad (k = 1, 2, \ldots, n),$$

les C_k ayant pour chacune des valeurs particulières appropriées. Or, il y aura toujours des solutions pour lesquelles aucune des formes L_k ne s'annulera, et par conséquent pour lesquelles aucune des constantes C_k des équations (5) ne sera nulle. Si donc il existait une relation linéaire et homogène à coefficients non tous nuls entre les L_k, il en existerait une aussi entre les exponentielles $e^{\theta_{1k} t_1}$: ce qui est impossible, les θ_{1k} étant tous différents. Cela prouve que les L_k sont bien indépendantes, et par conséquent que les équations (2) dont elles sont les seconds membres seront celles d'une véritable transformation.

([3]) Nous pouvons supposer que les c_j seront, dans cette solution, des constantes.

Soit $\mathfrak{T}$ cette transformation. Elle a été calculée de manière à ramener le système Σ_1 à sa forme canonique Σ'_1 ; mais elle réduira en même temps chacun des autres systèmes Σ_i à sa forme canonique Σ'_i. Cela tient à ce que le système (1) est par hypothèse complètement intégrable ainsi que cela a été supposé implicitement dans le numéro 1, et qu'il en est par suite de même du système qui en résulte par notre transformation $\mathfrak{T}$. Or les conditions d'intégrabilité du système (1) sont

$$(6)\quad A^{(h)}_{\alpha j}A^{(i)}_{k\alpha} - A^{(i)}_{\alpha j}A^{(h)}_{k\alpha} = 0 \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, n); \quad (k, j = 1, 2, \ldots, n); \quad (h, i = 1, 2, \ldots, p).$$

Considérons, pour les systèmes transformés, dans le premier desquels on aura

$$A^{(1)}_{kj} = E_{kj}\theta_{1k} \qquad (k, j = 1, 2, \ldots, n),$$

celle de ces conditions (6) pour lesquelles $h = 1$ et $i = 2, 3, \ldots, p$. Elles se réduisent à

$$(\theta_{1j} - \theta_{1k})A^{(i)}_{kj} = 0 \qquad (k, j = 1, 2, \ldots, n;\ i = 2, 3, \ldots, p),$$

d'où il résulte que, les θ_{1k} étant tous différents, les coefficients $A^{(i)}_{kj}$ seront nuls (pour $i = 2, 3, \ldots, p$) si k est différent de j. Si donc on pose $A^{(i)}_{jj} = \theta_{ij}$ (pour $i = 2, 3, \ldots, p$ et $j = 1, 2, \ldots, n$), les systèmes $\Sigma_2, \ldots, \Sigma_p$ se trouveront bien réduits respectivement aux formes canoniques $\Sigma'_2, \ldots, \Sigma'_p$.

La forme canonique (3) ainsi obtenue pour le système (1) s'intègre immédiatement et de son intégrale générale on déduira, par la transformation $\mathfrak{T}$, celle du système (1). Dans cette dernière seront en évidence les n solutions particulières II de ce système dont il s'agissait de démontrer l'existence et de donner un mode de calcul.

L'existence de ces solutions étant ainsi établie, on pourra, suivant l'idée de M. Saltykow, les calculer par la méthode des coefficients indéterminés, mais en opérant comme il suit. Pour l'une quelconque d'entre elles, θ_1 sera l'une des racines, supposées différentes, de l'équation caractéristique Θ_1 et les c_k se calculeront au moyen du système S_1 ainsi déterminé. Enfin, chacun des θ_i, pour $i > 1$, se tirera de l'une des équations du système S_i où l'on aura remplacé les c_k par les valeurs trouvées. On pourra employer l'une quelconque de ces équations sous la réserve que le coefficient de θ_i dans cette équation (qui sera l'une des c_k) ne soit pas nul.

3. Nous avons supposé, dans tout ce qui précède, que l'une au moins des équations Θ_i n'avait que des racines simples, mais on peut traiter d'une manière analogue, en se servant de notions fondamentales, relatives aux transformations infinitésimales, tout système (1) complètement intégrable. La théorie des transformations linéaires fournira, pour chacun de ces systèmes, une forme canonique appropriée.

ÉLECTRONIQUE. — *Étude des cibles minces légèrement conductrices.* Note (¹) de M. René Barthélemy.

L'utilisation récente, dans les analyseurs de télévision d'origine américaine, d'une cible mince à deux faces actives, a suscité un certain nombre de propositions.

Le but de la présente Note est d'attirer l'attention sur les conditions et les limites de fonctionnement de telles cibles dont j'avais proposé l'emploi en 1931. J'avais, à ce moment, établi une théorie sommaire, valable pour un cas spécial. Il s'agissait d'utiliser un faisceau cathodique mobile, porteur de la modulation de télévision, pour charger les différents points d'une paroi d'un tube dont la face extérieure était considérée comme conductrice. L'étalement de la charge dans la paroi reste insignifiant, à condition que le diamètre du faisceau cathodique soit nettement supérieur à l'épaisseur de cette paroi. En effet, le courant passant par un élément de surface, *dit point d'image*, déterminé par la surface de l'impact, est sensiblement une fraction du courant total 1 égale à $1/[1+(x^2/e^2)]$ (x, distance de l'élément à l'impact; e, épaisseur du verre).

Ainsi, pour le point immédiatement voisin de celui de l'impact et un faisceau de diamètre égal à 10 fois l'épaisseur e, le rapport est de l'ordre de 100, ce qui assure un excellent contraste dans la reproduction éventuelle d'images. Cette approximation, qui suppose une paroi conductrice, ne fait intervenir que les résistances internes et n'est plus valable lorsque les deux faces sont isolées.

Considérons, en effet, le cas de l'*image-Orthicon* américain, dont nous avions d'ailleurs proposé un modèle en 1935 (²). Une image électronique d'une photo-cathode est projetée en permanence sur la cible mince semi-conductrice, et l'analyse s'effectue sur l'autre face de cette cible par un faisceau cathodique à électrons lents, à la cadence d'un balayage complet en 1/25 de seconde. Supposons, pour simplifier, n'utiliser qu'une surface lumineuse correspondant à la dimension d'un point-image; elle fournit un filet d'électrons, qui est focalisé sur la cible, et qui apporte un courant constant I sur la section s_0 de diamètre AB (*fig.* 1).

En réalité par suite de l'émission secondaire, les électrons qui partent sont plus nombreux que ceux qui arrivent, et le potentiel croît, en AB.

La faible résistance ρ_1, qui existe entre les deux faces AB et CD, permet de considérer le volume $s_0 e$ comme équipotentiel et nous admettons qu'à partir de la surface latérale de ce cylindre élémentaire, l'écoulement s'effectue radialement, pour atteindre les bords de la cible, fixés à un potentiel déterminé. Lorsque le

(¹) Séance du 12 janvier 1948.

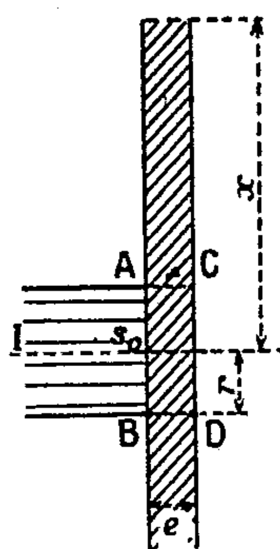
(²) Brevet Français n° 805 827.

régime est établi, la répartition des potentiels sur la cible est uniquement déterminée par la chute ohmique. A une distance x de l'impact, la résistance s'exprime par

$$R_x = \frac{\rho_0}{2\pi e} L\left(\frac{x}{r}\right),$$

ρ_0 est la résistivité du verre. La loi de variation du potentiel montre un étalement inadmissible dans une image de télévision.

Il faut donc rechercher si, dans la période d'établissement, limitée à 1/25 de



seconde, une meilleure distribution due à la capacité répartie peut être obtenue. Il y a lieu de distinguer l'effet de la capacité interne du milieu diélectrique, de coefficient 4 environ, que constitue le verre de la cible, et l'effet des capacités externes (entre cible et électrodes). En partant toujours de l'hypothèse du petit cylindre central équipotentiel, on montre aisément que la capacité qui existe entre ce volume et une couche circulaire, située à une distance x, a pour valeur

$$C_x = \frac{K e}{2} \frac{1}{L\left(\frac{x}{r}\right)}.$$

Au temps zéro (application de l'intensité I), la répartition des potentiels est la même que celle donnée par la résistance seule, elle ne varie pas ensuite, car tous les circuits élémentaires, constitués par les résistances et les capacités internes, ont une même constante de temps

$$\tau = R_x C_x = \frac{K \rho_0}{4\pi}.$$

Avec les valeurs connues de K et de ρ_0, on obtient un chiffre de l'ordre de 2/100 de seconde. (Mon Confrère, M. Darrieus, m'a d'ailleurs fait remarquer que cette formule peut être déduite directement de la deuxième équation de Maxwell.)

L'étalement reste donc prohibitif. Un fonctionnement satisfaisant d'une telle cible n'est obtenu que par l'intervention de la capacité *cible-masse* C'. Celle-ci

serait très insuffisante si elle était limitée au seul condensateur formé par les parois de la cible et les revêtements du tube. Fort opportunément, la nécessité de capter les électrons secondaires émis par l'image électronique, a conduit les laboratoires américains à disposer une grille très fine à moins de 3/100 de millimètre de la cible. La cible et les différents éléments capacitifs peuvent être assimilés à une ligne dont les capacités par unité de longueur, croissent avec la distance x de l'origine. La valeur du potentiel V_m d'un point de la cible en fonction de x et t est alors obtenue par une relation analogue à celle des télégraphistes, en écrivant dans le deuxième membre les expressions des résistance et capacité unitaires, fonctions de x.

Un calcul plus simple, limité à des cellules de dimensions finies, qui sont celles qui caractérisent la qualité de l'image, montre que, pendant le temps d'intégration de 1/25 de seconde, le potentiel, d'un *point-image* contigu à la section de l'impact, n'atteint que le 1/10 de la valeur du potentiel central, dans le cas d'une analyse à 450 lignes.

C'est à peu près la limite admise en télévision pour le contraste *blanc-noir*. Une analyse de finesse supérieure exigerait une augmentation des capacités C'. Les conditions de fabrication deviendraient très délicates car la distance grille-cible serait divisée environ par 8 pour les images à 1000 lignes.

On peut agir aussi sur la résistance R, pour conserver la même constante de temps RC' (environ 2/10 de seconde) quelle que soit la définition. On est alors conduit à diminuer l'épaisseur du verre, qui ne dépasse pas actuellement 5$^{\mu}$.

Ces obstacles pourront probablement être surmontés par d'autres dispositions.

PRINCIPES DES SCIENCES MATHÉMATIQUES. — *Problèmes. Synthèse globale.* Note de M. Georges Bouligand.

1. Ayant signalé des apports *non prédicatifs* du *non-fini* à l'Analyse [1] s'ajoutant à de très connus (notation d'éléments d'un *bien ordonné* pour des rangs toujours accrus), je reviens sur les problèmes dont la formulation précise a progressivement requis dans S_i, au delà des processus finis, la *suite* N *des entiers*, le *continu linéaire* L avec les espaces succédanés, enfin divers *champs fonctionnels*. Ces types d'ensembles, à partir du second, émanent d'une intuition infirmée par l'expérience, cela sans fissure apparente. Sur N se greffent des problèmes de ce genre (abordés avec intrusion de L) :

Extrayant de N selon une loi fixée une succession indéfinie de suites régulières illimitées σ_n, en général non disjointes et prenant le complémentaire Γ dans N de la réunion des σ_n (*crible d'Ératosthène général*), trouver $\varphi(n)$, $\Phi(n)$ d'un type assigné, lesquelles encadrent au mieux le nombre des éléments de Γ

---

[1] *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1747 et **225**, 1947, p. 780.

inférieurs à $n+1$. Bien déterminée, la répartition sur N de ces éléments est en général *sans loi* : c'est encore du non-prédicatif provenant du non-fini.

En géométrie et en analyse, L intervient en maint problème (aire du cercle, logarithme d'un nombre rationnel, somme d'une série à termes rationnels, ...) sans se laisser construire en totalité au moyen d'un ensemble dont la puissance serait (puissance N). Pur concept de S_t, la notion de L exige un acte de pensée irréductible. Avec Beppo Levi ([2]), on peut voir dans N et L les *ensembles primitifs* de deux *domaines déductifs* distincts $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{L}$; et dans $\mathfrak{L}$ une *extension naturelle* de $\mathfrak{N}$, car les éléments de L dérivent de $\mathfrak{N}$ par un *processus d'approximation* formulable en termes de $\mathfrak{N}$. Même situation au passage de $\mathfrak{L}$ à $\mathfrak{F}$, nouveau domaine déductif (analyse fonctionnelle) dont l'ensemble primitif est celui des fonctions : $\mathfrak{F}$ est encore une *extension naturelle* de $\mathfrak{L}$. Si je reprends le problème de Dirichlet pour la sphère sans fixer en fait les valeurs périphériques, j'en réfère à $\mathfrak{F}$. Ainsi la construction qui le résout à ce degré de généralité livre à S_t une vérité moindre que celle du cas, lié à $\mathfrak{L}$, où ces valeurs étant celles d'un polynome, on calcule les coefficients du polynome harmonique solution au moyen d'un système linéaire. Ainsi, chaque énoncé livré à S_t par un groupement de problèmes, devient une *souche* disponible à des énoncés particuliers issus d'un sous-groupement et atteignant un niveau de vérité meilleur. L'idée des niveaux de vérité est donc appuyée par la théorie de B. Levi, indépendante du dualisme *problèmes, synthèse globale*, mais appréciant diversement les démonstrations d'un théorème, tel celui de d'Alembert, selon le domaine déductif admis. L'Analyse générale se libère de la stratification $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{F}$: son ensemble primitif reste celui des fonctions, en ralliant à ce terme les ensembles et correspondances les plus larges. Devant cette fusion des catégories, reste seule efficace la forme axiomatique livrant des énoncés au niveau minimum de vérité : ils gardent toutefois, et c'est l'essentiel, le rôle de souches disponibles.

2. A supposer que S_t élague progressivement les notions et énoncés qui n'ont pas été construits à partir d'une base jugée intuitive (soit par exemple $\mathfrak{N}$), S_t tend vers la coordination de résultats venus des problèmes : d'où un *intuitionisme*. Ce point de vue est moins fécond que l'analyse classique, où la recherche même de raisonnements par l'absurde, permise dans S_t, pose des problèmes.

Par exemple, pour valider dans S_t une conclusion aussi générale que possible sur la solidarité, pour trois dimensions, entre la conservation des angles et celle des sphères, on tentera, partant de cinq points cosphériques à transformés non cosphériques, d'en déduire un point P limite de deux suites $\{P'_i\}\{P''_i\}$ ayant

([2]) *Fund. Math.*, **23**, 1934, p. 63 et aussi, p. 75, annexe de T. Violla. Pour chaque domaine déductif, on approche *ad libitum* des éléments de l'ensemble primitif par le domaine qui précède, selon un principe général (*loc. cit.*, p. 72), énoncé par le même (*Math. Ann.*, **90**, 1923, p. 170).

chacune en P une demi-tangente unique et où soit altérée cette unicité ou sinon la mesure d'angle.

3. Prenant un problème où est demandé un élément d'une catégorie K soumis aux conditions C, le recours à une notion assignée ν de S_t pour trouver des solutions peut produire divers effets, car ν peut ne pas être universelle dans K, être valable dans une $K' \supset K$ (ou dans une K' chevauchant sur K). Il peut arriver que le recours à ν donne des solutions dans une $K' \supset K$: est alors livré à S_t un *énoncé de prolongement* en vertu duquel une propriété, vraie sur un ensemble, subsiste sur un autre plus large.

Telle la propriété qui, même pour une $f'(x)$ continue sans plus, permet de maintenir à une courbe $y^2 f'(x) = \text{const.}$ le rôle d'asymptotique sur la surface $z = y f(x)$ [3].

Quand ν n'est pas universelle dans K, elle pourra ne donner qu'une partie des solutions, dont l'ensemble ne peut se déduire par aucun moyen *prédicatif*.

Tels le problème des surfaces isométriques, ou de la recherche d'intégrales d'une équation linéaire, type de Fuchs, par le recours à la notion ν de série entière.

L'idée de prolongement peut encore viser isolément une solution introduite par ν, mais tronquée par elle (comme il advenait à l'instant pour l'ensemble des solutions).

C'est le cas de $y' = f(x, y)$ avec f holomorphe, si ν est la notion *série entière*. Autre exemple : soit connu, pour $f(x, y, z, p, q) = 0$, un morceau *d'intégrale paratingente* (= IP), c'est-à-dire de surface σ dont les paratingentes en chaque point sont dans un plan, tangent au cône élémentaire : bordé à des arêtes de rebroussement, un tel morceau est inclus en des surfaces intégrales Σ au sens de Cauchy. Soit à reconstituer l'une à partir de σ. On y parvient avec la seule notion de IP pour quatre dimensions, quand $f = 0$ équivaut à un système T de deux équations donnant p, q en x, y, z, u avec z, u fonctions inconnues de x, y. Cela conduit à exprimer la compatibilité de $dz = p\,dx + q\,dy$ après remplacement de u dans p, q par une solution d'une équation (e) linéaire en u_x, u_y, u_z, introduite par cette compatibilité. Sous conditions de régularité remplies par T, toute solution $u = \bar{u}$ de (e) ayant une sous-variété s, transverse à ses lignes caractéristiques et à paratingent partout plan, est une IP dans l'espace (x, y, z, u); σ est alors projection sur (x, y, z) d'une portion ϖ de $u = \bar{u}$, donnée par un problème de Cauchy, à partir d'une sous-variété (type s) de $u = \bar{u}$ livrée par σ, T. Par la notion de IP, un prolongement Π de ϖ s'obtient immédiatement, ce qui se transmet à (x, y, z) par projection, moyennant l'intégration de $dz = \bar{p}\,dx + \bar{q}\,dy$, qui sur $u = \bar{u}$ s'effectue selon la notion IP. Cette paramétrisation de $f = 0$, qui en éclaire l'intégration, souligne

---

[3] *Bull. Soc. Math. de France*, 64, 1946, p. 31.

l'importance des ensembles de (x, y, z) obtenus en y projetant ceux d'une variété V de type dimensionnel > 3, astreints dans V aux hypothèses d'un des lemmes d'univocité.

M. **Emmanuel de Margerie** fait hommage à l'Académie de deux notices extraites du *Bulletin de la Section de Géographie du Comité des travaux historiques et scientifiques*, et intitulées *Trois moments dans l'histoire de l'étude des Alpes Suisses : de Saussure, Studer, Alb. Heim*, et *L'œuvre d'Henri Béraldi, historien du Pyrénéisme*.

M. **Carl Størmer** adresse une reproduction photographique d'une traînée météorique observée à Askim, Norvège, le 10 octobre 1946.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **André Boivin** est élu Correspondant pour la Section d'Économie rurale, en remplacement de M. *Henri Vallée*, décédé, et M. **Theodor Mortensen** est élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, en remplacement de M. *Édouard Chatton*, décédé.

PLIS CACHETÉS.

M. **Léon Velluz** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 17 mars 1947 et enregistré sous le n° 12290.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée *Méthylcétone apparentée à l'œstrone*, par MM. *L. Velluz* et *G. Muller*.

(Renvoi à la Section de Chimie.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à chacun des postes de Directeur de l'*Observatoire du Puy-de-Dôme* et de celui *du Pic du Midi*.

(Renvoi à la Commission des Instituts de Physique du globe : Sections d'Astronomie et de Physique générale et Secrétaire perpétuel pour les Sciences mathématiques.)

L'**Institut expérimental italien Lazzaro Spallanzani**, de Milan, signale l'expérience qu'il vient de faire sur des vaches, de fécondation artificielle au moyen de matériel séminal transporté par avion des États-Unis.

Le Secrétaire général de l'**Union Astronomique Internationale** annonce que

la prochaine Assemblée générale de cette Union aura lieu à Zurich, du 11 au 18 août 1948 et invite l'Académie à s'y faire représenter.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Programme du *soixante-quatorzième Congrès des Sociétés Savantes de Paris et des Départements*, qui se tiendra à Paris (Faculté de Médecine), du 30 mars au 3 avril 1948.

2° Walter Robyns. *Tentamen Monographiae Vangueriae. Generumque Affinium. — Flore Agrostologique du Congo Belge et du Ruanda-Urundi*, tomes I et II, et divers tirages à part relatifs à ses travaux de Botanique.

3° *Bulletin of the Bureau of Mines and the Geological Survey in Indonesia.* Volume I, n° 1.

4° University Library of Oslo. *Norwegian Bibliography. A brief survey.*

5° *The University Library. Oslo. A brief survey of its history collections and building.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions d'Hermite dérivées de l'exponentielle quadratique* $e^{-\varphi(x_i)}$ *et quelques équations intégrales.* Note [1] de M. **Albert Tortrat**, présentée par M. Joseph Pérès.

Je rappelle les notations suivantes :

$\varphi(x_i)=\alpha_{ij}x_ix_j$ est une forme quadratique définie positive de discriminant Δ. Les $\xi_i=(1/2)(\partial\varphi/\partial x_i)$ sont les variables conjuguées.

$$\psi(\xi_i)=\varphi(x_i)=\beta_{ij}\xi_i\xi_j$$

est la forme polaire réciproque.

$$\gamma_1^\varphi=e^{\varphi(x_i)-\varphi(x_i-h_i)}=\sum_0^\infty \Pi\frac{h_i^{n_i}}{n_i!}a_{n_i}\mathrm{H}_{n_i}^\varphi(x_i) \qquad \frac{1}{a_{n_i}^2}=\frac{\pi^{\frac{n}{2}}}{\sqrt{\Delta}}\Pi\, 2^{n_i}n_i!$$

et

$$\gamma_2^\varphi=e^{\varphi(x_i)-\varphi\left(x_i-\frac{1}{2}\frac{\partial\psi}{\partial k_i}\right)}=\sum_0^\infty \Pi\frac{k_i^{n_i}}{n_i!}a_{n_i}\mathrm{G}_{n_i}^\varphi(x_i)$$

sont les fonctions génératrices des deux suites de polynomes d'Hermite, orthogonales l'une à l'autre sur l'intervalle $(-\infty, +\infty)$ relativement au facteur $e^{-\varphi(x_i)}$.

Les deux suites $\mathrm{H}_{n_i}(x_i)\,e^{-[\varphi(x_i)/2]}$ et $\mathrm{G}_{n_i}(x_i)\,e^{-[\varphi(x_i)/2]}$ forment chacune un système complet de fonctions.

Les premiers polynomes, H_{n_i} sont les fonctions propres de l'équation

---

(1) Séance du 5 janvier 1948.

intégrale homogène de noyau

$$\frac{\Delta}{\pi^{\frac{n}{2}}\sqrt{\Delta_\zeta}}\, e^{-\tau(\tau_i\eta_i - t_i\xi_i)} = {}_{11}\mathrm{L}(x_i,\, y_i,\, \tau_i,\, t_i).$$

$\tau(u_i)$ étant la forme polaire réciproque de $\zeta(x_i) = \alpha_{ij}(\tau_i\tau_j - t_i t_j)x_i x_j$ et $\eta_i = (1/2)(\partial\varphi/\partial y_i)$.

Les valeurs propres sont $\Pi(\tau_i/t_i)^{n_i}$. Les limites d'intégration sont $(-\infty, +\infty)$ pour toutes les r variables. Le noyau ${}_{11}\mathrm{K} = {}_{11}\mathrm{L}\, e^{[\varphi(y_i) - \varphi(x_i)]/2}$ a pour fonctions propres les $\psi^{\varphi}_{n_i} = e^{-\varphi(x_i)/2}\mathrm{H}^{\varphi}_{n_i}$ tandis que le noyau symétrique de celui-là a pour fonctions propres, les $e^{-\varphi(y_i)/2}\mathrm{G}^{\varphi}_{n_i} = \chi^{\varphi}_{n_i}$ formant une suite orthogonale à la première.

On vérifie que

$${}_{11}\mathrm{L} = \sum_{0}^{\infty} \Pi\left(\frac{t_i}{\tau_i}\right)^{n_i} \mathrm{G}^{\varphi}_{n_i}(y_i)\, \mathrm{H}^{\varphi}_{n_i}(x_i) \qquad \text{pour} \quad \left|\frac{t_i}{\tau_i}\right| < \varepsilon \quad (^2)$$

conformément aux théorèmes généraux de Hilbert (³). ${}_{11}\mathrm{L}$ vérifie par rapport aux variables $u_i = \tau_i\eta_i - t_i\xi_i$ le système d'équations aux dérivées partielles

$$(1) \qquad \sum_j \alpha_{ij} t_i t_j \frac{\partial^2 \mathrm{L}}{\partial u_i\, \partial u_j} + 2t_i \frac{\partial \mathrm{L}}{\partial t_i} = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

qui se rattache au système vérifié par les G^{ψ}.

Par rapport aux τ_i, ${}_{11}\mathrm{L}$ vérifie le système

$$\sum_j \alpha_{ij}\tau_i\tau_j \frac{\partial^2 \mathrm{L}}{\partial u_i \partial u_j} - 2\tau_i \frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \tau_i} = 0,$$

adjoint au précédent dans lequel on aurait remplacé t_i par τ_i. On peut ainsi appliquer au cas de r variables une méthode due à Hilbert et utilisée par Mme Lebedeff [*Die Theorie der Integral gleichungen in Anwendung auf einige Reihenentwicklungen* (*Math. Ann.*, Bd. 64)] dans le cas des polynomes à une variable de Hermite, Laguerre, pour démontrer certaines propriétés d'un noyau vérifiant le système (1).

Pour $t_1 = \ldots = t_r = t$, $\tau_i = 1$, ${}_{11}\mathrm{L}$ prend la forme $[\sqrt{\Delta}\, e^{-\varphi(y_i - t x_i)/(1-t^2)}]/[\pi^{n/2}(1-t^2)^{n/2}]$ et

$${}_{11}\mathrm{K} = e^{\frac{\varphi(y_i) - \varphi(x_i)}{2}} \; {}_{11}\mathrm{L} = \frac{\sqrt{\Delta}}{[\pi(1-t^2)]^{\frac{n}{2}}}\, e^{\frac{4t\varphi(x_i, y_i) - (1+t^2)[\varphi(x_i) + \varphi(y_i)]}{2(1-t^2)}}$$

(²) Il y a convergence absolue dans un domaine des t_i assez petit entourant l'origine, pour des t_i donnés.

(³) Théorèmes généraux non applicables ici car le noyau ${}_{11}\mathrm{L}$, pas plus que ${}_{11}\mathrm{K}$, n'est borné; ces noyaux sont seulement de carrés sommables n fois par rapport aux x_i, ou n fois par rapport aux y_i.

est symétrique. Les $H_{n_i}e^{-(\varphi/2)}$ comme les $G_{n_i}e^{-(\varphi/2)}$ sont fonctions propres, mais il y a dégénérescence et tout H_{n_i} est orthogonal à un H ou un G dont la somme des indices n_i est différente. Il est facile d'orthogonaliser la suite entière en prenant des combinaisons linéaires convenables des H_{n_i} de même somme d'indices. On doit remarquer et l'on vérifie directement que la somme des $r(r+1)\ldots(r+\nu-1)/\nu!$ H_{n_i} différents avec $\Sigma n_i=\nu$ est ainsi invariante dans un changement linéaire sur les x_i gardant invariante la forme φ.

Relation d'itération :

$$\int_2\cdots\int {}_{11}L(x_i, y_i, \tau'_i, t'_i)\, {}_{11}L(y_i, z_i, \tau_i, t_i)\, dy_i = {}_{11}L(x_i, z_i, \tau_i\tau'_i, t_i t'_i).$$

On obtient pareillement les noyaux de transformations intégrales faisant passer de

$$H^{\varphi}_{n_i} \quad \text{à} \quad \Pi\left(\frac{t_i}{\tau_i}\right)^{n_i} G^{\psi}_{n_i} \qquad \text{ou de} \qquad H^{\varphi}_{n_i} \quad \text{à} \quad \Pi\left(\frac{t_i}{\tau_i}\right)^{n_i} G^{\varphi}_{n_i},$$

et leurs développements en série.

Ils vérifient des systèmes d'équations similaires. En particulier pour

$$t_1 = \ldots = t_2 = t, \qquad \tau_i = 1,$$

le premier vaut

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{[\pi(1-t^2)]^{\frac{n}{2}}} e^{\frac{2t x_i y_i - \varphi(y_i) - t^2\psi(x_i)}{(1-t^2)}},$$

et pour $t=i$ on a la transformation de Fourier qui change

$$e^{-\frac{\varphi(y_i)}{2}} H^{\varphi}_{n_i}(y_i) \qquad \text{en} \qquad i^{\Sigma n_i} e^{-\frac{\psi(x_i)}{2}} G^{\psi}_{n_i}(x_i) = \frac{i^{\Sigma n_i}}{\sqrt{\Delta}} H^{\varphi}_{n_i}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial\psi}{\partial x_i}\right) e^{-\frac{\varphi(x_i)}{2}}.$$

Le deuxième vaut dans le cas général

$$\frac{\Delta}{\pi^{\frac{n}{2}}\sqrt{\Delta_{\zeta'}}} e^{-\tau'(\tau_i\eta_i - t_i x_i)} \qquad \text{avec} \quad \zeta' = \varphi(\tau_i x_i) - \psi(t_i x_i) = (\alpha_{ij}\tau_i\tau_j - \beta_{ij}t_i t_j)x_i x_j.$$

τ' en est la forme réciproque.

FONCTIONS SPÉCIALES. — *Sur les développements en séries de Bessel des fonctions de Mathieu associées de période* $2s\pi$. Note [1] de M. **Robert Campbell**, présentée par M. Joseph Pérès.

On connaît depuis Goldstein [2] les développements des fonctions de Mathieu en série de fonctions de Bessel. Bickley [3] a souligné l'intérêt qu'ils présentent

---

[1] Séance du 17 novembre 1947.

[2] *Trans. Cambridge Philos. Society,* **23**, 1923-1928, p. 303.

[3] *Philosophical Magazine*, octobre 1940, p. 312.

pour les calculs numériques. Je propose ici une méthode qui permet d'obtenir de tels développements pour les intégrales périodiques de l'équation de Mathieu associée

$$(1)\qquad \frac{d^2U}{d\xi^2} - 2\nu \operatorname{tg}\xi \frac{dU}{d\xi} + (a + k^2 f^2 \sin^2\xi)U = 0.$$

Si, en effet, on y fait le changement de variable : $fk\sin\xi = \mu$, elle devient

$$(2)\qquad (\mu^2 - k^2 f^2)\frac{d^2U}{d\mu^2} + (2\nu + 1)\mu \frac{dU}{d\mu} - (a + \mu^2)U = 0.$$

Or l'équation de Bessel modifiée devient, elle, par le changement de fonction $I_p = z^\alpha y_p$,

$$(3)\qquad z^2 \frac{d^2 y_p}{dz^2} + (2\alpha + 1)z\frac{dy_p}{dz} - (z^2 + p^2 - \alpha^2)y_p = 0.$$

C'est l'équation (2) privée de son terme en $f^2k^2(d^2U/d\mu^2)$, en identifiant α à ν et a à $p^2 - \alpha^2$.

Or, la fonction $y_p = z^{-\nu} I_p$ possède une dérivée seconde par rapport à z qui est une fonction linéaire homogène et à coefficients constants de y_{p-2}, y_p, y_{p+2}. Comme on l'a fait ([4]) avec les fonctions de Legendre, on peut donc chercher une intégrale de (2) sous la forme $\Sigma\gamma_p y_p$; on voit tout de suite que p n'est pas entier en général, puisque la constante a se réduit à $(p-\nu)(p+\nu)$ si k tend vers zéro. Comme on sait que dans ce cas, elle vaut $(r/s)[(r/s) + 2\nu]$ pour une intégrale de période $2s\pi$, p et r/s sont liés par la relation $p = \pm[(r/s) + \nu]$, et p n'est entier qu'exceptionnellement.

Les coefficients γ_j sont liés par des relations linéaires à trois termes qui sont en nombre infini aussi bien pour j positif que pour j négatif

$$(4)\qquad \begin{cases} \gamma_j[j^2 - \nu^2 - a] = j^2 k^2 [A_j \gamma_{j-2} + B_j \gamma_j + C_j \gamma_{j+2}], \\ \text{avec} \begin{cases} A_j = \left(1 + \frac{\nu}{j}\right)\left(1 + \frac{\nu}{j+1}\right); \qquad C_j = \left(1 - \frac{\nu}{j}\right)\left(1 - \frac{\nu}{j-1}\right), \\ B_j = \left(1 + \frac{\nu}{j}\right)\left(1 - \frac{\nu}{j+1}\right) + \left(1 - \frac{\nu}{j}\right)\left(1 + \frac{\nu}{j-1}\right). \end{cases} \end{cases}$$

Comme on l'a montré ([5]) dans un cas analogue, la condition de compatibilité de ce système s'obtient facilement sous la forme d'une équation transcendante contenant deux fractions continues infinies.

Dans le cas d'une fonction de période 2π, on sait que la fonction $pe_n^\nu(\xi)$ est développable sous la forme $\sum_0^\infty A_n^\nu C_n^\nu(\sin\xi)$, ($C_n^\nu$ polynome de Gegenbauer). Ce

([4]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 269-271.
([5]) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 123-125.

développement est lié au précédent par la relation de Sonine ([6])

$$e^{\alpha z} = 2^{\nu}\Gamma(\nu)\sum_{0}^{\infty}(p+\nu)\,C_p^{\nu}(z)\,\alpha^{-\nu}I_{p+\nu}(\alpha)$$

qu'il suffit de porter dans l'équation intégrale ([7])

$$pe_n^{\nu}(\xi) = \lambda_n\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} e^{kf\sin\theta\sin\xi}\cos^{2\nu}\xi\, p\,e_n^{\nu}(\theta)\,d\theta$$

pour obtenir $\left(\text{si } p\,e_n^{\nu}(\xi) = \sum_{0}^{\infty}\gamma_p y_p\right)$

$$\gamma_p = 2^{\nu}\Gamma(\nu)\,\lambda_n(p^{+\nu})\,A_n^{\nu}.$$

L'équation caractéristique ne fait intervenir qu'une des fractions continues infinies. C'est ce qu'on vérifie aussitôt sur les relations de récurrence.

Dans le cas où $(r/s)+\nu$ est entier, $I_j = I_{-j}$; on prendra comme élément du développement non une fonction I_j, mais une combinaison linéaire de I_j et de la fonction de Hankel correspondante.

En général, chaque élément de la série, soit

$$(fk\sin\xi)^{-\nu}I_{\nu+\frac{r}{s}+j}(fk\sin\xi),$$

comporte en facteur $(fk\sin\xi)^{r/s}$ qui, à condition de choisir les déterminations de la fonction $\sin^{r/s}\xi$ comme on l'a fait précédemment ([8]), est une fonction de ξ de période $2s\pi$.

Si l'on considère les fonctions de Mathieu ordinaires comme des développements en série de fonction de Bessel d'ordre entier, les développements précédents en constituent une généralisation directe, comme les fonctions $p\,e_n^{\nu}(\xi)$, développées en séries de fonctions de Legendre en étaient pour les fonctions de Mathieu développées en séries de Fourier.

On développe de même la deuxième solution de l'équation en série de fonctions

$$(fk\sin\xi)^{-\nu}K_{\nu+\frac{r}{s}+j}(fk\sin\xi) \qquad \text{(K fonction de Neumann).}$$

Pour l'équation de Mathieu associée *modifiée*, la méthode s'applique en changeant les I en J. On peut en déduire les valeurs asymptotiques de ces fonctions, pour les grandes valeurs de $\eta = i\xi$. On retrouve alors comme cas particuliers les expressions asymptotiques trouvées pour les fonctions de Mathieu associées déjà calculées par la considération des équations intégrales ([7]).

([6]) *Math. Annalen*, XVI, 1879, p. 1 et 79.
([7]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1069-1071.
([8]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1322-1324.

TOPOLOGIE ALGÉBRIQUE. — *Sur la cohomologie des espaces où opère un groupe : étude d'un anneau différentiel où opère un groupe.* Note [1] de M. **Henri Cartan**, présentée par M. Élie Cartan.

Cette Note fait suite à la précédente [2]; nous en conservons la terminologie et les notations.

1. Soient A un anneau différentiel normal, et $\mathcal{G}$ un groupe opérant dans A de manière que, pour tout $s \in \mathcal{G}$, $s(x+y) = s(x) + s(y)$, $s(xy) = s(x)s(y)$, $s(\delta x) = \delta(sx)$, $s(A^q) = A^q$. Définissons un anneau *bigradué* $\mathcal{A}$ comme suit : $\mathcal{A}^{p,q}$ est le groupe additif des fonctions $f(s_0, \ldots, s_p)$ à valeurs dans A^q $(s_0, \ldots, s_p \in \mathcal{G})$; le *produit* d'une $f(s_0, \ldots, s_p) \in \mathcal{A}^{p,q}$ et d'une $g(s_0, \ldots, s_m) \in \mathcal{A}^{m,n}$ est l'élément de $\mathcal{A}^{p+m,q+n}$ défini par la fonction $h(s_0, \ldots, s_{p+m}) = (-1)^{qm} f(s_0, \ldots, s_p)\, g(s_p, \ldots, s_{p+m})$. Dans l'anneau $\mathcal{A}$ ainsi défini, soient d_1 et d_2 les opérateurs définis, pour l'élément

$$a^{p,q} = f(s_0, \ldots, s_p) \in \mathcal{A}^{p,q},$$

par

$$d_1 a^{p,q} = f(s_1, \ldots, s_{p+1}) - f(s_0, s_2, \ldots, s_{p+1}) + \ldots + (-1)^{p+1} f(s_0, \ldots, s_p) \in \mathcal{A}^{p+1,q},$$
$$d_2 a^{p,q} = (-1)^p \delta\big(f(s_0, \ldots, s_p)\big) \in \mathcal{A}^{p,q+1}$$

[δ désigne l'opérateur différentiel dans A]. On est dans les conditions du n° 4 de la Note citée en [2] : l'opérateur $d = d_1 + d_2$, et le *degré total* $p+q$, définissent sur $\mathcal{A}$ une structure d'*anneau différentiel normal.*

2. Faisons opérer $\mathcal{G}$ sur $\mathcal{A}$: le transformé de $f(s_0, \ldots, s_p)$ par $s \in \mathcal{G}$ sera, par définition, $s[f(s^{-1} s_0, \ldots, s^{-1} s_p)]$. Le sous-anneau $\mathcal{B}$ des éléments de $\mathcal{A}$ *invariants* par $\mathcal{G}$ est un anneau différentiel normal pour l'opérateur d et le degré total; il est en outre muni de deux structures graduées (définies par les $\mathcal{B}^{p,q} = \mathcal{B} \cap \mathcal{A}^{p,q}$), dont chacune définit une structure *filtrée* (cf. n° 4 de la Note citée). L'anneau de cohomologie de $\mathcal{B}$, que nous noterons $\mathcal{H}(\mathcal{G}, A)$, est muni de la structure *graduée* définie par le degré total, et de deux structures *filtrées* dont chacune est compatible avec la structure graduée. Il est attaché intrinsèquement à l'anneau différentiel normal A *dans lequel opère* $\mathcal{G}$. Lorsque tous les éléments de A sont de degré zéro (et par suite $\delta = 0$), $\mathcal{H}(\mathcal{G}, A)$ est muni seulement d'une structure graduée, et se réduit à ce que Eilenberg et Mac Lane nomment l'*anneau de cohomologie de groupe* $\mathcal{G}$ *relativement à l'anneau* A (dans lequel opère $\mathcal{G}$).

3. Appliquons à l'anneau $\mathcal{B}$ les résultats de la Note citée (n° 4). Sa *première* structure filtrée définit une suite L. K.; on démontre que l'anneau E_2 de cette suite est isomorphe (canoniquement) à $\mathcal{H}(\mathcal{G}, \mathcal{H}(A))$, où $\mathcal{H}(A)$ désigne l'anneau de cohomologie (gradué) de A [noter que $\mathcal{G}$ opère dans $\mathcal{H}(A)$];

(1) Séance du 19 janvier 1948.

(2) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 148.

c'est un anneau trigradué (pour p, q et $p+q$). A partir de l'anneau $E_2 \simeq \mathcal{H}(\mathcal{G}, \mathcal{H}(A))$, les opérateurs $\delta_r (r \geqq 2)$ définissent de proche en proche les anneaux E_{r+1} et l'anneau E_∞; ils sont trigradués, et E_∞, pour la graduation p, est l'anneau gradué associé à l'anneau (filtré) $\mathcal{H}(\mathcal{G}, A)$. Ces résultats conduisent au théorème de topologie :

Théorème 1. — *Soit $\mathcal{E}$ un espace localement compact dans lequel opère un groupe $\mathcal{G}$. Si $\mathcal{H}(\mathcal{E})$ désigne l'anneau de cohomologie* [3] *de $\mathcal{E}$ (anneau dans lequel opère $\mathcal{G}$), il existe une suite* L. K. *qui commence à l'anneau trigradué $\mathcal{H}[\mathcal{G}, \mathcal{H}(\mathcal{E})]$ et qui constitue un invariant topologique de l'espace $\mathcal{E}$ muni du groupe d'opérateurs $\mathcal{G}$.* Cette suite L. K. possède toutes les particularités décrites au n° 4 de la Note citée en [2].

4. Revenons à l'étude algébrique de l'anneau $\mathcal{B}$. La considération de sa *deuxième* structure filtrée conduit à un résultat simple si l'on fait sur A et $\mathcal{G}$ les hypothèses suivantes :

α. L'anneau A est muni d'une topologie définie par des idéaux bilatères I_k (où k parcourt un ensemble K) et est complet pour cette topologie; on suppose évidemment $I_k = \sum_{q=0}^{\infty} I_k \cap A^q$, $\delta(I_k) \subset I_k$;

β. Il existe un endomorphisme continu λ du groupe additif de A, tel que $\lambda(A^q) \subset A^q$, et que, pour tout $k \in K$, on ait $s[\lambda(A)] \subset I_k$ sauf si s appartient à un sous-ensemble *fini* de $\mathcal{G}$ (ensemble qui dépend de k); en outre, pour tout $x \in A$, on suppose que

$$x = \sum_{s \in \mathcal{G}} s \lambda s^{-1} x \qquad \text{(série convergente).}$$

Dans ces conditions, on montre que $\mathcal{H}(\mathcal{G}, A)$, muni de sa structure graduée, est isomorphe (canoniquement) à l'anneau de cohomologie (gradué) du sous-anneau B des éléments de A *invariants* par $\mathcal{G}$. Cet anneau $\mathcal{H}(B)$ est donc muni d'une structure *filtrée* [celle définie au n° 3 sur $\mathcal{H}(\mathcal{G}, A)$], telle que l'anneau gradué associé soit isomorphe à l'anneau terminal de la suite L. K. du n° 3. On peut en déduire le théorème de topologie :

Théorème 2. — *Soit $\mathcal{E}$ un espace localement compact, réunion dénombrable de compacts. Si un groupe $\mathcal{G}$ opère dans $\mathcal{E}$ et est discontinu sans point fixe, l'anneau de cohomologie* [3] *de l'espace quotient $\mathcal{E}'$ possède, outre sa structure graduée, une structure filtrée, et l'anneau gradué associé est isomorphe à l'anneau terminal de la suite* L. K. *dont parle le théorème* 1.

Ce théorème exprime des relations précises entre les anneaux de cohomo-

---

(3) Relatif à un anneau quelconque de coefficients, qui sera constamment sous-entendu dans ce qui suit.

logie de $\mathcal{E}$ et de $\mathcal{E}'$. On peut y rattacher les résultats antérieurement connus. Ajoutons que les théorèmes 1 et 2 valent non seulement pour la *cohomologie singulière* des espaces localement compacts, mais aussi pour la cohomologie au sens de Čech.

GÉOMÉTRIE. — *Sphères de Tücker d'un polyèdre harmonique.* Note [1] de M. **Victor Thébault**, présentée par M. Élie Cartan.

1. *Préliminaires.* — Tarry et Neuberg ont appelé *polyèdre harmonique* tout polyèdre (P) obtenu par une projection harmonique d'un polyèdre (P') [2]. Les cercles circonscrits aux faces en sont les *faces circulaires*. Lorsque plusieurs petits cercles placés sur une même sphère (O, R) admettent un point L, dont les distances aux plans de ces cercles sont proportionnelles aux rayons des cercles correspondants, ce point sera un *second* point Lemoine.

Dans tout polyèdre harmonique (P), les faces C_i, ($i = 1, 2, 3, \ldots, n$), sont des polygones harmoniques; les droites qui unissent le pôle d'une face à son point de Lemoine concourent en un point L qui est un *second* point de Lemoine des faces circulaires du polyèdre; les centres de similitude des faces considérées deux à deux appartiennent à une sphère décrite sur OL comme diamètre. (*Sphère de Brocard.*)

Les axes des faces circulaires rencontrent la sphère de Brocard en des points qui sont les sommets de cônes droits semblables construits sur les faces correspondantes.

Angle de Brocard. — Désignons par L_i les points où les axes des cercles C'_i rencontrent la sphère de Brocard. Ces axes passent par O, les angles OL_iL sont droits et les droites LL_i sont parallèles aux plans C_i. D'après la propriété fondamentale du point L, les cônes (L_i, C'_i) sont semblables. L'angle à la base V de ces cônes est *l'angle de Brocard* de (P), et l'on a, d'abord,

$$\operatorname{tg} V = \frac{d_i}{R_i} = \frac{d_i S_i}{R_i S_i} = \frac{3V}{\Sigma R_i S_i} = \operatorname{tg}\alpha \sqrt{1 - \frac{\overline{OL}^2}{R^2}},$$

ensuite,

$$\overline{OL}^2 = R^2\left(1 - \frac{\operatorname{tg}^2 V}{\operatorname{tg}^2 \alpha}\right),$$

d_i, R_i, S_i, V et α désignant les distances de L aux plans C_i, les rayons des cercles C'_i, les aires des polygones des faces, le volume de (P) et l'angle à la base du cône de sommet O ayant pour base une face circulaire de (P').

2. *Sphères de Tücker de* (P). — Soient O_i les projections orthogonales du

---

(1) Séance du 19 janvier 1948.

(2) *Association française pour l'Avancement des Sciences*, 15, 1886, p. 22.

centre O de la sphère (O, R) sur des axes Δ_i perpendiculaires aux plans C_i menés par un point ω de la droite indéfinie LO, tel que $\overline{L\omega} : \overline{LO} = m$.

Si l'on considère les cônes droits de sommets O_i, d'axes Δ_i et d'angles aux sommets $2x_i$, ainsi définis,

$$\operatorname{tg} x_i = (1 - m)\operatorname{tg} V - m \sin A_i,$$

A_i étant les angles des plans C_i avec la sphère (O, R), les plans C_i découpent sur ces cônes des cercles c'_i, de rayons

$$r_i = R\,[(1 - m)\cos A_i \operatorname{tg} V - m \sin A_i],$$

situés sur une sphère (ω, σ) dont le carré du rayon

$$\sigma^2 = R^2\,[(1 - m)^2 \operatorname{tg}^2 V + m^2],$$

et réciproquement [*sphère de Tücker de* (P)].

Cas particuliers. — 1° Si $m = 0$, on a

$$\omega \equiv L, \qquad x_i = V, \qquad r_i = R \cos A_i \operatorname{tg} V, \qquad \sigma = R \operatorname{tg} V$$

et

$$r_1 : r_2 : r_3 : \ldots : r_n = \cos A_1 : \cos A_2 : \cos A_3 : \ldots : \cos A_n.$$

La sphère (L, σ) *est une* seconde *sphère de Lemoine* (ou des *cosinus*) *du polyèdre* (P).

2° Lorsque

$$m = \frac{1}{2}, \qquad L\omega = \frac{1}{2} LO, \qquad \sigma = \frac{R}{2} \operatorname{séc} V.$$

La sphère (ω, σ), *centrée au milieu de* LO, *est une* première *sphère de Lemoine du polyèdre* (P) *qui intercepte sur les plans des faces des cercles dont les diamètres*

$$D_i = \frac{R}{\cos V} \sin(A_i - V)$$

sont proportionnels à $\sin(A_i - V)$.

L'analogie avec le premier cercle de Lemoine d'un triangle et avec la première sphère de Lemoine d'un tétraèdre est donc complète.

3. Quand le polyèdre (P) est un tétraèdre, $n = 4$. La plupart des propriétés déjà signalées dans cette hypothèse ([3]) s'appliquent à un polyèdre harmonique (enveloppe des faces, des sphères de Tücker, etc.).

([3]) V. Thébault, *Comptes rendus*, **217**, 1943, p. 257-259; **224**, 1947, p. 1267-1269; *The Mathematical Gazette*, **30**, 1946, p. 222; Tarry et Neuberg, *loc. cit.*; P. Delens, *Mathesis*, **51**, 1937, p. 144; R. Bouvaist, *Mathesis*, **55**, 1946, p. 357.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Exemples de processus doubles de Markoff.* Note de **M. Paul Lévy**, présentée par M. Émile Borel.

Dans une Note récente ([1]) le résultat d'une étude relative aux processus doubles laplaciens et stationnaires nous avait conduit à énoncer une hypothèse assez générale : sauf dans certains cas dégénérés, il n'existerait pas de processus doubles de Markoff. Nous allons montrer par des exemples que cette hypothèse ne peut être exacte qu'avec certaines conditions restrictives.

1° Considérons dans le plan une suite de quadrillages Q_n, de côtés a_n tendant vers zéro, à cela près placés d'une manière quelconque. Soit pour chaque n, une fonction aléatoire $U_n(x, y)$, nulle sur les côtés de Q_n, et égale dans chaque carré de Q_n à ± 1, suivant le résultat d'un tirage à pile ou face; soit q un nombre compris entre zéro et $1/2$. Posons

$$U(x, y) = \Sigma q^n U_n(x, y). \tag{1}$$

Un nombre de la forme $\Sigma \pm q^n$ n'ayant jamais qu'une représentation de cette forme, la donnée de U sur une ligne $\mathcal{L}$ qui sépare le plan en deux régions S et S', détermine chacun des U_n dans tout carré du quadrillage Q_n qui est traversé par $\mathcal{L}$. La détermination complète de U, dans S_1 et dans S_2, dépend ensuite de deux séries de tirages au sort indépendants les uns des autres, relatifs, les uns aux carrés intérieurs à S_1, les autres aux carrés intérieurs à S_2. Le processus est donc de Markoff.

2° Soit $\varphi_n = \varphi_n(x, y)$ une fonction continue et indéfiniment dérivable, nulle sur les côtés de Q_n, positive en dehors de ces côtés, et toujours $\leqq 1$. Posons

$$U(x, y) = \Sigma q^n U_n \varphi_1 \varphi_2 \ldots \varphi_n. \tag{2}$$

Ici encore, la donnée de U en un point détermine tous les U_n en ce point; la conclusion du 1° subsiste.

3° Répartissons les nombres entiers positifs en une infinité de suites $S_n (n = 0, 1, \ldots)$, toutes infinies. Soit E_n l'ensemble des nombres compris entre zéro et un, et dont toutes les décimales de rangs n'appartenant pas à S_n sont nulles. Soit $U_n(x, y)$ une variable aléatoire, nulle sur les côtés de Q_n, et ayant dans chaque carré de Q_n une valeur constante, appartenant à l'ensemble E_n, et dépendant d'une loi de probabilité continue. Posons

$$U(x, y) = U_1(x, y) + \ldots + U_n(x, y) + \ldots. \tag{8}$$

Ici encore, la donnée de U en un point détermine tous les U_n, et la conclusion du 1° subsiste.

([1]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 53.

4° Soit maintenant une suite de fonctions aléatoires indépendantes et stationnaires $U_n(x)$, les valeurs possibles de chaque U_n appartenant à E_n. Soient $\theta_n (n = 1, 2, \ldots)$ des nombres formant une suite partout dense dans l'intervalle $(0, \pi)$. Posons

$$U(x, y) = \Sigma U_n(x \cos\theta_n + y \sin\theta_n). \tag{4}$$

La donnée de U sur un contour fermé $\mathcal{L}$ détermine chaque U_n sur ce contour, donc dans la plus petite région à contour convexe contenant ce contour; $U(x, y)$ est donc déterminé dans cette région; le processus est à ce point de vue partiellement dégénéré. Mais il est de Markoff, stationnaire, et à l'extérieur la part du hasard subsiste.

Dans les trois premiers exemples, même pour une aire très petite, si $U(x, y)$ est connu sur le contour, la part du hasard subsiste à l'intérieur. A ce point de vue, ces processus ne sont pas dégénérés, comme le dernier. Ils le sont à un autre point de vue : si un point se déplace dans le plan, tandis que dans le dernier exemple le hasard peut intervenir à chaque instant, dans les trois premiers, il n'intervient qu'à la traversée de lignes données d'avance. C'est un processus à discontinuités fixes.

Ces discontinuités dans l'intervention du hasard sont indépendantes des discontinuités de la fonction $U(x, y)$, qui existent dans le premier et le troisième exemple, mais non dans le second. Quant à la loi dont dépend U, elle est continue dans les trois exemples.

On peut varier à l'infini ces exemples, soit en considérant des quadrillages curvilignes, soit en cherchant d'autres cas dans lesquels la donnée d'une variable aléatoire en détermine plusieurs autres ou une infinité d'autres (par exemple en introduisant une combinaison à coefficients entiers de nombres arithmétiquement indépendants).

Un problème qui reste posé est le suivant : existe-t-il des processus à deux variables, à la fois laplaciens et de Markoff, et qu'on puisse, comme pour les exemples ci-dessus, considérer comme non dégénérés ou comme seulement partiellement dégénérés ([2])?

([2]) Bien entendu nous considérons un processus comme dégénéré, non seulement si la corrélation entre les différentes valeurs de U est trop grande (par exemple lorsque U est constant sur certaines lignes donnée d'avance), mais aussi si elle est trop petite, et qu'en conséquence cette fonction soit partout discontinue (dans l'exemple 1°, elle l'est presque sûrement sur un ensemble partout dense, mais non partout).

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur les applications à l'aérotechnique de l'enregistrement photographique de la verticale gyroscopique et de la dérive.* Note (¹) de M. **Bernard Dubuisson**, présentée par M. Joseph Pérès.

De nombreux problèmes d'aérodynamique théorique et pratique nécessitent la connaissance des cinq éléments géométriques définissant la position d'un aéronef en vol et qui sont, à un instant t : les coordonnées x et y du nadir N d'un point S lié à l'avion, l'altitude A de ce point S au-dessus d'un plan de comparaison H, l'inclinaison i du plan de vol h sur le plan horizontal et enfin l'azimut θ de la ligne de plus grande pente du plan de l'avion (*fig.* 1). Certains

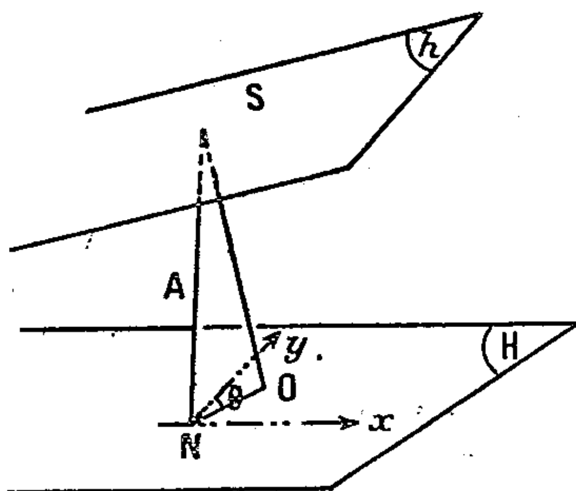


Fig. 1.

problèmes enfin nécessitent la connaissance continue de ces éléments pendant un temps T compris entre t_1 et t_2.

Ces renseignements ne peuvent être fournis avec une précision suffisante par les indicateurs de bord, et seules les coordonnées x, y et A du point S peuvent être déterminées par des observations synchronisées à terre, depuis trois théodolites ou cinéthéodolites.

M. H. Roussilhe (²) a indiqué une solution qui consistait à situer l'avion par rapport au terrain grâce à une liaison géométrique obtenue par la photographie aérienne; le cliché était transformé dans un appareil de redressement grâce à la connaissance de quatre points connus du plan H et identifiés sur le cliché. M. H. Roussilhe a montré que le problème était soluble même quand le terrain était accidenté (³) et que l'on pouvait, en outre, utiliser les formules différentielles simples (⁴).

M. R. Martin (⁵) a donné une méthode photographique de détermination de l'inclinaison i.

(¹) Séance du 12 janvier 1948.
(²) *Comptes rendus*, 174, 1922, p. 863.
(³) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 816.
(⁴) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 970 et *Revue Hydrographique*, n° 12.
(⁵) *Thèse d'ingénieur docteur*, Paris, 31 juillet 1937.

J'ai donné ([6]) une méthode plus générale et rapide pour définir les cinq éléments de la position du plan h à partir des déformations observées sur une photographie aérienne. Enfin, j'ai encore donné ([7]) une autre méthode de détermination des éléments initiaux d'une photographie aérienne, par le calcul différentiel, qui résolvait ce problème à l'instant t de la prise d'une photographie

Mais récemment j'ai fait construire un appareil enregistreur gyroscopique donnant, sur film de 35^{mm}, des images du sol, de la dérive et du pied de la verticale superposées. L'appareil peut se déclencher image par image ou donner une suite d'images cinématographiques de ces mêmes objets, durant les évolutions de l'aéronef.

Cet appareil enregistreur (*fig.* 2) se compose de trois parties : 1° Un cinémo-

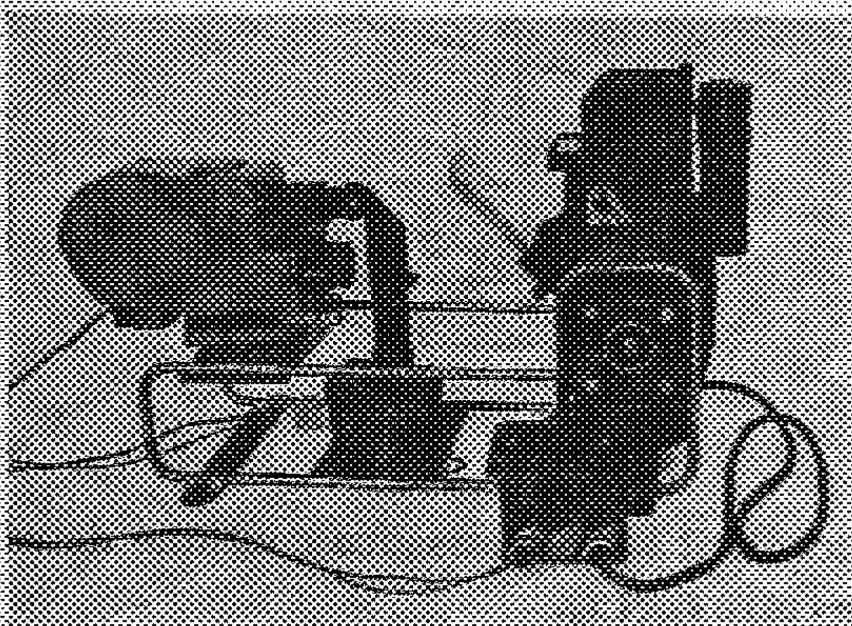


Fig. 2.

dérivomètre gyroscopique fournissant l'image gyroscopée d'une grille lumineuse orientable suivant la dérive et dont le centre définit le nadir; cette image, collimatée à l'infini, traverse une glace semi-argentée inclinée à 45°; 2° Un compteur de vues muni d'un objectif collimatant son image à l'infini; 3° Une ciné-mitrailleuse enregistrant sur film les images superposées : de la grille gyroscopée donnant la dérive, du numéro de la vue du terrain survolé réfléchie par la glace semi-argentée et du pied de la verticale superposée à cette image du terrain. Enfin une croix fixe de l'appareil apparaît, en outre, sur cette image et définit une normale SO au plan de vol h de l'aéronef.

A la lecture du film, 4 des éléments de la position du plan de vol sont directement connus sans calcul ni transformation optique, ce sont x, y, i et θ. La connaissance de l'altitude A peut résulter soit de la transformation optique rapide des photographies, soit de la transformation de l'une d'elles et de la compa-

([6]) *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 867-869.
([7]) *Thèse d'ingénieur-docteur*, Paris, 24 novembre 1943.

raison des indications d'un statoscope. Cet appareil qui a été longuement expérimenté en vol, donne les indications de l'inclinaison i à la précision de 7′, supérieure à celle des procédés précédemment indiqués. Il correspond à de nombreuses applications en aérotechnique : contrôle de stabilité en vol, contrôle du fonctionnement des appareils de bord, etc. D'une façon générale, cet appareil permet d'étudier tous les phénomènes liés à l'évolution de l'aéronef et des indicateurs.

On obtient des résultats complémentaires importants :

1° Le calage direct des clichés photogrammétriques aériens dans les appareils redresseurs ou restituteurs;

2° Une réduction considérable du nombre des points géodésiquement connus au sol et nécessaires aux travaux photogrammétriques. Par voie de conséquence, cet appareil ouvre la voie à d'importantes méthodes nouvelles dans ce domaine.

AÉRODYNAMIQUE. — *Application de la composition des mouvements coniques au calcul aérodynamique de l'aile rectangulaire en régime supersonique.* Note [1] de M. **Paul Germain**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Nous utilisons trois écoulements coniques [2] élémentaires que nous notons $\vec{\mathcal{C}}_p(A, \alpha)$, $\vec{\mathcal{C}}_s(A, \alpha)$, $\vec{\mathfrak{T}}(A, \alpha)$. L'espace est rapporté à trois axes rectangulaires $Axyz$, la vitesse à l'infini est dirigée suivant Ox. $\vec{\mathcal{C}}_p(A, \alpha)$ est le *coin portant;* le cône est un quadrant indéfini passant par Ay dont la projection sur le plan (x, y) est limitée par Ax et Ay; le quadrant fait, avec ce plan, un angle α infiniment petit. $\vec{\mathcal{C}}_s(A, \alpha)$ ou *coin symétrique* est formé de deux quadrants analogues placés symétriquement par rapport à Axy, faisant avec Axy, les angles $+\alpha$ et $-\alpha$. $\vec{\mathfrak{T}}(A, \alpha)$ est formé d'un quadrant analogue à celui qui intervient dans la définition de $\vec{\mathcal{C}}_p(A, \alpha)$ et d'un deuxième quadrant coïncidant exactement avec $Ay'x$, Ay' étant la demi-droite opposée à Ay.

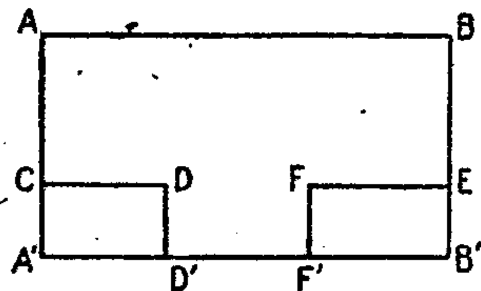
Nous nous contenterons de donner quelques résultats relatifs à l'aile rectangulaire, mais la méthode utilisée s'applique aussi bien à d'autres cas (ailes trapézoïdales, ailes en flèche).

2. La forme en plan est limitée par $AA'BB'$, AB dirigé suivant Ay, AA' suivant Ax, l'unité de longueur égale à AA'. On posera $AB=\lambda$, $\beta y = y^*$ ($\beta=\sqrt{M^2-1}$, M nombre de Mach de l'écoulement). Le profil de l'aile, constant en envergure, sera défini par les angles $\alpha^+(\xi)$ et $\alpha^-(\xi)$ que font, au point ξ $(0<\xi<1)$, l'intrados et l'extrados avec la corde du profil.

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 183.

Supposons l'aile symétrique ($\alpha^+ = -\alpha^- = \alpha$) et à portance nulle. On obtiendra l'écoulement en superposant des mouvements du type $\vec{\mathcal{C}}_s$ dont les sommets varieront sur AA′, des mouvements du type $\vec{\mathcal{C}}_s$ dont les sommets décriront BB′ et en retranchant l'écoulement autour d'une aile d'envergure infinie, définie



par le profil de l'aile donnée. On obtient, par exemple, pour la traînée de la section y^*,

$$C_\lambda(y^*) = \frac{4}{\beta}\int_0^1 \alpha^2(\xi)\,d\xi + F(y^*) - F(\beta\lambda - y^*),$$

$$F(y^*) = 2\frac{\varepsilon}{\beta}\left\{\frac{2}{\pi}\int_0^{1-y^*} d\alpha(\eta)\int_{y^*+\eta}^1 \arcsin\frac{y^*}{\eta-\xi}\,\alpha(\xi)\,d\xi - \int_0^1 \alpha(\xi)\,\alpha(\xi - y^*)\,d\xi\right\},$$

$$\varepsilon = +1 \quad \text{si } y^* < 1, \qquad \varepsilon = 0 \quad \text{si } y^* > 1.$$

L'application à un profil en losange est immédiate. On trouve par exemple, pour la traînée totale,

$$C_\lambda = \frac{4\alpha^2}{\beta}[2D(2\beta\lambda) - D(\beta\lambda)],$$

$$D(u) = 1, \quad (1 \leq u); \qquad D(u) = \frac{1}{\pi}\left\{u^{-1}(1-u^2)^{\frac{1}{2}} + 2\,\text{Arcsin}\,u + \text{Argch}\,\frac{1}{u}\right\}, \quad (0 \leq u \leq 1).$$

Les résultats trouvés concordent bien avec les courbes données récemment par M. Th. von Karmann [3], courbes qui semblent avoir été obtenues par une autre méthode.

3. On peut obtenir le cas plus général où $2f(\xi) = \alpha^+(\xi) + \alpha^-(\xi)$ est différent de zéro et où l'aile se trouve à une incidence j en superposant, de façon tout analogue, des mouvements du type $\mathcal{C}_p$. Supposons, pour simplifier $\beta\lambda > 1$ et posons

$$z(x) = \int_0^x f(\xi)\,d\xi, \qquad \nu = z(1), \qquad \mu = \int_0^1 z(x)\,dx, \qquad 4\bar{\alpha}^2 = \int_0^1 (\alpha^+ - \alpha^-)^2\,dx.$$

On trouve pour les efforts globaux

$$C_z = \frac{4j}{\beta}\left(1 - \frac{1}{2\beta\lambda}\right) + \frac{4}{\beta}\left(\nu - \frac{\mu}{\beta\lambda}\right),$$

$$C_\lambda = \frac{4}{\beta}(j+\nu)^2\left(1 - \frac{1}{2\beta\lambda}\right) + \frac{4\bar{\alpha}^2}{\beta}.$$

---

(3) *Supersonic aérodynamics principles and applications* [*Journ. of aero. sci.*, juillet 1947 (*fig.* 6 et 7)].

4. En utilisant les mouvements $\vec{\mathcal{E}}$, on peut calculer les effets de gauchissements et les effets d'ailerons. Par exemple, pour calculer les effets, sur une plaque à incidence α d'ailerons A'CDD' et EFF'B' braqués à $+\gamma$ et $-\gamma$, il faudra superposer les écoulements suivants :

$$\vec{\mathcal{E}}_p(A, \alpha), \quad \overleftarrow{\mathcal{E}}_p(B, \alpha), \quad E(AB, -\alpha),$$
$$\vec{\mathcal{E}}_p(C, \gamma), \quad \overleftarrow{\mathcal{E}}(D, \gamma), \quad E(CD, -\gamma),$$
$$\overleftarrow{\mathcal{E}}_p(E, -\gamma), \quad \vec{\mathcal{E}}(F, -\gamma), \quad E(EF, \gamma).$$

E(AB, α) désignant, par exemple, une plaque d'envergure infinie à l'incidence α dont le bord d'attaque coïncide avec AB.

Le calcul des C_z et des différents moments est immédiat.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la force de Lorentz et la force de spin dans la théorie de l'électron de Dirac.* Note (¹) de M. **Gérard Petiau.**

Considérons l'équation d'ondes de l'électron de Dirac dans le champ électromagnétique **E**, **H**, de potentiels **V**, **A**

(1) $$L\psi = [P_0 + \mathbf{P}\boldsymbol{\alpha} + m_0 c \alpha_4]\psi = 0,$$
$$P_0 = \frac{h}{2\pi i}\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon V, \qquad \mathbf{P} = -\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} + \varepsilon \mathbf{A}$$
$$\alpha_\mu \alpha_\nu + \alpha_\nu \alpha_\mu = 2\delta_{\mu\nu} \quad (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4), \qquad \varepsilon = +\frac{e}{c}.$$

La formule de dérivation quantique

(2) $$\frac{d}{dt}\int \psi^* C\psi\, dv = \frac{2\pi i c}{h}\int \psi^*(LC - CL)\psi\, dv$$

nous donne immédiatement

(3) $$\frac{d}{dt}\int \psi^* \mathbf{x}\psi\, dv = -c\int \psi^* \boldsymbol{\alpha}\psi\, dv,$$

(4) $$\frac{d}{dt}\int \psi^* \mathbf{P}\psi\, dv = -c\varepsilon\int \psi^*[\mathbf{E} + (\mathbf{H}\wedge\boldsymbol{\alpha})]\psi\, dv.$$

Si nous introduisons les matrices vecteurs $\boldsymbol{\pi}$, $\boldsymbol{\mu}$, de composantes $i\alpha_1\alpha_4$, $i\alpha_2\alpha_4$, $i\alpha_3\alpha_4$, $i\alpha_2\alpha_3\alpha_4$, $i\alpha_3\alpha_1\alpha_4$, $i\alpha_1\alpha_2\alpha_4$, représentant les opérateurs moment électrique et moment magnétique propres de l'électron, l'équation (1) combinée avec son équation conjuguée nous donne

$$2m_0 c\,\psi^*\alpha_p\psi - [(P_p^*\psi^*)\alpha_4\psi + \psi^*\alpha_4(P_p\psi)] - \frac{h}{2\pi}\frac{\partial}{\partial x^q}[\psi^* i\alpha_p\alpha_q\alpha_4\psi]$$
$$+ \frac{h}{2\pi}\frac{\partial}{\partial x^r}[\psi^* i\alpha_r\alpha_p\alpha_4\psi] - \frac{h}{2\pi}\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}[\psi^* i\alpha_p\alpha_4\psi] = 0,$$

(¹) Séance du 19 janvier 1948.

et après intégration en tenant compte de la condition de nullité à l'infini des fonctions d'ondes,

$$\int \psi^\star \alpha_p \psi\, dv = \frac{h}{4\pi m_0 c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int \psi^\star i\alpha_p \alpha_4 \psi\, dv + \int \psi^\star \frac{\alpha_4 P_p}{m_0} \psi\, dv.$$

Tenant compte de cette relation, la formule (3) s'écrit

$$\frac{d}{dt}\int \psi^\star \left[\mathbf{x} + \frac{h}{4\pi m_0 c}\pi\right] \psi\, dv = -\int \psi^\star \left(\alpha_4 \frac{\mathbf{P}}{m_0}\right) \psi\, dv.$$

L'opérateur $-\alpha_4(\mathbf{P}/m_0)$ est l'opérateur vitesse correspondant à la relation $\mathbf{v} = (\mathbf{P}/m)$ de la théorie relativiste des particules non douées de spin. Nous voyons ici que cette grandeur ne correspond plus à la dérivée par rapport au temps de la densité de valeur moyenne de la position $\mathbf{x}$, mais à celle du point voisin $\mathbf{x} + (h/4\pi m_0 c)\pi$.

Si nous transformons de même la relation (4), nous obtenons intégralement

$$\frac{d}{dt}\int \psi^\star \left(\mathbf{P} + \frac{h\varepsilon}{4\pi m_0 c}[\mathbf{H} \wedge \pi]\right) \psi\, dv = \varepsilon \int \psi^\star \left(\mathbf{E}\frac{P_0 \alpha_4}{m_0} - \left[\mathbf{H} \wedge \frac{\mathbf{P}\alpha_4}{m_0}\right]\right) \psi\, dv + \frac{\varepsilon h}{4\pi m_0} \int \psi^\star \left(\frac{d}{d\mathbf{x}}[(\mathbf{E}\pi) + (\mathbf{H}\mu)]\right) \psi\, dv.$$

Cette expression s'écrit encore

$$\frac{d}{dt}\int \psi^\star \left(\mathbf{P} + \frac{h\varepsilon}{4\pi m_0 c}[\mathbf{H} \wedge \pi]\right) \psi\, dv = \mathcal{F}_L + \mathcal{F}_S,$$

et met en évidence la force de Lorentz $\mathcal{F}_L$ déduite de l'opérateur

$$\varepsilon\left(\mathbf{E}\frac{P_0 \alpha_4}{m_0} - \left[\mathbf{H} \wedge \mathbf{P}\frac{\alpha_4}{m_0}\right]\right),$$

et la force de spin $\mathcal{F}_S$ déduite de l'opérateur gradient de l'énergie potentielle propre $(h\varepsilon/4\pi m_0 c)\,[(\mathbf{E}\pi) + (\mathbf{H}\mu)]$ due à l'existence du moment électromagnétique propre de la particule.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur une théorie du méson à masses multiples.* Note de M. **Robert Potier**.

Dans une Note précédente ([1]) nous avons défini une représentation pour un corpuscule de spin 1 à masses multiples. Nous avons trouvé que ce corpuscule était susceptible de présenter 4 états de masse distincts ([2]) : M_+, M_-, m_+, m_- ; ces 4 nombres étant astreints à la seule condition d'être réels. On peut montrer que le système (S) de notre Note déjà citée donne la solution (indécomposable en

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 63-64.

([2]) Dans notre Note citée ci-dessus, il convient de lire m_- à la place de m_+ dans la dixième équation du système S.

sous-systèmes indépendants) la plus générale du problème du corpuscule de spin 1 à masses multiples.

Étant données deux fonctions d'ondes quelconques obéissant à (S), soient ψ et $\mathcal{F}$, l'expression du vecteur-courant de divergence d'espace-temps nulle nous conduit à écrire pour produit scalaire de ces fonctions, l'intégrale dans tout l'espace de la quantité

$$\begin{aligned}[\psi\mathcal{F}] = i \{ & (\psi_{+00}^{11} - \psi_{+11}^{11})(\mathcal{F}^{*02}_{01} - \mathcal{F}^{*20}_{10}) + \psi_{+01}^{11}(\mathcal{F}^{*02}_{02} + \mathcal{F}^{*20}_{00}) - \psi_{+10}^{11}(\mathcal{F}^{*02}_{00} + \mathcal{F}^{*20}_{20}) \\ & - (\mathcal{F}^{*11}_{+00} - \mathcal{F}^{*11}_{+11})(\psi^{02}_{01} - \psi^{20}_{10}) + \mathcal{F}^{11}_{+10}(\psi^{02}_{00} + \psi^{20}_{20}) - \mathcal{F}^{*11}_{+01}(\psi^{02}_{02} + \psi^{20}_{00}) \\ & - (\psi_{-00}^{11} - \psi_{-11}^{11})(\mathcal{F}^{*02}_{01} + \mathcal{F}^{20}_{10}) + \psi_{-10}^{11}(\mathcal{F}^{02}_{00} - \mathcal{F}^{*20}_{20}) + \psi_{-01}^{11}(\mathcal{F}^{20}_{00} - \mathcal{F}^{*02}_{02}) \\ & + (\mathcal{F}^{*11}_{-00} - \mathcal{F}^{*11}_{-11})(\psi^{02}_{01} + \psi^{20}_{10}) + \mathcal{F}^{*11}_{-01}(\psi^{02}_{02} - \psi^{20}_{00}) + \mathcal{F}^{*11}_{-10}(\psi^{20}_{20} - \psi^{02}_{00}) \\ & + \psi_{+}^{00}(\mathcal{F}^{*11}_{+00} + \mathcal{F}^{*11}_{+11}) - \mathcal{F}^{*00}_{+}(\psi_{+00}^{11} + \psi_{+11}^{11}) \\ & - \psi_{-}^{00}(\mathcal{F}^{*11}_{-00} + \mathcal{F}^{*11}_{-11}) + \mathcal{F}^{*00}_{-}(\psi_{-00}^{11} + \psi_{-11}^{11}) \},\end{aligned}$$

soit $(\psi\mathcal{F}) = \int_{esp} [\psi\mathcal{F}]\,d\tau$.

Écrivons le système (S) sous la forme

$$(S') \qquad -i\frac{\partial\psi}{\partial t} = (H + H_1)\psi,$$

H_1 représentant la contribution à l'hamiltonien du champ électromagnétique. Supposons H_1 petit, et appelons ψ_0 et $\mathcal{F}_0$ deux solutions du système

$$(S'') \qquad -i\frac{\partial\psi}{\partial t} = H\psi,$$

valable en l'absence de champ.

Nous avons fait le calcul de ψ_0 et $\mathcal{F}_0$ en supposant qu'elles sont des ondes planes de l'un quelconque des cas purs de masse.

La probabilité de transition de l'état représenté par ψ_0 à celui représenté par $\mathcal{F}_0$ est commandée par la valeur de l'expression $(H_1\psi_0 . \mathcal{F}_0)$, que nous avons calculée. Un examen qualitatif des propriétés de cette expression nous conduit aux résultats suivants :

1. Si ψ_0 représente un cas pur de masse, la probabilité de transition vers un autre cas pur de masse reste infime tant que la quantité de mouvement du corpuscule est notable. La probabilité de transition vers des états d'énergie et de quantité de mouvement très voisines (donc de même masse) est beaucoup plus grande.

2. Quand le corpuscule est presque complètement freiné, le nombre des états de même masse et d'énergie légèrement inférieure devient beaucoup plus petit que celui des états d'énergie comparable et de masse différente. Cela compense en quelque sorte le déséquilibre entre les deux valeurs de $(H_1\psi_0 . \mathcal{F}_0)$ ($\mathcal{F}_0$ représentant la même masse, puis une masse différente).

C'est alors que s'opère la transition, au bout d'un temps relativement long, l'énergie étant conservée, la quantité de mouvement ne l'étant pas.

Les résultats 1 et 2 suffisent à notre avis pour expliquer qualitativement

l'aspect des plaques photographiques présentant le phénomène de double méson.

3. *Règles de sélection.* — Dans le cas 2, seule la composante statique du champ a une action notable. $(H, \psi_0 . \mathcal{F}_0)$ se présente alors sous la forme

$$\int_{\text{esp.}} V[\psi_0 . \mathcal{F}_0]\, d\tau,$$

V étant une fonction réelle définie dans l'espace-temps. On peut voir, alors, que la transition n'est possible qu'entre les états

$$M_+ \text{ et } m_+;$$
$$M_- \text{ et } m_-;$$
$$m_+ \text{ et } m_-.$$

Une des masses peut être prise d'un ordre de grandeur voisin de celle de l'électron, ce qui permet de faire entrer le *corpuscule de désintégration* du méson dans la présente théorie.

Remarques. — 1. Il est possible d'introduire dans le système (S) plusieurs (4 au plus) valeurs de la charge électrique, et d'obtenir ainsi un corpuscule à charges multiples.

2. Si l'on admet l'existence d'une masse 1000, de deux masses voisines de 200 et 300, et d'une masse 3, on peut tenter d'identifier le corpuscule de désintégration avec ce méson 3, il y a deux possibilités

$$M_{+\tau}\,1000, \qquad m_{+\tau}\;\;3;$$
$$M_{-\tau}\;300, \qquad m_{-\tau}\,200$$

(et celle qu'on obtient en échangeant les indices + et —). Les autres choix ne cadreraient pas avec les expériences connues et nos règles de sélection.

3. L'émission d'un photon (ou deux neutrinos) au moment du passage de la masse 300 à la masse 200 est probable, si l'on admet ces valeurs de masse. Mais le phénomène global n'a pas lieu avec conservation de la quantité de mouvement.

MÉCANIQUE QUANTIQUE. — *Application à l'étude de l'oscillateur harmonique de la fonction caractéristique quantique.* Note de M. **Bernard d'Espagnat.**

Formules utilisées. — Soient deux opérateurs V et T et soit $T' = e^{-V} T e^{V}$, une itération immédiate donne

$$e^{T'} = e^{-V} e^{T} e^{V}.$$

D'autre part, soient

$$\theta(T) = VT - TV, \qquad \theta^2(T) = \theta[\theta(T)] = V^2T - 2VTV + TV^2, \qquad \theta^3(T) = \theta[\theta^2(T)], \qquad \ldots,$$

d'où, aisément,

$$T' = e^{-V} T e^{V} = e^{-\theta}(T).$$

Donc [1]

$$e^{-V}e^{T}e^{V}=e^{T'} \quad \text{avec} \quad T'=e^{-V}T\,e^{V}=e^{-\theta}(T). \tag{1}$$

Considérons alors la fonction caractéristique quantique [2] à l'instant t de l'opérateur A

$$\Phi_t(s)=(\psi_t,\, e^{2\pi i s A}\psi_t)=\left(\psi_0,\, e^{-\frac{2\pi i}{h}Ht}e^{2\pi i s A}e^{\frac{2\pi i}{h}Ht}\psi_0\right), \tag{2}$$

d'après (1)

$$\Phi_t(s)=\left(\psi_0,\, e^{2\pi i s e^{-\frac{2\pi i}{h}Ht}Ae^{\frac{2\pi i}{h}Ht}}\psi_0\right), \tag{3}$$

et cette dernière expression permet, dans certains cas, de calculer simplement $\Phi_t(s)$.

Il nous sera commode, pour des raisons de symétrie dans les calculs, de considérer une fonction caractéristique *formelle* à deux variables u et v, de la forme $(\psi, e^{2\pi i(uA+vB)}\psi)$ qui, une fois calculée, nous donnera immédiatement les fonctions caractéristiques de A puis de B par $v=0$, puis $u=0$ [3]. Nous écrirons donc

$$\Phi_t(uv)=(\psi_t,\, e^{2\pi i(uA+vB)}\psi_t)=(\psi_0,\, e^{2\pi i e^{-V}Te^{V}}\psi_0), \tag{4}$$

avec les notations suivantes : A, opérateur quantité de mouvement $-(h/2\pi i)(\partial/\partial x)$; B, opérateur position x; H, opérateur hamiltonien; $V=(2\pi i/h)Ht$; $T=uA+vB$.

L'oscillateur linéaire harmonique. — L'hamiltonien est $H=(A^2/2m)+(k^2/2)B^2$; nous poserons, outre $T=uA+vB$, $T_1=k^2uB-(v/m)A$. On trouve $\theta(T)=VT-TV=tT_1$, puis $\theta^2(T)=\theta[\theta(T)]=-(k^2t^2/m)T$; par itération on obtient ensuite

$$\theta^{2p}(T)=\left(-\frac{k^2t^2}{m}\right)^pT \quad \text{et} \quad \theta^{2p+1}(T)=t\left(-\frac{k^2t^2}{m}\right)^pT_1 \tag{5}$$

et, par conséquent

$$e^{-\theta}(T)=\cos\frac{kt}{\sqrt{m}}T+\frac{\sqrt{m}}{k}\sin\frac{kt}{\sqrt{m}}T_1, \tag{6}$$

c'est-à-dire

$$e^{-V}T\,e^{V}=e^{-\theta}(T)=\left(u\cos\frac{kt}{\sqrt{m}}+\frac{v}{k\sqrt{m}}\sin\frac{kt}{\sqrt{m}}\right)A+\left(v\cos\frac{kt}{\sqrt{m}}-k\sqrt{m}\,u\sin\frac{kt}{\sqrt{m}}\right)B, \tag{7}$$

d'où :

THÉORÈME. — *La fonction caractéristique formelle $\Phi_t(uv)$ à l'instant t s'obtient*

---

[1] Cf. A. BUHL, *Mém. Sc. Math.*, 62, 1934, § 6.

[2] E. ARNOUS, *Thèse*, Paris, C. D. U., 1946.

[3] Cf. B. D'ESPAGNAT, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1058.

en remplaçant u par

$$u \cos \frac{kt}{\sqrt{m}} + \frac{v}{k\sqrt{m}} \sin \frac{kt}{\sqrt{m}}$$

et v par

$$v \cos \frac{kt}{\sqrt{m}} - k\sqrt{m}\, u \sin \frac{kt}{\sqrt{m}}$$

dans la fonction caractéristique formelle $\Phi_0(uv)$ à l'instant initial; autrement dit, par une simple rotation effectuée sur le point M $(\sqrt{m}\,u, v/k)$.

Application. — Schrödinger [1] a démontré que l'on peut, par une superposition convenable de fonctions propres, associer à la particule mobile un globule de probabilité en forme de loi de Gauss qui oscille de part et d'autre du centre attractif avec la période $\nu = (k/2\pi\sqrt{m})$ de l'oscillateur; le théorème précédent permet de généraliser ce résultat.

Soit

$$\psi_0 = a\, e^{-\frac{x^2}{4\sigma^2} - \frac{2\pi i}{h} mwx} \qquad \text{(forme de Darwin pour } t = 0\text{)},$$

$$\Phi_0(uv) = e^{-\frac{h^2 u^2}{8\sigma^2} - 2\pi^2\sigma^2 v^2}\, e^{2\pi i m w u}.$$

On en tire $\Phi_t(uv)$ par le remplacement indiqué; en particulier pour $u = 0$

$$\Phi_t(0v) = e^{-\left(2\pi^2\sigma^2\cos^2\omega t + \frac{h^2}{8\sigma^2 mk^2}\sin^2\omega t\right)v^2 + 2\pi i w k\sqrt{m}\, v \sin\omega t},$$

d'où

$$\sigma_t^2 = \sigma^2\cos^2\omega t + \frac{h^2}{16\pi^2\sigma^2 mk^2}\sin^2\omega t,$$

ce qui montre que ce n'est que dans le cas particulier obtenu par Schrödinger, où $\sigma^4 = h^2/16\pi^2 mk^2$, que le paquet d'onde demeure invariable de forme; dans le cas général où σ est à l'instant initial quelconque par rapport à k, le globule de probabilité se trouve, en plus de son mouvement oscillatoire d'ensemble de part et d'autre de l'origine, soumis à une *pulsation* interne de fréquence double.

MÉCANIQUE STATISTIQUE QUANTIQUE. — *Grandeurs observables et fonctions aléatoires.* Note [1] de MM. **Edmond Arnous** et **Daniel Massignon**.

La théorie des fonctions aléatoires est, sans doute, appelée à envahir de plus en plus le domaine de la Mécanique statistique. Mais jusqu'ici, à notre connaissance, elle n'a pas franchi les frontières de la Physique classique. C'est pourquoi nous nous proposons, dans cette Note, d'essayer de déterminer de

---

(1) *Naturwissenschaften*, 28, 1926, p. 664.

(1) Séance du 19 janvier 1948.

façon précise *les grandeurs observables qui, en Mécanique quantique, sont fonctions aléatoires du temps;* parmi elles se trouveront les « grandeurs macroscopiques » de von Neumann ([2]).

Notations et formules de Mécanique quantique. — En Mécanique quantique, l'état du système matériel, c'est-à-dire ce que nous savons du système au moment où il est livré à notre investigation, est représenté par un élément ψ d'un espace de Hilbert ([3]). Les grandeurs observables sont représentées par des opérateurs A, B, ... self-adjoints du même espace. L'évolution de l'état, ou des opérateurs, entre l'instant où le système a été constitué et l'instant t où nous allons faire nos mesures, est définie, à l'aide d'un opérateur unitaire U_t, par les transformations

$$\psi \to \psi_t = U_t\psi, \qquad t \geqq 0, \tag{1}$$

$$A \to A_t = U_t^* A U_t = S_t A, \tag{2}$$

si U^* désigne l'opérateur adjoint de U.

Il est alors possible de donner des prévisions sur les résultats des mesures à faire à l'instant t. En effet, on obtient la valeur moyenne d'une observable A en formant le produit scalaire $(\psi, A\psi)$, et l'usage de cette règle est nécessaire et suffisant pour déterminer complètement les lois de probabilité des diverses observables ([4]).

Évolution des opérateurs et fonctions aléatoires. — La théorie des fonctions aléatoires se présente d'une tout autre façon. Une grandeur, en effet, est fonction aléatoire du temps, chaque fois qu'il est possible de connaître la loi de probabilité conjuguée des valeurs de A pour un *ensemble de mesures* faites à des instants $t_1, t_2, \ldots, t_n$ quelconques et non pas la seule répartition des valeurs de A pour *une mesure* faite à un intant t arbitraire. Ainsi, les prévisions ne portent plus sur la valeur d'une grandeur à un instant donné, mais sur la *courbe* que fournirait l'enregistrement de ses valeurs successives ou, plus exactement, sur un certain nombre de points de cette courbe. Or, à première vue, la Mécanique quantique ne semble pas capable de nous fournir de telles prévisions, si l'on songe aux perturbations incontrôlables provoquées par des couplages répétés entre l'appareil de mesure et le système.

En réalité, comme nous allons le voir, il existe pourtant des appareils capables d'enregistrer, sans la modifier, « l'*évolution naturelle* » de *certaines* observables; et la Mécanique quantique nous suggère, de façon indirecte, le

---

([2]) J. VON NEUMANN, *Zeits. f. Phys.*, 57, 1929, p. 30-70.

([3]) Si nous utilisons la méthode de l'espace de configuration, ψ est une fonction des coordonnées $x_1, y_1, z_1, \ldots, x_n, y_n, z_n$ des particules; si nous utilisons la seconde quantification, c'est une fonction des variables $n_1, n_2, \ldots$ (n_i entiers $\geqq 0$). Il n'est pas nécessaire de préciser.

([4]) J. VON NEUMANN, *Les fondements mathématiques de la Mécanique quantique*, trad. A. Proca, Paris, Alcan, 1946, chap. III, § 1, p. 141 et 145.

moyen de calculer les lois de probabilité relatives à de tels enregistrements. En effet, il revient au même, au moins en principe, de mesurer l'observable A à l'instant t, et de mesurer l'observable A_t à l'instant zéro ([5]). Les différentes formes de la valeur moyenne le mettent bien en évidence,

$$(\psi, A_t\psi) = (\psi, U_t^* A U_t \psi) = (U_t\psi, AU_t\psi) = (\psi_t, A\psi_t).$$

Ce qui semble nous autoriser à ramener le problème d'une série de mesures échelonnées dans le temps au problème d'un ensemble de mesures simultanées à l'instant zéro, problème que sait résoudre la Mécanique quantique. Nous sommes alors amenés à admettre, outre la possibilité de telles mesures simultanées, l'identité des lois de probabilité conjugée des A_t calculées à l'instant zéro et des lois de probabilité conjuguées des valeurs de A au cours du temps.

Il n'y a plus aucune difficulté à conclure alors : *la condition nécessaire et suffisante pour qu'une observable soit fonction aléatoire du temps est que les opérateurs* A_t *permutent entre eux*, c'est-à-dire que les A_t forment un *système abélien*; nous noterons cette propriété par

(3) $$A_t \vee A_{t'}.$$

La loi de probabilité conjuguée de A_{t_1} *et* A_{t_2}, par exemple, *a pour fonction de répartition*

(4) $$\mu(x_1, x_2; t_1, t_2) = (\psi, U_t E_{x_1} U_{t_1} U_{t_2}^* E_{x_2} U_{t_2} \psi),$$

et pour fonction caractéristique

(5) $$\varphi(s_1, s_2; t_1, t_2) = (\psi, \exp\{2\pi i(s_1 A_{t_1} + s_2 A_{t_2})\}\psi),$$

en désignant par E_x la décomposition de l'unité relative à A. Ainsi se trouve résolu le problème de l'observation *continue* d'une observable fonction aléatoire du temps et, par suite, aussi celui des *corrélations* entre les valeurs successives d'une telle observable.

ASTROPHYSIQUE. — *Observations de variables rouges au télescope électronique.* Note ([1]) de M. **François Lenouvel**, présentée par M. Bernard Lyot.

Durant le mois de septembre 1947, un télescope électronique a été disposé au foyer Cassegrain du miroir de 80cm de l'Observatoire de Haute-Provence.

Les détails de montage ont fait l'objet d'une précédente Note. Ainsi, le télescope braqué sur une étoile, on observe sur l'écran l'image infra-rouge de l'étoile au voisinage d'une étoile artificielle. On amène alors à l'égalité les éclats des deux taches stellaires, par le jeu d'un coin photométrique. Ces mesures ont été faites en utilisant un écran coloré UG 7.

Dans une première série de mesures, nous avons admis que l'indice de

---

([5]) Voir à ce sujet E. Fermi, *Nuovo Cimento*, **10**, 1930, p. 561-566.

([1]) Séance du 10 décembre 1947.

couleur des étoiles de spectre AO était nul, ce qui nous a permis d'établir la courbe de correspondance entre les graduations du coin et les magnitudes photovisuelles d'étoiles de spectre AO. Cette courbe une fois déterminée, nous avons pu rapporter nos mesures aux magnitudes des étoiles de spectre AO.

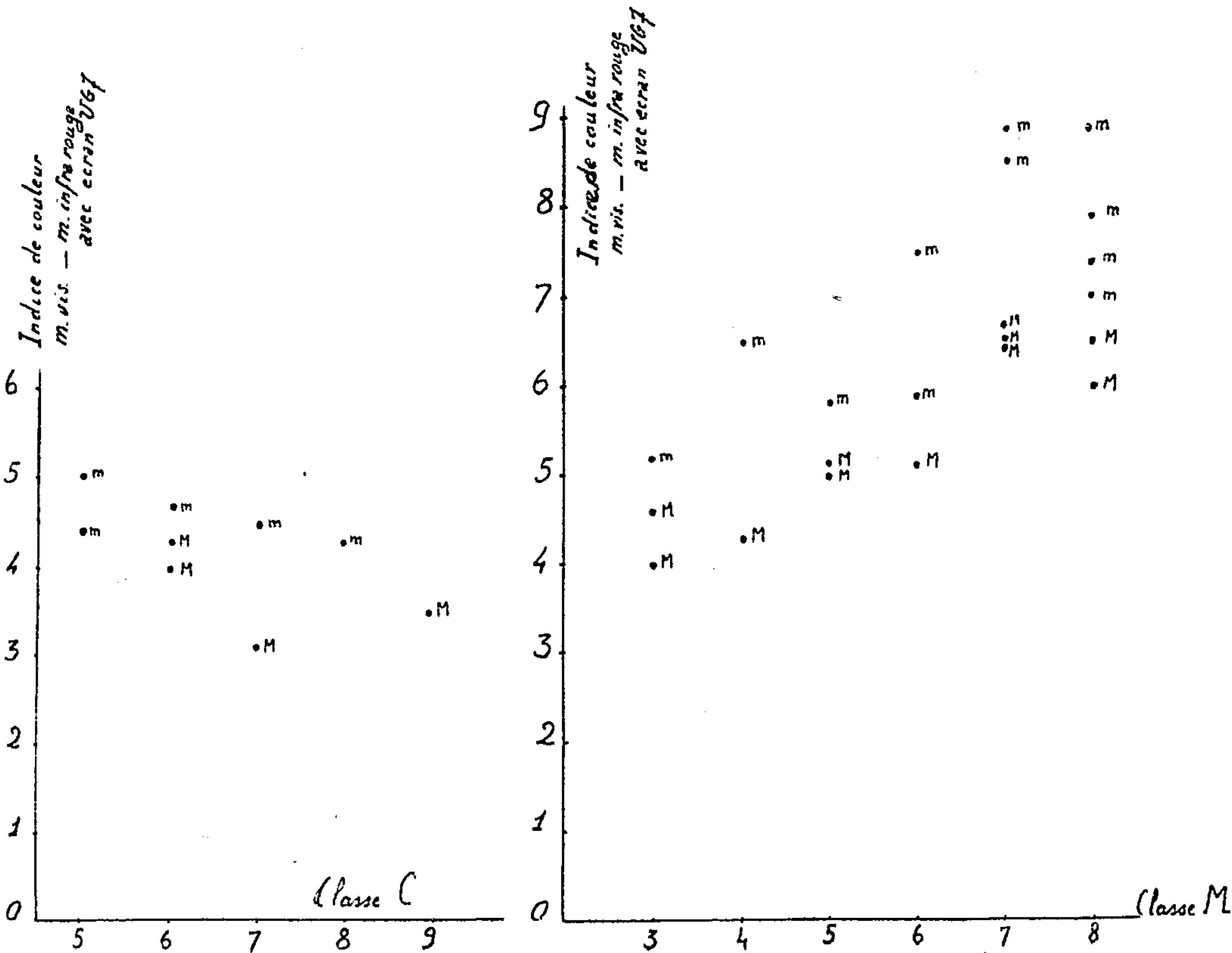
Voici, à titre d'exemple, quelques résultats :

Classe spectrale...	C 5.	C 5.	C 6.	C 6.	C 6.	C 7.	C 7.	C 8.	C 9.
Nom de la variable.	UU Aur.	W Ori.	V Aqu.	ST Cam.	S Scu.	R Lep.	UX Dra.	RS Cyg.	WZ Cas.
$m_{vis.}$	7,0	7,0	8,2	7,1	8,7	9,2	6,0	9,0	7,0
$m_{IR.}$	2,0	2,7	3,5	2,8	4,7	4,7	2,9	4,7	3,5
Indice de couleur.	5,0	4,3	4,7	4,3	4,0	4,5	3,1	4,3	3,5

Classe spectrale...	M 3.	M 3.	M 4.	M 4.	M 5.	M 5.	M 6.	M 6.	M 6.
Nom de la variable.	T Aqr.	R Tri.	R Boo.	R Pis.	U Ari.	Z Cyg.	O Cet.	ST Her.	T Ari.
$m_{vis.}$	9,1	6,8	8,0	11,4	8,4	10,2	4,7	8,7	9,7
$m_{IR.}$	5,1	2,2	3,7	4,8	3,3	4,4	−0,3	2,8	2,2
Indice de couleur.	4,0	4,6	4,3	6,6	5,1	5,8	5,0	5,9	7,5

Classe spectrale...	M 7.	M 7.	M 7.	M 8.	M 8.	M 8.	M 8.
Nom de la variable.	R Cas.	T Cep.	R Can.	W and.	U Ori.	T Cas.	T Lep.
$m_{vis.}$	6,9	10,3	10,8	9,5	10,6	9,0	12,0
$m_{IR.}$	0,1	1,8	1,9	3,5	3,2	1,1	3,1
Indice de couleur.	6,8	8,5	8,9	6,0	7,4	7,9	8,9

Pour ces étoiles, nous avons déterminé l'indice de couleur $m_{vis.} - m_{IR.}$ en fonction de la classe spectrale et l'on a obtenu le graphique suivant :



Nous avons, de plus, noté sommairement la phase approximative de la variable par la lettre *m* étoile au minimum, M étoile au maximum.

Le graphique nous montre que l'indice de couleur est sensiblement constant dans la classe C. Pour la classe M, il croît régulièrement de M 3 à M 8. Dans une sous-classe, l'indice de couleur varie avec la phase de la variation et croît du maximum au minimum avec une amplitude d'autant plus grande que le type est plus avancé.

Pour les deux plus brillantes étoiles rouges, R Cas et 19 Pis, il a été possible d'observer un étalement spectral dans la partie infrarouge. A cet effet, un prisme à vision directe avait été placé sur le trajet lumineux, devant la photocathode. La sensibilité énergétique d'un tel télescope électronique a un maximum vers $0^{\mu},8$, aussi, pour des étoiles de température 2000°, on n'est donc pas limité par la sensibilité de cet ensemble vers les courtes longueurs d'ondes (zones de $0^{\mu},7$ à 1^{μ}).

Nous avons constaté que l'étalement spectral de R Cas ne subit aucune modification en intensité, ni en longueur après l'interposition de l'écran UG 7 sur le trajet lumineux. L'énergie lumineuse est donc concentrée dans la zone de longueur d'onde supérieure à 1^{μ}.

L'étalement spectral de 19 Pis, classe N, se trouve par contre considérablement diminué en intensité par l'interposition de l'écran UG 7; la répartition spectrale maximum se trouve donc placée dans le coude de la caractéristique de cet écran, c'est-à-dire vers 1^{μ}.

Il nous a été impossible d'obtenir un étalement spectral suffisant pour faire apparaître des bandes spectrales à cause de la faible quantité de lumière incidente.

CHALEUR. — *Sur la détermination du rendement thermique d'une combustion permanente avec dilution d'air élevée.* Note de M. **Lucien Reingold**, présentée par M. Gustave Ribaud.

1. Les combustions en régime continu avec grandes dilutions d'air utilisées dans les nouveaux appareils propulsifs modernes nécessitent des recherches s'effectuant entre autres procédés par analyses des gaz. Ces analyses permettent de déceler des concentrations très faibles, de l'ordre de 0,1 %, notamment pour CO, et les imbrûlés avec une excellente précision. Nous nous proposons de montrer comment peuvent être exploités ces résultats expérimentaux, de façon à permettre une interprétation plus complète des phénomènes étudiés, en utilisant une méthode de calculs théoriques qui a fait l'objet de publications antérieures (1).

---

(1) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 1792; **207**, 1938, p. 717 et 893.

2. Notons, d'abord, que tout combustible usuel est symbolisé par la formule élémentaire $C^n H^{\nu n}$ (dans la technique actuelle, les combustibles utilisés sont tels que le plus fréquemment $\nu = 2$). La méthode de calcul précitée permet de calculer les concentrations des constituants des gaz de combustion en fonction de facteurs caractéristiques de cette combustion. Les résultats obtenus indiqués au tableau ci-dessous, dans lequel :

Constituants.	CO_2.	CO.	H_2O.	H_2.	O_2.	Imbrûlés $C^n H^{\nu n}$.	Gaz inertes $N_2 - Ar$.
Titres calculés.....	$\frac{\theta_C(1-k_{CO_2})}{P}$	$\frac{\theta_C k_{CO_2}}{P}$	$\frac{\nu\theta_C(1-k_{H_2O})}{2P}$	$\frac{\nu\theta_C k_{H_2O}}{2P}$	$\frac{\left(1+\frac{\nu}{4}\right)(1-\theta_A+\alpha)}{P}$	$\frac{1-\theta_C}{nP}$	$\frac{(\beta_1+\beta_2)\left(1+\frac{\nu}{4}\right)(1+\alpha)}{P}$
Titres mesurés (%).	3,94	0,97	2,02	0,27	14,97	0,23	77,6
Remarques....	$P = p + \left(p - \frac{\nu}{4}\right)\alpha + (1-\theta_A)\left(1 - \frac{\nu}{4}\right) - (1-\theta_C)\left(1 + \frac{\nu}{2} - \frac{1}{n}\right)$					$p = 1 + \frac{\nu}{2} + (\beta_1+\beta_2)\left(1 + \frac{\nu}{4}\right)$	

α, dilution relative du mélange initial; β_1 et β_2, proportions relatives d'azote et d'argon dans le comburant utilisé; θ_C, fraction de combustible efficace; θ_A, fraction utile de l'air théorique; k_{CO_2}, k_{H_2O} et fractions d'imbrûlés gazeux de CO_2 et H_2O. Ces deux derniers coefficients sont liés par la relation

$$(1) \qquad k_{CO_2} + \frac{\nu}{2} k_{H_2O} = \frac{\theta_C - \theta_A}{\theta_C} \, \frac{1 + \frac{\nu}{4}}{0,5}.$$

L'énergie effectivement cessible à la machine est égale à

$$(2) \qquad Q' = \theta_C \left[Q - n k_{CO_2} Q_{CO} - \frac{\nu n}{2} k_{H_2O} Q_{H_2} \right]$$

(Q, chaleur de réaction du combustible étudié; Q_{CO} et Q_{H_2}, chaleurs de réaction de combustion de CO et H_2).

3. Soit, alors, un résultat d'analyse de gaz de combustion tel que celui donné en exemple au tableau précédent.

On en déduit les valeurs numériques M_1, M_2 et M_3 respectivement les concentrations totales en $CO + CO_2$, en $CO + H_2$ et en $N_2 + Ar$. Ces trois données expérimentales permettent de calculer, θ_A et θ_C, fractions d'air et combustible effectivement utilisées dans la combustion

$$(3) \qquad \theta_C = \frac{M_1}{M_2} (\beta_1 + \beta_2)(1 + \alpha)\left(1 + \frac{\nu}{4}\right),$$

$$(4) \qquad \theta_A = (\beta_1 + \beta_2)(1 + \alpha)\left[\frac{M_1}{M_3}\left(1 + \frac{\nu}{4}\right) - 0,5 \frac{M_2}{M_3}\right].$$

De plus, le rendement thermique se calcule directement à partir de sa définition théorique, suivant l'expression

$$(V) \qquad \eta_C = \theta_C \left[1 - \frac{1 + \frac{\nu}{4}}{p} \, \frac{Q_{CO} + Q_{H_2}}{(Q_F)_0} \, \frac{\theta_C - \theta_A}{\theta_C} \right].$$

Dans cette expression $(Q_F)_0$ est l'énergie thermique correspondant à une mole de gaz de combustion correspondant à une mole de combustible *pour une combustion théorique parfaite* (il se calcule donc par avance, à partir de Q).

4. L'exemple expérimental publié correspond à la combustion dans l'air d'un combustible de formule élémentaire $C_{10,28}H_{10,40}$. Sa masse molaire est égale à 134 et son $(Q_F)_0$ à 18700 cal-g; la dilution relative réalisée, dans cet exemple, est $\alpha = 2,21$. Les calculs numériques donnent comme résultats pour cette combustion

$$\theta_C = 0,95, \qquad \theta_A = 0,86, \qquad \eta_C = 0,83.$$

ÉLECTROLYSE. — *Procédé d'étude du polissage électrolytique*. Note (¹) de MM. **Israël Epelboim** et **Claude Chalin**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'étude du polissage électrolytique s'effectue en construisant la courbe du courant I traversant la cellule électrolytique en fonction de la tension U aux bornes de celle-ci (courbe courant-tension). Ces courbes présentent en général un palier AB lié à l'existence de la couche anodique (²) (*fig.* 1). L'extré-

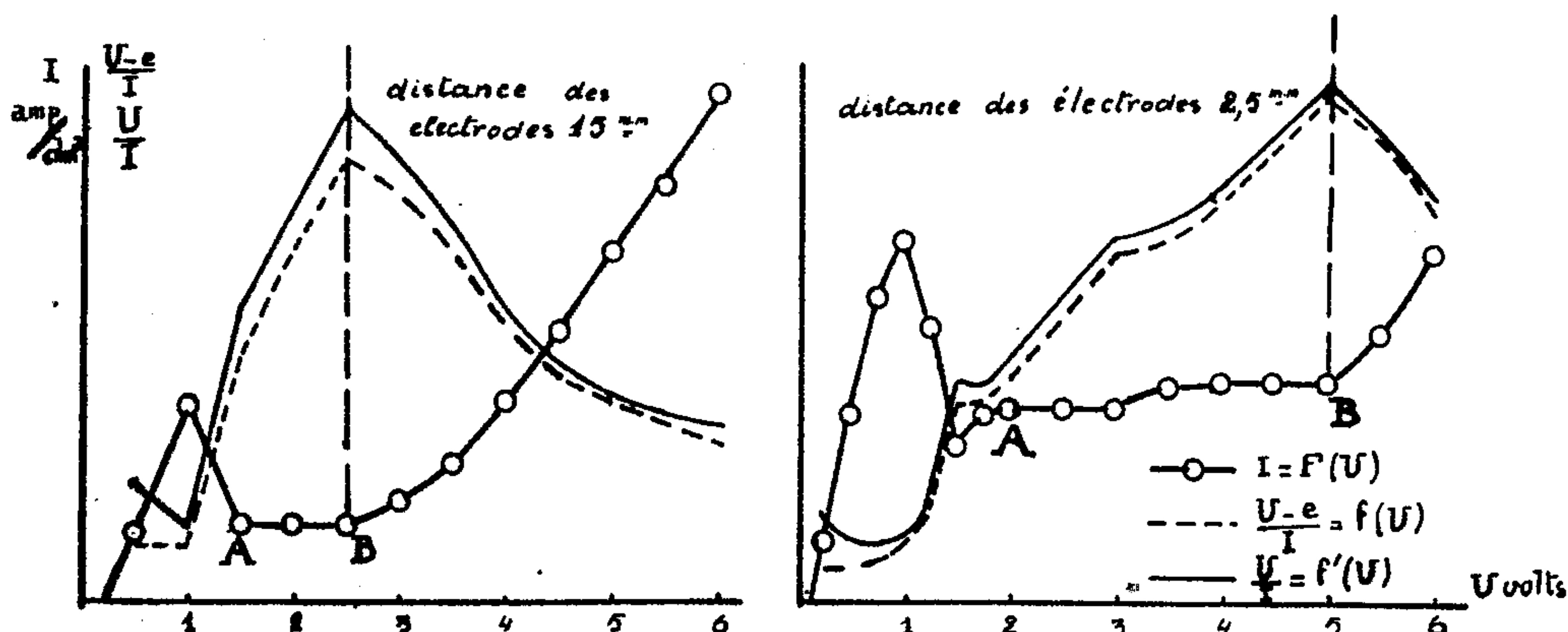


Fig. 1.

mité B correspond aux meilleures conditions de polissage déterminées par le gradient de concentration en ions autour de l'anode (³).

Soit *e* la force contre-électromotrice de la cellule électrolytique obtenue par extrapolation pour $I = 0$. La détermination de la meilleure condition de polissage revient à celle du maximum de la fonction $(U - e)/I$, car l'établissement du gradient de concentration en ions autour de l'anode (²) se traduit par un accroissement de la résistance ohmique.

(¹) Séance du 19 janvier 1948.
(²) P.-A. Jacquet, *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1473.
(³) Elmore, J. *of Applied Physics*, **10**, 1939 p. 727.

Sur la figure 1, nous avons tracé des courbes $(U-e)/I=f(U)$ [4].

On voit ainsi que pour les distances entre électrodes de 15 et 2^mm^,5, les conditions optima trouvées par Vernon et Stroud correspondent bien aux maxima de la fonction $(U-e)/I$. Contrairement à ces auteurs, et afin de tenir compte de la force contre-électromotrice, nous n'avons pas fait passer les courbes courant-tension par l'origine. D'ailleurs, cette force contre-électromotrice initiale étant de 0,3 et 0,1 volt les courbes $U/I=f'(U)$ présentent le même maximum que $(U-e)/I=f(U)$.

Pour certains métaux, en particulier le fer, le nickel et leur alliage dans les électrolytes du type perchlorique-acétique, la courbe caractéristique courant-tension n'a pas été observée, bien que la pellicule visqueuse anodique se forme toujours [5]. En effet, les courbes courant-tension de la figure 2 que nous avons relevées pour le fer armco et le nickel dans un électrolyte perchlorique-acétique usuel présentent une allure différente de celle de la figure 1.

Mais, si nous traçons la courbe $(U-e)/I=f(U)$, nous obtenons des courbes du type classique de la figure 1 et nous déterminons sans difficulté les conditions optima de polissage, soit 19 A/dm² pour le nickel et 7,3 A/dm²

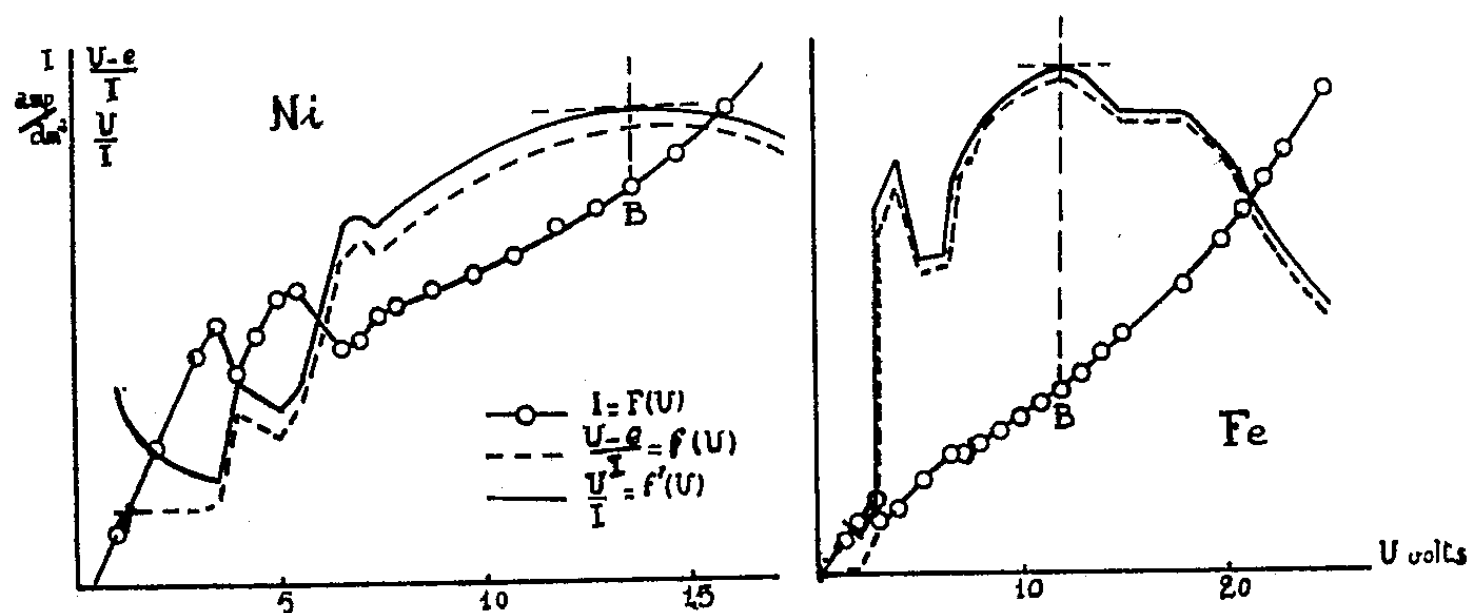


Fig. 2. — Distances des électrodes : 10^mm^.

pour le fer armco. Nous effectuons pourtant le polissage de ces deux métaux en position verticale, c'est-à-dire dans la position qui donne le plus difficilement les courbes classiques. Comme dans le cas de la figure 1, la courbe $U/I=f'(U)$ donne le même maximum que $(U-e)/I=f(U)$.

La force contre-électromotrice initiale aux bornes de la cellule électrolytique étant en général très petite par rapport à la tension utilisée pendant le polissage, il est donc permis de la négliger et de rechercher les conditions optima par l'emploi de tout dispositif susceptible de mesurer directement le maximum de

(4) Calculées d'après les courbes $I=F(U)$ de Vernon et Stroud, pour le zinc dans une solution aqueuse de potasse (*Nature*, **142**, 1938, p. 477).

(5) P.-A. Jacquet, *Métaux et corrosion*, **18**, 1943, p. 1.

résistance de la cellule électrolytique. D'où une technique commode pour le contrôle visuel ou par enregistrement ainsi que pour le réglage automatique du polissage électrolytique.

Nous avons déjà appliqué cette méthode au contrôle du polissage d'une série de métaux et alliages (Fe-Ni-Zn-Al, Fe-Ni 50 %, Fe-Ni 76 %, Fe-Ni 81 %, Fe-Ni-Cu 5 %) dans un électrolyte du type perchlorique-acétique en utilisant un dispositif comprenant un tube cathodique. Nous avons pu ainsi relever automatiquement la courbe courant-tension de P. Jacquet et l'étudier du point de vue de la variation de la résistance. En effet, le diagramme obtenu par points est une courbe qui a pour équations paramétriques en coordonnées polaires

$$\rho=\sqrt{k^2\mathrm{I}^2+k'^2\mathrm{U}^2}, \qquad \cot\mathrm{g}\,\alpha=\frac{k'}{k}\,\frac{\mathrm{U}}{\mathrm{I}},$$

où ρ et α sont le module et l'argument du point, k et k' des constantes du montage utilisé. Les enregistrements photographiques qui seront publiés par ailleurs confirment bien l'existence d'un maximum de résistance et ramènent ces courbes au cas classique.

En résumé, nous avons ramené la recherche des conditions optima de polissage à l'étude des variations de résistance de la cellule électrolytique. Nous avons pu ainsi montrer que les courbes obtenues dans le cas du polissage du fer, du nickel, etc., dans un électrolyte du type perchlorique-acétique, relèvent du cas classique, car elles présentent toutes un maximum caractéristique de la résistance et que la technique du polissage électrolytique peut être améliorée par l'emploi d'un dispositif d'enregistrement ou de régulation automatique basé sur la mesure directe de la résistance de la cellule.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur la propagation d'ondes planes dans un guide métallique droit de section quelconque.* Note de MM. **Roger Rigal** et **Jean Voge**.

A. Soit $Oxyz$ un trièdre trirectangle, Oz étant parallèle aux génératrices du guide. On sait que le champ électromagnétique d'une onde E ou H se propageant dans le guide peut être dérivée d'un vecteur de Hertz $\vec{\pi}$ à une seule composante π_z parallèle à Oz.

Les ondes propres seront obtenues en posant

$$(1)\qquad \pi_z=f(xy)\,e^{j(\omega t-\gamma z)},$$

où f sera une fonction régulière définie par

$$(2)\qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+\frac{4\pi^2 f}{\lambda_s^2}=0 \qquad \text{avec} \quad \frac{4\pi^2}{\lambda_s^2}=\frac{4\pi^2\varepsilon\mu}{\lambda^2}-\gamma^2$$

(où λ désigne la longueur d'onde dans le vide et ε et μ la constante diélectrique

et la perméabilité relatives par rapport au vide) et une condition aux limites ($f=0$ ou $df/dn=0$) sur la courbe (C) de section droite du guide.

On n'a de solutions que pour une suite discrète de valeurs de λ_s, indépendantes de ε et λ [longueurs d'onde propres d'une membrane encastrée ou libre de contour (C)].

$$g(x,y) = e^{i(\alpha x+\beta y)}$$

est une solution de (2) si

$$\alpha^2+\beta^2 = \frac{4\pi^2}{\lambda_s^2},$$

donc aussi

$$f(x,y) = \int e^{i\alpha x}\left\{ A(\alpha)\, e^{iy\sqrt{\frac{4\pi^2}{\lambda_s^2}-\alpha^2}} + B(\alpha)\, e^{-iy\sqrt{\frac{4\pi^2}{\lambda_s^2}-\alpha^2}} \right\} d\alpha, \tag{3}$$

où α est quelconque (réel ou complexe) et où $A(\alpha)$ et $B(\alpha)$ sont des fonctions arbitraires. Inversement on peut démontrer que toute solution de (2) est de la forme (3) [1]. Parfois α et β y sont réels (guides rectangulaires ou circulaires), mais ils peuvent être complexes (coaxial ou guide de section droite limitée par des parties de deux cercles concentriques et de deux diamètres).

Les relations (1) et (3) montrent que toute onde propre peut être décomposée en une somme d'ondes planes faisant un angle constant avec les génératrices, puisqu'une onde plane (α, β, γ), dérivée de π_z (pour $f=g$), fait avec Oz un angle θ tel que

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}} = \frac{\lambda}{\lambda_s\sqrt{\varepsilon\mu}}; \tag{4}$$

$\sin\theta$ augmente proportionnellement à λ et λ_s est la longueur d'onde de coupure $[\lambda/\sqrt{\varepsilon\mu}]_c$ dans le milieu.

B. On déduit simplement de (A) les propriétés des ondes propres :

1° La vitesse des plans d'onde (phase) et de l'énergie (groupe) suivant (α, β, γ) étant $c/\sqrt{\varepsilon\mu}$, on obtient aisément les vitesses et longueurs d'onde de phase (indice fz) et de groupe (gz) suivant Oz et l'on définit des grandeurs analogues de section droite (fs et gs).

$$\frac{c}{v_{fz}\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{v_{gz}\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} = \frac{\lambda}{\lambda_{fz}\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{\lambda_{gz}\sqrt{\varepsilon\mu}}{\lambda} = \cos\theta, \tag{5}$$

$$\frac{c}{v_{fs}\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{v_{gs}\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} = \frac{\lambda}{\lambda_{fs}\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{\lambda_{gs}\sqrt{\varepsilon\mu}}{\lambda} = \sin\theta \qquad (\lambda_{fs}=\lambda_s). \tag{6}$$

2° La longueur d'onde de coupure est la longueur d'onde de phase de section droite;

3° Le régime de vibration de section droite, défini à l'aide de λ_s (C. F. membrane ou écouteur téléphonique), se déplace suivant Oz à la vitesse v_{fz};

(1) E. T. WHITTAKER et G. N. WATSON, *Modern analysis*, 4e édit., 1946, Chap. 18.6.

4° Z étant l'impédance d'une onde plane libre (377 ohms dans le vide), l'impédance d'onde Z_z dans la direction Oz, rapport des composantes de section droite des champs électrique et mécanique, est égale au produit (onde E) ou au quotient (onde H) de Z par cos Θ;

5° Le problème de la réflexion et de la transmission des ondes sur une discontinuité de section droite (changement de ε, écran conducteur) se ramène aux problèmes connus relatifs à une onde plane tombant obliquement sur un plan indéfini de discontinuité (lois de Descartes-Fresnel).

RADIOÉLECTRICITÉ. — *Modification de la fréquence des ondes radioélectriques au cours de la propagation.* Note de M. **Bernard Decaux** présentée par M. Camille Gutton.

L'on a constaté depuis longtemps que la phase des ondes radioélectriques arrivant à un poste récepteur présentait des fluctuations notables et rapides, pouvant même produire une véritable modification de la fréquence reçue. Dans une Note déjà ancienne ([1]) nous avions signalé les résultats d'expériences effectuées par modulation d'un émetteur radiotéléphonique par un diapason étalon, dont on comparait la phase avant et après transmission. Des fluctuations très importantes avaient été mises en évidence de nuit, en particulier sur le trajet Paris-Alger et retour.

Les perfectionnements très importants apportés tant dans la stabilité des émetteurs que dans la précision des fréquencemètres-étalons permettant désormais d'effectuer des études analogues sur des émetteurs lointains sans avoir recours à un trajet aller et retour. C'est ainsi que l'émetteur de fréquences étalonnées du Bureau of Standards à Washington transmet en permanence sur les fréquences 5, 10, 15, 20, 25, 30 Mc/s avec une précision de $\pm 2.10^{-8}$. Nous avons mesuré systématiquement la fréquence à la réception de ces émissions, au moyen d'un dispositif permettant d'apprécier des écarts de fréquence de 0,02 c/s. L'onde reçue bat avec l'un des harmoniques 50, 100, 150, 200, 250, 300 d'un oscillateur à quartz dont la fréquence est de 100014 c/s. La note de battement produite est ainsi voisine d'un multiple de 700 c/s. Elle produit des secteurs lumineux sur l'écran d'un oscillographe cathodique balayé circulairement à environ 700 c/s par un générateur réglable de très haute stabilité, à résistances et capacités. En le réglant de façon à obtenir l'immobilité des secteurs, et en vérifiant avant chaque mesure un point de sa graduation, on peut déterminer facilement en 15 secondes environ la note de battement à 0,02 c/s près, même dans le cas d'une réception faible et brouillée, à condition que la phase de l'onde reçue soit assez stable. La fréquence de l'oscillateur à quartz

---

([1]) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 2239.

est vérifiée en permanence par comparaison aux horloges de l'Observatoire de Paris et à plusieurs autres oscillateurs à quartz avec une précision de l'ordre de 1.10^{-8}.

Les expériences ont montré en premier lieu des instabilités de phase d'autant plus marquées que la fréquence de l'émission est plus basse. D'autre part, les mesures effectuées presque tous les jours vers 9^h et 17^h T. M. G. depuis plus de deux mois ont mis en évidence une variation diurne très nette de la fréquence reçue, la fréquence reçue le matin étant, à de très rares exceptions près, plus élevée que la fréquence reçue le soir; la variation est en moyenne de 6.10^{-8} et a dans certains cas dépassé 20.10^{-8}. Il y a lieu de souligner également que les fréquences mesurées à un même moment sur les diverses longueurs d'onde de l'émetteur, et rapportées à un facteur commun, présentent souvent entre elles des différences relatives importantes, pouvant atteindre 25.10^{-8}, alors qu'elles sont produites par les harmoniques d'un oscillateur unique. En général la fréquence mesurée le matin sur l'émission de 5 Mc:s (inaudible à 17^h) est notablement supérieure à celles des autres émissions; du 22 décembre au 15 janvier la différence a été en moyenne de 8.10^{-8}.

Pour étudier plus en détail la variation diurne, nous avons effectué pendant une journée des mesures toutes les heures entre $6^h 30^m$ et $22^h 30^m$ T. M. G. Elles ont confirmé les résultats des mesures journalières et montré un maximum assez rapide vers 8^h et un minimum pratiquement plat entre $13^h 30^m$ et 21^h, l'écart entre les deux étant d'environ 15.10^{-8}.

Les mesures se poursuivent et des expériences nouvelles vont être entreprises pour préciser la nature des phénomènes observés, en particulier les différences entre les diverses longueurs d'onde.

RADIOÉLECTRICITÉ. — *L'influence du vent sur la fréquence des ondes radioélectriques.* Note de M. **Raymond Jouaust**, présentée par M. Camille Gutton.

Les variations de fréquence constatées par M. Decaux sur les émissions faites aux États-Unis sont incompatibles avec celles que peuvent présenter les étalons conservés dans un laboratoire. Il convient donc d'en chercher la cause dans qnelques phénomènes se produisant sur le trajet de ces ondes.

Nous croyons en trouver l'origine dans les vents qui existent dans la haute atmosphère.

On sait que la propagation des ondes à grande distance est provoquée par leur rencontre avec la couche ionisée située à plusieurs centaines de kilomètres d'altitude et qu'on dénomme l'ionosphère. Lorsque les ondes rencontrent l'ionosphère, elles cèdent en totalité leur énergie électromagnétique aux électrons. Ceux-ci rayonnent, agissant par rapport à la réception comme des

sources secondaires. On conçoit que par suite d'un vent qui peut entraîner des électrons dans un sens ou dans l'autre, il doit se produire un effet Döppler. Un vent d'une centaine de mètres à la seconde suffit pour expliquer les variations observées.

On sait, d'autre part, par l'observation des queues de météorites que des vents violents se produisent dans la haute atmosphère. D'autre part pour expliquer par la dynamo-théorie les variations diurnes du magnétisme terrestre, il est nécessaire d'admettre des mouvements généraux à peu près réguliers dans les hautes régions de l'atmosphère.

OPTIQUE MOLÉCULAIRE. — *Sur la diffusion des ondes sphériques dans un milieu dispersif.* Note [1] de M. **Maurice Lévy**, présentée par M. Jean Cabannes.

Dans une Note précédente [2] nous avons été conduit à considérer l'amortissement que subit, en se propageant dans un milieu dispersif, isotrope et non absorbant, l'onde sphérique du dipôle induit dans une molécule par une onde lumineuse plane incidente. Nous calculons ici cet amortissement en conservant le langage de l'optique moléculaire, bien que ce calcul soit général et s'applique également à d'autres domaines.

Nous appelons *facteur d'amortissement d'une onde sphérique* une fonction $f(x, y, z)$ telle que l'amplitude moyenne du champ électrique en un point de coordonnées x, y, z, soit $E_0 f(x, y, z)$, E_0 étant l'amplitude moyenne à l'origine. Nous distinguons deux facteurs d'amortissement : le premier $f(x, y, z)$, que nous appelons *facteur d'amortissement partiel,* est dû à la diffusion secondaire de l'onde sphérique, les interactions ultérieures entre le dipôle-source et les dipôles diffusants étant négligées. Nous appelons *facteur d'amortissement global,* $F(x, y, z)$, celui qui décrit la diffusion de l'onde sphérique, compte tenu de ces interactions.

1° *Calcul du facteur d'amortissement partiel.* — L'onde plane incidente induit dans la molécule (assimilée à une sphère de rayon a dont le centre est pris pour origine) un dipôle de la forme $\alpha \vec{E}_0 \cos 2\pi\nu t$. Le champ électromagnétique produit par ce dipôle est de révolution autour de $\vec{E}_0$. Nous écrivons donc le facteur d'amortissement $f(r, \theta)$, où r est le rayon-vecteur et θ l'angle que fait celui-ci avec le champ polarisant.

Le flux moyen d'énergie rayonné par seconde par une molécule située au point (r, θ) a pour valeur

$$(1)\qquad s(r, \theta) = \frac{16\pi^4\nu^4}{3c^3}\alpha^4 E_0^2 \frac{f^2(r, \theta)}{r^2} \times \left[\sin^2\theta\left(\frac{1}{r^4} - \frac{4\pi^2\nu^2}{c^2 r^2} + \frac{16\pi^4\nu^4}{c^4}\right) + 4\cos^2\theta\left(\frac{1}{r^4} + \frac{4\pi^2\nu^2}{c^2 r^2}\right)\right].$$

---

[1] Séance du 12 janvier 1948.

[2] *Comptes rendus,* **226**, 1948, p. 236.

Le flux incident au même point par unité de surface et par seconde s'écrit

$$(2)\qquad S(r,\theta)=\frac{2\pi^3\nu^4}{c^3}\alpha^2 E_0^2\frac{f^2(r,\theta)}{r^2}\sin^2\theta.$$

On en déduit l'équation

$$(3)\qquad \frac{\partial}{\partial r}S(r,\theta)+N\,s(r,\theta)=0,$$

où N est le nombre de molécules par unité de volume. D'où

$$(4)\qquad f(r,\theta)=\exp\left\{\frac{4\pi}{3}N\alpha^2\left[\left(\frac{1}{3r^3}-\frac{4\pi^2\nu^2}{c^2 r}-\frac{16\pi^4\nu^4}{c^4}r\right)+\frac{4}{\operatorname{tg}^2\theta}\left(\frac{1}{3r^3}+\frac{4\pi^2\nu^2}{c^2 r}\right)\right.\right.$$
$$\left.\left.-\left(\frac{1}{3a^3}-\frac{4\pi^2\nu^2}{c^2 a}-\frac{16\pi^4\nu^4}{c^4}a\right)-\frac{4}{\operatorname{tg}^2\theta}\left(\frac{1}{3a^3}+\frac{4\pi^2\nu^2}{c^2 a}\right)\right]\right\}.$$

compte tenu de la condition-limite $f(a,\theta)\equiv 1$.

Les caractéristiques suivantes sont à souligner :

a. A très grande distance, le facteur d'amortissement coïncide avec celui d'une onde plane.

b. L'onde qui se propage n'est plus à proprement parler sphérique, les surfaces d'égale amplitude ayant une forme plus compliquée. En particulier, l'amplitude du champ rayonné suivant la direction de $\overrightarrow{E_0}$ est nulle.

c, L'espace se répartit en trois zones, dans chacune desquelles les facteurs en $1/r^3$, $1/r$ et r prédominent respectivement. Cependant les termes indépendants de r sont les plus importants, sauf au voisinage immédiat de la molécule ou à une distance très lointaine, supérieure, pour la lumière visible, à $10^6\lambda$. En effet, comme $(4\pi/3)N\alpha^2\approx[a^3(n^2-1)/(n^2+2)]$, ces termes sont de l'ordre de (n^2-1), alors que pour $r\approx\lambda$ par exemple, les termes en r sont tous de l'ordre de a^3/λ^3.

2° *Calcul du facteur d'amortissement global.* — La partie du flux rayonné dans l'unité de temps par la molécule située au point (r,θ) qui sort de la sphère de rayon r, centrée sur l'origine, compte tenu des interactions de cette molécule avec celles qui sont situées à l'intérieur de la sphère, s'écrit

$$(5)\qquad s_1(r,\theta)=\frac{8\pi^4\nu^4}{3c^3}\alpha^4 E_0^2[1+U(r,\theta)]\frac{F^2(r,\theta)}{r^2}$$
$$\times\left[\sin^2\theta\left(\frac{1}{r^4}-\frac{4\pi^2\nu^2}{c^2r^2}+\frac{16\pi^4\nu^4}{c^4}\right)+4\cos^2\theta\left(\frac{1}{r^4}+\frac{4\pi^2\nu^2}{c^2r^2}\right)\right],$$

avec

$$U(r,\theta)=\frac{3}{4\pi}\int_{\psi=0}^{\frac{\pi}{2}}\int_{\varphi=0}^{2\pi}\sin^3\psi[F(\rho,u)]^2\,d\psi\,d\varphi,$$

et

$$(6)\qquad \rho=2r\cos\psi,\qquad \cos u=\sin\psi\sin\varphi\sin\theta-\cos\psi\cos\theta.$$

Le flux absorbé par unité de temps par interaction avec les molécules de la

sphère de rayon r centrée sur l'origine est donc égal à

$$(7)\qquad s_2(r,\theta)=\frac{8\pi^4\nu^4}{3c^3}\alpha^4 E_0^2[1-U(r,\theta)]\frac{F^2(r,\theta)}{r^2}\times\left[\sin^2\theta\left(\frac{1}{r^4}-\frac{4\pi^2\nu^2}{c^2r^2}+\frac{16\pi^4\nu^4}{c^4}\right)+4\cos^2\theta\left(\frac{1}{r^4}+\frac{4\pi^2\nu^2}{c^2r^2}\right)\right].$$

On obtient une équation d'équilibre identique à (3), dans laquelle $S(r,\theta)$ est donné par une expression analogue à (2), mais où $s(r,\theta)$ doit être remplacé par $s_2(r,\theta)$. C'est une équation intégrodifférentielle, que l'on peut simplifier en posant $F(r,\theta)=e^{-\Phi(r,\theta)}$, d'où

$$(8)\qquad \left[\left(\frac{1}{r^4}-\frac{4\pi^2\nu^2}{c^2r^2}+\frac{16\pi^4\nu^4}{c^4}\right)+\frac{4}{\operatorname{tg}^2\theta}\left(\frac{1}{r^4}+\frac{4\pi^2\nu^2}{c^2r^2}\right)\right]^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\Phi(r,\theta)=\frac{N\alpha^2}{2}\int_{\psi=0}^{\frac{\pi}{2}}\int_{\varphi=0}^{2\pi}\sin^3\psi[1-e^{-2\Phi(\rho,u)}]\,d\psi\,d\varphi,$$

où ρ et u sont définis par les équations (6). Il faut lui adjoindre la condition limite : $\Phi(a,\theta)\equiv 0$.

Nous n'entreprendrons pas ici la résolution de cette équation : $F(r,\theta)$ possède des caractéristiques analogues à celles que nous avons soulignées pour l'amortissement partiel. En faisant $\nu=0$ dans l'équation (8), on obtient l'équation d'équilibre des interactions électrostatiques entre dipôles.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'observation et l'origine d'un dédoublement de* 30 cm^{-1} *des bandes électroniques des sels d'uranyle.* Note [1] de Mme **Marie Freymann**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons montré précédemment [2], [3] que les bandes électroniques des sels d'uranyle peuvent être classées à partir des fréquences de vibration $\nu_2=210$, $\nu_1=860$ et $\nu_3=930$ cm^{-1} et de leurs combinaisons. En outre, nous avions signalé brièvement la nécessité de leur adjoindre une fréquence voisine de 30 cm^{-1} qui n'avait pas été indiquée par d'autres auteurs. C'est sur ce point que nous nous proposons de revenir ici.

Le dédoublement de 30 cm^{-1} *s'observe* (*à* — 185° C.) *pour de très nombreuses bandes de fluorescence et d'absorption de l'acétate, du nitrate, du chlorure, du fluorure, etc.* — C'est ce qu'indique le Tableau ci-contre, dans le cas particulièrement net des bandes de fluorescence $(1.1)\to(0.v')$ et $(1.0)\to(0.v')+\nu_2$.

---

[1] Séance du 12 janvier 1948.

[2] Mmes M. Freymann, T. Guilmart, et R. Freymann, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 543 et 573.

[3] *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 529.

Acétate.....	20627 20588 20563	39 25	19767 19735 19704	32 31	18907 18867 18850	40 17						
Nitrate.....	20623 20589	34	19724 19708	16	18896 18861	35	18036 18000	36	17184 17150	34	16313 16292	21
Chlorure...	20589 20565 20535 20511 20482	24 30 24 29	19716 19685 19655 19628	31 30 27	18834 18803 18777	31 26						
Acétate.....			19646 19623	23	18782 18765	22	17936 17912	24	17098 17066	32		
Nitrate.....			19646 19619	27	18797 18772	25	17937 17905	32	17085 17065	20	16221 16194	27
Chlorure...	20462 20440	22										
Fluorure II.			19150 19124	26	18289 18263	26	17427 17404	23				

Le même dédoublement de 30 cm^{-1} se retrouve d'ailleurs en absorption ([2]), ([3]); soulignons tout particulièrement que, pour l'acétate, *le saut* $(1.1) \rightarrow (0.0) + 30$ *apparaît à* 20 732 cm^{-1} *par fluorescence alors que* $(1.1) \leftarrow (0.0)$ *apparaît à* 20756 cm^{-1} *en absorption, soit une différence de* 24 cm^{-1}.

L'existence de ce dédoublement de 30 cm^{-1} *environ nous semble donc définitivement établie:* mais il reste à en rechercher l'origine. Trois hypothèses peuvent être envisagées :

1° L'hypothèse d'une décomposition des bandes par effet Stark (dû au champ cristallin) pourrait être proposée ([4]). Elle aurait l'avantage d'interpréter aisément les cinq composantes du chlorure. Mais il semble que cette hypothèse ne peut être retenue. D'une part il est peu vraisemblable que l'effet du champ cristallin soit du même ordre de grandeur pour des sels aussi différents. D'autre part, il n'est pas possible de rendre compte de la différence signalée plus haut pour l'acétate : 20 732 et 20 756.

2° Une coïncidence plus troublante est la suivante : la fréquence de déformation (Raman) du chlorure est double : $\nu'_2 = 197$, $\nu'_2 = 226$ cm^{-1}, soit une différence de 29 cm^{-1} ([4]) ; en outre les spectres de fluorescence du chlorure prouvent l'existence des deux fréquences $\nu'_1 = 850$ et $\nu_1 = 875$ cm^{-1} ([5]), ([3]), soit une différence de 25 cm^{-1}. On pourrait donc être tenté de les relier à deux des composantes observées en fluorescence ou en absorption. Cette conception se

([4]) SATYANARAYANA, *Proc. Indian Ac. Sc.*, 15, 1942, p. 414, et *J. Mysore Univ.*, 4, 1943, p. 57.

([5]) PANT, *Proc. Indian Ac. Sc.*, 22, 1945, p. 95 et 110.

heurte toutefois aux difficultés suivantes : la plus importante, c'est l'impossibilité d'expliquer les *cinq* composantes du chlorure. Une autre objection résulte de l'interprétation que nous avons donnée (³) du dédoublement 197-226 et 850-875 cm^{-1} : Existence de deux formes d'ions UO^{2++}; il semble impossible que des sauts électroniques se produisent entre des niveaux qui correspondraient à des oscillations différentes.

3° L'hypothèse qui nous semble la plus satisfaisante est la suivante : il conviendrait d'adjoindre aux fréquences 210,860 et 930 cm^{-1} *la fréquence* 30 cm^{-1} *qui correspondrait à une fréquence propre du réseau cristallin.* Cette hypothèse ne rencontre aucune des critiques que nous avons opposées aux précédentes : on rend compte du dédoublement 20732-20756 de l'acétate par les sauts sur des niveaux distants de 30 cm^{-1} ; on explique les cinq composantes du chlorure par l'existence de combinaisons 30 + 30 + 30 + 30 analogues à celles envisagées pour les trois fréquences 210, 860 et 930. Il est d'ailleurs possible de vérifier notre hypothèse : Nous avons essayé de déceler 30 cm^{-1} à l'aide de l'effet Raman; mais la fluorescence et surtout le fond continu intense accompagnant la raie excitatrice (raie verte) ne nous a pas permis jusqu'à présent cette vérification. Il faudra donc rechercher la fréquence 30 cm^{-1} dans l'absorption infrarouge, vers 330$^{\mu}$ environ.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Dosage et étude magnétochimique des éthylsulfates et des alcoylsulfates.* Note (¹) de MM. **Nguyen-Quang Trinh** et **Maurice Seguin**, présentée par M. Paul Pascal.

Pour contrôler la composition et la pureté des éthylsulfates et des divers alcoylsulfates que nous avons obtenus sous la forme *stabilisée* (²), nous avons été amenés à chercher différentes méthodes de dosage. La première qui s'impose est le dosage du radical sulfate par neutralisation d'une solution aqueuse de sel par une solution alcaline. Mais la neutralisation est lente et incomplète; aussi faut-il prendre la précaution de porter à ébullition la solution à chaque addition d'alcali et une fois le virage effectué, de le contrôler au bout de plusieurs heures de repos. Une seconde méthode est la calcination des sels et la pesée des résidus de sulfate. Ces deux procédés quoique précis (l'erreur relative est inférieure à 3 %) sont lents et nous avons pensé à doser le radical alcoyl par une méthode rapide inspirée de celle de Nicloux (³), utilisée pour le dosage de l'alcool dans le chloroforme : Si l'on ajoute du bichromate de potassium successivement et par très petites quantités à une solution alcoolique diluée en présence d'acide sulfurique, dès que l'alcool est complètement oxydé,

(¹) Séance du 19 janvier 1948.
(²) Nguyen Quang Trinh, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 897.
(³) *Bull. Soc. Ch.*, 35, p. 331.

le bichromate n'entre plus en réaction, et, ce point atteint, un très petit excès de bichromate, grâce à la puissance de sa coloration, communique à la teinte vert bleu franche du sulfate de sesquioxyde de chrome une teinte jaunâtre.

Dans un tube à essai, introduisons 5^{cm^3} d'une solution d'éthylsulfate (teneur d'alcool environ 2^{cm^3} pour 1000 de solution, proportion pour laquelle la différence de teinte est la plus facile à apprécier), ajoutons 5^{cm^3} d'acide sulfurique 66°Bé, puis 1^{cm^3} environ de bichromate à 19^g par litre. Le virage s'effectue (ajouter au besoin de l'acide sulfurique et chauffer). Ajoutons d'autre bichromate en ayant soin d'agiter et de chauffer très légèrement à l'ébullition après chaque addition de bichromate, et cela jusqu'au moment où la teinte passe du vert bleu au vert jaune persistant. Si n est le nombre de centimètres cubes de bichromate introduit, nous avons $n/100^{cm^3}$ d'alcool absolu par centimètre cube de solution; nous en déduisons le poids d'alcool et la quantité d'éthylsulfate dans la solution. L'erreur relative ne dépasse pas 1/100 et l'opération nécessite à peine une demi-heure.

La pureté des alcoylsulfates obtenus étant contrôlée, nous en avons fait l'étude magnétochimique. Le corps de référence est l'eau bidistillée

$$(k_s = -0{,}72.10^{-6}),$$

et les valeurs des susceptibilités des ions utilisées pour le calcul sont celles adoptées par Pascal :

Ions	Na.	K.	Sr.	Ca.	Ba.	SO^4.
$-10^{-6}K_i$	9,2	18,5	24,5	16	38,2	33,6

Nous avons obtenu les résultats suivants :

Alcoylsulfate.	Formule.	$-10^{-6}X_m$ calculé.	$-10^{-6}X_m$ mesuré.	Erreur relative.
Ethylsulfate de Na	$C_2H_5SO_4Na$	69,5	71	2,1 %
» K	$C_2H_5SO_4K$	78,8	79	0,25
» S_2	$C_2H_5SO_4S_2$	84,8	83,9	1
» Ca	$(C_2H_5)_2(SO_4)_2Ca$	136,5	134,9	1,2
» Ba	$(C_2H_5)_2(SO_4)_2Ba$	158,7	159,9	0,8
Propyl » Ba	$(C_3H_7)_2(SO_4)_2Ba$	182,4	182,1	0,17
Butyl$_1$-sulfate de Ca	$(C_4H_9)_2(SO_4)_2Ca$	183,9	182,0	1
Butyl$_2$ » Ba	$(C_4H_9)_2(SO_4)_2Ba$	206,1	203,8	1,1
Isoamyl » Ba	$(C_5H_{11})_2(SO_4)_2Ba$	229,9	232,9	1,3

Par rapport à la systématique de Pascal, les erreurs relatives sont donc inférieures à 1,5 % sauf, pour l'ion Na; ceci semblerait indiquer que la valeur généralement adoptée $K_i = -9{,}2.10^{-6}$ est un peu faible. Ces alcoylsulfates, qui comportent dans leur édifice moléculaire une partie organique et une partie minérale, forment donc une longue série homologue qui obéit à la loi d'additivité des susceptibilités magnétiques. Cette obéissance à la loi montre que l'ion SO_4 ici encore garde une individualité magnétique constante, que le radical alcoylsulfate $SO^4 \lt^R$ possède une susceptibilité magnétique bien définie dans toutes ses combinaisons et qu'*a priori* dans l'édifice des alcoylsulfates il ne semble pas y avoir de liaisons spéciales qui s'établiraient entre électrons, en diminuant leur degré de liberté.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la précipitation double des sels manganeux par les chromates alcalins.* Note de Mlle **Suzanne Veil**, présentée par M. Charles Mauguin.

L'analyse plane des précipités dans la gélatine, antérieurement entreprise ([1]) sur le chromate d'argent et sur le phosphate de baryum, est applicable aux précipités contenant plus d'un individu chimique. Présentement, elle a été étendue au précipité résultant de l'attaque des sels manganeux par les chromates alcalins, précipité dans lequel Wunschendorff et Mme Valier ([2]) ont identifié du bichromate manganeux Cr_2O_7Mn et du manganite de chrome $(MnO_3)_3Cr_2$. L'analyse plane met en évidence le caractère doublement périodique de la précipitation. Dans des conditions appropriées, le bichromate manganeux et le manganite de chrome, tous deux aptes à se répartir en anneaux, sont bien discernables à la couleur, comme à l'aspect général et microscopique. Les deux systèmes d'anneaux ne se montrent pas indépendants, ainsi que le laisse prévoir leur commune origine; leur connexion évoque celle des anneaux principaux et secondaires de Liesegang, encore que moins étroite et moins régulière.

Par apposition d'une goutte de CrO_4K_2 sur de la gélatine imprégnée de SO_4Mn, on n'obtient à la fois bichromate manganeux et manganite de chrome qu'entre certaines limites de la concentration du sel manganeux dans le gel. Lorsque le gel est trop pauvre en SO_4Mn, le bichromate manganeux précipite seul, et ses anneaux rubis, dessinés par des entités cristallines distinctes, invalident parfois la loi générale de distribution au point de se resserrer en s'éloignant de la goutte, conformément aux indications de certaines des expériences de Deiss ([3]) dans le papier-filtre. D'autre part, les gels, trop riches en SO_4Mn, ne fournissent que du manganite de chrome. Les gros anneaux noirs et diffus du manganite de chrome, très dissemblables de ceux du bichromate manganeux, sont résolubles au microscope en amas de cristallicules. Sans être, non plus, forcément régis par la loi générale de distribution, ils ont tendance à se border d'anneaux de bichromate manganeux dont la propre répartition, en présence de manganite de chrome, s'accuse toujours assez mal. D'une manière générale, les concentrations des réactifs semblent conditionner, dans une large mesure, les épisodes particuliers de la double réaction.

Les anomalies de distribution des deux systèmes d'anneaux sont interprétables sur la base de précédents résultats ([4]). On peut envisager des répercus-

---

([1]) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 84; **224**, 1947, p. 113 et 740.
([2]) *Bull, Soc. Chim.*, **53**, 1933, p. 1504.
([3]) *Koll. Zeits.*, **89**, 1939, p. 146.
([4]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1171.

sions réciproques des deux précipitations individuelles, se traduisant par des altérations locales de la concentration de SO_4Mn dans la gélatine, avec perturbations consécutives des distributions annulaires correspondantes.

Très au delà de l'auréole de précipitation proprement dite, apparaît encore, après quelque temps, une couronne rougeâtre plus ou moins foncée et dépourvue de relief. Cette formation tardive, dont les circonstances de génération semblent assez différentes de celles des anneaux décrits ci-dessus, suggère l'éventualité, dans le précipité global, d'un nombre de phases coexistantes supérieur à deux.

CHIMIE COLLOÏDALE. — *Mesures rhéologiques sur quelques solutions de goudron et brai de houille.* Note ([1]) de MM. **Félix Kauer** et **Henri A. Sack**, présentée par M. Louis Hackspill.

Les mesures de viscosité effectuées sur des goudrons et sur des solutions de goudron et brai, à l'aide d'un appareil du type Couette, à vitesse de rotation variable ([2]), nous ont permis de constater de nombreux écarts par rapport à l'état purement newtonien.

Dans le cas du goudron brut déshydraté et des dilutions de goudrons avec de faibles quantités de benzène (avant la zone de coagulation), nous avons trouvé, pour les vitesses de rotation utilisées, que la fonction $\Omega = f(G)$, (Ω, vitesse de rotation angulaire; G, couple), est une droite dont l'extrapolation pour $\Omega = 0$ donne une valeur positive de G (*fig.* 1). Néanmoins les mesures effectuées par un procédé statique ne nous ont pas permis de déceler l'existence d'une limite élastique. Il doit s'agir d'un cas de viscosité de structure au sens d'Ostwald ([3]). D'après la classification du British Rheologists' Club, ces systèmes doivent être considérés comme non newtoniens, *visco-élastiques ou inélastiques* (les *post-effets* élastiques n'étant pas mesurables avec l'appareil utilisé).

Dans les limites de la zone de coagulation, pour des mélanges de goudron-benzène (30 % < concentration en goudron < 75 %), on observe une limite élastique mesurable (*fig.* 2). Pour les faibles vitesses de rotation, $\Omega/G = \text{const.}$, pour les fortes vitesses, Ω/G diminue en fonction de l'accroissement de Ω (phénomène de thixotropie inverse, *dilatancy*). Toutefois, les courbes effectuées d'une façon continue à vitesse croissante, puis décroissante, sont superposables. Il n'est pas possible d'observer de cycle d'hystérésis. D'après la nomenclature du B. R. C., ces courbes ne suivent pas la loi de Bingham et sont désignées

([1]) Séance du 19 janvier 1948.

([2]) B. Persoz et F. Kauer, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 236-237; F. Kauer, *C. R. Congrès Technique International de l'Industrie des Peintures et des Industries associées*, Paris, 1947 (sous presse).

([3]) Pour la bibliographie rhéologique, voir Scott Blair, *A. Survey of General and Applied Rheology*, Pitman, Londres, 1945.

comme plasto-élastiques ou inélastiques. La forme des courbes $\Omega = f(G)$ peut être interprétée en la comparant à celle des courbes $G = f(\text{concentration})$

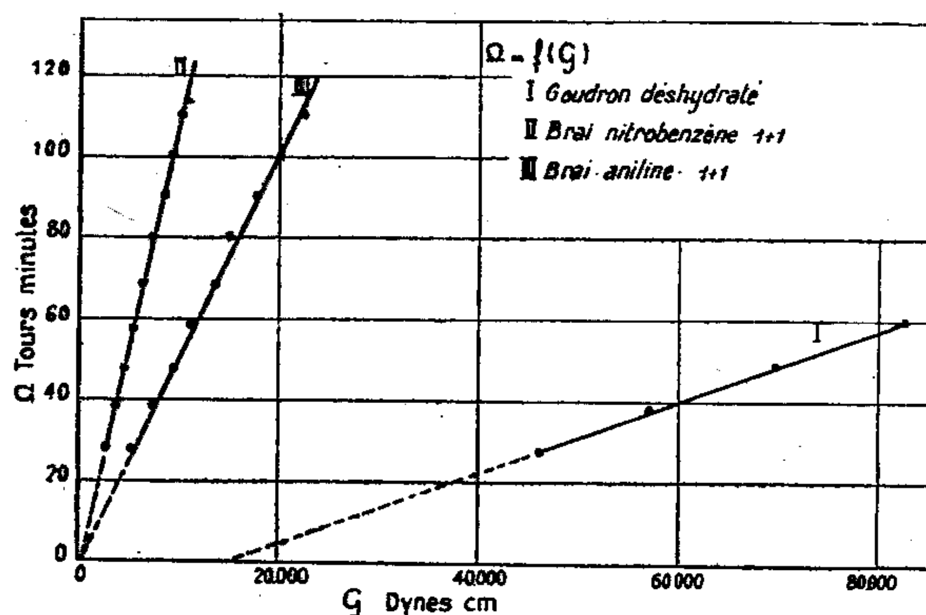


Fig. 1.

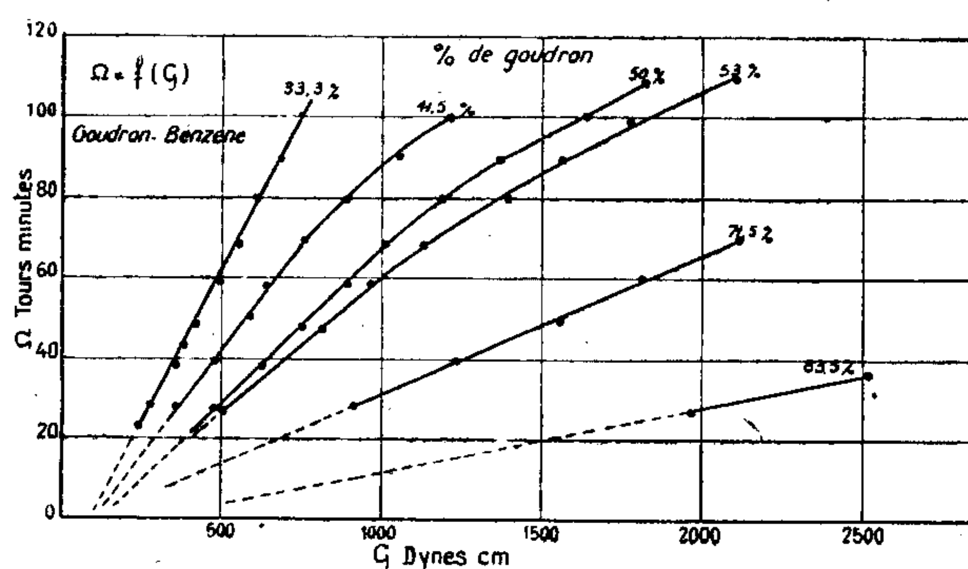


Fig. 2.

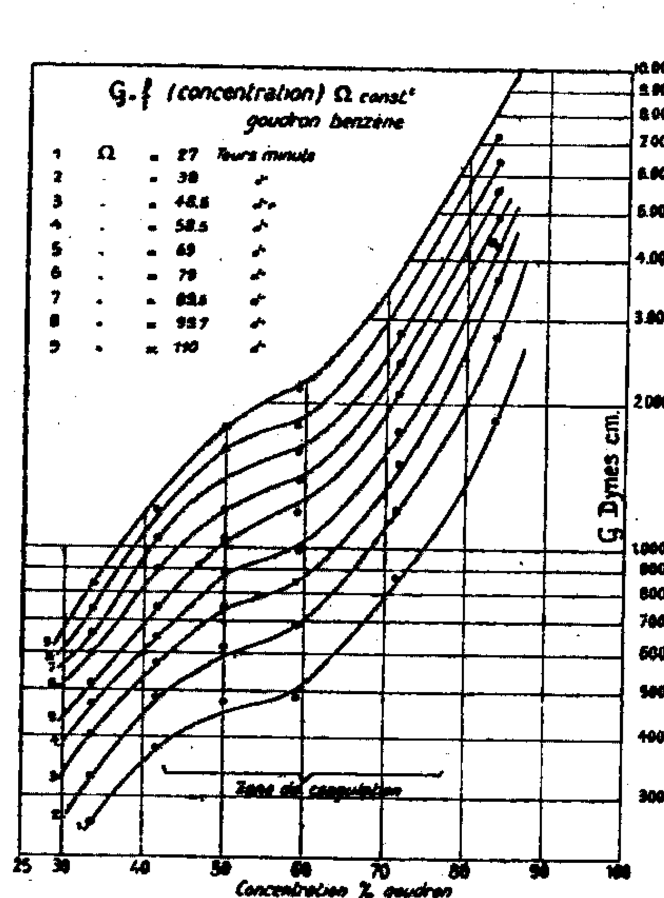


Fig. 3.

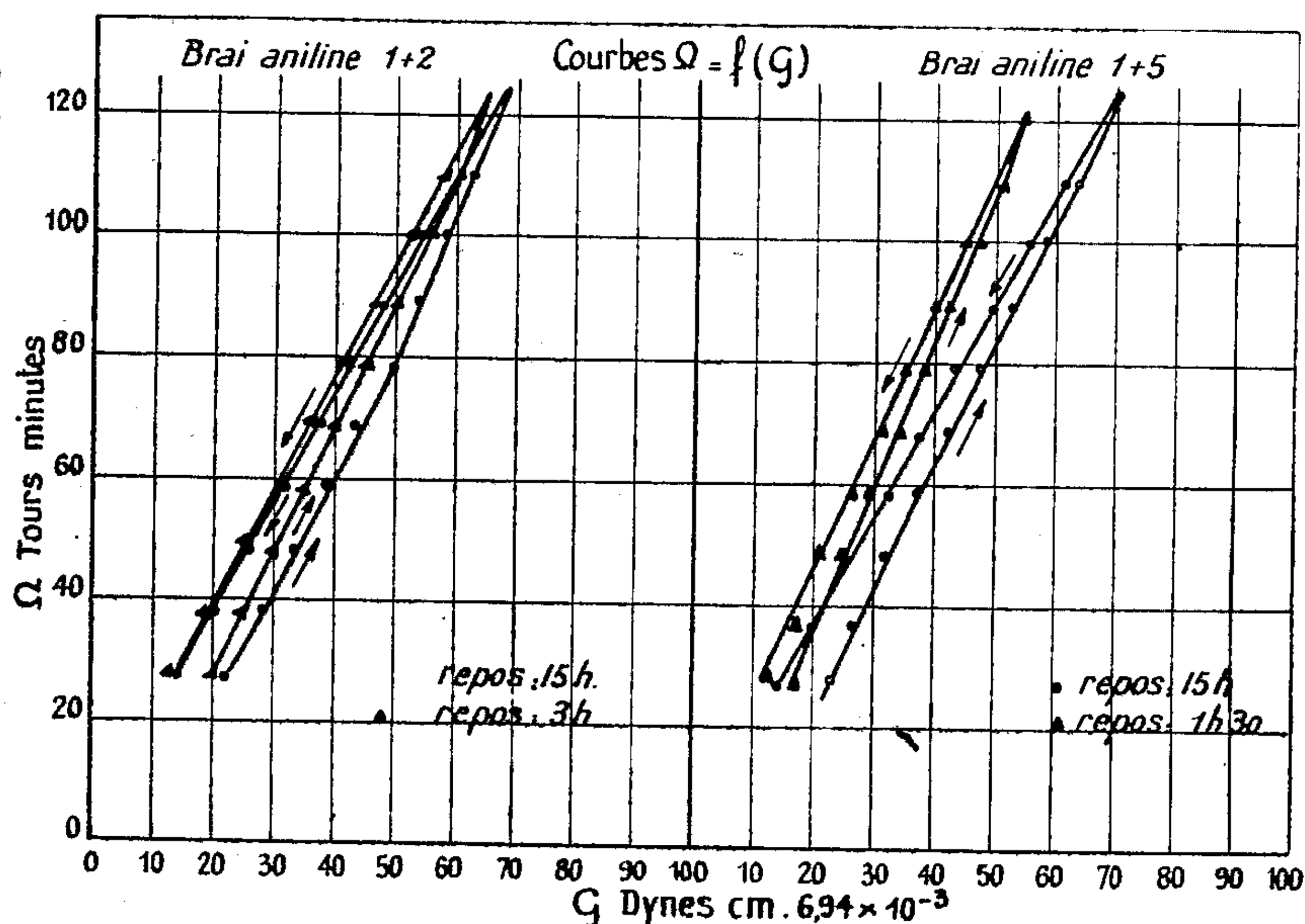


Fig. 4.

pour $\Omega = \text{const}$. Le domaine de coagulation est caractérisé dans ce cas par une zone d'inflexion (*fig.* 3). Pour les fortes valeurs de Ω, cette inflexion a cependant tendance à disparaître.

Le brai et le goudron de houille en solution aromatique polaire donnent des courbes parfaitement newtoniennes ($\Omega/G = \text{const.}$).

Les solutions diluées de brai de houille dans l'aniline font exception (*fig.* 4). Elles donnent les cycles caractéristiques de l'hystérésis de thixotropie, Ω/G pour Ω croissant $> \Omega/G$ pour Ω décroissant. Ces courbes sont reproductibles; l'écart entre la branche *aller* et la branche *retour* dépend du temps de repos pour une accélération constante.

L'analyse rhéologique fait donc apparaître l'importance de la polarité du solvant sur le type de la solution, phénomène que l'un de nous a déjà pu constater à plusieurs reprises et qu'il a pu interpréter ([1]).

CHIMIE THÉORIQUE. — *Sur le calcul de la répartition électronique dans le noyau pyridique par la méthode de Wheland-Pauling.* Note ([1]) de M. **Jean Ploquin**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans une Note antérieure, j'ai montré que la méthode de Wheland-Pauling, pour le calcul des densités électroniques au voisinage de chaque atome nucléaire dans la pyridine, conduisait à une valeur du moment dipolaire trop élevée. Cela tient en partie aux hypothèses formulées par les auteurs américains. Mais si l'on fait intervenir, non seulement une influence inductive ($d_2 = d_6$) sur les atomes en ortho par rapport à l'atome hétérocyclique perturbateur (d_1), mais aussi une influence d_4 sur l'atome en para, on peut alors calculer la répartition des charges suivantes :

$$C_N = C_1 = e\left(1 + \frac{43}{108} d_1 - \frac{34}{108} d_2 - \frac{11}{108} d_4\right),$$

$$C_\alpha = C_2 = C_6 = e\left(1 - \frac{17}{108} d_1 + \frac{44}{108} d_2 + \frac{1}{108} d_4\right),$$

$$C_\beta = C_3 = C_5 = e\left(1 + \frac{1}{108} d_1 - \frac{28}{108} d_2 - \frac{17}{108} d_4\right),$$

$$C_\gamma = C_4 = e\left(1 - \frac{11}{108} d_1 + \frac{2}{108} d_2 + \frac{43}{108} d_4\right).$$

Supposer $d_4 \# d_2 = d_6$ traduit bien une propriété essentiellement aromatique. On retrouve alors la polarisation alternée des atomes nucléaires :

$$C_N = e\left(1 + \frac{43}{108} d_1 - \frac{45}{108} d_2\right) = C_N^0 - E,$$

$$C_2 = e\left(1 - \frac{17}{108} d_1 + \frac{45}{108} d_2\right) = C_2^0 + E,$$

$$C_3 = e\left(1 + \frac{1}{108} d_1 - \frac{45}{108} d_2\right) = C_3^0 - E,$$

$$C_4 = e\left(1 - \frac{11}{108} d_1 + \frac{45}{108} d_2\right) = C_4^0 + E.$$

D'où l'on déduit pour le moment électrique :

$$\mu = \left(\frac{36}{108} d_1 + \frac{36}{108} d_2 - \frac{36}{108} d_4\right) 2ae = \frac{2ae}{3} d_1,$$

([1]) H. Sack, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 833-835 ; 224, 1947, p. 932-934 ; *C. R. Congrès Technique International de l'Industrie des Peintures et des Industries associées*, Paris, 1947 (sous presse).

([1]) Séance du 12 janvier 1948.

ou

$$\mu = 2,3 d_1 \quad (^2),$$

(1) $$\mu = \mu_{exp} = 2,23 d_1.$$

L'équation (1) permet de définir d_1. Dans le cas de la pyridine, il faut prendre $d_1 = 1$.

Pour déterminer d_2, il suffit d'exprimer que la molécule dans son ensemble est désactivée au profit de N et que les atomes 3 et 5 sont les moins altérés. D'où :

$$\frac{1}{45} < \frac{d_2}{d_1} < \frac{4}{30} \quad (^3).$$

La valeur moyenne $d_2/d_1 = 7/90$ est assez voisine de celle admise intuitivement par Wheland et Pauling (1/10), mais elle semble conduire à une densité électronique en 4 trop voisine de celle en 3 ou 5 et un peu trop différente de celle en 2 et 6. La valeur $d_2/d_1 = 1/20$ lui semble préférable :

	$d_2 : d_1 = 1/10.$	$d_2 : d_1 = 1/20.$
C_N..............	1,357.e	1,38 .e
C_2..............	0,885.e	0,863.e
C_3..............	0,968.e	0,989.e
C_4..............	0,938.e	0,918.e

En comparant avec les valeurs données antérieurement, on voit que faire intervenir d_4 accentue les différences entre les densités électroniques. Les positions 2 et 6 sont les plus désactivées, ensuite le carbone 4 puis les atomes 3 et 5; d'une façon générale (pour les réactifs électrophiles) C_3 et C_5 sont plus actifs que C_4, C_2 ou C_6.

Toutefois au point de vue chimique, il ne faut pas chercher dans ces calculs une prévision précise des réactivités, mais seulement de l'orientation des substitutions; en effet, on considère ici la molécule dans son état fondamental le plus stable (on associe les électrons aux valeurs de l'énergie données par l'équation séculaire, en commençant par les plus faibles), alors que la molécule est dans un état énergétique supérieur au moment où elle entre en réaction. C'est vraisemblablement là qu'il faut chercher la petite correction nécessaire pour expliquer que C_2 et C_6 sont plutôt plus réactifs que C_4, alors que les calculs précédents semblent indiquer le contraire. Ces réserves faites, ces résultats sont valables pour la molécule considérée isolément, et c'est ce qui nous a conduit à faire intervenir le moment dipolaire, dont la mesure ne change pas l'état énergétique de la molécule.

---

(2) Il est remarquable que le moment électrique ne dépende que de d_1 qui caractérise l'affinité électronique de l'élément perturbateur et non des effets inductifs. Il y a peut-être là une possibilité de classification des moments électriques des molécules perturbées en fonction de l'affinité électronique des groupements perturbateurs.

(3) Ces conditions remplacent les conditions de Wheland et Pauling $1/28 < d_2/d_1 < 1/4$.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur l'inflammabilité des mélanges de cyanogène et d'air: influence de l'humidité.* Note de **MM. Guy Pannetier** et **Paul Laffitte**, présentée par M. Paul Pascal.

A la suite d'études spectrographiques récentes (1) sur la flamme des mélanges de cyanogène et d'oxygène, additionnés ou non d'hydrogène ou de vapeur d'eau, et ayant permis de mettre en évidence des réactions entre les radicaux C_2 ou CN d'une part et l'hydrogène atomique ou l'oxhydrile d'autre part, nous avons exécuté les recherches rapportées dans la présente Note et dont certains résultats peuvent être interprétés par les réactions précédentes.

Nous avons étudié les limites d'inflammabilité des mélanges de cyanogène et d'air que l'on n'avait jusqu'ici mesurées que dans un cas particulier [récipient de petites dimensions avec inflammation centrale (2)]. Nos déterminations ont été faites à 20° C. dans des tubes en pyrex de 60^{cm} de longueur et de diamètres variant de 15 à 35^{mm}. Avant l'introduction du mélange gazeux on y réalisait un vide de 10^{-3} mm de mercure. L'inflammation était provoquée par une étincelle électrique toujours identique à elle-même et jaillissant (à une des extrémités du tube placé verticalement) entre deux électrodes de tungstène distantes de 4 à 5^{mm}.

Avec du cyanogène pur et sec et de l'*air humidifié* (1,7 % de vapeur d'eau environ), les valeurs obtenues (% C_2N_2) pour la limite inférieure (L_i) et pour la limite supérieure (L_s) sont rassemblées dans le tableau suivant :

Diamètre (mm).	Propagat. ascendante. L_i.	L_s.	Propagat. descendante. L_i.	L_s.
15.......	7,1	28,35–29,3	7,25	26,2–26,7
20.......	6,55	29,0 –30,1	6,70	27,3–27,9
25.......	6,3	29,8 –31,0	6,45	28,2–28,7
35.......	6,15	30,8 –32,0	6,4	30,1–30,6

Pour les limites supérieures, deux valeurs sont portées sur ce tableau. En dessous de la plus faible, la flamme se propage toujours dans le mélange; elle ne s'y propage jamais au-dessus de la plus élevée. Entre les deux il n'y a pas inflammation si le vide de 10^{-3} mm a été maintenu dans le tube pendant au moins 15 minutes avant l'introduction du mélange. Si, après cet essai négatif, on fait dans le tube un vide de 10^{-2} mm et si l'on y introduit un mélange identique à celui qui ne s'était pas enflammé précédemment, l'inflammation a alors

(1) G. Pannetier et A. G. Gaydon, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1300.

(2) E. Berl et K. Barth, *Z. Elektrochem.*, 39, 1933, p. 74.

lieu dès que jaillit l'étincelle et la flamme se propage sur toute la longueur du tube.

Si l'on opère avec du cyanogène et de l'air *desséchés* par contact d'au moins 24 heures avec de l'anhydride phosphorique, on obtient les résultats rassemblés dans le tableau suivant :

Diamètre (mm).	Propagat. ascendante.		Propagat. descendante.	
	L_i.	L_s.	L_i.	L_s
15.......	17,25	29,2–30,1	17,7	26,2 –26,6
20.......	18,0	28,0–28,8	18,5	25,35–25,8
25 } 35 }.....		Pas d'inflammation		

On peut d'abord faire, dans ce cas et pour les limites supérieures, les mêmes observations que précédemment dans le cas des mélanges humides. De plus, au voisinage des limites (et surtout pour les mélanges ininflammables) on observe dans la région des électrodes, et dans certains cas sur toute la longueur du tube, des particules lumineuses extrêmement brillantes et subsistant 4 à 10 secondes; il s'agit très probablement de particules de carbone provenant d'une dissociation du cyanogène. On voit enfin sur le tableau précédent que l'étendue du domaine d'inflammabilité *décroît* lorsqu'on augmente le diamètre du tube, les deux limites se rapprochent l'une de l'autre; et, à partir du diamètre de 25^{mm} les mélanges, quelle que soit leur composition, sont *ininflammables*. En remplaçant l'étincelle d'allumage par un filament de tungstène porté au rouge vif par un courant électrique, l'inflammation est possible pour le tube de 25^{mm} de diamètre, mais la détermination précise des limites est impossible; on peut seulement affirmer qu'au-dessous de 19 % et au-dessus de 26 % de cyanogène les mélanges sont ininflammables. Mais à l'intérieur de ce domaine, et après un retard pouvant atteindre 30 secondes après le passage du courant dans le filament d'allumage, il se produit brusquement une explosion extrêmement violente présentant les caractères d'une détonation et non d'une déflagration; en particulier le tube est entièrement pulvérisé en très petits éclats.

Pour interpréter une influence aussi importante de l'humidité sur l'inflammabilité du cyanogène, on est évidemment conduit à admettre que les mécanismes des réactions sont entièrement différents suivant que le mélange est desséché ou non. Des schémas réactionnels tels que ceux qui ont été rappelés au début de cette Note doivent intervenir. Mais la complexité des phénomènes (influence considérable des parois pour les mélanges secs) conduit à supposer que ce ne sont certainement pas les seuls.

CHIMIE ORGANIQUE. — *La liaison* C-H *dans les acides aliphatiques supérieurs.* Note [1] de M. **Jean Moretti**, présentée par M. Marcel Delépine.

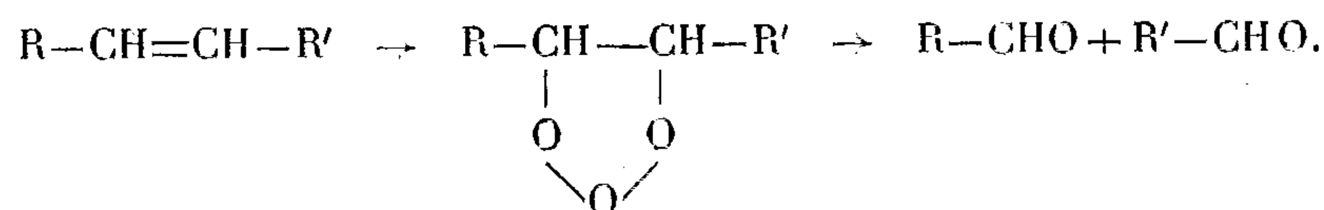
Dans une précédente Note [2] j'ai montré que le Ni de Raney, chauffé avec les acides gras, donnait lieu à une réaction complexe fournissant entre autres produits 5 à 6 % d'acide déshydrogéné et 25 % environ de carbures correspondants, dont les 2/3 ne sont pas saturés. Je me suis proposé de déterminer la place qu'occupe la double liaison dans les acides et les carbures déshydrogénés; aussi ai-je isolé ces corps de la façon suivante.

Le mélange réactionnel est extrait au Soxhlet avec de la benzine, pour en enlever le Ni. Après élimination de ce solvant, une distillation sous pression réduite fournit un mélange de carbures et d'acides (saturés et non saturés) que l'on sépare en utilisant l'insolubilité des sels de Na des acides gras dans l'éther : les carbures seuls passent en solution et peuvent être isolés à l'état pur. Les sels de soude traités par HCl en solution aqueuse fournissent un mélange d'acides saturés et éthyléniques.

J'ai séparé carbures et acides non saturés de leurs isologues, auxquels ils sont respectivement mélangés, grâce à leurs dérivés bromés que l'on obtient en ajoutant peu à peu au mélange une solution de brome dans le tétrachlorure de carbone. On élimine le solvant, on distille sous pression réduite (0^{mm}, 1 Hg); la substance saturée distille seule sans que se décompose le dérivé bromé qui reste dans le ballon.

Pour débromer, j'ai chauffé, selon une méthode connue [3], le dérivé bromé avec de la poudre de zinc au sein de l'alcool. On isole ainsi les carbures non saturés et les acides éthyléniques obtenus dans la déshydrogénation. Le dosage du brome dans les dérivés bromés indique qu'il s'agit de composés mono-éthyléniques.

Pour déterminer la place de la double liaison dans les produits ainsi obtenus, j'ai formé leurs ozonides. Chauffé avec de l'eau, l'ozonide se détruit, la chaîne se coupe entre les deux carbones qui étaient unis par la double liaison :



J'ai oxydé les deux aldéhydes obtenus en les chauffant pendant 3 heures avec de l'eau oxygénée; ce traitement fournit, dans le cas des carbures deux monoacides, dans le cas des acides, un monoacide et un diacide.

---

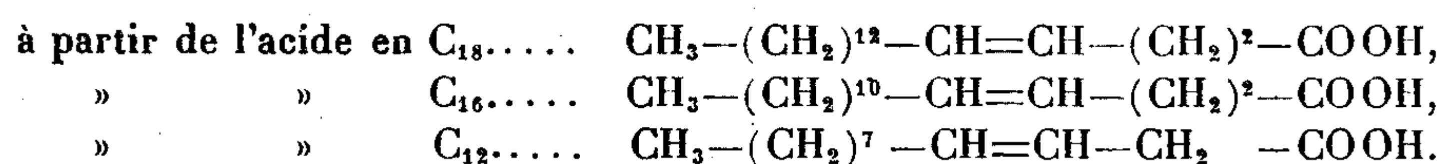
(1) Séance du 19 janvier 1948.

(2) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 188.

(3) E. Erdmann et F. Bedfort. *Ber. d. Chem. Gesels.*, 42, 1909, p. 1324-1344.

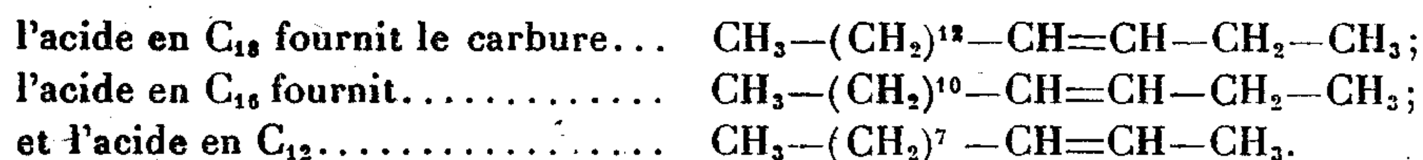
J'ai identifié les acides provenant de la coupure par ozonisation en déterminant leur poids moléculaire (neutralisation) et leur point de fusion (diacides) ou celui de leur anilide (monoacide).

Les produits obtenus par cette ozonolyse montrent que : l'acide stéarique et l'acide palmitique se déshydrogènent en position 4-5, l'acide laurique en position 3-4. On obtient donc des produits ayant les formules suivantes :



à partir de l'acide en C_{18}..... $CH_3-(CH_2)^{12}-CH=CH-(CH_2)^2-COOH$,
» » C_{16}..... $CH_3-(CH_2)^{10}-CH=CH-(CH_2)^2-COOH$,
» » C_{12}..... $CH_3-(CH_2)^7-CH=CH-CH_2-COOH$.

Dans les carbures, la double liaison occupe la même place que dans les acides correspondants, compte tenu du carboxyle disparu :



l'acide en C_{18} fournit le carbure... $CH_3-(CH_2)^{12}-CH=CH-CH_2-CH_3$;
l'acide en C_{16} fournit............. $CH_3-(CH_2)^{10}-CH=CH-CH_2-CH_3$;
et l'acide en C_{12}.................. $CH_3-(CH_2)^7-CH=CH-CH_3$.

Carbures et acides éthyléniques obtenus dans la déshydrogénation se correspondent donc : cela confirme le mécanisme que j'ai exposé précédemment ([2]). Le carbure éthylénique provient de l'acide éthylénique correspondant, soit directement par perte de CO_2, soit indirectement : l'hydrogène libéré par la réaction réduit l'acide éthylénique en aldéhyde et alcool qui, ensuite, se décarbonylent au contact du Ni. La prédominance du CO dans les gaz montre que c'est surtout ce deuxième mécanisme qui est réalisé. D'ailleurs, si le carbure éthylénique provenait de la déshydrogénation d'un carbure saturé, il serait déshydrogéné en alpha ([4]), et, de plus, les gaz contiendraient une bien plus grande quantité de CO_2 puisque ce gaz se produit lors de la formation du carbure saturé par décarboxylation de l'acide.

Cette étude, en outre, situe la zone du minimum d'affinité de la liaison C — H dans les acides gras. Étant données les conditions expérimentales (basse température, catalyseur très actif), les 2H enlevés à la chaîne hydrocarbonée sont certainement ceux dont le couple possède l'énergie de liaison minimum.

L'isomérisation est peu à craindre. D'ailleurs, si elle se produisait, elle amènerait finalement la double liaison à sa place de stabilité maximum, donc, comme le montre la Thermodynamique, à l'endroit où les H ont la moindre énergie de liaison.

Il est remarquable que la déshydrogénation se produise à peu de distance du carboxyle et non vers le centre de la chaîne. Ce résultat était du reste à prévoir, car la double liaison centrale (en position 9 — 10 par exemple dans l'acide oléique) est instable et se déplace aisément sous des influences relativement minimes.

([4]) Suen et Fan, *J. Am. Chem. Soc.*, 65, 1943, p. 1244.

Ainsi se trouve déterminée, au moins dans les conditions de ce travail, la paire d'atomes d'hydrogène la moins liée aux carbones correspondants. Ce résultat permettra peut-être de faciliter les calculs relatifs à la structure des longues chaînes hydrocarbonées et aussi la tâche de ceux qui poursuivent la déshydrogénation industrielle des corps gras, problème de grande importance.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Isomérisation de glycols α-éthylénique et α'-éthylénique ou arylé sous l'influence du nickel de Raney*. Note [1] de MM. **Joseph Wiemann** et **Georges Laude**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'un de nous a montré que le dipropénylglycol peut être isomérisé sur un catalyseur mixte cuivre-thorine en donnant suivant les conditions soit surtout le dibutyryle, soit en même temps le butyrylepropénylcarbinol [2]; un travail d'ensemble sur l'isomérisation des glycols α.α'-diéthyléniques symétriques ou dissymétriques facilement accessibles [3] n'a pu être poursuivi; mais nous avons étudié cette transposition en utilisant le nickel de Raney; on connaît, en effet, les résultats obtenus dans ce domaine pour les alcools α-éthyléniques [4]; la réaction s'effectue ici par simple distillation sous pression réduite sur le catalyseur. Les résultats obtenus sont les suivants :

Glycols symétriques. — Le dipropénylglycol donne très facilement le dibutyryle $É_{11}$ 58-58°,5; les constantes sont celles déjà signalées [2], la dioxime nous a donné F 179, 8-180°,5 (non corrigé); Blaise indique 181-182° [5]. Les rendements obtenus sont 30 % en dibutyryle, on retrouve 30 % de dipropénylglycol inaltéré; mais il se forme en même temps de l'ordre de 15 % de propénylbutyryle carbinol, caractérisé comme il a été dit [2]. Le divinylglycol donne l'isomérisation avec beaucoup plus de difficulté; il se forme environ 20 % de dipropionyl $É_{760}$ 129°, dioxime F 185-185°,5. E. Urion [6] mentionne $É_{760}$ 130°, et F 185°; le cétol semble se former ici en quantités très faibles; mais on retrouve près de 75 % de glycol inaltéré.

Glycols dissymétriques. — Le vinylpropénylglycol s'isomérise plus facilement que le composé précédent; mais contrairement à ce que nous attendions le cétol se forme aussi en quantité très faible et nous avons obtenu la dicétone, caractérisée par son point d'ébullition et le point de fusion de la dioxime qui est 165,1-165°,3; on donne 168° et 172° [7].

---

(1) Séance du 19 janvier 1948.

(2) L. Martineau et J. Wiemann, *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 243.

(3) J. Wiemann, *Ann. Chim.*, [11], 5, 1936, p. 267.

(4) R. Paul, *Bull. Soc. Chim.*, [5], 7, 1940, p. 337.

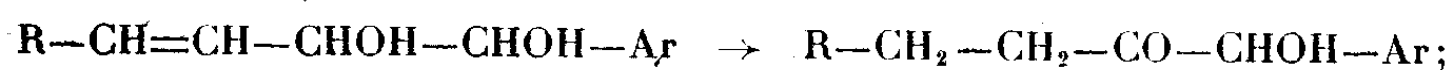
(5) E. E. Blaise, *Comptes rendus*, **176**, 1923, p. 1150.

(6) *Ann. Chim.*, [11], **1**, 1934, p. 54.

(7) Y. von Braum et G. Manz, *Ber.*, **67**, 1934, p. 1700.

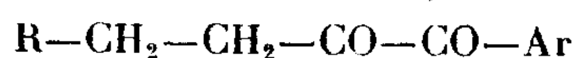
La transposition du phénylpropénylglycol a été étudiée plus en détail; en variant les conditions d'expérience, on a pu avoir jusqu'à près de 40 % de phénylbutyrylcarbinol; il se forme moins de dicétone. Phénylbutyrylcarbinol $C_{11}H_{14}O_2$, $É_{13}$ 131-133°; $d_4^{18°5}$ 1,0536; $n_D^{18°5}$ 1,522; R. M. trouvé 51,52, calculé 50,93; C % calculé 74,15, trouvé 73,33; H % calculé 7,86, trouvé 8,10; semicarbazone $C_{12}H_{17}N_3O_2$, F 157-158° (C % calculé 61,27, trouvé 60,35; H % calculé 7,23, trouvé 7,53); Tiffeneau et Mlle J. Lévy (8) donnent $É_{28}$ 159-162°; d_0 1,064; semicarbazone F 157-158°. La dicétone se produit ici par déshydrogénation de l'alcool précédent; elle a été caractérisée, en effet, par les données suivantes correspondant bien au butyrylbenzoyl $C_{11}H_{12}O_2$, $É_{14}$ 122-123°; $d_4^{18°5}$ 1,0349; $n_D^{18°5}$ 1,5215; R. M. trouvé 52,41, calculé 49,88; C % calculé 75,0, trouvé 74,1; H % calculé 6,81 %, trouvé 6,66 %; bisemicarbazone $C_{13}H_{18}N_6O_2$ F 253-254° (C % calculé 53,79, trouvé 52,3; H % calculé 6,2, trouvé 6,7; N % calculé 28,9, trouvé 28,7).

En résumé l'isomérisation des glycols α.α′-diéthyléniques par simple distillation sur le nickel de Raney donne facilement les dicétones correspondantes; dans le cas des glycols α-éthyléniques, α′-arylé, on passe facilement par isomérisation au cétol saturé correspondant, selon le schéma



$$R-CH=CH-CHOH-CHOH-Ar \rightarrow R-CH_2-CH_2-CO-CHOH-Ar;$$

mais ensuite par déshydrogénation l'obtention de la dicétone



$$R-CH_2-CH_2-CO-CO-Ar$$

est plus difficile.

Les détails expérimentaux et les variations dans les rendements avec les conditions expérimentales seront donnés dans un autre recueil.

PÉDOLOGIE. — *La différenciation de l'illite et de l'attapulgite sur les diagrammes aux rayons X des fractions argileuses des sols.* Note de **M. Roger Michaud**, présentée par M. Charles Mauguin.

La méthode des croûtes d'argile préparées par sédimentation et dessiccation (1) permet de différencier, par les diagrammes de diffraction aux rayons X, les minéraux argileux purs (2), en particulier l'illite de l'attapulgite. Cette différenciation devient difficile quand on a affaire à des fractions argileuses de sols agricoles susceptibles de contenir un mélange de ces deux minéraux, à faible teneur en attapulgite.

En effet : 1° les diagrammes X (en particulier ceux des sols méditerranéens que nous étudions) sont peu nets au delà de 2,5 à 3 Å, de sorte que cette

(8) *Bull. Soc. Chim.*, [4], 37, 1925, p. 1250.

(1) *Comptes rendus*, R. Michaud, 220, 1945, p. 53; R. Michaud, R. Cerighelli et G. Drouineau, 222, 1946, p. 94.

(2) A. Rivière, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 16, n°s 7-8-9, p. 463.

région extérieure ne peut pas servir à l'identification; 2° les raies (200) et (130), à 6,44 et 5,42 Å respectivement, spécifiques de l'attapulgite, sont faibles et disparaissent rapidement quand la teneur en ce constituant diminue; 3° les raies intenses à 10 Å environ se recouvrent trop pour qu'on puisse les utiliser à la distinction des deux constituants; 4° la longueur même de la raie à 10 Å environ (petit arc pour l'illite pure, cercle presque complet pour l'attapulgite pure) dépend trop de différents facteurs (dispersion des orientations etc.) pour servir de critère dans le cas d'une faible teneur en attapulgite.

Pour nous rendre compte de la précision atteinte, nous avons pris des diagrammes de mélanges synthétiques d'illite pure du Pays de Galles et d'attapulgite pure de Géorgie. Quand la teneur en attapulgite du mélange diminue à partir de 100 % : 1° le *faciès attapulgique* du diagramme disparaît vers 35 % d'attapulgite; 2° les raies (200) et (130) de l'attapulgite cessent d'être visibles à 25 % de ce constituant; 3° le cercle de l'attapulgite, à 10 Å environ, disparaît sur les diagrammes obtenus avec une croûte fixe orientée à 60° par rapport au faisceau incident, ou est réduit à un arc trop petit pour permettre l'identification certaine de l'attapulgite quand la teneur en celle-ci descend jusqu'à 15 % environ.

L'examen habituel ne permet donc pas de déceler moins de 15 % d'attapulgite en présence du complément à 100 % en illite.

Nous avons cherché à augmenter cette sensibilité en séparant les raies à 10 Å des deux constituants.

Pour réaliser cela, il suffit d'opérer avec une croûte d'argile, non plus verticale, mais horizontale, les plans de sédimentation étant parallèles à la ligne équatoriale du diagramme. Dans ces conditions, l'arc court d'illite est reporté aux pôles du diagramme (il reste bien visible, malgré l'élargissement des raies dans cette région, puisque la proportion d'illite est importante, par hypothèse) et ne masque plus l'arc allongé d'attapulgite, qui apparaît dans la région équatoriale du diagramme.

Moyennant cet artifice, on arrive à déceler encore 5 % d'attapulgite en présence de 95 % d'illite.

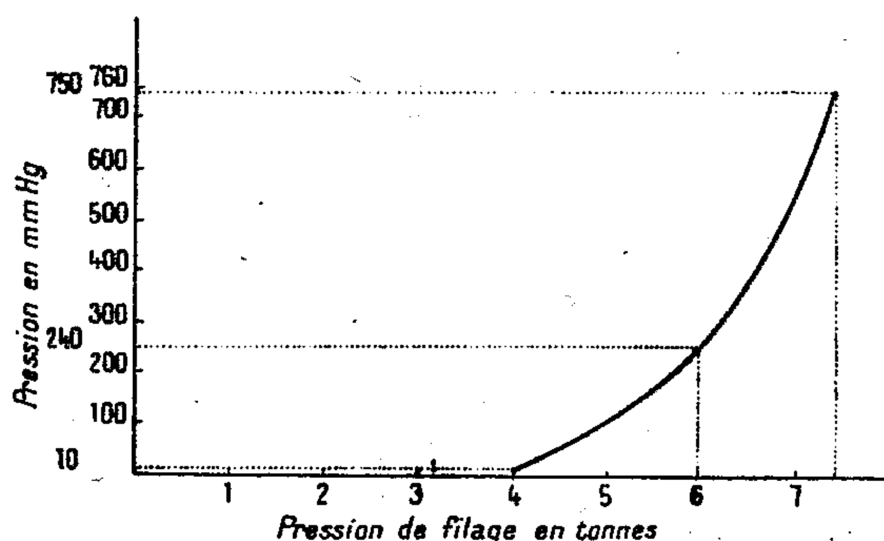
CÉRAMIQUE. — *Rôle des phénomènes de mouillabilité dans l'industrie céramique.* Note [1] de M. **René Lecuir**, présentée par M. Paul Pascal

J'ai exposé dans une Note précédente la formation d'une structure orientée dans les poudres pressées. La plasticité des compositions utilisées dans la technique du filage céramique doit être plus élevée que celle des poudres, pour permettre à la masse de prendre un mouvement continu d'écoulement.

[1] Séance du 5 janvier 1948.

Tresca a montré que ce mouvement présentait alors une direction privilégiée, parallèle à la direction de l'écoulement. Le retard pris par les couches proches des parois en raison des frottements est insuffisant pour l'assurer. Il ne se produit qu'autant qu'un étranglement suffisant de l'orifice de la filière vient épauler ces frottements. J'ai constaté alors ce pivotement d'une direction privilégiée de la masse, horizontale à la surface du piston, verticale à l'extrémité de la filière.

Ces conditions remplies, j'ai pu étudier le rôle de la désaération des pâtes céramiques au cours du filage. On attribue généralement à cette opération un rôle favorable en rapport avec la tension de vapeur de l'eau de la pâte sous vide. J'ai constaté que la pression nécessaire, pour la filière utilisée, diminuait en fonction du vide plus ou moins poussé existant avant la mise en charge du piston, suivant la courbe ci-dessous.



J'ai alors substitué à la suspension argileuse une pâte thixotropique dont le liquide de suspension était l'huile de vaseline, c'est-à-dire remplacé l'eau de l'expérience précédente par un liquide sans tension de vapeur dans les conditions de l'expérience. Le vide n'exerce plus alors aucune action.

Par contre, un broyage prolongé, ou mieux, plusieurs passages successifs dans la filière, ont alors un effet analogue à celui du vide sur les suspensions aqueuses. La pression nécessaire au filage diminue dans des proportions analogues.

Ces actions mécaniques ont pour effet d'accroître les contacts entre le liquide et la poudre et de parfaire le mouillage de la poudre par le liquide.

La vapeur d'eau, formée sous l'action du vide, devient saturante sous l'effet de la pression, déplace les gaz absorbés en se condensant à la surface des grains, et cette action est beaucoup plus importante que la simple élimination de l'air occlus entre les grains. Le mouillage des grains de la poudre, la diminution des frottements qui en résultent se traduisent par un net accroissement de la plasticité.

Le pourrissage des argiles, c'est-à-dire la plasticité accrue qu'entraîne un séjour prolongé à l'humidité, doit être également expliqué par une action de mouillage.

En fait, cette condition est toujours réalisée plus ou moins consciemment dans l'industrie céramique. L'extrême hygroscopicité de l'argile et le rôle d'agent mouillant de l'acide humique l'assurent dans la céramique classique. J'ai montré son importance dans l'agglomération des poudres et cette condition de mouillabilité se trouve encore respectée dans le procédé de coulage des oxydes purs dû à G. Schwerin, où la réalisation d'une suspension stable est obtenue par la fixation d'ions à la surface des grains de la poudre.

Le mouillage des grains de la poudre utilisée doit être considéré comme le principe premier et nécessaire de tout traitement céramique.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence d'un noyau anticlinal devillien près de Neuve-Forge, dans le Massif cambrien de Rocroi.* Note [1] de M. **Gérard Waterlot**.

J'ai pu montrer [2] que le Massif cambrien de Rocroi correspond à un bassin synclinal complexe de Revinien, à flanc sud renversé, bordé de part et d'autre par le Devillien, et dont on peut attribuer la structure dans ses traits essentiels, à l'orogénèse calédonienne. Les plissements hercyniens, plus doux, ont au contraire plié l'aire synclinale en une voûte anticlinale dissymétrique dont on retrouve l'axe au milieu du Massif et au cœur de la masse revinienne. Cet axe est nettement visible à l'extrémité orientale du Massif, à Louette-Saint-Pierre, où le pli affecte à la fois le Cambrien et les couches dévoniennes limitrophes. Au même pli, j'ai attribué la réapparition des couches vertes devilliennes dans la région d'Eteignières, au sein de la forte masse de schistes noirs, reviniens. La raison en était que ces deux ondes anticlinales extrêmes pouvaient être considérées comme la manifestation d'un même pli parce qu'une troisième onde analogue, celle d'Anchamps, marquée par la réapparition en sens inverse de roches éruptives interstratifiées et de nature différente, se place exactement sur cet alignement général.

Une découverte récente confirme manifestement cette opinion et a des conséquences tectoniques et stratigraphiques importantes. Sur la rive gauche du ruisseau de Faux, à flanc de coteau et à 400^{m} au nord-ouest du hameau de Neuve-Forge, de grands travaux ont mis à jour une bande de 80^{m} de largeur occupée par des quartzites gris clair ou blancs, des schistes verts et même des fragments de schistes bleus ardoisiers. Ces roches proviennent de la tête des bancs plus ou moins disloqués mais en place. A 20^{m} plus au Nord, on observe de nouveau les mêmes roches suivant une bande plus mince. Le faciès est celui

(1) Séance du 19 janvier 1948.

(2) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 139 et p. 281; *Bull. Carte Géol. Fr.*, 39, 1937, p. 77 à 131; *Bull. Soc. Géol. Fr.*, (5), 15, 1945, p. 3 à 44.

du Devillien ardoisier, et je n'hésite pas à rapporter à cet étage les schistes verts et quartzites clairs observés. En effet, et en confirmation de cette opinion, on observe, au nord et au sud de ces deux îlots, comme entre eux deux, des schistes gris parfois rubanés et des quartzites gris sur une distance de 15 à 20^m avant de constater la présence définitive des schistes et quartzites noir franc du Revinien; ceci représente la zone de transition qui, ainsi que je l'ai montré ([3]), existe partout entre les deux étages devillien et revinien. Il s'agit donc ici du sommet d'un anticlinal, lui-même plissé, qui remonte au jour le Devillien vers le milieu de la bande de Revin, exactement comme à Éteignières.

Au nord de cette zone devillienne, dans les schistes noirs du Revinien inférieur, le gîte de diabase n° 38 de J. Gosselet ([4]) n'est pas simple; c'est en réalité un niveau double qui se répète par deux plis de sens contraire donnant un tracé apparent de six bandes. Au sud, entre la zone devillienne de Neuve-Forge et le hameau de Vieille-Forge, j'ai observé le passage de quinze bandes de diabase sans pouvoir juger de la valeur des ondes successives qui, à l'exemple du gîte n° 38, affectent certainement certains niveaux. D'ailleurs, ce secteur appartient au synclinal des Mazures puisque le Devillien de la bande de Rimogne-Deville réapparaît à 800 mètres au sud de Vieille-Forge; la répétition des filons-couches de roches éruptives est donc certaine. Alors que, au nord de la zone devillienne de Neuve-Forge, la direction des bancs s'opère vers l'est — 20° sud, au midi de la même zone, l'orientation se fait à l'est —20° nord. Cette observation prouve l'ennoyage à l'orient du pli anticlinal principal de Neuve-Forge.

Le Devillien d'Eteignières, celui de Neuve-Forge, l'onde d'Anchamps et celle de Louëtte-Saint-Pierre, qui intéresse aussi le Dévonien, sont quatre plis anticlinaux équidistants et parfaitement alignés. Ils se situent bien en conséquence sur l'axe anticlinal principal hercynien de l'Ardenne qui a remonté suivant cette direction le synclinorium de Revin d'âge calédonien, ayant ainsi tendance à le partager en deux cuvettes distinctes, au moins dans le secteur occidental de la Meuse. Par suite, le Revinien inférieur affleure largement vers le milieu de la bande de Revin jusqu'à l'approche des rives de la Meuse. L'axe anticlinal hercynien de l'Ardenne présente ainsi dans le Massif de Rocroi au moins deux zones de culmination, l'une à Éteignières et l'autre à Neuve-Forge, correspondant à des ondes positives transverses. La disposition des noyaux devilliens amenés au jour par cette tectonique et le passage graduel des sédiments devilliens aux roches reviniennes s'opposent à la conception purement théorique du recouvrement d'un Devillien autochtone par une lame énorme de charriage, d'origine lointaine, constituée par des roches reviniennes ([5]).

([3]) *Ann. Soc. Géol. Nord*, 67, 1947 (à l'impression).
([4]) *L'Ardenne* (*Mém. Carte géol. Fr.*, 1888, Pl. IV).
([5]) R. Anthoine, *Mém. Acad. Roy. Belg.*, 12, 1940, fasc. 4.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les divers modes de condensation de la vapeur d'eau atmosphérique*. Note [1] de M. **Henri Dessens**, présentée par M. Charles Maurain.

On tend à admettre que la production de la pluie exige l'existence de *noyaux de sublimation* sur lesquels la vapeur d'eau se condenserait à l'état solide. Les plus simples à concevoir sont constitués par des cristaux de glace (hexagonaux).

Or, les noyaux de condensation dont l'existence, la nature et les propriété ont été étudiées directement [2] sont constitués par une gouttelette de solution de chlorure de sodium. Le nombre par centimètre cube des gouttelettes dont le rayon est supérieur à 0,10 micron est comparable à celui des gouttelettes de nuages; ces rayons sont trop grands pour que la tension superficielle puisse jouer un rôle appréciable.

Par refroidissement ces noyaux-gouttelettes peuvent produire de la glace et du sel : ils sont donc susceptibles de fonctionner soit comme noyaux de condensation par leur sel hygroscopique, soit comme des noyaux de sublimation par leur glace.

D'aprés le diagramme de solubilité du chlorure de sodium, la précipitation

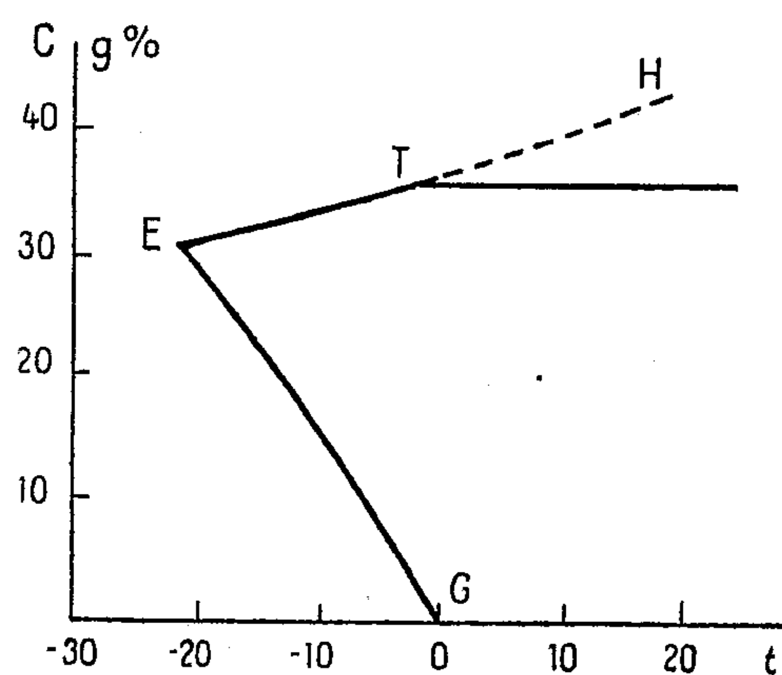


Diagramme de solubilité du chlorure de sodium.
T (— 2°, 35 %) E (— 21°, 31 %).

commence par la glace lorsque la concentration est inférieure à 31^g de sel pour 100^g d'eau; ce cas correspond à une gouttelette en équilibre dans une atmosphère dont l'humidité relative est supérieure à 0,80. Par suite du retard à la cristallisation, la goutte dont la solidification s'amorce est à une tempé-

(1) Séance du 12 janvier 1948.

(2) *Annales de Géophysique*, 3, 1, 1947, p. 68.

rature inférieure de Δt à la température de solidification commençante (— 21° à 0°) donnée par la courbe EG. Il se formera donc rapidement une masse de glace $\Delta m = m \Delta t / F$, m étant la masse de la goutte et F la chaleur de fusion de la glace; mais la solution restante n'est plus en équilibre avec l'air ambiant, puisque sa concentration a augmenté et sa tension de vapeur diminué; elle tend à condenser une masse de vapeur égale à Δm. Cette condensation libérerait une quantité de chaleur $Q' = \Gamma \Delta m$ qui est de l'ordre du 1/8 de la précédente. Ainsi, la cristallisation et la condensation étant rapides, mais non instantanées, et successives, le deuxième phénomène, dès son début, détruit l'effet du premier avant que la perte de chaleur dans l'air ambiant puisse intervenir.

La goutte peut échapper à ce processus si sa température initiale s'abaisse au-dessous de — 80° (solidification rapide de toute la goutte) ou si elle est captée par un obstacle (givrage).

Examinons le cas où l'humidité relative h reste inférieure à 0,80. La solution est sursaturée par rapport au chlorure de sodium anhydre (cubique), mais soussaturée par rapport à l'hydrate NaCl, $2H_2O$ (monoclinique). Son refroidissement, s'il ne peut favoriser la précipitation du chlorure anhrydre (solubilité variant peu avec la température), entraîne la métastabilité de la solution par rapport à l'hydrate dès que la température est devenue inférieure à une valeur, comprise entre — 2° et — 21°, donnée en fonction de la concentration par la courbe ET. Dès que la cristallisation de l'hydrate est amorcée, la solution restante, dont la concentration a diminué et dont la tension de vapeur a augmenté, tend à se vaporiser complètement; mais cette vaporisation refroidit la gouttelette et peut conduire à la formation de petits cristaux de glace faisant partie de l'eutectique si sa température s'abaisse au-dessous de — 21° : de la glace peut donc se produire avec une température ambiante comprise entre — 21° et — 2°. Si la solidification ne s'amorce que pour des températures inférieures à — 21°, le noyau complètement solidifié pourra contenir des cristaux de glace plus gros que ceux de l'eutectique.

Il est impossible de préciser au-dessous de quelle température t, comprise entre — 21° et — 2°, c'est d'abord la glace et non le sel qui tend, lorsque h augmente progressivement, à fixer la vapeur d'eau. Au-dessous de t, les cristaux de glace seuls se développent; lorsque t est dépassée, le sel devient déliquescent et le noyau présente une portion liquide collée à la glace. Mais tandis que la solution ne peut condenser continuellement de la vapeur, sa concentration étant imposée par la valeur de h, la glace peut s'accroître indéfiniment.

En résumé, les noyaux-gouttelettes sont susceptibles d'engendrer des noyaux de sublimation pour des températures de l'ordre de — 80° en air humide, ou seulement inférieures à — 2° en air sec. Les noyaux de sublimation ainsi formés peuvent former des nuages de glace avec des températures se relevant jusqu'à 0°.

BIOLOGIE. — *Mue, activité thyroïdienne cyclique et cycle des gonades chez les Oiseaux passériformes.* Note de M. **Léon Vaugien**, présentée par M. Maurice Caullery.

Chez diverses espèces d'Oiseaux passériformes sauvages, tués dans la région du Poitou à toutes les époques de l'année, j'ai étudié, parallèlement à l'évolution cyclique des gonades (¹), les changements d'état de la thyroïde. Dans toutes les espèces et dans les deux sexes, cet organe manifeste une hypertrophie fonctionnelle considérable durant une période limitée et bien déterminée de l'année, qui coïncide exactement avec la mue estivale annuelle.

Chez la Mésange *Parus major* L., le poids de la thyroïde reste *inférieur à* 1^{mg} durant toute l'année, sauf pendant les mois de juin, juillet et août. Son poids subit alors un accroissement considérable et passe *par un maximum de* 30 *à* 40^{mg} en juillet. Les premiers signes d'hypertrophie coïncident rigoureusement avec la brusque chute de poids subie par le testicule à la fin de la période printanière de reproduction (¹). Durant toute la période d'hypertrophie thyroïdienne, j'ai observé les phases successives de la mue, qui atteint les diverses plumes dans un ordre invariable et cesse totalement lorsque la thyroïde est au repos.

Chez le Pinson, dont la période de reproduction se prolonge jusqu'au 15 juillet, c'est à cette date seulement que débute l'hypertrophie thyroïdienne qui, accompagnant toujours la mue, ne prend fin qu'au début d'octobre. La concordance entre les trois phénomènes (régression testiculaire, activité thyroïdienne, mue) subsiste, malgré un notable décalage dans la saison.

De nombreux auteurs ont observé la chute des plumes de divers Oiseaux en réponse à l'administration de produits thyroïdiens et j'ai obtenu le même résultat chez divers Fringillidés en captivité. Mes observations, en conduisant à mettre la mue annuelle des adultes en relation avec un rythme fonctionnel de la thyroïde, sont en accord avec ces résultats expérimentaux.

De plus, elles suggèrent l'idée d'une liaison entre le cycle d'activité de la thyroïde et celui des gonades : d'une part, le début de la stimulation thyroïdienne coïncide avec la cessation brusque de l'activité reproductrice et endocrinienne des gonades; d'autre part, le retour de la thyroïde au repos et la fin de la mue correspondent à l'époque où, dans l'ovaire, les ovocytes du lot susceptible d'être pondu l'année suivante ont atteint une taille de 250^{μ} (¹) et où les gonades deviennent réceptrices à la stimulation lumineuse (²).

Tous ces faits sont susceptibles d'une interprétation, à la lumière d'une hypothèse que j'ai déjà émise pour interpréter des expériences d'un autre ordre (²), et suivant laquelle une hypersécrétion de thyréostimuline hypophy-

(¹) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 120.

(²) *Ibid.*, **222**, 1946, p. 926.

saire accompagnerait l'hypersécrétion de gonadostimuline au moment de la cessation de l'activité endocrinienne des gonades, à la fin de la période de reproduction annuelle.

Des observations relatives à la mue juvénile sont justiciables de la même interprétation. Les jeunes Mésanges, sortant du nid vers le 15 mai, possèdent une grosse thyroïde (30 à 40^{mg}). Le poids de cette glande demeure supérieur à 20^{mg} durant les mois de juin et juillet, puis diminue lentement pour atteindre sa valeur minima (1^{mg}) au début d'octobre. La mue juvénile, qui s'effectue entre le 1er juillet et le 1er octobre, est donc, comme la mue des adultes, liée à un état d'hypertrophie fonctionnelle de la thyroïde. Son début est sans doute déclenché par un état de réceptivité locale atteint par les premières plumes. De plus, comme la fin de la mue adulte, la fin de la mue juvénile et l'entrée en repos de la thyroïde se produisent à l'époque où les premiers ovocytes en croissance atteignent la taille au-dessus de laquelle ils sont capables de réagir à la gonadostimuline hypophysaire.

MORPHOGENÈSE. — *La genèse des organes sensoriels latéraux de la Truite* (Salmo fario-S. irideus). Note (1) de M. CHARLES DEVILLERS, présentée par M. Louis Fage.

L'intervention des nerfs latéraux dans la genèse des neuromastes des Poissons est encore discutée. Pour Auer (2) les organes de *Salmo irideus* se développent en dehors de toute intervention nerveuse; par contre Bailey (3), Mori (4) (chez *Ameiurus* et *Carassius*) et Devillers (5) (chez *Salmo fario* et *irideus*) attribuent leur formation aux fibres latérales qui, déviées vers un point quelconque de l'épithélium, y déclenchent la formation de neuromastes ectopiques.

Les auteurs ne s'accordent pas non plus sur la réalité d'un rôle trophique du système nerveux vis-à-vis des organes latéraux. Selon Brokelbank (6), Parker (7) (chez *Ameiurus*) et Mori (*Carassius*), la section du nerf latéral entraîne la dégnérescence des neuromastes; Wœllwarth, par contre, 50 jours après l'arrachement du nerf, ne constate aucune modification des organes d'*Ameiurus*. Dans le cas de la Truite, les fibres latérales paraissent bien être les *inducteurs* des neuromastes, mais on ne sait pas encore si elles contrôlent l'intégrité structurale de ces organes.

(1) Séance du 12 janvier 1948.
(2) *Arch. Entw. Mech.*, 135, 1936, p. 253-268.
(3) *J. exp. Zool.*, 76, 1937, p. 187-234.
(4) *J. Fac. Sc. Univ. Tokyo*, 2, 1931, p. 185-194 et 195-200.
(5) *Ann. Paléont.*, 33, 1947, p. 1693.
(6) *J. exp. Zool.*, 42, 1925, p. 293-303.
(7) *Amer. Natur.*, 66, 1932, p. 147-158.

Pour tenter de résoudre ce problème, des fragments d'épithélium prélevés sur des alevins à l'emplacement des futurs canaux sensoriels (épithélium sensoriel) ont été greffés en des points du corps dépourvus de nerfs latéraux, comme l'espace interorbitaire ou le sac vitellin; donneurs et hôtes étaient du même âge (1 à 14 jours après l'éclosion). Les examens effectués 10 à 40 jours après l'opération ont donné les résultats suivants : un greffon prélevé avant 10 jours ne donne jamais qu'une masse amorphe de tissu; s'il est âgé de plus de 9 jours on peut y observer des neuromastes diversement conformés, comportant des cellules de soutien et des cellules sensorielles ou seulement des éléments de soutien. Ce ne seraient pas des néoformations mais plutôt les organes originels du greffon, qui, grâce au milieu intérieur de l'hôte, auraient survécu sans toutefois poursuivre le cours de leur différenciation.

Ainsi les neuromastes doivent être achevés pour pouvoir subsister; trop jeunes et simplement ébauchés (greffons de moins de 10 jours), ils dégénèrent après rupture de leurs connexions nerveuses.

Des greffons semblables à ceux des expériences précédentes, mais insérés sur l'emplacement du futur canal supra-orbitaire, fournissent toujours, quel que soit leur âge, des différenciations complètes : portions de canaux pourvus de neuromastes et entourés d'une gaine osseuse.

Ces résultats s'expliqueraient en admettant que les organes, même rudimentaires, attirent à eux (chimiotactisme ?) les fibres latérales de l'hôte. Ces dernières, jouant un rôle trophique au moins dans les premières étapes de la formation des neuromastes, leur permettront de poursuivre leur développement comme des organes normaux. Il s'agit réellement d'une attraction exercée par les neuromastes, et non d'une rencontre fortuite des nerfs. En effet des fragments d'épithélium banal (prélevé sur le dos), d'âges variés (1 à 22 jours) et greffés dans les mêmes conditions, n'ont jamais fourni que des masses amorphes de tissu; pour que dans un tel épithélium, incapable d'attirer les nerfs, se différencient des neuromastes (cas des organes ectopiques) les fibres latérales doivent venir d'elles-mêmes à son contact; ceci peut arriver lors de la régénération d'un nerf blessé.

L'épithélium sensoriel se comporte donc comme un greffon déterminé dont les capacités se manifestent plus tôt s'il est transplanté dans le champ où il évolue normalement et où il peut rencontrer son *inducteur* qui serait le composant latéral du système nerveux; jusqu'ici rien n'a pu indiquer l'intervention d'une autre structure. Chez les Amphibiens, par contre, les nerfs sont dépourvus de rôle et la détermination, très précoce (neurula) revient au mésoderme ou à la crête ganglionnaire (Holtfreter, Bytinsky-Salz) ([8]), ([9]).

En conclusion les neuromastes de la Truite ne sont pas des autodifférencia-

([8]) *Zeits. vergl. Physiol.*, 20, 1933, p. 215-250.
([9]) *Arch. Entw. Mech.*, 138, 1938, p. 163-196 et 114, 1929, p. 593-664.

tions épithéliales, mais des différenciations provoquées par les nerfs. Ces derniers présenteraient quelques jours un rôle trophique (action possible de *l'hormone* d'Olmsted) indispensable pour permettre le plein développement de l'organe qui dégénère si cette connexion est rompue. Passé ce stade, l'intégrité structurale du neuromaste cesse d'appartenir au contrôle des fibres latérales qui peuvent être sectionnées sans dommage (cas comparable à celui des Batraciens). Un contrôle hormonal pourrait intervenir comme chez les Batraciens (Dawson) ([10]).

Les données de ce travail ne s'appliquent pas aux bourgeons du goût que May ([11]) a vu disparaître après section de leurs nerfs.

ÉCOLOGIE. — *Rapports entre la phototaxie des Termites et l'éclairement qui la détermine.* Note de M. **Gaston Richard**, présentée par M. Louis Fage.

La présente Note étudie les réactions des *larves* du Termite à cou jaune (*Calotermes flavicollis* Fab.) à la lumière. Le stimulus consiste en un *faisceau de rayons lumineux convergents*, où l'éclairement croît quand on s'éloigne de la source. Les expériences ont lieu en chambre noire.

Bien que les larves des six premiers stades soient photonégatives, placées dans le faisceau, *elles s'éloignent de la source lumineuse* et se dirigent vers le point de convergence des rayons, où l'éclairement est maximum. Les larves du septième stade (les plus âgées) deviennent photopositives lorsque la mue imaginale approche, et se déplacent cependant en sens inverse des précédentes. Si nous substituons un flux de rayons parallèles ou de rayons divergents au faisceau convergent, des résultats inverses sont observés. L'orientation des traces est alors liée au schéma conventionnel qui figure, en physique, la direction des rayons, quel que soit le gradient d'intensité : une larve photopositive se rapproche de la source lumineuse; une larve photonégative s'en éloigne.

L'éclairement au départ règle le mode de fuite : au-dessous d'une centaine de lux, les Insectes ne se déplacent que par des mouvements tournants (*cinèses simples*). Les pistes présentent des boucles, des méandres, et reviennent souvent sur elles-mêmes. Toutefois, peu à peu, la larve en expérience s'éloigne de la source lumineuse. Au-dessus de 2000 lux, les Termites fuient tous en ligne droite (*tropotaxie*). Les traces sont rectilignes, ou tout au moins très tendues. Les larves s'éloignent rapidement de la source lumineuse. Les éclairements intermédiaires provoquent toute une gamme de traces mixtes.

([10]) *J. exp. Zool.*, **74-75**, 1936-1937, p. 221-231.
([11]) *J. exp. Zool.*, **42**, 1925, p. 371-410 et *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 546.

La sensibilité des Termites à l'action orientante de la lumière augmente avec l'âge des sujets. Ainsi, une larve du sixième stade parcourt une piste rectiligne dès que l'éclairement dépasse 200 lux, alors qu'il faudra 2000 lux pour obtenir la même trace avec une larve des tout premiers stades. Ces différences de réactions motrices sont peut-être en rapport avec l'*immaturité* du système nerveux central des jeunes et avec un perfectionnement constant des récepteurs sensoriels au fur et à mesure de la croissance des Insectes.

Que l'éclairement soit fort ou qu'il soit faible, une larve donnée se déplace toujours à la même vitesse, contrairement à ce qu'on observe avec certains Insectes. Mais, bien que sa vitesse de translation reste constante, le Termite s'éloigne plus ou moins rapidement de la source lumineuse, suivant que la piste parcourue est rectiligne (forts éclairements) ou circulaire (faibles éclairements).

Pour interpréter l'ensemble des faits rapportés ici, il est nécessaire de bien séparer les deux facteurs physiques : direction des rayons lumineux et gradient d'intensité. L'étude du comportement dans un faisceau de rayons convergents permet d'assurer que le premier tient le rôle le plus important.

En effet, bien que photophobe, le Termite peut être amené, dans ce cas, à se diriger vers des régions où l'éclairement est très fort (point de convergence des rayons). L'Insecte est alors véritablement canalisé par la direction du rayonnement lumineux, sans que le gradient d'intensité joue un rôle notable (nous voyons là un critère de *phototropotaxie négative*). Le seul effet de l'éclairement stimulant est de rendre le Termite plus ou moins esclave du flux de rayons : l'animal est mieux polarisé lorsque l'intensité lumineuse au départ est forte que lorsqu'elle est faible.

CHIRURGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur l'auto-perfusion cardio-encéphalique pendant l'exclusion de la circulation intracardiaque en vue de la chirurgie des cavités du cœur.* Note de M. **Jean Kunlin**, présentée par M. René Leriche.

La chirurgie intracardiaque, à l'étude actuellement de divers côtés, n'est possible que si l'on peut ouvrir le cœur droit ou le cœur gauche à sec, c'est-à-dire qu'elle exige le blocage temporaire de la circulation dans les cavités du cœur.

Le blocage peut être réalisé par occlusion temporaire des deux veines caves et de la veine azygos ou de l'artère pulmonaire. Il a été utilisé par Mercier Fauteux qui a montré récemment que l'intervalle de sécurité était trop bref pour permettre les manœuvres projetées, à cause du risque de l'ischémie cérébrale temporaire et du danger représenté par l'arrêt de la circulation coronarienne.

Il faut donc trouver un dispositif qui assure la circulation encéphalique et la circulation coronarienne pendant la durée du blocage de la circulation intracardiaque.

Il nous a paru, au laboratoire de chirurgie expérimentale du Collège de France, qu'il devait être possible de faire, pendant l'expérience, une autoperfusion, en prenant le sang dans l'aorte et en le ramenant au bout de quelques instants là où il a été pris, pendant que les cavités seraient à sec.

L'expérience a été conçue de la façon suivante : le cœur étant mis à nu, un clamp fut placé sur l'aorte, en aval du tronc brachio-céphalique gauche. L'aorte fut ponctionnée en amont de ce clamp. Le sang fut ainsi recueilli dans un flacon à Subtosan (200 à 300$^{\text{cm}^3}$), soit 1/5 de la masse sanguine totale. Puis l'artère pulmonaire fut clampée tandis que par abaissement du flacon le sang était réinjecté dans l'aorte et par elle retournait au cerveau et au myocarde, la fermeture des valvules sigmoïdes l'empêchant de rentrer dans le cœur. Après ponction d'un des ventricules, pour en recueillir le sang restant, le ventricule fut incisé, sa cavité explorée puis le cœur fut recousu, et la circulation rétablie lentement.

Dans nos expériences, le cœur n'a cessé de battre régulièrement pendant tout l'arrêt de la circulation intracardiaque. Nous reviendrons ultérieurement sur les constatations que nous avons pu faire.

Dans les premiers essais, les animaux mouraient d'habitude par fibrillation provoquée en particulier par un retour trop rapide du sang dans l'aorte. Puis après mise au point des détails que seule l'expérience pouvait apprendre, un animal put être gardé en vie, sans dommage, après sept minutes de suspension circulatoire dans le cœur.

Voici le fait ;

Le 9 décembre 1947, *chien* n° 104, 12 kilos. — Morphine chloralose, thoracotomie gauche large. Incision du péricarde. Novocaïnisation de la base du cœur autour de l'aorte et de la pulmonaire.

Dans un flacon de sérum, on a mis 200$^{\text{cm}^3}$ de Subtosan chaud avec 20^{mg} d'héparine.

On clampe l'aorte en aval du tronc brachio-céphalique gauche. Ponction de l'aorte en amont du clamp : le sang pénètre dans le flacon à Subtosan. 200$^{\text{cm}^3}$ de sang sont prélevés sans que le cœur présente une accélération importante. La pression sanguine a baissé à la fin du prélèvement qui représente environ 1/5 de la masse sanguine totale de ce chien. On a l'impression qu'on aurait pu facilement prélever une quantité plus grande de sang.

On clampe alors l'artère pulmonaire, et le flacon est élevé à environ 70^{cm} au-dessus de l'aorte : le retour du sang mélangé au Subtosan héparinisé dans l'aorte se fait assez rapidement, environ 80$^{\text{cm}^3}$ à la minute.

Le cœur bat tranquillement à 100 à la minute environ, mais petit à petit le cœur droit commence à se dilater; ses mouvements se ralentissent et faiblissent rapidement. On le ponctionne alors, soit 2 minutes après le clampage de l'artère pulmonaire avec une aiguille de 15/10 montée sur un tube de caoutchouc. Le sang est recueilli dans un deuxième flacon.

Le cœur droit reprend petit à petit ses dimensions normales; ses battements deviennent plus énergiques. Ils reprennent leur rythme à 100 à la minute.

Au bout de 5 minutes, le grand flacon transfuseur étant vide, on enlève le clamp pulmonaire. Le cœur continue de battre régulièrement. On enlève l'aiguille du ventricule droit. Mais absorbé par l'observation des réactions du cœur, on oublie d'enlever l'aiguille de l'aorte : le flacon s'est rempli de 150$^{cm^3}$ de sang. On clampe alors à nouveau l'artère pulmonaire et l'on réinjecte le sang dans l'aorte. Une minute après le clampage pulmonaire, on ponctionne à nouveau le ventricule droit qui commence à se dilater de nouveau. Le cœur bat régulièrement. La réinjection du sang est terminée deux minutes plus tard. Ce sang assez foncé n'était pas aussi oxygéné que le premier recueilli. On lâche alors progressivement le clamp de la pulmonaire. Il y a eu en tout interruption de la circulation intracardiaque pendant plus de 7 minutes, 5 la première fois, plus de 2 la deuxième fois avec un intervalle de 1 minute. On enlève alors le clamp aortique. Un point de suture est mis sur l'aorte au niveau du trou de ponction.

Le cœur s'est sensiblement accéléré après l'ablation du clamp aortique et la pression sanguine a baissé. On injecte alors le sang recueilli dans le ventricule droit, soit environ 150$^{cm^3}$.

Fermeture du thorax. — Le pouls à l'aine est alors de 155. On injecte 280$^{cm^3}$ de Subtosan chaud après quoi le pouls est mieux frappé à 150 à la minute. La respiration est à 16 à la minute. Le chien s'est réveillé normalement. Le lendemain il est alerte, boit, mange, urine, a des selles. Il ne présente aucun trouble et est actuellement, au bout de six semaines, en bonne santé.

Il est donc possible de maintenir en état suffisant la circulation encéphalique et la circulation coronarienne par le dispositif indiqué. Les expériences se poursuivent pour mettre au point l'appareillage nécessaire.

PHYTOTHÉRAPIE. — *Sur un traitement africain de différentes affections oculaires.* Note de MM. **Joseph Kerharo** et **Armand Bouquet**, présentée par M. Joseph Magrou.

Au cours de notre Mission d'Étude de la Pharmacopée africaine (O. R. S. C.), notre attention fut attirée dès 1946 sur les guérisons obtenues en divers points de la Côte d'Ivoire par un *ouvreur d'yeux.* En 1947 nous eûmes la bonne fortune de pouvoir étudier les modalités du traitement.

Le guérisseur distingue quatre catégories de maladies oculaires : *fara, niagbé, niafi, nianïama-dimi* (dialecte malinké) correspondant plus ou moins et sous réserve de diagnostic médical ultérieur : 1° aux cataractes; 2° aux affections de la cornée; 3° aux affections du fond de l'œil et du nerf optique; 4° aux conjonctivites graves.

Quoi qu'il en soit, nous pouvons assurer, pour l'avoir constaté nous-mêmes, que des individus atteints de cécité ont pu retrouver partiellement la vue en suivant les traitements de ce *spécialiste* et nous avons en mains six dépositions d'anciens aveugles se déclarant guéris ou améliorés, dépositions prises officiellement en procès-verbal d'audition.

Les drogues et leurs préparations. — 1. Poudre noire : des graines d'*Indi gofera hirsuta*, Linn. disposées dans une boîte métallique, sont chauffées sur des braises ardentes jusqu'à carbonisation, puis porphyrisées.

2. Poudre brune : des graines d'*Entada abyssinica*, Steud, placées dans une boîte de conserve munie de son couvercle, sont mises dans la braise pour les faire éclater et porphyrisées ensuite.

3. Sève de racine de *Ficus capensis*, Thunb.

4. *Décoctions aqueuses.* — Elles sont généralement préparées avec une quantité d'eau telle que le liquide affleure la partie supérieure des matériaux tassés dans une marmite. Au bout de trois quarts d'heure d'ébullition on laisse refroidir et l'on filtre la préparation.

a. Décocté de tiges feuillées d'*Entada abyssinica*, Steud.

b. Décocté de rameaux feuillés de *Cassia occidentalis*, Linn.

c. Décocté de *Costus Afer*, Ker. ou de *C. lucanusianus*, J. Braun et K. Schum.; on emploie les tiges de l'un ou l'autre *Costus*.

d. Décocté de *Daniella Oliveri*, Hutch. et Dalz. avec feuilles et écorces.

e. Décocté de *Spondias Monbin*, Linn. avec feuilles et écorces.

f. Décocté de *Bridelia ferruginea*, Benth. ou *B. micrantha*, Baill. (indifféremment). Mettre dans le récipient une tige feuillée et les écorces d'une branche. Ajouter, outre l'eau, deux feuilles de *Daniella Oliveri*.

g. Décocté au dixième des graines d'*Indigofera hirsuta*, Linn.

h. Décocté au dixième de feuilles de *Paullinia pinnata*, Linn.

i. Décocté de *Cassia absus*, Linn., 5 à 10^{g} de graines sont mises à bouillir dans 100 à 200$^{cm^3}$ d'eau jusqu'à ce que les téguments de la graine soient bien détachés, les cotylédons mous et le liquide extractif amer.

Traitements. — 1° *Fara*. Pendant les trois premiers jours, le patient restant en *decubitus* dorsal, lui administrer matin et soir : dans le nez, poudre d'*Entada abyssinica*; dans l'œil, une poudre minérale à base de chaux dont nous connaissons la composition, et le décocté de *Cassia absus*. Entre temps, et sans arrêt, faire alterner l'instillation oculaire de jus obtenu extemporanément par torsions de tiges de *Costus* avec l'application sur les paupières de compresses chaudes de graisse de péritoine de cabri. Continuer ce traitement pendant huit jours en supprimant les compresses et en espaçant les instillations de jus de *Costus*.

A partir de ce moment, donner en gouttes dans l'œil, jusqu'à très nette amélioration, un jour décocté de *Cassia occidentalis*, le lendemain décocté de *Cassia absus*. En fin de traitement instiller dans l'œil, un jour décocté de *Costus*, le lendemain sève de *Ficus capensis*. Durant la convalescence se laver les yeux deux fois par jour avec le décocté de *Spondias*.

2° *Niagbé*. Pendant 3 ou 4 jours, mettre matin et soir dans l'œil du malade la poudre minérale et le décocté de *Costus*. Dans la semaine qui suit,

n'appliquer ce traitement que le matin et se contenter le soir de l'instillation de *Costus*. Par la suite, espacer de plus en plus les applications de poudre minérale.

3° *Niafi*. Dans le traitement d'attaque donner matin et soir : poudre d'*Entada abyssinica* dans le nez et gouttes de décocté *Cassia absus* dans l'œil. Dès que le malade commence à reconnaître la lumière, ne donner la poudre d'*Entada* qu'une fois par jour, puis n'appliquer la médication que toutes les 48 heures; donner néanmoins dans l'intervalle le décocté de *Costus* et de *Cassia occidentalis* en gouttes oculaires.

4° *Nianiama-dimi*. Matin et soir, instiller dans l'œil quelques gouttes de décocté de *Bridelia* et de *Daniella Oliveri*.

Signalons pour terminer qu'avant de mener l'enquête dont nous avons consigné les résultats dans cette Note, un féticheur Guimini nous avait indiqué pour le traitement des ophtalmies graves les instillations oculaires de jus de feuilles tiédies d'*Entada abyssinica* et des bains d'yeux avec un macéré aqueux de racines de *Costus Afer*, tandis qu'un Haoussa de Lawra (Nord Gold-Coast) nous avait vanté le jus des graines de *Cassia absus*.

Parmi les espèces précitées les éléments essentiels sont certainement les Légumineuses et ensuite une Zingibéracée (*Costus*). Il est intéressant de remarquer d'une part que A. Chevalier a déjà signalé l'utilisation au Sénégal des fruits d'*Indigofera hirsuta*, d'autre part que les graines de *Cassia absus* contiennent une toxalbumine (absine) analogue à l'abrine de l'*Abrus precatorius* utilisé au Indes pour le même but thérapeutique.

Nous apportons, pour la première fois, des indications précises sur les modalités d'un traitement indigène complet des affections oculaires, traitement dont l'efficacité ne paraît pas douteuse et qu'il conviendrait de soumettre à l'épreuve clinique, à l'expérimentation pharmacodynamique, et même à l'étude physico-chimique.

La séance est levée à 16h.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE DÉCEMBRE 1947.

Chimie organique. — I. *Généralités.* — II. *Fonctions simples*, par ALBERT KIRRMANN. Paris, Armand Colin, 1947; 2 vol. 16cm,5 (présenté par M. M. Delépine).

Technique forestière, par PHILIBERT GUINIER, AUGUSTE OUDIN, LÉON SCHÆFFER. Paris, Librairie agricole, horticole, forestière et ménagère, 1947; 1 vol. 23cm.

Résistance to tobacco mosaic virus. — I. *Resistant tobacco varietis against mosaic virus experimentally produced*, by DONTCHO KOSTOFF. — II. *Inheritance of necrotic reaction and plant breeding value of the form* Nicotiana tabacum *var.* virii, by DONTCHO KOSTOFF and RAYNA GEORGIEVA. Sofia, 1944, 1 fasc. 23cm (en langue bulgare).

Cytogenetics of the genus nicotiana, by DONTCHO KOSTOFF. Sofia, 1941-1943; 1 vol. 24cm (en langue bulgare).

Studies upon the nuclear and nucleolar cycles of development in plants, aminals and man, particulary with the reference to the aging of chromatin and other cytogenetic phenomena, by DONTCHO KOSTOFF. Sofia, 1946; 1 fasc. 23cm,5 (en langue bulgare).

Variation des hybrides végétatives chez quelques Solonaceæ, par RAYNA GEORGIEVA, in *Scientific publications*. Vol. I, n° 1. Sofia, 1947; 1 fasc. 24cm,5 (en langue bulgare).

Autotetraploid Fagopyrum esculentum and Fagopyrum tataricum plants, produced by colchicine treatment by DIMITER K. TZIKOV, in *Scientific publications*. Vol. 1, n° 2. Sofia, 1947; 1 fasc. 24cm,5 (en langue bulgare).

Centre international de synthèse. *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*. Tome I, n° 1, dirigée par PIERRE BRUNET. Paris, Presses universitaires de France, 1947; 1 fasc. 25cm,5.

Association de géographes français. *Bibliographie géographique internationale*, 1940-1944. Le-LIVe *bibliographie annuelle*, publiée par AMERICAN GEOGRAPHICAL SOCIETY, COMITATO GEOGRAFICO NAZIONALE ITALIANO, ROYAL GEOGRAPHICAL SOCIETY (London), DET NORSKE GEOGRAFISKE SELSKAB (Oslo), SOCIÉTÉ BELGE D'ÉTUDES GÉOGRAPHIQUES, SOCIÉTÉ ROYALE DE GÉOGRAPHIE D'ÉGYPTE, MAGYAR FOLDRAJZI TARSASAG (Budapest), avec le concours de la FÉDÉRATION DES SOCIÉTÉS FRANÇAISES DE SCIENCES NATURELLES, sous la direction de ELICIO COLIN. Paris, Armand Colin, 1947; 1 vol. 25cm,5 (présenté par M. Em. de Martonne).

Encyclopédie biogéographique et écologique. — II. *Observations écologiques en forêt de Basse Côte d'Ivoire*, par RENAUD PAULIAN. Paris, Paul Lechevalier, 1947; 1 vol. 25cm (présenté par M. A. Chevalier).

Encyclopédie biologique. XXV. *Le livre des plantes médicinales et vénéneuses de France*, par PAUL FOURNIER, Tome I. Paris, Paul Lechevalier, 1947; 1 vol. 25cm (présenté par M. A. Chevalier).

Diagnoses Algarum novarum post sylloges editionem descriptarum. II. *Florideæ centuria* I., par JOSEPH DE TONI. Brixiae, Typ. Artigian Sumptibus Auctoris, IX-1947; 1 vol. en feuilles, 19cm.

Gouvernement général de l'Afrique occidentale française. Carte géologique de reconnaissance à l'échelle du 500000e. Levés effectués de 1931 à 1938. *Notice explicative sur la feuille Kindia-Ouest.* Paris, Imprimerie nationale, 1946; 1 fasc. 24cm.

Idem. — Levés effectués de 1931 à 1941. *Notice explicative sur la feuille Kita-Ouest.* Paris, Imprimerie nationale, 1946, 1 fasc. 24cm.

Savoir en histoire naturelle, Vol. XIX et Vol. XX. *Ce qu'il faut savoir des maladies des plantes cultivées et de leurs ennemis. La pratique des soins à donner au Potager, au Verger, aux grandes cultures,* par JEAN LHOSTE. Tomes I et II, A.-D. et E.-Z. Paris, Paul Lechevalier, 1947; 2 vol. 19cm.

Id. — Vol. XXI. — *Ce qu'il faut savoir des plantes médicinales de France,* par R. CH. GUILLIOT. Paris, Paul Lechevalier, 1947; 1 vol. 19cm.

Institut des parcs nationaux du Congo belge. *Flore des spermatophytes du parc national Albert.* II. *Sympétales,* par Walter Robyns. Bruxelles, 1947; 1 vol. 27cm (présenté par M. R. Heim).

Caoutchouc. Cahiers I. R. C. I., Vol. I. Paris, Société d'éditions techniques coloniales (S. E. T. C. O.), 1944; 1 fasc. 27cm,5.

La mathématique et son unité. Introduction aux éléments de l'analyse et à la philosophie des sciences déductives, par GEORGES BOULIGAND et JEAN DESBATS, in *Bibliothèque scientifique.* Paris, Payot, 1947; 1 vol. 23cm.

Flore de Madagascar et des Comores (Plantes vasculaires), publiée sous les auspices du GOUVERNEMENT GÉNÉRAL DE MADAGASCAR et sous la direction de HENRI HUMBERT. 24e famille. — *Scheuchzériacées;* 25e famille. — *Alismatacées;* 26e famille. — *Hydrocharitacées;* 27e famille. — *Triuridacées;* 33e famille. — *Flagellariacées;* 34e famille. — *Restionacées;* 35e famille. — *Xyridacées;* 38e famille. — *Pontédériacées;* 39e famille. — *Juncacées;* 45e famille, — *Iridacées;* 46e famille. — *Musacées;* 47e famille. — *Zingibéracées;* 48e famille. — *Burmanniacées;* 106e famille. — *Burséracées;* 114e famille. — *Anacardiacées;* 115e famille. — *Aquifoliacées;* 116e famille. — *Célastracées;* 117e famille. — *Hippocratéacées;* 118e famille. — *Salvadoracées;* 140e famille. — *Flacourtiacées,* par HENRI PERRIER DE LA BÂTHIE. Tananarive, Imprimerie officielle, 1946; 8 fasc. 25cm.

ERRATA.

(Séance du 12 janvier 1948.)

Note de M. *André Charrueau*, Sur une transformation de contact :

Page 155, renvoi (¹), *au lieu de* 1939, *lire* 1948;

» 157, ligne 21, *au lieu de* $\mathfrak{S}_1^{-1}(O_1, O_2, \vec{I}_1, \vec{I}_2)$, *lire* $\mathfrak{T}_1^{-1}(O_1, O_2, \vec{I}_1, \vec{I}_2)$;

» » » 23, *au lieu de* $\mathfrak{S}_1(O_1, O_2, \vec{I}_1, \vec{I}_2,)$, *lire* $\mathfrak{T}_1(O_1, O_2, \vec{I}_1, \vec{I}_2,)$;

» » » 28, *au lieu de* circonférence $\mathcal{C}$, *lire* circonférence C';

» » » 32, *au lieu de* $\mathcal{C}$, *lire* C.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 2 FÉVRIER 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur les sommes de développements unitaires normaux.* Note de M. **Émile Borel.**

On peut étendre aux sommes de développements unitaires normaux certaines propriétés des sommes de fractions continues ([1]).

Un développement unitaire normal est défini ([2]) par une suite d'entiers non décroissants, $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$. Soit E l'ensemble des développements pour lesquels on a, pour toute valeur de n,

$$a_n \leqq 3a_{n-1}. \tag{1}$$

L'ensemble E est de mesure nulle, mais *tout nombre réel inférieur à* 1 *est la somme de deux éléments de* E. La démonstration utilise des théorèmes démontrés dans le Mémoire cité. L'inégalité (1) peut être améliorée.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Nouvelles améliorations de la méthode de recherche et de dosage de petites quantités de méthanol.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Lazare Silberstein.**

Pour doser le méthanol contenu à l'état d'ester dans le bois ([1]), nous nous sommes servis d'une méthode proposée autrefois par Denigès ([2]), déjà modifiée en quelques points par l'un de nous en collaboration avec G. Brooks ([3]) et que nous avions dû améliorer encore pour la rendre à la fois plus sensible et plus exacte.

([1]) Voir notamment : Marshall Hall Jr., *On the sum and product of continued fractions* (*Annals of Mathematics*, 2e série, 48, 1947, p. 966). On trouvera dans ce Mémoire des références bibliographiques.

([2]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 773.

([1]) *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 765.

([2]) Denigès, Chelle et Labat, *Précis de Chimie analytique*, 6e édit., 2, 1931, p. 173.

([3]) *Annales des Fermentations*, 5, 1940, p. 537 ou *Ann. agron.*, 10, n° 3, 1940, p. 349.

Cette méthode, ainsi améliorée, pouvant rendre des services dans un grand nombre de circonstances : recherches sur les bois et les pailles, sur les composés pectiques, sur les fermentations des substances végétales, etc., nous avons pensé être utiles en la signalant ici.

Rappelons d'abord que cette méthode repose sur trois réactions chimiques successives : dans la première on oxyde le méthanol en aldéhyde formique par le permanganate de potassium en présence d'acide sulfurique; dans la deuxième on détruit l'excès de réactif oxydant et coloré par réduction à l'aide d'acide oxalique; dans la troisième on fait réagir une solution de fuchsine décolorée par l'acide sulfureux ou réactif de Schiff sur la solution d'aldéhyde formique, ce qui donne peu à peu naissance, dès la température ordinaire, à une belle matière colorante violet rouge dont on apprécie la quantité au colorimètre.

L'ensemble des trois réactions ci-dessus est très bon au point de vue de la caractérisation du méthanol, mais il n'en est pas de même au point de vue du dosage : des causes d'erreur importantes existent, en effet, dans la première et dans la troisième réaction

Lorsqu'on oxyde le méthanol on doit, pour atteindre la totalité de ce corps présent dans la solution que l'on analyse, ajouter un excès de permanganate, excès qui intervient aussi pour accélérer la vitesse de l'opération. Or l'action du réactif oxydant ne porte pas exclusivement sur le méthanol; bien que plus lentement, elle se porte aussi sur l'aldéhyde formique qui finirait par disparaître sous forme d'eau et d'acide carbonique si l'on insistait plus qu'il convient. Le rendement en aldéhyde formique n'est donc pas conforme à l'équation théorique et lui est toujours inférieur; au cours de l'expérience, il passe par un maximum et diminue d'autant plus qu'il reste un plus grand excès de permanganate et que l'action de celui-ci est prolongée davantage. Enfin, ces variations s'accomplissent d'autant plus vite que la température du mélange en réaction est plus élevée. La concentration en ions hydrogène, c'est-à-dire dans le cas actuel, en acide sulfurique ajouté, peut également intervenir sur le processus oxydatif. Pour ces diverses raisons, il est nécessaire de déterminer par des expériences préalables les conditions physiques et chimiques de la réaction considérée, de manière à atteindre un rendement aussi constant et aussi comparable que possible dans chaque dosage.

Mentionnons tout de suite que nous avons reconnu avantageux de ne pas réaliser la réaction d'oxydation aussi rapidement qu'il avait été proposé jusqu'ici. Au lieu de verser dans la solution aqueuse de méthanol additionnée de permanganate de potassium un grand excès d'acide sulfurique concentré, qui n'intervient pas seulement comme facteur chimique de la réaction, mais échauffe fortement le liquide, nous employons beaucoup moins d'acide et seulement sous la forme diluée : la température du mélange est alors à peine modifiée et nous poursuivons l'essai en portant ce mélange dans un bain-marie, à une température modérée et constante, celle de $+35^{\circ}$. Dans l'échauffe-

ment un peu brutal produit par l'acide concentré, la température atteinte dépend beaucoup du degré d'hydratation de l'acide, puis la vitesse de refroidissement par abandon à l'air libre du mélange en réaction varie notablement avec la saison. Dans notre nouveau mode opératoire, ces causes importantes de variations sont pratiquement éliminées. On laisse réagir cinq minutes, au lieu de deux à trois, avant de faire intervenir l'acide oxalique, toujours à + 35°. Les rendements en aldéhyde formique sont alors tout à fait voisins d'un essai à un autre.

En ce qui concerne la troisième réaction, il faut retenir que la production de la matière colorante, par l'action réciproque de l'aldéhyde formique et de la fuchsine sulfitée, est plutôt lente : elle exige deux à trois heures pour atteindre son maximum à la température ordinaire du laboratoire, puis elle disparaît peu à peu dans les heures suivantes. Au lieu de la laisser s'accomplir, comme antérieurement, par abandon du mélange final sur la table, c'est-à-dire à une température qui peu différer de 10 à 20 degrés suivant la saison et fréquemment de 5 à 10 degrés dans une même journée, nous l'effectuons au sein du bain-marie à température constante. Les expériences comparatives que nous avons exécutées à ce sujet nous ont montré qu'après 30 minutes la coloration a déjà atteint environ 80 % de son intensité maxima, que cette dernière n'est acquise qu'après une heure et demie à deux heures et qu'elle se maintient alors presque sans diminution durant trois à quatre heures.

En mettant à profit les modifications dont les principes viennent d'être exposés ([4]), la recherche et le dosage de petites quantités de méthanol ont pu être améliorés d'une manière importante tant au point de vue de la sensibilité que de la précision.

C'est ainsi que dans une recherche, en opérant sur $0^{cm^3},2$ de solution de méthanol, la présence d'un centième de milligramme de cette substance suffit pour la caractériser. Dans un dosage, lorsqu'on dispose des réactifs nécessaires, d'ailleurs faciles à préparer, et en faisant la mesure colorimétrique finale à l'électrophotomètre, on peut, en moins d'une heure, connaître la proportion de méthanol contenue dans une solution aqueuse, provenant d'une distillation, avec une approximation d'environ un centième, ce qui est, en général, très satisfaisant.

MICROBIOLOGIE. — *De l'action des complexes antagonistes sur certains virus des plantes*. Note ([1]) de **MM. Gaston Ramon, Paul Manil** et **Rémy Richou.**

Des recherches antérieures nous ont permis de mettre en évidence l'action que les complexes antagonistes issus de la culture de *B. subtilis*, de *Penicillium*

([4]) Voir pour les détails le mémoire qui paraîtra ultérieurement.

([1]) Séance du 26 janvier 1948.

notatum et d'*Actinomyces griseus* peuvent exercer *in vitro* sur les ultravirus, agents de maladies animales, tel que celui de la vaccine, par exemple ([2]). On doit noter, dès l'abord, que certaines des substances antibiotiques se sont montrées inactives sur des ultravirus : ce fut le cas pour la pénicilline et la streptomycine vis-à-vis du virus de la rage ([3]), ou vis-à-vis du virus de la vaccine ([4]), ou même à l'égard du virus de l'influenza ([5]), en ce qui concerne la pénicilline.

Rappelons aussi divers travaux relatifs à l'action, sur des virus phytopathogènes, de différents produits appartenant au groupe hétérogène des antibiotiques. Johnson et Hoggan montrèrent que le virus de la mosaïque du tabac, ajouté au liquide de culture de divers organismes, bactériens où fongiques, était inactivé, dans une mesure variable avec les organismes en cause. Se montrèrent particulièrement actives, les bactéries suivantes : *Aerobacter aerogenes*, *B. coli*, *Serratia marcescens* et *B. subtilis*. Il faut mentionner que les trois premières ne liquéfient pas la gélatine, et que, par conséquent, leur action ne peut s'expliquer par une protéolyse. Les champignons les plus actifs, parmi ceux étudiés, furent *Venturia inæqualis* et *Sclerotinia fructigena*, puis, dans une mesure moindre, *Aspergillus niger*, *Cercospora nicotianæ* et *Fusarium oxysporum*. Il s'agissait, dans les essais précités, de cultures microbiennes et non de filtrats de culture. L'inactivation du virus fut lente et, dans la plupart des cas, incomplète ([6]). Fulton indiqua de son côté, que le liquide de culture d'*Aspergillus niger*, concentré par évaporation au 1/10 de son volume primitif, inactivait totalement après quelques minutes de contact, le virus de la maladie dite « *des taches annulaires* » du tabac, ainsi que l'agent d'une mosaïque du Concombre (*Cucumis virus* I). Dans les mêmes conditions, les virus du *ring spot* de la Pomme de terre (*Solanum virus* I), et de la mosaïque du Haricot, n'étaient que partiellement inactivés ([7]).

L'un de nous a fait connaître précédemment que la pénicilline et le prontosil étaient sans action sur le virus de la mosaïque du tabac ([8]).

Dans d'autres essais ([9]), il n'a noté aucune action *in vitro* sur les virus de la mosaïque du tabac et de la « nécrose » de la même plante, des antibiotiques suivants : Pénicilline G (Squibb), Streptomycine Merck, Tyrothricine (Streptogramine Quinta), Actinomycétine (Welsch), Actinomycine (Welsch) et extrait antibiotique total d'*Aspergillus fumigatus*.

Pour la mosaïque du tabac, nous avons aussi fait absorber par la plante « test » (*Datura stramonium*), préalablement à l'inoculation, une certaine quantité de ces divers antibiotiques. Les résultats furent toujours nuls.

([2]) G. Ramon et R. Richou, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1407; **225**, 1947, p. 344.

([3]) P. Remlinger et J. Bailly, *Bul. Acad. Méd.*, **130**, 1946, p. 102.

([4]) J. A. Kolmer et A. M. Rule, *Proc. Soc. Exp. Biol. et Méd.*, **63**, 1946, p. 376; R. Fasquelle, *C. R. Soc. Biol.*, **131**, 1947, p. 37; J.-E. Morin et H. Turcotte, *Soc. Française de Microb.* Séance du 9 janvier 1947.

([5]) F. M. Burnett et J. D. Stone, *Austral. Journ. Exp. Biol. et Méd.*, **23**, 1947, p. 161.

([6]) J. Johnson et I. A. Hoggan, *Phytopath*, **27**, 1937, p. 1014.

([7]) R. W. Fulton, *Phytopath*, **33**, 1943, p. 8.

([8]) P. Manil, *Ann. Inst. Pasteur*, **73**, 1947, p. 294.

([9]) P. Manil, *C. R.*, IV[e] *Cong. Int. Microbiol.*, Copenhagen, 1947 (sous presse).

Nous avons alors effectué divers essais au cours de l'été 1947, au moyen de complexes antagonistes ([10]) élaborés par *B. subtilis*, par *Actinomyces griseus* et par quelques champignons.

Essai n° 1. — Les virus utilisés ont été celui de la mosaïque du tabac : *a.* virus purifié; *b.* jus extrait de feuilles de tabac malades et celui de la « nécrose » du tabac : jus extrait de feuilles de haricots malades. On a employé les complexes antagonistes formolés et non formolés (n°ˢ 132 et 143), provenant de la culture du *B. subtilis.*

	Complexes antagonistes. Subtilis. 132.		Formolé.		143.		Formolé.		Milieu témoin.
	Rapport des volumes.								
$\frac{\text{Préparation virus}}{\text{Préparation antibiot.}}$	1/1	1/0,2	1/1	1/0,2	1/1	1/0,2	1/1	1/0,2	1/1
	Nombre de lésions.								
Mosaïque du tabac (*Nicotiana, glutinosa*) Virus purifié	lésions nombreuses dans tous les cas								
Jus de feuilles.......			»		»		»		
Nécrose du tabac.....	0	0	0	0	10	1	0	1	121

Remarque. — Les mélanges *virus-complexes antagonistes* ont séjourné 5 heures à 35°, avant l'inoculation, en se servant de la technique au carborundum.

Essai n° 2. — Un second essai, portant sur le virus de la *nécrose* du tabac, fut effectué, au moyen des produits bactériens déjà utilisés pour l'essai n° 1, le rapport des volumes $\frac{\text{Préparation de virus}}{\text{Solution antibiotique}}$ fut, dans tous les cas, de 1 à 0,2.

Durée de contact avant l'inoculation : 3 heures à 35°C.

Complexes.	Nombre de lésions (moyenne de deux essais).
Subtilis 132	2
» formolé	2
» 143	14
» formolé	11
Essai témoin (milieu neuf)	200 env.

Les conclusions de ces deux essais peuvent se résumer comme suit :

a. Les filtrats de subtilis utilisés, formolés ou non, n'exercent, dans les conditions de nos essais, aucune action notable sur le virus de la mosaïque du tabac, purifié ou non; *b.* les mêmes filtrats sont très actifs sur le virus de la *nécrose* du tabac, sous forme d'extrait brut de feuilles de haricot infectées; *c.* le milieu de culture neuf n'a aucun effet inactivant sur les deux virus employés; *d.* les filtrats de subtilis, formolés ou non, n'ont aucun effet toxique sur les plantes *tests*, dans les conditions de nos expériences.

([10]) G. Ramon et R. Richou, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1007; *Revue d'Immunologie*, 2, 1947, p. 197.

ESSAI n° 3. — Étude de l'action éventuelle, sur le virus de la *nécrose* du tabac, des complexes antagonistes élaborés par des cultures d'*Actinomyces griseus* et de *B. subtilis*.

Durée de contact du virus avec les préparations antagonistes, avant l'inoculation : 3 heures, temp. 35° C. Inoculation sur *Phaseolus vulgaris*, en utilisant, pour ce faire, le carborundum.

Complexes.	Nombre de lésions (3 feuilles).	Total.
Actinomyces 22.........	Plus de 50 lésions par feuille	Plus de 150
» 24.........	30 + 22 + 42	94
B. subtilis 144-145-146..	2 + 0 + 0	2
» 153..........	12 + 8 + 9	29
» 14456........	1 + 0 + 0	1
» »	1 + 0 + 0	1
Témoin................	Plus de 50 lésions par feuille	Plus de 150

Cet essai démontre : *a.* une action nette, bien qu'incomplète, du complexe de l'*Actinomyces* n° 24, une action apparemment nulle du n° 22; *b.* un effet neutralisant énergique des complexes de *B. subtilis*, bien que l'activité du n° 153 soit ou paraisse moins forte; *c.* l'effet de la température (35° d'une part, 20° d'autre part) est nul sur l'action neutralisante exercée par la préparation issue du subtilis 14456 (extrait antidotique concentré).

ESSAI n° 4. — Action de divers produits fongiques sur le virus de la mosaïque du tabac. Le liquide de culture (milieu de Czapeck-Dox) de divers champignons fut prélevé 7 jours après l'ensemencement. Cultures à 25°C.

Des mélanges, à parties égales, d'une préparation purifiée de virus, et de chacun des liquides de culture, furent effectués. Au bout de 3 heures de séjour à 35°, inoculation à *Nicotiana glutinosa*, après dilution au 1/10.

Liquide de culture de	Nombre de lésions (6 feuilles).	Total.
Sclerotinia fructigena......	75 + 73 + 85 + 42 + 34 + 80	389
Penicillium glaucum.......	75 + 51 + 25 + 44 + 42 + 26	263
Trichoderma lignorum.....	30 + 30 + 28 + 46 + 32 + 54	220
Aspergillus niger...........	0 + 2 + 1 + 1 + 2 + 0	6
Témoin (milieu neuf).......	68 + 74 + 68 + 46 + 29 + 78	363

Ainsi il y a une action notable du liquide de culture d'*Aspergillus niger*, seulement. Contrairement à ce qui fut observé par Johnson et Hoggan, *Sclerotinia fructigena* semble inactif. Mais les techniques employées furent différentes.

Conclusions générales. — Certains complexes issus de cultures microbiennes, et notamment du *B. subtilis*, exercent *in vitro* un effet *neutralisant* très net sur un virus phytopathogène (*nécrose* du tabac, ou *Nicotiana virus* XI). L'action du complexe qui a pour origine l'*Actinomyces griseus*, est relativement faible. L'effet des mêmes complexes, sur le virus de la mosaïque de tabac semble nul. Ce dernier virus est néanmoins inactivé par le liquide de culture d'*Aspergillus niger*, ainsi que Fulton l'avait déjà montré.

Il ne s'agit ici que d'essais fragmentaires. Les points suivants, entre autres,

devront être précisés : allure de la courbe d'inactivation des virus sensibles, en fonction de la durée d'action des produits actifs, vérification du caractère réversible ou non des inactivations observées, absorption éventuelle, par la plante, des produits actifs *in vitro*, et action sur le virus inoculé ultérieurement. Il conviendra de rechercher enfin pourquoi le virus de la mosaïque est insensible alors que celui de la nécrose du tabac est très sensible à l'action des complexes antagonistes envisagés.

M. **Alexandre Dauvillier** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage qu'il vient de publier dans les *Actualités scientifiques et industrielles* intitulé : *Genèse, nature et évolution des planètes. Cosmogonie du système solaire, géogénie, genèse de la vie.*

ÉLECTIONS.

M. **Émile Borel**, pour la Division des Sciences mathématiques; M. **Gabriel Bertrand**, pour la Division des Sciences physiques; M. **Maurice de Broglie**, pour la Section des Académiciens libres, sont réélus Membres du Conseil de la *Fondation Loutreuil* pour 1948, 1949, 1950.

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des Commissions de prix de 1948, ouvert en la séance du 26 janvier, est clos en celle du 2 février.

45 cahiers de vote ont été déposés.

Le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Prix Poncelet, Carrière, Leonard Eugene Dickson.* — MM. J. Hadamard, Ém. Borel, É. Cartan, H. Villat, L. de Broglie, G. Julia, J. Chazy, P. Montel, A. Denjoy, J. Pérès.

II. Mécanique : *Prix Montyon, Fourneyron, Henri de Parville.* — MM. Ém. Borel, J. Drach, A. de Gramont, É. Cartan, H. Villat, L. de Broglie, A. Caquot, J. Pérès, E. Vessiot, H. Beghin.

III. Astronomie : *Prix Lalande, G. de Pontécoulant, fondation Antoinette Janssen.* — MM. A. Cotton, E. Esclangon, Ch. Maurain, L. de Broglie, G. Fayet, L. Picart, J. Chazy, P. Montel, B. Lyot, N....

IV. Géographie : *Prix Gay, fondation Tchihatchef, prix Binoux.* — MM. A. Lacroix, Ch. Maurain, J. Tilho, L. de Broglie, G. Durand-Viel, Ch. Pérez, A. Chevalier, É.-G. Barrillon, Em. de Martonne, D. Cot, G. Poivilliers.

V. Navigation : *Prix Plumey.* — MM. Ém. Borel, M. de Broglie, J. Drach, H. Villat, J. Tilho, L. de Broglie, G. Julia, A. Caquot, G. Durand-Viel, É.-G. Barrillon, J. Pérès, Em. de Martonne, E. Vessiot, H. Beghin, D. Cot, G. Poivilliers.

VI. Physique : *Prix L. La Caze, Henri de Parville, Hughes, Paul Marguerite de La Charlonie, fondations Danton, général Ferrié.* — MM. M. Brillouin, A. Cotton, M. de Broglie, Ch. Maurain, A. de Gramont, L. de Broglie, Ch. Mauguin, C. Gutton, F. Joliot, J. Becquerel, J. Cabannes, G. Ribaud.

VII. Chimie : *Prix Montyon des Arts insalubres, Jecker, L. La Caze, Émile Jungfleisch, fondation Charles-Adam Girard.* — MM. A. Lacroix, G. Bertrand, M. Delépine, R. Fosse, M. Javillier, P. Lebeau, J. Duclaux, P. Jolibois, P. Pascal, Ch. Dufraisse.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Cuvier, André-C. Bonnet, Carrière, fondation Lucien Cayeux.* — MM. A. Lacroix, A. Cotton, M. Caullery, Ch. Jacob, Ch. Pérez, Ch. Mauguin, F. Grandjean, Em. de Margerie, A. Michel-Lévy, P. Fallot.

IX. Physique du globe : *Prix Léon Grelaud.* — MM. A. Lacroix, Ch. Maurain, E. Esclangon, L. de Broglie, J. Chazy, Em. de Margerie, B. Lyot, F. Joliot, J. Cabannes.

X. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, de Coincy, Carrière.* — MM. A. Lacroix, G. Bertrand, L. Blaringhem, Ch. Pérez, A. Chevalier, Em. de Martonne, R. Souèges, J. Magrou, R. Heim, N....

XI. Économie rurale : *Prix Enzymologia, des Engrais phosphatés.* — MM. A. Lacroix, Em. Leclainche, G. Bertrand, L. Blaringhem, L. Lapicque, R. Fosse, Ém. Schribaux, M. Javillier, A. Chevalier, A. Demolon.

XII. Anatomie et Zoologie : *Fondation Savigny, prix Pouchard.* — MM. A. Lacroix, H. Vincent, M. Caullery, L. Cuénot, Ch. Pérez, P. Portier, Ém. Roubaud, P. Wintrebert, L. Fage, R. Courrier.

XIII. Anthropologie : *Prix André-C. Bonnet.* — MM. A. Lacroix, H. Vincent, M. Caullery, L. Blaringhem, L. Lapicque, Ch. Pérez, L. Fage, R. Courrier.

XIV. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon, Barbier, Bréant, Godard, Mège, Jean Dagnan-Bouveret.* — MM. A. Lacroix, Em. Leclainche, H. Vincent, L. Lapicque, Ch. Pérez, P. Portier, E. Sergent, L. Binet, G. Ramon, Ch. Laubry, H. Hartmann, R. Leriche.

XV. Cancer et Tuberculose : *Prix Bariot-Faynot, fondation Roy-Vaucouloux, prix Louise Darracq.* — MM. A. Lacroix, H. Vincent, M. Caullery, L. Lapicque, E. Sergent, J. Jolly, L. Binet, Ch. Laubry.

XVI. Physiologie : *Prix Montyon, L. La Caze, Pourat, Martin-Damourette.* — MM. A. Lacroix, H. Vincent, M. Caullery, L. Lapicque, Ch. Pérez, P. Portier, J. Jolly, L. Binet.

XVII. Statistique : *Prix Montyon.* — MM. A. Lacroix, Ém. Borel, L. Blaringhem, J. Drach, Ch. Maurain, É. Cartan, L. de Broglie, J. Chazy, P. Montel.

XVIII. Histoire et philosophie des sciences : *Prix Binoux.* — MM. A. Lacroix, Ém. Borel, M. Caullery, M. Delépine, H. Villat, L. de Broglie, Ch. Pérez, J. Chazy, P. Montel.

XIX. OUVRAGES DE SCIENCES : *Prix Henri de Parville*. — MM. H. Villat, Ch. Jacob, A. Lacroix, L. de Broglie et trois membres élus : MM. Ém. Borel, H. Vincent, M. de Broglie.

XX. *Médailles Lavoisier, Berthelot, Henri Poincaré*. — MM. H. Villat, Ch. Jacob, A. Lacroix, L. de Broglie.

XXI. *Prix d'Aumale, fondations Gegner, Hirn, Charles-Louis de Saulses de Freycinet, Henri Becquerel, Mme Victor Noury, fonds des Laboratoires, fondations Charles Frémont, Charles de Mosenthal, Giffard, Lannelongue, Barbier-Muret, Cassé-Fleury, Gibou, Alexandre Darracq, Girbal-Baral, Leroy-Drouault, Octave Mirbeau*. — MM. H. Villat, Ch. Jacob, A. Lacroix, L. de Broglie ; Ém. Borel, G. Bertrand.

XXII. *Prix fondé par l'État* (GRAND PRIX DES SCIENCES MATHÉMATIQUES). — MM. Ém. Borel, J. Drach, É. Cartan, L. de Broglie, G. Julia, J. Chazy, P. Montel, A. Pérard.

XXIII. *Prix Alhumbert* (SCIENCES PHYSIQUES). — MM. A. Lacroix, G. Bertrand, M. Caullery, M. Delépine, Ch. Pérez, P. Lebeau, A. Portevin, R. Souèges.

XXIV. *Prix Bordin* (SCIENCES PHYSIQUES). — MM. A. Lacroix, H. Vincent, M. Caullery, Ch. Pérez, A. Chevalier, Ém. Roubaud, R. Souèges, R. Heim.

XXV. *Prix Vaillant* (SCIENCES MATHÉMATIQUES). — MM. Ém. Borel, A. Cotton, Ch. Maurain, A. de Gramont, H. Villat, L. de Broglie, G. Julia, P. Montel.

XXVI. *Prix Petit d'Ormoy* (SCIENCES NATURELLES). — MM. A. Lacroix, M. Caullery. L. Lapicque, Ch. Pérez, A. Chevalier, Ém. Roubaud, L. Binet, R. Souèges.

XXVII. *Prix Estrade-Delcros* (SCIENCES PHYSIQUES). — MM. A. Lacroix, G. Bertrand, M. Caullery, L. Blaringhem, Ch. Pérez, R. Souèges, P. Jolibois, J. Cabannes.

XXVIII. *Prix Le Conte*. — MM. H. Villat, Ch. Jacob, A. Lacroix, L. de Broglie et sept membres qui seront élus ultérieurement.

XXIX. *Prix Parkin*. — MM. A. Lacroix, H. Vincent, Ch. Maurain, Ch. Jacob, Em. de Margerie, B. Lyot, A. Michel-Lévy, P. Fallot.

XXX. *Prix Saintour* (SCIENCES PHYSIQUES). — MM. A. Lacroix, H. Vincent, M. Caullery, M. Delépine, Ch. Pérez, A. Chevalier, Ém. Roubaud, R. Souèges.

XXXI. *Prix Lonchampt*. — MM. A. Lacroix, Em. Leclainche, G. Bertrand, M. Caullery, M. Delépine, M. Javillier, A. Chevalier, L. Binet.

XXXII. *Prix Henry Wilde*. — MM. A. Lacroix, Ém. Borel, G. Bertrand, A. Cotton, E. Esclangon, M. Delépine, A. de Gramont, L. de Broglie, J. Cabannes.

XXXIII. *Prix Caméré*. — MM. A. Lacroix, J. Drach, H. Villat, L. de Broglie, A. Caquot, J. Chazy, É.-G. Barrillon, J. Pérès, A. Portevin.

XXXIV. *Prix Albert Ier de Monaco.* — MM. H. Villat, Ch. Jacob, A. Lacroix, L. de Broglie et sept membres qui seront élus ultérieurement.

XXXV. *Prix Marquet* (Sciences physiques). — MM. A. Lacroix, G. Bertrand, M. Caullery, M. Delépine, R. Fosse, Ch. Jacob, Ch. Pérez, A. Chevalier.

XXXVI. *Prix Général Muteau* (Sciences mathématiques). — MM. A. Lacroix, Ém. Borel, G. Julia, A. Caquot, G. Durand-Viel, J. Chazy, P. Montel, É.-G. Barrillon.

XXXVII. *Prix Alexandre Darracq.* — MM. A. Lacroix, M. Delépine, L. de Broglie, A. Caquot, G. Durand-Viel, R. Esnault-Pelterie, É-G. Barrillon, J. Pérès, L. Hackspill.

XXXVIII. *Prix Laura Mounier de Saridakis.* — MM. A. Lacroix, H. Vincent, G. Bertrand, L. de Broglie, Ch. Pérez, P. Portier, M. Javillier, J. Jolly, R. Courrier.

XXXIX. *Prix Marie-Guido Triossi* (Sciences mathématiques). — MM. M. de Broglie, Ch. Maurain, H. Villat, L. de Broglie, G. Julia, J. Chazy, P. Montel, É.-G. Barrillon.

XL. *Fondation Jérôme Ponti* (Sciences physiques). — MM. A. Lacroix, M. Caullery, M. Delépine, Ch. Jacob, Ch. Pérez, P. Lebeau, P. Montel, A. Portevin.

XLI. *Fondation Millet-Ronssin.* — MM. A. Lacroix, Ch. Jacob, Ch. Mauguin, A. Chevalier, R. Souèges, Ch. Pérez, Ém. Roubaud.

CORRESPONDANCE.

L'Association de Savants pour l'éducation atomique (Committee for Foreign Correspondence), à Berkeley (Californie), informe l'Académie des efforts entrepris par les organisations scientifiques britanniques et hollandaises dans le but d'éclairer le public sur les principaux faits concernant l'énergie atomique et son contrôle international.

Le Secrétaire général de l'Union géodésique et géophysique internationale invite l'Académie à se faire représenter à l'Assemblée générale qui se tiendra à Oslo, du 19 au 28 août 1948.

L'Académie est informée de la réunion à La Havane, Cuba, du 1er au 8 décembre 1948, du Premier Congrès panaméricain de Pharmacie.

M. le Secrétaire perpétuel signale parmi les pièces de la Correspondance un fascicule dactylographié consacré, par M. Jean Frachon, au *Catalogue des Archives* des anciennes manufactures Canson et Montgolfier à Vidalon-les-Annonay (Ardèche).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les êtres fonctionoïdes; une généralisation de la notion de fonction.* Note de M. **Otton Martin Nikodym**, présentée par M. Paul Montel.

1. La théorie de la mesure des ensembles abstraits (M. Fréchet, *Bull. Soc. Math. France*, 43, 1915) a été étendue aux *somata*, c'est-à-dire aux éléments d'une tribu de Boole (*Boolean algebra*) (C. Carathéodory, *Münch. Sitzb.*, 1938; O. Nikodym, *Mém. Ac. Belg.*, 17, 1938). Dans la théorie de l'intégration, deux fonctions jouent parfois le même rôle lorsqu'elles ne diffèrent que dans un ensemble de mesure nulle. Si l'on identifie de telles fonctions, on obtient des êtres ayant des propriétés des fonctions, sauf celle d'avoir des valeurs déterminées dans des points. Ceci suggère la possibilité de généraliser la notion de fonction en remplaçant des ensembles par des *somata* abstraits et, en effet, quelques auteurs ont suivi cette voie [(1) H. Freudental, *Proc. Roy. Ac. Amst.*, 39, 1936; (2) C. Carathéodory, *loc. cit.*; (3) Wecken, *Math. Zeitsch.*, 45, 1939; (4) B. Pospišil, *Math. Ann.*, 117, 1940-41] et en ont trouvé des applications remarquables. Le point de départ [surtout (2), (3)] consiste dans la remarque qu'une fonction mesurable réelle et finie $f(x)$ est parfaitement déterminée par son échelle spectrale $\hat{x}\{f(x) \leq \lambda\}$, $(-\infty < \lambda < \infty)$ et, par conséquent, qu'elle peut être remplacée par celle-là. Dans cet ordre d'idées, certaines successions E_t non décroissantes de somata peuvent être considérées comme des êtres généralisant les fouctions. Suivant cette direction, M. H. Olmsted (*Trans. Am. Math. Soc.*, 51, 1942) a traité soigneusement ces *êtres fonctionoïdes*, mais ils se trouvent déjà dans (1) cachés dans une théorie purement algébrique en connexion avec des *lattices*.

Mon étude du spectre continu des opérateurs hypermaximaux dans l'espace de Hilbert-Hermite commencée vers 1930 m'a conduit non seulement à l'introduction de la mesure dans les tribus abstraites de Boole, mais aussi à une généralisation de la notion de fonction (circa 1935) sous l'influence des livres connus de J. von Neumann et M. H. Stone. Je portai mon attention aux tribus de sous-espaces de l'espace hilbertien et, en imitant la théorie des « *Gruppenringe* » de E. Nöther, où l'on construit les agrégats $\Sigma_i\lambda_i a_i$ (a_i éléments d'un groupe, λ_i nombres), j'introduis des agrégats analogues où les a_i sont des somata. La théorie fut axiomatisée et, ensuite, complétée par le procédé de Cantor-Ch. Meray après avoir défini une sorte de suites fondamentales (de Cauchy) d'agrégats. Jusqu'à présent je n'ai rien publié à ce sujet, et je me suis borné à des conférences (1946, à la Soc. Math. Polon. et à la Soc. Math. de France). A présent, après avoir généralisé et simplifié cette théorie et étudié les travaux cités, je crois utile d'en publier les principes, étant donné que : 1° mon point de départ semble être nouveau; 2° une théorie souligne le caractère fonctionnel des êtres fonctionoïdes, en mettant en évidence qu'ils ne

représentent pas seulement une image de plusieurs notions de l'algèbre moderne, mais qu'ils constituent une branche nouvelle de l'analyse fonctionnelle; 3° qu'elle se prête à des généralisations diverses (par exemple on peut remplacer les coefficients λ_i par des éléments d'un anneau commutatif quelconque; 4° qu'elle se prête à l'intuition géométrique, les somata étant traités comme des généralisations des ensembles et les agrégats étant des analogues de fonctions à escalier.

2. Soit (B), une tribu donnée, non triviale, simplement additive dont les éléments (*somata*) soient $a, b, c, \ldots$. Soit θ le *soma vide* et I le *soma universel*. $a \subset b$ désigne l'*inclusion* de a dans b; les opérations : addition, multiplication, complétion et soustraction seront désignées par $a+b$, $\Sigma_i a_i$; $a.b$, $\Pi_i a_i$; co$a$; $a-b=a.\text{co}b$. Posons $a \dot{+} b=(a-b)+(b-a)$. $\lambda, \mu, \nu, \ldots$ seront des nombres. Nous allons axiomatiser les *agrégats* $x, y, \ldots$, dont soit (λ) l'ensemble et dont $\lambda.a$, $x+y$, $x.y$, $\lambda.x$ soient les opérations.

Axiomes. — I. Si $x \in (A)$, $x=x'$, on a $x' \in (A)$; si $x, y \in (A)$, on a $x+y$, $x.y$, $\lambda x \in (A)$. II. $x=x$; si $x=y$, on a $y=x$; si $x=y$, $y=z$, on a $x=z$. III. Si $a=a'$, $\lambda=\lambda'$, $x=x'$, $y=y'$, on a $\lambda a=\lambda' a'$, $x+y=x'+y'$, $x.y=x'.y'$, $\lambda x=\lambda' x'$. IV. $x+y=y+x$; $x+(y+z)=(x+y)+z$; $x.y=y.x$; $x.(y.z)=(x.y).z$; $(x+y).z=x.z+y.z$; $\lambda(x+y)=\lambda x+\lambda y$; $(\lambda+\mu)x=\lambda x+\mu x$; $\lambda(\mu x)=(\lambda\mu)x$; $1.x=x$. On voit que (A) n'est pas même un module. V. Si $a \in (B)$, on a $\lambda a \in (A)$; $(\lambda+\mu)a=\lambda a+\mu a$; $0.(a+b)=0.a+0.b$; Si $a.b=\theta$ (somata *disjoints*), alors $\lambda(a+b)=\lambda a+\lambda b$; $(\lambda a)(\mu b)=(\lambda\mu)(ab)$; $\lambda(\mu a)=(\lambda\mu)a$; si $\lambda.a=0.a$, $a \neq \theta$, alors $\lambda=0$; si $0.a=0.b$, alors $a=b$. VI. Si $x \in (A)$, il existe les $n \geq 1$, $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$, $a_1, \ldots, a_n$ tels que $x=\lambda_1 a_1+\ldots+\lambda_n a_n=\Sigma_i \lambda_i a_i$. Définissons : $-x=(-1).x$, $x-y=x+(-1).y$.

Conséquences : si $\lambda a=\mu b$, alors $a=b$; si $\lambda a=\mu b$ et, où $a \neq \theta$, ou bien $b \neq \theta$, on a $\lambda=\mu$, $a=b$; $x+0.\theta=x$; si $x+y=x$ pour tout $x \in (A)$, il en résulte $y=0.\theta$; $0.\theta=\lambda\theta$; si $x=\Sigma_i \lambda_i a_i=\Sigma_j \mu_j b_j$, alors $\Sigma_i a_i=\Sigma_j b_j$, ce soma s'appellera *base de* x et sera désigné par bas x. Tout x peut être mis sous la forme $x=\Sigma_i \lambda_i a_i$ où les a_i sont disjoints et où $a_i=\theta$ implique $\lambda_i=0$ [*représentation normale* (r. n.)]. Si bas $x=$ bas y, il existe des r. n. $x=\Sigma_i \lambda_i a_i$, $y=\Sigma_i \mu_i a_i$. Nous compléterons (A), à titre d'exemple, au moyen de suites fondamentales d'agrégats d'une manière imitant la convergence asymptotique de fonctions ordinaires. Les êtres qu'on obtiendra ainsi seront appelés *êtres fonctionoïdes* (ê. f.). Nous aurons besoin de plusieurs notions auxiliaires.

3. Désignons par λ^+, resp. λ^-, le nombre λ lorsque $\lambda \geq 0$ (resp. $\lambda \leq 0$) et 0 lorsque $\lambda < 0$ (resp. $\lambda > 0$). Si $x=\Sigma_i \lambda_i a_i$ (r. n.), posons $x^+=\Sigma_i \lambda_i^+ a_i$; $x^-=\Sigma_i \lambda_i^- a_i$, $|x|=\Sigma_i |\lambda_i| a_i$. Si bas $x=$ bas y, définissons $x \leq y$ par $\lambda_i \leq \nu_i$, $(i=1, 2, \ldots, n)$ où $x=\Sigma_i \lambda_i a_i$, $y=\Sigma_i \nu_i a_i$ (r. n.). D'une manière analogue, définissons $x<y$, $x \geq y$, $x>y$. L'*extension de* x, x^*, est $x+0.$ co bas x; *valeur absolue de* x, abs. $x=\max.[|\lambda_1|, \ldots, |\lambda_n|]$.

En voici quelques propriétés : $|x+y| \leqq |x|+|y|$; $|x.y|=|x|.|y|$; $\text{bas}(\lambda x)=\text{bas}\, x$; $\text{bas}(x+y)=\text{bas}\, x+\text{bas}\, y$; $\text{bas}(x.y)=\text{bas}\, x.\text{bas}\, y$; $(\text{o}x)^*=(\text{o}.\theta)^*=\text{o}.1$; $(\lambda x)^*=\lambda x^*$; $(x+y)^*=x^*+y^*$, $(x.y)^*=x^*.y^*$; $(x+\text{o}.y)^*=x^*$; $|x^*|=|x|^*=|x|=\text{o}.\text{cobas}\, x$; $|x+\text{o}.b|=|x|+\text{o}.b$; $\text{abs}.x=\text{abs}.x^*=\text{abs}.|x|$; $\text{abs}.(x+y) \leqq \text{abs}.x+\text{abs}.y$; $\text{abs}.(x.y) \leqq \text{abs}.x.\text{abs}.y$; $-\text{abs}.x.\text{abs}.x \leqq -|x| \leqq x \leqq |x| \leqq \text{abs}.x.\text{bas}.x$.

Dans la Note suivante, nous introduirons une *mesure* sur (B).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Théorèmes taubériens pour les séries multiples de Dirichlet.* Note de M. **Hubert Delange**, présentée par M. Paul Montel.

Les énoncés donnés au paragraphe 1 de notre Note ([1]) sont des cas particuliers d'énoncés généraux relatifs aux intégrales multiples de Laplace. Ces derniers énoncés permettent d'établir, pour les séries multiples de Dirichlet, des théorèmes analogues aux théorèmes taubériens classiques de Littlewood et de Hardy et Littlewood relatifs aux séries simples, tels que nous les avons étendus dans une Note précédente ([2]).

Pour la simplicité des notations, nous nous placerons ici dans le cas des séries doubles, mais il n'y a aucune différence essentielle avec les séries multiples d'ordre quelconque.

Soient $\{\lambda_m\}$ et $\{\mu_n\}$ deux suites de nombres réels positifs croissants, tendant l'une et l'autre vers $+\infty$, et considérons la série

$$\sum_{m=1}^{+\infty}\sum_{n=1}^{+\infty} a_{m,n}e^{-\lambda_m z-\mu_n z'}, \tag{1}$$

où les coefficients $a_{m,n}$ sont réels ou complexes et z et z' sont deux variables complexes.

On pose

$$S_{m,n}=\sum_{i=1}^{i=m}\sum_{j=1}^{j=n} a_{i,j} \qquad \text{pour } m \text{ et } n \geqq 1,$$

$$S_{o,n}=\text{o} \quad \text{pour } n \geqq 1, \qquad S_{m,o}=\text{o} \quad \text{pour } m \geqq 1,$$

$$p_{m,n}=S_{m,n}-S_{m-1,n} \quad \text{et} \quad q_{m,n}=S_{m,n}-S_{m,n-1} \quad \text{pour } m \text{ et } n \geqq 1.$$

Il est commode de poser en outre $\lambda_0=\mu_0=\text{o}$.

Nous poserons aussi

$$\varliminf_{m\to+\infty}\frac{\lambda_{m-1}}{\lambda_m}=\alpha, \qquad \varliminf_{n\to+\infty}\frac{\mu_{n-1}}{\mu_n}=\beta.$$

([1]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 855-856.

([2]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 436-438.

Lorsque la série (1) sera convergente, nous désignerons sa somme par $F(z, z')$. (Nous entendons la convergence au sens de Pringsheim.)

Pour simplifier les énoncés, nous désignerons par (H_1) et (H_2) les hypothèses suivantes sur $E(z, z')$:

(H_1). Il existe deux suites de nombres complexes

$$\{z_k\} = \{r_k e^{i\theta_k}\} \quad \text{et} \quad \{z'_h\} = \{r'_h e^{i\theta'_h}\}$$

tendant vers zéro et satisfaisant à

$$|\theta_k| < \frac{\pi}{2}, \qquad \lim_{k \to +\infty} \frac{r_{k+1}}{r_k} = 1, \qquad \overline{\lim_{k \to +\infty}} |\theta_k| < \frac{\pi}{2},$$

$$|\theta'_h| < \frac{\pi}{2}, \qquad \lim_{h \to +\infty} \frac{r'_{h+1}}{r'_h} = 1, \qquad \overline{\lim_{h \to +\infty}} |\theta'_h| < \frac{\pi}{2},$$

et telles que $F(z_k, z'_h)$ tende vers S lorsque k et h tendent vers $+\infty$.

(H_2). Il existe deux nombres positifs a et b tels que $F(z, z')$ tende vers S quand z et z' tendent vers zéro par valeurs réelles positives satisfaisant à $a \leqq z'/z \leqq b$.

Théorème I. — *Si* : (a_1). — *Il existe une constante positive* K *telle que l'on ait, quels que soient m et n positifs,*

$$|p_{m,n}| \leqq \frac{K(\lambda_m - \lambda_{m-1})}{\lambda_m}, \qquad |q_{m,n}| \leqq \frac{K(\mu_n - \mu_{n-1})}{\mu_n},$$

[*de sorte que la série* (1) *est convergente pour* $\mathcal{R}[z] > 0$, $\mathcal{R}[z'] > 0$].

(b_1). — *L'hypothèse* (H_1) *est satisfaite.*

Alors la série est convergente pour $z = z' = 0$, et a pour somme S.

L'hypothèse (a_1) est satisfaite en particulier si, pour m et $n \geqq 1$,

$$|a_{m,n}| \leqq \frac{M(\lambda_m - \lambda_{m-1})(\mu_n - \mu_{n-1})}{(\lambda_m^2 + \mu_n^2)} \text{ (}^1\text{)}.$$

Théorème I *a*. — *Si* $p_{m,n}$ *et* $q_{m,n}$ *satisfont aux même inégalités que ci-dessus, et si l'hypothèse* (H_2) *est satisfaite,* $S_{m,n}$ *tend vers* S *quand m et n tendent vers* $+\infty$ *de manière que les rapports* μ_n/λ_m *et* μ_m/λ_n *restent bornés.*

---

(1) Dans le cas d'une série multiple d'ordre p

$$\Sigma a_{m_1, m_2, \ldots, m_p} \exp[-\lambda_{m_1}^{(1)} z_1 - \lambda_{m_2}^{(2)} z_2 - \ldots - \lambda_{m_p}^{(p)} z_p],$$

il faudrait prendre

$$|a_{m_1, m_2, \ldots, m_p}| \leqq \frac{[\lambda_{m_1}^{(1)} - \lambda_{m_1-1}^{(1)}] \ldots [\lambda_{m_p}^{(p)} - \lambda_{m_p-1}^{(p)}]}{\left\{\sum_1^p [\lambda_{m_i}^{(i)}]^2\right\}^{\frac{p}{2}}}.$$

THÉORÈME II. — *Si* : (a_2). — *Les coefficients $a_{m,n}$ sont réels* ; (b_2). — *Il existe une constante positive* K *telle que l'on ait, quels que soient m et n positifs*,

$$p_{m,n} \geqq -\frac{K(\lambda_m-\lambda_{m-1})}{\lambda_m}, \qquad q_{m,n} \geqq -\frac{K(\mu_n-\mu_{n-1})}{\mu_n};$$

(c_2). — *La série* (1) *est convergente pour* $\Re[z]>0$, $\Re[z']>0$, *et sa somme est bornée pour z et z' réels positifs, alors* $S_{m,n}$ *est bornée indépendamment de m et n*.

Si, de plus, l'hypothèse (H_1) est satisfaite, l'on a

$$\overline{\lim_{m,n\to+\infty}}\, S_{m,n}=S, \qquad \text{et} \qquad \underline{\lim_{m,n\to+\infty}}\, S_{m,n} \geqq S-K(2-\alpha-\beta).$$

En particulier, si $\alpha=\beta=1$, la série est convergente pour $z=z'=0$, avec pour somme S.

L'hypothèse (b_2) est satisfaite en particulier si, pour m et $n\geqq 1$,

$$a_{m,n} \geqq -\frac{M(\lambda_m-\lambda_{m-1})(\mu_n-\mu_{n-1})}{(\lambda_m^2+\mu_n^2)}$$

[on peut prendre $K=(\pi/2)M$].

THÉORÈME II*a*. — *Si les hypothèses* (a_2), (b_2), (c_2) *ci-dessus sont satisfaites, ainsi que l'hypothèse* (H_2), *on a, pour toute suite de couples* (m, n) *telle que m et n tendent vers* $+\infty$ *de manière que les rapports* μ_n/λ_m *et* λ_m/μ_n *restent bornés*,

$$S-K(2-\alpha-\beta) \leqq \underline{\lim}\, S_{m,n} \leqq \overline{\lim}\, S_{m,n} \leqq S.$$

Si, de plus, $\alpha>0$ et $\beta>0$, on peut affirmer qu'il existe une telle suite de couples (m, n) pour laquelle $S_{m,n}$ tend vers S.

Si $\alpha=\beta=1$, $S_{m,n}$ tend vers S lorsque m et n tendent vers $+\infty$ de manière que les rapports μ_n/λ_m et λ_m/μ_n restent bornés.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Familles normales sur une surface de Riemann.* Note de M. **JEAN COMBES**, présentée par M. Paul Montel.

Soit F la surface de Riemann à m feuillets plans privés du point à l'infini de la fonction $u=\sqrt[m]{E(z)}$, $E(z)$ étant une fonction entière de zéros $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$,

$$(|a_1| \leqq |a_2| \leqq \ldots).$$

Les fonctions $v(z, u)$ uniformes dans le domaine D de F formé des portions des m feuillets qui se projettent sur un même domaine $\overline{D}$ du plan z ont pour expression

$$v=\sum_0^{m-1} A_i(z)\, u^i$$

(A_i : fonction uniforme de z dans $\overline{D}$).

En particulier, les fonctions v holomorphes ou méromorphes dans D correspondent à des A_i holomorphes ou méromorphes dans $\overline{D}$.

La considération de l'expression $\Sigma v_j \omega_j^k$ (v_j : différentes déterminations de v, ω_j : racines $m^{\text{ièmes}}$ de 1) permet d'établir le

THÉORÈME. — *Toute fonction entière sur* F *dont le module est borné est une constante.*

Toute fonction holomorphe sur F *pour* $|z| > R$ *et de module borné se réduit à* $A_0(z)$ *holomorphe pour* $|z| > R$.

On voit aisément que la limite uniforme d'une suite de fonctions holomorphes est holomorphe, et l'on peut étendre à des domaines de F la définition des familles normales donnée pour des domaines plans.

Les principales propriétés restent valables. En particulier :

THÉORÈME. — *Pour qu'une famille soit normale dans* D, *il faut et il suffit qu'elle soit normale en tout point de* D.

THÉORÈME. — *Étant données des fonctions holomorphes dans* D, *si aucune d'elles ne prend deux valeurs finies distinctes a et b, la famille est normale dans* D.

Ces résultats demeurent valables pour des domaines plus généraux que les domaines de F.

APPLICATION. — L'étude d'une fonction entière sur F dans une infinité de domaines D_1, D_2, ... qui peuvent se ramener à un seul, D_1, par une transformation linéaire sur z équivaut à l'étude d'une famille de fonctions holomorphes dans D_1.

Dans D_1, D_2, ..., les points de ramification a_i et les lignes de passage doivent avoir des dispositions semblables.

THÉORÈME. — *S'il existe une suite* a_{n_i} *de points de ramification tels que*

$$\left|\frac{a_{n_i+1}}{a_{n_i}}\right| > 1 + \alpha \qquad (\alpha > 0)$$

et si leurs indices n_i *sont premiers avec* m, v *a au plus une valeur exceptionnelle finie,* u *et* E(z) *n'en ont aucune.*

On le voit en considérant des couronnes d'épaisseur relative constante.

La même méthode, avec $m = 2$, donne des propriétés des fonctions E(z), à valeur exceptionnelle :

THÉORÈME. — *Si* E(z) *admet une valeur exceptionnelle,* $\lim\limits_{n\,\infty} |a_{n+1}/a_n| = 1$.

Résultat connu qu'il est possible d'établir directement en considérant dans le plan z, lorsque $\overline{\lim\limits_{n\,\infty}} |a_{n+1}/a_n| > 1$, des couronnes d'épaisseur relative constante ne contenant pas de zéro.

Si l'on prend pour $\overline{D_i}$ un cercle de centre a_i, ou une bande de centre a_i, ne contenant pas d'autre zéro, $\sqrt{E(z)}$ admet dans tout D_i deux valeurs exceptionnelles lorsque E(z) admet une valeur exceptionnelle différente de zéro.

La famille correspondante de fonctions dans D_1 est normale et les fonctions limites ne peuvent être la constante infinie.

Si, en particulier, les rayons des cercles ou les largeurs des bandes peuvent être pris constants, on en déduit l'existence d'une suite de domaines égaux où les valeurs de $E(z)$ en des points homologues tendent uniformément vers une limite.

TOPOLOGIE. — *Sur les espaces topologiques ordonnés.* Note [1] de M. **Leopoldo Nachbin**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Soit E un espace topologique muni d'un pré-ordre [2]. On dit que le pré-ordre est : (sf) *semi-fermé* si, pour $a \in E$, les ensembles des $x \leq a$ et des $x \geq a$ sont fermés; (f) *fermé* si son graphique, l'ensemble des points (x, y) tels que $x \leq y$, est fermé dans le carré E^2. On dit que la topologie est : (lc) *localement convexe* si l'ensemble des voisinages convexes de chaque point est un système fondamental de voisinages de ce point; (fc) *faiblement convexe* si l'ensemble des parties ouvertes convexes est une base de la topologie; (c) *convexe* si l'ensemble des parties ouvertes décroissantes et des parties ouvertes croissantes est un système de générateurs de la topologie. Au moyen de la notion de convergence à la Moore-Smith [3], nous pouvons dire encore : (sf) si $x_\lambda \to a$, $x_\lambda \leq b$ alors $a \leq b$, et si $x_\lambda \to a$, $x_\lambda \geq b$ alors $a \geq b$; (f) si $x_\lambda \to a$, $y_\lambda \to b$ et $x_\lambda \leq y_\lambda$, alors $a \leq b$; (lc) si $x_\lambda \to a$, $z_\lambda \to a$ et $x_\lambda \leq y_\lambda \leq z_\lambda$, alors $y_\lambda \to a$. On a : $f \to sf$, $c \to fc \to lc$. Un espace topologique muni d'un ordre semi-fermé (resp. fermé) est un espace de Fréchet (resp. de Hausdorff); un espace topologique localement convexe par rapport à un pré-ordre semi-fermé (resp. fermé) est un pré-espace de Fréchet (resp. de Hausdorff) [4]; un espace pré-ordonné muni d'une topologie de Kolmogoroff localement convexe est ordonné. On appelle *espace compact ordonné* un espace compact muni d'un ordre fermé.

1° *La topologie d'un espace compact ordonné est convexe.* 2° *Si tout point d'un espace topologique muni d'un ordre fermé possède au moins un voisinage convexe dont l'adhérence est compacte, alors sa topologie est faiblement convexe.* 3° *Pour*

---

(1) Séance du 26 janvier 1948.

(2) Nous utilisons la terminologie des *Éléments de Mathématique* de N. Bourbaki (*Act. Sci. Ind.*, nos 846, 858, 916, Paris, 1939-1942). Un *pré-ordre* est une relation *réflexive* et *transitive*. Une partie P est *décroissante* si $a \leq b \in P \to a \in P$; de même pour les parties *croissantes*; P est *convexe* si $a \leq b \leq c$, $a \in P$, $c \in P \to b \in P$.

(3) Voir G. Birkhoff, *Moore-Smith convergence in general topology* (*Ann. of Math.*, vol. 38, 1937, p. 39-56).

(4) Un espace topologique dont la topologie est l'image réciproque de la topologie d'un espace de Fréchet (resp. de Hausdorff) est appelé un *pré-espace de Fréchet* (resp. *de Hausdorff*).

que la topologie d'un espace métrique non discret soit localement convexe par rapport à un ordre fermé arbitraire sur l'espace, il faut et il suffit qu'il soit compact.

2. Considérons les propriétés suivantes d'un ensemble ordonné : (*pi*) *propriété interpolatoire* : si $a_i \leqq b_j (i, j = 1, 2)$, il existe ζ tel que $a_i \leqq \zeta \leqq b_j$; (*rs*) toute partie finie non vide majorée possède une borne supérieure; (*ri*) la duale de *rs*; (*cs*) toute partie non vide totalement ordonnée majorée possède une borne supérieure; (*ci*) la duale de *cs*; (*rc*) *réticulé cohérent* : toute partie non vide majorée, resp. minorée, possède une borne supérieure, resp. inférieure. On a : $pi + ci \to rs$ (et la duale), $rs + cs \to rc$ (et la duale), $pi + ci + cs \to rc$. Donc ([1]) :

4° *Soit* E *un espace topologique muni d'un ordre semi-fermé tel que* : 1° E *possède la propriété interpolatoire, et* 2° *toute partie totalement ordonnée fermée bornée* (au sens de l'ordre) *est compacte. Alors* E *est un réticulé cohérent.*

Remarque. — *La condition* 2° *résulte de* : 2* *tout segment* (au sens de l'ordre) *est compact.*

3. Un espace topologique E muni d'un pré-ordre est dit *normalement pré-ordonné* si, étant donnés F_0 fermé décroissant et F_1 fermé croissant disjoints, nous pouvons trouver $A_0 \supset F_0$ ouvert décroissant et $A_1 \supset F_1$ ouvert croissant disjoints. Les résultats d'Urysohn pour le cas de l'ordre discret se généralisent.

5° E *est normalement pré-ordonné si et seulement si, étant donnés* F_0 *fermé décroissant et* F_1 *fermé croissant disjoints, il existe une fonction réelle* φ *continue croissante sur* E *telle que* $x \in F_i \to \varphi(x) = i \; (i = 0, 1)$. *Tout espace compact ordonné est normalement ordonné.*

Si $X, Y \subset E$, posons $X \ll Y$ lorsque la plus petite partie fermée décroissante contenant X et la plus petite partie fermée croissante contenant Y sont disjointes. Soient s_λ et i_λ les ensembles des nombres $\geqq \lambda$ et $\leqq \lambda$.

6° E *étant normalement pré-ordonné et* φ *étant une fonction réelle continue croissante sur une partie fermée* $F \subset E$, *pour qu'il existe une extension réelle continue croissante de* φ *définie sur* E, *il faut et il suffit que* $\alpha < \beta \to \overset{-1}{\varphi}(i_\alpha) \ll \overset{-1}{\varphi}(s_\beta)$.

7° E *étant normalement pré-ordonné et* $F \subset E$ *étant fermé, pour qu'il existe une extension réelle continue croissante, définie sur* E, *de toute fonction réelle continue croissante sur* F, *il faut et il suffit que* $X, Y \subset F$ *et* $X \ll Y$ *dans l'espace* F *entraînent* $X \ll Y$ *dans l'espace* E. *Cette condition est satisfaite lorsque le pré-ordre est fermé et* F *est compact.*

([1]) Ce théorème contient un résultat de J. Dieudonné, *Sur le théorème de Lebesgue-Nikodym* (II) (*Bull. Soc. Math. France*, 72, 1944, p. 193-239) (voir *Corollaire*, p. 198) et aussi un résultat de G. Birkhoff, *Lattice theory* [*Amer. Math. Soc. Coll. Publ.*, New York, 1940 (voir *Corollary*, p. 118)].

GÉOMÉTRIE. — *La représentation conforme minima singulière et la transformation d'Hazzidakis.* Note [1] de M. **Victor Lalan**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Une représentation conforme est dite *minima*, si elle conserve les pseudo-arcs des lignes minima; elle sera dite *singulière*, si elle conserve en outre les pseudo-courbures géodésiques des mêmes lignes [2]. En se référant au système de Pfaff que nous substituons aux équations de Codazzi et de Gauss [3], on voit sur les équations (3), (5) et (6′) de cette dernière Note qu'une telle correspondance entraîne

$$(1)\qquad \frac{d\overline{H}}{\overline{A}}=\frac{dH}{A},\qquad \frac{d\overline{A}}{\overline{A}}=\frac{dA}{A},\qquad \frac{\overline{K}}{\overline{A}}=\frac{K}{A},$$

d'où

$$(2)\qquad \overline{A}=m^2A,\qquad \overline{H}=m^2(H+n),\qquad \overline{H}^2-\overline{A}^2=m^2(H^2-A^2),$$

et, par élimination, soit de $\overline{A}$ et $\overline{H}$, soit de A et H,

$$(3)\qquad (m^2-1)K+2m^2nH+m^2n^2=0\qquad (\text{pour } S);$$

$$(4)\qquad (m^2-1)\overline{K}+2m^2n\overline{H}-m^4n^2=0\qquad (\text{pour } \overline{S}).$$

Par conséquent, S est une surface de Weingarten, et la relation qui lie ses courbures principales est une relation involutive; il en est de même de $\overline{S}$; la relation (4) prend du reste la même forme que (3), si l'on pose $\overline{m}^2=1/m^2$, $\overline{n}=-m^2n$. Ces surfaces ont été rencontrées par M. É. Cartan dans un problème différent [4], mais avec un autre mode de couplage.

2. Pour obtenir un couple $(S, \overline{S})$, nous introduisons 2 surfaces Σ, $\overline{\Sigma}$ à courbure totale constante positive, m^2n^2, formant un couple d'Hazzidakis [5], c'est-à-dire telles que leurs lignes de courbure se correspondent, tandis que leurs rayons de courbure principaux se permutent, avec changement de signe : $\overline{\rho}_1=-\rho_2$, $\overline{\rho}_2=-\rho_1$. Portons sur la normale à Σ un segment de mesure algébrique $1/n$. La surface parallèle à Σ ainsi obtenue a pour rayons de courbure principaux $r_1=\rho_1-1/n$, $r_2=\rho_2-1/n$; c'est une surface S. Portons de même sur la normale à $\overline{\Sigma}$ un segment de mesure $-1/(m^2n)$; nous obtiendrons une surface de rayons de courbure principaux

$$\overline{r}_1=-\rho_2+\frac{1}{m^2n},\qquad \overline{r}_2=-\rho_1+\frac{1}{m^2n};$$

---

[1] Séance du 26 janvier 1948.

[2] *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 632-633; **223**, 1946, p. 569-571.

[3] *Ibid.*, **224**, 1947, p. 518-520.

[4] *Les systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques*, Paris, 1945, p. 166.

[5] *Journal de Crelle*, **88**, 1880, p. 68-73.

c'est une surface $\overline{\mathrm{S}}$. Entre S et $\overline{\mathrm{S}}$ on a les relations

$$\bar{r}_1 = -r_2 + \frac{1-m^2}{m^2 n}, \qquad \bar{r}_2 = -r_1 + \frac{1-m^2}{m^2 n},$$

et l'on constate que les relations (2) sont vérifiées. Appliquant les formules connues pour les couples d'Hazzidakis ([6]), on obtient pour S et $\overline{\mathrm{S}}$ les formes quadratiques (Ψ désignant le carré de l'élément linéaire sphérique) :

$$(\mathrm{S})\begin{cases} ds^2 = \dfrac{1}{n^2}(\alpha^2 du^2 + \beta^2 dv^2), \\ \Phi = \dfrac{1}{n}(\alpha \operatorname{ch}\varphi\, du^2 + \beta \operatorname{sh}\varphi\, dv^2), \\ \Psi = \operatorname{ch}^2\varphi\, du^2 + \operatorname{sh}^2\varphi\, dv^2; \end{cases} \qquad (\overline{\mathrm{S}})\begin{cases} \overline{ds}^2 = \dfrac{ds^2}{m^2}, \\ \overline{\Phi} = \dfrac{1}{mn}(\alpha \operatorname{sh}\varphi\, du^2 + \beta \operatorname{ch}\varphi\, dv^2), \\ \overline{\Psi} = \operatorname{sh}^2\varphi\, du^2 + \operatorname{ch}^2\varphi\, dv^2, \end{cases}$$

avec

$$\alpha = \frac{\operatorname{sh}\varphi}{m} - \operatorname{ch}\varphi, \qquad \beta = \frac{\operatorname{ch}\varphi}{m} - \operatorname{sh}\varphi.$$

La fonction $\varphi(u, v)$ est assujettie à vérifier l'équation aux dérivées partielles

$$(5) \qquad \frac{\partial^2\varphi}{\partial u^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial v^2} + \operatorname{sh}\varphi \operatorname{ch}\varphi = 0.$$

3. La solution dépend manifestement de 2 fonctions d'un argument. Pour résoudre le problème de Cauchy, il suffit de se donner, sur S par exemple, une bande non caractéristique. Les courbes caractéristiques sont, d'après (5), celles qui vérifient $du^2 + dv^2 = 0$; elles sont imaginaires. Sur Σ, ce sont les asymptotiques, courbes de torsion constante $\pm imn$, qui coupent les secondes lignes de courbure sous un angle égal à $\pm i\varphi$. Sur S, ce sont des lignes coupant les secondes lignes de courbure sous un angle égal à $\pm(i\varphi - \operatorname{arc\,tg} im)$; elles jouissent des propriétés suivantes :

a. leur courbure normale est constante, égale à $(m^2 n)/(1-m^2)$; ce sont les seules courbes de S qui aient la même courbure normale que leurs homologues sur $\overline{\mathrm{S}}$;

b. leur torsion géodésique est constante, égale à $(\pm imn)/(1-m^2)$;

c. leur courbure géodésique est le double de la dérivée par rapport à l'arc de l'angle qu'elles font avec une direction principale;

d. leurs rayons de courbure et de torsion vérifient l'équation

$$\mathrm{R}^2 + \frac{\mathrm{T}^2 \mathrm{R}'^2}{(1 - \mathrm{C}_2 \mathrm{T})^2} = \frac{1}{\mathrm{C}_1^2},$$

où la constante C_1 représente la courbure normale, et C_2 la torsion géodésique.

Nous avons supposé $m^2 \neq 1$. Dans le cas contraire, S et $\overline{\mathrm{S}}$ seraient à courbure moyenne constante, et les caractéristiques seraient les lignes minima.

([6]) L. BIANCHI, *Lezioni di geometria differenziale*, Bologna, 3e édition, p. 676.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Congruences* W *déduites d'un réseau de lignes de courbure*. Note de M. **Fernand Backes**, présentée par M. Paul Montel.

1. La substitution orthogonale particulière

$$(1)\qquad \begin{cases} X=-x+y+z+h, & Z=x+y-z+h,\\ Y=x-y+z+h, & T=-x-y-z+h,\end{cases}$$

où h désigne une constante arbitraire, permet de rapporter tout point P, de coordonnées rectangulaires x, y, z, à un tétraèdre régulier dont les droites joignant les milieux des arêtes opposées sont les axes Ox, Oy, Oz.

D'autre part, si l'on fait correspondre au point P la droite d de coordonnées plückériennes

$$(2)\qquad \begin{cases} p_{12}=X^2+Y^2+Z^2+T^2, & p_{13}=X+iY, & p_{14}=Z+iT,\\ p_{34}=-1, & p_{42}=X-iY, & p_{23}=Z-iT,\end{cases}$$

que l'on peut déduire de la matrice

$$(3)\qquad \begin{Vmatrix} X+iY & -Z+iT & 0 & 1\\ Z+iT & X-iY & 1 & 0\end{Vmatrix},$$

cette droite engendre un complexe linéaire dont l'équation, déduite de la relation

$$(4)\qquad X+Y+Z+T=4h,$$

est

$$(1-i)(p_{13}+p_{14})+(1+i)(p_{42}+p_{23})+8p_{34}=0.$$

2. Lorsque le point P décrit une surface rapportée au réseau (u, v) de ses lignes de courbure, les quantités x, y, z, $x^2+y^2+z^2$ sont, on le sait, solutions de l'équation de Laplace du type

$$(5)\qquad \theta''_{uv}=A\theta'_u+B\theta'_v$$

et, dès lors, en vertu de la relation

$$X^2+Y^2+Z^2+T^2=4(x^2+y^2+z^2+h^2),$$

jointe aux équations (1), les quantités X, Y, Z, T, $X^2+Y^2+Z^2+T^2$ sont solutions de la même équation. Réciproquement, si une équation de Laplace admet les six solutions 1, X, Y, Z, T, $X^2+Y^2+Z^2+T^2$, telles que (4) ait lieu, le point de coordonnées X, Y, Z, T, le tétraèdre de référence étant choisi comme au numéro 1, décrit une surface rapportée au réseau (u, v) de ses lignes de courbure.

Les expressions (2) étant aussi solutions de l'équation (5), la droite d corres-

pondant au point P décrit une congruence W; en vertu de (1) et de (3), cette droite est représentée par les équations suivantes, où ξ, η, ζ désignent les coordonnées rectangulaires courantes

$$(6)\quad \begin{cases} \xi = \zeta[x + y + h - iz] + y - x + i(z + h), \\ \eta = \zeta[z + h + i(y - x)] + z - i(x + y + h). \end{cases}$$

La droite engendre d'ailleurs une demi-quadrique lorsque h varie. Si la surface (P) est isothermique, la congruence (d) est R.

3. Si, conservant les expressions (2) de p_{12}, p_{34}, on choisit pour p_{13}, p_{42}, p_{14}, p_{23} les groupes suivants

$$\begin{matrix} X - iY, & X + iY, & Z + iT, & Z - iT, \\ X + iY, & X - iY, & Z - iT, & Z + iT, \\ X - iY, & X + iY, & Z - iT, & Z + iT, \end{matrix}$$

on définira trois autres droites d_1, d_2, d_3 qui, comme d, engendreront des congruences W. Les droites d, d_1, d_2, d_3 sont hyperboloïdiques.

4. Désignons par $\mathfrak{T}$ la transformation en vertu de laquelle le point P et la droite d se correspondent.

A toute transformation conservant les lignes de courbure (inversion, transformation de Ribaucour, correspondance entre les deux nappes focales d'une congruence de Guichard, etc.) correspondra dans $\mathfrak{T}$ une transformation de congruences W. En particulier, à la transformation de Darboux des surfaces isothermiques, correspondra dans $\mathfrak{T}$ une transformation de congruences R.

5. La transformation de Lie fait correspondre à la droite d une sphère Σ; lorsque d engendre une congruence W, Σ enveloppe une surface dont les deux nappes se correspondent dans la transformation de Ribaucour. Soient P_1, P_2 les points où Σ touche son enveloppe; à chacun des réseaux de lignes de courbure $(P_1)_{uv}$, $(P_2)_{uv}$ correspondra dans $\mathfrak{T}$ une congruence W. A celles-ci correspondront dans Lie deux nouvelles sphères de Ribaucour entre lesquelles on établit par le fait même une correspondance.

On pourra de même appliquer $\mathfrak{T}$ aux réseaux $(P)_{uv}$, $(P_1)_{uv}$ [ou $(P_2)_{uv}$], et ainsi de suite,

6. L'équation différentielle des développables de la congruence engendrée par la droite d'équations (6) est

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = 0,$$

de sorte que ces développables correspondent aux lignes de longueur nulle de la surface (P).

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la force de Lorentz et la force de spin dans la théorie du méson.* Note de M. **Gérard Petiau.**

Nous considérons la particule de spin total maximum $h/2\pi$ (méson dans ses différentes représentations), de charge e, de masse m_0, placée dans un champ électromagnétique $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$, de quadripotentiel A_0, $\mathbf{A}$ et représentée par l'ensemble des solutions Φ de l'équation d'ondes

(1)
$$L\Phi = [P_0\beta_0 + \mathbf{P}\beta + m_0 c\eta_0]\Phi = 0,$$

$$P_0 = -i\hbar\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon A_0, \qquad \mathbf{P} = i\hbar\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} + \varepsilon\mathbf{A}, \qquad \varepsilon = \frac{e}{c} \qquad (\mu, \nu, \rho = 0, 1, 2, 3),$$
$$\beta_\mu\beta_\nu\beta_\rho + \beta_\rho\beta_\nu\beta_\mu = \delta_{\mu\nu}\beta_\rho + \delta_{\nu\rho}\beta_\mu, \qquad \eta_0 = 2\beta_0^2 - 1,$$
$$\eta_0\beta_0 = \beta_0\eta_0 = \beta_0, \qquad \eta_0\beta_p + \beta_p\eta_0 = 0.$$

La dérivée par rapport au temps t de la valeur moyenne de la grandeur représentée par l'opérateur $\beta_0 C$ (si $\beta_0 C = C\beta_0$) ou par $i\beta_0 C$ (si $\beta_0 C = -C\beta_0$) a pour expression

(2)
$$\left\{\begin{aligned} \frac{d}{dt}\int \Phi^* \beta_0 C\Phi\, dv &= \frac{ic}{\hbar}\int \Phi^*[LC - CL]\Phi\, dv, \\ \frac{d}{dt}\int \Phi^* i\beta_0 C\Phi\, dv &= \frac{-c}{\hbar}\int \Phi^*[LC + CL]\Phi\, dv. \end{aligned}\right.$$

Dans le cas particulier où $C = \mathbf{x}$, la relation (2) nous donne

(3)
$$\frac{d}{dt}\int \Phi^*\beta_0\mathbf{x}\Phi\, dv = -c\int \Phi^*\beta\Phi\, dv.$$

Cette relation montre que l'opérateur $-c\beta$ correspond à la grandeur $(\rho\mathbf{v})$, produit de la densité de présence ρ par la vitesse $\mathbf{v}$ du corpuscule. Mais en mécanique macroscopique, la vitesse s'exprime en fonction de l'impulsion $\mathbf{P}$ par la relation $\mathbf{v} = \mathbf{P}/m$. Ceci nous conduit à exprimer le second membre de (3) en fonction de $\mathbf{P}$ en utilisant l'équation (1), ainsi que son équation conjuguée, multipliées par $\beta_p\eta_0$.

Nous poserons

$$\beta_{0p} = \beta_{p0} = \frac{1}{2}(\beta_p\beta_0 + \beta_0\beta_p), \qquad \beta_{pq} = \beta_{qp} = \frac{1}{2}(\beta_p\beta_q + \beta_q\beta_p), \qquad \eta_p = 2\beta_p^2 - 1,$$
$$\beta_{[p0]} = -\beta_{[0p]} = \frac{1}{2}(\beta_p\beta_0 - \beta_0\beta_p), \qquad \beta_{[pq]} = -\beta_{[qp]} = \frac{1}{2}(\beta_p\beta_q - \beta_q\beta_p).$$

Avec ces différentes matrices nous formerons le vecteur t_μ de composantes $t_0 = \beta_0$, $t_p = \beta_p$, le tenseur symétrique du second ordre $\tau_{\mu\nu}$ de composante $\tau_{00} = 1$, $\tau_{0p} = \beta_{(0p)}$, $\tau_{pq} = -\beta_{(pq)}\eta_0$, $\tau_{pp} = -\eta_p\eta_0$, le tenseur antisymétrique du second ordre de composantes $\pi_p = i\beta_{[p0]}$, $\mu_p = i\beta_{[qr]}\eta_0$ et nous désignerons par Π le vecteur de composantes $\Pi_0 = P_0$, $\Pi_p = -P_p$. Nous utiliserons la connexion $g_{00} = +1$, $g_{pp} = -1$, $g_{pq} = g_{0p} = 0$.

Avec ces notations, tenant compte des conditions aux limites, nous obtenons la relation intégrale

$$
\begin{aligned}
-c\int \Phi^{*}\beta_p\Phi\, dv &= \frac{1}{2}\int \Phi^{*}\left[\beta_{(0p)}\frac{P_0}{m_0} - \eta_p\eta_0\frac{P_p}{m_0} - \beta_{(pq)}\eta_0\frac{P_q}{m_0} - \beta_{(pr)}\eta_0\frac{P_r}{m_0}\right]\Phi\, dv \\
&\quad - \frac{1}{2}\int \Phi^{*}\eta_0\frac{P_p}{m_0}\Phi\, dv - \frac{\hbar}{4m_0c}\frac{\partial}{\partial t}\int \Phi^{*} i\,\beta_{(p0)}\Phi\, dv \\
&= \frac{1}{2}\int \Phi^{*}\eta_0\frac{\Pi_p}{m_0}\Phi\, dv + \frac{1}{2}\int \Phi^{*}\tau_{p\mu}\frac{\Pi^{\mu}}{m_0}\Phi\, dv - \frac{\hbar}{4m_0c}\frac{\partial}{\partial t}\int \Phi^{*}\pi_p\Phi\, dv.
\end{aligned}
$$

La relation (2) s'écrit alors

$$
(4)\qquad \frac{d}{dt}\int \Phi^{*}\left[\beta_0 x + \frac{\hbar}{4m_0c}\pi_p\right]\Phi\, dv = \frac{1}{2}\int \Phi^{*}\eta_0\frac{\Pi_p}{m_0}\Phi\, dv + \frac{1}{2}\int \Phi^{*}\tau_{p\mu}\frac{\Pi^{\mu}}{m_0}\Phi\, dv.
$$

Nous voyons s'introduire ici deux opérateurs correspondant à la vitesse classique, $(v_1)_p = \eta_0\Pi_p/m_0$, $(v_2)_p = \tau_{p\mu}\Pi^{\mu}/m_0$ l'expression $(v_1+v_2)/2$ représentant la dérivée par rapport au temps de $\beta_0\mathbf{x} + \hbar\boldsymbol{\pi}/4m_0c$, c'est-à-dire de la grandeur position corrigée du *tremblement de Schrödinger*.

Si nous appliquons de même la formule (2) à l'opérateur $\beta_0\mathbf{P}$, nous obtenons

$$
(5)\qquad \frac{d}{dt}\int \Phi^{*}\beta_0 P_p\Phi\, dv = -c\varepsilon\int \Phi^{*}[E_p\beta_0 + H_q\beta_r - H_r\beta_q]\Phi\, dv = -c\varepsilon\int \Phi^{*}F_{p\mu}t^{\mu}\Phi\, dv.
$$

Nous transformerons encore cette équation au moyen de l'équation (1) et de sa conjuguée multipliées par

$$
E_p\beta_0 + H_q\beta_r\eta_0 - H_r\beta_q\eta_0 \quad \text{et par} \quad E_p\beta_0 + H_q\eta_0\beta_n - H_r\eta_0\beta_q,
$$

ce qui nous donne, après intégration,

$$
\begin{aligned}
4m_0c\int \Phi^{*}F_{p\mu}t^{\mu}\Phi\, dv &+ 2\int \Phi^{*}F_{p\mu}\Pi^{\mu}\eta_0\Phi\, dv + 2\int \Phi^{*}F_{p\nu}\tau^{\nu\mu}\Pi_{\mu}\Phi\, dv \\
&- \frac{\hbar}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int \Phi^{*}(H_q\pi_r - H_r\pi_q)\Phi\, dv + \hbar\int \Phi^{*}\frac{\partial}{\partial x^{p}}(E\,\pi + H\,\mu)\Phi\, dv = 0.
\end{aligned}
$$

En reportant dans (5), nous obtenons alors

$$
\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}\int \Phi^{*}\left[\beta_0 P_p + \frac{\hbar\varepsilon}{4m_0c}[H_q\pi_r - H_r\pi_q]\right]\Phi\, dv \\
&\quad = \frac{1}{2}\int \Phi^{*}F_{p\mu}\frac{\Pi^{\mu}}{m_0}\eta_0\Phi\, dv + \frac{1}{2}\int \Phi^{*}F_{p\nu}\tau^{\nu\mu}\frac{\Pi_{\mu}}{m_0}\Phi\, dv \\
&\qquad + \frac{\hbar\varepsilon}{4m_0c}\int \Phi^{*}\frac{\partial}{\partial x^{p}}[E\,\pi + H\,\mu]\Phi\, dv = \frac{1}{2}[\mathcal{F}_{L_1} + \mathcal{F}_{L_2}] + \mathcal{F}_{S}.
\end{aligned}
$$

Nous mettons ainsi en évidence les forces de Lorentz $\mathcal{F}_{L_1}$ et $\mathcal{F}_{L_2}$ correspondant aux vitesses v_1 et v_2 et la force de spin $\mathcal{F}_S$ due au moment électromagnétique propre de la particule, par dérivation de la densité d'impulsion corrigée d'un terme correspondant au *tremblement de Schrödinger*.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *La transformation de Lorentz et les ondes corpusculaires*. Note de M. **Serge Slansky**.

Supposons que l'on ait pu établir l'existence d'ondes associées aux corpuscules matériels avant de connaître la mécanique de la Relativité, et que l'on ait établi expérimentalement, dans le domaine des faibles vitesses, la relation entre la quantité de mouvement p du corpuscule et la longueur d'onde λ de l'onde associée

$$\lambda = \frac{h}{p}. \tag{1}$$

Il est naturel d'identifier la vitesse du corpuscule avec la vitesse de groupe u de l'onde, liée à la fréquence ν par

$$\frac{1}{u} = \frac{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)}{d\nu}. \tag{2}$$

On déduit de (1) et (2), pour un corpuscule de masse m,

$$h\nu = \frac{1}{2} m u^2 + W_0 = W. \tag{3}$$

La constante W_0 joue le rôle d'une énergie au repos.

Considérons dans un certain repère galiléen une onde de la forme

$$\Psi = e^{\frac{2\pi i}{h}(Wt - pz)}, \tag{4}$$

et passons dans un autre repère animé dans la direction Oz d'une vitesse d'entraînement v par rapport au premier. Si, pour avoir la nouvelle expression Ψ' de l'onde, nous faisons dans l'expression (4) de Ψ la substitution définie par la transformation de Galilée

$$z = z' - vt', \qquad t = t', \tag{5}$$

la relation (1) n'est plus vérifiée, car la longueur d'onde reste la même, alors que la quantité de mouvement p' doit évidemment différer de sa valeur primitive p.

Pour trouver l'expression des transformations qu'il faudrait attacher aux changements de repères galiléens pour conserver la relation (1), admettons qu'elles forment un groupe continu et cherchons la transformation infinitésimale. Pour une vitesse d'entraînement infinitésimale $v = \varepsilon$, on a

$$W' = W + \varepsilon p \qquad p' = p + \varepsilon m, \tag{6}$$

d'où, si Ψ est de la forme (4), en supposant la transformation linéaire et indépendante de p

$$z = z' - \varepsilon t', \qquad t = t' - \varepsilon \frac{m}{W} z'. \tag{7}$$

Pour que cette transformation soit la même pour tous les corpuscules, il faut admettre que l'énergie au repos W_0 est beaucoup plus grande que $1/2\ mu^2$ et que le rapport W_0/m est le même pour tous les corpuscules. Si l'on pose

$$W_0 = mc^2, \tag{8}$$

en confondant W avec W_0 dans les formules (7), on retrouve l'expression de la transformation infinitésimale du groupe de Lorentz, d'où l'on déduit l'expression bien connue des transformations finies

$$z = \frac{z' - vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad ct = \frac{ct' - \beta z'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad \beta = \frac{v}{c}.$$

Les raisonnements développés ici ne donnent pas la valeur de la constante c définie par la relation (8). On pourrait théoriquement la trouver de la manière suivante : en admettant que la relation (1) est vraie aux grandes vitesses, on pourrait en déduire l'expression relativiste de l'impulsion, et calculer c à partir de mesures de λ et u pour des corpuscules très rapides.

Bien qu'historiquement la théorie de la Relativité soit antérieure à la Mécanique ondulatoire, il apparaît donc que la découverte des ondes associées aux corpuscules aurait permis de trouver les principales formules de la Relativité restreinte, transformation de Lorentz, énergie d'un corps au repos, sans supposer la connaissance des faits que l'on considère généralement comme étant à la base de la découverte de la mécanique de la Relativité.

ASTROPHYSIQUE. — *L'excitation des raies interdites dans les nébuleuses, les novæ et les aurores polaires.* Note [1] de M. **Daniel Barbier**, présentée par M. Jean Cabannes.

1° Appelons 1 le niveau fondamental d'un atome (OI, OIII NI, etc.) et 2 et 3 (par énergies croissantes) ses deux niveaux métastables [2], n_i le nombre d'atomes p_i par unité de volume sur le niveau i de poids statistique ϖ_i, p_{ij} la probabilité de transition spontanée [3] $i \to j\ (i > j)$, q_{ij} la probabilité de transition par choc électronique et ν_{ij} la fréquence. En suivant Menzel, Aller et Hebb [4], on peut écrire moyennant quelques simplifications

$$\frac{n_2}{n_3} = \frac{\varpi_2}{\varpi_3} e^{\frac{h\nu_{32}}{kT}} \frac{q_{21}}{q_{31}} \frac{p_{32} + q_{31} + q_{32}}{p_{21} + \frac{q_{21}}{q_{31}}(q_{31} + q_{32})}, \qquad q_{ij} = \beta_{ij} \frac{n_e}{\sqrt{T}}. \tag{1}$$

n_e est le nombre d'électrons libres par unité de volume et T la température

(1) Séance du 26 janvier 1948.

(2) On combine sans difficultés les niveaux multiples.

(3) Pasternack, *Astroph. Journal*, **92**, 1940, p. 129.

(4) *Astroph. Journal*, **93**, 1941, p. 230.

électronique. Les β_{ij} sont des constantes atomiques qui ont été calculées seulement pour OIII ([5]). A l'aide de ces formules on peut exprimer le rapport des intensités de deux raies ayant respectivement les niveaux 2 et 3 comme niveaux initiaux.

2° *Applications aux nébuleuses.* — Dans ces astres n_e est petit ($n_e \leqq 10^4$); on fait tendre les q_{ij} vers zéro dans la formule (1), où ils ne figurent plus que par le rapport q_{21}/q_{31}. Avec la valeur connue pour OIII de ce rapport on calcule la température électronique de diverses nébuleuses qui est en général de 8 à 10000 K. Il est possible ensuite de déterminer q_{21}/q_{31} pour d'autres atomes.

	OII.	SII.	OI.	OIII.	NII.
$\frac{p_{21}}{p_{31}}$..........	0,0019	0,0070	0,11	0,12	0,12
$\frac{q_{21}}{q_{31}}$..........	0,13	0,05	$\simeq 4$	1,14	3,4

Les diverses nébuleuses donnent des valeurs concordantes, sauf malheureusement pour OI, car la superposition des raies du ciel nocturne est gênante. On constate qu'il y a un certain parallélisme entre les p_{21}/p_{31} et q_{21}/q_{31} qui confirme la valeur assez élevée de cette dernière quantité dans OI. Pour NI on a $p_{21}/p_{31} = 0,0038$, il est probable que q_{21}/q_{31} est de l'ordre de 0,1.

3° *Application aux novæ.* — Une enveloppe des novæ présente initialement les raies de [OI], ensuite la raie verte disparaît et les raies de [OIII] apparaissent avec un rapport d'intensités différent de celui des nébuleuses, puis elles tendent vers l'aspect qu'elles ont dans ces astres. Pour Nova Herculis 1934 on a pu déterminer les températures électroniques 5800 K en décembre 1934 et 7200 K en mai 1933. n_e est $3,2.10^{11}$ le 26 février 1935; $5,6.10^9$ le 5 mars; $6,1.10^8$ le 22 mars; $4,4.10^7$ le 27 juin; $1,1.10^6$ le 24 janvier 1936 et $1,5.10^5$ le 2 octobre. Le raccord des résultats fournis par OI et OIII conduit à $\beta_{31} + \beta_{32} = 5,32.10^{-9}$, valeur 10^4 fois plus petite que celle calculée ([5]) pour OIII. Cette valeur est en profond désaccord avec les résultats théoriques ([6]) regardés d'ailleurs comme incertains par Massey et Bates ([7]).

4° *Application à l'aurore polaire* ([8]). — Nous admettons que les raies interdites sont excitées par collision avec les électrons secondaires produits lors de l'ionisation de l'atmosphère par les particules primaires d'énergie relativement grandes. Avec les constantes déterminées astronomiquement, on obtient que T doit être supérieure à 28000 K (ce qui correspond à des électrons dont l'énergie

---

([5]) HEBB et MENZEL, *Astroph. Journal*, 92, 1940, p. 408.

([6]) YAMANOUCHI, INUI et AMEMIYA, *Physico-Mathematical Soc. of Japan*, 22, 1940, p. 847.

([7]) *Reports on progress in Physics*, 9, 1943, p. 66.

([8]) L'importance des phénomènes d'excitation et de désexcitation par chocs dans la haute atmosphère a été mise en évidence par Gauzit (*Cahiers de Physique*, 39, 1942, p. 47) et discutée par Nicolet (*Bull. Soc. Roy. Sciences Liége*, 11, 1942, p. 97).

moyenne est 3,6 eV) et que dans ces conditions n_e ne dépend que peu de T.

$R = \frac{I(6300 + 6363)}{I(5577)} \ldots$	0,05	0,2	1,0	10	20
$\log_{10} n_e \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$	11,3	10,5	9,5	8,2	7,3

Une observation par radar (⁹) d'une aurore rouge de basse latitude et d'altitude 480^{km} correspondant très probablement à $R \simeq 20$ a donné

$$2,6.10^7 < n_e < 6,5.10^7,$$

en excellent accord avec le résultat théorique.

On rend compte du comportement des raies de [NI] en prenant pour cet atome $\beta_{31} + \beta_{32} = 2,3.10^{-10}$, valeur encore plus faible que celle de OI. La comparaison des intensités des raies de [OI] et de [NI] montre alors qu'à haute altitude l'azote doit être presque complètement dissocié, tout comme l'oxygène.

ASTROPHYSIQUE. — *Ondes de choc dans l'atmosphère solaire.*
Note de M. J. **Houtgast**, présentée par M. Bernard Lyot.

Lors de la conférence concernant les *Relations entre les phénomènes solaires et géophysiques* tenue à Lyon du 1er au 7 septembre 1947, j'ai communiqué quelques considérations concernant la propagation de la matière et d'ondes ultra-sonores (ondes de choc) dans l'atmosphère solaire. Les phénomènes d'ondes de choc chez les météores ont déjà été étudiés par H. Muraour (*J. des Obs.*, **14**, p. 97, 41) et T. E. Sterne (*Ap. J.*, **95**, p. 437, 42).

Pour la description des phénomènes solaires, il est utile de distinguer entre l'*onde* de choc proprement dite, où la discontinuité se propage avec une vitesse supérieure à celle du son et le *front* de choc, où la discontinuité reste stationnaire par rapport à la surface du Soleil. La discontinuité a trait à la vitesse, la pression, la densité et la température du gaz. Dans le sens du courant, la vitesse décroît, tandis que la pression, la densité et la température croissent. Ces quantités, avant et après la discontinuité, sont reliées par des équations bien connues, dans lesquelles interviennent comme constantes : la vitesse du son (a) dans le gaz considéré, le rapport des chaleurs spécifiques (γ), le poids moléculaire (μ). Dans l'atmosphère solaire, γ a la valeur 5/3, tandis que μ sera voisin de 1; a est proportionnel à $\sqrt{T}$ et varie de 10 km/s environ dans la photosphère jusqu'à 100 km/s dans les parties les plus chaudes de la couronne.

I. Si une masse de gaz est mise en mouvement par une force, il peut se former une onde de choc. Les phénomènes qui se manifestent sont décrits par

(⁹) Lovell, Clegg et Ellyett, *Nature*, **160**, 1947, p. 372.

les calculs qu'on trouve chez J. M. Burgers [1], valables pour le cas d'un gaz en repos, enfermé dans un long tube, qui est comprimé soudainement par un coup de piston. Si la vitesse V du piston est supérieure à celle du son, il se forme une onde de choc qui se propage avec une vitesse $u_1 > v > a$ et qui devance le piston.

Pour fixer les idées, imaginons une protubérance qui monte rapidement sous l'influence de la pression de radiation par exemple. La matière en ascension sera précédée d'une onde de choc qui monte avec accélération dans l'atmosphère en repos, cette accélération étant discontinue aux endroits où il y a des gradients considérables de température et de poids moléculaire. L'onde de choc est suivie par la matière en mouvement, qui a une pression, une densité et une température supérieures à celles de l'atmosphère environnante. Si la grande densité donne lieu à une grande visibilité correspondante, la limite de visibilité de la protubérance sera déterminée par la distribution de la densité dans l'onde de choc.

II. Supposons qu'un courant de vitesse suprasonore passe un front de choc à une certaine hauteur au-dessus de la surface solaire. Il n'est pas impossible qu'un front de choc se forme dans un courant ascendant, dans des circonstances déterminées, mais cela semble bien plus probable dans un courant descendant, le courant se heurtant alors à des couches de plus en plus denses. Si nous passons le front, nous constatons que la vitesse diminue; la densité, la pression et surtout la température croissent. Un gaz à 30000°, passant le front avec une vitesse de 300^{km} par seconde, s'échauffe de 10^6 degrés environ. Cette température, qui est de l'ordre de celle de la couronne intérieure, s'établit ici automatiquement à une certaine hauteur au-dessus de la surface solaire. On peut expliquer, de même, les grains brillants dans les protubérances au voisinage des taches, avec leurs températures très élevées.

Cette théorie fait comprendre en outre, d'une manière qui est encore qualitative, comment il se fait que les grains brillants sont des discontinuités au point de vue de la visibilité et de la vitesse de la matière, aussi bien pour la valeur absolue de cette vitesse que pour sa direction. Ces grains mouvants seraient des fronts de choc transportés par les courants avec des vitesses variables. On comprend ainsi pourquoi les grains à mouvement lent sont plus brillants que ceux à mouvement rapide. Il s'ensuit, que les vitesses des grains ne peuvent pas être considérées comme la vitesse de la matière, même dans les protubérances.

---

[1] *Verslagen Ned. Ak. v. Wetensch. Amsterdam* (*Afd. Nat.*, 52, 1943, p. 476).

ANALYSE DIMENSIONNELLE. — *Sur un paradoxe dans l'application du théorème de Vaschy.* Note [1] de M. **René Saint-Guilhem**, présentée par M. Joseph Pérès.

Le théorème de Vaschy s'énonce comme suit : *si la loi d'un phénomène physique, invariante dans tout changement d'unités à l'intérieur d'un type dimensionnel* [2] *déterminé, intéresse p grandeurs mesurables, et si l'on peut choisir arbitrairement k unités parmi celles qui servent à mesurer ces grandeurs, alors la relation entre leurs mesures* $x_1, x_2, \ldots, x_p$, *peut être mise sous la forme d'une relation entre* $m = p - k$ *monomes* X, *de dimensions nulles, constitués avec les* x. En outre, étant donné un système quelconque de m monomes M, indépendants et de dimensions nulles, constitués avec les x, les X s'expriment en fonction des M.

L'objet de la présente Note est le paradoxe consistant en ce que, le choix du type étant arbitraire, la valeur de k est elle-même arbitraire dans une certaine mesure; or, plus k est élevé, plus les conclusions de l'analyse dimensionnelle sont précises.

Un exemple est fourni par le problème suivant, étudié autrefois par Boussinesq [3]; un solide de température constante est baigné par un liquide conducteur de la chaleur, animé d'une translation de vitesse w et de température constante à grande distance. La forme du solide étant fixée, il est défini par la longueur l. Quel est le débit de chaleur D entre le solide et le liquide?

Soient C la capacité calorifique volumique du liquide, χ son coefficient de conductibilité calorifique, θ la différence de température entre solide et liquide. On admet que D est fonction des variables entre l, w, θ, C, χ.

Utilisons d'abord le type à trois espèces fondamentales, longueur, temps, masse, dans lequel les unités mécaniques sont définies de la façon habituelle, l'unité de quantité de chaleur étant celle de travail, et la température ayant les dimensions du carré d'une vitesse. On a $p = 6$, $k = 3$, d'où $m = 3$ et l'équation

$$\text{(1)} \qquad D = \chi l \theta \, F\left(\frac{\theta}{w^2}, \frac{clw}{\chi}\right),$$

où F désigne une fonction inconnue de *deux* variables indépendantes.

---

(1) Séance du 12 janvier 1948.

(2) La terminologie usuelle étant confuse, nous la précisons en appelant *système d'unités* un ensemble d'unités déterminées de différentes espèces (ex. : le système C. G. S. d'unités mécaniques); *structure*, un ensemble de relations entre unités d'espèces différentes; *type*, l'ensemble d'une structure et d'un choix des espèces fondamentales (ex. : le type électromagnétique).

(3) *Théorie analytique de la Chaleur*, 2, Paris, 1903, nos 268 à 275.

En vue d'augmenter k, utilisons maintenant un type adapté à la nature particulière du problème, à quatre espèces fondamentales : longueur, temps, quantité de chaleur, température. On a $p=6$, $k=4$, d'où $m=2$, et l'équation

$$(2) \qquad D = \chi l \theta G\left(\frac{clw}{\chi}\right),$$

où G désigne une fonction inconnue *d'une* variable.

L'équation (2) étant visiblement un cas particulier de l'équation (1), il n'y a pas contradiction; le paradoxe consiste en ce que l'on a obtenu un résultat meilleur en feignant en quelque sorte d'ignorer ce que l'on sait de la nature de la chaleur et de la température.

De nombreux auteurs ont discuté cet exemple (¹). En réalité, le paradoxe provient simplement de l'oubli de la condition essentielle de validité du théorème de Vaschy, savoir l'invariance de l'équation *cherchée* dans le type employé. Si l'on passe d'un type assurant cette invariance à un autre donnant un k plus élevé, rien ne garantit *a priori* que l'invariance subsiste. Au surplus, il ne peut exister de formule générale donnant le maximum de k; ce maximum dépend de la forme des lois intervenant dans le phénomène.

Si l'invariance des équations dont découle l'équation cherchée entraîne un système de relations dimensionnelles de rang r entre les espèces figurant dans cette équation, le maximum de k est $q-r$. En pratique, il convient d'atteindre ce maximum et à cet effet d'utiliser un type défini précisément par l'invariance des équations fondamentales dont l'équation cherchée est conséquence.

La validité de tout calcul d'analyse dimensionnelle exige la démonstration préalable de l'invariance de l'équation *cherchée* dans le type choisi, ce qui demande généralement une étude approfondie du problème. Dans les deux cas de l'exemple ci-dessus, cette démonstration ne présente aucune difficulté.

L'analyse dimensionnelle, dont le champ d'application est déjà restreint pour d'autres raisons, a seulement des possibilités formelles : elle ne peut que dispenser d'effectuer certains calculs. Nous comptons publier dans un autre Recueil un exposé détaillé.

(¹) Lord RAYLEIGH, *Nature*, 1er semestre 1915, p. 66-68; THOMSON et RAYLEIGH, *id.*, p. 202 et 203. THOMSON, *id.*, p. 426-427; RIABOUCHINSKY, *id.*, p. 591; J.-L. RAYLEIGH, *id.*, p. 644; BUCKINGHAM, *Nature*, 2e semestre 1915, p. 396; BRIDGMANN, *Dimensional Analysis*, 2e édition, 1946, p. 9-12, 24, 72; PORTER, *The Method of Dimensions*, 3e édition, 1946, p. 57 et 58, 62 et 63; ESNAULT-PELTERIE, *l'Analyse dimensionnelle*, seconde rédaction préliminaire, 1946, p. 177-185; RIABOUCHINSKY, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 839.

CHALEUR. — *L'influence des aberrations de sphéricité et de la diffraction sur les mesures de température par la méthode du renversement des raies.* Note de M. **Pierre Barret**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Des mesures de température dans la flamme du Bunsen par la méthode de Féry, en utilisant simultanément les raies du lithium, du sodium et du cæsium, nous ont permis de déceler deux causes importantes d'erreurs :

1° Les aberrations de sphéricité des lentilles agissent en déformant différemment pour la flamme et pour la source de comparaison, l'angle solide, théoriquement commun, des deux rayonnements. Par suite, la température déterminée à l'aide d'une raie particulière est entachée d'une erreur absolue qui peut parfois dépasser 50° C. Les mesures effectuées avec plusieurs raies ne concordent donc pas forcément, même si le rayonnement est purement thermique, car les aberrations sphériques varient en général avec la longueur d'onde de la lumière incidente.

2° Le fait de déterminer l'angle solide commun aux deux rayonnements à l'aide du contour de l'objectif du collimateur du spectroscope ou d'un diaphragme placé sur lui, peut devenir également une cause d'erreur absolue fort importante, pouvant atteindre 100° C. lorsque la fente du spectroscope est très fine (de 5 à 15$^{\mu}$), si l'on n'a pas pris soin de limiter par un diaphragme, en dehors du spectroscope, avant la fente, les ouvertures des deux faisceaux considérés, à une valeur commune quelconque indépendante des dimensions du collimateur.

En l'absence d'un tel diaphragme, la diffraction provoquée par la fente n'agit pas identiquement pour les deux faisceaux. Si par exemple la flamme rayonne dans un angle solide plus grand que la source, et si l'on compte sur le contour de l'objectif du collimateur ou sur un diaphragme plus petit placé sur lui, pour ramener l'ouverture des deux faisceaux à la même valeur, la diffraction par la fente, agissant sur les rayons de la flamme, extérieurs, du point de vue de l'optique géométrique, à l'angle solide commun ainsi défini, a pour effet d'envoyer une partie de leur énergie à l'intérieur de cet angle solide. Il en résulte qu'une raie, disparue avec une fente de 30$^{\mu}$, commence à réapparaître brillante lorsque la largeur de la fente passe à 20$^{\mu}$ et se détache de plus en plus sur le fond continu du spectre à mesure que la finesse de la fente s'accroît. Inversement, une raie disparue avec une fente de 5$^{\mu}$ réapparaît en sombre lorsqu'on ouvre davantage la fente.

A partir de ces observations, nous avons déterminé les conditions que doit remplir le système optique pour que les mesures soient correctes.

Deux sont essentielles :

1° On atténuera au maximum l'effet des aberrations sphériques en utilisant des faisceaux étroits. La position des diaphragmes doit être telle, qu'à étendue

de faisceau égale, la surface des lentilles couverte autour du centre optique soit minimum.

2° Un diaphragme réel limitera, avant la fente du spectroscope, les ouvertures des deux faisceaux de la flamme et de la source de comparaison à une même valeur, indépendante du contour de l'objectif du collimateur. Deux autres sont facultatives, mais on accroît la précision des mesures en les observant;

3° La région de la flamme où l'on effectue la mesure doit, de préférence, coïncider avec un conjugué de la fente du spectroscope à travers le système optique. Ceci permet de déceler plus finement les différences de température dans la flamme, selon la hauteur de la fente;

4° Il faut utiliser le flux lumineux maximum compatible avec la condition 1°. On a également intérêt, au point de vue optique, à faire coïncider les lentilles avec les images des objets, et avec les diaphragmes et leurs images.

En conclusion, nous donnerons un exemple de montage répondant à toutes ces conditions:

Une lentille L_1 forme l'image I d'un ruban de tungstène en vraie grandeur sur l'axe vertical de la flamme. Une lentille L_2, placée après la flamme et tout contre elle, donne une image réelle L'_1 de L_1 et une image virtuelle de I. Un diaphragme réel D coïncide avec l'image L'_1 et ne laisse passer que les rayons centraux. L'ouverture utile du faisceau est inférieure à 10 %. Une lentille L_3 forme l'image de I et de la flamme sur la fente du spectroscope et l'image de L_1 et de D sur l'objectif du collimateur.

Il existe des variantes de ce montage-type : on aurait avantage, par exemple, à placer la lentille L_2 sur l'image I, c'est-à-dire dans la flamme. On peut le faire, à condition de reculer la flamme. Mais elle n'a plus son conjugué sur la fente et le montage ne répond plus à la condition 3°. Un tel montage ne permet pas de déceler les différences de température qui peuvent exister verticalement dans la partie de la flamme traversée par le rayonnement de la source.

A l'aide du montage-type proposé ci-dessus, nous avons trouvé, en opérant avec les raies du lithium, du sodium et du cæsium, dans la flamme du bec Bunsen, des températures différant entre elles de la valeur des corrections de couleur de la source à ruban de tungstène utilisée, avec une erreur inférieure à 5° C.

THERMODYNAMIQUE. — *Dilatation des cristaux d'acétate basique de glucinium dans la région du point de transition.* Note de M. **Jean Jaffray**, présentée par M. Gustave Ribaud.

I. Une Note précédente ([1]) a indiqué que l'analyse thermique différentielle des cristaux d'acétate basique de glucinium suggère l'existence, vers 40°C,

([1]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 106.

d'une forte anomalie de la chaleur spécifique. La mesure de la chaleur spécifique, réalisée de part et d'autre de cette température, montre une anomalie qui a l'aspect bien connu de celle qui accompagne une transformation du deuxième ordre. Toutefois, la précision des mesures est assez faible et n'exclut pas définitivement l'existence d'une petite chaleur latente de transformation L.

II. Pour décider si l'on est en présence d'une transformation du deuxième ordre ($L = 0$) ou d'une transformation du premier ordre annoncée ($L \neq 0$), j'ai étudié la dilatation du sel, de part et d'autre de 40°C., par la méthode du dilatomètre à tige, déjà utilisée à diverses reprises ([2]). L'acétate de glucinium, qui se présente sous forme de petits cristaux, a été aggloméré par compression; comme il est soluble dans un certain nombre de liquides organiques et hydrolysé par l'eau, sa dilatation a été réalisée dans le mercure.

La variation du volume apparent V du mélange acétate-mercure a été suivie entre $\theta = 18$ et $\theta = 50°$ C., par températures croissantes et décroissantes. Quand la température croît, la courbe $V(\theta)$ est d'abord concave vers le haut, avec une pente croissante jusqu'à la température de transition; à cette température, la pente diminue brusquement et la concavité de la courbe change de sens; enfin, pour une température un peu plus élevée, la courbe redevient concave vers le haut.

La température de transition a été trouvée égale à $\theta_0 = 40,4 \pm 02°$, C., en excellent accord avec les résultats précédents. De plus, il est sûr que le volume des cristaux d'acétate basique de glucinium est parfaitement continu, ce qui entraîne l'inexistence d'une chaleur latente. Enfin, je crois pouvoir affirmer que la courbe $V(\theta)$ présente, à la température θ_0, un point anguleux qui caractérise les transformations du deuxième ordre et non un petit arc raccordant deux parties de la courbe de part et d'autre de la température θ_0, comme dans les transformations diffuses.

On n'a pas remarqué, dans ces expériences, d'hystérèse thermique notable.

III. Il est possible théoriquement de calculer le coefficient de dilatation cubique α des cristaux, à partir de la courbe $V(\theta)$, pour différentes températures, moyennant une dérivation graphique et la connaissance préalable de certaines grandeurs comme la masse de sel et de mercure, leur masse spécifique à une température déterminée, le volume du réservoir et de la tige du dilatomètre, ainsi que sa dilatation. Mais les mesures précédentes ne peuvent donner pour α que des valeurs approchées, à 5 % près par exemple.

Voici, à titre indicatif, quelques valeurs de α déterminées par ce procédé :

θ.	α.
18°	29.10^{-5}
$40,4 - \varepsilon$	110.10^{-5}
$40,4 + \varepsilon$	60.10^{-5}

La chute brusque de α, à la température de transition, est donc considérable.

([2]) Brun et Jaffray, *Comptes rendus*, **217**, 1943. p. 371; Jaffray, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 798 et **219**, 1944, p. 180.

RADIOÉLECTRICITÉ. — *Sur l'interprétation des mesures de constante diélectrique en impulsions.* Note de M. **Robert Letienne**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'interprétation des mesures de constante diélectrique et d'absorption par la théorie de Debye ([1]) suppose que la tension orientant les molécules est sinusoïdale. Il était intéressant de rechercher l'effet d'une tension périodique appliquée pendant un temps court vis-à-vis du temps de relaxation des molécules. On aurait pu penser que la valeur de la constante diélectrique ε' se rapprocherait de la constante statique ε. Or, des expériences dont nous allons rendre compte (réalisées à l'aide d'impulsions symétriques) conduisent au résultat inverse : ε' se rapproche des valeurs mesurées en haute fréquence sinusoïdale; nous verrons que cela résulte normalement de la forme des signaux utilisés.

I. *Dispositifs expérimentaux.* — Nous avons réalisé deux montages : 1° Le premier utilise *une tension sinusoïdale* (50 à 15000 périodes) qui alimente un pont de Schering ([2]); dans un bras du pont le condensateur de mesure C_1 (cylindrique) est placé en parallèle avec un condensateur étalon C_2; un oscilloscope sert d'indicateur de zéro; 2° Le second montage utilise des *impulsions* formées de signaux triangulaires symétriques dont la largeur à la base est voisine de 10 micro-secondes. Ces signaux sont produits à partir d'un multivibrateur synchronisé par générateur sinusoïdal. L'appareil permet d'obtenir des fréquences de répétition de 120 ou 1100. Les signaux sont d'abord écrêtés et transformés en signaux rectangulaires. La dérivation de ceux-ci (par résistance et capacité) donne des impulsions symétriques.

Pour effectuer les mesures en impulsion, le pont de Schering étant inutilisable, nous avons placé en parallèle sur la capacité C du dérivateur, le condensateur de mesure C_1, le condensateur étalon C_2, l'oscilloscope. En repérant la même déviation verticale du spot d'oscilloscope on détermine $\varepsilon' = C''_1/C'_1$ (condensateur plein, puis vide). La précision de ces mesures (10 %) suffit à l'interprétation des résultats.

II. *Résultats.* — Les deux groupes de mesures (sinusoïdale et impulsions) ont porté sur le même échantillon de $SO_4Cu\,5\,H_2O$ (cristaux finement pulvérisés); nous donnons seulement ci-après les valeurs de la constante diélectrique ε'.

1° Les mesures avec tension sinusoïdale ont confirmé ([3]) que, pour une fréquence donnée, les valeurs de ε' et ε'' augmentent avec l'humidité du sel; ainsi le broyage du sel transforme une partie de l'eau de cristallisation en eau d'hydratation : ε' et ε'' croissent. Nous nous sommes donc astreint dans les

([1]) *Polar molecules, Chem. Catalog Co* (N. Y. 1929); R. Freymann, *Les ondes hertziennes et la structure moléculaire*, Hermann, Paris, 1936.

([2]) R. Guillien, *Cahiers de Physique*, 11, 1942, p. 17.

([3]) J. Errera, *Phys. Zeits.*, 32, 1931, p. 369; 34, 1933, p. 368.

mesures suivantes à opérer rapidement sur des produits présentant le minimum d'eau d'hydratation.

Pour les tensions sinusoïdales, ε' décroît quand la fréquence augmente (conductibilité ionique).

2° Les mesures en tension sinusoïdale et en impulsion ont donné les résultats suivants :

Sinusoïdale........	120	1000	2000	5000	10000	15000 c/s
ε'.................	>30	23,4	14,1	9,9	7,9	7,4
Impulsions.........	120	1100	–	–	–	–
ε'.................	11	11	–	–	–	–

III. *Conclusion. — On voit que pour la fréquence* 1 100 *la valeur de* ε' *mesurée en impulsions est beaucoup plus faible que pour une tension sinusoïdale; d'autre part, aux erreurs d'expérience près, en impulsions,* ε' *a sensiblement la même valeur pour les fréquences de répétition* 120 *et* 1 100.

Pour rendre compte de ces deux faits (ne concordant pas avec notre hypothèse de départ), il faut rappeler qu'une impulsion ne doit pas être considérée comme une tension appliquée pendant un temps court vis-à-vis du temps de relaxation des molécules; en effet, on doit décomposer le signal en série de Fourier et *l'envisager comme résultant de la superposition d'un nombre élevé d'harmoniques de la fréquence de répétition. De ce fait, une détermination de constante diélectrique en impulsions correspond à une mesure faite simultanément pour un grand nombre de fréquences superposées.* La valeur observée pour la fréquence 1 100 est donc nécessairement plus faible en impulsions (moyenne des valeurs de ε' pour les fréquences 1 100 et ses harmoniques).

Cette différence entre les mesures en tension sinusoïdale et en impulsions pourrait être comparée à la différence entre une mesure optique faite en lumière monochromatique d'une part et en lumière blanche totale d'un spectre cannelé, d'autre part.

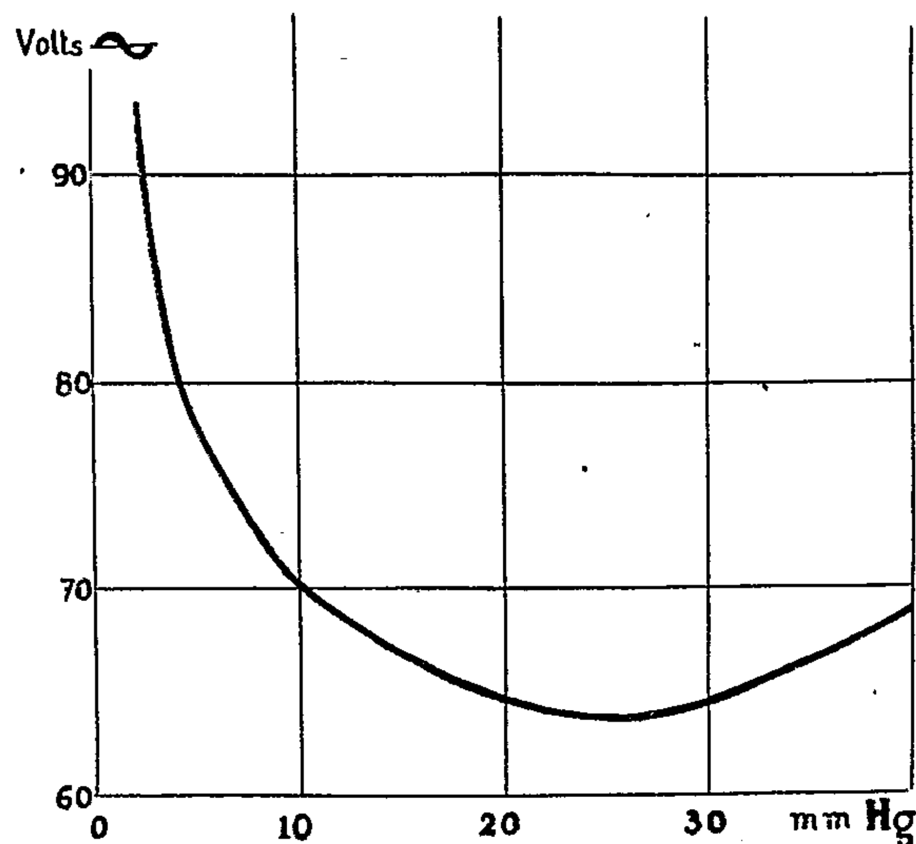
DÉCHARGE DANS LES GAZ. — *Tension de décharge dans le néon en présence d'électrodes recouvertes de cæsium.* Note (¹) de M. **Jean Cueilleron**, présentée par M. Louis Hackspill.

Les électrodes entre lesquelles on fait passer la décharge sont constituées chacune par une boucle circulaire de 5^{mm} de diamètre, faite d'un fil de nickel de $0^{mm},6$ de diamètre. Ces deux boucles sont situées face à face dans deux plans parallèles distants de 1^{mm}. Les extrémités du fil constituant chaque boucle sont coudées deux fois, de façon à être alignées sur le prolongement d'une droite passant par le centre des boucles et perpendiculaires au plan de ces boucles.

(¹) Séance du 19 janvier 1948.

Ces extrémités traversent les parois de l'ampoule dans laquelle on étudie la décharge et servent à amener le courant.

Les oxydes recouvrant les électrodes sont réduits par chauffage dans l'hydrogène sous faible pression, puis l'ampoule et les électrodes sont dégazées sous un vide poussé (10^{-5}, 10^{-6} mm) par un chauffage prolongé, le chauffage de



chacune des boucles se faisant par effet Joule au moyen d'un courant électrique amené par les extrémités du fil la constituant. Des pièges à air liquide convenablement placés assurent, en particulier, l'élimination de la vapeur de mercure.

Les boucles sont ensuite recouvertes d'une couche de cæsium métallique par distillation de cæsium préalablement préparé par la méthode Hackspill et purifié par distillation. Ce dépôt métallique doit être brillant et continu pour que les résultats soient reproductibles.

On introduit alors dans l'ampoule du néon sec que l'on a purifié en y faisant longuement jaillir un arc électrique.

Pour chaque pression de néon, la mesure de la tension alternative (50 périodes) qu'il faut appliquer entre les deux électrodes pour que le tube s'allume, nous a donné les résultats représentés par la courbe ci-dessus. Les débits sont de l'ordre de 0,1 mA. La tension minima d'allumage est de 64 volts pour une pression de néon de 26^{mm}.

EFFET RAMAN. — *Étude d'un monocristal de sels de Seignette en lumière polarisée à température ordinaire.* Note ([1]) de M. **Jean Chapelle**, présentée par M. Jean Cabannes.

Nous nous bornerons à l'examen des grandes fréquences du sel de Seignette imputables aux groupements OH de l'ion tartrate ou aux molécules d'eau.

([1]) Séance du 26 janvier 1948.

I. *Résultats expérimentaux.* — L'étude du sel de Seignette en lumière polarisée (lumière excitatrice naturelle) montre l'existence d'une bande très large, extrêmement diffuse, dont la fréquence est approximativement 3400 ± 200 cm^{-1}. A cette bande se superposent :

1° Des bandes étroites dont les centres se trouvent à 3407, 3478, 3537 cm^{-1}.

2° Des bandes larges : *a*. une bande 3277 ± 25 cm^{-1} à laquelle se superpose une bande étroite et faible vers 3300 cm^{-1} ; *b*. une bande comprise entre 3400 et 3540 cm^{-1}.

Nous indiquons ci-dessous les tenseurs d'intensité des bandes précédentes.

$$\text{Bande 3407.}\ \begin{vmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & F & f \\ 0 & f & F \end{vmatrix} \quad \text{Bande 3478.}\ \begin{vmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f \end{vmatrix} \quad \text{Bande 3537.}\ \begin{vmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{Bande 3400-3540.}\ \begin{vmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{Bande 3277.}\ \begin{vmatrix} f & f & f \\ f & F & f \\ f & f & f \end{vmatrix} \quad \text{Bande } 3400 \pm 200.\ \begin{vmatrix} F & f & f \\ f & F & f \\ f & f & F \end{vmatrix}$$

Les symboles F et *f* représentent des termes intenses et faibles.

Dans ces tenseurs les lignes correspondent à des moments respectivement parallèles à OX, OY, OZ; les colonnes à des champs respectivement parallèles à OX, OY, OZ.

II. *Calcul des tenseurs d'intensité théoriques.* — Le sel de Seignette est un cristal orthorhombique (groupe $P2_1, 2_12$). Sa maille élémentaire contient $4 \times 4 = 16$ molécules d'eau. En supposant négligeables les couplages entre les 4 molécules d'eau d'une même famille, il existe 4 cas à envisager. Nous avons admis la structure indiquée par Beevers et Hughes (²) et nous avons supposé que les molécules d'eau possèdent les mêmes éléments de symétrie qu'à l'état de vapeur. Les résultats sont indiqués dans le tableau ci-contre; u, v représentent les dérivées des réfractivités principales situées dans le plan de la molécule d'eau, w la même quantité pour une direction perpendiculaire au plan de la molécule.

III. *Interprétation des résultats.* — Les bandes larges 3400 ± 200 cm^{-1}, 3400-3450 cm^{-1}, la faible bande étroite 3537 cm^{-1} ont des tenseurs trop mal déterminés pour qu'on puisse les interpréter.

La bande intense 3277 cm^{-1} possède un tenseur ne correspondant à aucun tenseur symétrique de l'eau. Par analogie avec les spectres d'autres tartrates anhydres (³), on peut supposer qu'elle est due aux groupements OH de l'ion tartrate.

(²) *Proc. Roy. Soc.*, **177**, 1941, p. 251.
(³) HARIGNAN, *Thèse*, 1947.

Molécule d'eau ([1]).	Oscillations symétriques, hypothèse $u = v = +\frac{w}{2}$.			Oscillations symétriques, hypothèse $u = v = -\frac{w}{2}$.			Oscillation antisymétrique.		
7....	2,28	0,14	0,23	0,25	0,12	0	0,04	0,03	0,12
	0,14	1	0	0,12	0,85	0,12	0,03	0,44	0,19
	0,23	0	2,16	0	0,12	2,16	0,12	0,19	0,22
8....	3,46	0	0,06	3,46	0	0,55	0	0,07	0
	0	1	0	0	1	0	0,07	0	0,93
	0,06	0	0,63	0,55	0	1	0	0,93	0
9....	1	0	0	1	0	0	0,26	0,79	0
	0	1	0	0	0,5	0,5	0,79	0,23	0
	0	0	3,8	0	0,5	3,3	0	0	0
10....	1,08	0,35	0,12	0,7	0,03	0,04	0,7	0	0,23
	0,35	2,9	1,44	0,03	1,4	0,16	0	0	0,2
	0,12	1,44	1,36	0,04	0,16	1,44	0,23	0,2	0,34

Les bandes 3407 et 3478 cm^{-1} peuvent être considérées comme les fréquences symétrique et antisymétrique de la molécule d'eau 10 (molécule à courte liaison hydrogène). La comparaison des intensités I des deux bandes pour chaque orientation du cristal confirme cette hypothèse, comme le montre le tableau ci-dessous :

	OY.	OY.	OX.	OX.	OZ.	OZ.
Direction lumière incidente.....	OY.	OY.	OX.	OX.	OZ.	OZ.
» » diffusée.......	OX.	OZ.	OZ.	OY.	OY.	OX.
$\frac{I_{3407}}{I_{3478}}$ théorique (hypothèse $u = v = +w/2$)...	k 1,9	k 1,3	k 21	k 5,2	k 2	∞
$\frac{I_{3407}}{I_{3478}}$ théorique (hypothèse $u = v = -w/2$)...	k 2,6	k 0,8	k 7	k 3	k 1	∞
$\frac{I_{3407}}{I_{3478}}$ expérimental................	2,4	0,86	∞	2,3	1,5	∞

Dans ce tableau, k est une constante indépendante de l'orientation.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude systématique des réactions des phénols et des amines en solutions organiques par mesure du pouvoir inducteur spécifique.* Note ([1]) de M. **Nguyen Quang Trinh.**

Chrétien et Laurent ([2]), en mesurant la variation du pouvoir inducteur spécifique des solutions organiques, ont étudié différents phénomènes qui les affectent et qui ne peuvent être décelables en solution aqueuse : neutralisation d'un acide faible par une base faible,

---

([1]) Séance du 26 janvier 1948.

([2]) *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 792; **199**, 1934, p. 639; **199**, 1934, p. 582; **201**, 1935, p. 554.

formation des sels complexes et de composés moléculaires, composés intermédiaires, etc. En portant en abscisse la composition volumique des deux substances dissoutes équimoléculairement dans un même solvant et en ordonnée le pouvoir inducteur, ils obtiennent des diagrammes qui présentent à des concentrations déterminées des discontinuités de pente indiquant la formation de produits de combinaison.

En nous servant du dioxane qui présente le double avantage d'être non polaire et excellent solvant, nous avons pu étendre la mesure à un grand nombre de corps non solubles dans le benzène ou l'éther et faire en particulier une étude systématique des phénols et des amines en solutions organiques. L'appareil de mesure du pouvoir inducteur spécifique applique la méthode des doubles battements hétérodynes par ondes de radio.

Phénols. — L'étude est faite avec la pyridine comme base.

1° *Monophénols.* — Le phénol* ([3]) donne avec la pyridine la combinaison [$C_6H_5OH - C_6H_5N$] (ou 1 + 1) et se comporte comme un monoacide. Il y a donc là une véritable neutralisation en l'absence d'eau. Les trois crésols $CH_3C_6H_4OH$ donnent aussi la combinaison 1 + 1 quelle que soit la place du radical méthyl. Les phénols supérieurs, comme le thymol et le carvacrol, $C_{10}H_{13}OH$, ainsi que les phénols dérivés du noyau naphtalénique, comme le naphtol* $C_{10}H_7OH$, se comportent de même comme des monoacides et donnent avec la pyridine la combinaison 1 + 1. L'introduction d'un halogène ne change pas ce caractère acide (le bromophénol donne le composé 1 + 1), tandis que les radicaux NO_2 l'accroissent considérablement. Le nitrophénol et l'aniline ne réagissent pas entre eux, mais le dinitrophénol* donne avec l'aniline le composé 1 + 1, montrant le renforcement du caractère acide phénolique par la présence de deux NO_2. Le trinitrophénol ou acide picrique est un acide très fort, précipitant la pyridine en cristaux de picrate. La présence du groupement amine affaiblit par contre le caractère acide. L'aminophénol n'entre pas en combinaison avec l'aniline, laquelle base forme avec le phénol le composé 1 + 1.

2° *Diphénols.* — La pyrocatéchine*, la résorcine et l'hydroquinone, quelle que soit la place respective des deux fonctions phénols donnent avec la pyridine le composé [$C_6H_4(OH)_2 - 2C_6H_5N$] (ou 1 + 2) et se comportent donc comme des biacides.

3° *Triphénols.* — Le pyrogallol et la phloroglucine* présentent avec la pyridine les combinaisons 1 + 2 et 1 + 3 et se comportent donc comme des triacides. La phloroglucine agit ici sous sa forme énolique et non sous sa forme cétonique.

Amines. — L'élément *acide* utilisé est le phénol ou ses dérivés nitrés :

1° *Amines de série grasse.* — Elles agissent comme des bases monovalentes fortes vis-à-vis du phénol : la monoéthylamine, la diéthylamine et la triéthylamine donnent le composé 1 + 1.

2° *Amines aromatiques nucléaires.* — L'aniline* ne réagit pas sur le nitro-

([3]) Les corps affectés d'un astérique (*) ont été étudiés par Chrétien et Laurent.

phénol, mais donne le composé 1+1 avec le dinitrophénol. La paratoluidine se comporte comme l'aniline, mais l'orthotoluidine réagit sur le nitrophénol. Les amines aromatiques se comportent donc en bases moins fortes que les amines grasses. La naphtylamine qui est une amine polynucléaire se rapproche pourtant davantage des amines aliphatiques : elle donne avec le phénol le composé $[C_{10}H_7NH_2-C_6H_5OH]$. L'introduction des groupements négatifs en particulier de NO_2 diminue la basicité des amines aromatiques nucléaires. Laurent a trouvé ainsi que l'orthonitraniline* se comporte comme un acide.

3° *Amines aromatiques extranucléaires.* — La benzylamine $C_6H_5CH_2NH_2$ donne avec le phénol le composé 1+1 et se rapproche ainsi plus des alcoylamines que des anilines.

4° *Amines aromatiques secondaires et tertiaires.* — La diméthylaniline* ne réagit pas sur le phénol, mais donne le composé 1+1 avec le nitrophénol au caractère acide plus accentué. La diphénylamine se comporte de la même façon en base faible, mais la formation du composé $\left[\begin{smallmatrix}C_6H_5\\C_6H_5\end{smallmatrix}\!\!>NH-C_6H_5N\right]$ avec la pyridine montre qu'elle a à la fois un caractère acide et un caractère basique.

5° *Diamines aromatiques.* — La benzidine* ou para para' diphényldiamine donne avec le nitrophénol les composés 1+1 et 1+2 et se comporte donc comme un corps bibasique. La paraphénylènediamine est aussi bibasique mais plus faible, ne réagissant ni sur le phénol, ni sur le nitrophénol mais donnant les composés 1+1 et 1+2 avec le dinitrophénol.

L'étude systématique des phénols et des amines en solutions organiques par mesure du pouvoir inducteur spécifique nous permet donc de suivre la variation de leurs propriétés acides ou basiques en fonction de leur structure et de déceler la formation de composés qui passeraient inaperçus en solution aqueuse.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Une méthode de détermination des constantes optiques d'une macromolécule en solution.* Note (1) de M. **Roger Cerf**, transmise par M. Aimé Cotton.

Sadron a montré comment l'étude de la biréfringence d'écoulement d'une solution macromoléculaire dans différents solvants permettait d'obtenir une relation entre les constantes optiques de la molécule dissoute (2).

Il arrive fréquemment qu'on ne puisse dissoudre la substance considérée que dans un seul solvant. Nous nous proposons de montrer que l'on peut dans ce cas déterminer les deux constantes optiques de la macromolécule par des

(1) Séance du 26 janvier 1948.
(2) *J. de Phys.*, 8, 1937, p. 481.

mesures de biréfringence d'écoulement et de différences d'indices de réfraction entre solution et solvant.

1° Pour le calcul de la différence d'indice de réfraction entre solution et solvant, nous supposerons que la solution est monodispersée et très diluée. Nous adopterons le modèle moléculaire qu'ont introduit Peterlin et Stuart ([3]) dans la théorie de la biréfringence par écoulement.

La molécule en suspension sera donc assimilée à un ellipsoïde de révolution homogène, anisotrope, caractérisé par deux indices de réfraction n_1 et n_2 relatifs à l'axe de révolution et à un axe équatorial. On remarquera toutefois que le calcul actuel ne suppose pas la molécule rigide.

Dans ces conditions nous trouvons l'expression suivante de la différence d'indices $\delta n = n - n_0$ entre solution et solvant

$$(1) \qquad \delta n = \frac{2\pi}{n_0} \frac{g_1 + 2g_2}{3} c,$$

où c représente la concentration en volume de la solution.

Les facteurs g_i où i est égal à 1 ou 2 déjà utilisés par Peterlin et Stuart dans la théorie de la biréfringence d'écoulement ont pour expression

$$(1') \qquad g_i = \frac{n_i^2 - n_0^2}{4\pi + \dfrac{n_i^2 - n_0^2}{n_0^2} L_i}.$$

Les L_i sont des fonctions du rapport p des axes de la molécule dont le calcul remonte à Maxwell ([4]).

2° Rappelons que dans les hypothèses énoncées et en admettant de plus que la molécule en suspension est rigide, la biréfringence d'écoulement de la solution est donnée par la formule de Peterlin et Stuart

$$(2) \qquad \Delta n = \frac{2\pi}{n_0} \frac{b}{15} \frac{G}{D} (g_1 - g_2) c,$$

où G représente le gradient de vitesse de l'écoulement et D la constante de diffusion de rotation de la molécule. On a $b = (p^2 - 1)/(p^2 + 1)$.

3° L'allongement de la molécule étant supposé connu, la mesure simultanée de Δn et de D par la biréfringence d'écoulement et de la différence d'indices de réfraction δn, permet à l'aide des équations (1) et (2) de déterminer les facteurs g_1 et g_2. Les formules (1′) permettent alors de calculer les indices n_1 et n_2.

On remarquera que pour un allongement p supérieur à 10, les facteurs L_1 et L_2 diffèrent de moins de 2 % de leurs valeurs limites pour p infini. Ces

---

([3]) *Zeits. f. Phys.*, **112**, 1939, p. 1.

([4]) *Treatise on Electricity and Magnetism*, 1873.

valeurs sont $L_1 = 0$, $L_2 = 2\pi$. De même b est alors pratiquement égal à l'unité.

Les mesures de différences d'indices se font au réfractomètre de Pulfrich à double cuve qui permet de mesurer la 4e décimale de δn et d'apprécier la 5e.

Les mesures de biréfringence d'écoulement se font avec l'appareil de Sadron ([5]).

Exemple. — Nous avons déterminé les indices n_1 et n_2 pour les molécules de fibrine de soie en suspension dans une solution aqueuse de sulfocyanure de lithium. Ces molécules ont un allongement supérieur à 10, ainsi que le montrent les mesures de viscosité intrinsèque de leurs solutions ([6]).

L'indice de réfraction du solvant était $n_0 = 1,5045$. Nous avons trouvé les valeurs suivantes des indices de réfraction de la molécule de fibrine de soie

$$n_1 = 1,39_5, \qquad n_2 = 1,40.$$

L'anisotropie propre de la molécule était très faible.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude des susceptibilités magnétiques et des parachors de quelques stannanes et distannanes.* Note ([1]) de Mlle **Irène Kadomtzeff**, présentée par M. Paul Pascal.

Les organo-métalliques, surtout ceux de la série alcoyle, ont été souvent utilisés pour déterminer le module d'additivité de l'atome de métal, dans la pensée que l'incrément dû à l'effet de partage des électrons dans une covalence serait le plus sonvent négligeable. Pourtant. dans bien des séries d'organo-métalliques, on a souvent remarqué que le module atomique trouvé pour le métal variait avec la longueur de la chaîne carbonée, Pascal ([2]) l'a noté pour le cas des susceptibilités atomiques et Sugden ([3]) pour les parachors.

Les corps que nous avons étudiés sont $(CH_3)^4Sn$; $(C_4H_9)^4Sn$; $(C_6H_9)^4Sn$; $[(C_2H_5)^3Sn]^2$; $[(C_3H_7)^3Sn)]^2$ et $(C_3H_7)^3Sn(CH_2)^6Sn(C_3H_7)^3$. Ils avaient été préparés par M. Renick, puis redistillés sous vide peu avant la mesure. Les densités obtenues se sont trouvées d'accord avec celles données par M. Renick lui-même, par Jones et Evans ([4]), Krause et von Grosse ([5]). Les mesures des susceptibilités magnétiques ont été faites à la balance de Pascal; les tensions ont

([5]) *Journ. de Phys.*, 7, 1936, p. 263.

([6]) Les mesures ont été faites en collaboration avec M. Charles Dannegger, de l'Institut de Chimie Organique de l'Université de Berne, où ces solutions furent préparées.

([1]) Séance du 19 janvier 1948.

([2]) *Comptes rendus*, 159, 1914, p. 429; Grignard, *Traité de Chimie organique*, 2, p. 571.

([3]) *The parachor and the Valency.*

([4]) Jones, Evans, Gulwell et Griffiths, *Journal of Chemical Society*, 39, 1935, p. 47.

([5]) *Die Metallorganischenverbindungen.*

été obtenues grâce au tensiomètre de Lecomte de Nouy, avec les corrections apportées par Zuidema et Waters (6). Voici les résultats obtenus (χ_M et P_M : susceptibilités et parachors moléculaires, χ_{Sn} et P_{Sn} modules du métal).

	$-\chi_M \cdot 10^6$.	$-\chi_{Sn} \cdot 10^6$.	P_M.	P_{Sn}.
$(CH_3)^4Sn$	98,7	40,5	291,4	67
$(C_2H_5)^4Sn$	–	(33,9) (1)	–	(60,7) (2)
$(C_3H_7)^4Sn$	188,5	34,5	597,8	61,4
$(C_4H_9)^4Sn$	232,3	30,8	747,4	55,0
$(C_5H_{11})^4Sn$	–	(30,9) (1)	–	–
$(C_7H_{15})^4Sn$	376,3	31,3	1227,0	66,6
$[(C_2H_5)^3Sn]^2$	225,9	33	691,8	60,6
$[(C_3H_7)^3Sn]^2$	287,2	28,1	901,6	48,5
$[(C_3H_7)^3Sn]^2(CH_2)^6$	363,2	30,4	1161	61,6

Les susceptibilités et parachors atomiques varient à peu près parallèlement. La figure 1 résume nos déterminations.

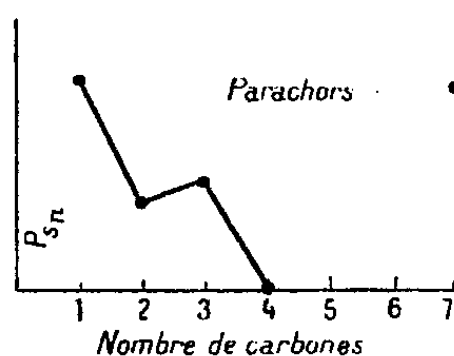


Fig. 1.

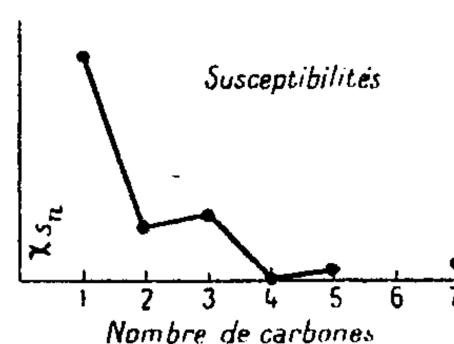


Fig. 2.

On observe que les susceptibilités et les parachors de l'étain varient bien en sens inverse du nombre de carbones des radicaux organiques, mais non de façon continue; il existe une certaine alternance suivant que l'on a affaire à des radicaux contenant un nombre pair ou impair de carbones. C'est pour les radicaux à 4 ou 5 atomes de carbone que les valeurs trouvées sont les plus basses; il y a une remontée pour les radicaux en C_7, surtout dans le cas des parachors.

Quand on compare les distannanes aux stannanes où l'étain est relié aux mêmes radicaux organiques, on constate que les modules du métal ne présentent pas de différence sensible s'il y a entre les deux atomes d'étain des distannanes un radical hydrocarboné. Par contre, quand les deux atomes de métal sont voisins, il apparaît un déficit du diamagnétisme, surtout dans $[(C_3H_7)^3Sn]^2$; la juxtaposition des deux atomes d'étain produisant sans doute un écrasement de leur cortège électronique.

Le nombre limité des termes de la série qu'on a pu considérer empêche de préciser s'il y a également alternance des propriétés dans le cas des distannanes.

(6) *Industrial and engineering Chemistry, analytical édition* **13**, n° 15, 1941, p. 312.

Nous nous proposons d'examiner plus à fond ce phénomène d'alternance en nous adressant à d'autres caractéristiques physiques de ces mêmes organo-métalliques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Recherches sur l'hydrotropie. Étude de la solubilité de l'heptane, de l'hexane et du cyclohexane dans les solutions aqueuses de quelques sels d'acides gras*. Note de M. **René Durand**, présentée par M. Louis Hackspill.

Dans un travail précédent ([1]) j'ai étudié la solubilité du benzène dans les solutions aqueuses de quelques sels d'acides gras. J'y ai mis en évidence, entre l'augmentation relative de solubilité σ et la normalité de l'hydrotrope N, la relation $\sigma = A.N^b$ qui définit un indice d'hydrotropie A et un coefficient exponentiel d'hydrotropie b. Pour un hydrotrope donné, A et b varient avec le soluté, et il m'a paru intéressant d'étudier l'influence de la constitution chimique de ce dernier composé.

J'ai employé les mêmes solutions que pour l'étude du benzène et la même méthode de mesure de la solubilité s. Mais lorsque celle-ci est plus notable, on peut se permettre aussi l'utilisation des fioles à solubilité, avec lesquelles l'erreur relative est alors inférieure à 1 %. Pour les solubilités dans l'eau distillée s_0, on trouve à la fois dans la littérature des résultats concordants et des valeurs qui diffèrent sensiblement de celles qui sont indiquées ici ([2]).

Les trois carbures envisagés, et en particulier l'heptane, fournissent pour s des valeurs considérables par rapport à s_0; dans la plupart des cas, l'effet de sel $s_0 - s_1$ est négligeable et nous pouvons écrire : $\sigma = (s - s_1)/s_0 \# s/s_0$.

Les courbes représentant σ en fonction de la concentration de l'hydrotrope sont encore des familles de paraboles dont la transformation en droites logarithmiques permet d'évaluer A et b. Toutes ces courbes ne peuvent trouver place ici, mais pour cinq des hydrotropes étudiés, avec le benzène et les trois carbures saturés, le tableau suivant donne A, b et aussi les valeurs de σ correspondant à deux concentrations intéressantes de l'hydrotrope.

Les valeurs de σ sont presque toujours d'autant plus fortes que la solubilité du carbure dans l'eau distillée est plus faible, mais les solutions d'hydrotropes, même les plus concentrées, dissolvent néanmoins, dans des conditions comparables, plus de molécules de benzène que de molécules d'hexane, d'heptane ou de cyclohexane.

Les valeurs trouvées pour b montrent : 1° que l'augmentation de la solubilité en fonction de la concentration de l'hydrotrope est particulièrement rapide pour le cyclohexane et lente pour le benzène; 2° que, pour divers hydrotropes et un

([1]) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 898.

([2]) Herz, *Ber. d. Chem. Gesells.*, 31, 1898, p. 2669; Führer, *Ber. d. Chem. Gesells.*, **57**, 1924, p. 510; Hill, *J. Amer. Chem. Soc.*, **44**, 1928, p. 1163; L. H. Milligan, *J. Phys. Chem.*, **28**, 1924, p. 494.

Hydrotrope utilisé.			Benzène.	Hexane.	Heptane.	Cyclohexane.
Butanoate de sodium.	σ	4n	13,6	13,6	–	5,6
		5,5n	59,2	59	–	66
	A		ε	0,02	–	ε
	b		4,45	4,8	–	8,1
Hexanoate de sodium.	σ	2n	4,8	23	117	40
		3,5n	23,1	363	1166	331
	A		0,7	0,98	5,6	2,57
	b		2,8	4,7	4,2	3,95
Heptanoate de sodium.	σ	2n	12,1	145	387	118
		2,7n	26,9	455	1100	361
	A		2,05	13,6	32	7
	b		2,6	3,45	3,4	3,9
Décanoate de sodium.	σ	0,5n	9,4	115	483	90
		1,3n	47,2	827	2366	625
	A		29,5	618	1530	386
	b		1,65	2,3	1,65	2,1
Cyclohexane carboxylate de sodium.	σ	2n	4,7	26	73	16
		3n	12,7	154	534	175
	A		0,94	1,29	2,3	0,29
	b		2,3	4,3	5,0	5,9
Solubilité dans 1 litre d'eau distillée, en cm³, à 16°.	–		1,65±0,05	0,055±0,005	0,015±0,005	0,08±0,005

A a été déterminé graphiquement à partir de la relation $\sigma = A N^b$; il représente σ pour $N = 1$, mais ne coïncide pas dans tous les cas avec le point expérimental, comme je l'ai indiqué dans la première Note.

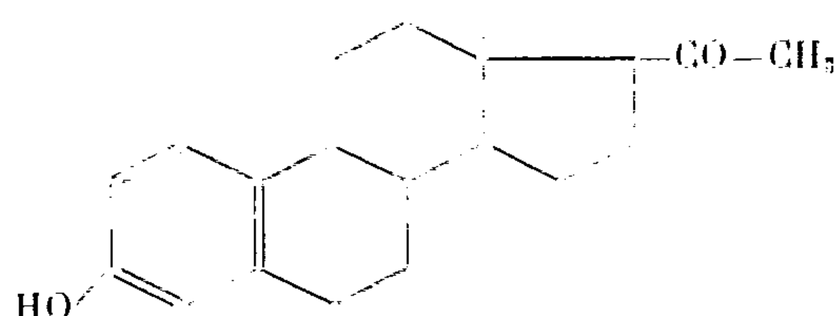
même soluté, elle est généralement d'autant plus accentuée que la solution normale est moins active (A petit).

Toutefois, l'exposant b est remarquablement élevé pour la dissolution de l'hexane dans l'hexanoate et dans le décanoate de sodium, de l'heptane dans le cyclohexane carboxylate de sodium et du cyclohexane dans l'heptanoate et le cyclohexane carboxylate de sodium. Dans tous ces cas, une certaine compatibilité structurale entre le soluté et le radical hydrocarboné de l'hydrotrope semble exercer une influence sur b. A la faveur d'une analogie de forme ou d'une adaptabilité due aux libres rotations des chaînes aliphatiques, les exemples qui viennent d'être cités présentent certaines possibilités d'accolement des parties non polaires des molécules, laissant bien dégagé le groupement carboxylate qui s'entoure d'un cortège de molécules d'eau. Ce facteur stérique ne paraît agir que sur la rapidité de l'accroissement de s en fonction de la concentration de l'hydrotrope.

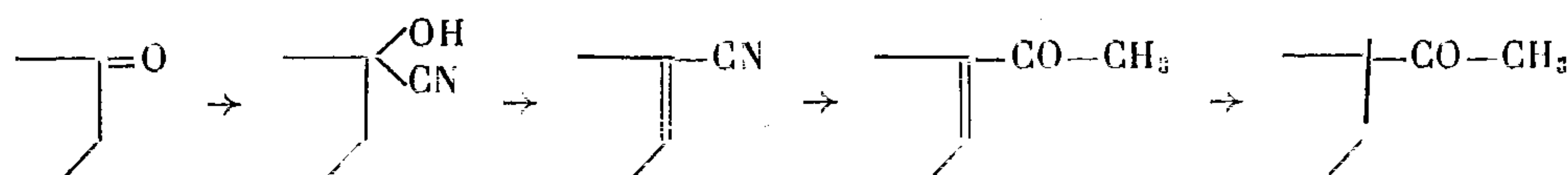
L'indice d'hydrotropie A qui augmente considérablement avec la longueur des chaînes serait plutôt lié à la probabilité d'établissement d'un contact par rencontre de molécules des deux types en un point de leur groupement hydrocarboné.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Méthylcétone apparentée à l'œstrone* (¹).
Note de MM. **Léon Velluz** et **G. Muller**.

Nous avons été conduits à préparer, en vue de recherches physiologiques, la méthylcétone répondant à la structure



Ce dérivé de l'œstrone est nouveau. Nous l'avons obtenu selon des voies analogues à celles qui permettent le passage de la trans-déhydroandrostérone à la progestérone (²) : cyanhydrine, nitrile, grignardage du nitrile et hydrogénation finale, selon le schéma :



Nous précisons ci-après les différentes étapes de ces transformations :

A partir de l'*acétate d'œstrone*, F 123-124° (bloc), $(\alpha)_D = +128°$ ($CHCl_3$, $c = 0{,}5\,\%$), on obtient la *cyanhydrine*, F 196-197° (bloc), $(\alpha)_D = +21°$ ($CHCl_3$, $c = 1\,\%$).

La déshydratation de cette cyanhydrine par l'oxychlorure de phosphore en présence de pyridine conduit au *nitrile* éthylénique, F 114°,5-115°,5 (bloc), $(\alpha)_D = +71°$ ($CHCl_3$, $c = 0{,}7\,\%$).

En soumettant ce nitrile à l'action d'un excès de bromure de méthylmagnésium, on obtient la *méthylcétone éthylénique*, F 225° (bloc), $(\alpha)_D = +115°$ ($CHCl_3$, $c = 0{,}2\,\%$).

L'hydrogénation catalytique par le nickel de Raney conduit, en définitive, à la *méthylcétone* cherchée, F 254° (bloc), $(\alpha)_D = +150°$ ($CHCl_3$, $c = 0{,}4\,\%$).

Analyse : Calculé C % 80,5, H % 8,7; trouvé 80,5 et 8,8.

(¹) Document retiré du pli cacheté n° **12290**, déposé le 17 mars 1947, ouvert à la demande de l'un des auteurs, le 26 janvier 1948.

(²) A. Butenandt et J. Schmidt-Thomé, *Ber. deutsch. chem. Ges.*, **72**, 1939, p. 182.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Tolérance dans les faits d'isomorphisme, de macles et d'épitaxie.* Note de **M. Georges Deicha.**

La rigueur des lois de constance des angles et des indices rationnels, relatives aux cristaux simples d'une même espèce, contraste avec la tolérance, l'approximation, admise dans les interprétations de la genèse tant des cristaux mixtes (syncristallisation) que de celle des groupements de cristaux, qu'ils soient de même espèce (macles) ou appartiennent à des espèces différentes (épitaxie). Mes recherches expérimentales sur les effets du déséquilibre cristallogénétique ([1]) me montrent ([2]) que ce déséquilibre est un facteur qui introduit, dans de tels faits de cristallisation, une approximation d'autant plus large qu'il est lui-même plus poussé.

Mes études posent avec acuité le problème des limites de la tolérance cristallographique qui peut être admise par ces différents faits : C'est ainsi que M. L. Royer se trouve en désaccord partiel avec moi sur l'interprétation d'un cas nouveau d'épitaxie ([3]) que j'ai réalisé par l'effet de la sursaturation.

La signification cristallographique à donner à des termes tels que *quasi-identité* comporte en effet une certaine latitude d'appréciation, les mesures et les observations nouvelles n'ont cessé d'étendre cette latitude : c'est ainsi que le terme de *substances isomorphes* de Mitscherlich couvre une tolérance angulaire (que Wollaston a mise en évidence), ainsi qu'une tolérance en dimensions relatives et absolues.

La tolérance angulaire dans les macles a été comparée par G. Friedel à celle observée dans l'isomorphisme. « Il y a un assez grand nombre de cas où cette tolérance de quelques 4° à 4°,5 se montre bien voisine de la limite prohibitive au delà de laquelle la pseudo-symétrie cesse de pouvoir déterminer des macles », écrit-il, tout en acceptant l'existence des macles où l'écart de la rangée pseudo-normale avec la direction idéale dépasse 6°.

La tolérance pour l'écart entre les paramètres dans l'épitaxie varie d'un auteur ([4]) à l'autre ([5]). Pour M. L. Royer « la différence permise dans les dimensions de deux réseaux qui s'accolent varie suivant les différentes espèces et peut atteindre jusqu'à 15 % du paramètre de l'un des deux sels. »

Cette limite de quasi-identité de dimensions a été tirée, par M. L. Royer, de l'étude du chlorure de potassium s'orientant sur la muscovite par les faces de l'octaèdre. Ce mode ne saurait fournir la limite de la quasi-identité de formes:

---

(1) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 1155.

(2) *Bull. du Museum*, **19**, 1947, p. 243

(3) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 95.

(4) J. W. Gruner, *Structural reasons for oriented intergrowths* (*American Mineralogist*, **14**, 1929, p. 227).

(5) L. Royer, *Recherches expérimentales sur l'épitaxie* (*Thèse*, Strasbourg, 1928).

il y a en effet similitude entre les mailles en présence. Au contraire, l'épitaxie du même sel sur le même support, mais réalisée suivant les faces du cube, exclut la similitude parfaite de mailles, simples ou multiples, et fournit un exemple pour la discussion de la quasi-identité de forme.

1. Ce type d'épitaxie caractérisé par l'orientation des diagonales de la face du cube de KCl suivant les rangées [100] et [010] du mica, a été réalisé par moi, sans ambiguïté, dans des expériences répétées plusieurs fois sur des échantillons minéraux de provenances variées.

2. Dans ces expériences toute addition de substances étrangères était évitée dans le souci de ne pas compliquer les conditions de cristallisation, comme je l'explique dans un mémoire qui paraîtra dans un prochain *Bulletin de la Société française de Minéralogie*.

3. Dans mon interprétation réticulaire j'admets la quasi-coïncidence d'une maille rectangulaire construite sur les rangées [100] et [010] du mica et d'une maille double de la maille carrée construite sur les diagonales de la face du cube du chlorure de potassium. Ces mailles mesurent respectivement 8,92 Å × 5,15 Å et 8,84 Å × 4,42 Å; elles sont rectangulaires, il n'y a donc pas lieu de considérer de tolérance angulaire. Pourtant M. L. Royer, tout en acceptant la *quasi-identité de dimension*, considère que la *quasi-identité de formes* n'est plus réalisée. Les deux mailles rectangulaires ne sont pas semblables, mais la *quasi-identité de formes* ne saurait être restreinte à la similitude : les travaux de M. L. Royer offrent suffisamment d'exemples où la similitude rigoureuse manque. Dans ces exemples la différence de formes des mailles est déterminée soit seulement par une différence d'écarts relatifs entre les dimensions des côtés des mailles (comme c'est le cas dans l'exemple étudié), soit aussi par un écart entre les angles de ces côtés.

La considération de la coïncidence des mailles planes en présence peut donc, à mon avis, être étendue à ce nouveau cas d'épitaxie, cependant l'interprétation structurale ([6]) fournit une méthode plus souple.

RADIOCRISTALLOGRAPHIE. — *Note sur la structure cristalline des bioxydes de manganèse utilisés dans les éléments Leclanché*. Note de MM. **Jean Brenet** et **André Heraud**.

De nombreux auteurs se sont attachés à l'étude de la structure cristalline du bioxyde de manganèse, soit d'origine naturelle, soit d'origine artificielle. En particulier, Drotschmann ([1]) a voulu établir une certaine relation entre cette structure et l'activité dépolarisante de ces corps dans les éléments Leclanché.

([6]) G. Deicha, *Epitaxie et approximation cristalline* (*La Nature*, n° 3147, 1947, p. 279).

([1]) *Trockenbatterien*, Leipzig, 1944, p. 18 et suiv.

Nous avons nous-mêmes examiné des diagrammes de Debye-Scherrer obtenus à partir d'échantillons de bioxydes de manganèse d'origines très diverses, dont on connaît le comportement dans l'emploi comme dépolarisant dans les éléments Leclanché. Nous avons eu à notre disposition des échantillons de bioxydes activés obtenus par des traitements particuliers de pyrolusites naturelles, et même d'une pyrolusite préparée artificiellement à partir du nitrate de manganèse. Dans certains càs, nous avons pu comparer les diagrammes de poudre du produit initial et du produit activé.

De ces examens, nous pouvons déduire les résultats suivants : *a*. Les raies des diagrammes de tous les bioxydes actifs présentent une largeur appréciable. Quand on a pu obtenir le diagramme du produit initial, on observe un net élargissement des raies, en passant du produit initial au produit activé. Ce résultat nous révèle une augmentation de finesse des cristaux de bioxydes activés; *b*. Les anneaux correspondant aux systèmes de plans réticulaires caractérisés par les indices (120) et (200) n'existent jamais sur les diagrammes des bioxydes activés; *c*. Lorsque nous avons pu comparer les diagrammes du produit initial et du produit final, nous avons constaté une diminution de la constante *a* du cristal élémentaire en passant du produit initial au produit activé. Cette diminution est de l'ordre de 1 à 1,5 %. Sur la constante *c*, au contraire, nous avons observé, dans les mêmes conditions, un léger accroissement. Dans le cas de *c*, cette variation, bien que se produisant systématiquement toujours dans le même sens, reste toutefois dans la limite d'erreur que nous avons pu faire pour la détermination de cette constante; *d*. Nous avons signalé en *b* que les anneaux (120) et (200) n'existaient pas sur les diagrammes de bioxydes activés, même dans le cas où il a été possible d'observer la présence de ces anneaux dans le produit initial, on a constaté leur disparition dans le produit activé qui en était issu.

e. Nous pouvons lier cette disparition d'anneaux à l'annulation du facteur de structure du système des plans réticulaires correspondants (120) et (200). Dans ces conditions, nous trouvons que pour annuler ces facteurs de structure il faut que la distance de chaque oxygène au manganèse, dans la molécule MnO_2, diminue de 17 % de la distance initiale. Cette distance initiale a été prise conforme aux valeurs données dans les *Struktur Bericht* en particulier, et que nous avons nous-mêmes retrouvée.

Ces résultats nous permettent déjà de penser que, contrairement à ce qu'indique Drotschmann [1], l'activité dépolarisante d'un bioxyde de manganèse n'est pas liée à l'existense de l'anneau de Debye, dont on ne peut déterminer les caractéristiques, et qui correspond à l'angle de Bragg $\Theta = 14°$. Cet anneau, en effet, n'existe pas forcément sur les diagrammes de tous les bioxydes activés. Nous n'avons pu, en particulier, observer cet anneau sur certains bioxydes électrolytiques cependant particulièrement actifs comme dépolarisants. Or ceci est en contradiction avec ce que Drotschmann [1] a indiqué à ce sujet.

Par contre, nous attachons une importance particulière à la diminution de la distance oxygène-manganèse signalée en *e*, ainsi qu'à la finesse des grains des bioxydes activés.

GÉOLOGIE. — *Sur le Callovien de la bordure sous-vosgienne en Basse-Alsace.* Note (1) de M. **Jules Schirardin**, présentée par M. Charles Jacob.

Jusqu'à présent le Callovien n'avait été signalé, en bordure sous-vosgienne de Basse-Alsace, que sommairement au Scharrachberg (près de Molsheim)(2).

Des recherches effectuées pendant des années dans les terrains jurassiques de cette région m'ont permis de découvrir de nouveaux gisements de cet étage dans les champs de fractures d'Obernai-Barr-Mittelbergheim et de Scharrachbergheim (Bas-Rhin). Leur étude révèle l'existence en Alsace septentrionale, jusqu'à la latitude de Strasbourg au moins, d'un Callovien stratigraphiquement complet.

Callovien inférieur. — Zone à *Macrocephalites macrocephalus* Schloth. Marnes grumeleuses à la base avec intercalation de minces lits de calcaires, puis alternance de marnes et de calcaires gréseux de teinte grise, brun jaunâtre à l'air; au sommet apparition dans les bancs calcaires d'oolithes calcaro-ferrugineuses de très petite taille. La faune est assez riche. Certains bancs sont pétris de *Liogryphæa dilatata* Sow., *Avicula inæquivalvis* Sow. et *Chlamys lens* Sow. Outre les formes déjà mentionnées, je cite particulièrement : *Macrocephalites tumidus* Rein., *Herveyi* Sow., *Grantanus* Opp., *Hecticoceras hecticum* Rein., *Proplanulites Kœnigi* Sow.; *Perisphinctes funatus* Neum., *balinensis* Neum., *Oppelia subcostaria* Opp., *Pholadomya Murchisoni* Sow., *Collyrites ellipticus* Lam. Au Scharrachberg la base de la zone à *Macrocephalus* se distingue par l'apparition d'un faciès marneux à Ammonites pyriteuses — faciès franconien. Elle renferme à l'état de pyrite *Macrocephalites macrocephalus* Schloth., *Kepplerites* et *Hecticoceras*. Le sommet y semble présenter le faciès ordinaire marno-calcaire.

Callovien moyen. — Zone à *Reineckia anceps* Rein. et *Cosmocera Jason* Rein. Dans cette zone, les influences littorales s'affirment de plus en plus. Elle est présentée par une assise mince, mais bien caractéristique de marnes et calcaires marneux gris clair à oolithes ferrugineuses avec, au sommet, une surface d'émersion incrustée de masses irrégulières d'hématite brune. La faune est riche. Les Brachiopodes abondent avec *Aulacothyris pala* Buch et *Terebratula dorsoplicata* (Suess) Desl. Les Ammonites sont représentées par *Reineckia anceps* Rein., *Greppini* Opp., *lifolensis* Steinm., *Cosmoceras Jason* Ziet., *Gravesia coronata* Brug., *Hecticoceras hecticum* Rein., *punctatum* Stahl., *cracoviense* Neum., *Perisphinctes sub-Backeriæ* d'Orb. Le faciès à oolithes ferrugineuses se maintient dans toute la région. Les marnes du Scharrachberg, attribuées par Benecke à ce niveau, appartiennent en réalité au Callovien supérieur.

Callovien supérieur. — Zone à *Cosmoceras ornatum* Schloth., *Peltoceras athleta* Phil. et *Hecticoceras pseudopunctatum* Lah.

(1) Séance de 26 janvier 1948.

(2) E. W. Benecke et L. van Werveke, *Centralbl. f. Min., etc.*, 20, 1908, p. 609-610; E. W. Benecke, *Mitt. geol. Landesanst., Els.-Lothr.*, 6, 3, 1909, p. 401-460.

Au Callovien supérieur, le faciès argileux-marneux envahit nos régions et fait apparaître à la base un régime uniforme d'argiles marneuses avec fossiles en pyrite. Ce niveau a la plus grande analogie avec les assises classiques de l'*Ornatenton* de Souabe et de Franconie. Moins riche en fossiles que dans le bassin franconien, il renferme toutes les espèces caractéristiques, notamment *Cosmoceras ornatum* Schloth., *decoratum* Ziet., *divense* Roll., *Distichoceras bipartitum* Quenst., *Hecticoceras pseudopunctatum* Lah., *lunula* Rein., *punctatum* Stahl, *suevum* Bonar., *Perisphinctes subtilis* Neum., *sulciferus* Opp., *Hastites hastatus* Blainv. Ce niveau inférieur se termine en haut par un lit de rognons de calcaire blanc prenant par endroit l'aspect d'un véritable banc de calcaire gréseux gris blanchâtre et qui renferme sporadiquement des oolithes de couleur grise et de nature chloriteuse. C'est là la deuxième apparition dans le Callovien du faciès à oolithes ferrugineuses.

Le niveau supérieur partage à Barr le faciès typique du niveau basal avec cependant prédominance de l'élément marneux. C'est là le niveau des *Peltoceras athleta* Phill., *annulare* Rein., accompagnés de *Hecticoceras pseudopunctatum* Lah., *solinophorum* Bonar. Au Scharrachberg l'équivalent de cette assise est formé par les marnes étudiées par Benecke avec *Hecticoceras pseudopunctatum* comme forme caractéristique.

Conclusion. — Une série complète d'assises calloviennes est développée dans le Bas-Rhin. Aux deux zones classiques à *Macrocephalites macrocephalus* et à *Reineckia anceps* s'ajoute un Callovien supérieur à *Cosmoceras ornatum* et *Peltoceras athleta*, indépendant de la zone à *Reineckia anceps* à sa base et de celle à *Quenstedticeras prælamberti* qui fait débuter l'Oxfordien. Dans cette délimitation cette zone est nouvelle pour nos régions.

La zone à *Cosmoceras ornatum* et *Peltoceras athleta* a été jusqu'ici confondue soit avec les argiles et marnes à la base de l'Oxfordien, soit avec les formations de la zone à *Reineckia anceps*. Or, son existence en Alsace avec une faune caractéristique et les limites nettement définies en fait le terme supérieur du Callovien de nos régions.

Par ses nombreuses relations stratigraphiques avec les gisements de même âge du Bassin de Paris, du Jura, du Brisgau, de Souabe et de Franconie et par sa position centrale dans le cadre des affleurements de cet étage, le Callovien alsacien est à considérer comme un type normal de l'étage. Son étude permettra de réaliser la synthèse des assises du grand bassin de l'Ouest et du Sud avec celles de la cuvette germanique.

GÉOLOGIE. — *Sur la formation de la croûte calcaire superficielle en Algérie.* Note (1) de MM. **Jacques Flandrin**, **Marcel Gautier** et **Robert Laffitte**, présentée par M. Charles Jacob.

Depuis leurs premières explorations, les géologues algériens ont remarqué une formation calcaire superficielle couvrant de grandes surfaces, aussi bien dans

(1) Séance du 26 janvier 1948.

le Tell — surtout dans le Tell oranais — que sur les Hauts-Plateaux ou dans les régions désertiques du Sud. C'est, suivant le terme consacré, une *croûte* peu épaisse formée, sur 10 à 60^{cm} d'épaisseur moyenne, par un calcaire impur blanchâtre et pulvérulent englobant des concrétions également calcaires et recouvert vers la surface par une carapace de 5 à 10^{cm} d'épaisseur, plus dure, toujours formée de calcaire, pouvant renfermer des impuretés — grains de quartz le plus fréquemment — et à laquelle des inégalités de texture et de coloration donnent un aspect zoné.

Dès 1889, le géologue Pomel décrivait cette croûte, et expliquait sa formation par l'évaporation au voisinage du sol d'eaux remontant par capillarité et abandonnant les sels qu'elles contenaient en solution. Cette explication a été admise depuis, implicitement ou explicitement, par l'immense majorité des géologues.

Jusqu'à présent, les théories fournies par les divers auteurs ne variaient notablement que pour expliquer la manière dont se produit l'évaporation : à la surface du sol, ou plus ou moins loin de celle-ci, parfois même à la partie supérieure de la nappe phréatique ; évaporation purement physique pour les uns, physiologique par les plantes pour d'autres. Il s'agit de modalités de détail sur lesquelles nous ne voulons pas insister. Signalons seulement qu'il nous paraît vraisemblable que la partie supérieure dure et zonée de la croûte, la carapace, provient du lessivage et du remaniement sur place, par les eaux de pluie, du haut de la croûte tendre après la formation de celle-ci. En effet des croûtes interstratifiées dans le Pliocène supérieur rouge, là où il est très épais, ne comportent pas de zone superficielle dure, la sédimentation rapide ayant soustrait ces croûtes aux influences superficielles ultérieures.

Dans une Note récente ([2]), M. G. Gaucher, étudiant, dit-il, les croûtes d'une *façon géologique*, souligne la liaison entre celles-ci et les massifs calcaires voisins et attribue à ces derniers un rôle essentiel dans leur formation. Il écrit : « ... les massifs calcaires constituèrent les meilleures roches réservoirs avec, à leurs pieds, d'importantes sources vauclusiennes. Ces phénomènes rendent compte de l'extension remarquable des formations calcaires d'origine hydrologique : travertins, calcaires lacustres, boues lacustres, concrétions de nappes phréatiques, etc. *Les croûtes massives du Bas-Chélif et des Basses-Plaines oranaises font partie de ces dépôts* ».

Nous ne pensons pas que les observations de M. Gaucher puissent être généralisées pour servir de base à une explication des croûtes calcaires. Nous ne croyons pas non plus à la formation de croûtes suivant des processus qui ne font pas jouer un rôle capital à la concentration par évaporation du calcaire

---

Comptes rendus, 225, 1947, p. 133.

contenu en quantité parfois infime dans les eaux souterraines. Au point de vue régional si, comme l'a observé M. Gaucher, la croûte existe parfois à la périphérie de massifs calcaires, ce n'est qu'une coïncidence qui n'implique pas de rapports génétiques et qui s'explique naturellement par la fréquence de la croûte dans presque toute l'Algérie. Cette formation existe aussi bien à l'amont de massifs calcaires et loin de ceux-ci; c'est le cas dans chacun des exemples que nous indiquons ci-dessous.

D'abord, à la bordure nord du Sahara, jusqu'à une centaine de kilomètres au Sud de l'Atlas, les cailloutis qui couronnent les dépôts de piedmont, constituant la totalité du sous-sol, se terminent constamment à la partie supérieure par une croûte typique, malgré l'éloignement des affleurements calcaires. La croûte s'est formée là aux dépens du calcaire contenu dans les roches détritiques sous-jacentes.

Ensuite, sur les Hauts-Plateaux du Sersou, il existe une croûte généralisée qui se présente sans relations particulières avec des massifs calcaires, puisque, à l'approche des rares affleurements de ceux-ci à la périphérie du plateau, elle ne prend pas un plus grand développement. Cette croûte s'est formée à partir du calcaire contenu dans les diverses formations alluvionnaires sous-jacentes.

Enfin, au voisinage du littoral, sur le versant nord du Massif du Dahra, existe un plateau d'environ 500$^{km^2}$ et dont le sous-sol est formé par des sables siliceux pliocènes peu épais, reposant généralement sur des marnes. Il n'existe actuellement aucun massif calcaire, à l'amont de ce territoire, et il en était de même à l'époque récente où s'est formée la croûte. Cependant, celle-ci constitue un revêtement important vers la partie supérieure des sables. Ici comme ailleurs, la présence de la croûte s'explique par l'évaporation à travers les sables des eaux du sous-sol. Celles-ci, rassemblées à la partie inférieure des sables au contact des marnes, ont emprunté leur calcaire à ces dernières, ainsi que cela ressort de l'existence observée dans un puits et probablement générale d'une zone argileuse blanchâtre formée de marnes décalcifiées au contact marnes/sables.

En résumé, en dehors de ces exemples, et d'une manière plus générale, on peut remarquer dans beaucoup de régions d'Algérie une disproportion entre la faible surface des massifs calcaires et l'énorme étendue des croûtes.

Pour conclure, ces observations conduisent à attribuer la formation de la croûte à l'évaporation des eaux de toutes origines qui imbibaient le sol ou le sous-sol au moment où elle a pris naissance, le carbonate de chaux accumulé provenant non seulement des calcaires, mais aussi de toutes les roches calcarifères : marnes, grès à ciment calcaire et surtout des roches alluvionnaires de toute nature, des limons aux conglomérats.

GÉOLOGIE. — *La discordance Pharusien-Suggarien dans l'Antécambrien de l'Ahaggar occidental (Sahara central).* Note de M. **Maurice Lelubre**, présentée par M. Charles Jacob.

En 1942 (¹) j'ai montré que la division des formations antécambriennes de l'Ahaggar en Suggarien à la base et Pharusien au sommet, introduite par C. Kilian, s'applique à l'ensemble du massif et à l'Adrar des Iforas. Cette conclusion était appuyée sur la découverte de discordances importantes. Celles-ci délimitent en particulier un vaste bassin pharusien, qui s'étend entre l'Ahaggar central et l'Adrar des Iforas. Dans la présente Note, je préciserai les caractères de la discordance qui forme le bord oriental de ce bassin.

1. Au Sud, sous les grès ordoviciens du Tassili-n-Ahaggar, au puits de Ti-n-Rerhoh, d'importantes assises de conglomérats métamorphiques reposent à l'Est sur des amphibolites granitisées ou des micaschistes traversés par de petits pointements rhyolitiques. Les conglomérats, Nord-Sud, à pendage Ouest voisin de la verticale, ont près de 1000^m d'épaisseur; on y reconnaît de gros galets de granites, diorites, microgranites, gneiss, etc.; le ciment est finement recristallisé, riche en muscovite et épidote. Ils supportent à l'Ouest des phyllades peu métamorphiques. Toutes les séries sont fortement écrasées.

2. Au pied Ouest de l'Adrar Timg'aouine, 100^{km} au Nord-Nord-Est, de puissantes formations conglomératiques reposent sur un massif de granite écrasé. La série débute par des arkoses suivies par des phyllades, des schistes séricitiques, des cipolins multicolores avec intercalations de phyllades et, à la partie supérieure, des quartzites et conglomérats à galets surtout quartzeux, à stratification entrecroisée; puis des phyllades, des conglomérats à galets surtout granitiques pouvant atteindre plusieurs mètres, à ciment riche en muscovite et épidote de néoformation, souvent ferrugineux; enfin des quartzites et phyllades peu métamorphiques qui passent à des migmatites plus à l'Ouest, traversées par quelques pointements de rhyolites. La série détritique a environ 2000^m d'épaisseur, les couches plongeant vers l'Ouest presque verticalement. Ici encore toutes les séries sont écrasées.

3. On retrouve des conglomérats à l'Ouest de Tinef, dans les mêmes conditions, mais ils n'ont que quelques dizaines de mètres d'épaisseur.

4. Plus au Nord, un granite écrasé occupe toute la région, puis des coulées basaltiques recouvrent le Tahalra Settafet. Mais au Nord de celui-ci, les conglomérats de l'Alous-oua-n-Agajjer, en aval d'Abalessa, reposent sur une série rhyolitique laminée qui recouvre les granites et gneiss suggariens. La série conglomératique est à éléments fins à la base, puis plus grossiers avec passées schisteuses, enfin à gros galets (granites, rhyolites, etc.), recouverte de phyllades migmatisées à l'Ouest. La série détritique Nord-Sud est redressée à près de 1000^m.

5. De nombreux granites migmatiques, puis à l'emporte-pièce, traversent Pharusien et Suggarien au Nord, masquant la discordance. Cependant, il semble que les conglomérats disparaissent et que la discordance ne se marque plus en surface que par la différence d'allure entre des gneiss migmatiques et des séries de quartzites, cipolins et phyllades qui leur succèdent à l'Ouest : ainsi, dans l'Oued Ahates et vers Ti-n-Felki.

6. Plus au Nord, au voisinage du Taourirt-ta-n-Ataram, les conglomérats, à galets de

(¹) *Comptes rendus*, 215, 1946, p. 367-369.

granites, quartzites, etc., alternent avec des phyllades et arkoses, et la série détritique observée a près de 3000m d'épaisseur.

7. Les conglomérats continuent vers le Nord et je les ai observés à l'Ouest du puits de Tahalahoait. Ils reposent sur des gneiss amphibolitiques migmatiques verticaux, traversés un peu à l'Est par des pointements rhyolitiques. Plus métamorphiques que les précédents, ils ont une centaine de mètres d'épaisseur, mais sont fortement laminés, de même que le Suggarien. Ils supportent des phyllades, puis des migmatites également écrasés.

8. Enfin, plus au Nord, la discordance est masquée par des granites, le reg ou la mylonitisation intense de toutes les séries. Cependant, la cartographie des diverses formations permet de la reconnaître à 5km à l'Est du puits de Ti-n-Tebarek, et elle se prolonge sans doute vers le Nord jusque sous le Tassili du Rharis.

Ces observations montrent que le massif suggarien qui constitue la zone axiale de l'Ahaggar est limité à l'Ouest par une discordance qui s'étend, des Tassilis du Nord à ceux du Sud, sur plus de 600km.

a. Cette discordance sépare de façon absolue deux ensembles antécambriens dont chacun représente un cycle orogénique. Le Pharusien débute généralement par des formations conglomératiques pouvant atteindre plus de 3000m d'épaisseur, mais aussi être localement absentes. Le métamorphisme général est bien plus faible que celui du Suggarien.

b. La ligne de discordance est subméridienne et son allure presque rigoureusement rectiligne (avec légère courbure vers le Sud-Ouest) est remarquable. D'autre part elle est jalonnée par une série de petits massifs rhyolitiques. Ces caractères se retrouvent, encore plus nets, dans la discordance qui limite le bassin à l'Ouest.

Ceci amène à penser que les discordances observées jalonnent de longues lignes de flexures ou de failles, et que la mer pharusienne a envahi un gigantesque fossé tectonique probablement en pleine évolution, les zones bordières instables donnant lieu à un volcanisme qui a continué durant le Pharusien.

c. Enfin une mylonisation de grand style s'est encore localisée dans cette zone vers la fin de l'orogenèse pharusienne, entre la venue des granites migmatiques et celle des granites à l'emporte-pièces. Il est à remarquer que la zone a encore rejoué à l'hercynien (plis-failles d'Amguid et de Ti-n-Rerhoh).

TECTONIQUE. — *Sur la succession et sur l'âge des phénomènes orogéniques et magmatiques dans le Forez, près de Boën, et sur les relations de cette zone avec la zone lyonnaise.* Note [1] de M. **André Demay**, présentée par M. Emmanuel de Margerie.

Les granites de la région de Boën comprennent :

a. entre Lijay et Sail, un granite à biotite, à petit grain, *qui passe probable-*

[1] Séance du 26 janvier 1948.

ment à l'Est au microgranite carbonifère et se prolonge vers le haut par un granite aplitique à muscovite, qui s'enfonce lui-même sous les gneiss d'injection alcalins du Grand-Miaulant.

b. au sud de Boën, entre Prélion et Marcoux, *un granite à biotite analogue*, qui présente un des faciès du granite du Forez et des Cévennes et dont j'ai pu établir, sur le terrain et au microscope, *qu'il passe certainement au microgranite carbonifère*. Il y a passage d'un microgranite typique à un microgranite, avec début d'agrégats granitiques, puis à un granite aplitique à quartz idiomorphe (parfois bypyramidé) et inclusions de quartz idiomorphe dans les feldspaths, enfin à un granite qui présente du quartz en plage et de rares quartz idiomorphes.

c. le *granite porphyroïde de Saint-Julien-la-Vêtre*, en contact sans accident avec les migmatites granitiques et le granite de base, près de Poyet, au sud-ouest de Sail, et à l'est de Saint-Just-en-Bas.

d. le *granite de base*, un peu gneissique ou migmatique, partie supérieure *du granite profond du Forez, lié lui-même à celui des Cévennes.*

Les granites a et b, qui passent au microgranite, sont presque certainement carbonifères. Le granite porphyroïde l'est aussi probablement, d'après ses relations avec le granite porphyroïde viséen de la Madeleine.

Quant au *granite de base*, que MM. J. Jung et O. Vachias considèrent comme beaucoup plus ancien, ses rapports avec le granite porphyroïde et, plus nettement encore, avec les granites à petit grain *a* et *b* et avec les gneiss d'injection conduisent à envisager, bien qu'avec un peu de doute, un *âge également carbonifère*.

La succession des phénomènes magmatiques dans le Forez semble ainsi la suivante : granite syntectonique de base, granite porphyroïde, peut-être faciès haut ou de bordure du précédent ou un peu postérieur, gneiss d'injection ou orthogneiss alcalins, granites à petit grain *a* et *b*, pénétrant plus haut en dykes ou laccolites, *tous probablement carbonifères et même certainement pour les deux derniers, mais antéviséens* (galets de granite dans le Viséen de Leigneux), *microgranites antéviséens* (galets de microgranite dans le Viséen) et *postviséens*, recoupant ou absorbant le Viséen, comme je l'ai indiqué ici même ([1]).

Plusieurs phases orogéniques ont donné naissance à *des plis redressés, poussés vers le Sud*, probablement avec formation d'écailles : renversement de la série amphibolique de Sail sur le Viséen près de Leigneux, plis redressés, parfois subverticaux, de la même série au nord de Sail, surface de poussée, avec mylonitisation, à la base du lambeau qui affleure au sud de Montaillard.

Plus bas, sans discontinuité importante, apparaît, dans le panneau de Boën, une *tectonique profonde, de type tangentiel*, analogue à celle des Cévennes

---

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 97.

septentrionales. Dans le panneau du Grand-Miaulant, du microgranite et un accident masquent la zone de transition. Par contre, la structure tangentielle apparaît encore plus clairement. L'allure horizontale des gneiss d'injection ou orthogneiss, laminés et recristallisés, qui flottent au Nord et au Sud sur du granite, et celle de la surface de base, définie par le dessin compliqué des contours, prouvent que ces mouvements et ces laminages sont antérieurs aux failles qui ont dénivelé ou décroché les panneaux, et d'un mode tout différent.

Il y a parfois, comme dans les Cévennes septentrionales, écrasement à la base, par suite de mouvements tangentiels tardifs, mais ailleurs *contact syntectonique* avec le granite migmatique (entre le Lignon et Marcilly). Au sud de Sail, au droit du barrage de Baume, près du contact, apparaissent des plis couchés de détail, avec injection syntectonique de pegmatite, que j'ai signalés en 1933 et décrits en 1942.

Les mouvements essentiels de la zone supérieure et les mouvements de la zone profonde, qui ont eu lieu en plusieurs phases, sont postérieurs à la série de Sail (enclaves des gneiss d'injection, plissement aigu de la série de Sail), mais antérieurs au Viséen. Sous la réserve, indiquée précédemment (*loc. cit.* p. 97), de l'âge exact de la série de Sail, ce sont des *phases hercyniennes antéviséennes*. Le renversement de Leigneux et certaines surfaces de poussée prouvent l'existence d'une *phase hercynienne post-viséenne* appréciable.

La liaison du Forez avec la zone lyonnaise, que j'ai indiquée déjà en 1932, apparaît maintenant de manière bien plus précise. Il y a non seulement liaison stratigraphique ou magmatique, mais *liaison axiale*, entre le Viséen de Balbigny et Néronde et celui de Leigneux, entre la série chloriteuse et amphibolique de Balbigny et Violay et la série amphibolique de Sail, entre les orthogneiss ou gneiss d'injection laminés et peu inclinés, au-dessous de la série amphibolique de Balbigny, et ceux de la région de Boën, entre les microgranites des deux régions, enfin, de manière très probable, entre les granites porphyroïdes ou à grain moyen de la zone lyonnaise et ceux de faciès respectivement identiques dans le Forez.

L'écaille post-viséenne de Leigneux, dans le Forez, rappelle l'écaille post-viséenne de Tarare, dans le Lyonnais et, si la discordance faible ou nulle du Viséen sur la série de Balbigny-Violay s'oppose à la forte discordance du Viséen sur la série de Sail, plus à l'Est, dans la partie beaujolaise de la zone lyonnaise, M. Albert Michel-Lévy a signalé la forte discordance du Viséen sur le Cristallophyllien.

De part et d'autre de la fosse tertiaire du Forez, l'ensemble des observations conduit ainsi à attribuer, de manière probable, *un âge hercynien antéviséen au métamorphisme, à l'orogénèse essentielle et aux granites.*

HYDROLOGIE SOUTERRAINE. — *Issue de la rivière souterraine de Padirac (Lot).* Note [1] de M. **Guy de Lavaur**, présentée par M. Louis Fage.

Les explorations successives de E.-A. Martel à Padirac l'ont conduit à une distance de 2090^m de l'entrée et à une profondeur de 126^m. Depuis 1937, j'ai organisé une série de quatre explorations. La dernière, effectuée au mois d'août 1947, avec le concours de M. Félix Trombe, s'est terminée à 2690^m du gouffre et à 138^m de profondeur.

E.-A. Martel situait la résurgence de la rivière de Padirac aux sources de Gintrac, à $4^{km},500$ du gouffre, dans la direction 15° E, bien que ses expériences de coloration, faites avec quelques centaines de grammes de colorant, soient restées sans résultat. En 1938, j'ai versé, sans plus de succès, un peu au delà de la galerie du Fuseau, 4^{kg} de fluorescéine qui m'avaient été obligeamment fournis par la Société du Puits de Padirac. En 1947, la Commission de Spéléologie du Centre National de la Recherche Scientifique ayant bien voulu mettre à ma disposition 75^{kg} de fluorescéine (150^{kg} de solution concentrée à 50 %), j'ai pu procéder le 22 juillet à un essai de coloration massif. Le 4 novembre, à la suite de plusieurs journées de pluie, la couleur verte caractéristique est apparue à la source du Lombard, située dans le Cirque de Montvalent, par 112^m d'altitude. A 780^m au Nord l'importante résurgence de Saint-Georges, située à la cote 107 ne débite pas et l'eau de son bassin n'est pas colorée. Dans Padirac, à la même date, le courant est sensiblement nul et la coloration encore visible.

Dans la matinée du 11 novembre, la fluorescéine apparaît sous la surface de l'eau de la vasque de la Fontaine de Saint-Georges et à une profondeur de 4 à 5^m environ, bien que le débit de cette source soit toujours nul. Le 14 novembre, alors qu'il n'a pas plu depuis le 4, Saint-Georges coule très légèrement. La coloration s'est élevée dans la vasque jusqu'à environ 3^m de la surface. Au Lombard, l'eau est toujours verte, mais le débit a considérablement diminué. A la suite des pluies des 15 et 16 novembre, le débit du Lombard commence à croître sensiblement et, le 18, atteint celui du 4, soit plusieurs centaines de litres à la seconde. A Saint-Georges, la fluorescéine est parvenue à la surface le 18 vers 16^h. Le 19 au soir, à la suite de nouvelles pluies, le débit dépasse 5 m^3/sec.; à Padirac, la coloration n'est plus visible.

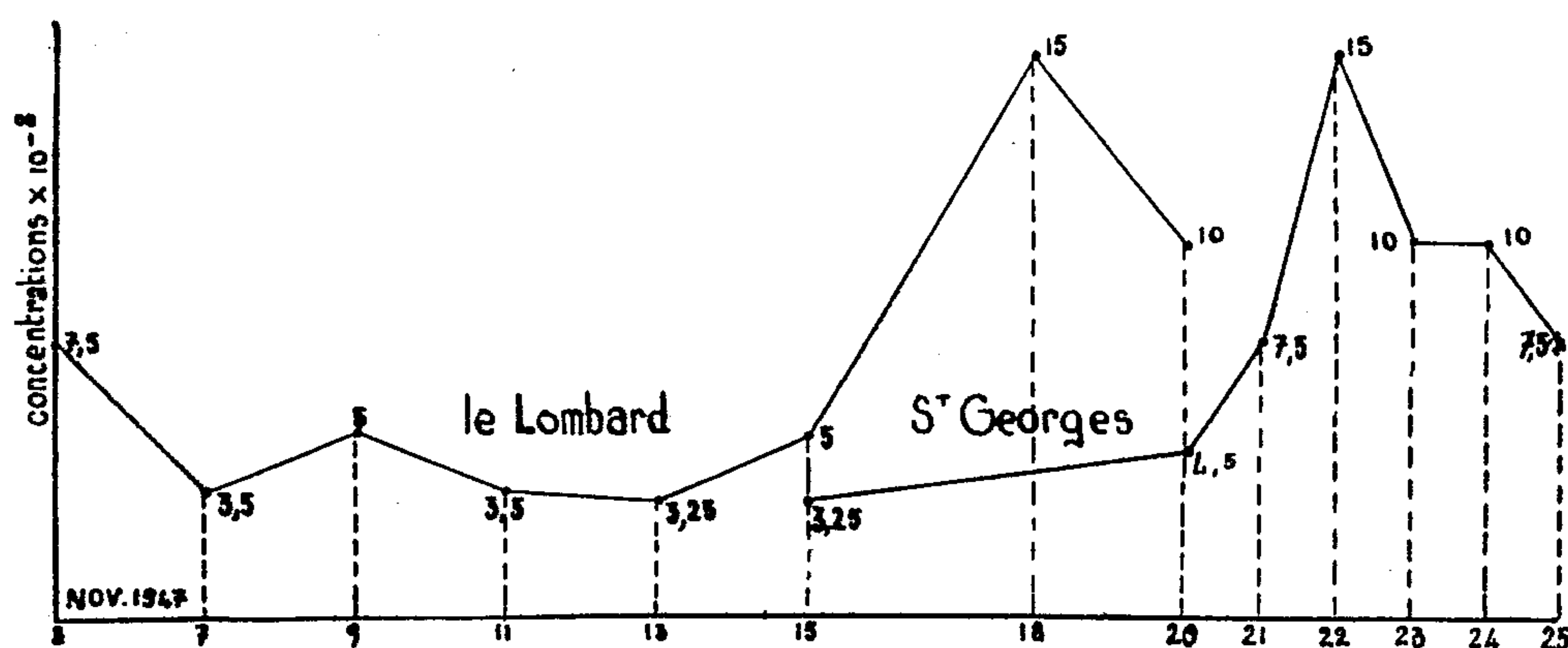
Simultanément, les petites résurgences voisines du Gourguet et de la Finou se sont mises à couler mais sans présenter de coloration. Le 1er décembre, toute trace de fluorescéine a disparu.

---

[1] Séance du 26 janvier 1948.

Ainsi se trouve établie la communication entre le réseau de Padirac et les deux principales émergences du Cirque de Montvalent. Les observations faites montrent en outre que la résurgence des galeries principales de la rivière souterraine de Padirac est située à la Fontaine de Saint-Georges à $10^{km},900$ à vol d'oiseau de l'orifice du gouffre dans la direction $71°,5$ W, soit presque à angle droit de celle de Gintrac. Le Lombard, qui comporte deux arrivées d'eau dont l'une ne se colore pas, paraît être l'émissaire d'un réseau plus restreint, sans doute indépendant, dans son ensemble, de celui de Padirac, mais qui en draine des pertes situées au-dessus de la cote 112, donc en amont du siphon de Saint-Georges.

Les concentrations de fluorescéine aux résurgences, mesurées au Laboratoire de M. Trombe, sont consignées dans le graphique ci-dessous. De l'analyse des observations faites, on peut déduire que le volume d'eau coloré est de l'ordre de 830 000 mètres cubes, dont 30 000 pour les galeries explorées.



Il existe donc, en amont de la résurgence, des réservoirs dont les dimensions doivent être sensiblement plus importantes que dans les galeries connues. D'autre part, la pente est faible : certainement inférieure à 1 % et probablement de l'ordre de 0,5 %, c'est-à-dire sensiblement moins accentuée que le pendage moyen des couches géologiques suivant la même direction. Ces constatations expliquent le temps considérable mis par la fluorescéine à réapparaître, surtout à une époque où le débit de la rivière était très réduit. Il est intéressant de remarquer que ces observations concordent avec celles qui ont pu être faites dans les galeries connues. On constate en effet que les sections moyennes utiles des biefs immergés vont en croissant de l'amont vers l'aval, tandis que la pente moyenne va en s'atténuant.

MÉTÉOROLOGIE. — *Tourbillons naturels de sable, d'axes verticaux, fermés et ouverts. Interprétation. Application à la cyclogénèse.* Note de M. **Jean Lacaze**, présentée par M. Charles Maurain.

Ce qui suit est basé sur plus de 3 années d'observations personnelles des soulèvements de sable, à Tamanrasset et au Djebel Aïssa (Aïn Sefra), confrontées avec celles d'autres observateurs (J. Castet, etc.). Je ne parle ici que des tourbillons de sable d'axes verticaux, en pays fortement accidentés.

Je n'ai jamais vu de tourbillons du type décrit par Bouasse [(1), p. 84-85] pour une région de plaine; plus précisément, aucun des tourbillons que j'ai vus ne présentait d'étranglement près du sol ni d'épanouissement considérable à quelques centaines de mètres au-dessus du sol.

La quasi-totalité des tourbillons que j'ai observés avaient leur origine visible dans des lits d'oueds ou dans des emplacements sableux pas nécessairement plans et étendus. Il m'a été possible, quelques rares fois, d'analyser leur naissance, et, très souvent, leur entretien : les grains de sable sont arrachés du sol suivant des rubans hélicoïdaux quasi tangents à la surface du sol. Quand le tourbillon est encore très petit (volume de 2^{dm^3} environ), on peut, momentanément, arrêter le soulèvement de sable en mettant la main à environ 20^{cm} au-dessus de la ligne d'extraction. En général, le ruban hélicoïdal s'élargit immédiatement et le tourbillon est pratiquement inscrit dans un tube cylindrique (de section à peu près circulaire). Je n'ai pas observé, aux lieux cités, de tourbillons tournant dans le sens inverse; il est très difficile, même à la jumelle, de déterminer le sens des tourbillons, dès qu'ils sont à plus de 150^{m} de distance, surtout à cause du sable retombant.

Un tourbillon, même petit, ne disparaît pas au passage d'un obstacle, tel qu'un arbre ou une maison; il peut grimper ou descendre une forte pente (sommets du Hoggar), ou traverser une forêt (Djebel Aïssa).

On peut observer, mais seulement par un hasard heureux, des tourbillons doubles composés du ruban hélicoïdal précédent et d'un tourbillon entraînant des particules impalpables et de couleur très claire sur l'ensemble d'une surface cylindrique circulaire de très faible diamètre (environ 30^{cm}), de même axe que le ruban. Le tourbillon *cylindrique* n'est jamais seul.

Un tourbillon disparaît toujours de bas en haut, mais à une hauteur très variable; *en l'air*, il ne garde pas toujours l'aspect gyratoire, mais j'ai vu de nombreux tourbillons, dont un extrêmement compact, se comporter très exactement comme les trombes marines [(1), p. 182].

Le tourbillon visible (diamètre de quelques mètres ou dizaines de mètres) est toujours accompagné d'un tourbillon invisible coaxial dont le rayon peut dépasser 500^{m}.

(1) *Tourbillons, etc.*, 1, 1931, Paris.

La détermination sûre des facteurs météorologiques provoquant la formation des tourbillons est impossible en l'absence de sondages complets en altitude. Toutefois, à la lueur des faits ci-dessus énumérés, on peut affirmer que :

1. Les tourbillons, dus à une ascendance thermique, en forme de diabolo, sont des phénomènes uniquement locaux, l'échauffement de l'air n'expliquant d'ailleurs pas à lui seul tous leurs caractères [(1), p. 34].

2. L'existence de tourbillons parfaitement cylindriques, c'est-à-dire fermés, et l'existence, même pour les tourbillons ordinaires, d'un mouvement originel spiraloïde, montrent que l'expérience de Weyher [(1), p. 87-88] reproduit exactement la Nature, et que [(1), p. 96] la cause normale des tourbillons doit être cherchée dans la rotation d'un élément de surface, situé en altitude, et parallèle à la surface terrestre (on pourrait le vérifier en refaisant l'expérience de Weyher avec du sable hétérogène).

Il y a lieu de rappeler que certains nuages, les cirrus par exemple, sont parfois spiraliformes, et que les taches solaires le sont, pour la plupart.

D'autre part, à la suite de Scaetta, Bruyère (2) a bien montré l'existence de plusieurs surfaces de discontinuités en altitude à peu près parallèles à la surface terrestre. Or, de même que les cellules de Bénard ont été retrouvées en météorologie, la constitution des trombes de Weyher est la même que celle des cyclones en miniature que sont les tourbillons de sable; la genèse de ceux-ci, exposée dans 2, est donc en accord avec les faits.

S'il est permis, comme il est généralement admis [(1), p. 176-177, 184 et 203] et ce que semble autoriser l'existence de tourbillons doubles, d'étendre aux cyclones les résultats concernant les trombes et les typhons, on en vient alors à la théorie de M. P. Queney (3), avec cette restriction que le mode d'action des neutrons cosmiques durs (4) (5) semble encore plus complexe (Note ultérieure) que celui qu'il propose.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la présence du genre* Birgeria (*Paléoniscoïdé*) *dans l'Eotrias de Madagascar*. Note de M. **Jean-Pierre Lehman**, présentée par M. Charles Jacob.

De nombreux auteurs ont montré récemment que les faunes de Poissons de l'Eotrias du Spitzberg, du Groenland et de Madagascar comprenaient des fossiles appartenant aux mêmes genres. J. Piveteau (1934) avait, en particulier,

(1) *Rapport de la mission météorologique française sur les travaux effectués à Tamanrasset pendant l'année polaire* (*Année polaire internationale*, 3, 1932-1933, p. 169, 172).

(2) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 513-514.

(4) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 533.

(5) C. M. G. Lattes and G. P. S. Occhialini, *Determination of the energy and momentum of fast neutrons in cosmic rays* (*Nature*, **159**, 8 mars 1947, p. 331-332).

publié une liste de genres de Poissons communs à ces différents gisements. E. Stensiö, d'autre part, avait été le premier à fournir des descriptions détaillées du genre *Birgeria* d'après des exemplaires du Spitzberg et du Groenland (1920-1932); le genre *Birgeria*, par contre, était inconnu à Madagascar, mais récemment, dans un matériel de Poissons fossiles provenant du Trias du bassin d'Ankitohazo, la présence du genre *Birgeria* a pu être constatée. L'existence de *Birgeria* dans l'Eotrias malgache confirme la très grande parenté des faunes de Madagascar et du Groenland et a, par suite, un intérêt stratigraphique; toutefois *Birgeria* semble avoir au Trias une répartition géographique très étendue, puisque ce fossile est connu aussi dans le Trias d'Europe et dans le Trias de Californie.

Un certain nombre de caractères, déjà signalés par Stensiö (1920-1932), présents aussi chez les *Birgeria* arctiques, permettent en effet d'affirmer sans hésitation qu'il s'agit bien du genre *Birgeria* : tels sont, par exemple, les caractères suivants : dans le toit cranial dermique, le pariétal droit est séparé du pariétal gauche par les deux frontaux; les dermoptériques, les dermosphénotiques, les frontaux, les nasaux, le postrostral sont conformes à la description de Stensiö; sous l'endocrâne s'observe un fort parasphénoïde à long processus ascendant; la région branchiale est recouverte par un opercule assez étroit; la joue montre plusieurs sous-orbitaux allongés, entre l'œil et le préopercule; le maxillaire est très large à l'arrière; les dents sont de deux grandeurs différentes, les plus hautes formant une rangée interne sont lisses au sommet comme chez *Birgeria groenlandica*, les plus petites formant une rangée latérale externe à la précédente; le corps est nu, sans écailles; les rayons dermiques des nageoires pectorales seules visibles ici sont jointifs; la ligne latérale est entourée d'os tubulaires; le squelette axial est présent et en accord avec les travaux de Stensiö.

Mais le genre *Birgeria* avait été décrit par Stensiö d'après un matériel relativement incomplet, et du point de vue anatomique de nombreux caractères restent à préciser; sur le fossile de Madagascar, diverses observations sont possibles qui permettront de compléter notre connaissance du genre *Birgeria*. C'est plus spécialement à ces caractères que seront consacrées les quelques lignes ci-dessous.

Le toit cranial dermique montre deux extrascapulaires allongés transversalement parcourus par des canaux sensoriels formant la commissure supratemporale; dans le genre *Birgeria* de Madagascar, on n'observe qu'un pariétal de chaque côté du crâne et non deux, comme chez *Bigeria mougeoti*, ces pariétaux portent la pit line moyenne des Paléoniscidés; le caractère peut-être le plus remarquable de ce crâne dermique, est le fait que le canal supraorbital se poursuit très loin postérieurement, passant du frontal dans le pariétal qu'il traverse en entier d'avant en arrière pour venir se jeter dans la commissure supra-temporale.

Sur le museau, un rostro-prémaxillaire denté porte à la fois la commissure ethmoïdale et les deux extrémités antérieures symétriques des canaux supra-orbitaux; ceux-ci atteignent à l'avant la commissure ethmoïdale formée elle-même par les deux canaux infraorbitaux; ce caractère a déjà été observé par Nielsen sur les *Birgeria* du Groenland [1].

Dans la joue, le préopercule n'est pas étroit à la base, comme l'avait figuré hypothétiquement Stensiö, mais large; le canal préoperculaire qui le parcourt est dans la moitié inférieure du préopercule situé dans la région antérieure de l'os, non dans la région postérieure comme ordinairement chez les Paléoniscidés; ce préopercule contient de plus la pit line horizontale de la joue que l'on voit se prolonger sur le bord supérieur du maxillaire.

La mandibule montre un susangulaire fusionné à l'angulaire; cet os porte une pit line verticale, la pit line orale. Le fossile comporte aussi l'hyomandibulaire (dépourvu de processus operculaire) et l'articulation du carré avec la mandibule.

La ceinture scapulaire comprend un posttemporal allongé à canal sensoriel, un long supracleithrum, un fort cleithrum et une clavicule bien développée. Sous la face interne du cleithrum, la ceinture scapulaire endochondrale présente une plaque suprascapulaire, une plaque scapulaire, une plaque mésocoracoïde, une plaque coracoïde, et des orifices où passaient les nerfs diazonaux. La nageoire pectorale elle-même montre dix larges rayons à ossification endochondrale à sa base; trois parmi ces rayons s'articulent avec un métaptérygium, comme chez *Polyodon*.

L'urohyal, plaque osseuse formée dans le septum intermusculaire entre les deux muscles sternohyodiens, est des plus net; cet os, présent chez les Téléostéens actuels, n'a été décrit que rarement chez les Paléoniscidés, par exemple par Stensiö chez *Acrorhabdus berthili*.

Ces nouveaux résultats concernant *Birgeria* confirment que ce genre appartient à une lignée différente de celle des Paléoniscidés *sensu stricto*, comme le pensaient Watson et Aldinger; Aldinger, 1947, s'appuyant sur les caractères communs à *Birgeria*, *Polyodon*, *Saurichtys* et *Acipenser*, avait en effet proposé une classification nouvelle des Actinoptérygiens et placé *Birgeria* à la base de l'ordre des Sturiomorphes.

E. Nielsen ayant eu l'obligeance de me communiquer ses planches non encore publiées concernant *Birgeria groenlandica*, il résulte d'une comparaison de celles-ci avec le fossile malgache, que le *Birgeria* de Madagascar est une nouvelle espèce à laquelle, en l'honneur de M. Nielsen, sera donnée le nom de *Birgeria nielseni*.

---

[1] Selon une communication orale.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Œnothéracées. Développement de l'embryon chez l'*Epilobium spicatum *Lam.* Note (¹) de M. **André Lebègue**, présentée par M. René Souèges.

Le genre *Epilobium* est l'un des plus importants de la famille des Œnothéracées : il compte 160 espèces, alors que la famille en comprend seulement 470, et forme presque à lui seul la tribu des Epilobiées. Dans cette tribu, le développement normal de l'embryon ne semble pas avoir été étudié, sauf aux tout premiers stades. J. Modilewski (²) par exemple, donne uniquement la figure d'un proembryon bicellulaire d'*Epilobium angustifolium*. Nous nous sommes attaché à suivre le développement complet de l'embryon chez l'*Epilobium spicatum*.

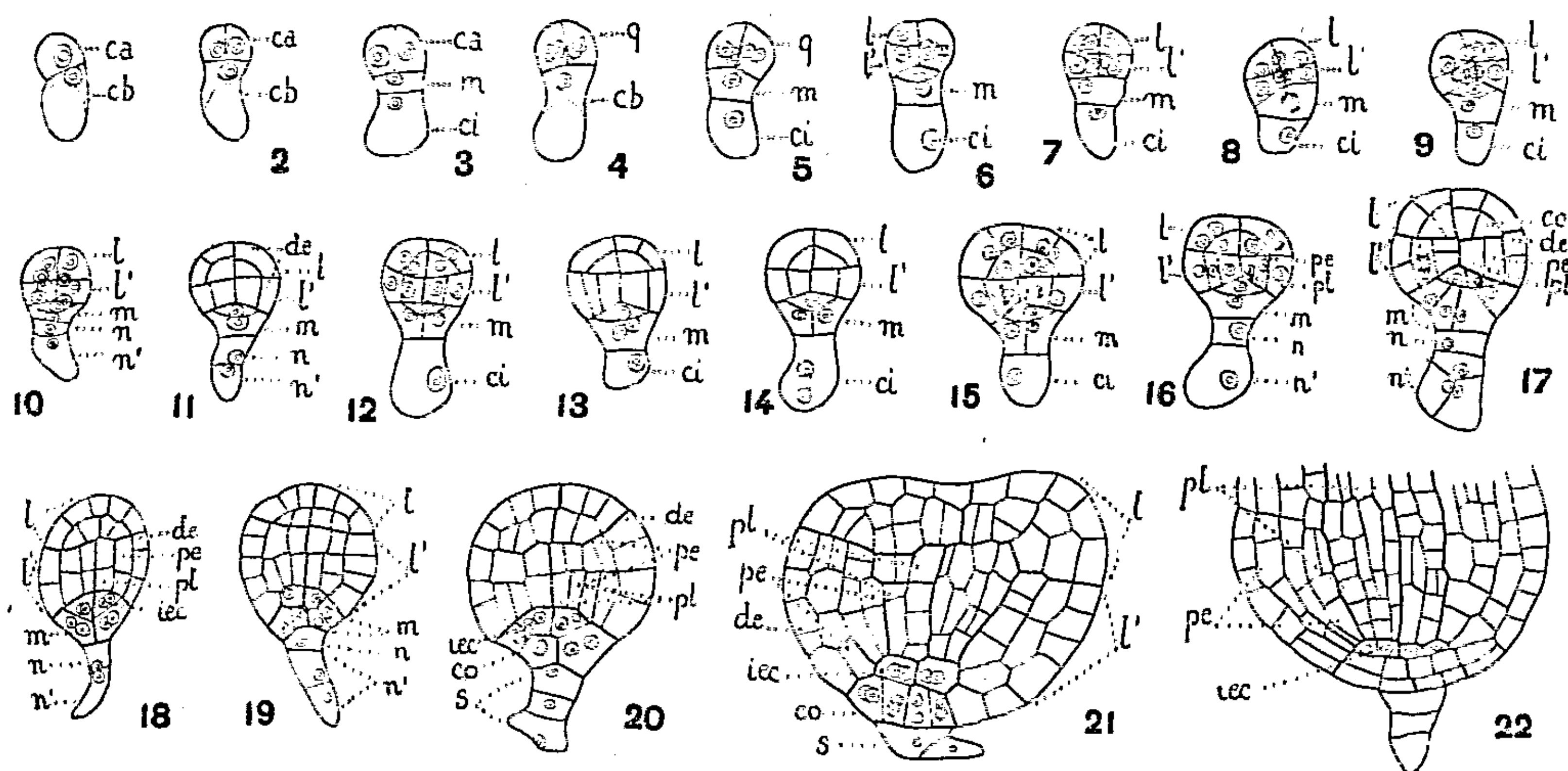


Fig. 1 à 22. — *Epilobium spicatum* Lam. — Développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellules apicale et basale du proembryon bicellulaire; *m*, cellule intermédiaire de la tétrade ou hypophyse; *ci*, cellule inférieure de la tétrade; *q*, quadrants; *l*, octants supérieurs; *l'*, octants inférieurs; *n* et *n'*, cellules filles de *ci*; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *iec*, initiales de l'écorce de la racine; *co*, coiffe; *s*, suspenseur. G. : 270.

La cellule apicale *ca* du proembryon bicellulaire, par une cloison méridienne, donne 2 éléments juxtaposés. La cellule basale *cb* se divise ensuite horizontalement en 2 cellules superposées *m* et *ci*. On obtient ainsi la tétrade en T de la catégorie A_2 (*fig.* 3). Il faut noter la précocité de la division de la cellule apicale conduisant à des proembryons tricellulaires (*fig.* 2). Une paroi verticale segmente les 2 cellules supérieures en 4 quadrants, *q*. A ce stade les cellules *m* et *ci* restent indivises et le proembryon est hexacellulaire (*fig.* 5). Les quadrants se divisent chacun horizontalement donnant les octants (*fig.* 6 et 7). Une cloison en verre de montre s'appliquant, non sur la paroi périphérique mais sur la cloison basale des octants inférieurs, sépare ensuite la cellule *m* en 2 cellules superposées (*fig.* 8 et 9). Ce mode de cloisonnement démontre que la cellule *m* est celle qui va donner naissance au tissu hypophysaire. La cellule inférieure *ci* reste longtemps indivise. Elle se segmente plus

(¹) Séance du 26 janvier 1948.

(²) *Berichte d. deutschen bot. Gesells.*, 27, 1909, p. 287-292.

tard en 2 cellules *n* et *n'* superposées (*fig.* 10). Le proembryon comprend alors 12 cellules disposées en 5 étages : *l*, *l'*, *m*, *n* et *n'*.

Dans l'étage *l* des cloisons tangentielles séparent rapidement le dermatogène. Une paroi verticale sépare dans la région interne les cellules mères des cotylédons du point végétatif de la tige. Ce dernier est de croissance assez lente. Il ne comprend, sous l'épiderme, qu'une assise au moment de la naissance des cotylédons (*fig.* 11 à 21). L'étage *l'* engendre la partie hypocotylée. Après séparation du dermatogène, les cellules internes donnent directement le périblème et le plérome (*fig.* 15). Les segmentations se poursuivent par cloisonnements transversaux puis longitudinaux (*fig.* 16 à 21). Lors de la naissance des cotylédons la partie hypocotylée compte 3 à 4 étages de cellules. Périblème et plérome possèdent alors une épaisseur de 2 à 3 assises (*fig.* 21). L'étage *m* constitue l'hypophyse. La cellule inférieure de cet étage, plus volumineuse, donne par segmentations méridiennes deux puis quatre éléments. Elle engendre par cloisonnements verticaux puis tangentiels la partie centrale de la coiffe (*fig.* 12 à 22). La portion latérale de ce tissu provient du cloisonnement tangentiel des éléments inférieurs de l'étage *l'* (*fig.* 22). La cellule supérieure de l'hypophyse se divise plus tardivement par cloisons cruciales méridiennes donnant les initiales de l'écorce au sommet radiculaire (*fig.* 17 à 22). Les étages *n* et *n'*, issus de *ci*, forment un suspenseur de quelques cellules; il se montre atrophié dans les embryons âgés (*fig.* 16 à 22).

Ainsi l'embryon de l'*Epilobium spicatum* présente des caractères semblables à ceux qui ont été décrits par R. Souèges, chez l'*Œnothera biennis* L. ([3]) et chez le *Ludwigia palustris* Eliott ([4]). Le mode de segmentation se rattache à celui du type fondamental des Crucifères. On note cependant comme caractères différentiels d'ordre secondaire : 1° la différenciation précoce de l'hypophyse aux dépens de la cellule intermédiaire de la tétrade; 2° la réduction extrême du suspenseur, issu uniquement de la cellule *ci*; 3° la vitesse de division plus grande dans la cellule apicale que dans la cellule basale dès la 2e génération. Il est intéressant de remarquer que l'*Epilobium* comme l'*Œnothera* et le *Ludwigia*, trois genres appartenant à trois tribus différentes, présentent entre eux des analogies profondes, tandis que le *Circæa lutetiana* L., de la tribu des Circéées, offre des caractères embryogéniques fort dissemblables, comme l'a démontré R. Souèges ([5]), et se détache, par conséquent, de manière très nette, des trois autres espèces.

PHYSIOLOGIE. — *L'intervention de l'acétylcholine dans la contraction du muscle strié isolé.* Note ([1]) de M. **Hermann Scheiner**, transmise par M. Robert Courrier.

La théorie de la transmission neuro-humorale telle qu'elle a été émise par Dale et Feldberg, puis acceptée par la majorité des auteurs, postule que la

([3]) *Comptes rendus*, 170, 1920, p. 946.
([4]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1626.
([5]) *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 700.

([1]) Séance du 26 janvier 1948.

manifestation de toute activité contractile du muscle strié (tonus et contraction) serait due à la libération au niveau de la jonction myo-neurale d'un médiateur, l'acétylcholine, par l'intermédiaire duquel l'influx nerveux déclenche selon un mécanisme énergétique inconnu la contraction du muscle.

Nous avons pu mettre en évidence un certain nombre de faits expérimentaux dont l'interprétation ne nous paraît pas s'accorder avec cette explication d'un mécanisme unique de la contraction. Ces faits amènent plutôt à rejeter l'intervention de l'acétylcholine dans la contraction fournissant du travail et à attribuer à ce composé un rôle dans l'établissement d'une tension musculaire au départ de la contraction, tension qui déterminera l'intensité de la contraction.

La curarisation qui supprime l'excitabilité indirecte ainsi que la contracture acétylcholinique, mais laisse intacte l'excitabilité directe, est un argument sérieux qui s'oppose à l'acceptation d'un mécanisme unique de la contraction. Et ce n'est pas un fait exceptionnel puisqu'on obtient cette même dissociation (absence de la contracture acétylcholinique avec maintien de l'excitabilité directe) par la simple suppression de l'apport d'oxygène à la solution de Ringer baignant un muscle isolé ([2]).

Inversement on peut déprimer ou supprimer l'excitabilité électrique sans modifier et même en renforçant l'action contracturante de l'acétylcholine. En effet dans certaines conditions le chlorure de potassium ([3]), des composés chimiques variables, comme des phénols, alcools, cétones etc. ([4]), et même une conservation du muscle strié à la glacière pendant plusieurs jours ([5]), entraînent la suppression de l'excitabilité électrique et laissent subsister la possibilité de contracture par l'acétylcholine. De même des narcotiques, tels que l'alcool, l'éther, le chloroforme, les uréthanes, etc., à faibles doses, diminuent ou suppriment l'excitabilité électrique, mais produisent une sensibilisation à l'acétylcholine comparable à celle de l'ésérine ou de la prostigmine ([6]).

Tous ces faits montrent que la réponse électrique contractile peut être dissociée complètement de la réponse contracturante due à l'acétylcholine. La différence de ces deux processus se manifeste avec évidence lorsqu'on envisage le travail fourni : une secousse consécutive à une décharge électrique sur un muscle droit isolé produit un travail maximum lorsque la charge est de 3 à 6^g,

---

([2]) *C. R. Soc. Biol.*, 140, 1946, p. 37.
([3]) *Ibid.*, 1948 (sous presse).
([4]) *Ibid.*, 139, 1945, p. 1090.
([5]) *Ibid.*, 1948 (sous presse).
([6]) *Ibid.*, 140, 1946, p. 113.

alors qu'une charge de 3 à 4^g supprime sur ce même muscle toute contracture acétylcholinique quelle que soit la dose d'acétylcholine employée ([7]).

Il est important de remarquer que chaque fois qu'il y a accroissement de la sensibilité à l'acétylcholine ou qu'il y a diminution de l'excitablité électrique, l'on constate une élongation du muscle, élongation qui ne cède ni aux lavages ni au repos prolongé, mais qui disparaît instantanément, et d'une façon durable et définitive, sous l'action de l'acétylcholine en présence d'oxygène ([8]).

D'autre part l'acétylcholine peut exercer une influence sur la contraction du muscle fatigué. Des doses d'acétylcholine inférieures à celles qui déclenchent une contracture peuvent rétablir l'excitabilité électrique d'un muscle fatigué par des secousses électriques jusqu'à épuisement complet. Cette excitabilité restaurée, qui s'installe après un temps de latence de 30 secondes, se distingue toutefois de l'excitabilité initiale : 1° elle est supprimée par la curarisation et par l'addition de cholinestérase; 2° elle exige un apport d'oxygène, 3° elle est renforcée par la caféine ou la théobromine qui n'influent pas sur l'excitabilité électrique du muscle *in vitro*. Lè muscle fatigué dont l'excitabilité vient d'être restaurée par l'acétylcholine se comporte donc comme un muscle excité par l'intermédiaire de son nerf. L'inexcitabilité dn muscle fatigué s'accompagne d'ailleurs d'une élongation que l'adjonction d'acétylcholine supprime ([8]). Enfin si l'on provoque un allongement du muscle, soit par des tiraillements rythmiques, soit par l'application prolongée d'une charge, on constate que la sensibilité du muscle à l'acétylcholine est alors singulièrement augmentée (jusqu'à dix fois) ([9]).

Nous pensons dans ce qui précède avoir montré les caractères particuliers différents de deux formes de contractions musculaires que l'on peut dissocier expérimentalement : une forme rapide qui fournit du travail, la contraction musculaire proprement dite, et une forme lente qui ne fournit pas de travail, la contracture. La forme lente existe d'une façon continue dans le muscle et détermine partiellement sa longueur. Lorsque par n'importe quel procédé on arrive à une élongation du muscle, l'excitabilité est diminuée, elle peut être rétablie par l'acétylcholine et en même temps se rétablit la longueur initiale du muscle. L'élongation sensibilise d'ailleurs cette action de contracture lente et durable de l'acétylcholine. Tout se passe comme si l'acétylcholine restaurait après l'élongation une certaine tension indispensable à la contraction musculaire proprement dite.

([7]) *Ibid.*, 1948 (sous presse).

([8]) *C. R. Congrès Intern. Physiol.*, Oxford, 1947.

([9]) *C. R. Soc. Biol.*, 1948 (sous presse).

HÉMATOLOGIE. — *L'effet du nitrate de Pilocarpine sur la formule leucocytaire et l'éosinophilie hématique des poissons marins.* Note de MM. **Constantin Toumanoff** et **Jean Durand**, présentée par M. Émile Roubaud.

Dans un travail antérieur, l'un de nous [1] a présenté la description des cellules sanguines de divers poissons téléostéens marins.

Les leucocytes éosinophiles n'ont été rencontrés dans le sang que sur une seule des 16 espèces étudiées (*Balistes stellatus*).

Les substances chimiques provoquant l'augmentation du nombre des éosinophiles sont la pilocarpine et la sécrétine (Pappenheim). Il n'existe pas, à notre connaissance, de travaux concernant l'action de ces substances sur l'éosinophilie des vertébrés inférieurs. L'absence des éosinophiles dans le sang des poissons étudiés n'était peut-être que fictive. Il était intéressant d'étudier l'effet de la pilocarpine sur la formule leucocytaire des poissons. Nous avons utilisé à cet effet une solution de 1 % de nitrate de pilocarpine. Ces essais ont porté sur deux espèces de poissons : *Diploprion bifasciatum* et *Plectorhynchus lineatus*, qui résistent bien aux injections et supportent facilement la vie en aquarium.

L'injection était pratiquée dans la cavité générale, à la dose de $0^{cm^3},5$. Le sang était prélevé soit à l'arc branchial, soit au cœur. Voici les résultats obtenus avec ces deux espèces :

1° *Diploprion bifasciatum.*

	Temps après injection (h).	Lymphocytes (%).	Leucocytes (%).	Thrombocytes (%).
A	0,30	25	75	–
	2	6,30	4,6	89,10
	6	11	21,2	67,80
	24	27,30	54,54	18,16
B	2	18,60	10,70	70,70
	6	12,10	20,37	67,53
	24	6	56	38

2° *Plectorhynchus lineatus.* — Chez cette espèce, comme chez la précédente, ni les éosinophiles, ni les cellules fusiformes n'ont jamais été constatées dans le sang normal. La formule leucocytaire de cette espèce n'a pas présenté de modifications notables à la suite de l'injection de pilocarpine. Les leucocytes

[1] J. Durand, 42e Note de l'Institut Océanographique de l'Indochine 1943. — Notons que la formule leucocytaire normale de *D. bifasciatum* comporte de 72 à 75 % de leucocytes et celle de *P. lineatus* de 75 à 77 %, le reste étant formé de lymphocytes.

prédominaient toujours dans le sang, représentant parfois 95 % de globules blancs, notamment chez les poissons examinés 3 jours après l'inoculation.

Voici quelques exemples de formule leucocytaire 24 heures après injection de pilocarpine.

	Lymphocytes.	Leucocytes.	Thrombocytes.
I	15,67	75	9,33
II	10,50	84,94	4,56
III	9,29	86,17	4,54

Dans un seul cas, 6 heures après l'inoculation de pilocarpine, nous avons observé la présence de rares éosinophiles. Bien qu'exceptionnelle, cette présence constitue un fait intéressant.

Chez *Diploprion bifasciatum,* la pilocarpine provoque une réaction spéciale qu'on peut appeler *thrombocytose* et qui consiste en une forte prédominance dans le sang des cellules qu'on définit comme *thrombocytes* ou *cellules fusiformes*. Le rôle des cellules fusiformes n'est pas bien précisé. On les considère comme de futurs globules rouges ([2]). Chez les grenouilles, Neumann a remarqué dans la moelle osseuse, à certaines époques de l'année, des formes intermédiaires entre les globules rouges et ces cellules ([3]).

Il nous semble que la réaction de thrombocytose observée chez *Diploprion* témoigne d'une rénovation sanguine à la suite de l'inoculation de pilocarpine. Il est curieux que, à une exception près, nous n'ayons pu mettre en évidence la présence des éosinophiles. Le nitrate de pilocarpine, qui est un réactif de choix pour provoquer l'éosinophilie expérimentale chez les vertébrés supérieurs, n'a pas d'effet comparable chez les poissons. Il est possible que ces cellules, chez les poissons, soient localisées ailleurs que dans le sang circulant, et que leur apparition dans la circulation ne soit qu'exceptionnelle, peut-être même impossible à provoquer expérimentalement chez certaines espèces,

Des recherches effectuées, afin d'élucider cette question, seront présentées dans un travail ultérieur.

BIOLOGIE. — *Stimulation de l'ovaire par la folliculine : part du relais hypophysaire dans ce phénomène.* Note ([1]) de MM. **Max Aron**, **Claude Aron** et **Jean Marescaux**, transmise par M. Robert Courrier.

Plusieurs auteurs ont attiré l'attention sur le fait que, chez le Rat hypophysectomisé, les œstrogènes sont capables de maintenir à quelque degré l'intégrité de l'ovaire et même, selon certains, de provoquer la croissance

---

([2]) Jolly, *Traité pratique d'hématologie,* 2, Paris, 1923, p. 1010.

([3]) *Ibid.,* p. 1010.

([1]) Séance du 19 janvier 1947.

folliculaire. Westman ([2]), Pencharz ([3]), Williams ([4]), Simpson, Evans, Heinz, Fraenkel-Conrat et Choh Hao Li ([5]) Cole ([6]) ont apporté à ce propos des documents que nous ne pouvons analyser ici dans leur diversité. Chez le Rat prématuré non privé d'hypophyse, M. Aron, G. Burghard, P. Ortlieb et J. P. Scherding ([7]) ont, d'autre part, montré que la folliculine stimule les ovisacs, et M. Aron, G. Burghard et P. Ortlieb ([8]), que cette stimulation entraîne en peu de jours la lutéinisation des plus grands d'entre eux. Plus récemment, M. Aron et C. Aron ([9]) avaient vu que l'administration prolongée de benzoate d'œstradiol à des jeunes lapines ou cobayes au seuil de la prématurité détermine la croissance des follicules ovariques et, par là, un état de maturité précoce de l'ovaire.

Nous nous sommes proposé d'approfondir le problème soulevé par ces différentes constatations.

Nous avons d'abord repris, chez le Cobaye non hypophysectomisé, l'étude de l'action de la folliculine. Nos résultats, en bref, ont été les suivants : A quelque dose que ce soit, entre 50 U. I. et 10 000 U. I., une injection de benzoate d'œstradiol provoque, à un degré variable selon la dose et l'état évolutif préalable de l'ovaire, chez le Cobaye prématuré comme chez le Cobaye mûr, au bout de 24 à 48 heures, l'hypertrophie et l'hyperplasie de la thèque interne et de la granulosa des follicules. Cette hyperplasie est signée par une vive activité cinétique. Le résultat ressort avec évidence de la comparaison de l'ovaire stimulé avec l'ovaire-témoin enlevé avant l'injection, et concorde avec celui que l'un de nous et ses collaborateurs avaient obtenu chez le Rat. En revanche la prolongation des injections au Cobaye prématuré, pendant des délais de 7 à 18 jours, conduit, non à la lutéinisation des follicules comme chez le Rat, mais à leur rapide croissance.

Pour fixer la part de la préhypophyse dans cette stimulation ovarienne, nous avons répété nos expériences d'administration d'œstrogène à des cobayes hypophyséoprives, en nous limitant aux résultats à court terme (de 1 à 3 jours), comparativement à ceux obtenus dans les mêmes délais chez les cobayes non hypophyséoprives.

Nous avons d'abord précisé l'effet de l'hypophysectomie sur l'ovaire en l'absence d'injection d'œstrogène. Dans ces conditions l'ovaire involue avec

---

([2]) *Acta obst. et gynec. Scandinav.*, 1937, 17, p. 235.
([3]) *Science*, 1940, 91, p. 554.
([4]) *Nature*, 1940, 145, p. 388; *The J. of Endocrinol.*, 4, 1945, p. 125.
([5]) *Endocrinology*, 28, 1941, p. 37.
([6]) *Endocrinology*, 39, 1946, p. 177.
([7]) *C. R. Soc. Physique biol.*, 16, 1942, n° 59,
([8]) *Ibid.*, 17, 1943, n° 66.
([9]) *C. R. Soc. de Biol.*, 140, 1946, p. 304.

une extrême rapidité. Au bout de 12 heures, on note déjà le début de l'atrésie des follicules cavitaires grands et moyens. Après 24 heures, ceux-ci apparaissent tous en atrésie. Les modifications de la thèque, dans le sens de l'hypoplasie et de l'hypovascularisation, sont particulièrement précoces. Passé 48 heures, l'atrésie commence même à atteindre les petits follicules cavitaires d'environ 300$^{\mu}$ de diamètre, dont la thèque s'atrophie également, quoique plus lentement que celle des follicules plus volumineux. Trois jours après l'opération, il ne reste plus de relativement épargnés parmi les follicules cavitaires que de rares petits follicules secondaires. Les follicules primordiaux et primaires demeurent intacts.

L'administration de 1000 à 2000 U. I. de benzoate d'œstradiol, dès l'opération, aux cobayes hypophysectomisés, ne modifie pas notablement le sort des follicules de grand et moyen diamètre, qui subissent l'atrésie. Quant aux petits follicules (de 300 à 400$^{\mu}$ de diamètre), bien que leur thèque involue comme chez les hypophyséoprives non traités, ils demeurent plus longtemps intacts et l'on constate, non seulement la persistance, mais le plus souvent l'accentuation de l'activité mitotique de leur granulosa.

De ces observations brièvement résumées, nous concluons que chez le Cobaye hypophyséoprive, la folliculine, non seulement ne suscite pas la même stimulation ovarique que chez l'animal normal, mais n'est pas capable de maintenir l'intégrité des follicules grands et moyens. L'action stimulante de l'œstrogène sur l'ovaire requiert donc, au moins pour une part, le relais hypophysaire. L'hypovascularisation, puis l'atrophie de la thèque de tous les follicules cavitaires chez les cobayes hypophyséoprives, traités ou non par l'œstrogène, donnent à penser que c'est sur la thèque que s'exerce cette action de relais. Quant à la granulosa, sa survie relativement durable dans les petits follicules permet de constater que l'œstrogène exerce sur elle, en l'absence d'hypophyse, une stimulation directe qui s'exprime, comme chez l'animal intact, par une activité cinétique accrue des cellules folliculeuses.

Nos résultats sont en désaccord avec la conception d'une action inhibitrice des œstrogènes sur le lobe antérieur, à de fortes doses [Frank ([10])], ou à de faibles doses [Cole ([11])], ainsi qu'avec celle de l'inhibition de l'excrétion du principe folliculo-stimulant et de l'excitation de l'excrétion du principe lutéinisant [Lane et Hisaw ([12]); Hohlweg et Chamorro ([13]); etc...].

([10]) *J. Amer. med. Assoc.*, 114, 1940, p. 1504.
([11]) *Loc. cit.*
([12]) *Anat. Rec.*, 60, 1934, p. 52.
([13]) *Klin. Wochenschr.*, 16, 1937, p. 196.

BIOLOGIE QUANTIQUE. — *Interprétation théorique des phénomènes d'autocatalyse en biologie.* Note de M. **Fernand Pasquier**.

L'étude de l'autocatalyse ([1]) dans les systèmes protéiques nous a conduit à rechercher l'explication du phénomène dans la résonance quantique et à montrer que, dans ce cas, l'effet autocatalytique trouvait sa traduction analytique dans des dégénérescences d'un état (u, u') (2 molécules formées) avec l'état initial (u_0, u'_0) (1 molécule formée et l'ensemble des constituants μ'_i). Ce point particulièrement délicat peut être repris et précisé en tenant compte des considérations qui ont été développées par Mme Paulette Destouches-Février ([2]) et qui conduisent à une théorie proprement biologique.

D'après N. Bohr ([3]) l'aspect physico-chimique et l'aspect biologique global sont complémentaires; la théorie biologique qui décrit adéquatement cette complémentarité a une structure formelle analogue à celle de la mécanique ondulatoire ([2]). En particulier, on peut appliquer aux éléments de prévision d'une telle théorie la méthode des perturbations, et les propriétés relatives aux dégénérescences sont valables dans ce cas. Soit donc $X(t)$ un élément de prévision ([4]), décrivant l'aspect biologique global; on a

$$X(t) = \mathfrak{U}(t, t_0)X_0,$$

où $\mathfrak{U}(t, t_0)$ désigne l'opérateur d'évolution. $X(t)$ obéit au principe de décomposition spectrale et la grandeur énergie peut encore être définie. On a une équation aux valeurs propres

$$\mathbf{E}\chi^{(t)}_{uv'} = E\chi^{(t)}_{uv'},$$

où $\mathbf{E}$ désigne un opérateur qui peut être différent de l'opérateur hamiltonien de la mécanique quantique.

Utilisons comme système de base l'ensemble des fonctions propres $\chi_{uv'}$ de l'opérateur $\mathbf{E}$. Quand il y a interaction, la fonction $X(t)$ peut s'écrire

$$X(t) \equiv \sum_{uv'} B^{(t)}_{uv'}\chi_{uv'} \qquad (\text{mod}\,\mathbf{E});$$

de même, on a pour la fonction d'ondes $\Psi(t)$ représentant l'aspect physico-

---

([1]) F. Pasquier, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1070.
([2]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 466.
([3]) *La théorie atomique et la description des phénomènes* (Paris, 1932).
([4]) J. L. Destouches, *Corpuscules et systèmes de corpuscules*, 1, 1941, p. 211; *Principes fondamentaux de Physique théorique*, 2, 1942, p. 505.

chimique

$$\Psi(t) = \sum_{uv'} C^{(t)}_{uv'} \Phi_{uv'},$$

les quantités $\Phi_{uv'}$ étant les fonctions propres de l'opérateur hamiltonien du système physico-chimique de même constitution. La fonction d'ondes $\Psi(t)$ ne décrit qu'imparfaitement le système, car notre champ d'investigation physico-chimique est limité du fait qu'il y a vie.

Une étude physico-chimique plus détaillée nous obligerait à isoler le système de l'extérieur et entraînerait obligatoirement une destruction du vivant. Donc, *in vitro* seulement, $X(t)$ s'identifie avec $\Psi(t)$. Mais *in vivo*, $\Psi(t)$, qui est moins complet que $X(t)$, peut être associé à plusieurs $X(t)$.

En conséquence, la décomposition spectrale de la fonction $X(t)$ contient un plus grand nombre de termes que celle de la fonction d'ondes $\Psi(t)$, ce qui entraîne un plus grand nombre de fonctions $\chi_{uu'}$ correspondant à deux molécules formées, donc un plus grand nombre de niveaux excités.

A l'instant $t = 0$, le système est dans l'état stationnaire (u_0, v'_0) (une molécule formée et l'ensemble des μ'_i); tous les coefficients $B_{uv'}$ sont nuls excepté $B_{u_0 v'_0}$ égal à l'unité. S'il y a dégénérescence d'un état (u, u') (deux molécules formées) avec l'état initial, la probabilité totale de transition de l'état initial à l'état (u, u') devient, du fait que l'énergie cinétique peut varier d'une façon continue,

$$\mathfrak{p}(t) = \frac{4\pi^2}{h} |\mathcal{V}(u, u')(u_0, v'_0)|^2 \rho_b(E_{u_0 v'}) t \quad (^5),$$

où $\rho_b(E)\,dE$ désigne le nombre d'états quantiques dans l'intervalle $(E, E + dE)$.

La probabilité de transition par unité de temps $\mathfrak{p}(t)/_t$ tend vers une valeur finie et non nulle quand t devient très grand. On conçoit qu'il y ait de semblables dégénérescences. En effet, le faible écart qui existe entre l'état énergétique fondamental d'une molécule de protéine et celui de l'ensemble des groupes aminés constitutifs à l'état disjoint ainsi que le grand nombre d'états excités possibles permet de concevoir deux molécules formées dans un état excité avec

$$E_{uu'} = E_{u_0 v'}.$$

En somme, le processus autocatalytique qui semble présider à la formation des systèmes protéiques vivants, serait lié à la résonance quantique (dans une théorie proprement biologique) qui résulterait de l'identité de nature des particules mises en œuvre et des forces d'échange qui en découlent, des faibles transformations énergétiques et aussi du fait essentiel que les réactions se font *in vivo*.

(5) Louis de Broglie, *Théorie du noyau*, 1, p. 23.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Bilan des produits secondaires de la fermentation alcoolique dans les vins rouges de la Gironde.* Note [1] de MM. **Louis Genevois, Émile Peynaud** et **Jean Ribereau-Gayon**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons étudié récemment les produits secondaires de la fermentation alcoolique : glycérol (g^{-10} mol/l), acide acétique (a), acide succinique (s), butylèneglycol (b), acétylméthylcarbinol (m), éthanal (h), au point de vue de leur origine [2], de leur formation pour les diverses races de levures [3], et de leur formation en fonction du milieu de fermentation [4]. Ces produits dépendent, dans leurs proportions, de la race de levure et de la nature du milieu fermenté. Nous avons dosé ces produits dans une trentaine de vins rouges authentiques de la Gironde. On observe que l'équation du bilan des produits secondaires (1)

$$5s + 2a + b + 2m + h = \Sigma = 0{,}9g \qquad (1)$$

se vérifie dans un grand nombre de cas, en particulier pour les vins jeunes, toujours pour les vins pasteurisés. On sait que des fermentations secondaires font apparaître, au cours du vieillissement, de l'acidité volatile.

Les valeurs absolues de l'acide succinique s sont pratiquement les mêmes que dans les fermentations de laboratoire, soit 5 à 9 millimolécules par litre; par contre, l'acide acétique a varié de 10 à 20, alors qu'au laboratoire il a varié de 4 à 12; le butylèneglycol varie de 5 à 10 dans les vins, de 3 à 6 au laboratoire. Il faut se rappeler que les vins rouges sont obtenus par une véritable macération du grain de raisin entier, avec sa pellicule et ses pépins. Les levures sont tellement sensibles aux conditions de milieu, que le passage d'un moût clair et filtré à une macération de baies de raisin change systématiquement et considérablement la formule de la fermentation. Le rapport a/s varie de 1 à 3 (au lieu de 0,4 à 2), le rapport b/g (multiplié par 100), varie de 7 à 12 (au lieu de 4 à 9).

Dans les cas où il n'y a aucune maladie bactérienne, l'équation (1) se vérifie, ainsi que le montre le tableau ci-après (les concentrations y sont données en millimolécules pour 10 litres). L'équation (1) permet donc de définir un vin normal. Les chiffres du tableau ont été obtenus au printemps 1946. Les vins qui donnent une valeur supérieure à 1 pour le rapport Σ/g, sont au nombre de 2 sur 20 échantillons de vins jeunes et de 4 sur 10 échantillons de vins vieux. L'échantillon de Bourgogne 1893 était

---

(1) Séance du 26 janvier 1943.

(2) *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 693, et 224, 1937, p. 762.

(3) *Ibid.*, 224, 1947, p. 1388.

(4) *Ibid.*, 226, 1948, p. 126.

profondément altéré. Cet échantillon renferme sans doute du butylèneglycol d'origine bactérienne.

Vins de moins de trois ans d'âge au moment de l'analyse (printemps 1946).

	Année.	Région.	g.	a.	s.	m.	b.	Σ.	$\frac{100\Sigma}{g}$.	$\frac{a}{s}$.	$\frac{1000b}{g}$.
1	**1945**	Pomerol-1.......	850	112	90	0,9	81	757	89	1,24	95
2	»	» -2.......	810	112	82	0,8	84	720	89	1,37	104
3	»	» -3.......	880	145	89	0,7	106	842	96	1,63	120
4	»	Blaye-1.........	830	163	71	0,5	79	761	90	2,16	93
5	»	» -2..........	648	204	51	1,0	92	757	117	4,0	142
6	»	Pauillac.........	825	122	85	0,5	83	753	91	1,43	102
7	»	Saint-Seurin-de-Cadourne......	762	110	87	0,5	85	742	97	1,26	111
8	»	Saint-Émilion-1..	841	104	90	0,8	87	747	89	1,16	103
9	»	» -2..	890	150	88	0,5	77	818	92	1,70	87
10	»	Entre-deux-Mers.	680	159	61	0,7	69	693	101	2,6	102
11	**1944**	Moulis..........	804	122	85	1,1	65	736	91	1,43	81
12	»	Saint-Émilion....	654	122	51	2,2	48	551	85	2,38	73
13	»	Pomerol-1.......	782	115	72	0,5	63	654	83	1,6	81
14	»	» -2.......	750	122	82	0,5	64	719	95	1,48	85
15	**1943**	Saint-Estèphe....	801	185	68	1,1	69	681	85	2,7	86
16	»	Listrac..........	862	174	84	1,1	70	840	98	2,1	81
17	»	Soussans........	804	160	72	0,7	66	747	93	2,2	82
18	»	Bourg...........	890	200	71	0,5	71	827	93	2,8	80
19	»	Blayais..........	826	165	74	0,7	70	771	93	2,2	102
20	»	Saint-Émilion....	791	136	74	0,8	73	717	90	1,84	92

Vins ayant plus de trois ans d'âge au moment de l'analyse (printemps 1946).

Année.	Région.	g.	a.	s.	m.	b.	Σ.	$\frac{100\Sigma}{g}$.	$\frac{a}{s}$.	$\frac{1000b}{g}$.
1942	Saint-Émilion....	808	150	81	1,2	64	771	95	1,85	79
	Blayais..........	766	172	89	1,2	65	856	112	1,93	85
1940	Saint-Émilion-1..	770	134	62	0,6	60	639	82	2,16	78
»	» -2..	841	154	90	0,8	70	830	99	1,71	83
1938	Pomerol.........	690	106	54	0,2	50	532	77	1,96	72
1937	Blayais..........	732	112	78	1,1	65	681	93	1,43	89
»	» pasteurisé.	732	84	78	0,2	65	623	85	1,07	89
»	Médoc..........	788	200	79	0,2	67	862	110	2,5	85
1934	Pauillac.........	806	181	61	0,8	80	749	93	2,97	99
1926	Saint-Émilion....	900	187	70	0,2	80	804	90	2,7	89
1914	Médoc..........	680	206	48	0,2	62	714	105	4,3	91
1893	Bourgogne.......	880	290	128	0,2	180	1400	159	2,3	205

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'hydrolyse de la lécithine d'œuf et sur la constitution de ce phosphatide.* Note (¹) de M. **Paul Fleury**, présentée par M. Maurice Javillier.

La constitution attribuée à la lécithine d'œuf est basée sur l'étude des produits de son hydrolyse, qui donne, pour un atome de phosphore (sous forme d'acide glycérophosphorique), deux molécules d'acide gras et une de choline. Le schéma (I) exprime ces faits ainsi que d'autres propriétés.

Or j'ai été amené, avec H. Guitard, à suivre l'hydrolyse d'une solution de lécithine à 10 % dans l'alcool méthylique en présence de potasse normale et nous avons constaté, en opérant vers 35°, le fait suivant. Après avoir déterminé le moment où acides gras et choline sont *entièrement* libérés (vers la 50ᵉ heure), on recherche *à cet instant* l'état du phosphore; il n'est pas alors possible de caractériser l'acide glycérophosphorique par addition de chlorure de calcium en milieu alcoolique dilué, contrairement à ce qui a lieu lorsqu'on opère par les méthodes d'hydrolyse utilisées par les précédents auteurs (potasse alcoolique à l'ébullition ou baryte à froid). Mais si ce milieu est à ce moment acidifié (concentration environ N) et porté une heure au bain-marie bouillant, on obtient facilement le précipité de glycérophosphate de calcium. Ce fait, contraire aux prévisions imposées par le schéma (I), force à admettre que cet acide glycérophosphorique, ou sa plus grande part, existe dans la molécule sous forme *dissimulée*.

Je désigne cette forme par le nom de *glycérophosphatogène*, qui ne préjuge pas de sa constitution. Je n'ai pu encore isoler à l'état pur ce composé qui est peut être hétérogène. Il est pratiquement exempt d'azote (dans la meilleure préparation un atome d'azote pour 15 atomes de phosphore). Il possède des propriétés qui le différencient profondément de l'acide glycérophosphorique. Entre pH 5 et pH 7, il se dissout assez rapidement dans l'alcool absolu à l'ébullition. Cette solution ne donne aucun précipité par addition de sels appropriés de métaux lourds (Fe_{II} et Fe_{III}, Cu_{II} et Cu_{I}, Hg_{I} et Hg_{II}, Ni, Co, Zn, etc.), ce qui semble indiquer que ces sels du glycérophosphatogène sont solubles dans l'alcool. Toutefois par addition d'une solution d'acétate basique de plomb ou d'une solution d'hydroxyde de baryum dans l'alcool méthylique, il se fait lentement à froid un précipité de glycérophosphate de plomb ou de baryum. On s'explique ainsi pourquoi l'hydrolyse de la lécithine par la baryte, même à froid, n'a pas permis de reconnaître l'existence du glycérophosphatogène.

A partir de la solution alcoolique ou aqueuse, en milieu soit acide normal, soit alcali normal, chauffée au bain-marie bouillant pendant une heure, on peut isoler de l'acide glycérophosphorique; cette libération s'accompagne de

(¹) Séance du 26 janvier 1948.

l'apparition d'une acidité faible, correspondant sensiblement à la libération d'un OH pour un atome de phosphore. Par contre, la même solution aqueuse chauffée à pH = 4,1 (environ) pendant 24 heures à 120°, conditions où l'acide glycérophosphorique est complètement hydrolysé, ne libère qu'une faible proportion de l'acide phosphorique attendu (ordre du dixième).

Si l'on fait passer, dans des conditions convenables, la solution alcoolique à travers une colonne de permutite, le phosphore est complètement retenu. Par contre, en solution aqueuse, il n'y a aucune fixation. Cette propriété permet de séparer quantitativement le glycérophosphatogène de la choline libre, qui, on le sait, est retenue *en entier* par la permutite, aussi bien en milieu aqueux qu'en milieu alcoolique.

J'avais pensé que le glycérophosphatogène était peut-être un dérivé pyrophosphorique. Des essais de synthèse de l'acide glycéropyrophosphorique me permettent d'estimer que celui-ci s'hydrolyserait dans des conditions analogues à celles de l'hydrolyse de l'acide pyrophosphorique et par conséquent ne serait pas stable à pH 4,1 dans les conditions précitées. Dans ce cas on pourrait admettre avec vraisemblance qu'il s'agirait d'un dérivé polyphosphorique dont cependant la stabilité paraît assez surprenante. Dans cette hypothèse, la formule de la lécithine pourrait correspondre au schéma (II).

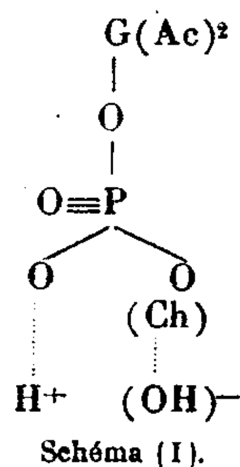


Schéma (I).

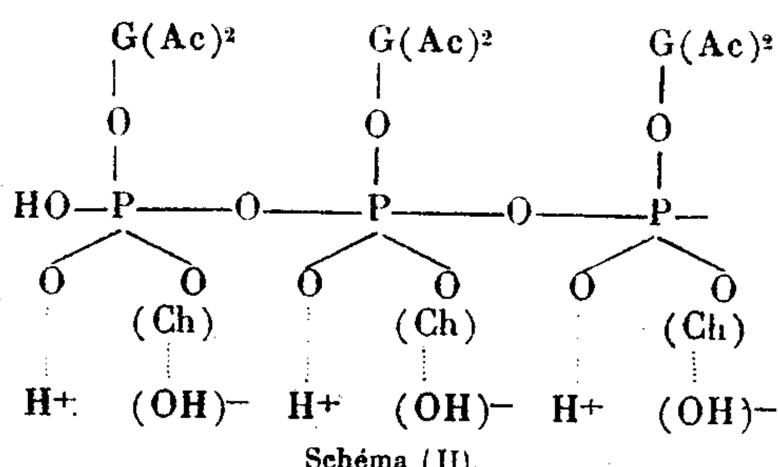


Schéma (II).

Remarque. — G(2 Ac) désigne le radical glycéryle avec les deux acides gras et Ch désigne le radical de la choline.

Si l'on écarte comme invraisemblable l'hypothèse d'un artefact se produisant à partir des constituants classiques au cours de l'hydrolyse, notre hypothèse ferait apparaître la lécithine comme une macromolécule (au sens actuel du terme), analogue par exemple aux acides nucléiques. Mais il faudrait admettre que, dans cet enchaînement, l'acide phosphorique existe sous la forme dite *pentaphosphorique* (les cinq valences portant un OH). Je me préoccupe de savoir si de tels fait sont généralisables; j'ai déjà reconnu, avec H. Guitard, que la lécithine du cerveau de Bœuf se conduit d'une façon analogue, tout en présentant une vitesse d'hydrolyse plus grande.

Conclusion. — Dans la lécithine d'œuf, l'acide glycérophosphorique existe, au moins pour sa plus grande part, sous la forme *dissimulée* de *glycérophosphatogène*, constituée probablement par un composé polyphosphorique.

BACTÉRIOLOGIE. — *Contribution à l'étude de l'évolution physiologique de deux bactéries ferrugineuses. Leurs facteurs d'énergie et de synthèse.* Note ([1]) de MM. **Auguste Sartory** et **Jacques Meyer.**

Au cours de nos recherches antérieures ([2]) sur le métabolisme hydrocarboné de deux bactéries ferrugineuses isolées des eaux minérales de Meltingen (Suisse), nous avions constaté que *Gallionella ferruginea* se comportait en milieu glucosé ferreux autrement que *Leptothrix ochracea*.

Nous avions en effet pu démontrer que la première est seule capable de réduire le CO_2 de l'air, activé par la présence de fer, pour utiliser le carbone comme élément constitutionnel de ses cellules. L'énergie calorifique pour ces processus vitaux est empruntée à la réaction d'oxydation (chimiosynthèse) suivante



$$4FeCO_3 + O_2 + 6H_2O = 4Fe(OH)_3 + 4CO_2 + 81.000 \text{ calories.}$$

Gallionella ferruginea est donc strictement autotrophe, alors que *Leptothrix ochracea* peut tirer son pouvoir énergétique vital également de la réaction d'oxydation de substances minérales, mais peut employer le carbone du glucose, donc d'origine organique, comme source de synthèse constitutionnelle. Nous considérons donc, avec R. Lieske ([3]), cet organisme comme une bactérie mixotrophe.

Nous avions vu que *Leptothrix ochracea* évolue bien sur un milieu renfermant du glucose ou d'autres matières ternaires, même cellulosiques, en présence de carbonate ferreux ou manganeux, mais qu'elle y présente une forme morphologique spécifique et atypique (bâtonnets *Schwärmer* de Lieske), sans tendance à entasser des sels ferriques ou manganiques, donc sans formation caractéristique des gaines minérales.

D'autre part *Leptothrix ochracea* sur milieu au carbonate manganeux possède après filtration une action antimicrobienne, alors que le même organisme sur milieu au carbonate ferreux reste sans action nuisible sur les staphylocoques et les colibacilles. Ce fait s'explique par la facile solubilité des sels de fer. Le carbonate ferreux fonctionnant comme accepteur d'oxygène, empêche la formation de peroxyde d'hydrogène libre au sein du substrat microbien. Ce sel ferrique en présence de produits organiques réducteurs, tel que le glucose, est ensuite utilisé comme source d'oxygène. L'oxyde ferrique hydraté se transforme partiellement en protoxyde ferreux, qui, carbonaté,

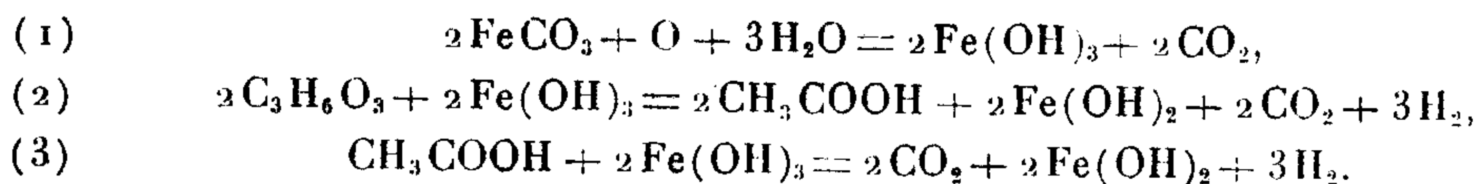
---

([1]) Séance du 26 janvier 1948.

([2]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 541.

([3]) *Zur Ernährungsphysiologie der Eisenbakterien* (*Centralbl. f. Bakt.*, II, **49**, 1919, p. 413).

régénère le carbonate ferreux. Il s'installe donc un cycle respiratoire que l'on peut schématiser par les équations suivantes



(1) $$2FeCO_3 + O + 3H_2O = 2Fe(OH)_3 + 2CO_2,$$

(2) $$2C_3H_6O_3 + 2Fe(OH)_3 = 2CH_3COOH + 2Fe(OH)_2 + 2CO_2 + 3H_2,$$

(3) $$CH_3COOH + 2Fe(OH)_3 = 2CO_2 + 2Fe(OH)_2 + 3H_2.$$

En présence de fer et de produits hydrocarbonés réducteurs, le métabolisme de *Leptothrix ochracea* évolue donc normalement. Le fer joue le rôle de facteur d'énergie et d'accepteur d'oxygène, suppléant le manque de catalase, à la suite du pouvoir de synthèse et de réduction du glucose.

Ce fait ne se manifeste pas en l'absence d'oses réducteurs. Les sels ferriques restent stables, comme le carbonate manganique et nous assistons à l'accumulation de H_2O_2 dans le substrat, occasionnée par l'absence ou l'inhibition de la catalase.

Gallionella ferruginea est incapable d'utiliser comme source d'énergie et d'accepteur d'oxygène les sucres réducteurs. Quant au pouvoir de synthèse, *Gallionella* est apte, comme nous l'avons montré au moyen de la culture sur notre milieu strictement minéral et synthétique, d'effectuer la réduction des sulfates et des nitrates. Elle opère donc la synthèse de tous ses constituants, sans intervention d'aucun facteur de croissance. Cette bactérie est donc d'après les récents travaux de A. Lwoff ([4]) à classer dans le groupe *chimio-autotrophe*. Elle répond à toutes les conditions posées par S. Winogradsky ([5]) pour ces organismes :

1° Nécessité de minéraux naturels ou artificiels hautement sélectifs, contenant des corps ou composés inorganiques, qu'ils oxydent;

2° L'oxydation de ces substances constitue leur seule source d'énergie;

3° Incapacité d'utiliser les composés organiques, ni pour la constitution de leur protoplasma, ni pour leurs échanges énergétiques;

4° Incapacité d'attaquer la matière organique, dont la présence inhibe souvent leur développement;

5° L'anhydride carbonique, assimilé par un processus chimio-synthétique, constitue leur unique source de carbone.

Alors que le pouvoir de synthèse de Leptothrix ochracea est identique à celui de Gallionella, elle est par contre apte à puiser son énergie vitale de l'oxydation de composés organiques servant de source de carbone. Leptothrix ochracea est donc une bactérie *allo-autotrophe* dans le sens de Lwoff et de Waksman ([6]).

([4]) *L'évolution physiologique. Étude des pertes de fonctions chez les microorganismes.* Paris, 1943.

([5]) *Centralbl. f. Bakt.*, 57, II, 1922.

([6]) *Principles of Soil Microbiology.* Baltimore, 1932.

Nous verrons dans un prochain travail l'influence du facteur rH et des potentiels d'oxydo-réduction optimum et d'arrêt pour la différenciation de ces deux bactéries ferrugineuses ainsi que leur action sur le développement de certains champignons inférieurs.

La séance est levée à 15h45m.

L. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE JANVIER 1948.

Éphémérides de 98 des petites planètes pour l'an 1947. N° 1, in *Publications de l'Observatoire astronomique de l'Université de Belgrade;* 1 fasc. 24cm (en langues serbe et française).

Éphémérides de 106 des petites planètes pour l'an 1948, N° 2, in *Publications de l'Observatoire astronomique de l'Université de Belgrade;* 1 fasc. 24cm (en langues serbe et française).

Savoir en histoire naturelle. Vol. XXII. *Catalogue des fossiles tertiaires du Bassin de Paris*, par RAYMOND FURON et ROBERT SOYER. Paris, Paul Lechevalier, 1947; 1 vol. 19cm.

Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air. *Tuyères, Trompes, Fusées et Projectiles. Problèmes divers de dynamique des fluides aux grandes vitesses*, par MAURICE ROY. Paris, 1947; 1 vol. 27cm.

Thermodynamique des systèmes propulsifs à réaction et de la turbine à gaz. Leçons professées au centre d'études supérieures de mécanique (Paris, 1946), par MAURICE ROY, Paris, Dunod, 1947; 1 vol. 25cm.

Universidad de La Habana. *Individualidad y personalidad; Relaciones con la filosofia de Schopenhauer y la doctrina de la energia*, par ALEJANDRO RUIZ CADALSO. Habana, Éditorial Neptuno, 1947; 1 vol. 24cm,5.

Annuaire pour l'an 1948, publié par le BUREAU DES LONGITUDES. Paris, Gauthier-Villars, 1948; 1 vol. 20cm.

Histoire et technique de la photogravure, par Émile COURMONT. Paris, Gauthier-Villars, 1947; 1 vol. 23cm.

Algèbre et Analyse linéaires, par ANDRÉ LICHNEROWICZ, in *Collection d'ouvrages de mathématiques à l'usage des physiciens*, publiée sous la direction de G. DARMOIS. Paris, Masson, 1947; 1 vol. 24cm.

Les mathématiques dans le Bulletin de Férussac, par RENÉ TATON. Extrait des *Archives internationales d'Histoire des sciences*. N° 1, 1947; 1 fasc. 24cm,5.

Development and Standardization of Tests for evaluating processibility of Rubber, by ROLLA H. TAYLOR, J. H. FIELDING, M. MOONEY. Extrait de *American Society for Testing materials*, 1947; 1 fasc. 23cm.

La viscosité des mélanges de fluides normaux, par MICHEL RŒGIERS et LUCIEN RŒGIERS. Gand, Imprimerie Ad. Hoste, S. A., 1947; 1 fasc. 27cm,5.

Sur une corrélation florale de la vraie sympétalie et son importance systématique, par WALTER ROBYNS. Extrait du *Bulletin de la Société royale de botanique de Belgique,* t. LXXVII, 1945; 1 fasc. 27cm.

Contribution à l'étude de la végétation du parc national Albert. *La colonisation végétale des laves récentes du volcan Rumoka* (*Laves de Kateruzi*), par WALTER ROBYNS. Bruxelles, Marcel Hayez, 1932; 1 fasc. 24cm,5.

Sur les plantes belges de la flore congolaise, par WALTER ROBYNS, extrait des *Annales de la Société scientifique de Bruxelles.* Louvain, Secrétariat de la Société scientifique et Paris, Les Presses universitaires de France, 1935; 1 fasc. 25cm.

Institut royal colonial belge. *Bulletin des séances. Sur les espèces de* Podocarpus *du Congo belge et du Ruanda-Urundi,* par WALTER ROBYNS. Bruxelles, Marcel Hayez, 1935; 1 fasc. 25cm.

Académie royale de Belgique. *Bulletin de la classe des sciences,* 5e série, t. XVII. *Sur des phénomènes de pleiomérie et de synanthie dans* Salpiglossis sinuata *Ruiz et Pav,* par WALTER ROBYNS. Bruxelles, Marcel Hayez, 1936; 1 fasc. 25cm,5.

Les espèces congolaises du genre Panicum L., par WALTER ROBYNS. Bruxelles, Marcel Hayez, 1932; 1 fasc. 29cm.

Les espèces congolaises du genre Digitaria *Hall,* par WALTER ROBYNS, in *Mémoires,* de l'Institut royal colonial belge. Tome I. Fasc. 1, Collection in-4°. Bruxelles, Georges Van Campenhout, 1931; 1 fasc. 29cm.

Contribution à l'étude des formations herbeuses du district forestier central du Congo belge. Essai de phytogéographie et de phytosociologie, par WALTER ROBYNS, in *Mémoires* de l'Institut royal colonial belge. Tome V. Fasc. 1. Collection in-4°. Bruxelles, Georges Van Campenhout, 1936; 1 fasc. 29cm.

Le pôle Nord. Histoire des voyages arctiques, par JULES ROUCH. Paris, Flammarion, 1943; 1 vol. 19cm.

Science et humanité. L'humanité devant la navigation interplanétaire, par ALBERT DUCROCQ. Paris, Calman-Lévy, 1946; 1 vol. 19cm.

Id. — *L'élite de demain,* par MARCEL et ANDRÉ BOLL. Paris, Calmann-Lévy, 1946; 1 vol. 19cm.

Id. — *Organisation et réorganisation des entreprises,* par GEORGES BRUNERIE. Paris, Calmann-Lévy, 1946; 1 vol. 19cm.

Annales françaises de chronométrie. Tables générales, de la première série. Tomes I à XVI (1931-1946). *Table alphabétique par noms d'auteurs et Table alphabétique et méthodique des matières,* ordonnées par RENÉ BAILLAUD. Besançon, Imprimerie coopérative « La solidarité », 1947; 1 fasc. 24cm.

Tercera Ley. Teoria electrogravitica de la materia, par HERMANO BRIAL MAURICIO. Buenos-Aires, Éditorial Stella, 1944; 1 vol. 25cm.

Prospettottica nuova Rappresentazione prospettica su di un piano dell'effetto attico dei corpi dell'intero spazio visivo, par FRANCÉSCO LA GRASSA. Extrait de *Giornale del genio civile,* fasc. 7-8. Roma, Istituto poligrafico dello Stato, 1947; 1 fasc. 29cm.

Tentamen monographiæ Vangueriæ generumque offinium, par WALTER ROBYNS. Bruxelles, Gœmaere, 1928; 1 vol. 27cm.

Ministère des colonies de Belgique. *Flore agrostologique du Congo belge et du Ruanda*

Urundi. I. *Maydées et Andropogonées.* II. *Panicées,* par WALTER ROBYNS. Bruxelles, Gœmaere, 1929 et 1934; 2 vol. 24^{cm},5.

Sur un cas de polyembryonie dans le Juglans nigra *L.*, par WALTER ROBYNS. Extrait des *Annales de la Société scientifique de Bruxelles,* Série II, *Sciences et physiques naturelles,* t. LVIII, 1938. Louvain, Secrétariat de la Société scientifique de Bruxelles, 1938; 1 fasc. 24^{cm},5.

Over climaxformaties van Belgisch Kongo, par WALTER ROBYNS. Extrait de *Overgedrukt uit het Natuurwetenschappelijk Tijdschrift,* t. XX, 1938; *Congresnummer.* Gent, Uitgevers-en Bœkdrukkershuis v/h Ad. Hoste, N. V., 1938; 1 fasc. 24^{cm}.

Over planktolonisatie van lavavelden op Hawai, par WALTER ROBYNS. Extrait de *Overgedrukt uit het Natuurwetenschappelijk Tijdschrift,* XXXIe Vlaamsch. Natuur en Geneeskundig. Congres Gent, 1940; 1 fasc. 24^{cm}.

Ministère de l'agriculture. *Bulletin du Jardin botanique de l'État.* Vol. XV. Fasc. 3. Extrait. *Preliminary ecological Survey of the Island of Hawai,* by WALTER ROBYNS and SAMUEL H. LAMB. Bruxelles, 1939; 1 fasc. 27^{cm}.

Id. — Vol. XVI. Fasc. 2 et 3. *Note sur le Xylia ghesquierei Robyns,* par WALTER ROBYNS. Bruxelles, 1941, 1 fasc. 26^{cm},5.

Id. — Vol. XVI. Fasc. 4. Extrait. *Le concept des phytocénoses biotiques principalement dans les régions intertropicales,* par WALTER ROBYNS. Bruxelles, 1942; 1 fasc. 27^{cm}.

Id. — Vol XVII. Fasc. 1. Extrait. *Un nouveau genre de* Labiatæ-ocimoideæ *de l'Afrique tropicale centrale. Note sur le genre* Platostoma *P. Beauv.* (*Labiatæ-ocimoïdeæ*). *v. Sympétales nouvelles de la région du parc national Albert* (*Congo belge*), par WALTER ROBYNS. Bruxelles, 1943, 3 fasc. 27^{cm}.

Id. — Vol. XVII. Fasc. 2. Extrait. *Note sur* Oxygonum *Burch. et sur les espèces congolaises de ce genre. Révision des espèces congolaises du genre* Thésium *L.*, par WALTER ROBYNS. Bruxelles, 1944; 2 fasc. 27^{cm}.

Id. — Vol. XVII. Fasc. 3-4. Extrait. *Sedum Churchillianum. Espèce nouvelle du parc national Albert* (*Congo belge*), par WALTER ROBYNS et R. BOUTIQUE. Bruxelles, 1945; 1 fasc. 27^{cm}.

Id. — Vol. XVIII. Fasc. 1-2. Extrait. *Révision des* Phaseoleæ-galactieæ *du Congo belge,* par WALTER ROBYNS et R. BOUTIQUE. — *Sur l'existence du* Juniperus Procera *Hochst. au Congo belge,* par WALTER ROBYNS. — *Statistiques de nos connaissances sur les* Spermatophytes *du Congo belge et du Ruanda-Urundi,* par WALTER ROBYNS. Bruxelles, 1946; 3 fasc. 27^{cm}.

Id. — Vol. XVIII. Extrait. *Une espèce nouvelle de* Clitandra *du parc national Albert* (*Congo belge*), par WALTER ROBYNS et R. BOUTIQUE. — *Choripétales nouvelles de la région du parc national Albert* (*Congo belge*), par WALTER ROBYNS. Bruxelles, 1947; 2 fasc. 27^{cm}.

Sur un nouveau cas de polyembryonie dans le Juglans nigra L., par WALTER ROBYNS. Extrait du *Bulletin de la Société royale de botanique de Belgique,* t. LXXV, 1942. Bruxelles, 1 fasc. 26^{cm}.

Institut royal colonial belge. *Bulletin des séances. Note écologique sur quelques bains d'éléphants au Congo belge,* par WALTER ROBYNS. Bruxelles, Hayez, 1941; 1 fasc. 25^{cm}.

L'avenir du domaine royal de Bouchout et le nouveau jardin botanique de l'État. Extrait de *Edwin ganz : le domaine royal de Bouchout et ses châteaux,* 1941; 1 fasc. 25^{cm}.

L'œuvre de Henri Beraldi, historien du pyrénéisme, par EMMANUEL DE MARGERIE. Extrait du *Bulletin de la Section de géographie* du Comité des travaux historiques et scientifiques, t. LVIII, 1943. Paris, Imprimerie nationale, 1947; 1 fasc. 23^{cm}.

Trois moments dans l'histoire de l'étude des Alpes suisses : de Saussure, Studer, Alb.

Heim, par EMMANUEL DE MARGERIE. Extrait du *Bulletin de la Section de géographie* du Comité des travaux historiques et scientifiques, t. LVIII, 1943. Paris, Imprimerie nationale, 1947; 1 fasc. 23cm.

Beschouwingen over polyembryonie en polyspermie by de bedektzadigen (avec résumé français), par WALTER ROBYNS et A. LOUIS. Anvers, Bœklandel, 1942; 1 vol. 26cm,5.

The University library Oslo. A brief survey of its history, collections and building. Oslo, Grøndahl et Søn, 1947; 1 fasc. 24cm.

Norwegian bibliography a brief survey, publié par THE UNIVERSITY LIBRARY OF OSLO. Oslo, Grøndahl et Søn, 1947; 1 fasc. 24cm.

Bulletin of the Bureau of mines and the geological Survey in Indonesia. Vol. I, n° 1, 1947; Publication of the « Dienst van den Mijnbouw » Bandœng, Java; 1 fasc. 22cm,5.

Ministère de l'Éducation nationale. Comité des travaux historiques et scientifiques. *LXXIVe Congrès des Sociétés savantes de Paris et des départements à Paris.* Paris, Imprimerie nationale, 1948; 1 fasc. 23cm.

ERRATA.

(Séance du 5 janvier 1948.)

Note de M. *Edmond Grillot*, Sur la nature de certains hydrates salins :

Page 80, ligne 11, *au lieu de* $S_nCl_4K_2$, $2H_2O$, *lire* $S_nCl_4K_2$, $3H_2O$.

Note de M. *Jean Le Calvez*, Une mutation *Aristapedia*, hétérozygote dominante, homozygote léthale, chez *Drosophila mélanogaster :*

Page 124, ligne 5, *au lieu de* stabilité, *lire* labilité;
» » » 21, *au lieu de* Aristopedia, *lire* Aristapedia.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 9 FÉVRIER 1948.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES JACOB.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHALEUR. — *Développements sur une solution de l'équation de Fourier dans le cas du mur d'épaisseur infinie.* Note [1] de M. **GUSTAVE RIBAUD.**

L'équation de transmission de la chaleur par conduction (Fourier)

$$a\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}=\frac{\partial\theta}{\partial t}$$

admet, dans le cas du mur d'épaisseur infinie, une solution générale de la forme [2]

$$\theta=t^m f_m\left(\frac{x}{\sqrt{4at}}\right)=t^m f_m(z). \tag{1}$$

Pour m quelconque, la fonction f_m est définie par l'équation différentielle

$$f''_m+2zf'_m-4mf_m=0. \tag{2}$$

Cas de m positif. — Pour m positif et pour des valeurs de $2m$ entières, la résolution de l'équation précédente s'obtient aisément grâce à $2m$ différentiations successives qui s'écrivent [3] :

$$\begin{array}{l}
f'''_m+2zf''_m-(4m-2)f'_m=0,\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\
f^{2m}+2zf^{2m-1}-4f^{2m-2}=0,\\
f_m^{2m+1}+2zf_m^{2m}-2f_m^{2m+1}=0,\\
f_m^{2m+2}+2zf_m^{2m+1}=0.
\end{array}$$

De la dernière équation on déduit la valeur de f_m^{2m+1}, celle de f^{2m} et, de

---

(1) Séance du 2 février 1948.

(2) G. RIBAUD, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 140.

(3) L'indice porté en haut du signe f représente l'ordre de la dérivée.

proche en proche, les autres dérivées par une relation de récurrence

(3) $f_m^{2m+1} = e^{-z^2}$,

(4) $f_m^{2m} = \int e^{-z^2}\,dz - \frac{\sqrt{\pi}}{2}$,

(5) $f^{2m-1} = \frac{f^{2m+1} + 2zf^{2m}}{2} = \frac{1}{2}\left[e^{-z^2} - 2z\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int e^{-z^2}\,dz\right)\right]$,

(6) $f^{2m-2} = \frac{f^{2m} + 2zf^{2m-1}}{4} = \frac{1}{4}\left[z\,e^{-z^2} - (1+2z^2)\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int e^{-z^2}\,dz\right)\right]$,

(7) $f^{2m-3} = \frac{f^{2m-1} + 2zf^{2m-2}}{6} = \frac{1}{12}\left[(1+z^2)\,e^{-z^2} - (3z+2z^3)\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int e^{-z^2}\,dz\right)\right]$.

....

Le flux Φ reçu par le mur a pour valeur, dans chaque cas,

(8) $$\Phi = -\lambda\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{x=0} = \frac{t^m}{\sqrt{4at}}f'_m(0);$$

il est proportionnel à $t^{m-1/2}$. D'autre part, comme la fonction f_m est nulle à l'infini ainsi que ses dérivées, l'équation (2), intégrée une fois entre zéro et l'infini, donne

(9) $$-f'(0) = (4m+2)\int_0^\infty f_m\,dz.$$

La solution (5) correspond à $m = 1/2$, elle s'applique au cas d'un flux constant, cas que nous avons étudié antérieurement ([4]). Les solutions (6) et (7) correspondent respectivement à $m = 1$ et $3/2$; la dernière de ces solutions est applicable au cas d'un flux variant proportionnellement au temps.

Ces diverses solutions permettent de traiter totalement, par le calcul, la loi de pénétration de la chaleur dans un mur recevant un flux variable avec le temps, pourvu que ce flux puisse être représenté par un polynome des puissances entières de t.

Cas de $m = 0$. — Le cas où m est nul correspond à la solution classique de Cauchy [form. (4)]; θ_0 est ici indépendant du temps et la solution s'applique, on le sait, au cas du mur dont on porte brusquement la face d'entrée à une température constante θ_0; le flux entrant varie en raison inverse de $\sqrt{t}$.

Cas de m négatif. — La résolution de l'équation (2) se fait ici par une série de $2m$ intégrations successives qui s'écrivent ([5]) :

(10) $$f'_m + 2zf_m - (4m+2)\int f_m dz = 0,$$

$$f_m + 2z\int f_m\,dz - (4m+4)\int^2 f_m\,dz = 0,$$

.....................................,

(11) $$\int^{2m-3} + 2z\int^{2m-2} + 2\int^{2m-1} = 0,$$

(12) $$\int^{2m-2} + 2z\int^{2m-1} = 0.$$

([4]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 204.

([5]) L'indice porté en haut du signe d'intégration indique l'ordre de l'intégrale.

La dernière relation montre que la fonction cherchée f_m est la dérivée d'ordre $(2m-1)$ de e^{-z^2}.

En particulier $m=-1/2$ conduit à la solution, d'ailleurs déjà connue,

$$\theta = \frac{1}{\sqrt{t}}\, e^{-\frac{x^2}{4at}}, \tag{13}$$

solution dans laquelle $f'(0)$ et par suite le flux sont nuls ([6]).

Les valeurs $m=-1,\ -3/2,\ -2,\ -5/2,\ \ldots$ ont respectivement pour solutions, à une constante numérique près : ze^{-z^2}, $(1-2z^2)e^{-z^2}$, $(3z-2z^3)e^{-z^2}$, $(3-12z^2-4z^4)e^{-z^2}$, ... On remarquera que les fonctions correspondant à $m=-1,\ -2,\ \ldots$, sont nulles à l'origine, avec une tangente à l'origine non nulle, c'est-à-dire une aire non nulle (éq. 9); celles correspondant à $m=-3/2$, $-5/2$, ..., ne sont pas nulles à l'origine, mais leurs tangentes à l'origine et par suite leurs aires sont nulles.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Rôle des intégrales paratingentes en quelques types de problèmes.* Note de M. **Georges Bouligand.**

Bien qu'autonome, la présente Note apporte à l'appui de trois Notes récentes N_1, N_2, N_3 ([1]) de nouveaux types de problèmes, confirmant l'importance des considérations de *stabilité* ([2]) en pareille matière.

1. Pour un système (S) de r équations $f_i^\star=0$ contenant, avec les n fonctions inconnues $z_i^\star$ de $x^\star$, $y^\star$ et ces variables, les $2n$ dérivées premières $p_i^\star$, $q_i^\star$, une variété V_2 bidimensionnelle dans l'espace $E_{n+2}(x^\star, y^\star, z_i^\star)$ sera dite *intégrale paratingente* ou IP quand le voisinage de tout point de V_2 est tel qu'après choix d'axes approprié, toute paratingente en un point de ce voisinage se trouve dans une variété linéaire $Z_i=p_iX+q_iY\ (i=1, 2, \ldots, n)$ avec des p_i, q_i vérifiant les équations $f_i=0$ (transformées des $f_i^\star=0$) ([3]).

Quand à (S) on peut substituer un système (Σ) exprimant les p_i, q_i en fonction de h indéterminées λ_j, tout revient à trouver $n+h$ fonctions inconnues z_i, λ_j, d'après $2n$ équations résolues par rapport aux dérivées premières des z_i. Les conditions de compatibilité donnent, dans un espace à $n+h+2$ dimensions, un système linéaire quant aux dérivées premières des z_i. Dans cette voie, les intégrales de (S) projections sur E_{n+2} des IP de (T), (Σ) émergent au titre

---

(6) L'équation (9) présente ici la particularité que $4m+2=0$; il en résulte que $f'(0)$ peut être nulle, bien que l'aire de la courbe soit finie, et d'ailleurs indépendante de t.

(1) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1747; **225**, 1947, p. 780; **226**, 1948, p. 294.

(2) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1509; *Rev. génér. des Sc.*, **53**, 1946, p. 122.

(3) Extension de la définition proposée (*Rev. Sc.*, **82**, 1944, p. 10). On peut prendre plus de deux variables indépendantes. Pour le cas des *systèmes triples orthogonaux*, cf. G. Llensa, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 298.

suivant : *Leurs seules singularités dans* E_{n+2} *quant à la topologie restreinte du premier ordre sont introduites par projection* (cf. fin de N_3). Le processus indiqué peut d'ailleurs ne simplifier en rien l'intégration formelle. Par exemple, si (S) est le système de Riemann-Cauchy, (T) le reproduit, mais cela indiffère à la question étudiée. (D'ailleurs dans l'exemple cité, pas de singularités des IP).

2. Prenons maintenant le système (S) suivant

$$p=\frac{\partial z}{\partial x},\qquad q=\frac{\partial z}{\partial y},\qquad A\frac{\partial q}{\partial y}-B\left(\frac{\partial q}{\partial x}+\frac{\partial p}{\partial y}\right)+C\frac{\partial p}{\partial x}=F,$$

réductible à l'équation du second ordre $Cr-2Bs+At=F$ dont les coefficients sont supposés dépendre de x, y, z, p, q, élément d'un E_5. Si ces fonctions sont holomorphes dans un voisinage ouvert de l'élément $\Gamma_0(x_0, y_0, z_0, p_0, q_0)$ le contenant, on établit d'après Léon Lichtenstein ([4]) que toute IP de (S) est une surface régulièrement analytique en chaque point. On sait aussi d'après M. Paul Belgodère ([5]) que deux telles surfaces intégrales ayant en commun cet élément se coupent de manière qu'en $Q_0(x_0, y_0, z_0)$ le contingent de l'intersection soit fait d'un nombre fini de rayons, isogonaux dans la métrique liée à $ds^2=A_0dx^2+2B_0dx\,dy+C_0dy^2$. D'où un *théorème d'unicité* valable pour (S) ou tout système qui s'en déduit par une transformation de la topologie restreinte du second ordre :

Étant donnée une surface dont les éléments de contact engendrent dans E_5 *une* IP *de* (S), *il n'y a pas d'autre* IP *de* (S) *ayant en commun avec la précédente une suite infinie de points tendant vers* Q_0 *en y admettant un contingent formé d'une infinité de rayons,* ce que j'appelle en bref une *suite essentielle* relative à Q_0.

Enlever à une suite essentielle un nombre fini de points ou une infinité, en respectant le caractère infini du contingent, la laisse essentielle. En particulier, le diamètre de la suite peut être pris arbitrairement petit ([6]).

Imposer à une IP de (S) de porter une suite essentielle η, même si le contingent au point limite est plan, aboutit en général à une impossibilité. Pour (S) donné et diverses suites η, on a donc un *groupement de problèmes* (cf. N_2) tel que l'existence d'une IP solution de l'un d'eux soit *instable*.

Remplaçons chaque point P_n de la suite essentielle η par un segment de droite U_nV_n portant P_n, tel que sa longueur ε_n soit avec $Q_0P_n=\rho_n$ dans un rapport qui tend vers zéro, selon une loi Λ de décroissance plus ou moins rapide; tel enfin que sa direction soit intérieure à un cône convexe assigné de sommet Q_0, sans génératrice commune avec le plan de l'élément Γ_0. Alors, on

---

([4]) *Encycl. der Math. Wissensch.*, II_3, 1924, p. 1323.
([5]) *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 739.
([6]) *Mathematica* (Cluj), XII, 1935, p. 1059.

peut remplacer un des problèmes du groupement ci-dessus par un autre moins restrictif :

Trouver une IP *de* (S) *portant* Q_0 *et coupant tous les* $U_n V_n$.

Or on peut toujours disposer de la loi Λ de manière que, *si une telle* IP *existe, elle soit unique*. Car deux telles IP ne peuvent avoir en Q_0 un contact d'ordre infini sans coïncider : distinctes, elles auraient donc un contact d'ordre fini (propriété f). Prenons l'une et la suite η à contingent en Q_0 infini; puis choisissons la suite des $U_n V_n$ de manière que, par rapport à ρ_n, l'infiniment petit ε_n soit *d'ordre infini*. Vu la propriété f, le contingent en Q_0 de la réunion des $U_n V_n$ serait encore un faisceau fini, isogonal selon le ds^2 de M. Belgodère. L'hypothèse de η essentielle *impose donc encore l'unicité* (qui subsiste en supprimant une partie des $U_n V_n$ si on laisse infini le contingent en Q_0).

Dans ce dernier problème, si l'on imprime à chaque $U_n V_n$ une translation $\varepsilon \vec{\tau}_n$, où $\vec{\tau}_n$ est infiniment petit avec n^{-1} et où l'on maintient la planéité du contingent en Q_0 de la réunion des $U_n V_n$, sans toucher à (S), une impossibilité apparaît *en général*, si petit que soit ε. Notons enfin que le recours à la notion de suite essentielle donne aussi des critères de convergence de suites d'IP de (S) vers une IP de (S), ce qui ramène à mon idée originelle (p. 20, fasc. XI du *Mémorial des Sciences Mathématiques*), marquant le rôle des contingents et paratingents en théorie des fonctions et en géométrie infinitésimale.

NOMINATIONS.

L'Académie désigne MM. **Louis Fage**, **Pierre Lejay**, **Georges Poivilliers**, Membres de l'Académie, M. **Alexandre Dauvillier**, Correspondant, MM. **Louis Cagniard**, **Jean Coulomb**, **Jean Debrach**, **Henri Dyèvre**, **Jean Goguel**, **André Gougenheim**, **Gaston Grenet**, **Pierre Jacquinet**, **Henri Labrouste**, **Georges Laclavère**, **Jean Laurent**, **Jean Le Gall**, **Jean-Pierre Rothé**, **Jean Roulleau**, **François Sentenac**, **Pierre Tardi**, **Émile Thellier**, **Étienne Vassy**, **André Viaut**, **Jean Vignal**, pour représenter la France à la neuvième Assemblée générale de l'**Union Géodésique et Géophysique internationale**, qui se tiendra à Oslo, du 19 au 28 août 1948.

PLIS CACHETÉS.

M. **Xavier Séjourné** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 28 juillet 1947 et enregistré sous le n° 12.333.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient un Mémoire intitulé *L'anneau de Saturne, sa genèse, sa structure, son mécanisme*.

(Renvoi à la Section d'Astronomie.)

CORRESPONDANCE.

Les Directeurs de l'**Institut Océanographique de l'Indochine** adressent un Rapport sur le fonctionnement de cet Institut, pendant les années 1938 à 1947.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Faune de l'Empire français. VIII. *Annélides polychètes de Nouvelle-Calédonie et des Iles Gambier*, par Pierre Fauvel.

2° André Meyer. *Notice sur la vie et l'œuvre de Marcel Godchot* (1879-1939), *Professeur de chimie et doyen de la Faculté des Sciences de Montpellier, Correspondant de l'Académie des Sciences.*

3° *École libre des Hautes Études* [de New-York], 1948.

4° Nations Unies. *Bulletin de l'organisation mondiale de la santé.* Volume I, n° 1.

Il signale également un Ouvrage polycopié intitulé *Introduction to non-linear mechanics*, par N. Minorsky.

M. **Henri Hermann** adresse des remercîments pour la distinction accordée à ses travaux.

M. **Eugène Delporte**, Correspondant de l'Académie, Directeur de l'Observatoire Royal de Belgique, exprime à l'Académie les condoléances du **Comité National Belge d'Astronomie**, à l'occasion du décès de M. *Henri Deslandres*.

L'**Association italienne de Métallurgie** annonce que son deuxième *Congrès National* aura lieu à Milan, du 23 au 25 avril 1948, et qu'une journée de ce Congrès sera consacrée à des exposés sur la corrosion et le vieillissement des métaux.

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les règles de composabilité dans la logique de la mathématique intuitioniste sans négation.* Note de M. **Renaud de Bengy Puyvallée**.

Dans une précédente Note [1] nous avons donné pour une logique de complémentarité à un nombre infini de valeurs, une série de règles sur la composabilité des propositions expérimentales. La mathématique intuitioniste de G.-F.-C. Griss [2] n'admettant pas la négation et rejetant toute supposition,

---

(1) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 589.
(2) *Proc. Ned. Akad. v. Wetensch.*, **53**, 1944, p. 261-268; **49**, 1946, p. 1121-1133.

conduit à penser qu'on peut construire une logique sans négation; cette logique sera une logique de complémentarité comme l'a montré M[me] P. Destouches-Février (3). Il est intéressant d'examiner si, dans une telle logique, les postulats que nous avons posés, subsistent.

En logique quantique (4), une proposition expérimentale est définie comme énonçant les résultats de mesures effectuées sur un certain système au moyen d'un appareil. De telles propositions sont composables lorsque leur produit est susceptible d'être vrai; elles sont incomposables si, *a priori*, et dans tous les cas, ce produit ne peut être vrai. La négation de la relation de composabilité définit la relation d'incomposabilité. Or, pour Griss, on doit exclure de la mathématique toute proposition non susceptible d'être vraie; nous dirons alors qu'une proposition est réalisable ou irréalisable suivant qu'elle est susceptible d'être vraie ou qu'elle n'est pas susceptible d'être vraie. Ce que nous écrirons : Réal(p); Irréal(p).

Mais le tiers exclu n'est pas supposé valable.

L'irréalisabilité de p sera définie par le fait que Réal (p) entraîne contradiction

$$\text{Irréal}(p) =_d \urcorner \text{Réal}(p),$$

où (5)

$$\urcorner =_d (\mathrm{P} \to \sigma), \qquad \text{pour} \quad \sigma = (a = b)\ \&\ (a \neq b) \qquad \text{ou} \qquad \sigma = (1 = 2).$$

De même, nous définirons un produit et une somme de propositions comme réalisable lorsqu'ils seront susceptibles d'être vrais.

La somme et le produit seront irréalisables lorsque $(p \,\&\, q) \to \sigma$ et $(p \vee q) \to \sigma$.

La disjonction ne peut pas être définie comme en logique classique par le principe du tiers exclu. Mais on peut avoir

$$\text{Réal}\,(p \vee q) =_d (\text{Réal}\ p) \vee (\text{Réal}\ q).$$

En logique quantique, nous ne posions une relation de composabilité que pour des produits de propositions. Nous pourrons dire ici que des propositions sont composables ($\dashv\vdash$) relativement à & ou à $\vee$ lorsque leur somme ou leur produit est réalisable

$$p \underset{\&}{\dashv\vdash} q =_d \text{Réal}\,(p \,\&\, q), \qquad p \underset{\vee}{\dashv\vdash} q =_d \text{Réal}\,(p \vee q).$$

Nous dirons que des propositions sont incomposables ($\|$) relativement à & ou $\vee$ lorsque leur somme ou leur produit est irréalisable

$$p \underset{\&}{\|} q =_d \text{Irréal}\,(p \,\&\, q), \qquad p \underset{\vee}{\|} q =_d \text{Irréal}\,(p \vee q).$$

---

(3) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 38.

(4) M[me] P. Destouches-Février, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 482; **219**, 1944, p. 481; **221**, 1945, p. 287; *Thèse Sciences mathématiques*, Paris, 1945.

(5) M[me] P. Destouches-Février, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1241.

Tout ceci n'est possible que dans le domaine prémathématique (ou domaine des problèmes selon M. C. Bouligand)([6]). Dans la synthèse globale ou mathématique intuitioniste sans négation proprement dite, on doit, d'après Griss, n'accepter que les propositions réalisables.

Du système de postulats sur les règles de composabilité en logique de complémentarité, nous ne retiendrons que ceux qui ne contiennent pas de négation. On retrouve alors

1° $\vdash p \mathrel{=\!|\!=} q . \equiv . q \mathrel{=\!|\!=} p.$
2° $\vdash \mathrel{=\!|\!=}(p_1, p_2, \ldots, p_n) : \equiv : \mathrel{=\!|\!=}(p_1, p_n, \ldots, p_{n-1}) . \,\&\, . p_1 \mathrel{=\!|\!=} p_n . \,\&\, . p_2 \mathrel{=\!|\!=} p_n . \,\&\, \ldots \,\&\, . p_{n-1} \mathrel{=\!|\!=} p_n.$
3° $\vdash p \rightarrow q . \rightarrow . p \mathrel{=\!|\!=} q.$
4° $\vdash \mathrel{=\!|\!=}(p, q, r) : \rightarrow : p \mathrel{=\!|\!=} q \,\&\, r.$
5° $\vdash p \mathrel{=\!|\!=} q . \,\&\, . q \;\; r : \rightarrow \mathrel{=\!|\!=} : p \mathrel{=\!|\!=} q \,\&\, r.$
6° $\vdash p \mathrel{=\!|\!=} q . \,\&\, . p \rightarrow r : \rightarrow : q \mathrel{=\!|\!=} r.$
7° $\vdash p \rightarrow q . \,\&\, . p \rightarrow r : \rightarrow : q \mathrel{=\!|\!=} r.$
8° $\vdash p \mathrel{=\!|\!=} p.$
9° $\vdash u \mathrel{=\!|\!=} p$ (u étant une proposition toujours vraie).
10° $\vdash p \,\|\, q . \,\&\, . p \mathrel{=\!|\!=} r . \,\&\, . q \mathrel{=\!|\!=} s : \rightarrow : p \,\&\, r \,\|\, q \,\&\, s.$
11° Axiome : $\vdash p \,\&\, q \,\|\, r \,\&\, s : \rightarrow : p \,\|\, r . \vee . q \,\|\, s . \vee . q \,\|\, r . \vee . p \,\|\, s.$
12° $\vdash p \mathrm{R}_1 q == r \mathrm{R}_2 s$, où R_1, R_2 correspondent aux relations $\mathrel{=\!|\!=}$, $\rightarrow$, $\mathrel{=\!|\!=}$, $\|$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les noyaux pseudo-reproduisants.* Note ([1]) de M. Nachman Aronszajn.

Considérons une classe linéaire F des fonctions définies (et finies) partout dans un ensemble E et formant un espace de Hilbert, c'est-à-dire pourvue d'un produit scalaire $[f, g]$ aux propriétés habituelles et complète par rapport à la norme correspondant à ce produit.

Nous appelons ([2]) *noyau reproduisant* de la classe F une fonction $\mathrm{N}(x, y)$ définie sur le produit $\mathrm{E} \times \mathrm{E}$ telle que : 1° pour tout y fixe, $\mathrm{N}(x, y)$ comme fonction de x appartienne à F; 2° pour toute fonction $f(x)$ de F, $\mathrm{N}(x, y)$ la reproduise dans le sens que $f(y) = [f(x), \mathrm{N}(x, y)]$ pour tout y de E.

Les propriétés marquantes des noyaux reproduisants, n. r. en abrégé, sont les suivantes :

I. Théorème d'unicité. — *S'il existe un n. r. pour* F, *il est unique.*

II. Théorème d'existence. — *Pour qu'il existe pour* F *un n. r., il faut et il suffit que pour tout x de* E, *$f(x)$, considéré comme fonctionnelle de f, soit continu dans l'espace de Hilbert formé par* F.

III. Caractérisation des n. r. — *a. Tout n. r. est une matrice définie positive*

([6]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1747; **225**, 1947, p. 780.

([1]) Séance du 2 février 1948.

([2]) N. Aronszajn, *Proceed. Cambridge, Phil. Soc.*, **39**, 1943, p. 133.

au sens de E. H. Moore (3); *b. Toute matrice définie positive est un n. r. pour une classe de fonctions formant un espace de Hilbert, cette classe et son produit scalaire étant uniques.*

L'utilité de la notion d'un n. r. dans différentes branches d'analyse (4) nous amène à introduire la notion d'un *noyau pseudo-reproduisant* qui remplacera celle d'un n. r. pour certaines catégories des classes de fonctions pour lesquelles cette dernière notion ne peut pas être définie.

Introduisons d'abord quelques notions. Nous considérerons dans l'ensemble E une classe $\mathfrak{X}$ des sous-ensembles, dits *ensembles exceptionnels*, aux propriétés : 1° si $B \subset A \in \mathfrak{X}$, $B \in \mathfrak{X}$; 2° si $A_n \in \mathfrak{X}$, $n = 1, 2, \ldots$, la somme des $A_n \in \mathfrak{X}$; 3° E n'appartient pas à $\mathfrak{X}$. La classe $\mathfrak{X}$ peut ne contenir que l'ensemble vide. La notation *exc.* $\mathfrak{X}$ signifiera *à l'exception d'un ensemble de* $\mathfrak{X}$.

L'addition et la multiplication des fonctions, dont chacune est définie dans E *exc.* $\mathfrak{X}$, conduisent à des fonctions de même nature. Une classe linéaire F de telles fonctions sera dite *hilbertienne*, si elle est pourvue d'un produit scalaire $[f, g]$ aux propriétés habituelles, sauf que la norme correspondante peut être nulle sans que la fonction s'annule identiquement. Deux fonctions de F sont *équivalentes*, si leur différence a une norme 0. On sait que les classes d'équivalence de F forment un espace vectoriel avec un produit scalaire induit par celui de F et avec une norme proprement dite. *Si cet espace vectoriel normé est complet*, c'est un espace de Hilbert qui est appelé l'espace de Hilbert formé par la classe F.

Nous supposerons que notre classe hilbertienne F est *normale*, c'est-à-dire que : deux fonctions de F sont équivalentes si, et seulement si, elles sont partout égales *exc.* $\mathfrak{X}$.

Considérons ensuite dans E une *mesure* μ telle que : 1° $0 < \mu(E) \leq \infty$ et, si $\mu(E) = \infty$, il existe une suite $E_1 \subset E_2 \subset E_3 \subset \ldots \to E$, avec $\mu(E_n) < \infty$,

---

(3) Cf. E.-H. Moore, *General Analysis, Memoirs Amer. Philos. Soc.*, partie I, 1935, partie II, 1939. $N(x, y)$ est une matrice définie positive si $N(x, y)$ est fini pour tous x, y de E et si, pour toute suite finie des points y_k de E, la forme quadratique hermitienne $\sum_{k,l} N(y_k, y_l) \bar{\xi}_k \xi_l$ est définie positive.

(4) Dans la théorie des équations aux dérivées partielles, voir les recherches de S. Zaremba (*Bull. Intern. Acad.*, Cracovie, 1908), et les travaux récents de S. Bergman et M. Shiffer (*Duke Math. J.*, 14, 1947, p. 349, *Bull. Am. Math. Soc.*, 53, 1947 p. 39). Dans la théorie des fonctions analytiques, voir les travaux de S. Bergman et d'autres dont un résumé et la bibliographie sont à trouver dans S. Bergman (*Mémorial des Sciences Math.*, Fasc. 106, 1947). Mentionnons encore les diverses applications des matrices définies positives, spécialement de leur cas particulier, les fonctions définies positives, qui, depuis les recherches de Bochner, Weil, Gelfand et Raikov, jouent un rôle important dans la théorie des groupes, voir R. Godement, *Thèse*, Paris, 1946, et aussi H. Cartan et R. Godement (*Ann. Sc. Éc. Norm. Sup.*, 64, 1947, p. 79).

$n=1, 2, 3, \ldots$; 2° pour tout ensemble A de $\mathfrak{A}$, $\mu(A)=0$. Considérons de plus un *système μ-fondamental* des ensembles $U(x, \rho)$, où x parcourt E et ρ un ensemble de nombres positifs ayant 0 pour limite; ceci veut dire que pour tout ensemble de ce système, $0 < \mu[U(x, \rho)] < \infty$ et que pour toute fonction $g(x)$ sommable dans E, on a

$$g(x) = \lim_{\rho=0} \frac{1}{\mu[U(x, \rho)]} \int_{U(x,\rho)} g\, d\mu, \tag{1}$$

pour tout x à l'exception d'un ensemble de mesure 0. Par exemple, dans un espace euclidien on pourrait prendre pour μ la mesure de Lebesgue et comme $U(x, \rho)$ l'intérieur de la sphère de centre x et de rayon ρ.

Soit F une classe hilbertienne formant un espace de Hilbert, pour laquelle on a pu choisir une classe $\mathfrak{A}$, une mesure μ et un système $\{U(x, \rho)\}$ satisfaisant aux propriétés ci-dessus et tels que : A. Toute f de F soit sommable sur chaque $U(x, \rho)$ et l'intégrale de f, étendue à $U(x, \rho)$, soit une fonctionnelle continue de f dans l'espace de Hilbert formé par F; B. Pour toute fonction $g(x)$ de F, l'équation (1) ait lieu pour tout x *exc.* $\mathfrak{A}$. Dans ces conditions nous posons la

Définition. — Une fonction $N(x, y)$ définie sur le produit $E \times E$ est dite *noyau pseudo-reproduisant*, en abrégé n. p.-r., de la classe F, si : 1° elle est sommable sur tout produit $U(x_1, \rho_1) \times U(x_2, \rho_2)$; 2° pour tout $U(p, \rho)$, l'intégrale de $N(x, y)$ relativement à y (ou x), étendue à $U(p, \rho)$, est une fonction de x (ou y) appartenant à F; 3° pour tout $f(x)$ de F, on a

$$f(y) = \lim_{\rho=0} \frac{1}{\mu[U(y, \rho)]} \left[f(x), \int_{U(y,\rho)} N(x, z)\, d\mu_z \right],$$

pour tout y *exc.* $\mathfrak{A}$.

Le n. p.-r. pourrait dépendre du choix de $\mathfrak{A}$, μ et $\{U(x, \rho)\}$, mais on prouve facilement que, si la classe F admet un n. r., celui-ci est un n. p.-r. de F pour tout choix de $\mathfrak{A}$, μ et $\{U(x, \rho)\}$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les êtres fonctionoïdes; procédé de complétion asymptotique.* Note [1] de M. **Otton Martin Nikodym**, présentée par M. Paul Montel.

4. Reprenons les notions et dénominations de la Note précédente [2]. Soit $\mu(a)$ une *mesure* sur la tribu (B) satisfaisant aux conditions suivantes : 1° $\mu(a) \geqq 0$; 2° $\mu(a)=0$ équivaut à $a=\theta$ (*mes. effective*); 3° si $a \subset b$, on a $\mu(a) \leqq \mu(b)$; 4° $\mu(a+b) \leqq \mu(a)+\mu(b)$, (*mes. convexe*); 5° $\mu(I)=1$. M. M. Fréchet a introduit pour les fonctions sommables une notion connue de norme adaptée à la convergence asymptotique. Dans cet ordre d'idées, on

---

[1] **Séance du 2 février 1948.**
[2] *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 375.

peut démontrer que, étant donné un agrégat x, il existe un nombre unique $d=\|x\|$ (norme de x) tel que $\mu\{|x|>d \text{ bas } x\}\leq d\leq\mu\{|x|\geq d.\text{bas } x\}$, où, d'une manière générale, $\mu\{y>\lambda\}$ désigne la somme de tous les a_i dans une r. n. $y=\Sigma_i\lambda_i a_i$ pour lesquels $\lambda_i>\lambda$. Définition analogue pour $\mu\{y\geq\lambda\}$. Nous avons : $\|x\|\leq \text{abs } x$; $\|x\|\leq\mu(\text{bas } x)$; $\|\lambda a\|=\min[\mu(a), |\lambda|]$; $\||x|\|=\|x\|$; si $\|x\|=0$, il existe un soma a tel que $x=0.a$; $\|0.a\|=0$; si $|x|\leq|y|$ on a $\|x\|\leq\|y\|$; $\|x+0.b\|=\|x\|$; $\|x^*\|=\|x\|$; si $\|x_n\|\to 0$, on a $\|\lambda.x_n\|\to 0$; si $\lambda_n\to 0$, on a $\|\lambda_n x\|\to 0$; $\|x+y\|\leq\|x\|+\|y\|$; $\|x.y\|\leq\|x\|+\|y\|$.

5. Dans ce paragraphe et le suivant nous ne considérerons que les agrégats dont la base est $=I$. Ils représentent un anneau (A^0) commutatif dont le zéro est $0.I$ et dont l'unité est $1.I$. Appelons *suite nulle* (s. n.) toute suite $\{x_n\}$ d'agrégats telle que $\lim\|x_n\|=0$ et, *suite fondamentale* (s. f.), une suite telle que pour tout $\varepsilon>0$ on peut trouver un indice N tel que, si $n, m\geq N$, on ait $\|x_n-x_m\|<\varepsilon$. Pour que $\{x_n\}$ soit une s. n., il faut et il suffit que quel que soit $\alpha>0$ on ait $\lim\mu\{x_n\geq\alpha.I\}=0$ et, pour que $\{x_n\}$ soit une s. f., il faut et il suffit que pour tout $\alpha>0$ et $\varepsilon<0$ il existe un N tel que les inégalités $n, m\geq N$ entraînent $\mu\{|x_n-x_m|\geq\alpha.I\}<\varepsilon|$. Si $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ sont des s. f. (resp. s. n.) il en est de même pour $\{\lambda x_n\}$, $\{x_n+y_n\}$, $\{x_n.y_n\}$. Si $\{x_n\}$ est une s. f. et $\{p_n\}$ une s. n., $\{x_n p_n\}$ est une s. n. Deux s. f. $\{x_n\}$ et $\{y_n\}$ s'appellent équivalentes : $\{x_n\}\sim\{y_n\}$, lorsque $\|x_n-y_n\|\to 0$. Les s. n. dans leur ensemble représentent un idéal (I) dans l'anneau (A') des s. f. où l'on a défini :

$$\{x_n\}+\{y_n\}=\{x_n+y_n\},\qquad \{x_n\}.\{y_n\}=\{x_n.y_n\}\qquad \{x_n\}=\{\lambda x_n\}.$$

Les classes saturées $\xi, \eta, \zeta, \ldots$ des s. f. équivalentes ou, si on le préfère, les éléments du quotient $(A')/I$ s'appelleront *êtres fonctionoïdes pleins* (ê. f. p.). Écrivons $\xi\sim\{x_n\}$ pour exprimer que ξ est l'ê. f. p. déterminé par le s. f. $\{x_n\}$ et, appelons $\{x_n\}$ *représentant* de ξ. Les opérations $\lambda\xi, \xi+\eta, \xi.\eta$ se définissent par des représentants respectifs $\lambda\{x_n\}$, $\{x_n\}+\{y_n\}$, $\{x_n\}.\{y_n\}$. Les ê. f. p. forment un anneau commutatif (A''), dont la partie déterminée par les s. f. $(x, x, \ldots)$ est isomorphe à (A^0). Son unité est $\{1.I\}$ et son zéro est $\{0.I\}$. Définissons $\|\xi\|$ comme $\lim\|x_n\|$ où $\xi\sim\{x_n\}$ et, $\xi_n\to\xi$ par $\|\xi_n-\xi\|\to 0$ (3) La limite est unique, si elle existe. Pour qu'une suite $\{\xi_n\}$ possède une limite, il faut et il suffit que la condition de Cauchy : $\|\xi_n-\xi_m\|\to 0$ soit satisfaite. L'espace des ê. f. p. est complet. Dans le cas d'ensembles ordinaires mesurables, de la mesure lebesguienne et de fonctions à escalier, les ê. f. p. sont des fonctions mesurables. Si la tribu (B) est celle de sous-espaces d'un espace hilbertien (4), on obtient des transformations hypermaximales symétriques. Remarquons que le procédé de complétion peut être accompli si, au lieu de la convexité de la mesure, on suppose que : si $\mu(a_n)\to\alpha$, $\mu(b_n)\to 0$, on a $\mu(a_n+b_n)\to\alpha$.

(3) Bien entendu, l'indépendance des différentes notions de la manière de représenter les ê. f. p. est démontrée ainsi que leur existence.

(4) Voir O. NIKODYM, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 322 et 628.

6. Définissons $\xi \leqq \eta$ par l'existence de deux s. f. $\xi \sim \{x_n\}$, $\eta \sim \{y_n\}$ telles que $x_n \leqq y_n$ $(n = 1, 2, \ldots)$. On démontre que $\xi \leqq \xi$; si $\xi \leqq \eta$, $\eta \leqq \zeta$, on a $\xi \leqq \zeta$; si $\xi \leqq \eta$, on a $\xi + \zeta \leqq \eta + \zeta$; si $\{x_n\} \sim \}o.I\}$, on a $\{x_u^+\} \sim \{x_n^-\} \sim \{o.I\}$; si $\{x_n\} \sim \}y_n\}$, on a $\{x_3^+\} \sim \{y_n^+\}$; si $\xi \geqq \{o, I\}$, $\{x_n\} \sim \xi$, on a $\{x_n^+\} \sim \xi$; s'il existe un λ tel que $\xi \leqq \{\lambda . I\}$, il existe un plus petit λ_0 tel que $\xi \leqq \{\lambda_0 . I\}$ et, l'on convient d'écrire $\sup \xi = \lambda_0$. D'une manière analogue on définit $\inf \xi$.

Si $\{\lambda . I\} \geqq \{o.I\}$, on a $\lambda \geqq o$; si $\{\lambda . I\} \geqq \{\lambda' . I\}$, on a $\lambda \geqq \lambda'$; $\inf \xi \leqq \sup \xi$; si $\inf \xi = \sup \xi = o$, on a $\xi = \{o.I\}$: si $\xi \leqq \eta$, $\eta \leqq \xi$, on a $\xi = \eta$; $\{x\} \geqq \{o.I\}$ équivaut à $x \geqq o.I$, $\{x\} \geqq \{y\}$ équivaut à $x \geqq y$. Si $\xi_n \geqq \{o.I\}$ et $\lim \xi_n = \xi$, on a $\xi \geqq \{o.I\}$.

On a $\{\inf \xi . I\} \leqq \xi \leqq \{\sup \xi . I\}$. Si $-\infty < \inf \xi \leqq \sup \xi < +\infty$, il existe une $\{x_n\} \sim \xi$ telle que $\inf \xi . I \leqq x_n \leqq \sup \xi . I$ (è. f. p. *borné*).

Pour que ξ soit borné, il faut et il suffit qu'il existe un $V > o$ et une $\{x\} \sim \xi$ tels que $|x_n| \leqq V.I$. Posons $\text{abs}\,\xi = \max\{|\sup \xi|, |\inf \xi|\}$. Si $\text{abs}\,\xi \leqq \varepsilon$, on a $-\{\varepsilon . I\} \leqq \xi \leqq \{\varepsilon . I\}$ et réciproquement; $\text{abs}(\xi + \eta) \leqq \text{abs}\,\xi + \text{abs}\,\eta$; si $\text{abs}\,\xi = o$, on a $\xi = \{o.I\}$. Si $\{x_n\}$ est une s. f., il en est de même pour $\{|x_n|\}$; on définit $|\xi|$ par cette suite lorsque $\xi \sim \{x_n\}$.

On a $-|\xi| \leqq \xi \leqq |\xi|$; $|\xi + \eta| \leqq |\xi| + |\eta|$; $|\xi . \eta| = |\xi| . |\eta|$. Si $|\xi| = \{o.I\}$, on a $\xi = \{o.I\}$; si $\text{abs}\,\xi \leqq \lambda$, on a $|\xi| \leqq \{\lambda . I\}$ et réciproquement; $\| |\xi| \| = \|\xi\|$; si $|\xi| \leqq |\eta|$, on a $\|\xi\| \leqq \|\eta\|$. Nous disons que $\{\xi_n\}$ converge uniformément (c. u.) vers ξ, si $\text{abs}\,(\xi - \xi_n) \to o$. Si ξ_n c. u. vers ξ, on a $\lim \xi_n = \xi$. Pour que $\{\xi_n\}$ c. u, il faut et il suffit que la condition de Cauchy $\text{abs}\,(\xi_n - \xi_m) \to o$ soit satisfaite.

7. Définissons pour les variétés de (B) : $\|a, b\| = \|(1.a)^* - (1.b)^*\|$. On a $\|a, b\| = \mu(a \dot{+} b)$ et $\|a, 0\| = \mu(a)$. On a $\|a, b\| \leqq \mu(a) + \mu(b)$. Nous allons compléter (B) suivant M. H.-M. Mac Neille (*Proc. Nat. As. Sc.*, 24, 1938.) La suite $\{a_n\}$ s'appelle *fondamentale* (s. f.) resp. *nulle* (s. n.) si $\{(1.a_n)^*\}$ est une s. f. resp. s. n. Par la complétion, on obtient une nouvelle tribu (B') simplement additive qui représente une extension de (B). On définit pour un $\alpha \in (B')$, $\mu'(\alpha) = \lim \mu(a_n)$ lorsque $\alpha \sim \{a_n\}$. La mesure μ' satisfait aux conditions formelles que $\mu.(B')$ est un espace complet.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Conditions de convergence pour des séries asymptotiques.* Note de M. **Hugh Brunk**, présentée par M. Paul Montel.

L'idée essentielle de cette Note est de fournir un *théorème de consistance* pour les séries de Dirichlet, représentant une fonction holomorphe F (s) dans une région-bande avec une certaine *précision logarithmique*. C'est-à-dire nous donnons des conditions pour qu'une telle série converge vers la fonction qu'elle représente. La notion de précision logarithmique fut introduite par M. Mandelbrojt. Notre méthode consiste à appliquer l'inégalité fondamentale

de cet auteur sur de telles séries (¹), de laquelle il résulte que la série correspondante converge vers une fonction $\Phi(s)$, et de former ensuite une équation différentielle, linéaire, homogène avec des coefficients constants que la fonction $F(s)-\Phi(s)$ doit satisfaire, en appliquant alors une méthode de M. Ritt (²) on prouve que $F(s)-\Phi(s)\equiv 0$.

Nous employons les notations et la terminologie de M. Mandelbrojt (³).

Théorème I. — 1° *Soit* $\{\lambda_n\}$ *une suite positive croissante de densité moyenne supérieure* $\overline{D}^*$ *finie et telle que borne inf.* $(\lambda_{n+1}-\lambda_n)>0$.

2° *Soit* $F(s)$ *une fonction holomorphe* $(s=\sigma+it)$ *dans la région* Δ, *donnée par* $\sigma>b$, $|t|<\pi g(\sigma)$, *où* b *est une constante, et où* $g(\sigma)$ *est une fonction continue à variation bornée définie pour* $\sigma>b$, *telle que* $\lim\limits_{\sigma=\infty} g(\sigma)>\overline{D}^*$.

3° *Supposons que, pour une infinité d'entiers positifs* n, *les sommes* $\sum\limits_{k=1}^{m} d_k e^{-\lambda_k s}$ $(m\geq n)$ *représentent* $F(s)$ *dans* Δ *avec une précision logarithmique* $p_n(\sigma)$ *satisfaisant à la condition*

$$\int^{\infty} p_n(\sigma)\, e^{-\frac{1}{2}\int^{\sigma}\frac{du}{2u-\overline{D}^*(p_n,u)}}\, d\sigma=\infty.$$

Dans ces conditions la série $\Sigma d_k e^{-\lambda_k s}$ *converge pour* σ *assez grand vers* $F(s)$. *C'est-à-dire que cette série admet une abscisse de convergence et dans son demi-plan de convergence elle converge vers* $F(s)$ *et son prolongement analytique.*

Ce théorème fournit immédiatement un résultat concernant les séries asymptotiques générales. Soit $\{A_n(\sigma)\}$ une suite de fonctions continues possédant les propriétés suivantes : 1° pour chaque n, la fonction $A_n(\sigma)$ décroît vers zéro, lorsque $\sigma\to\infty$; 2° $A_{n+1}(\sigma)=O\{A_n(\sigma)\}$ pour $\sigma\to\infty$.

La fonction $F(s)$ est représentée asymptotiquement dans la région Δ, contenant des points avec σ arbitrairement grands, par rapport à la suite asymptotique $\{A_n(\sigma)\}$, il n'existe une quantité σ_0, indépendante de n, telle que dans Δ :

$$\left|F(s)-\sum_{k=1}^{n} d_k e^{-\lambda_k s}\right|<A_n(\sigma)\qquad(\sigma>\sigma_0,\ n\geq 1).$$

Cette notion fut introduite par M. Mandelbrojt dans son cours au Rice Institute.

Soit $A(\sigma)$ l'enveloppe inférieure de $A_n(\sigma)$, c'est-à-dire

$$A(\sigma)=\underset{n\geq 1}{\text{borne inf.}}\, A_n(\sigma).$$

(¹) S. Mandelbrojt, *Annales de l'École Normale Supérieure*, 63, iv, p. 351-378.

(²) *Transactions of the American Mathematical Society*, 18, 1917, p. 22-49.

(³) *Loc. cit.*

Le théorème suivant résulte immédiatement du théorème I.

THÉORÈME II. — *Si les conditions* 1° *et* 2° *du théorème* I *sont satisfaites, et si* F(*s*) *est représentée dans la région* Δ, *définie dans le théorème* I, *par* $\Sigma d_k e^{-\lambda_k s}$ *asymptotiquement par rapport à la suite asymptotique* $\{A_n(\sigma)\}$, *dont l'enveloppe inférieure* A(σ) *est telle qu'en posant* $p(\sigma) = -\log A(\sigma)$, *on a*

$$\int^{\infty} p(\sigma)\, e^{-\frac{1}{2}\int^{\sigma} \frac{du}{g(u) - \overline{D}^{\bullet}(p(u))}} d\sigma = \infty,$$

la conclusion du théorème I *subsiste.*

Le cas où $A_n(\sigma) = M_n e^{-\lambda_n \sigma}$ a déjà été démontré par M. Mandelbrojt, dans son cours.

Des généralisations parallèles à celles que M. Mandelbrojt a données à son inégalité peuvent être apportées aux théorèmes I et II.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions automorphes de n variables complexes.* Note de M. **Michel Hervé**, présentée par M. Paul Montel.

Soit (D) un domaine de l'espace à n dimensions complexes $x_1, x_2, \ldots, x_n$; je note $y = f(x)$, x et y désignant deux points de (D), un *automorphisme* de (D), autrement dit, une transformation biunivoque et pseudo-conforme de (D) en lui-même, $Df(x)/Dx$ le déterminant fonctionnel de cette transformation; γ étant un groupe discontinu de tels automorphismes, soient $f_p(x)$ les éléments de γ. J'appelle *fonction fuchsienne de dimension k* relative à γ, et je note $\theta_k(x)$, toute fonction holomorphe sur (D) qui vérifie

$$\theta_k[f_p(x)] = \theta_k(x)\left[\frac{Df_p(x)}{Dx}\right]^{-k} \qquad \text{pour tout } p,$$

enfin, *fonction automorphe* relative à γ, le quotient de deux fonctions fuchsiennes de même dimension relatives à γ.

Je me propose de montrer, moyennant les deux hypothèses suivantes :

I. (D) est *borné*; hypothèse non essentielle en ce que le résultat vaudra pour tout domaine (D′) déduit de (D) par une transformation biunivoque et pseudo-conforme;

II. γ admet un *domaine fondamental* dont la fermeture (F) est *intérieure à* (D);

Qu'il existe au plus Ak^n fonctions θ_k linéairement indépendantes, d'où résulte que $n+2$ fonctions θ_k de même k sont liées par une relation algébrique homogène, puis que $n+1$ fonctions automorphes relatives à γ sont liées par une relation algébrique [A désigne une constante ne dépendant que de (D) et γ]. Je m'inspire pour cela d'une démonstration donnée récemment par

C.-L. Siegel [1] pour un domaine (D) particulier, en supposant vérifiée l'hypothèse II ci-dessus.

Démonstration. — Soit une $\theta_k \not\equiv 0$ qui s'annule, ainsi que toutes ses dérivées partielles jusqu'à l'ordre $h-1$ inclus, en un point a de (D); posant

$$w(x) = \sum_{p=0}^{\infty} \left| \frac{Df_p(x)}{Dx} \right|^2 \quad (^2),$$

soit b un point de (F) où la fonction

$$\varphi(x) = \frac{|\theta_k(x)|}{[w(x)]^{\frac{k}{2}}}$$

atteint son maximum M sur (F); on vérifie que

$$\varphi[f_p(x)] = \varphi(x),$$

d'où résulte que M est aussi le maximum de $\varphi(x)$ sur (D).

Supposons alors que (D) contienne la boule fermée [3] de centre a et de rayon $\lambda(a, b)$, où $\lambda > 1$, et (a, b) désigne la distance euclidienne des points a et b; la fonction

$$\psi(\xi) = \frac{\theta_k[a + (b-a)\xi]}{\xi^h}$$

est holomorphe pour $|\xi| \leqq \lambda$, d'où

$$|\psi(1)| \leqq \underset{|\xi|=\lambda}{\operatorname{Max}} |\psi(\xi)| \qquad \text{ou} \qquad |\theta_k(b)| \leqq \frac{1}{\lambda^h} \operatorname{Max} |\theta_k(x)|$$

sur la boule, ou enfin

$$h \leqq \frac{k}{2 \log \lambda} \log \operatorname{Max} \frac{w(x)}{w(b)}$$

sur la boule.

Cela étant, à chaque point a de (F), on peut associer un nombre $\rho(a)$ tel que (D) contienne la boule fermée $(a, x) \leqq \rho(a)$; d'après le théorème de Borel-Lebesgue, λ étant donné, (F) est recouvert par un nombre fini de boules ouvertes $(a, x) < \rho(a)/\lambda$; soient $a_1, a_2, \ldots, a_q$ leurs centres; ces points ne dépendent que du groupe γ, ainsi que la constante $B = (1/2 \log \lambda) \log(\mu/\nu)$, où μ

---

(1) *Annals of Math.*, **43**, 1942, p. 613. Il s'agit des automorphismes

$$Y = (AX + B)(CX + D)^{-1}$$

du domaine (D) défini par la condition : $E - X\overline{X}$ matrice hermitienne définie positive (X et Y étant des matrices symétriques à m lignes, m colonnes, E, la matrice unité). Pour une étude détaillée de ces transformations, cf. C. L. SIEGEL, *American Journal of Math.*, 65, 1943, p. 1.

(2) Pour la convergence de cette série, cf. L. K. HUA, *Annals of Math.*, **47**, 1946, p. 167.

(3) Lieu des x tels que $(a, x) \leqq \lambda(a, b)$.

est le maximum de $w(x)$ sur la réunion des boules fermées $(a_j, x) \leqq \rho(a_j)$ $(j = 1, 2, \ldots, q)$, et ν, le minimum de $w(x)$ sur (F).

Supposons maintenant que $\theta_k(x)$ s'annule, ainsi que toutes ses dérivées partielles jusqu'à l'ordre $h-1$ inclus, en *chacun* des points $a_1, a_2, \ldots, a_q$; le point b défini ci-dessus appartient à l'une des boules ouvertes $(a_j, x) < \rho(a_j)/\lambda$; prenant pour a ce point a_j, il vient $h \leqq Bk$.

Or, le nombre des conditions linéaires ainsi imposées à θ_k est qC^n_{n+h-1}, donc il ne peut exister $qC^n_{n+h-1}+1$ fonctions θ_k linéairement indépendantes sans que $h \leqq Bk$, autrement dit, le nombre maximum de fonctions θ_k linéairement indépendantes est au plus $[q(n+Bk)^n/n!] \leqq Ak^n$ pour un choix convenable de A ne dépendant que de n, q, B.

CALCUL NUMÉRIQUE. — *Sur le calcul numérique des matrices.* Note de M. **André Magnier** présentée par M. Gaston Julia.

Une remarque qui me paraît essentielle pour la classification des problèmes de calcul numérique [leur solution dépend donc de l'outillage dont on dispose ([1])] est que ceux-ci se partagent en deux groupes :

Groupe 1. — Ceux dont le résultat ne peut être vérifié qu'en refaisant les calculs numériques qui l'ont fourni et ne peut être amélioré qu'en refaisant ces mêmes calculs avec une plus grande précision.

Groupe 2. — Ceux, au contraire, pour lesquels on possède une méthode qui permet de vérifier une solution approchée et d'en déduire une sensiblement meilleure, donc, par itération plus ou moins rapide, d'en déduire la solution pratique du problème.

Dans l'analyse élémentaire, le calcul de la somme d'une série convergente appartient au premier groupe, le calcul d'une racine d'une équation algébrique au second.

Il peut arriver, bien entendu, que certains problèmes du premier groupe soient de solution plus rapide que certains du second; par exemple la recherche des 20 premières décimales de e est plus rapide que celle des 20 premières décimales de $\sqrt{3}$. Néanmoins, il me semble très important, quand un problème est du second groupe, de le reconnaître, et, par suite, de rechercher parmi les méthodes de vérification celle qui conduira à la meilleure amélioration de la solution approchée.

Cette remarque s'applique particulièrement aux calculs, nécessairement assez pénibles, à effectuer sur des matrices d'ordre supérieur à 4, calculs sur lesquels plusieurs auteurs sont récemment revenus, par exemple M. Hotelling à New-York, en décembre 1941 ([2]). Car c'est à ce groupe qu'appartient le

---

([1]) Couffignal, *Revue scientifique*, 84e année, 1944, p. 67.

([2]) *Annals of math. statistics*, **14**, 1943, p. 1.

problème de la formation de l'inverse d'une matrice non singulière. Et c'est à lui aussi qu'appartient le problème de la recherche pratique des valeurs propres des matrices et des directions principales correspondantes. Bornons-nous, pour plus de simplicité et bien que la méthode s'étende à tous les cas, aux matrices symétriques. La question, qui n'est pas nouvelle, avait été résolue par Le Verrier (3), puis par Jacobi (4) dont les remarquables mémoires ont peut-être été un peu oubliés. Récemment, M. H. Wayland (5) a donné une intéressante bibliographie des méthodes proposées et comparé les nombres des opérations exigées par chacune d'elles.

Supposons que, par une méthode quelconque, on ait trouvé approximativement les n directions principales (supposées distinctes) de la matrice symétrique $A = (a_i^j)$. Ces directions ne sont qu'approximativement orthogonales, mais un procédé dû à Schmidt (6) qui se prête très bien au calcul numérique permet d'abord d'en déduire n vecteurs unitaires orthogonaux très peu différents. Soit K la matrice du changement de coordonnées qu'ils définissent. La matrice transformée $B = K^*AK$ est presque diagonale, c'est-à-dire que ses éléments k_i^j qui peuvent être calculés avec toute la précision désirable, sont petits par rapport aux différences des éléments diagonaux. Dans le nouveau système les directions principales sont données, au second ordre près, par la matrice presque unitaire $1 + k$, où k est la matrice symétrique gauche dont les éléments sont fournis par

$$r_i^j = \frac{b_i^j}{b_j^j - b_i^i}.$$

En itérant ce procédé, qui peut d'ailleurs être perfectionné de bien des manières, on obtient les directions principales cherchées avec la rapidité de la méthode de Newton pour la résolution des équations algébriques, c'est-à-dire avec celle que M. Ostrowski (7) appelle la rapidité de convergence quadratique. Un produit de trois matrices permet, en outre, toujours de vérifier le résultat.

Il en résulte surtout que les méthodes pratiques rappelées ou récemment proposées, celles, par exemple, qu'on trouvera dans la thèse de M. Kincaid (8) n'ont pas à être utilisées pour un calcul précis. Pour un tel calcul elles exigent, en effet, des calculs intermédiaires faits avec trop de décimales. Leur véritable intérêt est de dégrossir le travail de recherche.

(3) *Journal de Liouville*, 5, 1840, p. 220.
(4) *Journal de Crelle*, 30, 1845, p. 51.
(5) *Quarterly of appl. math.*, 2, 1945, p. 277.
(6) Voir JULIA, *Introduction mathématique aux théories quantiques*, 1, 1936, p. 137.
(7) Conférence faite à l'Institut Henri Poincaré en 1947.
(8) *Quarterly of appl. math.*, 5, 1947, p. 320.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur la variation de la pression électronique et de la gravité de δ Cephei avec la phase.* Note (1) de Mlle **Renée Canavaggia**, présentée par M. Bernard Lyot.

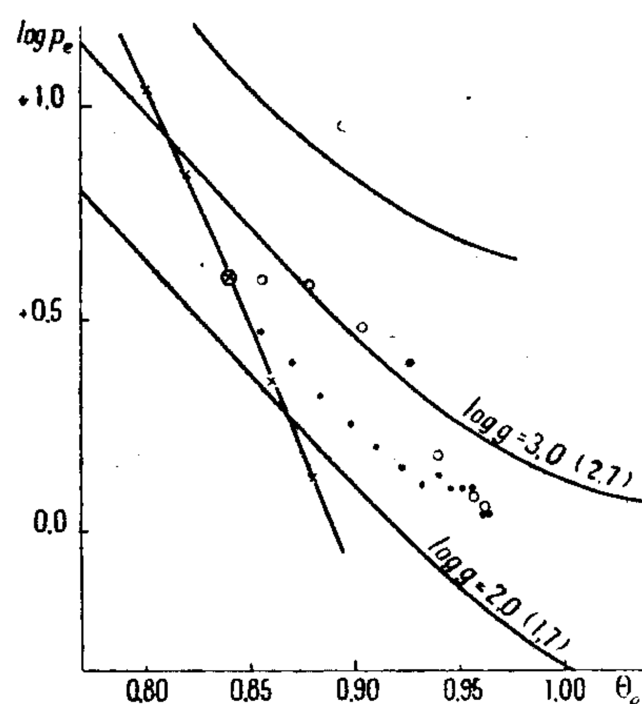
Ayant déterminé expérimentalement, pour δ Cephei, la variation de la discontinuité de Balmer, D, on cherche à en tirer des renseignements sur la variation de p_e et de g.

On admet que l'absorption provient uniquement de H^- et de H, et l'on admet le coefficient d'absorption moyen de Chandrasekhar.

1. *Diagramme des p_e.* — Un diagramme de Chandrasekhar (2) donne, en fonction de θ_e (5040/T effective) et de D, une pression électronique moyenne correspondant à la profondeur optique $\tau = 0,6$. Ce diagramme a été prolongé du côté des faibles T.

2. *Diagramme des gravités g.* — On a calculé des modèles à la manière de Stömgren (3), donnant p et p_e en fonction de τ dans une atmosphère stellaire en équilibre gravitationnel, ceci pour diverses valeurs de θ_e et de g et pour $\log A = 4$. Ces calculs se font rapidement par la méthode de Barbier (4), et permettent d'établir un diagramme donnant g en fonction de θ_e et du log de la pression électronique à $\tau = 0,6$. C'est le diagramme de la figure. Les courbes représentées sont les courbes $\log g = 2$ et $\log g = 3$ pour une atmosphère composée uniquement de métaux et de H. Ce sont les courbes $\log g = 1,7$ et $\log g = 2,7$ si l'atmosphère contient des métaux et poids égal de H et de He.

Il s'agit de choisir des θ_e.



Portons dans le diagramme des p_e la valeur de D pour la phase zéro

(1) Séance du 19 janvier 1948.

(2) *Astrop. J.*, **104**, 1946, p. 446.

(3) *Publik. og mindre Meddelelsen*, Copenhague, 1944, n° 138.

(4) *Ann. Astrop.*, 9, 1946, p. 173.

(maximum de lumière) et une série de valeur de θ_e. On obtient une série de p_e. A chaque couple θ_e, $\log p_e$ le diagramme 2 fait correspondre un g (*cf.* le tableau I et les étoiles de la figure).

TABLEAU I.

θ_e	0,80	0,82	0,84	0,86	0,88
p_e	11	7,2	4,0	2,3	1,3
g (sans He)	3,1	2,9	2,5	2,1	1,7
g (avec He)	2,8	2,6	2,2	1,8	1,4

Comparons ces g à celle qu'on pourrait attendre en admettant que la structure de l'atmosphère à chaque instant est la structure d'équilibre correspondant à la gravité effective $g + R''$ [$R'' = d^2R/dt^2$, R = le rayon]. Les $g + R''$ calculés d'après les données de W. Becker ([5]) sont donnés dans le tableau III. Pour la phase zéro, $g + R'' = 2,25$. Les valeurs vraisemblables du θ_e de la phase zéro (θ_e initial) sont donc, suivant cette hypothèse, 0,86 (atm. sans He) et 0,84 (atm. avec He).

Prenons par exemple θ_e initial = 0,84.

Ayant fixé le θ_e initial, on obtient les θ_e successifs suivant la méthode proposée par Milne ([6]) et appliquée par Getting ([7]) et l'on peut tracer dans le diagramme 1 la courbe représentative de la variation des p_e (*cf.* tableau II).

TABLEAU II.

Phase	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
D	0,38	0,30	0,22	0,18	0,13	0,11	0,10	0,09	0,12	0,19
θ_e	0,84	0,87	0,90	0,92	0,94	0,95	0,96	0,96	0,94	0,88
$\log p$	0,60	0,40	0,25	0,15	0,13	0,10	0,04	0,06	0,18	0,58

Les θ_e et les $\log p_e$, portés dans le diagramme des g, donnent la courbe de la figure. L'étoile entourée d'un cercle correspond à la phase zéro, les points noirs aux phases 0,05, 0,10... jusqu'à ce que le maximum de θ_e soit atteint. Les points sont alors remplacés par des cercles. On voit que les $\log g$ restent pratiquement constants jusqu'à la phase 0,75 et passent par un maximum pour les phases 0,85 et 0,90.

C'est précisément l'allure de la variation des $\log(g + R'')$ calculés (*cf.* tableau III).

TABLEAU III.

Phase	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	0,85	0,90	0,95
$\log(g + R'')$	2,25	2,14	2,13	2,16	2,27	2,40	2,42	2,34

Remarque. — Si le diagramme des g avait été établi pour $\log A = 3$, les

([5]) *Z. f. Astrop.*, 19, 1940, p. 289.
([6]) *M. N.*, 94, 1934, p. 418.
([7]) *M. N.*, 95, 1934, p. 139.

courbes $\log g=$ const. seraient beaucoup plus horizontales et la variation de g, lue d'après ces courbes, n'aurait pas la même analogie avec celle des $g+R''$.

Pour des θ_e initiaux variables (allant par exemple de 0,80 à 0,88), les courbes représentatives des variations de p_e et g se déplacent dans les graphiques, mais l'allure de la variation se conserve.

Ainsi, la variation de p_e et de g effectif, pour δ Cephei, est en bon accord qualitatif avec une représentation schématique simple de la pulsation. Ce résultat est à rapprocher du résultat contraire obtenu par Pannekoek ([8]) pour les p_e et les g déduits de l'étude des raies (courbes de croissance).

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Relations d'incertitude liées à la complémentarité corpuscules-système de Louis de Broglie.* Note de M[me] **Paulette Destouches-Février.**

1. La construction d'une mécanique ondulatoire relativiste des systèmes de corpuscules, lorsqu'il y a de grandes interactions, s'est heurtée à des difficultés jusqu'ici insurmontées. Si l'on admet que l'on peut considérer des systèmes de corpuscules entre lesquels s'exercent de fortes interactions indépendamment du reste de l'univers et effectuer certaines mesures sur eux et qu'une théorie a pour but de fournir, à partir du résultat de mesures initiales, des prévisions pour les mesures ultérieures, toutes les conclusions de la théorie générale des prévisions ([1]) s'appliquent. En particulier, on peut considérer des éléments initiaux et des éléments de prévision. Comme, dans le cas limite où les interactions deviennent faibles, on doit retomber sur le cas des corpuscules indépendants obéissant à la mécanique ondulatoire, qui est une théorie subjectiviste, on peut affirmer que la théorie à construire doit être subjectiviste; par suite, le principe de décomposition spectrale y sera valable, et l'on aura une théorie du type mécanique ondulatoire convenablement généralisée.

2. La complémentarité des notions d'élément et de système mise en évidence par M. Louis de Broglie ([2]) montre que les constituants perdent leur individualité dans la mesure où ils se fondent dans le système. Dans le prolongement de cette idée on est conduit à admettre que *les constituants d'un système dans lequel il y a de fortes interactions n'ont ni une énergie massique, ni une énergie cinétique individuelle, ni des interactions deux à deux. Le système est fondu et apparaît comme un corpuscule complexe,* de masse totale déterminée, et il est alors représentable par un point. Or on sait traiter le mouvement d'un tel

---

([8]) *Zeeman Congress*, Amsterdam, 1946, p. 761.

([1]) J.-L. Destouches, *Journ. de Phys.*, VII, 7, 1936, p. 305, 354, 427; *Corpuscules et systèmes de corpuscules*, 1941; *Principes fondamentaux de Physique théorique*, t. II, 1942.

([2]) *Rev. Méta. et morale*, 49, 1937, p. 353; *Physique et microphysique*, 1947.

système fondu en mécanique ondulatoire relativiste pourvu que la fusion soit suffisante pour que le mouvement relatif autour du centre de gravité soit évanescent. Soit alors $\mathbf{H}_f$ l'hamiltonien dans ce cas, et $\mathbf{H}_i$ dans le cas de constituants séparés.

3. En poussant dans le sens de l'idée de complémentarité de Louis de Broglie, les deux cas extrêmes des corpuscules indépendants et du système fondu apparaissent complémentaires comme le sont position et quantité de mouvement. Le caractère d'indépendance des corpuscules ou leur caractère de fusion cessent alors d'avoir une signification objective pour devenir relatifs aux procédés de mesure envisagés. Si les processus de mesure qu'on utilise ne rompent pas le système, celui-ci apparaît comme un système fondu, s'ils sont suffisamment puissants pour briser le système, alors les constituants apparaissent avec leur caractère individuel; et il se peut qu'ils n'apparaissent pas toujours les mêmes, la dissociation du système étant en quelque sorte analogue à une création de particules : dissocier un système fortement lié ou créer des particules par action d'un corpuscule rapide sur un noyau sont des phénomènes de même type qui devront être décrits par des formalismes semblables.

4. D'après un théorème de théorie générale des prévisions que nous avons établi à propos de considérations biologiques ([3]), lorsque dans l'étude d'un système deux aspects complémentaires (qui s'excluent mutuellement) doivent être pris simultanément en considération, une théorie non-contradictoire décrivant adéquatement cette complémentarité est nécessairement subjectiviste, on peut affirmer que les éléments de prévision doivent être dérivables par rapport au temps, et l'on peut définir un opérateur hamiltonien $\mathbf{H}$ tel que

$$\frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar}\mathbf{H}\mathfrak{u}.$$

A $\mathbf{H}_i$ correspond, dans la nouvelle théorie avec complémentarité, un opérateur $\mathbf{H}'_i$, de même à $\mathbf{H}_f$ un opérateur $\mathbf{H}'_f$ avec mêmes valeurs propres et l'on a

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}'_i + \mathbf{H}'_f + \mathbf{R},$$

$\mathbf{R}$ étant un opérateur d'interaction introduit par la complémentarité et qui ne se décompose pas en somme de termes d'interaction deux à deux. On ne connaît la masse d'un constituant que si le système a été dissocié, et la masse du système global que s'il n'y a pas dissociation lors de la mesure. Si $\mathbf{m}$ est l'opérateur de masse d'un constituant, $\mathbf{M}$ celui de la masse du système global, ces deux opérateurs ne commutent pas. Pour un élément de prévision quelconque on pourra toujours calculer les valeurs moyennes de la masse du système et des masses des constituants, ainsi que les écarts-types. On a donc des relations d'incertitude concernant la masse totale et la masse d'un consti-

([3]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 466.

tuant, comme conséquence de la complémentarité de Louis de Broglie. D'après une formule de Mécanique ondulatoire qui s'étend a ce cas généralisé, on aura

$$\sigma_{m_i}\sigma_{\mathrm{M}} \geqq \left| \frac{1}{2i}\overline{(\mathbf{m}_i\mathbf{M} - \mathbf{M}\mathbf{m}_i)} \right|.$$

Le second membre a la dimension d'un carré de masse; si r_0 désigne la longueur minimale envisagée par Heisenberg, comme h/cr_0 a la dimension d'une masse, on aura la relation d'incertitude

$$\sigma_{m_i}\sigma_{\mathrm{M}} \geqq k\left(\frac{h}{cr_0}\right)^2,$$

où k est un facteur purement numérique. Dans l'hamiltonien **H** la masse du système apparaît au moyen de l'opérateur **M**, qui a différentes valeurs propres correspondant aux différentes énergies de liaison possibles. La forme de l'opérateur **H** est en partie déterminée par des conditions d'invariance relativiste.

CHALEUR. — *Un procédé commode de coloration des flammes par des vapeurs métalliques.* Note de M. **Pierre Barret**, présentée par M. Gustave Ribaud.

L'introduction d'une vapeur métallique dans une flamme de gaz peut se faire par différents procédés : Kurlbaum et Gunther Schulze placent au-dessus d'un bec Bunsen une nacelle annulaire de platine contenant un sel métallique (¹). E. Bauer dépose simplement en un point de la grille d'un gros bec Meker un morceau de sel (²). Dans son traité de polarimétrie, G. Bruhat cite un procédé qui consiste à faire couler par capillarité une solution chlorhydrique de sel marin le long d'un faisceau de fil de platine (³). N. Manson porte du sodium à l'ébullition et fait arriver la vapeur dans la flamme par un tube fin.

Ces procédés sont intéressants parce qu'ils permettent en principe de colorer une région déterminée dans l'épaisseur de la flamme. Ils présentent toutefois plusieurs inconvénients : le procédé de Bauer ne peut être employé que dans le cas d'un gros bec Meker, avec des sels fondus. Le morceau de sel doit être assez gros pour ne pas tomber dans le bec et sa présence influe inévitablement sur l'écoulement gazeux. Dans les autres procédés, il faut introduire dans la flamme un objet métallique qui modifie l'écoulement des gaz et leur température par conduction et rayonnement.

Dans une seconde catégorie, nous rangerons les procédés de pulvérisation à mélange préalable :

Une solution ne peut être pulvérisée par l'effet de la pression gazeuse que si

(¹) *Verh. d. d. phys. Ges.*, 8, 1906, p. 239.

(²) *Annales de Chimie et de Physique*, 8ᵉ série, 29, 1913, p. 408.

(³) *Traité de Polarimétrie*, p. 143.

celle-ci est assez forte, ce qui n'est pas souvent le cas. L'appareil de Dufour charge le courant gazeux d'une poussière saline soulevée par un ventilateur électrique ([3]). La méthode de Kirchhoff et Bunsen, modifiée par Beckmann, consiste à faire passer l'air alimentant la flamme sur une solution du sel étudié contenant du zinc et de l'acide chlorhydrique ([4]). Un procédé, dû à MM. Hemsalech et de Watteville ([5]), consiste à faire passer le gaz ou l'air alimentant le bec Bunsen dans un ballon où se trouvent deux électrodes métalliques de sodium ou de potassium entre lesquelles on fait jaillir des étincelles condensées. Le métal pulvérisé est entraîné par le gaz et vient colorer la flamme. Enfin, un montage Vaidya vient de nous être signalé, dans lequel est inclus un appareil dont le fonctionnement pourrait peut-être s'expliquer par le phénomène dont la description fait l'objet de cette Note. Vaidya fait éclater une étincelle entre deux électrodes constituées par deux tubes effilés remplis d'une solution saline.

Dans notre appareil, le gaz combustible ou l'air d'alimentation du brûleur passe dans un tube de verre cylindrique horizontal de gros diamètre, à l'intérieur duquel éclate normalement à l'axe, une étincelle électrique, entre l'extrémité recourbée en anneau d'un fil de platine parallèle à l'axe et la surface d'une solution saline contenue dans une petite cuvette soufflée à même la paroi du tube et dont le fond est traversé par un fil de platine pénétrant dans la solution.

L'électrolyte est un sel ou une base du métal dont les vapeurs doivent colorer la flamme. Le courant électrique est fourni par une bobine d'induction.

Nous avons étudié en détail le mécanisme du fonctionnement de l'appareil. Lorsque l'électrode extérieure à la solution est anode et dans ce cas seulement, l'étincelle soulève un brouillard extrêmement fin que le courant gazeux entraîne dans la flamme. Ces fines gouttelettes contiennent tous les cations et tous les anions présents dans la solution. Des solutés non électrolytes, comme la fluorescéine, sont également entraînés. Il s'agit donc d'une pulvérisation.

Celle-ci ne se produit que pour un sens bien déterminé du courant : pour ne laisser subsister aucun doute sur celui-ci, un moulin à électrons a été alimenté en série avec le pulvérisateur par la bobine d'induction. Trois autres méthodes ont donné des résultats concordants quant à la polarité des électrodes. Si l'électrode inférieure en contact avec la solution est cathode, la flamme se colore avec intensité. Si cette même électrode devient anode, la pulvérisation cesse et la coloration disparaît complètement. L'intensité de la pulvérisation dépend, en outre, du champ électrique et de la conductivité de l'électrolyte. Dans les conditions où nous opérons, la longueur d'étincelle la plus efficace, sous une tension de 20000 volts est 15^{mm} environ.

([4]) *Ann. de Ch. et de Phys.*, 8e série, 29, p. 415.

([5]) *Comptes rendus*, 147, 1907, p. 338.

Nous avons pu, par ce procédé, obtenir dans la flamme du Bunsen, les spectres de tous les métaux alcalins, de tous les alcalino-terreux, du cuivre et du thallium; si la solution contient des sels de plusieurs métaux, les spectres de tous les métaux excitables par la flamme apparaissent simultanément.

Ce pulvérisateur électrolytique, utilisé pour l'étude de la température des flammes par la méthode du renversement des raies, fait preuve d'une grande stabilité de fonctionnement et facilite les mesures grâce à la grande intensité de la coloration obtenue, à sa constance et à la parfaite reproductibilité des essais.

ÉLECTRICITÉ. — *Étude des phénomènes qui suivent l'interruption du courant dans un semi-conducteur liquide.* Note de M. **Jean-Louis Eck**, présentée par M. Aimé Cotton.

On sait que lorsqu'on établit une différence de potentiel entre deux électrodes plongées dans un semi-conducteur liquide, l'intensité du courant décroît à partir d'une certaine valeur initiale i_0, pour venir se fixer à la valeur limite i_∞ atteinte au bout de quelques heures ou de quelques jours.

Si l'on interrompt alors le courant et si on le rétablit ensuite quelques instants, après un intervalle plus ou moins long, on constate que l'intensité instantanée i ainsi mesurée se remet à croître très vite, puis de plus en plus lentement. Avec le nitrobenzène, il faut attendre souvent une semaine pour que cette intensité se stabilise. La valeur i_2 ainsi obtenue est pratiquement égale à i_0 si l'on opère entre électrodes de platine.

Par contre avec les autres métaux, i_2 est toujours inférieure à i_0. La différence est faible avec l'aluminium et le cuivre, elle devient très grande avec le nickel et le zinc. C'est ainsi que j'ai observé les résultats suivants pour un échantillon de nitrobenzène placé entre électrodes de zinc distantes de $2^{cm},5$ sous 240 V.

$$I_0 = 225 \ .10^{-6} \text{ ampères}$$
$$I = 7,2 \quad »$$
$$I_2 = 90 \quad »$$

Dans ce cas, les mesures de mobilité montrent que celle-ci n'a pas varié en cours d'expérience. Il faut donc admettre que la concentration des ions n'a pas repris sa valeur initiale.

Comme d'autre part les anodes sont alors recouvertes d'une légère couche d'oxyde, ces expériences pourraient militer en faveur d'une purification progressive du liquide lors du passage du courant. Les électrodes attaquables réagiraient avec les produits de l'électrolyse, et les impuretés conductrices seraient éliminées au moins partiellement, tandis qu'en présence de platine, ces impuretés, retenues au voisinage des électrodes, diffuseraient dans le liquide, en l'absence de champ électrique.

Cette hypothèse reste insuffisante, car les anodes de cuivre et d'aluminium

présentent une oxydation aussi marquée que celles de zinc ou de nickel, bien que la différence $i_0 - i_2$ soit alors beaucoup plus faible. D'autre part, s'il est indéniable que des charges spatiales accumulées au voisinage des électrodes sont susceptibles de diffuser dans le liquide après interruption du courant, il faut remarquer que l'accroissement progressif du courant instantané i se manifeste encore si l'on nettoie les électrodes ou si on les remplace par d'autres, même si l'on dispose celles-ci perpendiculairement à leur position initiale.

Pour essayer de mettre en évidence le rôle des électrodes et celui du liquide, j'ai isolé dans une cuve remplie de nitrobenzène les compartiments anodique et cathodique, ainsi qu'un compartiment situé dans la zone médiane. Dans ce but, après avoir obtenu le courant limite, j'introduisais dans des rainures creusées dans la cuve en paraffine quatre électrodes collectrices paraffinées extérieurement, ce qui me permettait d'obtenir trois cuves séparées, dans lesquelles je rétablissais à intervalles réguliers le courant dans le sens primitif, en conservant au champ la même valeur.

Le tableau suivant donne les résultats obtenus avec le même échantillon de nitrobenzène entre électrode de platine, de zinc et de nickel. Dans les trois cas la tension initiale était 240 V, la distance anode-cathode $9^{cm},6$. Les intensités instantanées sont données en microampères pour un champ de 25 V/cm.

I_0	Pt......	42,3	I_∞	Pt......	6,52
	Zn......	44,5		Zn......	2,25
	Ni......	47,25		Ni......	5,40

		Compartiments		
		anodique.	médian.	cathodique.
Intensités instantanées au bout de 100 heures	Pt........	36	19,75	35,2
	Zn........	10,10	8,20	15
	Ni........	19,60	15	54

Les intensités instantanées observées dans les trois compartiments immédiatement après introduction des électrodes collectrices étaient, dans chaque cas, égales à I_∞, ce qui prouve qu'aucune impureté conductrice n'avait été introduite dans le liquide.

On voit que si les anodes et cathodes de platine se comportent de façon sensiblement identique, il existe une dissymétrie accusée entre les deux électrodes de nickel, tandis que pour le zinc la restitution des charges est moins accentuée, surtout à l'anode.

Mais le fait essentiel est que, dans les trois compartiments médians, l'intensité croît également : elle devient trois à quatre fois plus grande que I_∞, bien qu'aucune charge ne diffuse alors des électrodes.

Des ions nouveaux se reforment donc lentement au sein même du liquide. On voit que l'accroissement du courant instantané ne provient pas uniquement de la disparition progressive des charges spatiales avoisinant les électrodes.

RADIOÉLECTRICITÉ. — *Sur une méthode de mesure d'impédances, en haute fréquence, utilisant des courbes de résonance sur lignes.* Note de M. **Paul Abadie**, présentée par M. Camille Gutton.

Les méthodes utilisées aux radiofréquences très élevées, avec des lignes, pour effectuer des mesures d'impédances peuvent sommairement se diviser en deux classes : celles où la fréquence et la longueur de la ligne restant fixes, on fait intervenir des rapports de tensions (ou de courants) en des points déterminés de la ligne (on peut citer en particulier la « méthode des ondes stationnaires » très utilisée ces dernières années, non seulement avec des lignes, mais avec des guides diélectriques pour les hyperfréquences); et celles où l'on fait varier, soit la fréquence de l'émetteur, soit la longueur de la ligne, et où l'on relève la variation de la tension (ou du courant) en un point déterminé de la ligne (tracé d'une courbe de résonance).

A cette dernière classe, appartient une méthode décrite par Chipman ([1]), et utilisée plus récemment en particulier par Essen ([2]) et Jones et Sear ([3]). Nous utilisons depuis quelques années ([4]) une méthode de résonance analogue et nous allons montrer comment elle s'applique, pour l'intermédiaire de formules simples et générales, à la mesure d'impédances quelconques.

Une f. é. m. constante e est introduite à une extrémité court-circuitée de la ligne de mesure de longueur x variable. Le circuit du détecteur est couplé lâchement à la même extrémité et l'impédance à mesurer z ferme l'autre extrémité. Si l'on désigne par i_0 le courant à l'extrémité court-circuitée de la ligne, par $\beta = 2\pi/\lambda$ et α les constantes de phase et d'affaiblissement de cette dernière, par R_c sa résistance caractéristique (on suppose que l'impédance caractéristique se réduit pratiquement à une résistance), et si l'on pose :

$$z = R + jX = R_c(a + jb) \qquad \text{et} \qquad a + jb = \operatorname{th}(u + jv),$$

on obtient aisément à partir des formules classiques des lignes

$$i_0 = \frac{e}{R_c}\,\frac{1}{\operatorname{th}[u + \alpha x + j(v + \beta x)]}, \qquad \text{d'où} \quad |i_0|^2 = \frac{|e|^2}{R_c^2}\,\frac{1 + \operatorname{th}^2(u + \alpha x)\operatorname{tg}^2(v + \beta x)}{\operatorname{th}^2(u + \alpha x) + \operatorname{tg}^2(v + \beta x)}.$$

Pour l'étude de la courbe de résonance $|i_0|^2 = f(x)$, on peut supposer que la variation de $u + \alpha x$ est très faible et poser $\operatorname{th}(u + \alpha x) = A$.

([1]) *Journal of Applied Physics*, **10**, 1939, p. 27-38.
([2]) *Journal of the Inst. of Electr. Eng.*, **91**, Part. III, 1944, p. 84-95.
([3]) *Journal of the British Inst. of Rad. Eng.*, **5**, 1945, p. 154-172.
([4]) *L'Onde Électrique*, **16**, 1937, p. 89-113 et 237-268.

Cette approximation est parfaitement justifiée, et on peut le vérifier aisément, en admettant par exemple pour la ligne de mesure un coefficient de surtension $Q = 1000$, correspondant à une qualité moyenne, soit pour αx, où x est de l'ordre de grandeur de λ, une valeur égale à $\alpha\lambda = \pi/Q = 0{,}003$ environ.

On écrira donc

$$|i_0|^2 = K \frac{1 + A^2 \operatorname{tg}^2(v + \beta x)}{A^2 + \operatorname{tg}^2(v + \beta x)} \qquad \text{(K est une constante).}$$

Le maximum de $|i_0|^2$ a lieu pour x_0, tel que $v + \beta x_0 = k\pi$, et si l'on pose $x = x_0 + x'$, on obtient

$$|i_0|^2 = K \frac{1 + A^2 \operatorname{tg}^2 \beta x'}{A^2 + \operatorname{tg}^2 \beta x'}.$$

La courbe de résonance est symétrique. On a $|i_0|^2_{\max} = K/A^2$ pour $x' = 0$ et pour une ordonnée m fois plus petite que l'ordonnée maximum, on aura une abscisse x'_1 telle que

$$\frac{1 + A^2 \operatorname{tg}^2 \beta x'_1}{A^2 + \operatorname{tg}^2 \beta x'_1} = \frac{1}{m A^2},$$

soit

$$(1) \qquad m \operatorname{tg}^2 \beta x'_1 A^4 + (m - 1) A^2 - \operatorname{tg}^2 \beta x'_1 = 0,$$

équation d'où l'on tire A.

En résumé, on a $v = -\beta x_0 + k\pi$ et l'on tire A de l'équation (1), d'où $u + \alpha x_0$. Pour avoir u, il faut connaître αx_0. Si l'on peut substituer à z une réactance pure telle que le maximum de la courbe de résonance se produise pour x_0, on détermine de la même façon $A_1 = \operatorname{th} \alpha x_0$ d'où αx_0. Le plus souvent, en remplaçant z par un court-circuit, on mesure $\alpha k(\lambda/2)$ et $\alpha(k+1)(\lambda/2)$, les quantités $k(\lambda/2)$ et $(k+1)(\lambda/2)$, où k est un entier, encadrant x_0 et l'on interpole.

Ayant ainsi déterminé u et v, on peut calculer a et b par des formules classiques ou encore utiliser les diagrammes d'impédance, tel que celui de Smith (5).

On aboutit pour les formules précédentes à des simplifications évidentes lorsque a étant petit, u est petit et qu'on peut confondre $\operatorname{th}(u + \alpha x)$ avec $u + \alpha x$ et $\operatorname{tg} \beta x'_1$ avec $\beta x'_1$.

Nous avons récemment appliqué la méthode précédente dans la gamme des ondes déci- et centimétriques, à des mesures d'impédances de câbles h. f. et à la détermination de coefficients diélectriques dont les résultats seront donnés par ailleurs.

(5) *Electronics*, **12**, 1939, p. 29.

ÉLECTRONIQUE. — *Traceur automatique de trajectoires électroniques.* Note [1] de M. **Jacques Marvaud**, présentée par M. Joseph Pérès.

La détermination directe des trajectoires électroniques dans des champs électrostatiques, matérialisés dans une cuve électrolytique, présente l'avantage de supprimer des calculs longs, fastidieux et parfois peu précis. Des appareils de ce genre ont été contruits par Gabor [2] et Langmuir [3]. Ils comportaient un chariot pouvant se mouvoir librement dans un plan horizontal et muni de deux sondes plongeant dans la cuve électrolytique. Le mouvement de ce chariot était tel que la relation

$$R = -2\frac{\Phi}{E_n},$$

où R est le rayon de courbure, Φ le potentiel, E_n le champ suivant la normale, soit constamment satisfaite.

Ces appareils semblent être abandonnés à cause de leur manque de précision dû aux dérapages du chariot et des deux sondes très voisines.

C'est pourquoi nous avons réalisé un appareil utilisant une seule sonde et dont le chariot se déplace le long de glissières rigides suivant deux directions rectangulaires O_x et O_y. Ces déplacements ont lieu alternativement suivant l'une ou l'autre direction d'une longueur telle qu'après chaque série de deux déplacements, la sonde soit de nouveau sur la trajectoire.

Soit à tracer une trajectoire partant d'un point M_0 dont la direction fasse un angle α avec O_x. Nous connaissons le potentiel d'un électron en ce point correspondant à celui Φ_0 de la sonde en M_0; nous aurons les composantes initiales de sa vitesse par

$$v_{x_0}^2 + v_{y_0}^2 = k\Phi_0, \qquad \frac{v_{y_0}}{v_{x_0}} = t_g\alpha.$$

D'une façon générale nous avons $v^2 = K\Phi$, d'où nous tirons

$$(1) \qquad v\,dv = k\,d\Phi, \qquad dv = k\frac{d\Phi}{v}.$$

Si nous déplaçons la sonde de $\Delta x = nv_x$ puis de $\Delta y = nv_y$ (n constant), distances suffisamment petites de façon à pouvoir confondre la trajectoire avec sa tangente, nous amènerons la sonde en un nouveau point M de celle-ci. Il en résulte lors de ces deux déplacements des variations de potentiel $\Delta\Phi_x$ et $\Delta\Phi_y$ qui permettent de calculer les variations, donc les nouvelles composantes de la

---

(1) Séance du 2 février 1948.

(2) *Nature*, **139**, 1937, p. 373.

(3) *Nature*, **139**, 1937, p. 1060.

vitesse. D'après (1) nous avons

$$\Delta v_x = k\frac{\Delta\Phi x}{v_x}, \qquad \Delta v_y = k\frac{\Delta\Phi y}{v_y}. \tag{2}$$

Pour déterminer ces composantes, nous utilisons deux potentiomètres constitués chacun par un fil résistant calibré et un tambour gradué proportionnellement à la racine carrée de la résistance r du fil, nous donnant ainsi

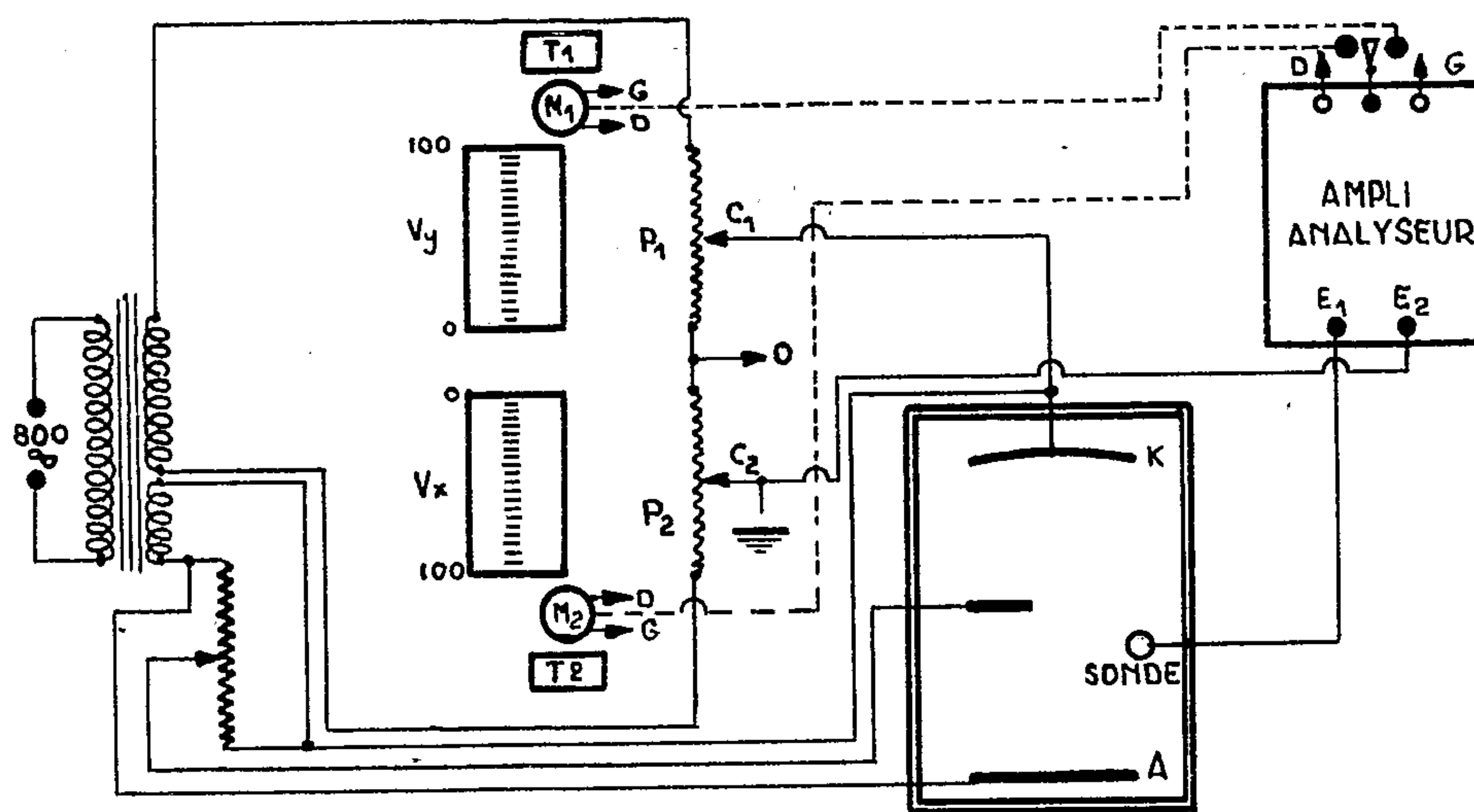
$$v_x^2 = r_x, \qquad v_y^2 = r_y.$$

Au départ le curseur du potentiomètre des v_x est au potentiel Φ_0 de la sonde et indique la vitesse $(v_x)_0$ tel que $(v_x)_0^2 = r_{x_0}$.

Si, tout en déplaçant la sonde suivant la direction OX, nous faisons tourner le potentiomètre de Δv_x, sa résistance variera de Δr_x telle que $\Delta r_x = 2\Delta v_x v_x$ qui, d'après (2), sera proportionnel à $\Delta\Phi_x$. Donc en alimentant convenablement notre potentiomètre, nous conservons le potentiel de son curseur égal à celui de la sonde.

Grâce au montage suivant, lorsque nous déplaçons la sonde d'une longueur Δx proportionnelle à la valeur lue pour v_x, le potentiomètre des v_x tourne automatiquement; puis lorsque nous déplaçons la sonde de Δy, c'est le potentiomètre des v_y qui tourne.

Après ces deux opérations, nous inscrivons un point de notre trajectoire au moyen d'un stylet supporté par la sonde, sur une feuille de papier disposée au-dessus de la cuve.



Nous ajoutons à ces déplacements une correction $\delta(\Delta x) = (n\Delta v_x/2)$ et $\delta(\Delta y) = (n\Delta v_y/2)$, ce qui revient à prendre la vitesse moyenne [Note de M. Musson-Génon ([4])].

([4]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 858.

Dans un champ uniforme, nous avons lors d'expériences différentes, tracé une série de trajectoires en prenant les mêmes conditions initiales; nous avons obtenu des paraboles sensiblement confondues avec la trajectoire théorique calculée.

Cet appareil n'est pas entièrement automatique puisque l'opérateur est obligé de faire des lectures et de transmettre au chariot les déplacements correspondant à celles-ci. Un appareil, basé sur le même principe, mais entièrement automatique, est en cours de réalisation. Il fera l'objet d'une prochaine communication.

OPTIQUE ÉLECTROMAGNÉTIQUE. — *Sur l'intensité transmise par une lame transparente en régime de réflexion pseudo-totale.* Note [1] de M. **Henri Arzéliès**, présentée par M. Jean Cabannes.

1° J'ai donné pour ce problème une théorie directe dans un Mémoire sur la réflexion vitreuse [2]. L'intensité transmise (prise comme exemple; l'intensité réfléchie s'en déduit immédiatement) a pour expression [3]

$$\text{(I)} \qquad \mathcal{J}_T = \frac{f \sin^2\delta}{1 + f \sin^2\delta} \qquad \text{avec} \qquad f = \frac{4 e^{2\gamma' d}}{(1 - e^{2\gamma' d})^2},$$

d étant l'épaisseur de la lame; $e^{\gamma' d}$ l'exponentielle de réduction d'amplitude correspondant à une traversée de la lame; δ le changement brusque de phase correspondant à la réflexion totale sur une intersurface avec la même incidence [4].

Cette formule est valable pour les deux ondes principales et pour des paramètres K *et* μ *quelconques* (rapport des perméabilités électriques et magnétiques de la lame à celles du milieu ambiant). Elle présente en outre une intéressante analogie avec la formule des lames en réflexion non totale [5].

Ainsi que je l'ai signalé, les théories antérieures utilisent en le généralisant, le procédé des angles de réfraction complexe. Elles aboutissent, pour l'intensité transmise, aux deux formules suivantes [6] :

$$\text{(II)} \quad \begin{cases} \text{Onde 1} \quad \mathcal{J}_T = \dfrac{4n^2\cos^2 i(n^2\sin^2 i - 1)}{(1-n^2)^2 S^2 + 4n^2\cos^2 i(n^2\sin^2 i - 1)}, \\ \text{Onde 2} \quad \mathcal{J}_T = \dfrac{4n^2\cos^2 i(n^2\sin^2 i - 1)}{(n^2-1)^2(n^2\sin^2 i - \cos^2 i)^2 S^2 + 4n^2\cos^2 i(n^2\sin^2 i - 1)}, \end{cases}$$

---

(1) Séance du 26 janvier 1948.

(2) *Ann. de Phys.*, **1**, 1946, p. 5-69.

(3) *Ibid.*, p. 58.

(4) *Ibid.*, p. 26 et 29.

(5) *Ibid.*, p. 60 et *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 111 et 184.

(6) Bouasse, *Propagation de la lumière*, 1925, p. 402.

Ces formules sont aussi établies, avec une écriture légèrement différente, dans les textes

avec $2S = e^{\gamma d} - e^{-\gamma d}$; n est l'indice du milieu ambiant par rapport au milieu de la lame.

Mais j'ai montré (7) que le procédé des angles de réfraction complexes conduit parfois à des résultats erronés dans le calcul des amplitudes des ondes évanescentes, et dans le problème actuel des lames, interviennent des ondes évanescentes.

2° Par ailleurs, ces mêmes formules (II) ont été l'objet de vérifications expérimentales satisfaisantes dans au moins deux cas (8) (9).

Or, remplaçons, dans (I), $\sin \delta$ par sa valeur (1), et faisons ce calcul successivement pour les deux ondes principales. La comparaison des formules ainsi obtenues avec les formules (II) montre que *les deux théories conduisent aux mêmes expressions lorsque* $\mu = 1$. Cela explique l'accord expérimental signalé ci-dessus; les deux Mémoires se placent en effet dans le cas $\mu = 1$, l'un pour les ondes centimétriques amorties (15^{cm}), l'autre pour les ondes lumineuses (5893 Å). Il serait intéressant de compléter ces résultats par des mesures en infra-rouge et en ondes centimétriques ou millimétriques entretenues.

3° *Les deux groupes de formules fournissent des résultats différents lorsque* K *et* μ *sont quelconques*. Je veux dire par là que les formules (II) donnent des expressions inexactes si nous remplaçons l'indice n par sa valeur en théorie électromagnétique, soit, avec les notations actuelles, $1/\sqrt{K\mu}$. Ces formules sont donc inutilisables, par exemple, en technique des ondes centimétriques où les milieux à perméabilité μ quelconque peuvent être envisagés.

4° Cette inexactitude des formules (II) dans le cas général n'est d'ailleurs pas inhérente au procédé de calcul qui utilise les angles de réfraction complexes. Il serait, en effet, possible d'obtenir par ce procédé des résultats corrects, à condition de reprendre complètement le calcul pour le cas général.

Les résultats auxquels conduisent les formules (II) sont néanmoins exacts lorsque $\mu = 1$, par suite d'une compensation de calcul; les termes erronés introduits par la première intersurface sont éliminés par l'autre; je ne puis développer ce point ici.

5° En définitive, la formule (I) me paraît présenter les avantages suivants : Elle est utilisable dans tous les cas. Elle est plus simple que les formules (2), est unique pour les deux ondes principales, et présente la même écriture qu'en réflexion non totale. La théorie directe correspondante fait apparaître, chemin faisant, un certain nombre de particularités intéressantes du phénomène. Certes, cette théorie directe exige que l'on ait établi auparavant la théorie de

---

suivants : SCHÆFER und GROSS, *Ann. der Phys.*, 32, 1910, p. 656; DRUDE, *Winckelmanns Handbuck*, 6. 1906, p. 1375.

(7) *Ann. de Phys.*, 1, 1946, p. 45.

(8) SCHÆFER und GROSS, *op. cit.*

(9) GOSS und HÄNCHEN, *Ann. der Phys.*, 43, 1943, p. 383.

la réflexion des ondes évanescentes. Pour éviter ce détour, M. Abelès ([10]) a proposé récemment une démonstration plus rapide de ma formule; mais c'est en revenant à la notion obscure d'angle de réfraction complexe et en abandonnant par suite la vision directe du phénomène. Il est d'ailleurs possible, si l'on se place dans le cas absolument général d'une lame absorbante, de donner une théorie directe qui réunit tous les avantages de concision et de clarté nécessaires.

Remarque. — Jusqu'à très récemment, par suite des circonstances, je n'avais pas eu connaissance des Mémoires de MM. Scandone et Ballerini([11]). Je signale également un très intéressant mémoire de Maclaurin, généralement ignoré (non cité), et qui contient une théorie générale des lames ([12]).

EFFET RAMAN. — *Spectres Raman des acides cinnamiques, de la chalcone et de quelques composés apparentés.* Note de Mlle **Monique Harrand** et M. **Jean Guy**, présentée par M. Jean Cabannes.

Les spectres Raman de 12 substances cristallisées apparentées à l'acide cinnamique et possédant le radical $C=O$, ont été obtenus à l'aide du montage déjà décrit ([1]). Certaines variétés cristallines instables ont pu être étudiées en prenant les précautions d'usage contre les germes extérieurs ([2]) : les variétés instables de F 58° et 42° de l'acide *cis*-cinnamique se sont conservées pendant les poses de 3 jours; nous avons également constaté, par les spectres de diffraction X, la bonne conservation de la variété β de l'acide *trans*-cinnamique. Le tableau suivant indique les fréquences des raies Raman observées.

Les intensités, marquées entre parenthèses, sont approximatives.

Acide phénylpropionique. ⬡—CH_2—CH_2—CO_2H. — 618 (3), 678 (?), 1005 (2), 1204 (?), 1534 (?), 1608 (?).

Acides cis-*cinnamiques.* ⬡—$CH=CH$—CO_2H. — 42°. — 472 (0), 623 (0), 709 (?), 945 (?), 989 (2), 1004 (4), 1177 (1), 1231 (1/2), 1305 (1/2), 1326 (1/2), 1394 (1/2), 1602 (5), 1622 (1/2), 1661 (5 l).

58°. — 330 (?), 389 (?), 410 (?), 477 (1/2), 566 (?), 618 (?), 707 (?), 840 (1), 940 (1/2), 992 (3), 1005 (1), 1221 (2), 1302 (?), 1330 (?), 1535 (1/2), 1574 (1), 1602 (3), 1632 (6 l).

68°. — 389 (1), 988 (3), 1008 (3), 1220 (1), 1535 (1/2), 1599 (4), 1639 (6 l).

Acides trans-*cinnamiques.* — α. — 584 (?), 622 (1/2), 715 (?), 875 (1),

---

([10]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1494.

([11]) *Nuovo Cimento*, **1**, 1943, p. 13.

([12]) *Proc. Roy. Soc. London*, **76**, 1905, p. 515.

([1]) J. Cabannes, R. Lennuier et Mlle M. Harrand, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 301.

([2]) E. Biilmann, *Ber dtsch, Chem. Ges.*, **42**, 1909, p. 182 et 1443.

944 (1), 972 (?), 1000 (5), 1027 (1), 1078 (1/2), 1119 (1 l), 1161 (1/2), 1179 (6), 1212 (6), 1239 (1/2), 1266 (2), 1294 (6), 1328 (1), 1443 (2), 1496 (2), 1540 (3 l), 1580 (1/2), 1598 (9), 1640 (12 l).

3. 619 (1), 683 (1), 869 (1/2), 901 (?), 943 (1/2), 1000 (5), 1026 (?), 1113 (?), 1155 (?), 1177 (3), 1205 (?), 1217 (4), 1264 (?), 1289 (3), 1313 (?) 1336 (?), 1441 (2), 1494 (2), 1541 (2), 1582 (1/2), 1599 (9), 1643 (10 l).

Acide benzalmalonique. $C_6H_5-CH=C\langle^{CO_2H}_{CO_2H}$. — 327 (?), 575 (?), 623 (?), 669 (?), 753 (1), 819 (?), 852 (?), 917 (1), 945 (2), 1003 (2), 1191 (2 l), 1216 (2 l), 1280 (?), 1297 (?), 1326 (?), 1570 (?), 1599 (4), 1628 (4), 1667 (?).

Acide phénylpropiolique. $C_6H_5-C\equiv C-CO_2H$. — 536 (1), 757 (1), 945 (1/2), 1004 (4), 1029 (1/2), 1118 (1 l), 1152 (1 l), 1174 (2), 1184 (2), 1210 (8 l), 1389 (?), 1435 (1), 1491 (3), 1540 (2), 1597 (10), 2107 (1/2), 2149 (1/2), 2208 (7 l), 2244 (6 l).

Acide benzoylpropionique. $C_6H_5-CO-CH_2-CH_2-CO_2H$. — 512 (1), 952 (1/2), 1000 (3), 1164 (1/2), 1184 (1/2), 1204 (1), 1548 (1/2), 1594 (4), 1680 (3).

1.3-*Diphénylpropanone*-1. $C_6H_5-CH_2-CH_2-CO-C_6H_5$. — 620 (1), 710 (1/2), 744 (1/2), 790 (1), 814 (1), 850 (3), 942 (1/2), 999 (6), 1026 (1/2), 1054 (1/2), 1100 (?), 1154 (3), 1184 (1/2), 1204 (4), 1283 (1/2), 1314 (?), 1492 (?), 1540 (1/2 l), 1596 (5), 1676 (4).

Chalcone. $C_6H_5-CH=CH-CO-C_6H_5$. — 623 (1/2), 796 (1/2), 862 (?), 898 (?), 945 (1/2), 1004 (4), 1021 (1/2), 1127 (1/2), 1158 (1), 1184 (3), 1212 (2), 1241 (?), 1297 (1 l), 1335 (2 l), 1450 (1), 1497 (2), 1513 (1/2), 1539 (1/2), 1553 (3), 1579 (3), 1601 (9), 1612 (10), 1668 (?).

Benzoylphénylacétylène. $C_6H_5-C\equiv C-CO-C_6H_5$. — 537 (1), 619 (2), 697 (1), 939 (1/2), 998 (5), 1180 (2), 1211 (2), 1293 (1/2), 1316 (1/2), 1447 (1/2), 1495 (2), 1538 (2), 1582 (1/2), 1596 (8), 1640 (4), 2101 (1/2), 2150 (1), 2203 (12).

Les deux raies apparaissant vers 1000 et 1600 cm^{-1} sont celles du noyau benzénique.

Les deux acides *trans*-cinnamiques ont des spectres très semblables; les spectres des 3 acides *cis* sont différents entre eux et différents de ceux des trans. Pour les 7 composés éthyléniques étudiés, on devrait trouver 2 raies entre 1600 et 1800 cm^{-1}, celle de la double liaison de la chaîne latérale et celle (de fréquence plus élevée) de $C=O$. Or on ne trouve très régulièrement qu'une seule raie forte pour tous ces composés; elle semble devoir être attribuée en première approximation à $C=C$ et non à $C=O$ pour les raisons sui-

vantes : 1° cette fréquence paraît trop basse pour appartenir à CO (dans la chalcone elle se situe à 1612 cm^{-1}); 2° dans les dérivés acétyléniques, elle disparaît pour faire place à la raie caractéristique de $C \equiv C$ à 2200 cm^{-1} : il ne subsiste aucune raie susceptible d'être attribuée à $C = O$ dans l'acide phénylpropiolique; par contre le benzoylphénylacétylène présente une raie à 1640 cm^{-1} qui doit appartenir à ce radical; 3° elle disparaît également dans les dérivés à chaîne saturée où la raie observée, ayant une fréquence plus grande (1675-1680 cm^{-1}), est attribuable à $C = O$; 4° les spectres d'absorption infra-rouge des composés éthyléniques présentent deux bandes fortes et bien séparées pour $C = C$ et $C = O$ (1618 et 1675 cm^{-1} pour la chalcone).

Le fait remarquable, et qui reste à expliquer, est l'absence de la raie Raman relative au radical $C = O$ dans certains composés à liaisons conjuguées alors que la bande infra-rouge correspondante est très intense.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *L'incertitude dans la détermination des moments magnétiques particulaires. Application à l'observabilité de l'électrino.* Note [1] de M. **Jean Thibaud**.

Pauli et Bohr [2] ont montré qu'aucune expérience de type classique (magnétomètre, Stern-Gerlach) n'est capable de déceler le moment magnétique d'un électron libre. Il est important de rechercher si la même limitation est valable pour d'autres particules et principalement pour l'électrino, corpuscule caractérisé par un moment magnétique μ d'une intensité exceptionnelle [3]. Il semble possible d'établir, sur des exemples, que l'objection de Pauli ne s'applique rigoureusement qu'aux cas faiblement relativistes, comme celui de l'électron, mais que lorsque la masse cinétique $m = m_0 \eta$ de la particule devient très grande par rapport à la masse propre m_0, la limitation imposée par la relation d'incertitude se trouve considérablement abaissée, en sorte que le moment μ, non observable pour les électrons, puisse le devenir pour des électrinos.

1. Montrons l'intervention fondamentale du rapport η dans la détermination du mouvement d'un corpuscule chargé, à spin, dans un champ magnétique H inhomogène [mêmes axes que Mott [2]].

a. Indétermination sur la connaissance de la vitesse. — Le rapport de l'incertitude sur la force de Lorentz ΔF_L à la force magnétique F_M, s'écrit (avec $\mu/e = \hbar/2m_0$ et $H/\dot{H} \sim 3$)

$$\frac{\Delta F_L}{F_M} = (e H_y \Delta v_z) \Big/ \mu \frac{\partial H_x}{\partial x} = \frac{e}{\mu} \Delta v_z \times H_y \Big/ \frac{\partial H_y}{\partial y} = \frac{4\pi m_0}{h} \cdot 3 \, \Delta v_z,$$

(1) Séance du 2 février 1948.

(2) W. Pauli, *Rapport du Congrès Solvay*, 1932, p. 220; F. N. Mott, *Proc. Roy. Soc. London*, **124**, 1929, p. 440.

(3) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 984.

L'effet du moment magnétique μ cessera d'être masqué pour

$$(1)\qquad m_0 \Delta v_z < \frac{h}{12\pi}.$$

Mais $\eta = (1-\beta^2)^{-1/2}$, donc pour une particule dont la vitesse $v = \beta c$ tend vers c, $\Delta v = c\eta^{-3}\Delta\eta$, en sorte que le coefficient η apparaît dans (1):

$$(2)\qquad \eta^3 > \frac{12\pi m_0 c}{h}\Delta\eta.$$

Comme $\Delta\eta < \eta$, (2) sera nécessairement satisfaite en substituant η à $\Delta\eta$, d'où :

$$(3)\qquad \eta^2 > \frac{12\pi m_0 c}{h},$$

ou encore, pour une particule d'énergie initiale E suffisante pour que $\eta \gg 1$

$$(4)\qquad E^2 > \frac{12\pi m_0^3 c^5}{h} \quad \text{c'est-à-dire} \quad E > 1,2.10^{40} m_0^{\frac{3}{2}}.$$

Le moment magnétique ne serait décelable pour un électron, comme pour le méson, que si l'énergie de la particule excédait une centaine de milliards d'électron-volts. Tandis qu'avec l'électrino ($m_0 \sim 10^{-38}$ g) on échapperait pratiquement à l'indétermination sur μ, pour les plus faibles énergies.

b. Indétermination sur la position x. — Le faisceau Oz est défini par une fente Δx. Pour les particules s'éloignant à Δx du plan yOz, il apparaît une composante de F_L dans la direction Oy : $ev_z \Delta x \partial H x/\partial x$, que l'on peut écrire (div H = 0) : $ev_z \Delta x \partial H y/\partial y$. Cette composante doit être faible devant la composante magnétique $\mu \partial H y/\partial y$, en sorte que μ deviendrait observable pour

$$(5)\qquad m_0 v_z \Delta x < \frac{h}{4\pi},$$

ou encore, dans le cas d'une particule dont la vitesse atteint c, pour

$$(6)\qquad \Delta x < \frac{h}{4\pi m_0 c} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \Delta x < \frac{1,7.10^{-38}}{m_0}.$$

On voit que pour une particule ultra-légère, telle l'électrino, la condition serait satisfaite dès que la largeur de la fente serait inférieure au centimètre, ce qui ne fait pas intervenir d'effet de diffraction. Tenant compte de $\lambda = h/m_0\eta v$, on peut aussi écrire (5), suivant une remarque que je dois à M. Louis de Broglie,

$$(7)\qquad \Delta x < \frac{\lambda\eta}{4\pi}.$$

Avec l'électron ($\eta \sim 1$), l'effet magnétique serait masqué par la diffraction, mais une expérience de type Stern-Gerlach serait possible pour une particule possédant un coefficient η important (électrino : $\eta \sim 10^7$).

2. Un autre exemple est fourni par une particule (e, μ) s'approchant d'un magnétomètre : le champ magnétique μr^{-3} doit être supérieur à l'incertitude

sur le champ evr^{-2} dû au mouvement de la charge [Mott (¹)]. En écrivant l'incertitude sous la forme $\Delta r \Delta v \sim h/2\pi m_0 \eta$, cette condition devient

$$(8) \qquad \Delta r > \frac{r}{\eta},$$

qui ne saurait être remplie que dans le cas $\eta > 1$.

3. D'une façon plus rigoureuse, il serait souhaitable de rechercher en partant de l'équation d'ondes de Dirac la limite de validité de l'approximation de l'optique géométrique en mécanique ondulatoire, ceci pour des corpuscules (e, μ) ayant une masse propre m_0 extrêmement faible

4. Dans le spectrographe magnétique à caustiques et la méthode des enveloppes, que j'ai proposé (³) pour l'étude d'une particule essentiellement spin, on fait-appel à la notion de trajectoires corpusculaires, déterminées, à chaque instant, par la composition de la force de Lorentz F_L et la force magnétique $F_M = \mu \dot{H}$, toujours de même direction. Ces conclusions n'auront un sens, et les trajectoires (ou leurs enveloppes) ne pourront être définies que si l'incertitude sur F_L est extrêmement petite devant F_M. Les raisonnements précités indiquent que tel serait le cas de la particule nouvelle ultra-légère que j'ai décrite : l'électrino, corpuscule essentiellement relativiste, avec une masse propre voisine de 10^{-38} g, et un coefficient $\eta \sim 10^7$, entre donc dans la catégorie des particules dont le moment magnétique pourra être expérimentalement décelé sur une trajectoire.

RAYONS COSMIQUES. — *Multiplication de particules rapides dans le gaz de la chambre de Wilson.* Note (¹) de M. **Jean Daudin**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Au récent congrès de Cracovie, P. M. S. Blackett a rendu compte de quelques clichés représentant des fourches ou des coudes de particules rapides de grande énergie produits dans le gaz de la chambre à quelque centimètres au-dessous d'un écran de plomb. Ces clichés présentent sur ceux que nous avions nous-même obtenus et publiés en diverses occasions, un grand avantage; le champ magnétique permet la mesure des énergies. Cependant, étant donné le petit nombre actuel de documents, il est intéressant de rappeler l'ensemble des clichés obtenus en 1943 au cours de la mission organisée par M. Leprince-Ringuet.

La figure 3 (²) reproduit le cliché 16 (³). D'après un examen plus poussé il

---

(³) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 999 et 1302.

(¹) Séance du 12 janvier 1948.

(²) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 275.

(³) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 192.

est douteux que le choc ait émis l'électron très fin voisin. Il ne s'agirait donc que d'un *scattering* simple de grand angle. On a compté sur cette trajectoire 20 amas de gouttelettes sur 8^{cm}, alors que les trajectoires normales sur les clichés voisins en présentent 142 sur 107^{cm}. L'ionisation est presque certainement supérieure à la moyenne et probablement double. Ce caractère, mal visible sur la reproduction, le film étant vieux, n'est pas acceptable chez un électron assez rapide pour ne pas présenter de scattering multiple. D'autre part un proton ionisant si peu devrait traverser l'écran de 15^{mm} de plomb, le cliché suggère qu'il s'agit d'une particule de masse intermédiaire subissant un scattering considérable en un seul acte.

Sur le cliché 12, on voit une *étoile* à deux branches et une particule pénétrante concourante avec une autre et provenant de la masse de plomb siège des gerbes pénétrantes et divergentes : il s'agit de trajectoires associées à une gerbe de mésons. La deuxième particule paraît donner une fourche serrée à 1 ou 2^{cm} au-dessous du plomb, fourche dont les deux branches s'équilibrent de part et d'autre de la direction initiale. L'absence préalable de diffusion après traversée de plusieurs centimètres de plomb, le petit angle de la fourche semblent bien témoigner de grandes vitesses. Naturellement, la fourche pourrait être constituée par un méson et un électron de choc très rapide dans le gaz. Mais il est anormal d'observer tant de chocs et toujours après traversée de plomb.

En outre, il est difficile de fournir une explication normale au cliché 14 ([4]) : une particule formant 14 amas de gouttelettes sur 7^{cm} expulse successivement dans le gaz à 2^{cm} de l'écran de plomb une trajectoire horizontale rapide puis une autre dirigée vers le bas, le sommet de chaque fourche étant marqué par un nuage de gouttelettes (la deuxième fourche n'est pas plane).

La figure 3 ([3]) reproduit le cliché 8 des *Annales* [également cliché 1 ([6])]. Il s'agit d'une gerbe nucléaire appartenant à une gerbe d'Auger partiellement groupée en paires régulières. Ici, c'est la dernière paire qui nous importe. Elle est créée dans le gaz et est très serrée. Une troisième trajectoire paraît bien issue du sommet de cette paire (inobservable en stéréoscopie), l'ensemble étant groupé de part et d'autre d'une trajectoire primaire faisant partie de la gerbe principale (fourche à trois branches).

La figure 2 ([6]) représente une gerbe assez analogue créée dans 15^{mm} de plomb. La trajectoire centrale est une paire de trajectoires indiscernables. Les deux paires serrées de part et d'autre ont leur origine dans deux amas de gouttelettes situés à 2^{cm} au-dessous du plomb. Elles sont dues à deux trajectoires ionisantes. Ces paires, pas plus que les précédentes, ne peuvent être attribuées à un dédoublement des trajectoires par le champ électrique.

([4]) *Ann. de Phys.*, 19, 1944, p. 120.
([6]) *Nature*, 156, 1945, p. 420.

La figure 4 ([6]) présente, dans une gerbe d'Auger riche en rayons pénétrants, deux gerbes qui se développent également en partie dans le gaz.

Citons encore deux clichés obtenus par le même montage que les trois précédents. Dans l'un, une gerbe produite dans 15^{mm} de plomb comporte une trajectoire apparemment assez ionisante qui se divise 3^{cm} plus bas. Il s'agit sans doute d'une paire serrée dont l'une des branches subit un choc qui la dévie sous 30°, sans scattering multiple.

Dans l'autre cliché naît une gerbe de plus de 20 rayons. Elle comporte un pinceau central non résolu, une ou deux paires divergentes non résolues et deux pinceaux de trois et quatre trajectoires d'angle total 8° émis à 30 et 45° de la direction primaire. Le pinceau de quatre trajectoires comprend une paire très serrée et les deux autres rayons forment une fourche de 3 à 4° à 2^{cm} du plomb.

Naturellement nous laissons de côté les électrons Compton et les matérialisations.

Ainsi ces clichés nous avaient déjà suggéré ([2]) l'intervention dans les gerbes nucléaires de particules à très forte interaction se manifestant par des fourches (avec amas de gouttelettes au sommet) ou des coudes brusques. Les clichés de Blackett et Rochester présentent les mêmes caractères, nous apportent la preuve décisive d'une grande énergie. Peut-être ces effets sont-ils, comme nous le suggérions, en relation avec les mésons vectoriels. Constatons qu'aujourd'hui les gerbes paraissent, aux yeux de chercheurs plus nombreux qu'autrefois, présenter une complexité inattendue ([7]).

CHIMIE THÉORIQUE. — *Structure électronique et pouvoir cancérigène des dérivés du 4-aminostilbène.* Note ([1]) de Mme **Alberte Pullman.**

En développant les idées de Schmidt ([2]) nous avons montré que la grandeur du pouvoir physiopathologique des molécules formées par accolement de noyaux benzéniques évolue parallèlement à la concentration des charges de certaines régions de leur périphérie et essentiellement de la région méso-phénanthrénique ([3]). Dans le même ordre d'idées, B. Pullman a proposé ([4]) de relier l'activité cancérigène du second grand groupe de composés actifs, celui des molécules azoïques, à la grandeur de la concentration des charges électroniques sur leur région médiane — N = N —.

([6]) *Ann. de Phys.*, **20**, 1945, p. 563.
([7]) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 830.

([1]) Séance du 2 février 1948.
([2]) *Naturwissenschaften*, **29**, 1941, p. 146.
([3]) A. Pullman, *Annales de Chimie*, **2**, 1947, p. 5.
([4]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1501.

Récemment un nouveau groupe de composés cancérigènes. constitué par les dérivés du 4-aminostilbène, a été découvert par Haddow, Harris et Kon ([5]), et il semble combler en quelque sorte l'espace situé entre les hydrocarbures aromatiques et les composés azoïques, ces derniers pouvant être considérés comme des dérivés du stilbène dans lequel les CH de la liaison éthylénique médiane ont été remplacés par deux atomes d'azote.

L'examen du diagramme électronique du 4-aminostilbène permet de constater que l'influence du substituant se manifeste d'une façon forte dans le noyau auquel NH_2 est attaché, mais qu'elle est par contre extrêmement

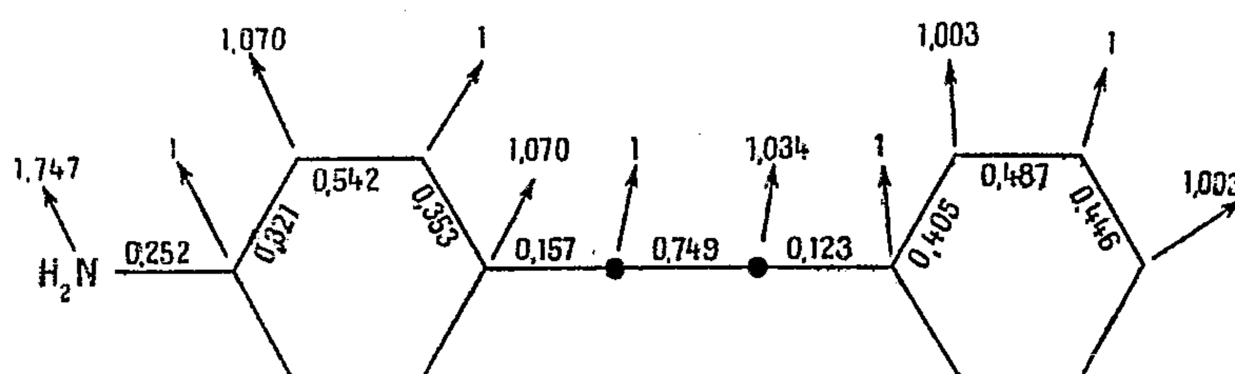


Diagramme électronique du 4-aminostilbène. Pour les détails de sa construction voir B. Pullman. *Influence des substituants sur la structure électronique des molécules aromatiques* [*Bull. Soc. Chim.* (sous presse)]. Les grandeurs figurées sont les charges électriques (aux sommets) et les indices de liaisons (sur les liaisons).

faible dans le noyau opposé. Cette faiblesse des perturbations électroniques produites dans les noyaux autres que celui où se trouve le substituant est un trait caractéristique des molécules à cycles séparés, la décroissance des perturbations avec l'éloignement du point d'attache du substituant étant dans ce groupe beaucoup plus brusque, qu'elle n'est dans les molécules à noyaux accolés. La perturbation subie par la liaison éthylénique médiane prend une valeur intermédiaire. Ces résultats montrent que les formules habituellement employées pour traduire l'action des substituants dans ce groupe de corps, formules indiquant une séparation des charges entre le substituant et la position p' ont en réalité une importance très faible, bien inférieure à celle des formules indiquant un apport de charges sur les sommets *ortho* et *para* du noyau substitué. Une comparaison utile peut être faite entre la répartition des indices de liaison dans le 4-aminostilbène et le stilbène lui-même ([6]). On note entre autres l'apparition de la dissymétrie des liaisons *simples* extracycliques dans le dérivé substitué.

L'ensemble des données actuelles, trop limité pour permettre des conclusions définitives, n'est pas en contradiction avec *la possibilité d'une relation entre le pouvoir cancérigène des dérivés du 4-aminostilbène et la grandeur de la charge*

([5]) *Biochem. J.*, proc. II, 39, 1945; Haddow, *Brit. Med. Bull.*, 4, 1947, p. 314, 331.

([6]) Pour le diagramme du stilbène, voir réf. I. Sur ce diagramme les grandeurs sur les liaisons indiquent le *double* des indices de liaisons.

concentrée sur la liaison éthylénique médiane. Parmi les facteurs parlant en faveur de l'hypothèse énoncée, signalons la nécessité, pour l'existence de l'activité physiopathologique, d'une configuration *trans*, seule capable de conserver la planéité de la molécule et d'assurer ainsi l'existence d'une résonance libre, la disparition du pouvoir cancérigène par l'hydrogénation de cette liaison ou par la fixation de substituants sur ses extrêmes, l'exaltation de l'activité essentiellement par des substituants placés en *ortho* ou *para* par rapport à la liaison médiane, seules positions permettant un apport appréciable de charges sur cette liaison. En réalité une analogie formelle peut être trouvée et a été signalée déjà par Haddow entre la liaison méso-phénanthrénique des hydrocarbures aromatiques et la liaison éthylénique médiane du stilbène. D'autre part il n'est pas impossible que dans certaines molécules cancérigènes de cette série possédant des groupements polynucléaires comme par exemple dans l'α-(4-diméthylaminophényl)-β-(α-naphtyl)-éthylène d'autres régions très activées et cancérigènes puissent naître dans le noyau aromatique.

Un fait particulièrement curieux est la disparition de l'activité du 4-aminostilbène par l'adjonction d'un second substituant en p'. Il est probable que ce phénomène est dû à ce que la conjugaison simultanée de deux groupements polaires placés dans le stilbène sur des noyaux différents est rendue difficile par le fait qu'elle s'accompagne de la destruction de la résonance benzénique des noyaux.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Conjugaison simultanée de plusieurs substituants avec un cycle aromatique.* Note [1] de MM. **Gaston Berthier** et **Bernard Pullman**.

Dans la méthode des diagrammes moléculaires [2], la conjugaison simultanée de plusieurs substituants (ce terme comprend des groupements extracycliques polaires ou non polaires et des hétéroatomes) avec un cycle aromatique a été considérée jusqu'ici comme déterminée par simple additivité des actions dues à chacun d'eux [3]. Ceci constitue un procédé de première approximation, car l'on conçoit qu'à côté des formules traduisant l'action séparée de chaque substituant, il apparaisse dans les molécules polysubstituées de nouvelles formules mésomères traduisant la conjugaison simultanée. Ce dernier groupe de formules est représenté sur la figure 1 dans le cas particulier de deux groupements vinyles fixés sur un noyau benzénique.

La méthode des paires électroniques ne se prêtant pas commodément à l'évaluation de l'action de ce nouveau facteur, nous avons cherché à déterminer son influence en calculant à l'aide de la méthode des orbites moléculaires les

---

(1) Séance du 2 février 1948.

(2) R. Daudel et A. Pullman, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 663.

(3) A. Pullman, *Annales de Chimie*, 2, 1947, p. 5.

diagrammes électroniques des diverses molécules mono- et disubstituées. La modification apportée dans le taux de la conjugaison séparée de chaque substituant par la conjugaison simultanée fournit alors des renseignements directs

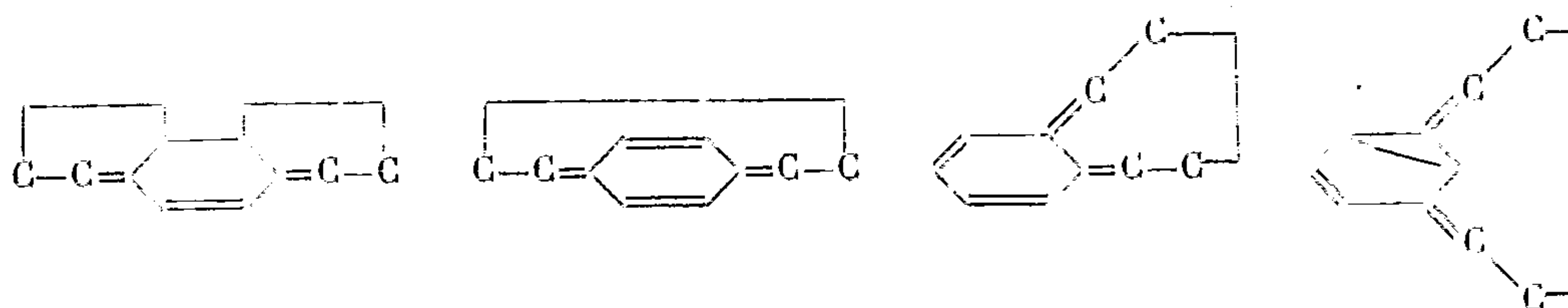


Fig. 1.

sur le rôle des formules de la figure 1. La figure 2 représente les diagrammes moléculaires du styrolène ([4]) et ceux des trois divinylbenzènes. Les grandeurs sur les liaisons indiquent les indices de liaisons et celles placées aux sommets

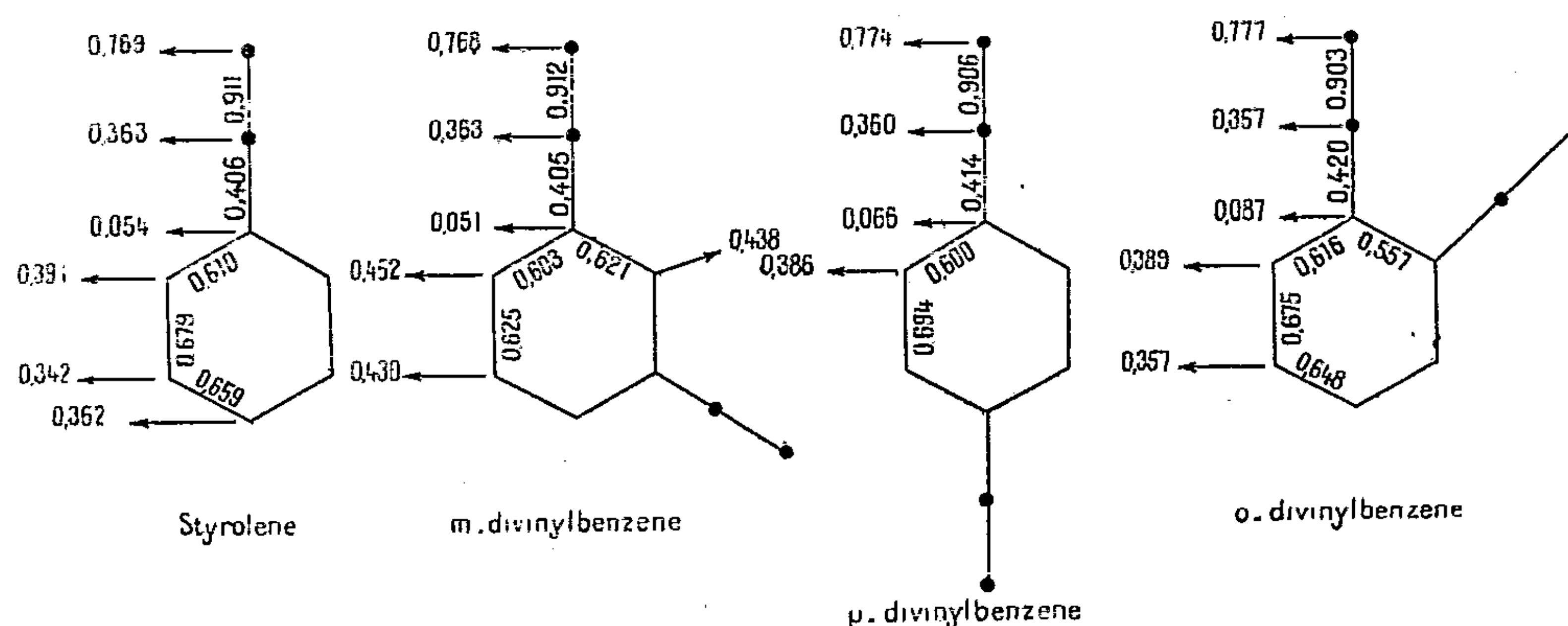


Fig. 2.

les indices de sommets selon la systématique développée par Coulson ([5]). Le taux de conjugaison des substituants peut être commodément évalué par la valeur de l'indice de la liaison *simple* extracyclique.

On constate que le taux de conjugaison d'un vinyle n'est pratiquement pas modifié par la présence d'un second vinyle en *méta*, mais qu'il est *augmenté* par celle d'un second vinyle en *para* et surtout en *ortho*. Dans les cas où la conjugaison simultanée sur un noyau benzénique n'oblige pas à tracer une liaison ineffective à l'intérieur du cycle, le rôle des formules de la figure 1 est donc *d'augmenter* la conjugaison caractéristique des substituants dans la molécule monosubstituée. De plus, *l'exaltation de la conjugaison est d'autant plus grande que le cycle correspondant à la formule représentative de la conjugaison simultanée possède une plus grande stabilité énergétique*. Ce cycle est représenté par

([4]) Construit par C.-A. Coulson (Communication privée).
([5]) *Trans. Faraday Soc.*, 42, 1946, p. 106 et 265.

deux doubles liaisons isolées dans le cas du dérivé *para* et par un système de deux doubles liaisons conjuguées dans le cas du dérivé *ortho*.

Des calculs analogues effectués pour des molécules polynucléaires et dont nous présentons ailleurs les détails ([6]) confirment ce principe. Ils indiquent toutefois que dans l'étude comparative des diverses molécules, il convient de considérer en plus les variations du contenu énergétique correspondant au passage de la forme non substituée à la forme disubstituée. Ainsi, par exemple, l'adjonction au *p*-vinylbiphényle d'un second vinyle en *p'* ne produit pas d'augmentation appréciable de la conjugaison propre de chaque substituant. Ce phénomène est dû au fait que la conjugaison simultanée n'est possible dans ce cas que par la destruction de la résonance benzénique des noyaux. Le cas des substituants polaires et des hétéroatomes est analogue à celui étudié ici et les mêmes effets paraissent y être plus prononcés.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la constante d'ionisation de quelques acides et amines cyclaniques et aromatiques.* Note de MM. **Guy Bardinet** et **Maurice Métayer**, présentée par M. Paul Pascal.

L'un de nous ([1]) a déjà signalé l'influence de la structure des diacides organiques sur la valeur de la constante d'ionisation. Nous avons étendu nos recherches à des monoacides et des amines cyclaniques dans le but de mettre en évidence l'influence de l'hydrogénation du noyau sur la mobilité des groupements ionisables. Étant donné le peu de solubilité de certaines des substances étudiées, nous avons surtout utilisé comme solvant un mélange d'eau et d'acétone à 10 % suivant une technique déjà décrite ([1]).

Préparation des produits. — L'acide cyclohexylpropionique a été obtenu par hydrogénation de l'acide cinnamique au moyen du nickel Raney.

L'acide β-(4-hydroxycyclohexyl) propionique a été obtenu de la même manière à partir de l'acide parahydroxycinnamique ([2]).

L'α-phényléthylamine a été préparée par action de la formamide sur l'acétophénone, isolement du dérivé formylé et hydrolyse de celui-ci. Son hydrogénation a donné l'α-cyclohexyléthylamine.

La β-phényléthylamine a été obtenue par hydrogénation du cyanure de benzyle suivant une méthode mise au point par l'un d'entre nous et qui conduit à des rendements sensiblement quantitatifs.

L'hordénine nous a été fournie par l'U. C. L. A. F.

L'hexahydrohordénine a été obtenue par hydrogénation au nickel Raney de l'hordénine.

([6]) G. Berthier et B. Pullman, *Bull. Soc. Chim.* (sous presse).

([1]) P. Mastagli et G. Bardinet, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 667.

([2]) P. Mastagli et M. Métayer, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1179.

Les résultats des mesures faites sur les acides sont résumés dans le tableau suivant.

Acides.	$k.10^5$ dans eau-acétone (25°).	$k.10^5$ dans eau (25°). Par nous.	Litt.
Cinnamique $C_6H_5CH{=}CHCOOH$	2,26	3,57	3,5 (3)
Dihydrocinnamique $C_6H_5CH_2CH_2COOH$	1,33	2,14	2,27 (4)
Cyclohexylpropionique $C_6H_{11}CH_2CH_2COOH$	0,88	–	1,34 (5)
Parahydroxycinnamique $OHC_6H_4CH{=}CHCOOH$	–	–	2,14 (6)
Parahydroxydihydrocinnamique $OHC_6H_4CH_2CH_2COOH$	–	–	1,73 (7)
β-(4-hydroxycyclohexyl)-propionique *trans* $OHC_6H_{11}CH_2CH_2COOH$	0,95	1,39	–

Sur ce tableau (sur lequel nous avons inscrit deux acides non étudiés par nous), on vérifie :

1° que la loi de variation de k dans le solvant utilisé est la même que dans l'eau ;

2° que la double liaison voisine de l'hydrogène mobile exalte k;

3° que l'hydrogénation de la double liaison puis celle du noyau entraîne une diminution notable de k;

4° que l'influence du groupe OH apparaît moins irrégulière.

En ce qui concerne les amines, nous avons utilisé la même technique. Toutefois, le platinage des électrodes produisant une diminution (plus ou moins sensible suivant les amines) de la résistance de l'électrolyte, par suite d'une décomposition catalytique souvent signalée (8), nous avons utilisé des électrodes de platine brillant qui nous ont donné toute satisfaction. Des précautions doivent être prises pour éviter la carbonatation. L'emploi du solvant mixte permettant de solubiliser immédiatement l'amine dans l'acétone est ici particulièrement avantageux.

Le tableau suivant résume nos résultats.

Acides.	$k.10^5$ dans eau-acétone (25°).	$k.10^5$ dans eau (25°). Par nous.	Litt.
α-Phényléthylamine $C_6H_5CH(NH_2)CH_3$	0,98	2,46	–
Cyclohexyléthylamine $C_6H_{11}CH(NH_2)CH_3$	12,8	–	–
β-Phényléthylamine $C_6H_5CH_2CH_2NH_2$	2,56	7,09	6,78 (8)
Hordénine $OHC_6H_4CH_2CH_2N(CH_3)_2$	1,03	–	–
Hexahydrohordénine $OHC_6H_{10}CH_2CH_2N(CH_3)_2$	3,08	–	–

(3) OSTWALD, *Ph. Chem.*, 3, p. 276.
(4) OSTWALD, *Ph. Chem.*, 3, p. 271.
(5) ZELINSKI et C. ISGARYSCHEV, 1, 1909, p. 532.
(6) OSTWALD, *Ph. Chem.*, 3, p. 277.
(7) OTSWALD, *Ph. Chem.*, 3, p. 273.
(8) GLASSTONE, *Electrochimie des solutions*, p. 61.
(8) *J. Am. Chem. Soc.*, 52, 1930, p. 5079.

On voit que, contrairement à ce qui se passe pour les acides, l'hydrogénation exalte notablement la conductibilité.

Ainsi se trouve vérifiée par une mesure physique l'influence de l'hydrogénation des noyaux benzéniques sur la mobilité des groupements ionisables acides ou basiques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les chaleurs d'adsorption de l'azote par le charbon actif.* Note de M. **Jean Perreu**, présentée par M. Paul Pascal.

Le dispositif décrit dans une précédente Note [1], légèrement modifié, m'a permis de mesurer, à 0° C., les chaleurs d'adsorption de l'azote, par le charbon actif de noix de coco.

1. Définitions. — A. *Concentrations.* — La concentration en gaz, de l'adsorbant, représente, soit le poids m, en milligrammes, soit le nombre c de mol/g [2] du gaz fixé sur 1^g de charbon.

B. *Chaleurs d'adsorption.* — *a. La chaleur intégrale d'adsorption,* Q_c, pour la concentration c, est le nombre de calories dégagées par l'adsorption de c mol/g de gaz sur la surface nue de 1^g de charbon. Rapportée à la molécule-gramme gazeuse, adsorbée par la quantité correspondante de charbon, soit par 1/c g de ce dernier, cette chaleur intégrale, Q'_c, a pour expression

$$Q'_c = \frac{1}{c} Q_c. \tag{1}$$

b. La chaleur différentielle d'adsorption, q_c, pour la concentration c, est l'effet thermique produit par l'adsorption d'une molécule-gramme gazeuse, par un grand excès de charbon de concentration c. On a la relation

$$q_c = \frac{dQ_c}{dc}. \tag{2}$$

2. Masse d'adsorbant employé et précision thermique dans les mesures. — J'ai employé, dans la détermination des chaleurs intégrales, de 2 à 4^g,5 de charbon actif; ce poids doit atteindre 15 à 20^g dans la mesure des chaleurs différentielles. Le diamètre du capillaire calorimétrique, gradué et calibré, étant de 0^{mm},30, l'erreur thermique absolue, dans les mesures, est inférieure à 0,015 calg/g [3], si l'on évalue le retrait mercuriel, à la loupe, au 1/10 de millimètre.

---

(1) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1157.

(2) Mol/g lire molécule-gramme.

(3) Cal/g lire calorie-gramme.

3. RÉSULTATS OBTENUS.

Concentrations		Chaleurs intégrales		Chaleurs différentielles
m.	$c.10^5$.	Q_c. cal/g	Q'_c. cal/g	q_c calculées. cal/g
0,086	0,29	0,02	6900	6900 (mesurée)
0,54	1,93	0,13	6730	6730
1,24	4,40	0,23	4620	4620 (calculée)
2,34	8,36	0,38	4550	–
3,02	10,8	0,50	4630	–
3,99	14,25	0,65	4560	4620 (calculée)
5,80	20,70	0,96	4640	4630
6,55	23,40	1,07	4580	4630
8,54	30,49	1,41	4630	4630
9,46	33,79	1,56	4620	4630
$9,86_5$	35,23	1,64	4660	4620
10,83	38,70	1,80	4650	4630
12,53	44,75	2,07	4620	4630
13,79	49,25	2,28	4630	4630
14,32	51,15	2,37	4630	4630
$15,35_6$	54,84	2,54	4630	4630
$16,41_5$	58,63	2,73	4660	4630

4. CONCLUSION. — Pour des concentrations c supérieures à 5.10^{-5} mol/g environ, la fonction $Q_c = f(c)$ est convenablement exprimée par la relation empirique

$$Q_c = 4660 \times c^{1,001} \tag{3}$$

et la courbe représentative est très sensiblement rectiligne. Dans ces conditions, Q'_c a pour expression

$$Q'_c = 4660 \times c^{10^{-3}}, \tag{4}$$

aux concentrations plus faibles, ces deux formules donnent des nombres inférieurs aux résultats expérimentaux.

Les chaleurs différentielles d'adsorption q_c, pour les valeurs de c supérieures à 4×10^{-5} mol/g, ont été calculées à partir de l'équation

$$q_c = \frac{dQ_c}{dc} = 4660 \times 1,001 \times c^{10^{-3}}. \tag{5}$$

Elles sont sensiblement constantes, comme l'indique l'allure rectiligne du graphique $Q_c = f(c)$, et voisines de 4630 cal/g. Les mesures effectuées aux faibles concentrations donnent des nombres plus élevés.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude de la précipitation de sels de métaux lourds par la méthode électrométrique.* Note (¹) de Mlle **Marguerite Quintin**, présentée par M. Louis Hackspill.

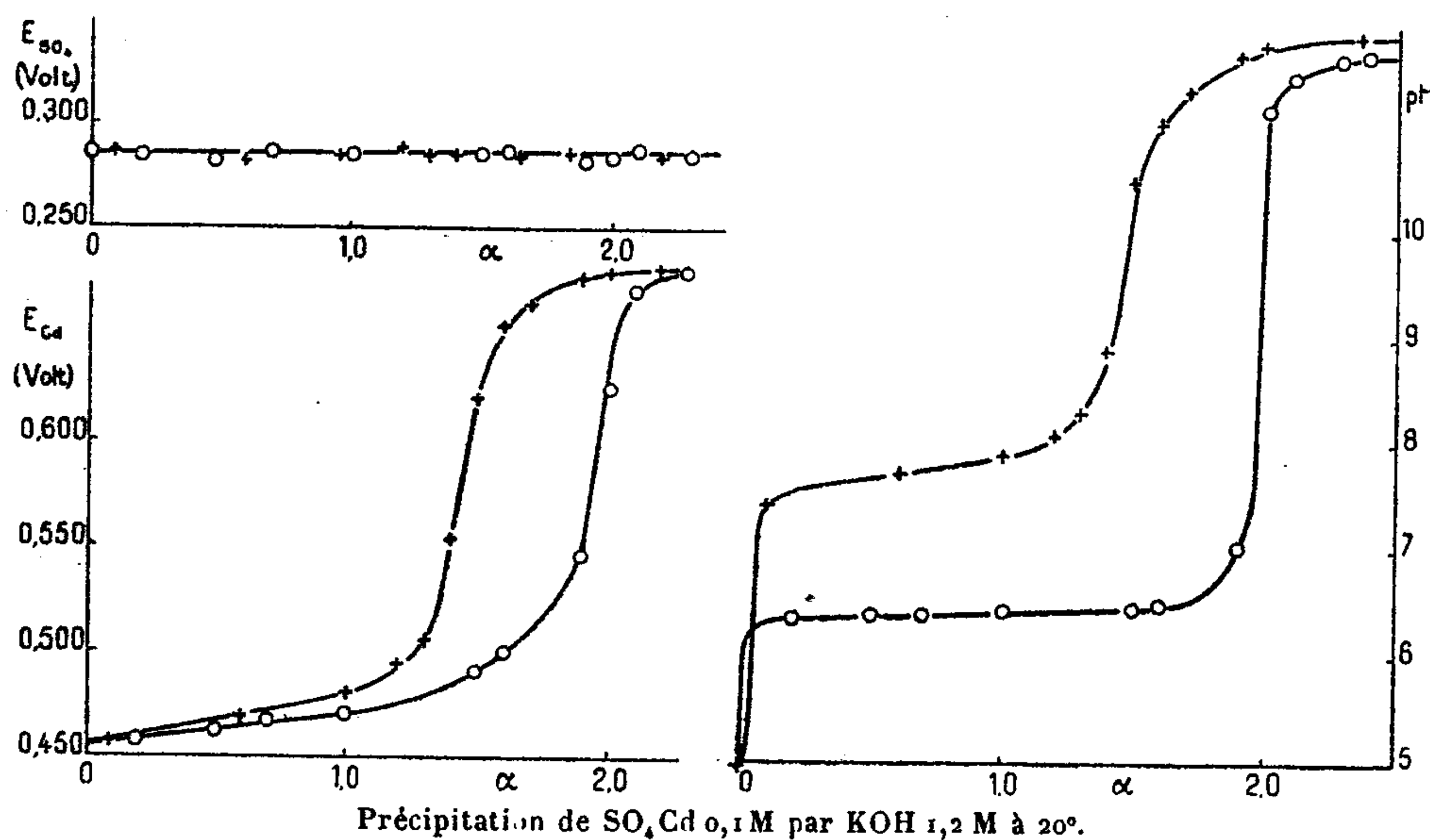
La plupart des études faites sur la précipitation des sels de métaux lourds sont basées sur des mesures de pH, à partir desquelles il est hasardeux de déduire une formule contenant plusieurs variables.

Le seul moyen d'analyser complètement le phénomène est, lorsque cela est possible, de suivre séparément, au cours du titrage, chacun des ions consécutifs de la solution. Cette méthode a été appliquée à la précipitation de SO_4Cd par KOH.

L'activité des ions en solution est mesurée par la méthode potentiométrique, à l'aide, pour les ions H^+, d'une électrode de verre soigneusement étalonnée; pour les ions Cd^{++}, d'un amalgame de cadmium deux phases (12 % Cd); enfin (²) enfin pour les ions SO_4^{--}, d'une électrode $SO_4Pb/PbHg$ (3 % Pb).

La précipitation est effectuée de deux façons différentes :

A. Les additions de base sont faites successivement toutes les 10 minutes. La mesure est faite en présence de précipité; le potentiel de chaque électrode étant constant, chaque point semble se rapporter à un état d'équilibre (courbes I).



Précipitation de SO_4Cd 0,1 M par KOH 1,2 M à 20°.
I. Titrages rapides et indépendants (mode de précipitation A).
II. Titrages simultanés et à l'équilibre (mode de précipitation B temps de contact des réactifs 4 mois).

B. La solution initiale est répartie par volumes égaux dans un certain nombre

(¹) Séance du 26 janvier 1948.
(²) Mlle Quintin, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 743

de flacons, une addition différente de potasse dans chacun d'eux permet de réaliser toute la gamme des valeurs de $\alpha = b/a$ [$b = (OH^-)$ ajouté, $a = (Cd^{++})$ initial]. Au bout d'un même temps t le précipité est éliminé par filtration, et c'est sur la même liqueur que sont mesurées les activités des ions. Les courbes II de la figure 1 se rapportent à un temps de contact $t = 4$ mois pour chaque point.

Les courbes de la figure établissent les faits suivants :

1° l'influence du temps de contact t est prépondérante; plus t est grand, à valeur de α constante, plus la solution surnageant le précipité est acide et moins celui-ci contient de Cd;

2° quel que soit t, le potentiel E_{SO_4} restant constant pendant toute la précipitation, l'activité des ions SO_4^{--} dans la solution, et par conséquent leur concentration, ne varie pas. Il n'y a donc pas de groupement SO_4 à l'état combiné dans le précipité. Ce qui est en contradiction avec l'hypothèse d'un sel basique;

3° dans une précipitation rapide, les courbes pH et E_{Cd} présentent un point d'inflexion, correspondant à la précipitation totale, pour une même valeur de α très nettement inférieure à 2 (de l'ordre de 1,46 pour $t = 10$ minutes). Ce n'est donc pas l'hydroxyde $Cd(OH)_2$ qui se forme;

4° à l'équilibre, la fin de la précipitation a lieu pour une valeur de α très voisine de 2, c'est-à-dire à l'état de $Cd(OH)_2$, mais pour les valeurs de $\alpha < 2$, ce n'est pas cet hydroxyde qui se forme. En effet, connaissant le coefficient d'activité f_{OH}, le pH donne (OH^-) combiné $= b - (OH)$. D'autre part, en tenant compte du coefficient d'activité f_{Cd}, le potentiel de l'électrode Cd — Hg donne (Cd^{++}) combiné $= a - (Cd^{++})$.

En désignant par n le rapport (Cd^{++}) combiné/(OH^-) combiné, le tableau ci-dessous donne les résultats obtenus (courbes II). Il montre que jusqu'à $\alpha = 1,4$ il y a formation d'un composé apparemment défini qui évolue à partir de cette valeur pour atteindre la composition $Cd(OH)_2$ lorsque la potasse est en excès.

α.	f_{Cd}.	$(Cd^{++})\frac{f_a}{f_a}$.	(Cd^{++}).	n.
0	0,137	0,1	0,1	–
0,2	0,138	0,086	0,0866	0,67
0,4	0,140	0,072	0,0736	0,66
0,6	0,141	0,058	0,0597	0,67
0,8	0,143	0,044	0,0459	0,67
1,0	0,145	0,030	0,0316	0,68
1,2	0,147	0,016	0,0172	0,69
1,4	0,149	0,007	0,0076	0,66
1,6	0,151	0,002	0,0022	0,61
1,8	0,154	0,0008	0,0009	0,55
2,0	0,156	0,0000	0,0000	0,50

En résumé, l'étude électrométrique de la précipitation, conduite en suivant

sur une même solution l'évolution de tous les ions de celle-ci permet d'affirmer que, dans le cas de SO_4Cd, le précipité formé ne contient pas d'anions SO_4^{--}, mais outre les molécules H_2O, uniquement Cd^{++} et OH^- dans un rapport différent de celui correspondant à l'hydroxyde.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Étude magnéto-chimique des chlorostannites de potassium.* Note [1] de M. **Edmond Grillot**, présentée par M. Paul Pascal.

L'étude de la formation et de la décomposition des chlorostannites de potassium m'a récemment amené [2] à remettre en question l'hypothèse généralement admise suivant laquelle le chlorure stanneux Cl_2Sn et les ions chlorostanneux $[SnCl_3]^-$, $[SnCl_4]^{--}$ et $[SnCl_6]^{----}$ marquent les étapes successives par lesquelles l'atome d'étain divalent tend à compléter sa coordinance lorsqu'il se trouve en présence d'une quantité progressivement croissante d'ions chlore.

La mesure de la susceptibilité diamagnétique de ces composés confirme l'étude purement chimique : elle montre que les hydrates du chlorure stanneux et des chlorostannites alcalins ne sont pas de simples associations moléculaires d'eau et de sels. Partant d'observations relatives aux composés polyhalogénés du carbone [3], du bore, de l'antimoine et du silicium [4], P. Pascal a en effet démontré que l'accumulation autour d'un atome central d'un nombre croissant d'atomes ou de radicaux volumineux s'accompagne d'une dépréciation diamagnétique chaque fois que le calcul permet de prévoir l'interpénétration de leurs nuages électroniques et plus fréquemment encore par suite de la déformabilité éventuelle de l'atome central lui-même. Il en résulte que le passage de l'un des termes d'une telle série au suivant doit entraîner une variation de susceptibilité magnétique molaire au plus égale à celle calculée par application de la règle d'additivité et qu'une exaltation du magnétisme est exclue.

C'est cependant une telle exaltation qui se manifeste lorsque l'on passe du chlorure stanneux anhydre au trichlorostannite de potassium (considéré comme le monohydrate de $SnCl_3K$), puis au tétrachlorostannite de potassium anhydre $SnCl_4K_2$. Les mesures à 0,5 % près des susceptibilités diamagnétiques de ces composés et de ClK, dont les résultats sont consignés dans les colonnes 3 (susceptibilité spécifique χ_s) et 4 (susceptibilité molaire χ_M) du tableau ci-joint montrent en effet que les valeurs observées sont notablement supérieures à celles calculées (1re manière) en additionnant les susceptibilités

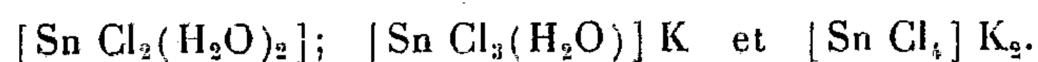
---

[1] Séance du 26 janvier 1948.
[2] *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 79-80.
[3] *Comptes rendus*, **217**, 1943, p. 657-660.
[4] *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 57-59.

Composés étudiés.	Formule brute.	$-10^6\chi_s$.	$-10^6\chi_M$.	$-10^6\chi_M$ calculée. 1re manière.	2e manière.
Chlorure de potassium..........	ClK	0,515	38,4 (5)	–	–
» stanneux anhydre......	Cl_2Sn	0,338 (6)	64,1	–	–
» » hydraté.....	$Cl_2Sn, 2H_2O$	0,406	91,4	90,0	–
Trichlorostannite de potassium..	$SnCl_3K, H_2O$	0,414	116,8	115,4	116,8
Tétrachlorostannite de potassium anhydre....................	$SnCl_4K_2$	0,422	143,0	140,9	142,3

molaires du chlorure stanneux anhydre, de l'eau ($-12,96.10^{-6}$) et du chlorure de potassium.

Si l'on admet au contraire que les chlorostannites de potassium $SnCl_3K, H_2O$ et $SnCl_4K_2$ résultent de la substitution de chacune des deux molécules d'eau du chlorure stanneux hydraté par du chlorure de potassium, on constate que la règle d'additivité des susceptibilités diamagnétiques molaires est vérifiée (2e manière). La liaison hétéropolaire entre le potassium et le reste de la molécule étant conservée, il s'ensuit que cette substitution ne semble pas modifier notablement l'allure générale de la constitution moléculaire, la coordinance de l'étain restant égale à quatre dans ces trois composés :


$[SnCl_2(H_2O)_2]$; $[SnCl_3(H_2O)]K$ et $[SnCl_4]K_2$.

Cette manière de voir qui rend compte de la difficulté de déshydratation du chlorure stanneux, aussi bien que de la faible électroconductibilité de ses solutions aqueuses (7) et de sa très grande solubilité dans certains solvants organiques, se trouve confirmée par la mesure de la susceptibilité diamagnétique spécifique :

1° de solutions aqueuses concentrées de chlorure stanneux qui indiquent la conservation du complexe dihydraté;

2° de mélanges en toutes proportions de solutions concentrées équimoléculaires de chlorure de potassium, dans lesquels cette grandeur apparaît comme une fonction linéaire de la proportion de l'un des sels du mélange.

La règle d'additivité des susceptibilités magnétiques n'est par contre plus vérifiée lorsque l'on passe du tétrachlorostannite de potassium anhydre $[SnCl_4]K_2$ au dihydro-tétrachlorostannite de potassium. $[SnCl_4(H_2O)_2]K_2$: la susceptibilité molaire de ce dernier est en effet de $-159,2.10^{-6}$. La dépréciation

(5) En accord avec la valeur donnée par P. Pascal (*Comptes rendus*, 218, 1944, p. 175-177).

(6) Peu différent de la valeur $-0,334.10^{-6}$ proposée par Mayer (*Wied. Ann.*, 69, 1899, p. 242).

(7) Comme il résulte de l'extrapolation des valeurs de conductibilité électrique de solutions de chlorure stanneux et d'acide chlorhydrique trouvées par Young (*J. Am. Chem. Soc.*, 23, 1901, p. 21-39).

magnétique de $9,6.10^{-6}$ qui accompagne l'accroissement de la coordinance de l'étain est en plein accord avec la théorie de Pascal.

Quant au chlorostannite de potassium de formule brute $SnCl_3K_2, 3H_2O$, sa susceptibilité diamagnétique molaire ne diffère de celle du précédent que de $13,2.10^{-6}$, ce qui confirme l'hypothèse suivant laquelle il s'en distinguerait par une molécule d'eau insérée dans la maille cristalline.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Influence de l'orientation des contours de grains de l'aluminium de haute pureté sur leur attaque par l'acide chlorhydrique.* Note [1] de MM. NICOLAS YANNAQUIS et PAUL LACOMBE, présentée par M. Albert Portevin.

Une étude antérieure [2] sur l'attaque intergranulaire de l'aluminium de haute pureté par l'acide chlorhydrique nous a montré que la vitesse d'attaque des contours de grains était beaucoup plus influencée par l'orientation relative des cristaux contigus que par les impuretés du métal. Dans ce travail, nous voulons préciser l'influence du facteur cristallographique et en particulier celle de l'orientation du contour lui-même par rapport aux cristaux qu'il délimite.

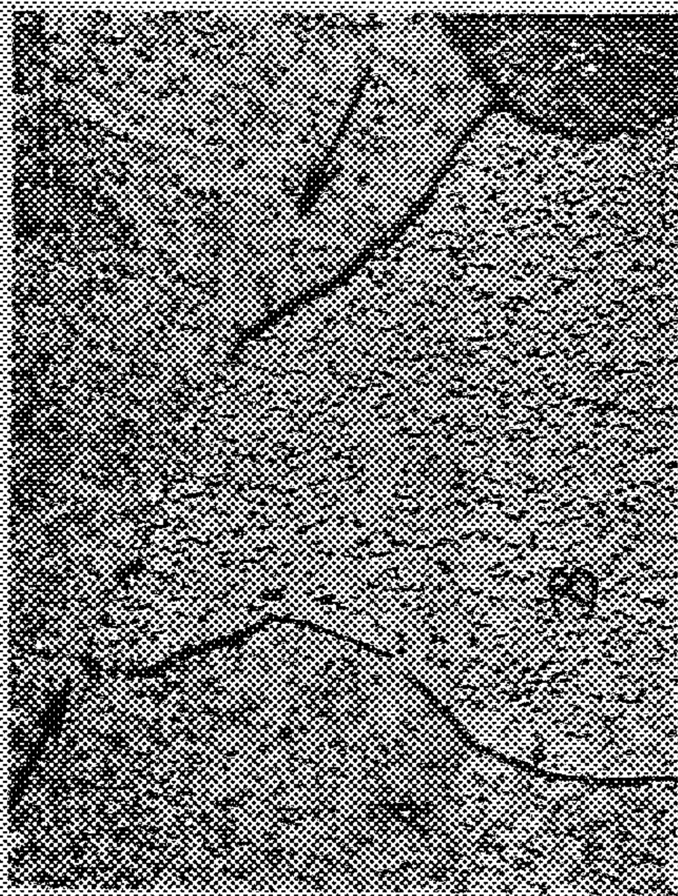


Fig. 1. — Comparaison de l'attaque des contours curviligne et rectiligne (indiqué par des flèches) séparant deux cristaux A et B en position de macle. G = 10.



Fig. 2. — Attaque intergranulaire aux discontinuités présentées par un joint droit de macle. G = 10.

Nous avons observé en effet, que dans le cas des cristaux en position de macle, seule la partie rectiligne du contour correspondant à la trace du

(1) Séance du 2 février 1947.

(2) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 921.

plan (111) d'accolement de la macle reste inattaquée quelles que soient la durée de l'attaque et la concentration du réactif. Au contraire, les parties curvilignes des contours, limitant par exemple les cristaux maclés de stimulation ([3]), subissent l'attaque intergranulaire. Ainsi la figure 1 représente deux cristaux en position de macle dont la seule partie curviligne de leur contour est attaquée, cependant que la partie rectiligne, trace du plan (111) de macle, est inattaquée. De même, il est fréquent que les contours droits de macle présentent des discontinuités successives en gradins (*fig.* 2). Dans ce cas aussi, ces portions de contour, d'orientation différente de celle de la trace du plan (111), sont fortement attaquées.



Fig. 3. — Absence d'attaque en deux régions du contour de direction moyenne identique (parallèle à la flèche). G = 10.

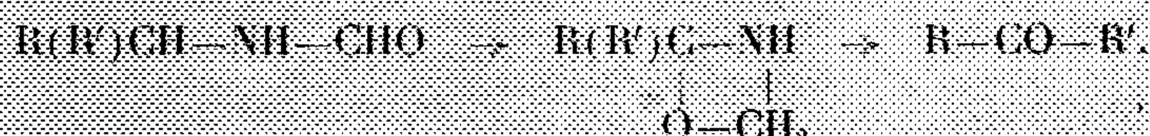
De plus, nous avons observé une différence appréciable de la vitesse de l'attaque au long d'un même contour sinueux (*fig.* 3) séparant deux cristaux d'orientation relative quelconque. Il est remarquable que les régions inattaquées correspondent à une même direction moyenne du contour. Cette différence de vitesse d'attaque n'est d'ailleurs observable qu'au début de l'immersion dans l'acide. En la prolongeant, l'attaque se généralise à tout le contour, alors que la résistance des joints rectilignes de macle et de ceux limitant des cristaux d'orientation voisine est permanente, quelles que soient la durée et la concentration du réactif.

Ces faits démontrent que l'orientation relative des cristaux contigus n'est pas une condition suffisante à la résistance à l'attaque de leur joint. Il est de plus nécessaire que le contour de grains possède par rapport aux deux réseaux voisins une orientation définie. Ces observations peuvent être interprétées comme argument supplémentaire à l'hypothèse de l'existence des lacunes dans le contour dues aux difficultés de raccordement des réseaux contigus.

([3]) W. Burgers et W. May, *Rec. Trav. Chim. Pays-Bas*, 64, 1945, p. 5.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une nouvelle méthode de synthèse des aldéhydes et des cétones.* Note (¹) de M. MAURICE MÉTAYER, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Récemment j'ai indiqué dans une Note (²) que certains formamides de type R(R')CH—NH—CHO donnaient, lorsqu'ils étaient chauffés avec du nickel Raney, des cétones



Nous avons étendu la réaction à un grand nombre d'amines formylées. Nous avons établi que le facteur essentiel de la réaction est le degré de substitution du carbone portant l'azote.

A. Si ce carbone est monosubstitué R—CH_2—NH—CHO, on obtient un aldéhyde.

Ainsi 5ᵍ de N-formylstéaramine (F 59°) donnent 1ᵍ,5 de stéaraldéhyde (F 63°), 5ᵍ de N-formyl benzylamine donnent 1ᵍ de benzaldéhyde, 8ᵍ de N-formylpara-isopropylbenzylamine donnent 1ᵍ de cuminaldéhyde, 7ᵍ de N-formylpara-méthylbenzylamine donnent environ 1ᵍ d'aldéhyde paratoluique.

B. Si ce carbone est disubstitué R(R')CH—NH—CHO, on obtient une cétone.

Nous avons obtenu les résultats suivants :

Corps de départ.	Corps obtenu.
5ᵍ N-formyl amino 2-undécane	1ᵍ,5 de méthylnonylcétone
10ᵍ N formyl α-phényléthyl amine	1ᵍ,5 d'acétophénone
5ᵍ N-formyl α-cyclohexyléthylamine	1ᵍ de méthylcyclohexylcétone
8ᵍ N-formyl N-méthyl amino 2-undécane	0ᵍ,3 de méthylnonylcétone

Nous remarquerons que le rendement en dérivés carbonylés diminue avec la substitution à l'azote; nous préciserons prochainement ce point.

C. Si ce carbone est trisubstitué : R(R')(R'')C.NH.CHO, on régénère l'amine par coupure du groupement formylé, le rendement de l'opération est voisin et même souvent supérieur à 70 %.

Le formanilide donne l'aniline, le N-formyl *para*-toluidide donne le *para*-toluidide, le N-formyl *ortho*-toluidide donne l'*ortho*-toluidide, le N-formyl *para*-phénétidine donne la *para*-phénétidine.

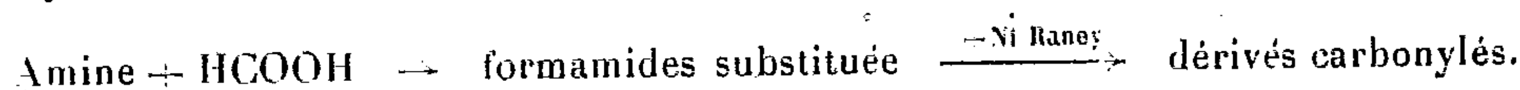
D. Si l'azote est engagé dans un cycle, il n'y a pas ouverture du cycle comme on aurait pu prévoir, il y a simplement coupure du groupe formylé, et régénération de l'amine.

(¹) Séance du 26 janvier 1948.

(²) M. MÉTAYER et P. MASTAGLI, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 635.

Ainsi la N-formylpipéridine donne la pipéridine et la N-formyltétrahydroquinoléine donne la tétrahydroquinoléine.

Ainsi, ces divers résultats permettent de donner une nouvelle synthèse des aldéhydes et des cétones à partir des amines par la chaîne de réaction suivante :



La formylation de l'amine se fait très facilement, on mélange dans le ballon l'amine avec un léger excès d'acide formique, on chauffe un quart d'heure à douce ébullition, on distille sous vide le dérivé formylé obtenu; si ce dernier a un point d'ébullition trop élevé, on peut mettre le mélange à la glacière et on laisse le dérivé formylé cristalliser.

Si l'on dispose du chlorhydrate de l'amine, on chauffe ce dernier à l'ébullition avec la quantité théorique de formiate de sodium et 10 % de son poids d'acide formique. Au bout d'une demi-heure la réaction est terminée; on opère comme précédemment. Dans la plupart des cas les rendements varient de 80 à 100 %.

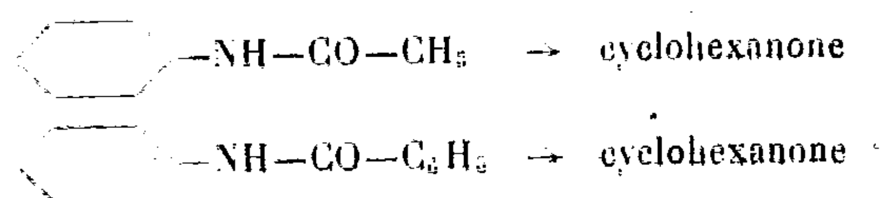
De plus, nous avons trouvé qu'un formamide substitué chauffé avec du nickel Raney perd son groupe formyle par coupure, à 180-190°.

Ce résultat a été signalé par divers auteurs, lors de tentatives d'hydrogénation de ces composés ([3]). Mailhe a eu des résultats analogues en traitant les N-formylanilines par le nickel réduit à 400° ([4]).

Par contre, un formamide substitué chauffé avec du nickel Raney, au-dessus de 190°, donne un aldéhyde ou une cétone ou une amine suivant que le carbone portant l'azote est primaire, secondaire ou tertiaire.

Nous avons étendu la réaction précédente aux amides, nous avons obtenu les résultats suivants :

a. Le carbone est bi-substitué : la réaction s'effectue avec de mauvais rendements :



b. Le carbone est trisubstitué : la réaction ne s'effectue pas.

Nous avons considérablement amélioré les rendements de notre réaction en opérant sous pression de gaz inerte, c'est ainsi que par exemple le N-méthyl N-formylamino 2 undécane, qui ne donne la méthylnonylcétone qu'avec un rendement de quelques pour 100 à la pression atmosphérique, donne dans les mêmes conditions sous pression de gaz inerte 50 % de méthylnonylcétone. Des essais sont en cours en vue d'améliorer ces rendements.

([3]) A. Wilbur, et C. Lazier, 346, 1934, p. 159.

([4]) Mailhe, *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 689.

En résumé, nous avons réussi à trouver une nouvelle méthode de synthèse des aldéhydes et des cétones; de plus notre réaction peut avoir un caractère analytique, car elle permet de savoir le degré de substitution du carbone portant l'azote. On formyle à l'azote, on traite par le nickel Raney : si l'on obtient un aldéhyde, l'amine est de la forme $R—CH_2NH_2$; si l'on obtient une cétone, l'amine est de la forme $R(R')CH—NH_2$; si l'on obtient une amine, l'amine est de la forme $R(R')R''—C—NH_2$, ou l'azote est dans un cycle.

La réaction s'applique aux amines primaires et aux amines secondaires.

GÉOLOGIE. — *Extension des phénomènes migmatitiques dans le socle cristallin de Madagascar.* Note de MM. **Raoul Giret**, **Pierre Legoux** et **Alphonse Obermuller**, présentée par M. Charles Jacob.

Au cours d'une tournée commune ayant couvert rapidement de grandes surfaces du socle cristallin de Madagascar, nous avons été frappés par la très grande extension et la diversité des *faciès migmatitiques* présentés par les terrains qui le constituent. A notre connaissance, cette particularité n'avait pas été notée au cours des travaux antérieurs. Les coupures au 1/200000ᵉ publiées sont principalement des esquisses pétrographiques; les très remarquables cartes au 1/500000ᵉ de l'extrême Sud et du Sud-Sud-Est dressées et publiées récemment par H. Besairie constituent le premier essai de cartographie zonéographique. Dans les unes comme les autres, le classement des faciès reste principalement minéralogique et ne tient pas, à notre sens, un compte suffisant des phénomènes d'injection, de pegmatitisation et de granitisation.

Le faciès le plus fréquent, rencontré sur de très grandes étendues, est un gneiss d'injection rubané tranquille. La trame est fréquemment un gneiss à amphibole fin injecté lit par lit de roches hololeucocrates jouant un rôle d'ichor. Des pegmatites tardives, coupant le tout à bords francs, sont fréquentes. Si l'on examine des affleurements de dimensions restreintes, le gneiss à amphibole apparaît, tantôt comme étant la roche essentielle injectée de pegmatites, tantôt comme formant des enclaves d'aspect varié, généralement allongées dans une roche très leucocrate. Seuls, de grands affleurements, tels que ceux qui apparaissent dans les grands radiers du Sud de l'Ile, permettent une vue d'ensemble satisfaisante.

Au radier de la Menarandra, sur la route d'Ampanihy à Tranoroa, des gneiss à amphibole sont injectés de 2 pegmatites d'âges différents affectées de plis ptygmatiques. Au radier de la Manakaravavy de la route d'Edjeda à Ampanihy, les aspects sont comparables; de plus, la localisation des grenats semble indiquer que leur origine est liée à l'une de ces venues pegmatiques. Sur un radier de la route de Betroka à Fort-Dauphin, au Sud de l'embranchement d'Isoanala, un gneiss leucocrate possède des enclaves fusiformes de pyroxénite. Une pyroxénite feldspathique et du gneiss à pyroxène forment un

faciès de bordure des enclaves, surtout développé aux extrémités de celles-ci et passant, par endroits, à des nébuleuses. L'examen détaillé d'affleurements de ce type fournit de précieuses indications pour la compréhension des gisements de phlogopite, au contact desquels la présence de pegmatites ou de dissogénites est très fréquente.

Ces gneiss sont incontestablement des *migmatites*. La digestion plus ou moins poussée des enclaves et le rubanement de la roche les classent, suivant la terminologie de MM. J. Jung et M. Roques, dans les *embréchites*. Quelquefois le réseau des pegmatites ou aplites d'injection dans les mailles duquel on reconnaît facilement la roche originelle rapproche ces roches des *diadysites*, ce qui conduit à considérer bon nombre de ces faciès comme des embréchites supérieures.

Les gisements de graphite, soit au Sud de Tamatave, soit sur les Plateaux, sont souvent des embréchites à graphite, ce minéral étant développé soit dans les lits mélanocrates (Sahanavo, Ampitabe), soit dans les septa (Antsiriribe, Ambatoafe).

Par ailleurs, la route d'Antsirabé à Ambositra traverse au Sud de Kianja un massif indiqué comme granite porphyroïde sur la Feuille d'Ambositra, en réalité roche formée de porphyroblastes ovoïdes de microcline (2 à 4^{cm}), dans un fond granoblastique de quartz, feldspath et amphibole. Localement la structure œillée passe à la stucture rubanée. Ces roches sont analogues aux *embréchites œillées* de MM. Jung et M. Roques.

Dans les environs immédiats de Tananarive, une carrière montre un granite à orientation tourbillonnaire des éléments noirs, avec un aspect peigné retrouvé fréquemment dans le *granite de Tananarive*. Dans le complexe gneissogranitique sur lequel la ville est bâtie, on voit dans de nombreuses carrières toutes les transitions de gneiss à enclaves mélanocrates au granite, ce qui conduit à le considérer comme un complexe anatexique de petites dimensions comprenant des *anatexites* et des *granites d'anatexie*. Les pegmatites à contours diffus sont fréquentes dans ce granite. A Andramasina un petit massif de granite d'anatexie, avec pegmatites diffuses, passe également de façon insensible sur ses bords à des embréchites.

Beaucoup de granites sont franchement intrusifs. Sur la route d'Antsirabé à Ambositra, on peut voir, au kilomètre 258, un granite monzonitique à enclaves mélanocrates de toutes formes. De même au kilomètre 112 de la route d'Ivato à Malaimbandy, un granite franchement intrusif dans la série des schistes et quartzites montre en bordure des enclaves, les unes vertes schisteuses et les autres quartzitiques. Ces granites à enclaves sont très fréquents.

Au kilomètre 460 de la route du Sud, dans la descente sur Ambalavao, il semble que l'on soit dans une zone de trituration avec amygdales leuco et mélanocrates et rubéfaction intense. Nous serions en présence d'une zone NS

de *mylonites*. La recherche de telles zones peut permettre de séparer de grands ensembles.

A la suite de ces observations, il semble qu'une étude systématique de ces phénomènes devient nécessaire, allant de l'analyse détaillée des affleurements caractéristiques à de grandes synthèses régionales.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Sur l'origine des Portes de Fer danubiennes.* Note (1) de M. ROBERT FICHEUX et Mlle GENEVIÈVE VERGEZ-TRICOM, présentée par M. Emmanuel de Martonne.

L'évolution morphologique de l'Europe Centrale dépend en grande partie de la percée danubienne des Portes de Fer à travers les Carpates. Or l'origine de cette trouée héroïque, longue de 130km, n'a pas encore été élucidée de manière satisfaisante.

Les géologues admettent l'existence jusqu'au pontien d'un détroit marin dont les trois bassins mio-pliocènes de Lupcova, de Milanovats et d'Orsova-Bahna sont les témoins. Les géographes sont plus divisés sur l'origine de la percée fluviale. Vallée de fracture ? Fleuve né du déversement dans le lac gétique d'eaux pannoniennes dont le niveau se serait élevé ? Vallée de capture au profit d'une rivière valaque et aux dépens d'un tributaire du bassin pannonique ? (2). Pour Cvijic (3), le Danube a suivi le détroit marin et s'est seulement encaissé sur place à la faveur de soulèvements, *déformations en forme de rides* que les plus hautes terrasses du fleuve ont enregistrées.

La clé du problème est bien en effet dans la reconstitution la plus précise possible et dans l'interprétation des anciens thalwegs danubiens. En dépit de points de repère précis, un tel travail prête aisément à discussion ; à plus forte raison les graphiques, d'échelle vraiment trop réduite, du savant serbe n'emportent-ils pas la conviction. C'est en utilisant les données chiffrées de Cvijic, les nombreux profils établis sur le terrain et d'après la carte par Mlle Vergez-Tricom et des observations poussées jusqu'au Bihor (Ficheux) qu'on a pu revenir sur l'interprétation du savant serbe, reconstituer au-dessus du Danube transcarpatique deux séries de thalwegs et par là envisager sous un jour nouveau la genèse des Portes de Fer.

Sur le versant valaque la vallée danubienne actuelle présente, entre 500 et 35-40m, douze thalwegs étagés, étapes successives du creusement. Les six thalwegs supérieurs prouvent qu'une rivière valaque a, par érosion régressive et capture latérale, détourné vers l'Est les tributaires des bassins d'Orsova-

(1) Séance du 2 février 1948.

(2) Sur ces diverses hypothèses, voir E. DE MARTONNE, *Bull. Soc. Géol. de France*, 4e série, 1903, p. 133 ; 4, 1904, p. 108 ; 5, 1905, p. 108 ; et *Rev. de Géogr.*, 1, 1906-1907, p. 274 ; GH. VÂLSAN, *Bul. Soc. Reg. Rom. Géogr.*, 37, Bucarest, 1906, p. 133.

(3) *Peterm. Mitt. Ergängsheft*, 160, 1908, p. 64.

Bahna d'abord, de Milanovats ensuite (dont la Porecka); que, poussant sa tête conquérante sur le tracé de l'ancien détroit, il a attiré les eaux de la Serina et de la Berzasca, affluents du golfe de Lupcova et du lac pannonique. Des influences locales, tectoniques et lithologiques (comme la traversée des Cazane calcaires) l'ont aidé dans son travail.

Cette série de captures s'est réalisée pendant le pléistocène. Les six thalwegs n'apparaissent pas déformés dans la traversée même des Carpates, mais seulement sur les bords; à l'Est surtout les terrasses s'inclinent rapidement et disparaissent sous un remblaiement qu'on peut évaluer à une centaine de mètres au moins. Le fait qu'elles subissent toutes la même déformation témoigne d'un seul mouvement général d'exhaussement des Carpates ou d'affaissement des zones bordières. Ce mouvement est à coup sûr quaternaire, contemporain sans doute des premières morsures glaciaires des Carpates méridionales dont M. de Martonne a dessiné les premiers levés précis.

Au-dessous de ces six premiers thalwegs, s'étage une seconde génération de six thalwegs plus récents, qui, franchissant les Carpates, ont remonté jusqu'au bassin pannonique. Y trouvèrent-ils un lac résiduel ou déjà une plaine exondée et dans ce dernier cas peut-on savoir à quelle altitude s'est effectué l'assèchement du lac pannonique, au moins sur sa bordure montagneuse orientale? Les profils du Danube et des observations faites dans le Banat et le Bihor [1] permettent de déduire que le Danube conquérant a atteint la dépression pannonique, encore occupée par un lac, à l'altitude de 260^{m}; qu'il lui a servi d'émissaire et que, par érosion régressive, il en a abaissé le niveau à 250 et jusqu'à 210^{m}.

C'est vers 200-190^{m} que la benne lacustre a dû être exondée. Le haut bassin danubien s'est alors étalé dans la plaine qu'il a drainée et dont il a entrepris la dissection. Toutes les terrasses comprises entre 190 et 80^{m} (altitude actuelle du Danube à l'entrée des Portes de Fer) sont inclinées suivant le cours du fleuve actuel. C'est donc un déblaiement d'une centaine de mètres que le Danube et ses affluents ont opéré aux dépens des deltas et cônes de déjection formés auparavant sur la zone littorale. Au cours de ce travail, le Danube a de-ci de-là exhumé de petites surfaces nivelées fossiles, disloquées et inclinées vers l'Ouest. Il étendait encore son bassin en capturant près de Bazias la Nera et le Caras.

Bref, dans la genèse des Portes de Fer, on peut attribuer le rôle primordial à l'érosion régressive et aux captures. Ces dernières sont fort récentes et les douze thalwegs étagés du Danube aux Portes de Fer établissent désormais entre les deux bassins hongrois et roumain une uniforme chronologie des terrasses et cycles d'érosion entre 35 et 500^{m} d'altitude.

---

(1) R. Ficheux, *Bul. Ass. des Géogr. français*, 23-24, 1928, p. 34.

MÉTÉOROLOGIE. — *Noyaux de condensation et pluie artificielle.* Note de M. **Henri Dessens**, présentée par M. Charles Maurain.

D'après les dernières expériences de I. Langmuir, la précipitation artificielle des nuages sous forme de pluie serait réalisable même avec des températures supérieures à 0°C., c'est-à-dire avec des nuages de gouttelettes non surfondues. Il n'est pas question, dans ce cas, de dépôt de glace sur des noyaux de sublimation, mais on s'est demandé quels sont les noyaux de condensation qui seraient le plus susceptibles de provoquer la formation de gouttes assez grosses pour précipiter. On a eu recours aux substances qui, sèches ou en solution concentrée, sont très hygroscopiques; c'est ainsi que le chlorure de calcium pulvérisé a été utilisé pour la précipitation des brouillards naturels.

Il est cependant facile de montrer qu'une autre règle doit suggérer le choix des substances à utiliser. Pour qu'une goutte de brouillard ou de nuage grossisse aux dépens des autres, il faut que sa tension de vapeur soit inférieure à celle des gouttes voisines : ceci se produit si la goutte est plus grosse que ses voisines (effet de la tension superficielle) ou si l'abaissement de tension de vapeur dû aux substances dissoutes est plus grand que pour les gouttes voisines. Il y a alors transport d'eau, par l'intermédiaire de la vapeur, des gouttes voisines sur la goutte qui grossit.

Si par exemple on pulvérise à l'intérieur d'un nuage ou d'un brouillard une solution saturée de chlorure de sodium, les gouttelettes grossissent rapidement; la solution se dilue, et le rayon maximum de la goutte dépend des propriétés de la solution diluée et non de celles de la solution saturée : la précipitation de la goutte est donc un phénomène qui dépend des lois de Raoult et non des propriétés hygroscopiques de la substance dissoute. La croissance de la goutte est due à la différence négative Δp entre la tension de vapeur de la solution et celle du solvant pur p; c étant la concentration de la solution et M la masse moléculaire du corps dissous, on a

$$\frac{\Delta p}{p} = 18,5 \frac{c}{M}.$$

Si le corps dissous est un électrolyte, le coefficient du deuxième membre est à multiplier, au moins dans le cas d'un sel, par le nombre n d'ions qui libère une molécule, l'ionisation étant pratiquement totale puisque la dilution est très grande.

On peut donc comparer l'efficacité de diverses substances, ou, plus exactement, les masses de diverses substances à utiliser pour fixer la même masse d'eau, l'état de division initial et le degré hygrométrique étant identiques; ces masses étant proportionnelles à M/n, on obtient les valeurs relatives suivantes :

NH_4OH	18	$MgCl_2$	32
NaOH	20	NO_3H	32
LiCl	21	SO_4H_2	33
GlCl	22	$AlCl_3$	33
SO_3H_2	27	KCl	37
NH_4Cl	27	$CaCl_2$	37
NaCl	29		

Pratiquement, le chlorure de sodium est le sel le mieux indiqué pour tenter la précipitation des brouillards ou des nuages. L'auteur de cette Note a expérimenté sur les brouillards qui se forment sur les prairies (novembre 1947) après le coucher du Soleil, brouillards dont l'épaisseur verticale ne dépasse pas quelques mètres; la pulvérisation d'une solution saturée de chlorure de sodium a probablement provoqué, dans certains cas favorables, la dissipation de ces brouillards sur des superficies de plusieurs milliers de mètres carrés. Mais un contrôle sévère des expériences sera nécessaire avant que l'on puisse assurer que c'est bien le chlorure de sodium des gouttelettes projetées qui a provoqué la condensation.

La dimension des gouttelettes de solution saturée émises par le pulvérisateur est un facteur important. L'air contient toujours des noyaux de condensation qui se présentent sous la forme de gouttelettes; on admet le plus souvent (H. Köhler, H. L. Wright, G. Aliverti, H. Dessens) qu'elles sont constituées par une solution de chlorure de sodium; le rayon de ces gouttelettes naturelles, lorsqu'elles sont saturées, varierait de $0^{\mu},10$ à $0^{\mu},60$. Le calcul montre qu'avec de telles dimensions initiales, l'influence de la tension superficielle et celle de la matière dissoute deviennent comparables lorsque ces gouttelettes ayant fixé de l'eau sont devenues des gouttes de nuages, dont les rayons sont de l'ordre de 10^{μ} (mesures de J. Bricard et de P. Pluvinage). Pour que l'influence du sel dissous devienne prépondérante, il faut donc émettre des gouttelettes saturées dont le rayon dépasse le micron; la rapidité de croissance de ces gouttelettes dans le brouillard a été vérifiée en les maintenant à l'aide d'un fil d'araignée dans le champ d'un microscope; au bout de quelques secondes, elles sont constituées par une solution diluée, et l'hygroscopicité du sel n'intervient plus dans leur croissance ni dans leur précipitation éventuelle.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur l'existence d'une zone de fortes ascendances à moyenne altitude dans la région de l'Observatoire du sommet du Puy de Dôme.* Note de M. **Hubert Garrigue**, présentée par M. Charles Maurain.

Une série d'observations préliminaires faites en avion aux altitudes inférieures à 3000^{m} ont montré qu'il existait une large zone d'ascendances dans la région située au voisinage de l'Observatoire du sommet du Puy de Dôme, pendant la mauvaise saison.

Le 30 janvier 1948, de 14 à 18 heures, trois vols ([1]) ont permis de caractériser des ascendances particulièrement nettes et importantes.

1er Vol à 14 heures. Durée 10 minutes. Altitude maxima 1800m. Plafond inférieur 1400m, 5/10 de cumulus étalés lenticulaires. Plafond supérieur 6000 à 10000m, 8/10 d'alto-cumulus et de cirrus panachés, aspect chaotique du ciel. Ascendances à 10km au sud-est du Puy de Dôme : 2 à 4 m/sec., de 800 à 1400m d'altitude. Turbulence ([2]) : 4, du sol jusqu'à 1800m d'altitude. Vent au sol (Sud) 10 m/sec. Vent à 1800m (SW) 20 à 25 m/sec.

2e Vol à 15 heures. Durée 50 minutes. Altitude maxima 5000m. Plafond inférieur 1500m, 4/10 cumulus étalés lenticulaires. Plafond supérieur, le même qu'au vol précédent. Ascendances au sud-est du Puy de Dôme sur une zone de 30km de diamètre : 2 à 12 m/sec., de 500 à 4500m d'altitude. Turbulence ([2]) : 8, du sol à 2000m, et zéro (calme plat) de 2000m à 5000m. Vent au sol (Sud) 8 m/sec. A 2000m : 28 m/sec. A 5000m (WNW) 38 m/sec.

Visibilité à 5000m : Alpes, Montagne Noire, Pyrénées.

Température au sol : + 14° C., à 5000m : — 20°C.

3e Vol. 16 heures. Durée 30 minutes. Altitude maxima 2500m. Plafond inférieur 1600m. Traces de nuages. Plafond supérieur plus riche en cirrus panachés que précédemment, même nébulosité. Ascendances dans la même région : 2 à 5 m/sec de 500 à 2500m d'altitude. Turbulence ([2]) : 3, du sol à 2000m. Vent au sol : S 5 m/sec, à 2500m WNW à NW, 30 à 40 m/sec.

Au cours des deux derniers vols, nous avons recherché, à la descente, par des passages à 150m au-dessus des Montagnes des Dômes, si les ascendances n'avaient pas leur origine dans une action purement dynamique du vent sur les faces ouest des Montagnes. A cette altitude, le vent soufflait en tempête (40 m/sec) de WNW, mais aucune espèce d'ascendance nette n'a pu être mise en évidence.

La situation météorologique ([3]) était la suivante :

Une zone de marge s'étend de Rochefort à Mâcon et Strasbourg.

Un front froid aborde la région Parisienne vers 15h 30.

Une dépression est centrée au large de l'Islande.

Un puissant anticyclone se trouve sur la Russie.

La température au sol à Clermont-Ferrand Aérodrome est + 16°C. (altitude 400m).

([1]) Vols effectués sur appareil civil de l'Aéro-Club d'État, *Les Ailes populaires d'Auvergne*, avec le concours du mécanicien second pilote, M. Xatard.

([2]) Turbulence évaluée à l'échelle de 0 à 10, d'après son action sur l'avion utilisé, un appareil *Stampe* biplace de 140 CV, de la S. N. C. A. N.

([3]) La situation météorologique m'a été communiquée pour les journées du 30 et 31 janvier 1948, par M. Fugier, attaché au Centre Météorologique de l'Aérodrome d'Aulnat-Clermont-Ferrand.

L'isotherme zéro est à 1500^m d'altitude, le 30 janvier (jour des vols), et à 2400^m le lendemain.

Les ascendances doivent donc être attribuées à l'arrivée d'air chaud venant du Sud, dans une masse d'air froid venant d'Ouest ou de Nord-Ouest.

Le relief du sol semble ne pas avoir une influence directe. Les cumulus lenticulaires matérialiseraient les régions d'ascendances. Il est remarquable de constater que ces ascendances se poursuivent toutefois jusqu'à une altitude bien supérieure à la limite de la zone turbulente.

Ces observations présentent en outre un intérêt technique au moment où le Service de l'Aviation d'État cherche à concentrer les effectifs d'entraînement au vol à voile; les situations d'ascendances, d'origine purement météorologique (⁴), sont très importantes et très fréquentes dans la région comprise entre le Sommet du Puy de Dôme, le Massif du Sancy et la plaine de la Limagne. Elles doivent permettre le développement intensif du vol à voile.

MICROPALÉONTOLOGIE. — *Sur la présence d'Eugléniens fossiles du genre* Trachelomonas *Ehr. dans un schiste pliocène de Madagascar.* Note (¹) de MM. **Georges Deflandre** et **André Lenoble**, présentée par M. Charles Jacob.

En dehors des microorganismes siliceux (Diatomées, Chrysostomatacées), nos connaissances actuelles sur les Protistes fossiles des eaux douces sont très limitées et, en particulier, celles sur les Eugléniens sont réduites à une seule donnée sûre : la découverte par Bradley (²), dans un schiste bitumineux éocène du Colorado, d'une forme qu'il a attribuée au genre *Phacus* Duj. et qui est également proche du genre *Lepocinclis* Perty. L'un de nous (³) a déjà insisté sur les erreurs répétées qui ont fait attribuer au genre *Trachelomonas* Ehr., des logettes analogues, les unes, siliceuses, de sédiments lacustres, qui sont des Chrysomonadines, les autres, organiques, de roches sédimentaires marines (silex), qui ont été classées dans le genre *Palæostomocystis* Defl. *Ainsi, on ne connaissait jusqu'ici aucun véritable* Trachelomonas *fossile.*

Bien que rigides et d'apparence robuste, les coques celluloso-pectosiques imprégnées de composés ferriques des *Trachelomonas* sont peu résistantes aux agents réducteurs : les *Trachelomonas* sont communs dans les tourbières, mais leurs logettes ne figurent pas dans les analyses micropaléontologiques des

(⁴) Ascendances d'origine météorologique, par opposition avec les ascendances d'été, dues à l'échauffement local du sol et avec les ascendances dynamiques, dues à la déviation du vent sur le flanc des montagnes.

(¹) Séance du 2 février 1948.

(²) *Bull. Torrey Bot. Club*, 1929-1930, p. 421-428, pl. 22-23.

(³) G. Deflandre, *Ann. Protist.*, IV, 1934, p. 151-165, 10 fig.

tourbes, même faites par des spécialistes avertis. Des observations poursuivies depuis une vingtaine d'années ([4]) ont permis d'assister à la disparition de coques montées dans du baume du Canada, milieu qui est, on le sait, avide d'oxygène. Il semble donc que des conditions très particulières soient requises pour que l'on puisse retrouver des *Trachelomonas* fossiles. C'est ce que confirmerait la découverte de toute une série de leurs logettes dans certains schistes bitumineux (pyroschistes) de Madagascar. Un sondage effectué à Tanato, dans le bassin lacustre d'Antanifotsy ([5]), a traversé, outre des argiles, deux couches de schistes bitumineux, la plus profonde surmontant des lignites. C'est au mur de cette couche, dans un niveau peu épais de schistes ligniteux, qu'ont été trouvés, accompagnés seulement de restes de Spongiaires (spicules et amphidisques, ces derniers attribuables à *Ephydatia lacustris auct.*), les *Trachelomonas* suivants, classés dans un ordre de fréquence décroissante : *T. volvocina* Ehr. *s. s.*, *T. volvocina* fa *minuta* Fritsch, *T. Curta* Da Cunha fa *minor* n. f., *T. rugulosa* Stein sec. Palmer, *T. oblonga* Lemm., *T. hispida* (Perty), Stein em. Defl., *T. hispida* var. *duplex* Defl., *T. Allorgei* Defl. (*fig.* 1 à 8). Toutes

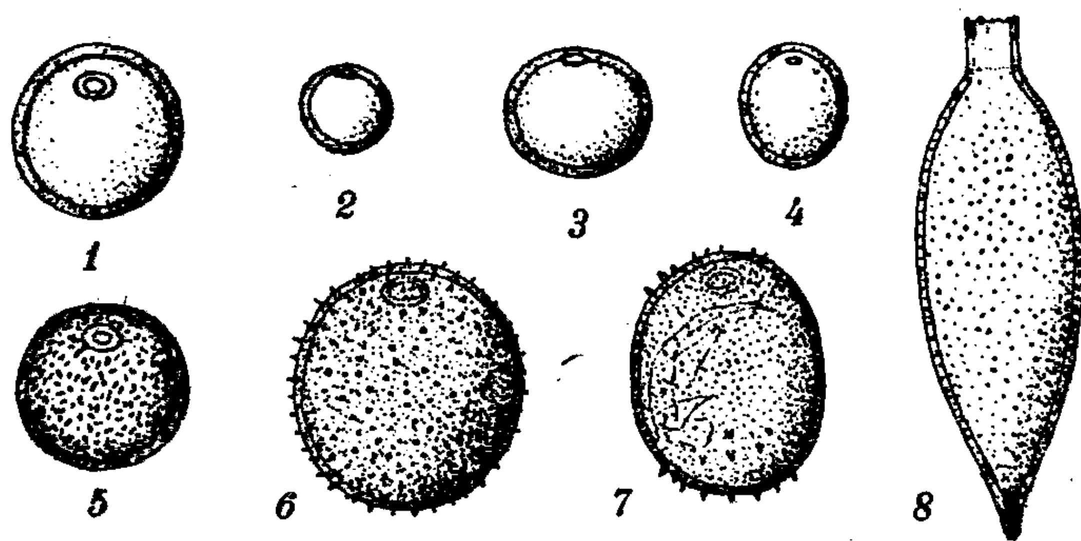


Fig. 1 à 8. — Eugléniens (*Trachelomonas*) d'un schiste bitumineux pliocène de Madagascar. 1, *T. volvocina* Ehr.; 2, *T. volvocina* f. *minuta* Frit.; 3, *T. curta* Da Cunha f. *minor* n. f.; 4, *T. oblonga* Lemm.; 5, *T. rugulosa* Stein sec. Palm.; 6, *T. hispida* (Pert.) St. em. Defl.; 7, *T. hispida* var. duplex Defl.; 8, *T. Allorgei* Defl. Grossissement : 800.

les coques sont dans un état de conservation parfaite et leur fossilisation implique donc que la couche qui les renferme a atteint très rapidement un état d'équilibre propice, lequel, par la suite, n'a plus été troublé grâce à la présence des épaisses couches d'argiles sus-jacentes. Le milieu constitué par les schistes bitumineux au sens large, milieu lié à des conditions de genèse et de conservation assez étroitement limitées, apparaît particulièrement favorable à la fossilisation des Protistes dulçaquicoles : c'est présentement le seul où nous connaissons des Eugléniens.

D'après des recherches en cours et qui feront l'objet d'un prochain Mémoire,

---

([4]) G. Deflandre, *Monographie du genre* Trachelomonas *Ehr.*, *Thèse*, Paris, 1926, 162 p., 8 fig., 15 pl., et *Rev. Gén. Botan.*, 1926-1927.

([5]) A. Lenoble, *Bull. Acad. malg.*, 22, 1939, p. 100-116, 1 pl., 1 carte.

l'âge des couches traversées par le sondage de Tanato, supposé pléistocène jusqu'ici, est en réalité plus ancien : les restes de Végétaux étudiés par M. Boureau, indiquent une flore pliocène, et la flore diatomique (E. Manguin) serait également de tendance pliocène. Les Eugléniens eux-mêmes ne peuvent fournir, présentement, aucune indication d'ordre stratigraphique.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Le cours de la synthèse nicotinique dans la germination. Existe-t-il un lien tryptophane-acide nicotinique ?* Note [1] de Mlle **Thérèse Terroine**, transmise par M. Jacques Duclaux.

Dans un précédent travail [2] nous avons montré que si les germes de *Phaseolus multiflorus* se développant dans des conditions stériles, sur un milieu nutritif très simple, peuvent indubitablement synthétiser l'acide nicotinique, ils le font avec infiniment moins d'ampleur que les germes poussant aux dépens de leurs cotylédons. Étant par ailleurs démontré que les plantules seules peuvent fabriquer l'acide nicotinique [2], la différence que nous signalons n'est-elle pas due à la présence dans les cotylédons d'un ou plusieurs précurseurs d'acide nicotinique dont le milieu artificiel est privé ?

Or, de nombreux travaux de physiologie animale ont mis à cet égard en vedette le tryptophane dont l'interrelation avec l'acide nicotinique paraît certaine, quoique d'un mécanisme encore obscur [3]. Chercher à vérifier cette interrelation sur les plantules était donc d'autant plus tentant, que nous nous trouvions dans des conditions physiologiques beaucoup plus simples que celles qui président à la vie des animaux supérieurs, et que la période de croissance intense où se trouvent ces plantules était particulièrement favorable à mettre en lumière tout facteur favorisant la satisfaction des besoins en acide nicotinique.

Nos résultats, obtenus par la même technique que dans le précédent travail [2], sont condensés dans le Tableau ci-après où ne figurent que les moyennes de nos données numériques. Il y apparaît de façon certaine qu'en aucune circonstance, le tryptophane ne joue chez les jeunes plantules le rôle de générateur d'acide nicotinique. Les différences observées sont toutes de l'ordre de celles des erreurs expérimentales. Poussant sur milieu témoin ou supplémenté en tryptophane, une plantule de 12^{cm} n'arrive même pas à fabriquer 3^{γ} d'acide nicotinique, alors qu'elle en possède 18^{γ} quand elle se développe aux dépens de ses cotylédons [2].

---

(1) Séance du 2 février 1948.

(2) T. Terroine et J. Desveaux-Chabrol, *Arch. Sciences Physiol.*, 1, 1947, p. 117-132.

(3) On trouvera une mise au point détaillée de la question dans T. Terroine, *Le Contrôle du métabolisme des acides aminés par les vitamines du groupe* B_2 [*Ann. Nut. et Alim.*, 1, n° 5, 1948 (sous presse)].

Dimension d'une plantule (cm).	Milieu témoin. Poids sec d'une plantule (mg).	Milieu témoin. Teneur en acide nicotinique. A.	B.	Milieu additionné de *dl*-tryptophane. 250 (mg ‰). Poids sec d'une plantule (mg).	Teneur en acide nicotinique. A.	B.	100 (mg ‰). Poids sec d'une plantule (mg).	Teneur en acide nicotinique. A.	B.	25 (mg ‰). Poids sec d'une plantule (mg).	Teneur en acide nicotinique. A.	B.
					I. *Obscurité*.							
3......	10	110	1,11	10	99,4	0,97	10	111	1,20	12	109	1,32
5-6....	11	83	0,91	18	60,5	1,09	12	110	1,35	11	101	1,24
7-8....	14	60	0,86	24	55,1	1,27	13	60	0,80	17	66	1,10
					II. *Lumière*.							
2-3....	9,5	111	1,10	–	–	–	10,5	129	1,35	10	128	1,30
5-6....	18	77,5	1,36	–	–	–	14	90,7	1,28	12,5	109	1,36
7-8....	20	85,8	1,71	–	–	–	20	92	1,98	16	113	1,82
10......	20	63	1,28	–	–	–	28	81	2,27	23	72	1,67
12-13...	29	83	2,40	–	–	–	26	84	2,15	26	80	2,13

A. Par gramme de poids sec (γ); B. Par plantule (γ).

Le germe à l'état de vie latente renferme 0γ,47 d'acide nicotinique par unité et 57γ,4 par gramme de poids sec.

Et l'on ne saurait imputer ces résultats à un défaut de pénétration du tryptophane dans la plantule, puisque celle-ci, âgée de 14 jours, en renferme 67γ contre 88γ quand on passe d'un milieu témoin à un milieu enrichi en tryptophane.

Ces résultats négatifs viennent confirmer des constatations antérieurement établies dans notre laboratoire. Tandis que la teneur en acide nicotinique peut quintupler dans la plantule du haricot en germination ([2]), celle du tryptophane est parfaitement invariable bien que N total s'élève notablement au fur et à mesure de la croissance ([4]). Mais avant de nier chez les jeunes plantules développées sur milieu synthétique l'interrelation tryptophane-acide nicotinique si frappante chez les mammifères, il convient de vérifier (c'est l'objet d'un travail en cours) si l'absence de pyridoxine dans notre milieu artificiel n'est point responsable de cette différence. On sait, en effet, que la pyridoxine stimule chez l'animal l'orientation du tryptophane vers l'acide nicotinique ([3]).

De toute façon, étant donné les grandes différences de comportement interspécifique, il serait évidemment intéressant d'étendre une investigation du modèle de celle-ci à d'autres espèces végétales.

([4]) R. Jacquot et F. Harding, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1576-1578.

HÉMATOLOGIE. — *Observations sur l'éosinophilie locale de la cavité générale d'un poisson marin.* Note de MM. **Jean Durand** et **Constantin Toumanoff**, présentée par M. Émile Roubaud.

Dans une Note antérieure [1] nous avons présenté l'étude d'une réaction cellulaire hématique à la suite d'une injection de pilocarpine comparable à l'injection intrapéritonéale, telle qu'elle est pratiquée chez les vertébrés supérieurs servant d'animaux de laboratoire. Il nous a paru intéressant d'étudier la réaction locale provoquée par l'injection, dans la cavité abdominale des poissons, de différentes substances ou de microbes. Nous n'avons pu avoir à notre disposition de *Diploprion bifasciatum*, ce qui nous a obligés à conduire nos essais seulement avec *Plectorhynchus lineatus*.

Nous avons opéré avec de l'encre de Chine en suspension dans l'eau physiologique, et avec des émulsions d'une culture de 24 heures de *Bacillus subtilis* dans 10$^{cm^3}$ d'eau physiologique. La dose injectée était de 1$^{cm^3}$; nous avons introduit dans le corps de nos poissons surtout des formes végétatives dépourvues de spores. Voici, à titre d'exemple, le résultat d'un de nos essais avec l'encre de Chine et d'un autre avec *B. subtilis*.

Temps après l'injection (h).	Leucocytes et proleucocytes.	Lymphocytes.	Eosinophiles.
a. Résultat obtenu avec l'encre de Chine :			
1,30	24	8	68
4	73	1	26
6	83,8	2,3	13,9
9	95	2	3
b. Résultat obtenu avec B. subtilis.			
1	8	13	79
2	24	14	62
4	77	3	20
6	90	2	8
9	86	9	5

Il ressort de ces expériences que, outre la présence des leucocytes, proleucocytes et lymphocytes habituels, l'inoculation d'encre de Chine ou de *B. subtilis* à *Plectorhynchus lineatus* nous a permis de constater, dans la cavité générale, la présence de cellules d'un type spécial, non encore observé dans le sang normal de ce poisson et qui présentaient l'aspect de véritables éosinophiles. Leur description sera donnée ailleurs. Dans tous les essais, la réaction obtenue affectait la même allure : un très fort pourcentage des éosinophiles peu

[1] *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 433.

de temps après l'inoculation et leur diminution progressive, aboutissant à une proportion de 3 à 5 %, au bout de six à neuf heures.

La phagocytose observée dans la cavité générale atteignait son maximum après un délai d'environ 2 heures (8-10 %). Nous avons constaté que toutes les cellules, y compris les éosinophiles, prenaient une part active à la phagocytose qui constitue le mode principal de la réaction locale de défense, dans le cas d'une injection d'encre de Chine ou de *B. subtilis*.

Ainsi, l'inoculation dans la cavité générale d'un poisson marin (*Plectorhynchus lineatus*) d'une suspension d'encre de Chine ou de *B. subtilis* provoque une réaction caractérisée par la présence de leucocytes, lymphocytes et *aussi d'éosinophiles*, ces derniers faisant constamment défaut dans le sang normal de cette espèce.

Nos recherches démontrent donc que chez certains poissons téléostéens on peut observer une *éosinophilie locale* de la cavité générale. L'éosinophilie locale s'observe, chez les vertébrés supérieurs, dans divers organes et dans les points les plus proches des foyers parasités. Il ne semble pas que l'éosinophilie locale que nous avons observée chez *P. lineatus* puisse être attribuée à une infection parasitaire. En effet, les poissons qui ont servi à nos expériences n'étaient pas parasités. Nous croyons qu'elle doit être considérée comme une réaction spéciale de défense, consécutive à l'introduction dans la cavité générale de corps étrangers et de microbes.

Il est intéressant de signaler que l'éosinophilie n'est pas un phénomène général chez les Poissons téléostéens. Nous ne l'avons jamais constatée chez certains autres Poissons, et notamment chez le poisson d'eau douce *Anabas testudineus* qui nous a fréquemment servi à des expériences analogues.

Il apparaît ainsi que dans le même groupe de Poissons, les réactions défensives de l'organisme peuvent se manifester d'une manière différente chez diverses espèces.

ENTOMOLOGIE. — *L'indépendance de l'état ovarien et de la fondation du nid chez les Polistes* (Hyménoptères-Vespides). Note de M. **Édouard-Philippe Deleurance**, présentée par M. Louis Fage.

Les études que nous poursuivons actuellement sur les *Polistes* (*P. bimaculatus* Fourcroy et *P. gallicus* L.) nous ont conduit à admettre l'existence d'une diapause chez les fondatrices-filles [1]. Nous la considérerons même comme la caractéristique essentielle de ces individus. Nous nous proposons de donner une brève description de ce phénomène que précisera une Note ultérieure.

---

(1) Nous appelons ainsi les femelles qui, après hibernation, fonderont les nids au printemps. Ce sont les femelles d'automne des auteurs.

Les fondatrices-filles sont caractérisées : *anatomiquement*, par la présence de réserves abondantes sous forme de corps gras, blanc mat, en masses définies; *physiologiquement*, par l'inhibition de la vitellogenèse, reconnaissable par le calcul de l'indice ovarien ([2]), tandis que la multiplication ovocytaire ne paraît pas affectée; *psychologiquement*, par leur *apathie* : elles ne réagissent qu'à la présence du mâle (avant le coït); qu'aux chutes de température (qui règlent la migration à partir du nid et le choix de l'abri); qu'à la faim (prise d'aliments sucrés).

Le froid, 0° C., sur ces individus peut agir sur la diapause ovarienne : il suffit de laisser l'Insecte 20 jours à 0° C. pour obtenir, ensuite, en le portant à 25°, un déblocage partiel de son ovaire qui se traduit par un changement de l'indice ovarien. Un séjour de 40 jours à 0° produit un déblocage total : la ponte devient possible. Dans tous les cas, le développement des ovocytes est rapide (10 jours).

Nous avons étudié le comportement des Guêpes à ovaires totalement débloqués. Nos expériences ont d'abord porté sur un lot de *P. bimaculatus* hibernant dans les conditions naturelles. Nous prélevons de 10 en 10 jours des sujets qui sont portés à 25° dans des cages d'élevage. Dès le début de février, on peut obtenir le développement complet des ovaires. Mais en aucun cas nous n'avons réussi à provoquer la fondation du nid. Cette année nous avons utilisé des *P. gallicus*, les traitant par le froid, comme il est indiqué plus haut, dès la fin juillet. Ici encore, aucune Guêpe totalement débloquée n'a entrepris de construction. Et comme pour *P. bimaculatus*, nous avons constaté que ces Guêpes mouraient au bout d'un temps plus ou moins long qui excédait rarement deux mois. On peut conclure que : *l'état ovarien ne détermine pas, à lui seul, chez la fondatrice, la construction du nid*.

Mais, les Guêpes réactivées construisent leur nid tout à fait normalement, *si le réveil de leur activité s'effectue pendant la période qui s'étend du mois de mars au mois de mai*, qui est celle correspondant à la fondation du nid dans les conditions naturelles. Pour l'instant, nous nous bornons à enregistrer les faits, leur interprétation sera tentée plus tard. Nous avons constaté qu'il existe normalement de mars à mai une période critique pour la fondation du nid. Si, dans les 15 jours, au maximum, qui suivent sa remise en activité la Guêpe n'a pu construire, elle perd la faculté de fonder un nid. Mais elle garde la possibilité d'extérioriser les autres manifestations du comportement maternel; par exemple, si elle est mise en présence d'un nid vide depuis peu. Si le délai est long, on constate généralement une perturbation initiale qui se manifeste par une destruction partielle du nid, d'ailleurs réparé par la

([2]) Moyenne des mesures du plus grand ovocyte, non dégénéré.

suite. Les Guêpes, 62 jours après leur retour à l'activité, possèdent encore toutes les facultés de ce *comportement restreint*, et sont capables de pondre. Nos guêpes artificiellement réactivées sont incapables de cette régulation, même dans le cas où une ouvrière accompagne le nid vide.

En ce qui concerne l'activité générale, on peut distinguer chez celles-ci, d'une part une activité qui correspond visiblement à l'alimentation, et d'autre part une *activité spontanée*, cyclique. L'activité spontanée, vraisemblablement en rapport avec quelques modifications internes, suit un rythme journalier très précis. A quoi correspond-elle? Exactement, nous l'ignorons. On peut dire qu'elle est l'expression d'un *besoin* défini. Seul le comportement maternel paraît capable d'expliquer cette activité en pure perte, journellement répétée. L'observation des sujets à qui l'on fournit un nid renforce cette interprétation : la Guêpe réagit au stimulus du nid : elle s'y installe, l'inspecte et le *défend*. En fait, elle se comporte *comme l'ouvrière orpheline placée sur un nid vide*. Dans les deux cas le comportement semble bloqué, vu sans doute l'absence d'un élément essentiel, qui, dans le cas de l'ouvrière orpheline, paraît devoir être la présence du couvain. Car l'ouvrière est alors capable de régulation : elle devient reine de remplacement. Lorsque le nid est vide cette régulation serait impossible.

Enfin, les ovaires des femelles régressent peu à peu, tout comme régressent les ovaires des *auxiliaires* dans le nid polygyne. On ne peut donc expliquer la *castration* (3) chez ces dernières par le travail intensif qu'elles produisent. Il est probable que le non-fonctionnement de l'ovaire intervient dans cette régression.

En somme, le froid peut rompre la diapause ovarienne des fondatrices-filles et le développement complet des ovaires peut être réalisé pendant une période considérable. Au contraire, la fondation du nid paraît dépendre d'un cycle annuel à courte période favorable. Les fondatrices-filles, artificiellement réactivées en dehors de cette période, ont un comportement qui rappelle celui des ouvrières.

(3) *Castration due au travail*, d'après les auteurs.

PROTISTOLOGIE. — *Phagocytose, présence d'une bouche et d'un rudiment de tube digestif chez quelques Grégarines monocystidées*. Note (1) de M[lle] **Odette Tuzet** et M. **René Loubatières**, présentée par M. Louis Fage.

Dès 1901, Léger (2) avait décrit chez une Coccidie parasite des *Pinnotheres pisum* Penn., *Aggregata cœlomica*, dans l'entocyte du deutomérite, à une faible

(1) Séance du 2 février 1948.

(2) *Comptes rendus*, 132, 1901, p. 1343.

distance du septum, une vacuole à contours nets, sphérique ou piriforme, d'où part un canal qui traverse le septum et remonte dans l'axe du protomérite jusqu'au fond de la ventouse qui termine ce dernier. Léger pensait que l'on avait affaire, soit à un appareil excréteur, soit à un système aspirateur avec un rudiment de tube digestif. Deux ans plus tard, Léger et Duboscq ([3]) trouvent une formation semblable chez *Stenophora Brölemanni*. D'une sorte de ventouse, correspondant à une épimérite protractile, part un petit canal sinueux, entouré d'une zone plus granuleuse qui pénètre dans le deutomérite. Ce canal serait en relation avec des vacuoles entocytiques dans lesquelles s'observent parfois de petites masses colorables.

Drzewecki ([4]) décrit chez *Stomatophora coronata* une sorte de bouche antérieure, mais ses observations furent infirmées par Hesse ([5]) qui interprète cette bouche comme une simple ventouse et dit : « La nutrition de *Stomatophora coronata*, de même que celle de toutes les autres Grégarines, se fait toujours par osmose ».

Nos observations sur les Monocystidées des Lombrics nous ont conduits à une conclusion différente. Déjà dans une de nos précédentes notes ([6]) nous avions décrit chez *Monocystis Banyulensis* la phagocytose des Amœbocytes par la grégarine, et nous avions donné une figure (*fig.* 1) à laquelle nous ajoutons une autre image montrant la vacuole digestive dans le protoplasme (*fig.* 2). Une Monocystidée d'*Allolobophora gigas*, *Apolocystis granulata*, nous a montré à nouveau la phagocytose des amœbocytes du testicule par la grégarine (*fig.* 3).

Dans un autre parasite d'*Allolobophora gigas*, encore non décrit et dont nous ne donnerons ici qu'une diagnose très rapide, nous avons observé une bouche qui ne peut être assimilée à une ventouse.

La Grégarine que nous nommerons *Monocystis buccalis* n. sp. est ovoïde et mesure de 175 à 200$^{\mu}$ de long sur 40$^{\mu}$ de large. Le corps, très déformable, contient un noyau ovoïde de 24 à 25$^{\mu}$ sur 15 à 18$^{\mu}$. Ce dernier montre un gros nucléole central, de petits nucléolules et des blocs irréguliers de chromatine. La Grégarine possède des myonèmes superficiels bien visibles. Elle est recouverte de poils très caractéristiques formés d'une base protoplasmique triangulaire. Du sommet du triangle part le poil filiforme (*fig.* 4). Antérieurement, mais non terminale, est une dépression sphérique ou ovoïde. Elle est limitée par un épaississement protoplasmique se colorant fortement par l'hématoxyline ferrique et sur lequel est insérée une rangée de poils semblables à ceux qui recouvrent le corps, mais ils sont souvent plus développés que ces derniers.

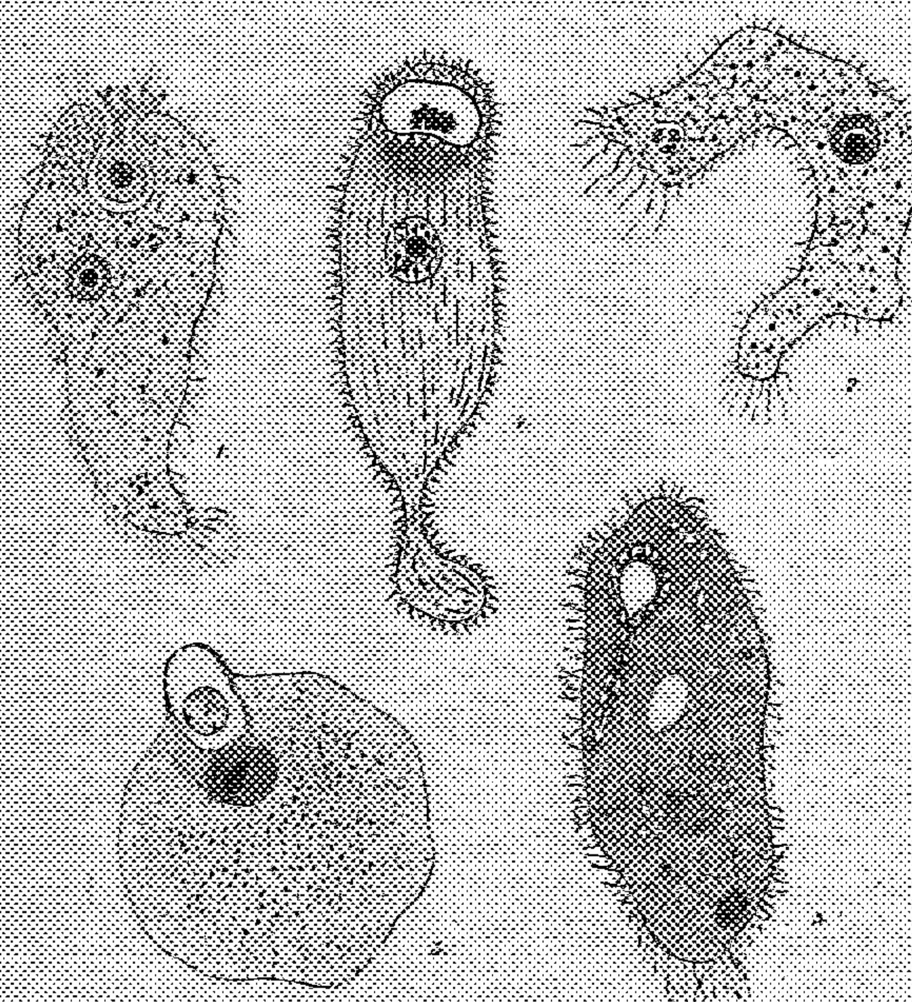
L'intérieur de cette dépression que nous pensons être une bouche, est fait d'un plasma

---

([3]) *Arch. Zool. Exp.*, 4e série, **1**, 1903, p. 307.
([4]) *Arch. für Protistenk.*, **10**, 1907, p. 216.
([5]) *Arch. Zool. Exp.*, 5e série, **3**, 1909, p. 27.
([6]) *Arch. Zool. Exp.*, **84**, 1946, N. et R. p. 132.

plus clair que celui constituant le reste du corps de la Grégarine. Nous avons observé plusieurs fois, à l'intérieur de la bouche des matières englobées. Cette bouche peut être prolongée par une sorte de court pharynx fait de plasma granuleux.

Enfin chez une troisième Grégarine de l'*Allolobophora gigas*, *Monocystis setosa*, nous avons vu une sorte de tube digestif rudimentaire aboutissant à une vacuole intracytoplasmique (*fig.* 5). Tube et vacuole sont entourés par un plasma vacuolaire se différenciant très nettement de celui remplissant le reste du corps.



Ces quatre exemples nous ont amenés à penser que, contrairement à l'opinion de Hesse, admise jusqu'ici, les Grégarines ne se nourrissent pas toujours par osmose. Elles peuvent phagocyter des cellules qui sont ensuite digérées dans des vacuoles digestives situées dans l'endoplasme. Elles peuvent montrer aussi des différenciations en vue de l'absorption et de la digestion des aliments : bouche suivie d'un pharynx plus ou moins allongé, se terminant par une vacuole digestive.

BIOLOGIE. — *Retentissement d'un régime hyperprotidique sur la cortico-surrénale du Rat.* Note (¹) de M. Herbert Tuchmann-Duplessis, Mme Paule Aschkenasy-Lelu et M. Alexandre Aschkenasy, présentée par M. Robert Courrier.

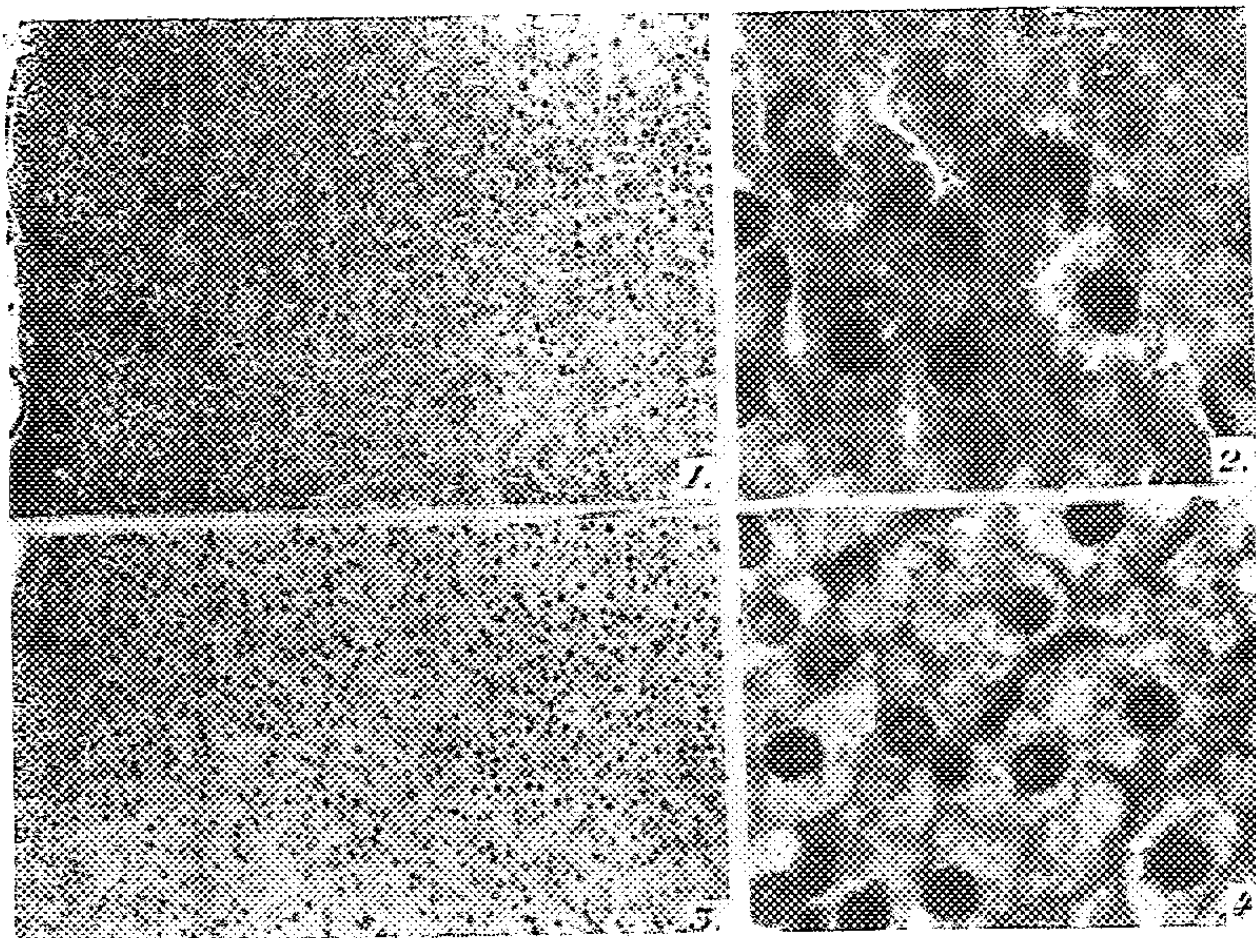
L'influence d'une surcharge en protéines sur la cortico-surrénale reste

(1) Séance du 19 janvier 1948.

discutée : hypertrophie du cortex, pour les uns (Fahr, Tepperman et col.), action nulle pour les autres (Ingle et col., Benua et col.).

Nous avons soumis un lot de 12 femelles adultes (110-240^g) à un régime comportant 90 % de caséine ([2]) pendant une période de 90 à 130 jours. Les animaux ont été sacrifiés au gaz d'éclairage, et leurs surrénales pesées et examinées histologiquement.

1. Le poids absolu des surrénales (0^g,053-0^g,071) est semblable à celui des animaux témoins sacrifiés au même moment et ayant été soumis à un régime à 15 % de caséine. Cependant, leur poids relatif par rapport au poids corporel est nettement supérieur à celui des témoins : 0^g,033-0^g,037 % de poids corporel contre 0,029 % chez les témoins. Cette hypertrophie relative des surrénales est due au ralentissement de la croissance somatique des animaux hyperprotéiques; en effet, après 130 jours de régime, l'augmentation de poids



1 et 2. Rat témoin. Cortico-surrénale d'aspect sombre; peu de vacuoles intracellulaires.
3 et 4. Rat soumis à un régime hyperprotidique prolongé.
Cortico-surrénale éclaircie, cellules hypertrophiées et remplies de vacuoles.

des témoins est de 40 %, celle des animaux hyperprotéiques de 21 % seulement. Or, à la fin de l'expérience, le poids des surrénales est identique dans les deux lots.

2. La surrénale est hypertrophiée et éclaircie dans son ensemble, plus particulièrement la fasciculée, dont les éléments sont distendus par des enclaves

---

([2]) Caséine, 90; huile, 5; mélange salin, 3; levure de bière, 1,5; vitamines A et D; choline.

lipoïdiques. L'éclaircissement paraît être le trait le plus caractéristique des surrénales de nos animaux et affecte tout le cortex, y compris la réticulée.

Le fait qu'une alimentation hyperprotidique détermine, comme nous l'avons montré antérieurement ([3]), une lutéinisation des ovaires coïncidant avec un allongement paradoxal des œstrus, nous a incités à chercher si l'hypertrophie surrénalienne ne relevait pas d'un trouble des sécrétions ovariennes.

Pour atteindre ce but, nous avons examiné, d'une part, les surrénales de castrats femelles, d'autre part, celles de Rates injectées de progestérone (40^{mg} en 14 jours à 2 Rates), ou de folliculine (3^{ms} en 6 jours à 2 autres Rates); tous ces animaux ont été également soumis à un régime hyperprotidique prolongé. Chez les castrats, ainsi que chez les Rats injectés de progestérone, le cortex est hypertrophié et éclairci, ces deux phénomènes étant encore plus accentués que chez les animaux précédemment observés. La folliculine, par contre, provoque l'assombrissement du cortex avec diminution de la taille cellulaire par fonte des enclaves lipoïdiques. Le fait que le castrat réagit au régime hyperprotidique dans le même sens que la femelle normale, nous amène à rejeter l'hypothèse d'un déterminisme sexuel des modifications surrénaliennes.

L'interprétation physiologique de l'image cytologique du cortex paraît plus complexe. Classiquement, on admet que l'activité fonctionnelle du cortex est proportionnelle au taux de ses lipoïdes. Or, on sait (Sayers) que l'hyperactivité du cortex provoquée par injection de cortico-stimuline hypophysaire, se traduit par l'assombrissement et la disparition des enclaves lipoïdiques, comme cela a lieu également pour les divers stimuli d'alarme, parmi lesquels la folliculine (Selye). Inversement, l'éclaircissement du cortex observé au cours de la gestation (Watrin) correspondrait à un blocage de la fonction hormonale.

Ainsi, l'éclaircissement cortical dû au régime hyperprotidique paraît traduire un ralentissement de l'activité fonctionnelle de la cortico-surrénale. L'augmentation bien connue du pouvoir gonadotrope de l'hypophyse du castrat et la diminution du même pouvoir chez les animaux injectés de folliculine, coïncident dans notre expérience respectivement avec une augmentation et une réduction des enclaves surrénaliennes. On se trouve tenté, pour cette raison, de relier l'éclaircissement du cortex, observé dans des régimes hyperprotidiques, à une augmentation de l'activité gonadotrope de l'hypophyse.

BIOLOGIE. — *Effet androgène d'extraits embryonnaires de Poulet sur la crête du Chapon.* Note de M. Pierre Leroy, présentée par M. Robert Courrier.

La question de savoir si l'embryon de Poulet renferme des hormones androgènes, *actives sur l'adulte*, est restée, jusqu'à ce jour, sans réponse.

Les substances œstrogènes ont été signalées antérieurement; leur teneur au

([3]) *C. R. Soc. Biol.*, 141, 1947, p. 687 et 689.

cours de la vie embryonnaire est constante chez la femelle, alors qu'elle varie d'une manière sensible chez le mâle entre le 12e et le 16e jour [1].

A la suite de nombreux essais, une substance hormonale de nature encore indéterminée, mais à réaction androgène, a pu être isolée des extraits embryonnaires du Poulet.

443 œufs ont été mis en incubation, en l'espace de huit mois. L'extraction a été faite à partir de l'embryon total, prélevé entre le 14e et le 19e jour d'incubation.

La méthode utilisée permet d'obtenir des substances stéroïdes.

Méthode. — Les embryons sont broyés et plongés dans un mélange d'alcool absolu et d'acide chlorhydrique dans les proportions suivantes : 100 parties d'alcool, 10 parties de HCl. Le tout est chauffé au bain-marie pendant 4 à 6 heures. Le résidu recueilli, après distillation de l'alcool, a été saponifié (150^{cm^3} de soude à 20 % pendant 1 heure), puis traité directement à l'éther. On obtient ainsi des hormones mâles. Le liquide alcalin est repris par l'acide à froid et traité de nouveau à l'éther pour recueillir les hormones femelles. Les hormones obtenues, présumées mâles ou femelles, sont alors mélangées à une quantité donnée d'huile d'olive.

Les hormones femelles ont été injectées à des Rates ovariectomisées.

Les hormones mâles ont été, soit injectées, soit appliquées par badigeonnage direct sur la crête du Chapon, pendant 6 à 8 jours consécutifs. La crête, mesurée en longueur et en hauteur, avant et après le traitement, permet d'apprécier la teneur en hormones, du produit étudié. Les résultats s'expriment de la manière suivante : ΔL pour l'accroissement en longueur (donnée en millimètres) ; $\Delta(L+H)$ pour l'accroissement total longueur + hauteur.

Résultats. — Avec les extraits hormonaux, présumés femelles, provenant de 3 à 5 embryons (mâles ou femelles), le test vaginal de la Rate castrée a toujours donné des résultats positifs (kératinisation de l'épithélium vaginal).

Des extraits hormonaux, présumés mâles, provenant de 3 à 5 embryons (mâles ou femelles), appliqués à des Chapons (test de la crête), n'ont eu aucun effet. Avec des extraits de 7 à 8 embryons, les tissus de la crête sont congestionnés, sans augmentation sensible de la longueur.

Avec des doses massives (entre 20 et 50 embryons) la réaction est nettement positive. Le Chapon n° 218, de l'élevage de la Station Physiologique du Collège de France, a été traité, après avoir été mis dans les meilleures conditions de milieu et de nourriture. La crête, avant chaque application, a été lavée au toluène. Après un premier traitement (extrait de 52 embryons ♂ dans 4^{cm^3} d'huile d'olive) nous avons obtenu les résultats suivants :

$$\Delta L : 2, \quad \Delta(L+H) : 6.$$

[1] JOSEPH RIBOULLEAU, *Substances hormonales dans l'œuf et l'embryon du Poulet*. Paris, 1939.

Un autre essai a été conduit de la même façon, après repos de l'animal pendant 12 jours. A ce moment, la crête, farineuse et flasque, mesurait : 70^{mm} en long $\times$ 32^{mm} en hauteur.

Les applications ont été faites avec des extraits de 23 embryons (17 ♂ et 6 ♀) dans 4^{cm^3} d'huile d'olive. L'augmentation a été cette fois de

$$\Delta L:2, \quad \Delta(L+H):5.$$

Enfin, l'animal toujours maintenu dans les mêmes conditions d'expérience, a été repris après un repos de 12 jours. La crête farineuse et flasque mesurait : $70^{mm} \times 33^{mm}$.

Les applications ont été faites avec 2 µg de propionate de testostérone dans 4^{cm^3} d'huile.

L'augmentation a été : $\Delta L: 2$; $\Delta(L+H): 8$.

Conclusions. — 1° On aura remarqué, que dans cette série de trois expériences, faites sur un animal maintenu dans des conditions physiologiques aussi rigoureusement semblables que possible, l'augmentation en longueur de la crête a été, dans les trois cas, de 2^{mm}; l'augmentation totale (longueur + hauteur) variait de 8 à 5^{mm}, le maximum étant obtenu avec 2 µg de propionate de testostérone standardisé.

La quantité d'hormone à réaction androgène contenue dans chaque embryon serait donc minime, ce qui cadre d'ailleurs avec la lenteur de croissance des caractères sexuels secondaires du jeune poussin.

2° La composition chimique de cette hormone n'a pas été étudiée. Rien ne prouve qu'elle soit identique à celle d'une hormone déjà connue. Elle est cependant de nature stéroïde comme l'indique le procédé d'extraction utilisé ;

3° La différenciation sexuelle chez les vertébrés dépend, non seulement du génotype, mais aussi de substances chimiques, ainsi que semblent l'établir les expériences antérieures de V. Dantchakoff, Et. Wolff, L. Gallien, etc.

La réalisation de *free-martin* expérimentaux chez l'embryon de Poulet, par l'apport de greffons de glandes embryonnaires (Et. Wolff)(²), indique une action directe des gonades sur le développement des annexes génitales. L'hormone que nous avons extraite rend-elle compte de ces modifications? Si son action est très faible, chez l'adulte, rien ne nous permet d'affirmer qu'elle soit sans importance chez l'embryon. On peut penser qu'elle agit avec plus d'efficacité sur les récepteurs embryonnaires que sur les récepteurs adultes; à moins que la méthode d'extraction n'ait dissocié un complexe stérol-X, ce qui rendrait la substance moins active.

(²) *Les résultats de greffes de glandes génitales à l'embryon de Poulet; production expérimentale de* free-martin (*C. R. Soc. Biol., Paris*, 140, nᵒˢ 17-18, 1946, p. 602).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action de quelques acides minéraux formateurs de complexes sur les phosphatases.* Note de MM. **Jean Courtois** et **Constantin Anagnostopoulos**, présentée par M. Maurice Javillier.

J. Courtois et M. Bossard ont signalé ([1]) que les molybdates inhibent d'une façon concurrente les phosphatases actives en milieu acide. Cette inhibition paraît être assez spécifique des phosphatases ([2]). Nous avons recherché si cette particularité d'action de l'acide molybdique pouvait être observée avec des composés voisins susceptibles de former aisément des complexes avec un grand nombre de corps minéraux ou organiques.

A pH 8,4 les phosphatases alcalines du foie et du rein de Chien ne sont inhibées de plus de 20 % par les acides molybdique, phosphomolybdique, tungstique et phosphotungstique qu'à partir d'une concentration 1.10^{-3}M en effecteur. L'acide métavanadique et l'acétate d'uranyle exercent la même inhibition à des concentrations moléculaires environ dix fois plus faibles.

A pH 5,2 les phosphatases acides du type II subissent une inhibition plus marquée (phosphatases des graines d'amande douce, blé, moutarde blanche et prostate humaine). Avec les acides phosphotungstique, métavanadique et l'acétate d'uranyle, cette inhibition est deux à trois fois plus forte que pour les phosphatases alcalines. Par contre, les acides molybdique, phosphomolybdique et tungstique se comportent quantitativement d'une façon différente; ils inhibent très fortement ces phosphatases acides : à une concentration 16.10^{-5} M ils en abaissent de plus de 90 % l'activité. L'inhibition est déjà importante à une concentration 1.10^{-5} M en effecteur. La phosphatase du type III de la taka-diastase est, à pH 4,0, inhibée qualitativement d'une façon identique. Quantitativement l'inhibition est un peu supérieure aux diverses concentrations en effecteur.

Nous avons étudié d'une façon plus détaillée le mécanisme de l'inhibition avec la phosphatase du type II de moutarde blanche. Les divers effecteurs étudiés se comportent comme des inhibiteurs concurrents. Tout se passe comme si la phosphatase s'unissait aux effecteurs pour former une combinaison d'activité diastasique minime ou nulle. Cette inhibition est réversible, car les substances capables de se combiner à l'effecteur déplacent ce dernier fixé sur l'enzyme et réactivent l'enzyme. C'est ainsi que les phosphates libérés au cours de l'hydrolyse accroissent l'activité de la phosphatase. A une concentration 32.10^{-5} M en effecteur nous avons observé après 2 jours de réaction à 37° et pH 5,2 les pourcentages d'hydrolyse suivants : 3,5 (acide molybdique), 4,5 (acide phosphomolybdique), 1,75 (acide tungstique), 12,2 (acide phosphotungstique). Après une durée double de réaction, les pourcentages

([1]) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 27, 1944, p. 464.
([2]) M. Bossard, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 29, 1947, p. 218.

d'hydrolyse s'élèvent respectivement à 15,8; 14,1; 10,5 et 30,0, il s'avère donc que l'acide phosphorique libéré réactive l'enzyme en s'unissant avec l'effecteur.

Le β-glycérophosphate à pH 5,2 exerce la même action réactivatrice. Si l'on oppose à des doses constantes de phosphatase et effecteur des doses variables de β-glycérophosphate, le pourcentage d'inhibition est inversement proportionnel à la concentration du substrat glycérophosphorique. Par ailleurs, lorsque l'on fait réagir l'enzyme sur une faible dose de substrat ($0,5^{cm^3}$ de β-glycérophosphate M/2,5) il n'y a pratiquement aucune hydrolyse après 24 heures de contact en présence d'une concentration $8,10^{-5}$ M en acides molybdique, phosphomolybdique ou tungstique. C'est alors que l'addition d'une forte dose de substrat (20^{cm^3} de β-glycérophosphate M/2,5) réactive l'enzyme; dans les 24 heures suivantes, l'hydrolyse est sensiblement identique à celle de l'essai témoin sans effecteur. Nous avons ainsi pu observer ce fait, en apparence paradoxal, d'un enzyme inactif sur une faible dose de substrat et très actif sur une forte dose du même substrat. L'acide citrique exerce lui aussi une action réactivante analogue.

Du point de vue cinétique les effecteurs étudiés se comportent qualitativement d'une façon semblable; toutefois avec les acides phosphotungstique, métavanadique et l'acétate d'uranyle les inhibitions et réactivations sont toujours moins manifestes. Il apparaît donc que les inhibitions observées résultent de la formation de complexes entre un groupement chimique inconnu de la phosphatase et les effecteurs étudiés; les stabilités des complexes formés avec les différents effecteurs sont nettement distinctes, ce qui pourrait permettre de préciser la nature chimique du groupement de la phosphatase s'unissant à l'effecteur.

PHYSIQUE MÉDICALE. — *Dosimètre au néon*. Note (1) de M. **André Denier**, présentée par M. René Leriche.

Cet appareil destiné à mesurer l'ionisation créée par des rayons Rœntgen est basé sur le phénomène de l'ionisation des gaz, le néon en l'espèce, comme l'est l'argon pour le tube de Geiger.

Le principe : une lampe au néon s'éclaire sous une certaine tension d'amorçage toujours le même; si elle est placée dans une atmosphère ionisante l'amorçage se fait à quelques volts en dessous du seuil d'amorçage.

Schéma de l'appareil : une source de courant continu V charge un condensateur C à travers des résistances. Un câble souple blindé conduit le courant à une lampe au néon incluse dans une cage de Faraday.

Principe de fonctionnement : sous l'action d'une différence de potentiel V de la source, le condensateur se charge et la différence de potentiel V à ses bornes

(1) Séance du 26 janvier 1948.

atteint V′ d'autant plus lentement que la résistance r est plus grande et que C est plus grand. Supposons le condensateur chargé $V' = V$. Cette tension est réglée à une valeur très légèrement inférieure à la tension disruptive normale de la lampe

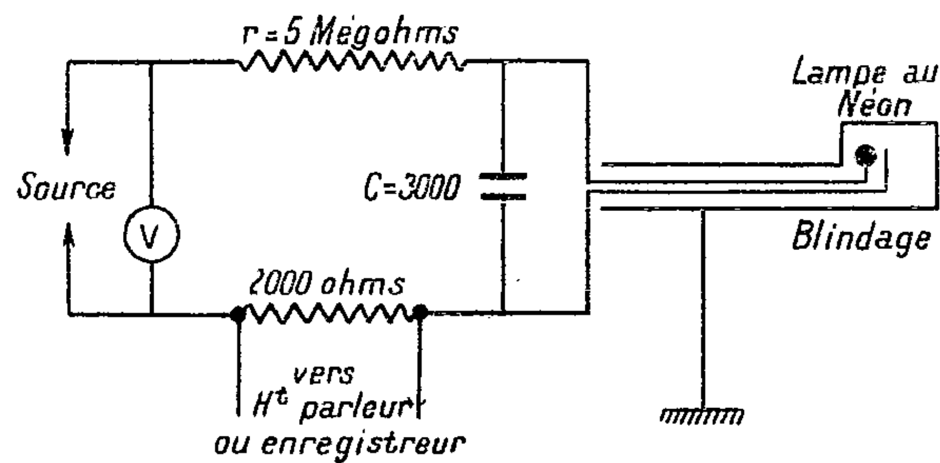


Schéma du dosimètre.

au néon, de telle manière que le condensateur ne peut se décharger dans la lampe. Si à ce moment pour une cause d'ionisation, un faisceau de rayons X en l'occurence, agit sur la lampe, dès que le nombre d'ions produits devient suffisant une décharge s'amorce, C se décharge dans la lampe ; la décharge s'arrête dès que V′ tombe au-dessous de la tension d'extinction de la lampe au néon. La marge entre la tension d'amorçage et la tension d'extinction est de 5 à 8 volts suivant les modèles. Le condensateur se recharge et tout revient à l'état initial. Ce processus se répète d'autant plus fréquemment que le nombre d'ions produit par centimètre cube et par seconde dans la lampe au néon est plus grand. On aura donc dans le circuit de décharge du condensateur une série d'impulsions d'autant plus fréquentes que l'intensité des RX sera plus grande.

Pour la réalisation, la source est soit piles ou accumulateurs, soit une commutatrice employée pour l'alimentation des postes de T. S. F. d'automobiles. la valve a été abandonnée du fait des variations de tension ; $r = 5\ \mathrm{M\Omega}$ suffisants pour assurer une bonne stabilité. $C = 3000^{\mathrm{cm}}$, la lampe au néon est celle utilisée comme lampe sur les tableaux de distribution. Sous continu, l'amorçage varie suivant la quantité de néon inclus dans la lampe, entre 124 et 135 volts et demande un étalonnage. La lampe au néon est enfermée dans une cage de Faraday formée par une feuille d'aluminium de 1/20 de millimètre. Les rayons secondaires émis par cette cage sont négligeables étant donné la mesure de faibles doses de rayons diffusés. Une série de capots en aluminium d'épaisseurs successives permettent d'étudier la qualité du rayonnement.

La mesure des impulsions se fait avec un haut-parleur intercalé dans le circuit de charge, ce qui permet de compter le nombre d'impulsions par seconde. On pourrait encore mieux intercaler un compte-tours comme dans l'appareil de Geiger.

Pour l'enregistrement, la méthode la plus simple est l'inscription sur un papier à l'iode fixé sur un cylindre entraîné par un moteur synchrone. Le

négatif à la masse, le positif relié à un style qui se déplace longitudinalement. Du fait du déplacement le tracé en points marrons est hélicoïdal et permet un enregistrement prolongé.

On peut aussi placer dans le circuit de décharge un micro-ampèremètre dont l'aiguille se stabilise à une certaine division suivant la quantité de courant de charge permettent alors par un étalonnage de faire une lecture en fractions d'*r* internationaux.

Ce dosimètre permet de mesurer le rayonnement diffusé par un individu recevant un certain nombre de *r*/minute. L'addition de filtres convenables permet la mesure du rayonnement direct.

RADIOLOGIE PHYSIOLOGIQUE. — *Le microdensigramme osseux chez l'Homme et l'évaluation pondérale du calcium osseux par les rayons* X. Note (¹) de M. MAURICE MARCHAL, présentée par M. René Leriche (²).

Les méthodes explorant les radiographies médicales avec les photomètres courants donnent des résultats imprécis et ne permettent pas d'analyser la structure fine de la trame osseuse. Aussi utilisons-nous une exploration linéaire simple ou multiple avec le microdensimètre Vassy selon une technique de repérage spécial. Avec un rayonnement mou, certaines parties de l'os ne sont pas pénétrées par les photons X et la densitométrie présente une erreur par excès (excès de blancs). Si l'on prend un rayonnement dur, la diffusion augmente et les fines structures osseuses disparaissent par le flou dû au rayonnement parasite (excès des noirs), de sorte que malgré un densimètre indépendant du noircissement de la plaque, il nous faut un choix de la tension *et nous y tenir pour les radiographies ultérieures du même sujet.* Aussi pour les os compacts nous faisons deux clichés à 50 kV et à 65 kV. Cette méthode est aussi applicable aux processus mixtes d'ostéoporose et d'ostéosclérose et aux cals. Pour l'évaluation de la tension, il nous faudrait déterminer la courbe d'absorption totale.

En pratique nous nous contenterons donc du Benoist Al/Ag dont les indications sont acceptables, de 50 kV : $\lambda_k = 0{,}246$ Å à 65 kV : $\lambda_k = 0{,}205$ Å et λ_m (Dauvilliers et Webster) $= 1{,}5.\lambda_k = 0{,}369$ Å et $0{,}307$ Å. En effet, λ_kAl $= 7{,}9$ Å, λ_k de Ag $= 0{,}49$ Å et (μ/ρ) Ag$/(\mu/\rho)$ Al varie linéairement et n'est pas affecté par une discontinuité d'absorption entre 50 et 65 kV.

1° *Pour les radiographies faites en rayons* X *seuls,* rappelons que les discontinuités de Ag, de Br (λ_k 0,918 Å) se trouvent en dehors de 50 et 65 kV. Les radiations inférieures à 0,4 Å sont éliminées par les tissus, la paroi et un filtre de 1^{mm} Al; 2° en dehors des considérations de grain, l'emploi des *écrans*

(¹) Séance du 5 janvier 1948.

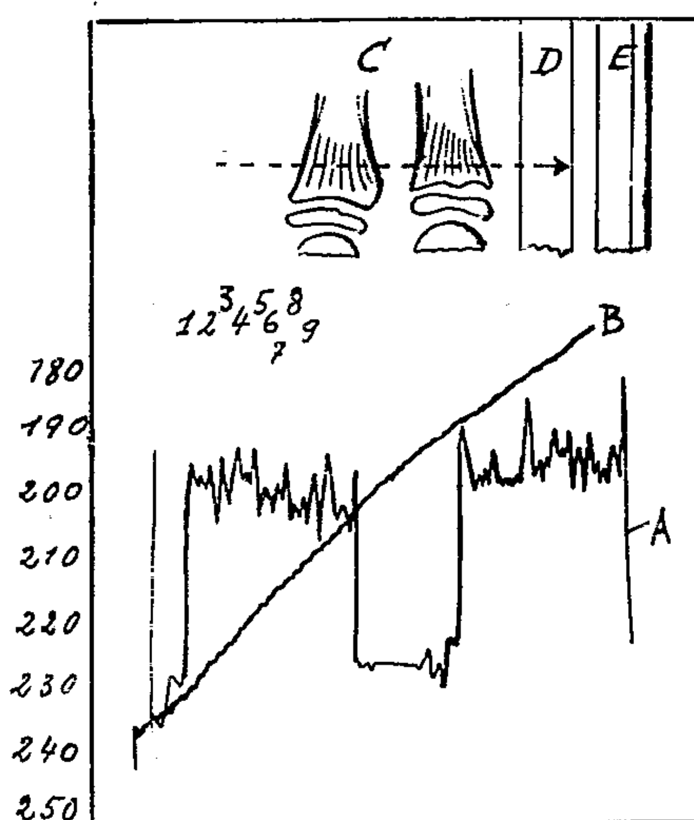
(²) Voir aussi M. MARCHAL, *Comptes rendus,* 222, 1946, p. 973 et 1314.

renforçateurs est aussi justifié puisque leur luminosité très faible au-dessous de 1 Å croît linéairement jusqu'à 0,179 Å = λ_k de W.

Donc une radiographie densitométrique correcte, avec toutes les densités situées sur la partie rectiligne de la courbe de noircissement, peut utiliser un rayonnement polychromatique avec des tensions de crête de 50 à 65 kV, soit avec, soit sans écrans renforçateurs, pour un générateur de type donné.

Technique de radiographie du malade. — Toute une technique de repérage spéciale est à appliquer. Comme radiochromomètre nous utilisons un coin d'aluminium à variation continue, le long duquel est fixé une lame d'argent pur, de façon à lire une variation continue des tensions. Le coin photométrique en os compact ou ivoire est disposé directement sur les tissus mous de préférence. Si ce procédé est impossible on aura recours à la méthode du fantôme, mais cette méthode est inexacte en cas d'œdème des tissus (cellulite) dont la transparence peut varier de 50 % ([3]). En effet, la formule de Küstner $(\mu/\rho) = 2,2\,\lambda^3 + 0,18$ n'est plus applicable en cas d'œdème tissulaire.

Exploration du radiogramme. — Le microdensitomètre explore d'abord l'image d'aluminium et d'argent du radiochromomètre et repère ainsi la tension moyenne employée. Puis on fait les enregistrements du coin photo-



A, courbe densimétrique avec les densités en ordonnée; B, courbe du coin photométrique; C, calque de la radiographie explorée; D, coin photométrique; E, coin des tensions.

métrique et de l'os. Le micro-densigramme de l'os ainsi obtenu présente une modulation importante qui est affectée de deux chiffres : *a*. Numéro d'ordre de gauche à droite; *b*. Valeur de la densité propre.

Par exemple pour une image de doigt chez un enfant de 11 ans (*fig.* 1) : Ligne d'exploration A-B, 1/1,94, 2/1,95, 3/1,96, 4/1,97, 5/1,93, 6/1,96, etc.

([3]) G. Melot, *Thèse*, Bruxelles, 1945.

Plusieurs de ces explorations donneront la densité d'une plage du radiogramme osseux. Signalons que cette méthode constitue une sorte de Bertillonnage radiographique et peut être utile dans de nombreux cas de médecine légale.

Évaluation pondérale des sels de calcium. — L'os est constitué en moyenne pour 1 000 parties de : 310 parties organiques et de 690 parties minérales (Lefèvre). Les premières étant de faibles Z sont négligeables. Les autres sont constituées de 670 ‰ de sels de calcium et de 20 ‰ de sels de magnésium et de sodium (de faibles Z et surtout de faibles quantités, donc négligeables). Le phosphore ($Z = 15$) est toujours lié au calcium ($Z = 20$). D'autre part comme $\sigma/\rho = 0,22$ à 50 kV et $\tau/\rho = (CZ^4\lambda^3)/A$, on voit que *pratiquement, dans nos conditions d'expériences la densité de l'image radiographique de l'os est uniquement fonction de la teneur en sels de calcium de celui-ci.*

Donc l'intégration de la courbe de densité de l'os exploré, ou plus simplement la mesure de l'aire par des méthodes pondérales nous donne, comparée à l'intégrale de la courbe de densité du coin photométrique, une valeur très approchée de la teneur pondérale en sels de calcium de la tranche ou du prisme osseux exploré par le spot du microdensitomètre.

A 15h35m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h50m.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 10 décembre 1947.)

Note de MM. *Jean Hébert* et *Pierre Boischot*, Fixation de l'arsenic par les sols :

Page 1180, ligne 14, *au lieu de* $y = 0,95\,x^{0,134}$, *lire* $y = 2,585\,x^{0,134}$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 FÉVRIER 1948.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES JACOB.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉCONOMÉTRIE. — *Amélioration du niveau de vie par modification du régime économique.* Note de M. **Albert Caquot**.

Notre étude précédente a montré que *le prix de revient* d'une production, jusqu'au *point de consommation*, peut se mettre sous la forme

$$p = \sum_{0}^{n} s_i m_i + \sum_{0}^{n'} s'_i\, m'_i + \sum_{0}^{n_{\text{IV}}} r_i m'''_i + \sum_{0}^{n'''} l'_i\, p'_i\, \varepsilon'_i\,.$$

La première somme correspond à tous les éléments de la production. Le salaire nominal s_i est formé de toutes les sommes nettes dont dispose le travailleur utilisé, à un instant donné, quel que soit son rôle social, travailleur indépendant, artisan, artiste, chef d'entreprise ou travailleur recevant un salaire direct, complété par des allocations diverses et diminué de tous les prélèvements, impôts compris. Le temps (m_i) en années correspond à l'opération faite par ce même travailleur.

La décomposition en termes de la forme $s_i m_i$ s'étend à chaque opération dans tous les ateliers de production, de matières, d'outils, de transformations, y compris ce qui est nécessaire pour compenser dans chaque opération l'usure de l'équipement et ce qui correspond à la mise en magasin et aux transports jusqu'au point de consommation.

La deuxième somme correspond aux organismes latéraux non directement nécessaires mis à la charge de la production, commerce, contrôles, fonctionnaires, etc.

La troisième somme est formée des prélèvements (retraites ou indemnités) nécessaires pour assurer la vie des personnes non actives (retraités, malades, etc).

La quatrième correspond à l'intérêt payé aux épargnants. Elle est positive en période normale, négative en période de forte dévaluation.

L'amélioration du revenu national réel, et par lui, du salaire vrai ne peut résulter que de l'amélioration des m, m' et m'' temps (en années) à fixer pour chaque opération.

Constitution des facteurs m. — m_i, pour l'opération d'indice i, est la consommation de temps affectée du salaire s_i. Ce facteur m_i dépend :

a. du temps f_i normalement nécessaire, en heures, sur l'équipement existant;

b. de la productivité a_i personnelle du travailleur;

c. du nombre n_i d'heures de travail effectif dans l'année de ce même travailleur.

d. de l'amélioration μ_i de l'équipement que détermine l'équation d'optimum du prix, en fonction de la grandeur de la production.

Bref nous écrirons $m_i = f_i / a_i n_i \mu_i$.

Constitution des facteurs m'. — f'_i étant le temps en heures utilisé par le contrôleur, le fonctionnaire, le commerçant, dans une opération latérale quelconque intervenant dans le prix de l'objet, jusqu'à la livraison au consommateur.

a', η', μ' ayant la même définition que a, n, μ, mais applicables aux organismes latéraux.

Nous écrirons

$$m' = \frac{f'_i}{a'_i n'_i \mu'_i}.$$

Constitution des facteurs m''. — m'' représente le temps en années, à prévoir dans tout prix p, relatif à chaque pension ou indemnité annuelle pour retraités ou malades.

Pour une augmentation instantanée de production, le total des prélèvements ci-dessus est sans changement, et par opération diminue proportionnellement à leur nombre, et par conséquent à la valeur totale P de la production.

Nous écrirons $m''_i = g_i / \mathrm{P}$, expression qui définit le coefficient g_i constant ou très lentement variable.

Ainsi sont séparés les paramètres essentiels intervenant dans les variations du revenu national et du pouvoir d'achat, ce qui permet d'étudier les progrès à réaliser dans le fonctionnement complexe mais précis de l'économie d'un pays.

Bref le prix de revient d'un élément de la production apparaît sous la *formule détaillée*

$$p = \sum_0^{n} \frac{s_i f_i}{a_i n_i \mu_i} + \sum_0^{n'} \frac{s'_i f'_i}{a'_i n'_i \mu'_i} + \sum_0^{n^{\text{IV}}} \frac{r_i g_i}{\mathrm{P}} + \sum_0^{n''} l'_i p'_i \varepsilon'_i.$$

L'amélioration du prix de revient p au point de consommation, en fonction des divers paramètres, détermine l'amélioration du pouvoir d'achat.

Cette étude conduit aux analyses suivantes :

Variations de f. — Quantité d'heures de travail consacrées à une opération de production donnée. Ses variations résultent directement :

1° De l'utilisation de matières améliorées; 2° du progrès dans l'équipement;

3° du coefficient d'utilisation de l'équipement; 4° de la politique de l'énergie; 5° de la modification dans l'élément à réaliser; 6° de la qualité des outils; 7° de l'efficacité de la méthode de travail.

Variations des a et des n. — L'activité horaire de la main-d'œuvre, et le nombre des heures de travail effectif sont des variables indépendantes fixées par des données propres.

Variations des f', des a' et des n'. — Ces paramètres peuvent être analysés et déterminés comme les coefficients qui précèdent, mais en tenant compte de leur propre définition.

Variations de g et de P. — Les deux variables correspondantes sont pour la première proportionnelle au nombre des personnes non actives, et pour la seconde égale à la grandeur totale de la production.

Variations de l', p' et ε'. — Le paramètre l' est la part de l'épargne utilisée en prenant comme base p' fraction du prix p qui est atteinte à la fin de l'opération envisagée. ε' est le taux d'intérêt normal de l'épargne fixé à un instant donné. De ces définitions découlent les variations.

Variations de μ et de μ'. — Comme nous l'indiquons plus haut dans la définition de ces coefficients, l'équation d'optimum du prix introduit dans chaque cas un facteur dépendant de la production.

Les deux facteurs μ et μ' sont des fonctions croissantes de la production.

La croissance est lente pour μ. Dans l'ensemble de la large économie d'une nation μ varie sensiblement comme $P^{0,2}$.

La croissance est beaucoup plus rapide pour μ'.

Nous avons pu déduire de là les améliorations possibles de la production et du pouvoir d'achat en France, dans un court délai, d'une part, et au bout de cinq ans, après les progrès normaux de l'équipement, d'autre part.

Le tableau ci-dessous les résume d'après l'analyse précédente en partant de données pessimistes.

Variations de $1/f$.

	Dans un court délai.	Dans cinq ans.
1. Matières	1,030	1,050
2. Équipement	1,020	1,100
3. Utilisation de l'équipement	1,035	1,050
4. Énergie	1,005	1,110
5. Modification de l'élément	1,030	1,050
6. Amélioration des outils	1,015	1,020
7. Méthode de travail	1,020	1,030
Facteur correctif $a \times n$	1,040	1,100
Facteur μ	1,000	1,128
Amélioration relative (produit de ces valeurs)	1,210	1,84

Variations des f', a' et η'. — Elles sont plus fortes, surtout en raison de l'amé-

lioration de μ'. Mais le fait essentiel est la possibilité d'augmenter de 17 % le personnel de la production par prélèvement sur les secteurs latéraux. Il serait ainsi possible d'augmenter la production par un nouveau facteur égal à $1,17^{1,25}$ conformément à la loi du facteur μ, soit 1,22. Au total le pouvoir d'achat, proportionnel à la production pour une même population, atteindrait progressivement en cinq ans plus du double du pouvoir d'achat actuel, d'après le facteur $1,84 \times 1,22 = 2,24$.

ÉLECTRONIQUE. — *Impact d'un faisceau d'analyse sur une cible mince à deux faces.* Note [1] de M. **René Barthélemy.**

On pourrait déduire de la précédente Note [2] qu'il suffit de choisir un corps de résistivité beaucoup plus élevée que celle du verre pour améliorer la qualité des images. On est très limité dans cette voie.

Considérons, en effet, le faisceau au i_f, à électrons lents, qui balaie la cible et frappe l'élément CD.

On admet préalablement que le potentiel du cylindre A, B, C, D est uniforme et amené à la valeur u_0 (positif) par rapport à la masse, l'image électronique primaire provoquant une émission secondaire supérieure à l'impact primaire.

Cette émission est recueillie par la grille G, légèrement positive (*fig.* 1).

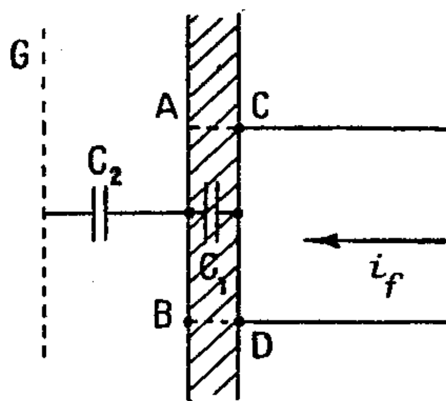


Fig. 1.

La durée de l'impact ($2 . 10^{-7}$ seconde) est très courte par rapport à la constante du milieu ($2 . 10^{-2}$), et l'on peut admettre que, pendant ce temps, la distribution est donnée par le réseau capacitif seul. La dérivation par le reste de la cible équivaut à doubler sensiblement la capacité C_2, qui existe entre la face AB et la masse.

En appelant i l'intensité incidente, R la résistance dynamique de la tétrode que forme le système d'émission à électrons lents, on a la relation

$$\frac{q_1}{c_1} + \frac{q_2}{2C_2} = Ri.$$

---

(1) Séance du 2 février 1948.

(2) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 292.

On retrouve le même résultat qu'avec l'isoscope dont j'ai donné la description en 1945 (*fig.* 2) (³).

L'intensité a pour expression

$$i = \frac{u_0}{R} e^{-\frac{t}{CR}}$$

en posant

$$C = \frac{2 C_1 C_2}{C_1 + 2 C_2}.$$

La résistance ρ_1 qui existe entre les deux faces AB et CD n'intervient pratiquement pas pendant l'impact, pour la raison citée plus haut ($C_1 \rho_1 > 2.10^{-7}$).

Dans les tubes couramment utilisés, R est de l'ordre de 3 à 5 Ωg et C de 2.10^{-13} farad; le produit CR est donc très petit à côté de la durée de passage du faisceau sur la surface considérée. Il s'ensuit que le courant de faisceau est pratiquement annulé et que la tension entre les points P et Q (*fig.* 2) est nulle après ce passage.

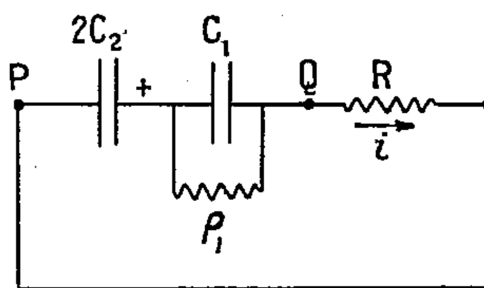


Fig. 2.

Cela ne signifie pas que les condensateurs C_2 et C_1 soient déchargés, car C_1 a pris la charge

$$q_1 = \int_0^{2.10^{-7}} i\,dt.$$

La tension résiduelle sur C_1, soit $u_1 = q_1/C_1$ est de l'ordre du cinquième de u_0, et de sens inverse.

L'égalité de potentiel entre les deux faces AB et CD est rétablie ensuite grâce à la résistance de fuite ρ_1, en 2 ou 3/100ᵉ de seconde.

Cette résistance ne peut donc pas être augmentée, sinon une charge résiduelle subsisterait, susceptible de provoquer un effet de traînage dans les analyses successives d'images mobiles.

M. **Joseph Magrou** fait hommage à l'Académie de son Ouvrage *Les maladies des végétaux*.

M. **Henri Perrier de La Bathie** fait hommage à l'Académie de quatre fascicules de la *Flore de Madagascar*, publiée sous la direction de M. Henri Humbert,

(³) *Onde électrique*, décembre 1945; *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 57. (Conférence, Sorbonne, janvier 1945).

et contenant des Mémoires dont il est l'auteur : 1° 37e famille, *Commélinacées;* 2° 40e famille, *Liliacées;* 3° 49e famille, *Orchidées* (tome II); 4° 143e famille, *Passifloracées;* et d'un cinquième fascicule intitulé 30e famille, *Palmiers*, par HENRI JUMELLE.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats au poste de Directeur de l'Observatoire du Pic du Midi, pour la première ligne, M. *Jean Rösch* obtient 29 suffrages contre 10 à M. *Alexandre Dauvillier* et 1 à M. *Henri Dessens;* il y a 4 bulletins blancs.

Pour la seconde ligne, M. *Henri Dessens* obtient 37 suffrages contre 3 à M. *Alexandre Dauvillier;* il y a 3 bulletins blancs et 1 bulletin nul.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

En première ligne............. M. **JEAN RÖSCH**.
En seconde ligne............. M. **HENRI DESSENS**.

CORRESPONDANCE.

Le Secrétaire général du **SEVENTH PACIFIC SCIENCE CONGRESS** invite l'Académie à se faire représenter à ce Congrès, qui aura lieu en Nouvelle-Zélande, au mois de février 1949.

M. **THEODOR MORTENSEN**, élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, adresse ses remercîments à l'Académie.

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Annuaire général de l'Université Laval pour l'année académique* 1947-1948.

2° *Colloquium mathematicum*. Komitet redakcyjny : BRONISLAW KNASTER, EDWARD MARCZEWSKI, HUGO STEINHAUS, WLADYSLAW SLEBODZINSKI. Volume I, fascicule 1.

3° *Bulletin of the astronomical Institutes of Czechoslovakia*. Volume I, n° 1.

4° *La Recherche aéronautique*. Bulletin bimestriel de l'Office national d'études et de recherches aéronautiques, n° 1.

ALGÈBRE. — *Théorie non abélienne des corps de classes pour les extensions galoisiennes des corps de nombres algébriques : conséquences de la loi de monodromie; résumé de la théorie locale.* Note de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Élie Cartan.

Je conserve les notations de mes Notes précédentes ([1]). De la loi de monodromie que j'y ai démontrée (avec des hypothèses, par mégarde, trop restrictives sur les facteurs premiers $\mathfrak{P}'$ de D_K dans K' : le théorème reste valable si l'on ne suppose, pour ces $\mathfrak{P}'$, que la non-ramification du corps composé de $K'_{\mathfrak{p}'}$ et de $(K/k)_{\mathfrak{p}}$ par rapport à $K'_{\mathfrak{p}'}$, et, alors, le théorème réciproque est aussi vrai [et banal]) résultent les conséquences suivantes : 1° *Si* K/k et K'/k *satisfont aux conditions de la loi de monodromie, et si* $(K' : k) \leqq (K : k)$, *on a* $K' = K$; 2° *Si, pour tout facteur premier* $\mathfrak{P}'$ *de* $D_{K'/k}$ *dans* K', *le corps composé de* $K'_{\mathfrak{p}'}$ *et de* $(K/k)_{\mathfrak{p}}$ *est non ramifié par rapport à* $(K/k)_{\mathfrak{p}}$ *et si, pour tout idéal premier* $\mathfrak{P}'$ *de* K' *tel que* $N(\mathfrak{P}') \leqq |D_K|^{(n'!)^2}$ [où $n' = (K' : k)$], $K'_{\mathfrak{p}'}/k_{\mathfrak{p}}$ *est* $\subseteq (K/k)_{\mathfrak{p}}$, K'/k *est une sous-extension de* K/k (on applique la loi de monodromie au corps de Galois de K'/k, auquel on fait jouer le rôle de K, et à K, auquel on fait jouer le rôle de K'), *et réciproquement;* 3° K'/k *est galoisienne si et seulement si, pour tous les facteurs premiers* $\mathfrak{P}'$ *de* $D_{K'/k}$ *dans* K', $K'_{\mathfrak{p}'}/k_{\mathfrak{p}}$ *est galoisienne et ne dépend que de* $\mathfrak{p}$ *et, pour tout idéal premier* $\mathfrak{P}'$ *de* K' *tel que* $N(\mathfrak{P}') \leqq |D_{K'}|^{(n'!)^2}$, $(K'_{\mathfrak{p}'} : k_{\mathfrak{p}})$ *ne dépend que de* $\mathfrak{p}$ (on applique la loi de monodromie au corps de Galois de K'/k, qui joue le rôle de K, et à K'); 4° $G_{K/k}$ *est engendré par les groupes d'inertie dans* K/k *des facteurs premiers* $\mathfrak{P}$ *de* $D_{K/k}$ *dans* K *et par les groupes de décomposition dans* K/k *des idéaux premiers* $\mathfrak{P}$ *de* K *tels que* $N(\mathfrak{P}) \leqq \sqrt{|D_K|}$ (on applique la loi de monodromie à la sous-extension $\overline{K}/k$ de K/k appartenant au sous-groupe $\bar{g}$ de $G_{K/k}$ engendré par les groupes indiqués et à k/k, jouant le rôle de K'/k); 5° soient K'/k et K''/k deux sous-extensions de K/k, $\mathfrak{P}$ un idéal premier de K, $\mathfrak{P}'$, $\mathfrak{P}''$ les idéaux premiers des K', K'' qu'il divise; alors, *si, pour tout facteur premier* $\mathfrak{P}$ *de* $D_{K/k}$ *dans* K, $K'_{\mathfrak{p}'}$ *et* $K''_{\mathfrak{p}''}$ *sont latéraux, et si, pour tout idéal premier* $\mathfrak{P}$ *de* K *tel que* $N(\mathfrak{P}) \leqq \sqrt{|D_K|}$, $K'_{\mathfrak{p}'}$ *et* $K''_{\mathfrak{p}''}$ *coïncident* on a $K' = K''$ (on applique la conséquence précédente aux $G_{K/K'}$ et $G_{K/K''}$).

Afin de caractériser l'anneau principal ([1]) de k, je vais résumer les définitions et les résultats de ma théorie locale non abélienne des corps de classes, énoncés ou démontrés dans mes travaux antérieurs ([2]). On dira que quelque chose peut se vérifier ou se construire *finiment*, si cela est possible à l'aide d'un nombre fini d'opérations rationnelles. Soient k un corps de nombres $\mathfrak{p}$-adiques, $f(x)$, un polynome normé irréductible à coefficients entiers de k [l'irréductibilité

([1]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 785, 973 et 1113.

([2]) *Mathematica* (Cluj), t. 13, 1937, p. 72-191; *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1534; 219, 1944, p. 433; 220, 1945, p. 28, 761; 221, 1945, p. 37; 222, 1946, p. 165, 581, 626, 984.

de $f(x)$ se vérifie finiment (³)], α un zéro de $f(x)$, $K = k(\alpha)$, $n = (K:k)$ le degré de $f(x)$. On peut déterminer finiment l'extension de restes R/r de K/k, son module de valuation $\mathfrak{M}$, l'ordre par rapport à l'idéal premier de $\mathfrak{P}$ de K de tout $\beta \in K$ donné, et l'on peut construire finiment un $\pi \in K$ d'ordre 1 en $\mathfrak{P}$ et, pour tout $\beta \in K$, déterminer pour toute puissance $\mathfrak{P}^u$ de $\mathfrak{P}$, un développement $\xi_i \pi^i + \xi_{i+1} \pi^{i+1} + \ldots + \xi_{u-1} t \pi^{u-1}$, tel que $\xi_i, \xi_{i+1}, \ldots, \xi_{u+1}$ (i entier négatif, positif ou nul) soient des racines d'unité d'exposant premier à $\mathfrak{p}$ quand ils ne sont pas nuls, qui soit $\equiv \beta \pmod{\mathfrak{P}^u}$. On appelle *polygone de ramification* de $f(x)$ le polygone de Newton Π_f de $f(x+\alpha)$ [qui se construit finiment] et on note $\varphi_f(v)$ l'ordonnée de l'intersection avec l'axe des ordonnées de la droite de coefficient angulaire $-v$ qui touche Π_f. C'est une fonction strictement croissante de v, et sa fonction inverse sera notée $v_f(\varphi)$. $\Delta^{(f)} = -\operatorname{Log} v^{(f)}$ étant le minimum de la distance des zéros de $f(x)$ dans la fermeture algébrique valuée $\mathfrak{K}$ de k, on pose $\varphi_f = \varphi_f(v^{(f)})$.

Le polygone $f(x)$ est dit *discriminantiel* si l'idéal (D_f) engendré par son discriminant D_f est égal au discriminant $D_{K/k}$ de K/k, ce qui a lieu si, et seulement si $\alpha \equiv \xi_0 + \xi_1 \pi \pmod{\mathfrak{P}^2}$, où le reste de ξ_0 engendre R/r et où $\xi_1 \not\equiv 0 \pmod{\mathfrak{P}}$. On vérifie donc finiment si un polygone donné est discriminantiel. Si $f(x)$ est discriminantiel, Π_f coïncide avec le *polygone de ramification* $\Pi_{K/k}$ *de* K/k, déterminé par ses nombres et hypergroupes de ramification (²), et, $\varphi_{K/k}(v)$, $v_{K/k}(\varphi)$, $v_{K/k}$, $\varphi_{K/k}$ étant la fonction $\varphi(v)$ relative au polygone $\Pi_{K/k}$, sa fonction inverse, le plus grand nombre de ramification fini de K/k, $\varphi_{K/k}(v_{K/k})$, on a $\varphi_f(v) = \varphi_{K/k}(v)$, $v_f(\varphi) = v_{K/k}(\varphi)$, $v^{(f)} = v_{K/k}$, $\varphi_f = \varphi_{K/k}$,

Soit S_k l'ensemble des polynomes normés irréductibles de k. On organise S_k en un espace ultramétrique (²) $S_k^{(a)}$, où a est une constante positive, en l'organisant par la distance $d_a(f, g)$ [*a-distance* de S_k] définie comme suit : n, u étant les degrés des $f(x)$, $g(x) \in S_k$ et $R(f, g)$ étant leur résultant, on pose $d_a(f, g) = |R(f, g)^{a:nu}|$, n étant un entier positif, $S_{k,n}$ désigne le sous-espace de $S_k^{(n)}$ formé par ses polynomes de degré n. J'ai démontré (²) que si $-\operatorname{Log} d_n(f, g) > \varphi_f$, $g(x)$ définit (à k-isomorphie près) une surextension de l'extension K/k définie par $f(x)$, et qu'il existe un $g(x) \in S_k$, ne définissant pas une surextension de K/k, tel que $-\operatorname{Log} d_n(f, g) = \varphi_f$. En particulier, quand $f(x)$ parcourt les polynomes minimaux dans k des entiers d'une extension finie K de k, φ_f atteint, pour les $f(x)$ discriminantiels, son minimum, qui est $\varphi_{K/k}$. On appelle *conducteur* de K/k le p. p. c. m. $\mathfrak{J}_{K/k}$ des diviseurs (²) $\mathfrak{J}$ de $S_k^{(n)}$, où $n = (K:k)$, tels qu'on puisse trouver un polynome minimal $f(x)$ dans k d'un entier de K et un $g(x) \in S_k$ ne définissant pas une surextension de K/k tels que $f(x) \equiv g(x) (\mathfrak{J})$. $|\mathfrak{J}|_n$ étant la valuation (²) de $\mathfrak{J}$ dans $S_k^{(n)}$, on a, visiblement, $|\mathfrak{J}_{K/k}|_n = e^{-\varphi_{K/k}}$. On associera au diviseur $\mathfrak{J}$ de $S_k^{(n)}$ l'idéal $\mathfrak{f}$ de $\mathfrak{K}$ tel que sa valuation $|\mathfrak{t}|$ dans $\mathfrak{K}$ soit $= |\mathfrak{J}|_n$. L'idéal $\mathfrak{f}_{K/k}$ de $\mathfrak{K}$

(³) Voir par exemple, O. Ore, *Math. Ann.*, 96, 1926, p. 313 et 97, 1926-1927, p. 569.

associé ainsi à $\mathfrak{J}_{K/k}$ sera dit aussi le conducteur de K/k, et la Führer-Diskriminantenformel de Hasse-Artin montre qu'il coïncide, dans les cas abélien et galoisien, avec le conducteur au sens habituel.

Quelque soit le vrai multiple $\mathfrak{J}$ et $\mathfrak{J}_{K/k}$, l'ensemble $\overline{E}_{K/k}$ des polynomes discriminantiels définissant K/k est une réunion $E(\mathfrak{J}; K/k)$ d'un nombre fini $n(K/k; \mathfrak{J})$ de classes suivant $\mathfrak{J}$ dans $S_{k,n}$. Étant donné un polynome discriminantiel $f(x)$ définissant une extension K/k de degré n, il est possible (²) de former finiment à partir de $f(x)$ un système complet de représentants des classes suivant $\mathfrak{J}$ appartenant à $E(\mathfrak{J}; K/k)$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Noyaux pseudo-reproduisants et complétion des classes hilbertiennes.* Note (¹) de M. **Nachman Aronszajn.**

Nous reprenons les notations et définitions de notre Note précédente (²). Nous y avons défini la notion d'un n. p.-r. pour une classe de fonctions relativement à une classe d'ensembles exceptionnels $\mathfrak{A}$, une mesure μ et un système μ-fondamental $\{U(x, \rho)\}$, en abrégé *rel.* $\{\mathfrak{A}, \mu, U\}$. Les propriétés I, II et III des n. r. [voir (²)] possèdent leurs analogues dans le cas des n. p.-r.

I'. S'il existe un n. p.-r. pour la classe F *rel.* $\{\mathfrak{A}, \mu, U\}$, il est unique à une fonction près dont l'intégrale par rapport à x (ou y) sur tout $U(p, \rho)$ est égale à 0 pour tous les y (ou x) *exc.* $\mathfrak{A}$.

II'. Pour énoncer le théorème d'existence des n. p.-r. pour une classe F *rel.* $\{\mathfrak{A}, \mu, U\}$, faisons correspondre à chaque fonction f de F la fonction définie sur le système d'ensembles $\{U\}$ prenant pour tout ensemble $U(x, \rho)$ la valeur égale à l'intégrale de f sur $U(x, \rho)$. On a ainsi une correspondance entre la classe F et une classe linéaire Φ des fonctions définies sur $\{U\}$. On transplante alors le produit scalaire de F sur Φ, ce qui fait de Φ une classe hilbertienne formant un espace de Hilbert et admettant un n. r. Celui-ci est une fonction des couples d'ensembles de $\{U\}$, c'est-à-dire des ensembles de la forme $U(x_1, \rho_1) \times U(x_2, \rho_2)$. Cette fonction peut être prolongée en une fonction additive d'ensembles dans $E \times E$. Le fait que cette fonction additive est absolument continue (par rapport à la mesure-produit $\mu \times \mu$) sur une suite croissante des sous-ensembles de $E \times E$ convergeant vers $E \times E$, caractérise le cas où il existe un n. p.-r. pour F.

Cette caractérisation permet de démontrer que la classe hilbertienne des fonctions de carrés sommables dans un domaine de l'espace euclidien (le choix de $\{\mathfrak{A}, \mu, U\}$ est alors évident et, pour $\mathfrak{A}$ et μ, unique), n'admet pas de n. p.-r.

III'*a*. Si $N(x, y)$ est le n. p.-r. de la classe F *rel.* $\{\mathfrak{A}, \mu, U\}$, on a :

(1). *Pour toute fonction μ-mesurable $g(x)$, l'intégrale sur* $E \times E$ *de* $N(x, y)\, g(x)\, g(y)$ *est* $\geqq 0$, *si seulement cette intégrale existe.*

(¹) Séance du 9 février 1948.

III'*b*. Soit $N(x, y)$ une fonction satisfaisant à la condition 1° de la définition des n. p.-r. [voir (2)] et à (1), relativement à une mesure μ et un système $\{U(x, \rho)\}$, en abrégé *rel.* $\{\mu, U\}$. Il existe alors au moins une classe $\mathfrak{A}$ et une classe de fonctions F telles que $N(x, y)$ soit le n. p.-r. de F *rel.* $\{\mathfrak{A}, \mu, U\}$. Ceci est vrai notamment pour la classe $\mathfrak{A}_\mu$ des ensembles de μ-mesure nulle qui est la plus grande des classes $\mathfrak{A}$ admissibles.

Le problème important concernant ce théorème est de chercher une classe admissible $\mathfrak{A}$ *aussi petite que possible*, éventuellement *la plus petite*. Pour préciser ce problème, introduisons quelques notions supplémentaires.

Une classe F, hilbertienne et normale *rel.* $\mathfrak{A}$ [voir (1)], sera dite *hypernormale*, si de toute suite $\{f_n\} \subset F$ convergeant fortement vers $f \in F$, on peut extraire une suite convergeant au sens ordinaire vers f partout *exc.* $\mathfrak{A}$.

La classe F sera dite *saturée*, si toute fonction définie dans E *exc.* $\mathfrak{A}$ et égale partout *exc.* $\mathfrak{A}$ à une fonction de F, appartient à F.

La classe des fonctions de carré sommables dans un intervalle est hypernormale et saturée *rel.* à la classe des ensembles de mesure nulle.

Une classe formant un espace de Hilbert et hypernormale *rel.* $\mathfrak{A}^0$, où $\mathfrak{A}^0$ est la classe $\{(0)\}$ composée du seul ensemble vide, possède un n. r. (l'inverse est aussi vrai).

Soit $\overline{\mathfrak{A}} \supset \mathfrak{A}$ une classe d'ensembles exceptionnels et soit $\overline{F}$ une classe hilbertienne normale *rel.* $\overline{\mathfrak{A}}$, formant un espace de Hilbert et telle que : $F \subset \overline{F}$; sur F, le produit scalaire de $\overline{F}$ soit égal à celui de F; pour tout f de $\overline{F}$ il existe une suite $\{f_n\} \subset F$ convergeant fortement vers f et convergeant partout vers f (au sens ordinaire) *exc.* $\overline{\mathfrak{A}}$. La classe $\overline{F}$ sera dite une *complétée* de F *rel.* $\mathfrak{A}$. L'opération de passage de F à $\overline{F}$ sera dite *complétion fonctionnelle* de F.

Si la complétée $\overline{F}$ est hypernormale ou saturée, on parlera d'une complétion hypernormale ou saturée *rel.* $\overline{\mathfrak{A}}$. S'il existe une complétée hypernormale *rel.* $\overline{\mathfrak{A}}$, il en existe une et une seule qui soit hypernormale et saturée *rel.* $\overline{\mathfrak{A}}$.

Le problème primordial de la complétion fonctionnelle est de trouver la plus petite classe $\overline{\mathfrak{A}}$, si elle existe, pour laquelle la complétion hypernormale soit possible; la complétée hypernormale et saturée correspondante sera appelée *parfaite*; c'est alors la plus petite classe parmi toutes les complétées hypernormales et saturées.

Revenons maintenant aux conditions du théorème III' *b*. Considérons les combinaisons linéaires $g(x)$ d'un nombre fini des fonctions caractéristiques des ensembles $U(x, \rho)$. Désignons par F_0 la classe des fonctions

$$f_g(x) = \int_E N(x, y)\, g(y)\, d\mu_y$$

(2) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 456.

munie du produit scalaire

$$[f_g, f_h] = \iint_{E\times E} N(x, y)\, h(x)\, g(y)\, d\mu_x d\mu_y.$$

C'est une classe hilbertienne normale *rel.* $\mathfrak{A}_\mu$, mais elle peut être normale *rel.* à une classe plus petite; dans beaucoup de cas elle le sera *rel.* $\mathfrak{A}^0 = \{(0)\}$. F_0 admet une (et une seule) complétée F hypernormale et saturée *rel.* $\mathfrak{A}_\mu$, et cette classe F admet $N(x, y)$ comme n. p.-r. *rel.* $\{\mathfrak{A}_\mu, \mu, U\}$.

Le problème intéressant est de savoir, dans le cas où F_0 admet une complétée hypernormale *rel.* à une classe $\overline{\mathfrak{A}}$ plus petite que $\mathfrak{A}_\mu$, si cette complétée admet $N(x, y)$ comme n. p.-r. *rel.* $\{\overline{\mathfrak{A}}, \mu, U\}$. Si F_0 admet une complétée F hypernormale *rel.* $\mathfrak{A}^0$, F est évidemment la complétée parfaite de F_0. De plus, F possède un n. r. (voir plus haut) qui est égal à $N(x, y)$ à un ensemble de mesure nulle dans $E \times E$ près.

Le théorème III'*b* nous permet de construire un grand nombre des classes admettant un n. p.-r. Par exemple, si E est un domaine dans un espace euclidien et $N(x, y)$ le noyau d'un opérateur intégral défini positif, $N(x, y)$ est un n. p.-r. pour une classe de fonctions.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Équations différentielles linéaires hyperboliques à coefficients constants.* Note de M. **Lars Gårding**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Soit $n > 0$ et soit $q(\zeta) = q(\zeta_1, \ldots, \zeta_n)$ un polynome à coefficients réels ou complexes qui n'est pas fonction de $l < n$ combinaisons linéaires des ζ_k, et soient u et f des fonctions réelles ou complexes des n variables réelles $x_1, \ldots, x_n$. Considérons l'équation aux dérivées partielles

$$q\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) u = f. \qquad (1)$$

Nous posons $q = p + r$ où p est homogène de degré m, le degré de r étant inférieur à m. Nous disons que q est hyperbolique par rapport au vecteur réel $\xi = (\xi_1, \ldots, \xi_n)$ si $p(\xi) \neq 0$ et s'il existe un nombre réel t_0 tel que $q(t\xi + i\eta) \neq 0$ pour tout vecteur réel η quand $t > t_0$. On déduit de ces conditions que $p(t\xi + i\eta) \neq 0$ pour tout t réel et $\neq 0$ et de là la propriété équivalente que $p(t\xi + \eta)$ s'annule pour m valeurs réelles $-u_k(\xi, \eta)$ de t. C'est la dernière propriété qui, avec quelques restrictions, constitue la définition du caractère hyperbolique donnée, pour le cas particulier des polynomes homogènes, par M. Herglotz et M. Petrowsky (¹). Soit Γ l'ensemble

(¹) *Rec. Math.*, N. S., 17, 1945, p. 289-367.

des ξ tels que tout $u_k(\bar{\xi}, \xi) > 0$, ou plus brièvement, $\Gamma = [\xi; u_k(\bar{\xi}, \xi) > 0]$. On trouve que Γ est l'intérieur d'un cône convexe contenant $\bar{\xi}$. On peut aussi montrer que q est hyperbolique par rapport à tout $\xi \in \Gamma$ et que dans la définition de Γ tout $\xi \in \Gamma$ peut remplacer $\bar{\xi}$.

Si $\xi - t_0 \bar{\xi} \in \Gamma$ et $R\alpha > n$, $q(\xi + i\eta)^{-\alpha}$ est la transformée de Fourier-Laplace d'une fonction continue $Q(\alpha, x)$ qui est nulle en dehors d'un cône convexe C, à savoir l'intérieur du domaine $[x; (x, \xi) = x_1\xi_1 + \ldots > 0, \xi \in \Gamma]$. En effet, on a avec $\zeta = \xi + i\eta$,

$$(2) \qquad q(\zeta)^{-\alpha} = \int Q(\alpha, x) e^{-(\zeta, x)}\, dx, \qquad Q(\alpha, x) = (2\pi)^{-n} \int q(\zeta)^{-\alpha} e^{(\zeta, x)}\, d\eta,$$

où les intégrales s'étendent à l'espace entier. Quand $q = \zeta_1^2 - \zeta_2^2 - \ldots - \zeta_n^2$, (1) devient l'équation des ondes. Dans ce cas q est hyperbolique par rapport à tout $\bar{\xi}$ tel que $q(\bar{\xi}) > 0$; Γ et C sont tous les deux identiques au domaine $[\xi;\ \xi_1\bar{\xi}_1 > 0,\ q(\xi) > 0]$. Quant à $Q(\alpha, x)$ on retrouve le noyau de M. M. Riesz [2], $q(x)^{\alpha-(1/2)n}/\pi^{(1/2)(n-2)}\, 2^{2\alpha-1}\, \Gamma(\alpha)\Gamma[\alpha - (1/2)(n-2)]$, $(x \in C)$.

Comme l'a fait M. Riesz pour l'équation des ondes, on peut utiliser $Q(\alpha, x)$ pour résoudre le problème de Cauchy pour (1). Soient $c_k = c_k(s_2, \ldots, s_n)$ n fonctions réelles des $n - 1$ variables réelles $s_2, \ldots, s_n$ qui sont de la classe C_r $[r = (n+1)m]$, quand $|s_k| < 1$. Écrivons le déterminant ayant pour lignes t_k, $\partial c_k/\partial s_2, \ldots, \partial c_k/\partial s_n$ sous la forme $t_1\gamma_1 + \ldots + t_n\gamma_n$ et supposons que, pour un ordre convenable de ces lignes, le vecteur $\gamma = (\gamma_1, \ldots, \gamma_n) \in \Gamma$. Les équations $x_k = c_k$ définissent donc une surface S qui a une orientation d'espace. Soit A un ensemble ouvert des x tel que toute ligne droite $y(t) = x - tz$, $(x \in A,\ z \in C)$, coupe S en un point $y(t')$ avec $t' > 0$ et que tout $y(t)$ avec $0 \leq t < t'$ appartient à A. Soit A′ un ensemble ouvert contenant la fermeture de A et soient f et h des fonctions de la classe C_r dans A′. Posons, avec M. Riesz, quand $x \in A$ et $R\alpha > n$,

$$I^\alpha f(x) = \int_A Q(\alpha, x - y) f(y)\, dy.$$

La formule (2) donne immédiatement

$$(3) \qquad q\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) I^{\alpha+1} f(x) = I^\alpha f(x).$$

On peut montrer que $I^\alpha f(x)$ est, pour tout x, une fonction holomorphe de α quand $R\alpha \geq 0$, que (3) reste encore valable et qu'on a $I^0 f(x) = f(x)$. Toutes les dérivées de $I^1 f(x)$ d'ordre inférieur à m tendent vers zéro

(2) *Soc. Math. de France*, Conférence de la Réunion internat. des math. tenue à Paris en juillet 1937, Paris 1939.

quand $x \to S$, ce que nous écrivons $I^1 f(x) \overset{(m)}{\longrightarrow} 0$, $(x \to S)$. Par conséquent

$$u(x) = I^1 f(x) + h(x) - I^1 q\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) h(x)$$

est une solution de (1) dans A telle que $u(x) - h(x) \overset{(m)}{\longrightarrow} 0$, $(x \to S)$, et l'on peut montrer qu'elle est la seule avec cette propriété. Quant à $I^1 f(x)$, on peut l'écrire sous forme explicite en utilisant (3).

Ajoutons que si p est hyperbolique dans notre sens, tandis que q ne l'est pas, le problème de Cauchy considéré n'est pas correctement posé quand S est n'importe quel plan $(x, \xi) = 0$, $(\xi \in \Gamma)$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Échelle spectrale et intégration des êtres fonctionoïdes*. Note [1] de M. **Otton Martin Nikodym**, présentée par M. Paul Montel.

8. Reprenons les notations et notions de deux Notes précédentes [2]. Soit $\alpha_n \in (B')$ et supposons que $\alpha_1 \subset \alpha_2 \subset \ldots$ converge vers $\alpha \in (B')$; on a alors $\alpha = \Sigma'_n \alpha_n$ [somme somatique dans (B')], $\alpha_1 \beta \subset \alpha_2 \beta \subset \ldots$ converge vers $\alpha_n \beta$ et $\alpha\beta = \Sigma'_n \alpha_n \beta$. Si $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots$ converge et $\alpha_i . \alpha_k = \theta$, $(i \neq k)$, $\beta_n \subset \alpha_n$, alors $\beta_1 + \beta_2 + \ldots$ converge, $\alpha_{k(1)} + \alpha_{k(2)} + \ldots$ où $k(1) < k(2) < \ldots$ converge et la série $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots$ converge vers la même limite si l'on change l'ordre des termes ou bien si on la transforme en une série double et réciproquement. Ces résultats seront utilisés au paragraphe 10.

9. Nous allons introduire des êtres fonctionoïdes ayant des bases arbitraires. Dans ce but introduisons, en employant une idée de M. Fréchet, la notion suivante *d'écart de deux agrégats x, y*, quelconques.

$$|x, y| = \| x - y \| + \| \text{bas}\, x, \text{bas}\, y \|.$$

On a $|x, y| = 0$, si et seulement si $x = y$; $|x, y| \leqq |x, z| + |z, y|$. Définissons $|x| = |0.\theta, x|$. On a $|x| = \|x\| + \mu(\text{bas}\ x)$; $|x, y| = |x - y|$; $|x + y| \leqq |x| + |y|$, $\|x - y\| \leqq |x, y|$.

Une suite $\{x_n\}$ s'appelle *fondamentale* (S. F.) [resp. *nulle* (S. N.)] lorsque $|x_n, x_m| \to 0$ [resp. $|x_n| \to 0$].

Pour que $\{x_n\}$ soit une S. F. (resp. S. N.), il faut et il suffit que $\{x_n^\star\}$ et $\{\text{bas}\ x_n\}$ soient une s. f. resp. s. n.

En partant des nouvelles S. F., le procédé de complétion s'accomplit comme d'habitude et fournit des *êtres fonctionoïdes* (E. F.) $\xi, \eta, \zeta \ldots$ dont l'ensemble sera désigné par (A''').

Définissons $\xi^\star$, bas ξ et $\|\xi\|$ par $\{x_n^\star\}$, $\{\text{bas}\ x_n\}$ et $\lim \|x_n\|$, où $\xi \sim \{x_n\}$. Les

[1] Séance du 2 février 1948.

[2] *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 375 et 458.

propriétés de $\|\xi\|$, bas ξ et ξ^* sont les mêmes que pour les agrégats. Soit (B') la tribu obtenue de (B) par la complétion au moyen de l'écart $\|a, b\|$. Si $\alpha \in (B')$, définissons $\lambda\alpha$ par la S. F. $\{\lambda . a_n\}$ où $\alpha \sim \{a_n\}$; on a $\lambda\alpha \in (A''')$. Les E. F. $\in (A''')$ vérifient tous les axiomes des agrégats (Note I) sauf VI. (A''') contient une partie isomorphe à (A''). Les (A''') sont des analogues de fonctions mesurables définies presque partout dans des sous-ensembles mesurables de l'ensemble total.

10. Pour confronter nos ê. f. p. avec les ê. f. connus dans la littérature, nous allons construire leurs échelles spectrales. Mais d'abord introduisons des êtres fonctionoïdes *simples*. Nous ne considérerons dans ce qui va suivre que des E. F. basées dans $\{I\}$. Soit $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \in (B')$ une suite telle que $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots$ converge vers $\{I\}$. Dans ce cas $\{\xi_n\} = \{\lambda_1\alpha_1 + \ldots + \lambda_n\alpha_n\}$ converge quels que soient les λ_n. Soit $\xi = \lim \xi_n$. Un tel E. F. s'appellera *être fonctionoïde simple* (E. F. S.), on écrira $\Sigma_i \lambda_i \alpha_i$.

Soit $\xi = \Sigma_i \lambda_i \alpha_i$ un E. F. S. et λ un nombre; les sommes $\Sigma(\lambda_i \geqq \lambda)\alpha_i$, $\Sigma(\lambda_i > \lambda)\alpha_i$ convergent et représentent des somata de (B') que nous écrirons resp. $\hat{\alpha}\{\xi \geqq \{\lambda I\}\}$, $\hat{\alpha}\{\xi > \{\lambda I\}\}$. Si ξ est un E. F. S., $\|\xi\| = d$ est l'unique nombre satisfaisant à l'inégalité $\mu\hat{\alpha}\{|\xi| > \{dI\}\} \leqq d \leqq \mu\hat{\alpha}\{|\xi| \geqq \{dI\}\}$.

11. Pour tous E. F. ξ (basée dans $\{I\}$) il existe des suites $\psi_1 > \psi_2 > \ldots$, $\varphi_1 < \varphi_2 < \ldots$ de E. F. S. convergeant uniformément vers ξ et telles qu'il existe une suite $0 < \varepsilon_n \to 0$ où $\varphi_{n+1} - \varphi_n \geqq \{\varepsilon_n I\}$, $\psi_n - \psi_{n+1} \geqq \{\varepsilon_n I\}$, (*suites approximantes* (s. a.) *de* ξ. Posons $\alpha_n(\lambda) = \hat{\alpha}\{\varphi_n \geqq \lambda\}$. On a $\alpha_{n+1}(\lambda) \subset \alpha_n(\lambda)$, mais $\{\alpha_n(\lambda)\}$ ne converge pas nécessairement, comme on peut en donner un exemple. M. Mac Neille ([3]) a démontré que (B') peut être étendue par la méthode de section, de manière à devenir une tribu de Boole (B'') complètement additive et avec conservation de toutes sommes et produits somatiques finis ou infinis de (B'). Dans (B'') le produit $\Pi''_n \alpha_n(\lambda)$ existe et ne dépend pas du choix de la s. a. $\{\varphi_n\}$. Posons $E(\lambda) = \Pi''_n \alpha_n(\lambda)$ et appelons-le *échelle spectrale de* ξ. Convenons d'écrire $E(\lambda = \hat{\alpha}''\{\xi \geqq \{\lambda I\}\}$. On a $E(\lambda') \subset E(\lambda'')$ lorsque $\lambda' \leqq \lambda''$; si $\lambda_1 < \lambda_2 < \ldots \to \infty$, on a $\Sigma''_n E(\lambda_n) = I^\alpha$ et, si $\lambda_1 > \lambda_2 > \ldots \to -\infty$, on a $\Sigma''_n E)\lambda_n) = \theta$; si $\lambda_1 \geqq \lambda_2 \geqq \ldots \to \lambda_0$, on a $E(\lambda_0) = \Pi''_n E(\lambda_n)$. Chaque E. F. a une échelle spectrale dans (B''), mais il n'est pas vrai que chaque succession $F(\lambda) \in (B'')$ jouissant des propriétés ci-dessus correspond à un E. F. On a ainsi retrouvé des ê. f. de Carathéodory et Wecken. On peut démontrer que $\|\xi\| = d$ est l'unique nombre pour lequel $\mu''\hat{\alpha}''\{|\xi| > \{d'I\}\} \leqq d \leqq \mu''\hat{\alpha}'\{|\xi| \geqq \{d'I\}\}$ où la mesure μ'' se définit par la limite, par exemple, $\lim_n \mu[\alpha_n(\lambda)]$.

12. *Intégration* des ê. f. p. Supposons que, sur (B), $\mu(a+b) = \mu(a) + \mu(b)$ lorsque $a . b = \theta$. Dans ce cas (*Mac Neille*), la mesure dans (B') devient dénom-

([3]) *Partially ordered sets* (*Trans. Am. Math. Soc.*, 43, 1937).

brablement additive et même complètement additive (*Wecken*). L'intégrale $\int \xi d\mu$ se définit par l'intégrale de Stieltjes $\int \lambda d\mu E(\lambda)$, mais elle est égale à $\lim_n \Sigma_i \lambda_{in} \mu(a_{in})$ dans le cas où $\xi \geqq \{o.I\}$ et $o.I \leqq x_1 \leqq x_2 \leqq \ldots \to \xi$, $\xi_n = \Sigma_i \lambda_{in} a_{in}$, en supposant que cette limite existe. Les intégrales ont le type de Fréchet (*Bull. Soc. Math. France*, 43, 1915).

13. Les ê. f. expliquent certains phénomènes observés sur des intégrales de Stieltjes ordinaires $\int f(x)\, dg(x)$, où $g(x)$ est monotone et discontinue dans $(0, 1) = \hat{x}\{0 < x \leqq 1\}$. Les intervalles (α, β) semifermés et leurs sommes finies constituent une tribu simplement additive de Boole (B).

Si l'on pose $\mu(\alpha, \beta) = g(\beta) - g(\alpha)$ et que l'on complète (B), la tribu (B') ainsi obtenue contiendra, outre des ensembles, des somata qui *ne sont pas des ensembles de points* (découverts par *Mac Neille*). Les ê. f. respectifs seront des fonctions plus amples que $f(x)$, parce que l'ensemble $(0, 1)$ sera enrichi par des *points* abstraits intercalés ce qui permet de transformer l'intégrale de Stieltjes en une intégrale ordinaire du type de Lebesgue-Fréchet.

Remarquons enfin qu'on peut construire une théorie des ê. f. en admettant des normes différentes par exemple : $\|x\|_1 = \sup x$, $\|x\|_2 = \Sigma_i |\lambda_i| \mu(a_i)$, $\|x\|_3 = \sqrt[p]{\Sigma_i |\lambda_i|^p \mu(a_i)}$ où $p \geqq 1$. Pour $p = 2$ et λ_i complexes, les ê. f. forment un espace de Hilbert-Hermite.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions orthogonales d'Hermite dérivées d'une exponentielle quadratique. Valeur asymptotique.* Note [1] de M. **Albert Tortrat**, présentée par M. Joseph Pérès.

Les relations qui suivent généralisent des propriétés connues dans le cas d'une variable

$$(1) \quad \begin{cases} 4\,\xi_i \mathcal{H}^2_{n_1,\ldots,n_r} = \dfrac{\partial}{\partial \xi_i} \mathcal{H}^2_{\ldots,n_i+1,\ldots} + \dfrac{\partial}{\partial x_i} \mathcal{H}^2_{n_1,\ldots,n_r} \quad [2], \\ -4x_i\, f^2_{n_1,\ldots,n_r} = \dfrac{\partial}{\partial x_i} f^2_{\ldots n_i-1,\ldots} + \dfrac{\partial}{\partial \xi_i} f^2_{n_1,\ldots,n_r} \quad [3]. \end{cases}$$

Aucune sommation n'est à faire dans ces formules, un seul indice, n_i est modifié par rapport aux indices initiaux, dans chaque équation

(1) Séance du 9 février 1948.

(2) Rappelons les notations $\varphi = \alpha_{ij} x_i x_j = \beta_{ij} \xi_i \xi_j$, $\xi_i = \dfrac{1}{2} \dfrac{\partial \varphi}{\partial x_i} = \alpha_{ij} x_j$.

(3) $f_{n_i} = e^{-\frac{\varphi}{2}} \psi_{n_i} = e^{-\varphi} \mathcal{H}_{n_i}$ discriminant $D = |\alpha_{ij}|$,

$$f_{n_i} = \frac{(-1)^{\Sigma n_i}}{a_{n_i}} \frac{\partial^{\Sigma n_i}}{\partial x_i^{n_i}} e^{-\varphi}, \qquad a^2_{n_i} = \pi^2_{n_i}!\, A, \qquad A = \frac{\pi^{\frac{n}{2}}}{\sqrt{D}}.$$

A partir du deuxième groupe de formules on démontre que

$$-2\left[f_{n_i}^2\,d\varphi+\sum_{l}(\delta_l f_{n_i-1}^2\,d\varphi_l)+\ldots+\sum_{l,j,\ldots,l}(\delta_{l,j,\ldots,l} f_{n_i-1,\ldots,n_l-1}^2\,d\varphi_{l,j,\ldots,l})\right.$$
$$\left.+\sum_{l_1,\ldots,l_{r-1}}\delta_{l_1,\ldots,l_{r-1}} f_{n_{l_1}-1,\ldots n_{l_{r-1}}-1}\,d\varphi_{l_1,\ldots,l_{r-1}}\right]$$
$$=d\left[f_{n_i}^2+\sum_{l}\delta_l f_{n_i-1}^2+\sum_{l,j}\delta_{l,j}\,f_{n_i-1,n_j-1}^2+\ldots+\mathrm{D}\,f_{n_1-1,\ldots,n_r-1}^2\right];$$

d désigne devant les φ ou le crochet les différentielles de ces expressions.

$\delta_{l,j,\ldots,l}$ désigne un mineur du déterminant D formé avec les lignes $i, j, \ldots, l$ et les colonnes de mêmes indices; tous ces δ sont >0 lorsque φ est supposée définie >0.

$\varphi_{l_1,\ldots,l_h}$ est une forme quadratique définie >0 des variables $x_{l_{h+1},\ldots,l_r}$; exactement c'est la forme réciproque de la forme $\psi(\xi_i)\equiv\varphi(x_i)$ dans laquelle on fait $\xi_{l_1}=\ldots=\xi_{l_h}=0.(\psi(\xi_{l_{h+1}},\ldots,\xi_{l_r}))$. On a d'ailleurs

$$\varphi(x_l)\equiv\varphi_{l_1,\ldots,l_h}(x_{l_{h+1}},\ldots,x_{l_r})+\psi_{l_1,\ldots,l_h}(\xi_{l_1},\ldots,\xi_{l_h}),$$

$\psi_{l_1,\ldots,l_h}$ étant forme réciproque de $\varphi(x_{l_1},\ldots,x_{l_h})$ $(x_{l_{h+1}}=\ldots=x_{l_r}=0)$. En conséquence le crochet a pour des x quelconques une valeur inférieure à celle qu'il possède à l'origine des coordonnées. D'autre part on trouve que

$$f_{n_i}^2(0)\leq\pi\,\frac{[n_l\,!]\,\alpha_{ll}^{n_i}}{[p_l\,!]^r}\,\frac{\sigma^{\Sigma n_l}}{\mathrm{A}\,r_{\Sigma n_i}}$$

avec $p_i=n_i/2$ si n_i est pair, $(n_i-1)/2$ si n_i est impair.

$$\sigma=1+r\sum\frac{|\alpha_{lj}|}{\sqrt{\alpha_{ll}\alpha_{jj}}},\qquad \frac{\mathrm{A}=\pi^{\frac{n}{2}}}{\sqrt{\mathrm{D}}},$$

soit $f_{n_i}^2(0)\leq k(\mathrm{M}\sigma)^{\Sigma n_i}/\pi\sqrt{n_i}$, avec $k=1/\sqrt{\mathrm{A}}$ $(\alpha_{ii}\leq\mathrm{M}\quad n_i>1)$ d'ailleurs pour Σn_i pair, $f_{n_i}(0)=0$, d'où

$$f_{n_i}^2(x_i)\leq\frac{\mathrm{K}(\mathrm{M}\sigma)^{\Sigma n_i}}{\Pi\sqrt{n_l}};\qquad \mathrm{K}=\frac{e\,r\,!}{\sqrt{\mathrm{A}}}.$$

La série $\sum_{0}^{\infty}\Pi\, t_i^{n_i}\psi_{n_i}^2(x_i)$ converge absolument pour $|t_i|<1/\mathrm{M}\sigma$, résultat plus précis que celui obtenu précédemment (¹). On a des résultats analogues pour les $g_{n_i}=e^{-\varphi}\mathcal{G}_{n_i}$ puisqu'il suffit de changer φ en ψ et x_i en ξ_i. Des relations analogues à (1) s'obtiennent pour les $\mathcal{H}_{n_i}\,\mathcal{G}_{n_i}$ ou $f_{n_i}\,g_{n_i}$.

Intégration du système aux dérivées partielles satisfait par les f_{n_i}. —

(¹) Cf. *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 298.

Soit $f_{n_i} = (\partial^{\Sigma n_i} / \partial x_{n_i})\,F$; F satisfait quels que soient les n_i au système

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x_i\, \partial \xi_i} + 2x_i \frac{\partial F}{\partial x_i} + 2F = 0 \qquad (i = 1,\ i = 2,\ \ldots,\ i = r),$$

système déjà étudié et intégré pour $r = 2$ ([5]).

Ce système est complètement intégrable, c'est-à-dire que si on le remplace par un système aux différentielles totales à 2^r équations, les 2^r inconnues étant F et toutes ses dérivées jusqu'à l'ordre r, la dérivation n'intervenant jamais plus d'une fois par rapport à une même variable, la dernière équation donnant $d(\partial^r F/\partial x_1 \ldots \partial x^r)$ vérifie les conditions classiques de compatibilité.

D'après Lauricella (cf. Appell et Kampé de Fériet, réf. citée), la solution générale dépend linéairement de r^r constantes. On peut pour procéder à l'intégration et obtenir les r^r solutions linéairement indépendantes les plus simples procéder ainsi ; posons $F e^{\varphi} = Z$, le problème équivaut à celui-ci, trouver Z tel que, quels que soient $i_1, \ldots, h_h$, on ait (avec $h \leqq r$, $i_1 \neq i_u, \ldots$)

$$\frac{\partial^h Z}{\partial \xi_{i_1}, \ \ldots, \ \partial \xi_{i_h}} = e^{\varphi} z_{i_1, \ldots, i_h} = Z_{i_1, \ldots, i_h}.$$

$z_{i_1, \ldots, i_h}$ ne contenant aucune des variables $x_1, \ldots, x_h$.

Soit alors $i_1, \ldots, i_h$ une combinaison donnée de h des indices $1, \ldots, r$.

On partira de $Z_{i_1, \ldots, i_h} = e^{\psi_{i_1, \ldots, i_h}(\xi_{i_1}, \ldots, \xi_{i_h})}$ (cf. ci-dessus la signification de $\psi_{i_1 \ldots}$), $Z_{j_1, \ldots, j_h} = 0$, pour toute autre combinaison différente de la première.

Par intégration les conditions ci-dessus nous conduisent à une solution bien déterminée. Il y a C_r^h solutions semblables à celles-ci, obtenues par une permutation des variables, et h variant de 0 à r, on obtient les r^r solutions cherchées. $Z = 1$ donne les polynomes ou fonctions d'Hermite et l'on voit que les premiers constituent la seule solution polynomiale du système d'équations aux dérivées partielles correspondant.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les valeurs algébriques d'une fonction algébroïde.* Note de M. **Nicolas Baganas**, présentée par M. Paul Montel.

1. Soit $u(z)$ une fonction transcendante algébroïde à n branches et $b(z)$ une fonction algébrique à m branches distinctes.

Nous dirons, avec M. P. Montel, que la fonction $u(z)$ admet comme exceptionnelle la fonction $b(z)$ si elle ne prend qu'un nombre fini de fois les valeurs de cette fonction $b(z)$ pour la même valeur de z.

Théorème. — *Si la fonction $u(z)$, d'ordre fini, admet comme exceptionnelle la fonction $b(z)$, on a*

$$m \leqq 2n.$$

([5]) Cf. Appel et Kampé de Fériet, *Sur les séries hypergéométriques et polynomes d'Hermite.*

Nous avons démontré ce théorème en suivant la voie élémentaire de M. É. Borel reposant sur l'impossibilité de certaines identités. Nos raisonnements n'exigent nullement que l'équation définissant la fonction $b(z)$ soit irréductible.

En supposant $n=1$, nous retrouvons le théorème de M. P. Montel : toute fonction transcendante méromorphe dans le plan, prend une infinité de fois les valeurs de toute fonction algébrique qui admet au moins trois déterminations [1].

2. Supposons que la fonction transcendante algébroïde à n branches admette comme exceptionnelles les fonctions algébriques $a_\lambda(z)$, $a_\mu(z)$ à λ et μ branches respectivement.

Théorème. — *Si l'équation définissant $a_\mu(z)$ est irréductible et si les points de ramification de cette fonction sont* distincts *de ceux de la fonction $a_\lambda(z)$, on a*

$$\mu \leq n.$$

Corollaire I. — *Si l'équation définissant $a_\mu(z)$ est irréductible et si $\lambda = 1$, on a*

$$\mu \leq n.$$

Corollaire II. — *Si la fonction algébrique $b(z)$ à m branches, définie par une équation irréductible, est exceptionnelle pour la fonction transcendante algébroïde $u(z)$ à n branches, on a*

$$m \leq n,$$

si le nombre des zéros (ou celui des pôles) de $u(z)$ est limité.

3. Supposons que la fonction exceptionnelle $b(z)$ soit définie par une équation de la forme

$$A_1(u, z).A_2(u, z)\ldots A_\lambda(u, z) = 0,$$

où $A_1, A_2, \ldots, A_\lambda (\lambda \geq 2)$ désignent des polynomes indécomposables en u et z. Soit m_i le degré par rapport à u du polynome A_i.

Théorème. — *Si les degrés $m_1, m_2, \ldots, m_\lambda$ sont premiers entre eux, chacun d'eux ne dépasse pas n.*

4. Soit $u(z)$ une algébroïde transcendante à n branches d'ordre ρ et $v(z)$ une algébroïde (transcendante ou algébrique) d'ordre $\sigma < \rho$, à m branches distinctes.

Nous dirons que $u(z)$ admet $v(z)$ comme exceptionnelle, au sens de Borel-Montel, si l'ordre réel des points où les fonctions $u(z)$, $v(z)$ prennent la même valeur est plus petit que ρ.

Théorème. — *Si $u(z)$ admet $v(z)$ comme exceptionnelle au sens de Borel-Montel, on a*

$$m \leq 2n.$$

---

(1) *Sur les valeurs algébriques d'une fonction entière ou méromorphe* (*Journal de Math. pures et appliquées*, 106, 1941, p. 305-324).

TOPOLOGIE. — *Sur les espaces uniformisables ordonnés.* Note [1] de M. LÉOPOLDO NACHBIN, présentée par M. Élie Cartan.

Un espace topologique E muni d'un pré-ordre est dit *uniformisable pré-ordonné* si : 1° l'ensemble des images réciproques des parties ouvertes de la droite par les fonctions réelles continues croissantes sur E est un système de générateurs de la topologie, et 2° $a \leq b$ étant faux, il existe une telle fonction φ pour laquelle $\varphi(a) > \varphi(b)$; alors que le pré-ordre est fermé et la topologie est convexe. Un espace compact ordonné K est dit une *compactification* d'un espace topologique E muni d'un ordre si : 1° E est un sous-espace topologique dense ordonné de K, et 2° parmi les relations d'ordre fermées sur K pour lesquelles E est un sous-espace ordonné, la relation donnée est celle ayant le plus petit graphique [2]. Deux compactifications K_1, K_2 de E sont *équivalentes* s'il existe un homéomorphisme $\varphi : K_1 \rightleftharpoons K_2$ tel que $\varphi(x) = x$ pour $x \in E$; φ est un isomorphisme d'ordre. Posons $K_1 \geq K_2$ s'il existe une fonction continue $\varphi : K_1 \to K_2$ telle que $\varphi(x) = x$ pour $x \in E$; φ est croissante et $\varphi(K_1 - E) = K_2 - E$. On a $K_1 \geq K_2$, $K_2 \geq K_1$ si et seulement si K_1 est équivalente à K_2. De plus, toute famille non vide $\{K_\lambda\}$ de compactifications de E possède une borne supérieure $K = \bigcup_\lambda K_\lambda$, unique à une équivalence près, telle que $K \geq K_\lambda$ et si $K' \geq K_\lambda$ alors $K' \geq K$.

1° *Un sous-espace d'un espace compact ordonné est un espace uniformisable ordonné.* 2° *Tout espace uniformisable ordonné* E *possède une compactification* $\beta(E)$ [3], *unique à une équivalence près, ayant les propriétés équivalentes suivantes : a.* $\beta(E) \geq K$ *pour toute compactification* K *de* E; *b. toute fonction réelle continue croissante bornée sur* E *a une extension de cette nature définie sur* $\beta(E)$; *c. toute fonction continue croissante sur* E *à valeurs dans un espace compact ordonné a une extension de cette nature définie sur* $\beta(E)$.

En particulier tout espace compact ordonné (resp. uniformisable ordonné) est isomorphe à un sous-espace topologique ordonné fermé (resp. quelconque) d'un produit d'intervalles fermés [0, 1].

---

(1) Séance du 9 février 1948. Cette Note fait suite à une Note récente à laquelle le lecteur est prié de se reporter.

(2) Il suffit que l'adhérence dans K^2 du graphique de l'ordre de E soit le graphique de l'ordre de K; dans le cas général il faut remarquer que la relation sur K dont le graphique est cette adhérence peut cesser d'être transitive.

(3) Pour le cas de l'ordre discret, voir : A. TYCHONOFF, *Math. Annalen* Bd., **102**, 1930, p. 544-561; E. ČECH, *Ann. of Math.*, 38, 1937, p. 823-844; M. H. STONE, *Trans. Amer. Math. Soc.*, **41**, 1937, p. 375-481.

GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE. — *Variétés arithmétiquement normales et variétés de première espèce.* Note [1] de M. **Paul Dubreil**, présentée par M. Gaston Julia.

Rappelons qu'un idéal homogène $\mathfrak{a}$ de l'anneau $R_n = K[x_0, x_1, \ldots, x_n]$, où K désigne un corps commutatif algébriquement fermé, est dit *de première espèce*, si, Φ étant une forme n'appartenant à aucun des idéaux premiers essentiels de $\mathfrak{a}$, l'idéal $\mathfrak{a} + (\Phi)$ n'a pas de composant primaire *impropre*, c'est-à-dire appartenant à l'idéal premier $(x_0, x_1, \ldots, x_n)$ [2]. Une variété algébrique V de l'espace projectif P_n sur K est de première espèce si l'idéal $\mathfrak{a}_V$ associé à cette variété (c'est-à-dire engendré par toutes les formes nulles sur V) est de première espèce : géométriquement, cette propriété permet d'étendre le théorème de Noether $Af + B\varphi$, à l'intersection de V et d'une hypersurface $\Phi = 0$.

Si V est *irréductible*, $\mathfrak{a}_V$ est un idéal *premier* $\mathfrak{p}$ et l'anneau des classes résiduelles $R_n/\mathfrak{p} = \mathfrak{o}$ est un domaine d'intégrité, *noethérien* comme R_n [3]. Si $\mathfrak{o}$ est en outre *intégralement fermé* [4], V est dite *arithmétiquement normale* [5].

Les notions de variété de première espèce et de variété arithmétiquement normale sont distinctes, car les variétés de première espèce peuvent être décomposées et leurs singularités n'ont pas nécessairement les mêmes propriétés que celles d'une variété arithmétiquement normale V (on sait notamment que si V est de dimension d, sa variété singulière a la dimension d-2 *au plus*) [6]. Cependant, Muhly a montré [7] que les variétés arithmétiquement normales sont celles sur lesquelles les hypersurfaces d'ordre l découpent, pour toute valeur de l, un système complet, et R. Apéry a indiqué pour les variétés irréductibles de première espèce le même critère, mais avec la restriction de regarder les singularités de la variété comme *virtuellement inexistantes*. Ce rapprochement permet déjà de conclure que, *pour une variété irréductible dépourvue de singularités, les propriétés d'être arithmétiquement normales et de première espèce coincident.* En me proposant de comparer directement ces deux notions, toutes

(1) Séance du 19 janvier 1948.

(2) Dès que cette propriété est vraie pour une telle forme Φ, elle est vraie pour toute autre forme Φ' vérifiant la même condition : c'est donc bien une propriété de l'idéal $\mathfrak{a}$. Cf. P. Dubreil, *Sur quelques propriétés des variétés algébriques* [*Actualités scient. et ind.*, n° **162**, (Paris, 1935) et *Journal de Math.*, 9e série, **15**, 1936, p. 271-283].

(3) C'est-à-dire vérifiant l'*axiome des chaînes de diviseurs*, Cf. B. L. van der Waerden, *Modern Algebra*, II, p. 20 (2e éd.).

(4) Cf. B. L. van der Waerden, *Modern Algebra*, II, p. 78.

(5) D'abord sous le nom de variétés normales, les variétés arithmétiquement normales ont été introduites par O. Zariski, *Some results in the arithmetic Theory of algebraic varieties* (*Amer. Journ. of Math.*, **61**, 1939, p. 285).

(6) *Normal Varieties* [*Ann. of Math.*, (2), **42**, 1941, p. 921].

(7) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 234. Voir aussi *Thèse*, Paris, 1947.

deux d'origine algébrique, et d'examiner le rôle des singularités, j'ai obtenu le théorème suivant qui a précisément l'intérêt de ne comporter aucune hypothèse sur les singularités.

THÉORÈME. — *Toute variété arithmétiquement normale est de première espèce.*

La démonstration repose sur la théorie des idéaux dans les anneaux nœthériens intégralement fermés, sous la forme que lui a donnée E. Artin ([8]).

Appelons $\bar{\mathrm{F}}$ l'image d'une forme $\mathrm{F}\in\mathrm{R}_n$ dans l'homomorphisme $\mathrm{R}_n\to\mathrm{R}_n/\mathfrak{p}=\mathfrak{o}$. L'image de l'idéal $\mathfrak{p}+(\Phi)$ est l'idéal *principal* $(\bar{\Phi})$. V étant arithmétiquement normale, nous avons

$$(\bar{\Phi})\equiv\bar{\mathfrak{p}}_1^{\alpha_1}\cdot\ldots\cdot\bar{\mathfrak{p}}_r^{\alpha_r}\,(\mathfrak{A}), \tag{1}$$

où $\bar{\mathfrak{p}}_1, \ldots, \bar{\mathfrak{p}}_r$ sont, dans $\mathfrak{o}$, des idéaux premiers distincts, non équivalents à $\mathfrak{o}$, tandis que $\mathfrak{A}$ désigne l'*équivalence d'Artin*, ou *quasi-égalité*, définie dans le demi-groupe $\mathcal{J}$ des idéaux (entiers ou fractionnaires) par $\mathfrak{m}\equiv\mathfrak{n}\,(\mathfrak{A})$ si $\mathfrak{m}'=\mathfrak{n}'$ [c'est-à-dire $(\mathfrak{o}/\mathfrak{m})=(\mathfrak{o}/\mathfrak{n})$]. Si l'on pose $\mathfrak{m}''=(\mathfrak{m}')'$, $\mathfrak{m}''$ est l'idéal *maximum* de la classe à laquelle appartient $\mathfrak{m}\bmod\mathfrak{A}$. Comme $(\bar{\Phi})=(\bar{\Phi})''$, l'idéal principal $(\bar{\Phi})$ est maximum dans sa classe : en caractérisant également l'idéal maximum de la classe contenant le produit $\bar{\mathfrak{p}}_1^{\alpha_1}\ldots\bar{\mathfrak{p}}_r^{\alpha_r}$, nous allons transformer (1) en une *égalité*.

Les idéaux premiers $\bar{\mathfrak{p}}$ de $\mathfrak{o}$, non équivalents à $\mathfrak{o}$, sont $\mathfrak{A}$-*maximaux* [c'est-à-dire $\bar{\mathfrak{p}}\subset\mathfrak{a}\subseteq\mathfrak{o}$ entraîne $\mathfrak{a}\equiv\mathfrak{o}\ (\mathfrak{A})$] : ce sont donc les images, dans l'homomorphisme $\mathrm{R}_n\to\mathfrak{o}$, des diviseurs premiers de $\mathfrak{p}$ de dimension $d-1$; les diviseurs premiers de dimension plus faible, en particulier l'idéal $(x_0, x_1, \ldots, x_n)$ ont pour images des idéaux équivalents à $\mathfrak{o}$. On a, pour $i\neq j$, $\bar{\mathfrak{p}}_i+\bar{\mathfrak{p}}_j\equiv\mathfrak{o}\,(\mathfrak{A})$, d'où résulte aisément

$$\bar{\mathfrak{p}}_1^{\alpha_1}\ldots\bar{\mathfrak{p}}_r^{\alpha_r}\equiv\bar{\mathfrak{p}}_1^{\alpha_1}\cap\ldots\cap\bar{\mathfrak{p}}_r^{\alpha_r}.$$

Or, $\bar{\mathfrak{p}}_i^{\alpha_i}$ est équivalent à l'idéal *primaire* $(\bar{\mathfrak{p}}_i^{\alpha_i})''=\bar{\mathfrak{q}}_i$, qui appartient à $\bar{\mathfrak{p}}_i$ et est *maximum* dans sa classe $(\bar{\mathfrak{q}}_i=\bar{\mathfrak{p}}_i$ si $\alpha_i=1)$. Comme on a, d'autre part, $(\mathfrak{a}\cap\mathfrak{b})''=\mathfrak{a}''\cap\mathfrak{b}''$, nous pouvons écrire

$$\bar{\mathfrak{p}}_1^{\alpha_1}\cap\ldots\cap\bar{\mathfrak{p}}_r^{\alpha_r}\equiv\bar{\mathfrak{q}}_1\cap\ldots\cap\bar{\mathfrak{q}}_r,$$

où le second membre est l'idéal maximum de la classe à laquelle il appartient, d'où l'*égalité*

$$(\bar{\Phi})=\bar{\mathfrak{q}}_1\cap\ldots\cap\bar{\mathfrak{q}}_r. \tag{2}$$

L'image inverse de $\bar{\mathfrak{q}}_i$ dans R_n (c'est-à-dire l'ensemble de *tous* les polynomes de R_n dont l'image appartient à $\bar{\mathfrak{q}}_i$) est un idéal *primaire* $\mathfrak{q}_i$ appartenant à $\mathfrak{p}_i$, donc de dimension $d-1$. L'image inverse du second membre de (2) est

([8]) B. L. VAN DER WAERDEN, *Modern Algebra*, II, p. 93-97, § 105.

l'intersection $\mathfrak{q}_1 \cap \mathfrak{q}_2 \cap \ldots \cap \mathfrak{q}_r$, tandis que celle du premier est précisément l'idéal $\mathfrak{p} + (\Phi)$: nous avons donc finalement la décomposition en idéaux primaires, dans R_n,

$$\mathfrak{p} + (\Phi) = \mathfrak{q}_1 \cap \ldots \cap \mathfrak{q}_r \qquad \text{où} \quad \dim \mathfrak{q}_i = d - 1,$$

et nous avons établi le théorème suivant dont la proposition énoncée est un corollaire immédiat.

THÉORÈME. — *Si $\mathfrak{p}$ est l'idéal associé à une variété de dimension d, irréductible et arithmétiquement normale, et si $\Phi \notin \mathfrak{p}$, l'idéal $\mathfrak{p} + (\Phi)$ est non mixte de dimension $d - 1$.*

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur l'équation de Pfaff équivalente aux deux équations de Codazzi.* Note [1] de M. LOUIS MANENG.

Si l'on désigne par ϖ_i, ϖ_{ij} les composantes relatives du déplacement infinitésimal du trièdre de Darboux, les formes ϖ_{ij} s'expriment en fonction des ϖ_i par des formules

$$(1) \qquad \varpi_{12} = h\varpi_1 + k\varpi_2, \qquad \varpi_{13} = a\varpi_1, \qquad \varpi_{23} = c\varpi_2,$$

où a et c sont les courbures principales, h et k les courbures géodésiques des lignes de courbure. Ces dernières grandeurs sont aussi les invariants simultanés des formes ϖ_1, ϖ_2, comme l'indiquent les formules

$$d\varpi_1 = h[\varpi_1\varpi_2], \qquad d\varpi_2 = k[\varpi_1\varpi_2].$$

On obtient les équations de Codazzi, sous la forme que leur donne M. E. Cartan [2], en différentiant extérieurement la seconde et la troisième des formules (1), et en appliquant les équations de structure [3]; on trouve ainsi

$$(2) \qquad \Pi_2 a = (a - c)h, \qquad \Pi_1 c = (a - c)k.$$

Les symboles $\Pi_1 f$, $\Pi_2 f$ désignent, pour une fonction de point quelconque f, les opérateurs linéaires, ou dérivées covariantes, associées aux formes ϖ_1, ϖ_2 suivant le schéma

$$df = \Pi_1 f\varpi_1 + \Pi_2 f\varpi_2.$$

On remarque que les formules de Codazzi [3] ne fournissent, pour chacun des invariants a et c, qu'une de leurs deux dérivées covariantes, ce qui ne permet pas de les remplacer immédiatement par une seule équation aux différentielles totales.

---

(1) Séance du 9 février 1948.

(2) *Les systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques*, Paris, 1945, p. 139.

(3) *Ibid.*, p. 122.

Il en est autrement si l'on se sert des formes θ_1, θ_2 que j'ai introduites récemment ([3]) et qui sont liées aux formes ϖ_1, ϖ_2 par les relations

$$(3)\qquad \theta_1 = \sqrt{a-c}\,\varpi_1, \qquad \theta_2 = \sqrt{a-c}\,\varpi_2.$$

Si l'on y associe de nouvelles dérivées covariantes $T_1 f$, $T_2 f$ par

$$df = T_1 f \theta_1 + T_2 f \theta_2,$$

il est clair qu'entre ces dérivées et les précédentes $\Pi_1 f$, $\Pi_2 f$ existent les relations

$$(4)\qquad T_1 f = \frac{\Pi_1 f}{\sqrt{a-c}}, \qquad T_2 f = \frac{\Pi_2 f}{\sqrt{a-c}}.$$

J'appelle α et β les invariants définis par

$$d\theta_1 = \alpha[\theta_1\theta_2], \qquad d\theta_2 = \beta[\theta_2\theta_1];$$

leur valeur, en fonction des invariants h, k, a, c, s'obtient en différentiant ([4]) extérieurement

$$(5)\qquad \alpha = \frac{1}{a-c}\left(\frac{h\sqrt{a-c}}{2} + \frac{\Pi_2 c}{2\sqrt{a-c}}\right), \qquad \beta = \frac{-1}{a-c}\left(\frac{k\sqrt{a-c}}{2} + \frac{\Pi_1 a}{2\sqrt{a-c}}\right),$$

d'où l'on tire

$$(6)\qquad \Pi_1 a = -k(a-c) - 2(a-c)^{\frac{3}{2}}\beta, \qquad \Pi_2 c = -h(a-c) + 2(a-c)^{\frac{3}{2}}\alpha.$$

Combinant ces identités avec les équations (2) de Codazzi, il vient

$$\Pi_1(a+c) = -2(a-c)^{\frac{3}{2}}\beta, \qquad \Pi_2(a+c) = 2(a-c)^{\frac{3}{2}}\alpha,$$

ou, en faisant usage de (4),

$$(7)\qquad T_1(a+c) = -2(a-c)\beta, \qquad T_2(a+c) = 2(a-c)\alpha,$$

et l'on peut maintenant former l'équation aux différentielles totales

$$(8)\qquad d(a+c) = 2(a-c)(-\beta\theta_1 + \alpha\theta_2),$$

complètement équivalente aux deux équations de Codazzi.

La formule ainsi obtenue n'est pas nouvelle; elle équivaut à celle qu'à donnée M. V. Lalan ([5])

$$(9)\qquad dH = -2A(r\omega_1 + s\omega_2),$$

où $H = (a+c)/2$, $A = (a-c)/2$ et ω_1, ω_2 désignent les formes imaginaires qu'il appelle les formes minima. J'ai montré en effet, dans ma Note précédente, que

$$2\omega_1 = \theta_1 + i\theta_2, \qquad 2\omega_2 = \theta_1 - i\theta_2,$$
$$r = \beta + i\alpha, \qquad s = \beta - i\alpha,$$

([4]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1115-1116.
([5]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 518-520.

et, en vertu de ces relations, (8) et (9) sont équivalentes. Il m'a paru intéressant néanmoins d'établir (8) sans sortir du domaine réel et sans faire emploi du repère biisotrope.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Sur le tracé dynamométrique des courbes d'élasticité dans l'essai mécanique des textiles*. Note de MM. **Albert Laborde** et **Maurice Leblanc**, présentée par M. Pierre Chevenard.

Nous pensons principalement aux fils de matières textiles ou de caoutchouc qui ne suivent pas la loi de Hooke et dont les caractères d'extensibilité peuvent varier, au cours de l'étirage, en fonction, non seulement des déformations de leur structure, mais aussi de la vitesse à laquelle une contrainte leur est imposée : lorsque la vitesse de déformation modifie *l'extensibilité renversable* (1) du fil, l'interprétation de l'enregistrement devient incertaine.

Nous caractériserons la valeur de l'extensibilité en tout point de la courbe $l=f(\pi)$ par le coefficient angulaire $dl/d\pi = \text{tg}\,\varepsilon$ de sa tangente. Nous dénommerons $\text{tg}\,\varepsilon$: *facteur d'extensibilité*, tandis que son inverse $d\pi/dl = 1/\text{tg}\,\varepsilon = \text{tg}\,\rho$ peut être appelé *facteur de résistance* et assimilé au module de Young en valeur instantanée.

On a souvent proposé, dans l'espoir d'apporter quelque rigueur à la méthode dynamométrique, de maintenir constante, au cours de l'épreuve, la vitesse d'allongement dl/dt. Il en résulte que la vitesse de charge $d\pi/dt$ demeure inversement proportionnelle à $\text{tg}\,\varepsilon$ considérée comme caractérisant la propriété intrinsèque d'extensibilité du fil, à chaque instant, pendant les variations naturelles de celle-ci. En effet, en tout point du tracé, on peut écrire, entre les vitesses instantanées $d\pi/dt$ (en g/s), dl/dt (en mm/s), et le facteur d'extensibilité $dl/d\pi$ (en mm/g), l'identité

$$(a) \qquad \frac{dl}{dt} = \frac{dl}{d\pi}\frac{d\pi}{dt}, \qquad \text{soit} \qquad \frac{dl}{dt} = \text{tg}\,\varepsilon\,\frac{d\pi}{dt}.$$

Quand $\text{tg}\,\varepsilon$ varie entre 0 et ∞, la vitesse de charge $d\pi/dt$ varie entre ∞ et 0. Si l'échantillon passe par un état de plus grande résistance, par exemple, la charge peut augmenter avec une telle rapidité que l'élasticité du fil en soit modifiée, dans l'un ou l'autre sens, comme sous l'effet d'une secousse brusque d'extension. On risque alors de méconnaître ou de surestimer, d'après le tracé, une variation naturelle liée à la structure de la substance.

Un raisonnement semblable à celui-là s'applique à la méthode d'étirage à vitesse de charge constante.

(1) Suivant l'expression proposée par MM. Pierre Chevenard et Georges Champetier (*Mém. Soc. Ch. Fr. M.*, 1946, p. 464 à 474).

Vue sous cet aspect, la technique préconisée perd une part de la rigueur attendue.

Mais le danger des trop grandes vitesses de charge ou d'allongement peut être extrêmement réduit si celles-ci sont reliées linéairement par le mécanisme de l'appareil. Cette condition est remplie lorsque :

1° le montage d'enregistrement est solidaire de la presse liée elle-même à l'organe de résistance dynamométrique;

2° les déplacements m de cette presse sont proportionnels à l'effort de traction ($m = K\pi$);

3° le style enregistreur, solidaire de la presse de traction (mue à la vitesse v), note en tout point la longueur de l'échantillon. Alors, à chaque instant, la relation :

$$(b) \qquad \frac{dl}{dt} = v - K\frac{d\pi}{dt}$$

est satisfaite entre les vitesses. Des expressions (a) et (b), l'on déduit directement les valeurs de dl/dt et $d\pi/dt$ en fonction de $\operatorname{tg}\varepsilon$, soit

$$(c) \qquad \frac{dl}{dt} = \frac{v \operatorname{tg}\varepsilon}{\operatorname{tg}\varepsilon + K}, \qquad \frac{d\pi}{dt} = \frac{v}{\operatorname{tg}\varepsilon + K} \quad (^2).$$

Sur un dynamomètre établi d'après ce principe, la micromachine P. Chevenard ou le dynamomètre hydraulique L. Deffez et C. Chéneveau par exemple, lorsque $\operatorname{tg}\varepsilon$ varie entre o et ∞, dl/dt varie entre o et une limite v, $d\pi/dt$ entre une limite v/K et o. La vitesse v imprimée à la presse de traction peut être aussi petite qu'on le désire, v/K (en g/s) est d'autant plus petite que la sensibilité K du dynamomètre (en mm/g) est plus grande.

On opère ainsi dans les conditions les meilleures pour éviter que les fils ne soient soumis à des allongements ou à des efforts effectués, ne fût-ce que momentanément, avec une rapidité excessive.

Dans un essai réalisé sur un fil de caoutchouc pris en simple, puis double, puis triple brin, le facteur d'extensibilité $\operatorname{tg}\varepsilon$ a pu devenir 57 fois plus grand, tandis que la valeur de dl/dt variait seulement dans le rapport de 1 à 4 et celle de $d\pi/dt$ de 14 à 1.

---

(2) Ces expressions correspondent, par changement de variables, aux hyperboles équilatères

$$\left(\frac{dl}{dt} - v\right)(\operatorname{tg}\varepsilon + K) = -Kv \qquad \text{et} \qquad \frac{d\pi}{dt}(\operatorname{tg}\varepsilon + K) = v.$$

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Mouvement oscillatoire d'un liquide visqueux et pesant dans un tube en U; photographie du profil des déplacements; mise en évidence de la turbulence.* Note (¹) de M. **Jacques Valensi** et Mlle **Claire Clarion**, présentée par M. Joseph Pérès.

Les résultats principaux de l'étude théorique de ces mouvements ont été exposés dans plusieurs Notes (²) parues ici-même, et l'on a également rendu compte de la seule comparaison qui fut possible jusqu'ici, avec les résultats expérimentaux antérieurs, relatifs à la valeur de l'amortissement.

Il restait donc pour établir directement la validité des conclusions théoriques : 1° à déterminer expérimentalement la répartition des élongations de la masse liquide dans une section droite (profil des déplacements); 2° à montrer expérimentalement l'existence de deux régimes d'écoulement, laminaire et turbulent.

1° Il est patent qu'en l'absence de forces capillaires, la surface libre de la colonne liquide épouserait à chaque instant la forme du profil des déplacements. Cette idée a été mise à profit par les auteurs de la façon suivante : on verse dans l'une des branehes verticales d'un tube en U au-dessus de la colonne de longueur l d'un liquide donné dont on veut étudier le mouvement oscillatoire, une petite quantité d'un autre liquide faiblement miscible avec le premier, de densité légèrement inférieure, et tel qu'à la surface de séparation ainsi créée, la tension capillaire interfaciale soit négligeable. Les différences des indices de réfraction des deux phases liquides et les différences de coloration, permettent alors la photographie de cette surface, qui est une surface fluide, au cours de son mouvement. On peut admettre, vu la faible masse du liquide additionnel, que cette surface épouse approximativement à chaque instant la forme du profil des déplacements du liquide principal.

Une réserve doit cependant être faite, car si la valeur de la tension interfaciale peut être rendue très faible, par un choix eonvenable des deux phases liquides, les coefficients de viscosité de ces deux phases sont en général différents.

Après la première oscillation, il se produit en général une émulsion des deux phases, mais cette émulsion qui se présente sous la forme de fines gouttelettes est très favorable à l'observation du mouvement.

De nombreux films au cinéma ultra-rapide conjugué avec l'éclair du Stroborama Seguin ont été pris ainsi, du mouvement oscillatoire de différents liquides, pour diverses valeurs du paramètre de similitude (diamétre intérieur du tube $10^{mm},5$). Quelques photographies tirées de ces films sont reproduites figures 1 à 4.

(¹) Séance du 9 février 1948.
(²) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 446, 532, 893, 1695.

2° La turbulence, lorsque $R^2(\omega_p/\nu)$ est grand, est mise en évidence par le déplacement radial des gouttelettes de la phase auxiliaire dans le liquide principal. Mais le fait le plus important est le suivant : en régime turbulent

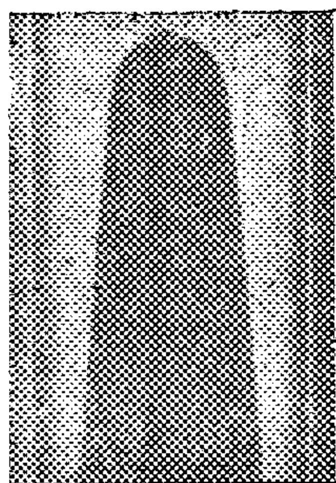


Fig. 1. — Surface de séparation $R^2(\omega_p/\nu) = 8$; écoulement laminaire, 1re oscillation.

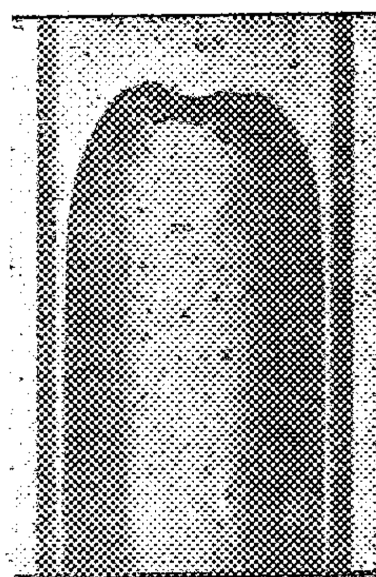


Fig. 2. — Surface de séparation $R^2(\omega_p/\nu) = 300$; écoulement turbulent, 2e oscillation. Le profil des déplacements présente des points d'inflexion.

à la fin de la première oscillation, aussitôt que la vitesse s'annule, des décollements apparaissent sur la paroi, et des stries de réfraction sont visibles dans la colonne du liquide principal; décollements et stries s'accentuent avec

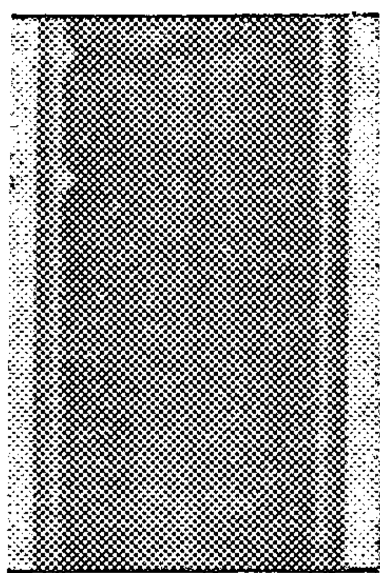


Fig. 3. — Décollement et stries dans la colonne de liquide principal, $R^2(\omega_p/\nu) = 300$, lorsque après la 1re oscillation le mouvement de retour s'amorce.

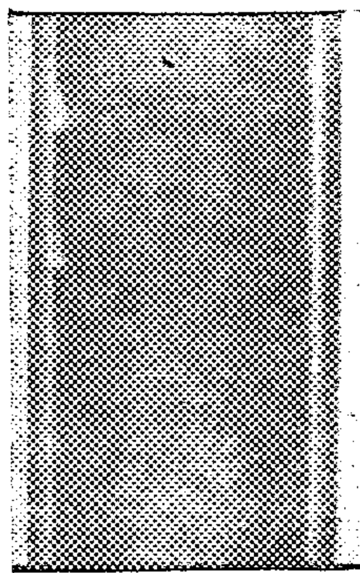


Fig. 4. — Décollement et stries dans la colonne de liquide principal, $R^2(\omega_p/\nu) = 300$, après la 1re oscillation, le mouvement de retour s'amplifiant.

l'augmentation de la vitesse (*fig.* 3 et 4). Ces derniers phénomènes sont totalement absents lorsque $R^2(\omega_p/\nu)$ est inférieur à 16 et les gouttelettes de la phase auxiliaire ont dans ce cas des déplacements rigoureusement longitudinaux, quelle que soit la grandeur de l'amplitude initiale; le mouvement est donc laminaire.

La turbulence apparaît donc ne pas être liée à la grandeur de la vitesse,

comme on l'a cru jusqu'ici, mais est liée à la valeur de la fréquence de ses oscillations. En outre on voit que la turbulence commence à apparaître lorsque le mouvement de la colonne change de sens.

Ainsi les conclusions de l'étude théorique se trouvent complètement confirmées par l'expérience; en outre une nouvelle méthode expérimentale est établie pour l'étude du mouvement des fluides qui est applicable aussi bien aux mouvements variés qu'aux mouvements permanents.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur la condition d'adhérence à la paroi en Mécanique des fluides parfaits incompressibles.* Note [1] de M. Roger Brard, présentée par M. Émile-Georges Barrillon.

La Mécanique des fluides parfaits incompressibles permet d'expliquer l'effet sustentateur d'une aile pourvu qu'on admette l'existence d'une circulation non nulle autour de l'aile. D'autre part, la théorie de la couche limite de Prandtl explique pourquoi la viscosité du fluide entraîne l'existence d'un domaine tourbillonnaire au voisinage immédiat de l'aile. M. M. Roy a eu alors l'idée que la circulation autour de l'aile est due aux tourbillons de la couche limite, et, ainsi, qu'il existe un schéma permettant de passer de façon continue de la Mécanique des fluides parfaits à celle des fluides de viscosité faible, mais non nulle.

La présente Note a pour objet d'établir dans le cas des problèmes plans la validité de l'idée de M. Roy [2], et de préciser la répartition des tourbillons dans la couche limite.

Nous distinguerons la frontière intérieure C_i et la frontière extérieure C_e de la couche limite. C_i coïncide avec le contour C de l'aile; C_e en est infiniment voisin si la viscosité est évanescente. Nous envisageons un potentiel complexe

$$f(z)=(U-iV)z+\frac{1}{2\pi}\int_{C}[k(M')-i\gamma(M')]\log\{z-z(M')\}\,ds(M').$$

Dans cette expression, M' est un point de C, ds l'élément d'arc de C, $k\,ds$ le débit des sources fictives réparties sur l'arc ds, et $\gamma\,ds$ la circulation des tourbillons attachés à cet arc. Les conditions imposées sont que la vitesse résultante :

1° ait sur C_e une composante normale nulle;

2° ait sur C_i une composante tangentielle nulle;

3° ait sur C_i une composante normale nulle;

4° soit finie à la pointe arrière B de l'aile.

Le calcul est très simple quand on recourt à une transformation conforme

(1) Séance du 9 février 1948.

(2) *L'Aérodynamique des ailes sustentatrices et des hélices*, 1928, p. 37.

$Z = G(z)$ permettant de représenter le domaine du plan z extérieur à C_i sur le domaine d'un plan (Z) extérieur à un cercle de rayon 1, les deux points à l'infini se correspondant mutuellement. En deux points homologues, $k\,ds$ et $\gamma\,ds$ ont, en effet, mêmes valeurs en vertu des propriétés conservatrices des transformations conformes. En posant $\Omega = \arg Z$, on trouve, à cause des 3 premières conditions :

$$k = -2U\cos\Omega - 2V\sin\Omega,$$
$$\gamma = \text{const.} = \gamma_0.$$

γ_0 est déterminée par la condition 4°.

La solution obtenue coïncide, dans le plan (Z), à l'extérieur du cercle, avec la solution de Kutta-Joukowski, car le tourbillon réparti de densité γ_0 équivaut, dans le plan Z, pour l'extérieur du cercle, à un tourbillon unique concentré au centre du cercle. La coïncidence se conserve évidemment dans le plan (z).

En d'autres termes, on peut, dans la Mécanique des fluides parfaits, satisfaire la condition d'adhérence à la paroi, à condition de prévoir sur l'aile une répartition de tourbillons dont l'intensité est inversement proportionnelle au rapport d'homothétie locale de la transformation $z \to Z$. En moyenne, sous incidence normale, cette intensité est en valeur absolue plus forte sur l'extrados que sur l'intrados.

En outre, on peut imaginer C_i comme limitant extérieurement une masse fluide au repos (aile fluide), car la solution comporte sur C_i une vitesse nulle et par suite une pression constante.

MÉCANIQUE STATISTIQUE QUANTIQUE. — *Fonctions aléatoires du second ordre et fonctions aléatoires simultanément enregistrables, en théorie quantique. Leurs représentations par des espaces de Hilbert.* Note [1] de MM. **Edmond Arnous** et **Daniel Massignon**.

Dans une Note récente [2] nous avons montré qu'une grandeur observable A est fonction aléatoire du temps, si les opérateurs $A_t = U_t^* A U_t$ commutent deux à deux. Nous nous proposons ici, dans le domaine quantique, de préciser dans quelles circonstances une fonction aléatoire est du second ordre [3], de définir ce qu'il faut entendre par fonctions aléatoires simultanément enregistrables [4], et de montrer comment on peut représenter ces fonctions aléatoires par des espaces de Hilbert.

---

(1) Séance du 9 février 1948.

(2) Séance du 19 janvier 1948.

(3) Seules les fonctions aléatoires du second ordre pourront être représentées par des espaces de Hilbert, et, par suite, ce seront les seules pour lesquelles on pourra définir la continuité et la dérivabilité en moyenne quadratique.

(4) Ce sont celles qui interviennent dans la théorie quantique des *grandeurs macroscopiques*. Cependant J. von Neumann (*Z. f. Phys.*, 57, 1929, p. 30-70) a édifié cette

1. On sait qu'une fonction aléatoire du temps est du second ordre si les deux premiers moments de sa loi de probabilité sont finis à chaque instant. Pour qu'une fonction aléatoire A soit *du second ordre*, il faut donc et il suffit que

$$(A_t\psi, A_t\psi) = (U_t^* A U_t\psi, U_t^* A U_t\psi) = (AU_t\psi, AU_t\psi)$$

soit fini, c'est-à-dire que $\psi_t = U_t\psi$ *évolue en restant dans le domaine d'existence de l'opérateur* A; cette condition est essentielle si nous voulons construire une métrique sur l'espace vectoriel défini par les A_t ([5]). Lorsqu'elle est satisfaite, en effet, nous pouvons prendre comme produit scalaire de A_t par $A_{t'}$,

$$(1) \qquad (A_t, A_{t'}) = (A_t\psi, A_{t'}\psi),$$

En complétant alors cet espace par rapport à la métrique ainsi définie, on obtient un espace $\mathcal{R}(A)$ vectoriel, métrique et complet (séparable ou non), c'est-à-dire un espace de Hilbert. Nous l'appellerons : espace attaché à la fonction aléatoire A. Il permettra d'étudier les propriétés de convergence de A.

2. Nous avons défini ([2]) une fonction aléatoire A comme une grandeur enregistrable et nous avons vu que cela revenait à exiger que les A_t permutent deux à deux. Nous définirons de même *un ensemble de fonctions aléatoires* comme des grandeurs A, B, C,... simultanément enregistrables, en exigeant que *les opérateurs* A_t, $B_{t'}$, $C_{t''}$, ... *permutent deux à deux*. Lorsque ces fonctions aléatoires sont du second ordre, on peut, comme tout à l'heure, leur attacher un espace de Hilbert $\mathcal{R}(A, B, C, \ldots)$ dont $\mathcal{R}(A)$, $\mathcal{R}(B)$, $\mathcal{R}(C)$, ... sont des sous-espaces.

3. Nous ferons jouer dans la suite un rôle essentiel aux transformations S_τ définies sur les A_t par

$$(2) \qquad A_t \to A_{t+\tau} = S_\tau A_t$$

et de façon analogue sur les combinaisons linéaires des A_t ([6]).

Elles sont donc linéaires et forment un groupe

$$S_{\tau+\tau'} = S_\tau S_{\tau'}, \qquad S_0 = 1, \qquad S_\tau^{-1} = S_{-\tau}.$$

Définition analogue sur $\mathcal{R}$ (A, B, C, ...).

---

théorie sans exiger que les grandeurs soient des fonctions aléatoires. Nous estimons au contraire que cette condition est essentielle. Rappelons que l'enregistrement d'une fonction aléatoire s'opère par pointés successifs.

([5]) L'espace défini par les A_t comprend par définition toutes les combinaisons linéaires finies des A_t à coefficients réels. Celles-ci sont des opérateurs self-adjoints, puisque les A_t permutent, et représentent des *variables aléatoires*, étant donné qu'à chacune d'elles est attachée une loi de probabilité. Quant au produit scalaire $(A_t, A_{t'})$, c'est le *coefficient de corrélation* des variables aléatoires A_t et $A_{t'}$, supposées normées.

([6]) Si les U_t forment un groupe $U_{t+\tau} = U_t U_\tau$ et $S_\tau A_t = U_\tau^* A_t U_\tau$, quel que soit τ.

On voit que les *intégrales premières* du mouvement sont les fonctions aléatoires pour lesquelles $S_\tau = 1$ quel que soit τ. C'est le cas, par exemple, des projecteurs correspondant aux *couches énergétiques* ([7]) d'un système isolé. Les projecteurs correspondant aux *cellules d'extension en phase* doivent aussi être considérés comme des fonctions aléatoires; l'*hypothèse ergodique* affirme tout simplement que, pour ces derniers, on ne peut avoir $S_\tau = 1$ quel que soit τ.

4. Lorsque les lois de probabilité attachées aux fonctions aléatoires ont des moments de tous ordres (fonctions aléatoires d'ordre infini), il peut être intéressant, au lieu des espaces vectoriels $\mathcal{R}(A)$ ou $\mathcal{R}(A, B, C, \ldots)$ précédents, de construire les *anneaux* d'opérateurs $\mathfrak{A}(A)$ ou $\mathfrak{A}(A, B, C, \ldots)$. De tels anneaux sont évidemment commutatifs; ils contiennent tous les polynomes en A_t, $B_{t'}$, $C_{t''}$, ... à coefficients réels et leurs limites. On pose

$$S_\tau(A_t B_{t'}) = A_{t+\tau} B_{t'+\tau}. \tag{3}$$

5. Enfin, si l'on veut donner à la théorie précédente toute sa généralité, on peut aussi introduire des fonctions aléatoires complexes. Les opérateurs self-adjoints A_t et leurs combinaisons linéaires à coefficients réels sont alors remplacés par des opérateurs normaux ([8]) et leurs combinaisons linéaires à coefficients complexes.

Remarque. — On notera la parenté du formalisme précédent et de celui de Koopman ([9]) en Mécanique classique.

ASTRONOMIE. — *Sur les distances des cratères au centre de la Lune et forme du globe lunaire.* Note ([1]) de M. **Théophile Weimer**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. Considérons deux clichés de la Lune correspondant à des valeurs différentes de la libration. En désignant par R_g la distance cratère-centre Lune, par Δ la distance observateur-centre Lune, par σ l'angle sous lequel l'observateur voit R_g, et par a l'angle sous lequel un observateur sélénocentrique verrait la distance observateur-cratère, les triangles observateur-centre Lune-cratère donnent $R_g = \Delta_1 \sin\sigma_1 : \sin(a_1 + \sigma_1) = \Delta_2 \sin\sigma_2 : \sin(a_2 + \sigma_2)$. (Les indices 1 et 2 correspondent respectivement aux clichés 1 et 2.)

2. Les quantités a_1 et a_2, sont des fonctions des angles de position des

([7]) Cf. von Neumann, *loc. cit.*

([8]) Un opérateur normal est de la forme $A + iB$, où A et B sont self-adjoints et permutent. Il est ainsi possible d'étudier de façon analogue aux grandeurs réelles, les grandeurs complexes que l'on rencontre, par exemple, dans la théorie des champs électromagnétiques macroscopique (de Maxwell).

([9]) *Proc. Nat. Acad. Sc. U. S. A.*, 17, 1931, p. 315-318.

([1]) Séance du 2 février 1948.

cratères et des valeurs des librations en longitude et en latitude relatives aux deux clichés.

3. Ces éléments se calculent à partir des positions des 5 cratères fondamentaux : Mösting A, W. H. Pickering, Kepler A, Egede A, Tycho (pic) dont les coordonnées sélénographiques ont été données par Hayn ([2]). Les quatre clichés utilisés : 10 déc. 1894, 2 sept. 1898, 14 nov. 1899, 15 avril 1905, permettent de constituer 6 couples différents. Les deux couples 1894-1905, 1898-1899, n'ayant pas des librations assez différentes pour donner R_g avec précision, n'ont pas été réduits. Ajoutons que les quatre clichés mesurés sont des contre-types munis d'un réseau déjà utilisés par Puiseux pour son étude ([3]).

4. En admettant que la forme générale de la Lune est celle d'un ellipsoïde de révolution, allongé vers la Terre, de demi-grand axe R_E, son *allongement* est défini par $p=(R_E-R_☾):R_☾$. D'où l'on déduit $p\cos^2 K=(R_g-R_☾):R_☾$. K, angle sélénocentrique formé par le grand axe de l'ellipsoïde avec le rayon vecteur du cratère G. Dans nos mesures, K était toujours inférieur à 60°.

5. Les quantités $(R_g-R_☾):R_☾$ résultent de la moyenne de 4 valeurs. Elles ont été calculées pour 72 cratères répartis sur toute la partie visible de la Lune. En calculant les p relatifs aux 4 quadrants, on trouve : $p_{SO}=+0,0031$, $p_{NO}=+0,0033$, $p_{NE}=+0,0036$, $p_{SE}=+0,0020$.

L'ensemble des cratères donne : $p=+0,00294\pm0,00115$ ($5^{km},5\pm2^{km}$). En pondérant les équations selon la précision des R_g,

$$p=+0,00335\pm0,00027\ (5^{km},8\pm0^{km},5.$$

Enfin les cratères les plus rapprochés du centre donnent : $p_{centre}=+0,0022$, les cratères restants : $p_{bord}=+0,0032$.

6. Ces différents chiffres concordent d'une façon suffisante pour qu'on puisse leur attribuer quelque crédit. La moyenne des 72 $(R_g-R_☾):R_☾$ est $+0,00221$ avec un écart moyen de $\pm0,00171$. On voit par là que le rayon moyen des cratères est supérieur au rayon de la Lune tel qu'il résulte des mesures faites sur le contour. On pourrait attribuer ceci à un effet systématique provenant du fait que nous mesurons sur le disque des points qui sont au-dessus du niveau moyen. Cette éventualité semble devoir être écarté : 1° il ne semble pas que l'on pointe la crête des parois des cratères, mais un endroit situé légèrement en dessous ; 2° il y a des cratères aux parois peu élevées ; 3° une bonne partie des cratères se trouve dans les *mers*, régions que l'on peut considérer plutôt comme des dépressions ; 4° le rayon de la Lune déterminé uniquement d'après les mesures faites sur le contour est déjà un peu fort ; il est vraisemblablement supérieur au rayon moyen tel qu'il résulterait de mesures topographiques directes. En effet, les fortes dépressions du contour sont inaccessibles à nos

([2]) *Selen. Koord. III, Abh. König. Sächs. Gesellschaft der Wissen.*, Leipzig.
([3]) *Ann. Obs. Paris*, 32, 1925, p. 1 et suiv.

mesures car elles sont, en général, masquées par des régions plus élevées qui se profilent sur elles.

7. Les distances étant connues à un centième de millimètre près, les angles à un centième de degré, l'erreur commise sur $(R_g - R_☾) : R_☾$ sera au plus de 1 à 2 millièmes. C'est bien ce que semblent montrer nos mesures. Malheureusement, l'incertitude sur les valeurs de la libration entraîne des erreurs bien plus considérables. Ainsi, si l'on réduisait avec les valeurs de la libration optique seule, on obtiendrait des $(R_g - R)_☾ : R_☾$ en écart de quelques centièmes sur ceux que nous avons calculés.

8. *Remarque.* — La valeur de p donnée par nos mesures est environ 5 fois plus grande que celle que l'on déduirait, dans l'hypothèse d'un ellipsoïde homogène, des valeurs des moments d'inertie données par Tisserand ([4]). Cette contradiction peut s'expliquer de deux manières : 1° les coefficients qui interviennent dans la libration ne sont pas connus avec assez de sûreté pour que les valeurs de Tisserand puissent être regardées comme définitives; 2° la présente étude donne la forme géométrique de la Lune, mais elle ne permet de rien préjuger quant à la répartition des masses et à la grandeur des moments d'inertie. Les valeurs de Tisserand et les nôtres peuvent très bien se concilier si l'on admet que les masses ne sont pas distribuées d'une façon homogène à l'intérieur de l'ellipsoïde lunaire.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur une méthode d'intégration des équations d'équilibre des atmosphères stellaires.* Note de M. **Jean-Claude Pecker**, présentée par M. Bernard Lyot.

1. Dans quatre Notes récentes ([1]), V. Kourganoff a proposé une méthode de résolution des systèmes d'équations régissant l'équilibre des atmosphères stellaires. Ceci dans le cas très général où le coefficient d'absorption de la matière stellaire est une fonction quelconque de la fréquence. Cette résolution se fait à partir des seules données expérimentales de la gravité g, de la température effective T_e (ou du flux sortant $F = aT_e^4$) et de la composition chimique.

Toutefois, ces équations ne tiennent pas compte de la diffusion Thomson par les électrons libres, qui joue un rôle important dans les étoiles chaudes comme les étoiles B. Or il est possible sans compliquer beaucoup la méthode, de tenir compte de ce phénomène.

2. L'équation de transfert devient en effet

$$\cos\theta \frac{dI_\nu}{\rho\, dx} = (k_\nu + \sigma_\nu)\, I_\nu - k_\nu B_\nu - \sigma_\nu \bar{I}_\nu \tag{1}$$

(avec les notations classiques).

([4]) *Mécanique céleste*, 2, p. 444 et suiv.

([1]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 430, 451, 491 et 1124.

On peut l'écrire sous la forme

$$\mu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - \lambda_\nu B_\nu - (1 - \lambda_\nu)\, J_\nu, \tag{2}$$

en posant

$$\mu = \cos\theta, \tag{3}$$

$$\lambda_\nu = \frac{k_\nu}{k_\nu + \sigma_\nu}, \tag{4}$$

$$d\tau_\nu = (k_\nu + \sigma_\nu)\,\rho\, dx = f(T, \rho, \nu)\, dx. \tag{5}$$

L'équation (2), linéaire, peut se mettre sous la forme

(6) Si $\mu > 0$ $$I_\nu(\tau_\nu) = \int_{\tau_\nu}^{\infty} \frac{1}{\mu}\left[(1 - \lambda_\nu)\,\bar{I}_\nu + \lambda_\nu B_\nu\right] e^{-\frac{t-\tau_\nu}{\mu}}\, dt.$$

(7) si $\mu < 0$ $$I_\nu(\tau_\nu) = \int_0^{\tau_\nu} -\frac{1}{\mu}\left[(1 - \lambda_\nu)\,\bar{I}_\nu + \lambda_\nu B_\nu\right] e^{-\left(\frac{t-\tau_\nu}{\mu}\right)}\, dt.$$

On peut en déduire les relations

$$2\bar{I}_\nu = \int_{-1}^{+1} I_\nu\, d\mu = \int_{\tau_\nu}^{\infty} \left[(1 - \lambda_\nu)\bar{I}_\nu + \lambda_\nu B_\nu\right] K_1(t - \tau_\nu)\, dt + \int_0^{\tau_\nu} \left[(1 - \lambda_\nu)\bar{I}_\nu + \lambda_\nu B_\nu\right] K_1(\tau_\nu - t)\, dt, \tag{8}$$

$$\frac{1}{2}\mathcal{F}_\nu = \int_{-1}^{+1} I_\nu \mu\, d\mu = \int_{\tau_\nu}^{\infty} \left[(1 - \lambda_\nu)\bar{I}_\nu + \lambda_\nu B_\nu\right] K_2(t - \tau_\nu)\, dt + \int_0^{\tau_\nu} \left[(1 - \lambda_\nu)\bar{I}_\nu + \lambda_\nu B_\nu\right] K_2(t - \tau_\nu)\, dt. \tag{9}$$

3. La méthode de Kourganoff pourra donc s'appliquer au cas présent de la façon suivante.

On partira d'une forme analytique déterminée, à coefficients arbitraires, pour la fonction

$$J_\nu = (1 - \lambda_\nu)\bar{I}_\nu + \lambda_\nu B_\nu = \sum_p a_{\nu,p}\,\varphi_p(\tau_\nu). \tag{10}$$

L'équation (8) et l'équation (9) pourront alors être transformées et mises sous la forme

$$\bar{I}_\nu = \sum_p a_{\nu,p}\,\Lambda_{\nu,p}(\tau_\nu), \tag{11}$$

$$\mathcal{F}_\nu = \sum_p \alpha_{\nu,p}\,\Phi_{\nu,p}(\tau_\nu). \tag{12}$$

Les coefficients a_ν seront déterminés par la condition de conservation approchée du flux, c'est-à-dire, en rendant l'intégrale

$$\mathcal{F}(x) = \int_0^{\infty} \mathcal{F}_\nu(\tau_\nu)\, d\nu \tag{13}$$

aussi constante que possible. Cette intégrale pourra se calculer [en utilisant la relation (5), l'équation de l'équilibre hydrostatique, la théorie de l'ionisation et la loi des gaz parfaits] au moyen de la loi $T_q(x)$ correspondant à ce stade de l'itération et par une méthode d'intégration de Gauss : En choisissant convenablement certaines fréquences en nombre fini, on peut écrire

$$\mathcal{F}(x) = \int_0^\infty \mathcal{F}_\nu(\tau_\nu)\,d\nu = \sum_i M_i \mathcal{F}_{\nu_i}(\tau_{\nu_i}). \tag{14}$$

On rendra alors minimum l'intégrale

$$\sigma = \int_0^\infty \left(\frac{\mathcal{F}(x)}{F} - 1\right)^2 dx \tag{15}$$

(où F est la valeur constante expérimentale du flux), et l'on obtiendra les coefficients a_{ν_i}, donc $\bar{I}_{\nu_i}$ et, par la relation (10), B_{ν_i}.

4. La loi $T_{q+1}(x)$ qui servira de base au stade suivant de l'itération sera déterminée par la relation

$$\int_0^\infty B_\nu(\tau_\nu)\,d\nu = a T_{q+1}^4, \tag{16}$$

qui s'écrira aussi, en remplaçant l'intégration par une sommation

$$\sum_i N_i B_{\nu_i}(\tau_{\nu_i}) = a T_{q+1}^4. \tag{17}$$

Il sera donc possible d'achever la résolution du système.

GÉODÉSIE. — *Liaisons gravimétriques à longue distance.*

Note de MM. **Jean Martin** et **Robert Bollo**, présentée par M. Pierre Lejay.

Le bureau des Recherches géologiques et géophysiques et les Expéditions Polaires Françaises (Missions Paul-Émile Victor) ont entrepris en commun des mesures gravimétriques ayant pour objet d'étudier la possibilité d'utiliser des appareils de prospection pour les liaisons gravimétriques à longue distance.

En novembre 1947 nous avons effectué la liaison Paris-Lyon-Genève-Chamonix, avec retour par le même itinéraire et les mêmes stations. En janvier 1948, nous avons joint Paris à Clermont-Ferrand, Toulouse, le Pic du Midi, avec un itinéraire de retour différent de celui de l'aller.

La première liaison a été réalisée avec un gravimètre « *North American* »; nous lui avons adjoint deux autres appareils du même type pour la deuxième. Ces appareils comportent un fléau suspendu par un système de ressorts, dans des conditions telles que l'astatisme soit à très peu près réalisé; une double enceinte thermostatique assure la constance de la température. La précision

Stations.	Longitude E. G.	Latitude.	Altitude.	g. observé.
	° ′	° ′	m	mgals
Paris-Observatoire	2 20,2	48 50,6	56	980 943,00
Lieusaint	2 34,4	48 37,0	90	899,7
Fontainebleau (Château)	2 41,9	48 24,1	75	899,2
Montereau	2 57,6	48 23,5	55	900,1
Pont-sur-Yonne	3 12,4	48 17,4	62	893,1
Sens (Cathédrale)	3 17,0	48 11,9	69	885,1
Arces	3 35,9	48 5,6	248	840,3
Saint-Florentin	3 43,8	48 0,1	126	860,0
Tonnerre	3 58,3	47 51,4	178	827,6
Nuits-sur-Armançon	4 12,9	47 43,8	190	810,0
Les Laumes	4 27,2	47 32,8	237	785,2
Uncey-le-Franc	4 34,8	47 20,7	355	742,0
Dijon (Gare)	5 01,8	47 19,5	246	757,7
Citeaux	5 06,0	47 07,4	194	750,3
Seurre	5 09,1	46 59,7	181	747,5
Mervans	5 10,9	46 48,0	196	731,8
Louhans	5 13,1	46 37,9	181	712,3
Saint-Amour	5 20,2	46 26,0	222	689,7
Bourg-en-Bresse (Eglise de Brou)	5 14,2	46 11,8	235	645,8
Villars-les-Dombes	5 01,7	46 0,3	280	631,9
Crépieux	4 52,9	45 48,2	229	638,4
Francheville-le-Haut (N.-D.-du-Chatelard)	4 45,5	45 44,0	298	619,9
Saint-Genis-Laval (Obs. de Lyon)	4 47,1	45 41,7	296	616,9
Chesnes	5 07,2	45 39,2	225	606,4
Bourgoin (La Ladrière)	5 14,5	45 35,7	224	588,8
La Tour-du-Pin	5 27,0	45 33,6	339	540,1
Chambéry	5 55,2	45 34,3	270	526,7
Albens	5 56,9	45 47,2	353	528,0
Annecy	6 08,1	45 54,1	449	518,7
La Roche-sur-Foron	6 17,4	46 04,5	620	503,6
Cluses	6 35,0	46 03,7	484	506,7

Stations.	Longitude E. G.	Latitude.	Altitude.	g. observé.
	°	°	m	mgals
Sallanches	6 38,0	45 56,1	560	461,3
Le Fayet	6 42,7	45 54,6	588	439,6
Servoz	6 45,4	45 55,8	804	398,3
Bellevue	6 47,0	45 52,4	1808	194,3
Chamonix	6 52,3	45 55,6	1036	332,9
Genève (Obs.)	6 10,0	46 12,0	401	578,8
Montargis	2 43,4	47 59,5	84	863,0
Briare	2 44,4	47 38,3	144	826,0
La Charité-sur-Loire	3 0,9	47 10,6	161	775,9
Moulins	3 19,9	46 34,0	222	702,7
Gannat	3 11,8	46 06,1	343	618,4
Clermont-Ferrand	3 05,0	45 46,2	386	578,5
Issoire	3 14,8	45 32,6	391	557,6
Massiac	3 12,0	45 15,4	540	504,7
Saint-Flour	3 05,8	45 02,0	882	403,9
Aurillac	2 27,0	44 55,9	619	459,3
Rodez	2 34,4	44 21,1	632	407,2
Carmaux	2 30,8	44 03,0	245	482,6
Albi	2 08,6	43 55,7	174	502,7
Toulouse (Obs.)	1 27,8	43 36,7	196	440,5
Saint-Gaudens	0 43,4	43 06,6	404	341,1
Bagnères-de-Bigorre	0 08,6	43 03,6	559	285,7
Pic-du-Midi (Obs.)	0 08,3	42 56,3	2850	979 738,5
Tarbes	0 04,0	43 14,1	306	980 357,2
Auch	0 35,2	43 38,9	166	449,7
Montauban	1 19,6	44 0,9	85	504,4
Cahors	1 26,6	44 26,9	124	548,3
Brives	1 31,8	45 09,6	113	606,7
Limoges	1 15,9	45 50,0	258	628,9
Bellac	0 57,7	46 07,5	227	668,5
Lussac-les-Châteaux	0 43,5	46 24,3	109	722,9
Châteauroux	1 41,1	46 48,8	144	752,0
Blois	1 19,9	47 35,7	94	820,4
Chartres	1 29,5	48 26,3	158	885,7

de lecture est de $0^{mgal},01$, mais l'amplitude de l'échelle n'est que de 100 milligals. Des remises périodiques au zéro ont donc été nécessaires.

Au cours de la première liaison, les divers segments mesurés à quinze jours d'intervalle n'ont pas différé de plus de $0^{mgal},1$ exceptionnellement et le plus souvent de quelques centièmes. La différence Paris-Chamonix a été trouvée de $608^{mgal},27$ à l'aller et de $608^{mgal},90$ au retour. Cette différence a été attribuée à une dérive dont les résultats ont été corrigés.

La liaison Paris-Toulouse a mis en évidence une légère discordance dans l'étalonnage des gravimètres qui se traduit par une différence maximum de $2^{mgal},4$ pour la valeur à Toulouse. La différence Paris-Toulouse a été mesurée à l'aller et au retour avec un écart maximnm de $0^{mgal},19$.

Nous avons adopté la moyenne des valeurs données par les trois appareils, et pour rendre les résultats homogènes nous avons réduit les résultats de la première liaison à ce qu'ils auraient été dans ces mêmes conditions. Cette opération se traduit par un écart maximum de $1^{mgal},5$ à Chamonix.

L'étalonnage indiqué par le constructeur résulte de mesures effectuées avec chaque appareil en un certain nombre de bases Nord-américaines, où les valeurs de la gravité ont été déterminées au pendule, et qui sont utilisées par tous les constructeurs américains.

Remarques sur la Note précédente par M. **Pierre Lejay.**

Les résultats des campagnes de MM. Martin et Bollo apportent, pour l'établissement de la carte gravimétrique de France, de nouveaux éléments d'une grande importance. Au cours de ces campagnes, en effet, toutes les bases secondaires du réseau français ont été reliées entre elles (à l'exception de Besançon qui a été rattaché autrefois à Lyon au moyen d'un gravimètre de Thyssen).

Ces liaisons permettent d'assurer au moins *l'homogénéité* du réseau. Il est vrai que, du fait de l'étalonnage des gravimètres utilisés dans ces campagnes sur une base américaine, les différences de pesanteur mesurées en France sont rapportées à cette base. On ne pourra faire en France aucun contrôle de l'unité dans laquelle les différences sont exprimées, tant qu'on n'y disposera pas d'un appareil à pendules libres de haute précision. Il semble qu'en attendant cette éventualité, il y ait lieu de reprendre toutes les valeurs publiées jusqu'à ce jour et de les exprimer dans le nouveau système. On remarquera que cette révision ne portera que sur quelques milligals (5 milligals pour la différence Paris-Toulouse), sauf pour les stations très élevées du Sud de la France. L'allure des courbes isanomales portées sur les cartes publiées antérieurement ne sera pas modifiée de façon sensible.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Corrélation entre la complémentarité de Louis de Broglie et la matrice caractéristique de Heisenberg.* Note [1] de MM. **Jean-Louis Destouches** et **Michel Cazin**.

1. La conception de la *matrice caractérisque* S due à M. Heisenberg semble un peu trop radicale, car on admet qu'on peut encore considérer des systèmes de corpuscules entre lesquels s'exercent des interactions indépendamment du reste de l'univers, c'est-à-dire qu'on peut décomposer l'univers en partie spécifiée (le système) et en partie non spécifiée. En outre, on admet que l'on peut effectuer un certain nombre de types de mesures, et que la prévision de résultats de mesures ultérieures à partir de résultats de mesures initiales constitue le but primordial d'une théorie; aussi peut-on faire intervenir le formalisme de la théorie générale des prévisions [2], et en particulier les éléments initiaux et les éléments de prévision. Lorsque l'on se trouve dans les conditions où la mécanique ondulatoire est adéquate, la nouvelle théorie devra s'y ramener. Ce cas limite a pour conséquence que la nouvelle théorie doit être subjectiviste, puisqu'elle se trouve l'être dans un cas limite (mécanique ondulatoire). Par suite le principe de décomposition spectrale sera valable dans cette théorie [3], et nous aurons ainsi une théorie de type nécessairement ondulatoire.

2. Les éléments initiaux sont transformés à l'instant t en éléments de prévision au moyen d'un opérateur d'évolution $\mathcal{U}(t, t_0)$. Si les éléments de prévision sont dérivables par rapport au temps, l'opérateur d'évolution $\mathcal{U}$, qui possède un inverse, est également dérivable, et l'on peut définir un opérateur $\mathbf{H}$ par l'équation

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} \mathbf{H} \mathcal{U}.$$

Dans le cas où il y a un hamiltonien, celui-ci s'identifie avec l'opérateur $\mathbf{H}$, mais l'opérateur $\mathbf{H}$ existe du moment qu'il y a dérivabilité; cependant on ne peut pas affirmer qu'il possède, dans le cas général, les propriétés des opérateurs attachés aux grandeurs physiques. On voit donc que dans tous les cas, on a des éléments initiaux et des éléments de prévision qui jouent le rôle de fonctions d'ondes généralisées.

Dire qu'il n'y a pas d'opérateur hamiltonien et qu'on doit renoncer complètement à un formalisme analogue à celui de la mécanique ondulatoire reviendrait à affirmer que les éléments de prévision, qui sont des fonctions continues du temps, sont des fonctions non dérivables du temps, car, sans cela, un

(1) Séance du 9 février 1948.

(2) J. L. Destouches, *Principes fondamentaux de Physique théorique*, II, 1942.

(3) Mme P. Destouches-Février, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 866.

opérateur **H** existerait comme nous venons de le voir, et les éléments de prévision satisferaient à une équation

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} \mathbf{H} X.$$

qui a même aspect formel que l'équation d'onde. Or toute fonction continue non dérivable peut être approchée par des fonctions continues et dérivables, et comme les mesures physiques n'ont qu'une précision limitée et sont en nombre fini, il est impossible de distinguer expérimentalement si une fonction liée à des résultats d'expérience est continue sans dérivée ou est continue et dérivable. En sorte qu'on doit pouvoir effectuer aussi bien les prévisions en utilisant les fonctions dérivables, donc en acceptant que les éléments de prévision satisferont à une équation différentielle d'évolution. Par conséquent, *on peut, même dans les cas qu'envisage Heisenberg* (4), *conserver l'aspect général du formalisme qui a été introduit par la mécanique ondulatoire.*

3. Il n'en résulte pas que l'opérateur **H** se comporte comme un hamiltonien de la mécanique ondulatoire et soit donc constitué de termes concernant l'énergie massique au repos et l'énergie cinétique de chaque corpuscule du système et des termes d'interaction deux à deux. Si l'on tient compte de la complémentarité corpuscules-système mise en évidence par Louis de Broglie (5) et reprise par Mme Destouches-Février (6), on est conduit à la même conclusion que M. Heisenberg, à savoir *qu'il est vain de chercher un hamiltonien qui soit de la forme que nous venons d'indiquer.* Au contraire, la forme de l'opérateur **H** doit résulter des raisons mises en évidence par Mme Destouches-Février.

Mais comme M. Heisenberg admet que la notion d'énergie totale d'un systéme subsiste dans le cas où il intervient de grandes énergies, un opérateur correspond à cette dernière grandeur et cet opérateur doit être étroitement lié à l'opérateur **H**. D'autre part, les raisons avancées par MM. Heisenberg et Møller (7), en faveur de l'existence de la matrice caractéristique **S**, doivent être maintenues sous réserve de la difficulté qu'entraîne la considération du centre de gravité en mécanique relativiste des systèmes. Mais, dans le cas général, aussi bien que dans le domaine de la mécanique ondulatoire, il n'y a pas de raison pour que des lois simples se manifestent, et la liaison entre l'opérateur **H** et la matrice **S** doit demeurer compliquée. Au contraire, il semble possible de parvenir à expliciter la forme de l'opérateur **H**, et, pour conclure, *il semble donc que, dans une théorie nouvelle, en dépit du rôle important joué par la matrice* **S**, *le formalisme général habituel puisse être maintenu.*

---

(4) *Zeits. f. Physik*, 1943, B. 120, p. 513 et 673.

(5) *Rev. de Méta et Morale*, 49, 1937, p. 353; *Physique et Microphysique*, 1947, p. 296.

(6) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 468.

(7) *Kgl. Danske, Vid. Selskab, Mat. Phys. Med.*, B. 22, 1945, p. 1, n° 19; B. 23, 1946, p. 1, n° 1.

CHALEUR. — *Influence de l'état de surface d'un matériau rayonnant sur la valeur de son facteur d'émission à haute température.* Note [1] de M. MARCEL MICHAUD, présentée par M. Gustave Ribaud.

L'étude du rayonnement thermique des surfaces rugueuses a montré que, pour un matériau de composition chimique déterminée, le facteur d'émission à haute température variait notablement suivant l'état de surface de l'échantillon soumis aux mesures. Nous supposons qu'une surface émettrice-unité est constituée par la juxtaposition de cavités (toutes identiques pour simplifier) de surface totale n et de facteur d'émission propre ε_0, et de parties lisses de surface $1-n$ et de facteur d'émission ε. On montre alors que :

$$\varepsilon' = n\varepsilon_0 + (1-n)\varepsilon.$$

1° Si l'on peut écrire $\varepsilon_0 = 1$, on a, en passant aux facteurs de réflexion, pour la même longueur d'onde et la même température,

$$\frac{\rho'_{\lambda T}}{\rho_{\lambda T}} = 1 - n.$$

Ce rapport est indépendant de la longueur d'onde, de la température et du matériau.

2° La formule classique approchée de correction pour les corps noirs imparfaits est [2]

$$\varepsilon_0 = 1 - \rho\frac{\Omega}{\pi} \qquad \text{d'où} \qquad \frac{\rho'_{\lambda T}}{\rho_{\lambda T}} = 1 - n + n\frac{\Omega}{\pi};$$

ce rapport ne dépend encore que de l'état de surface.

3° Pour plus de précision, nous devrions adopter la formule de A. Gouffé [3].

Donc, des mesures de diffusion permettent la comparaison de divers échantillons à la température ordinaire. Les formules garderont toute leur valeur pour l'émission à haute température. Nous avons ainsi comparé différents échantillons découpés dans des briques réfractaires en traçant les polaires de diffusion [4]. La plus grande partie des échantillons obéit à la loi de Lambert, et des microphotographies montrent de plus que la surface est entièrement constituée par des cavités contiguës, donc que $n = 1$.

Par suite, lorsqu'on mesure le facteur d'émission d'un tel matériau, on mesure en fait le facteur d'émission moyen d'un ensemble de cavités, dont les

---

(1) Séance du 9 février 1948.

(2) G. RIBAUD, *Traité de Pyrométrie optique*, p. 232; A. BARITEL, *Chaleur et Industrie*, 1938.

(3) *Revue d'Optique*, nos 1-3, 1945,

(4) A. CANAC, *Journée des États de surface*, 1945, p. 149.

facteurs d'émission propres sont compris entre ε et 1.

$$\varepsilon' = \varepsilon_0 = 1 - \rho \frac{\Omega}{\pi} \qquad \text{et} \qquad \frac{d\varepsilon'}{dT} = -\frac{\Omega}{\pi} \cdot \frac{d\rho}{dT} \cdot \frac{\Omega}{\pi} \cdot \frac{d\varepsilon}{dT}$$

Donc une faible variation de Ω peut modifier dans de grandes proportions la loi de variation des facteurs d'émission en fonction de la température. Plus Ω diminue, plus la variation de ε' avec T s'atténue et cette grandeur tend vers l'unité pour toutes températures quand Ω tend vers O.

Des mesures de facteurs d'émission monochromatiques et totaux ont été faites en faisant tourner dans une flamme oxy-gaz des échantillons cylindriques percés d'un trou axial. Des pointés au pyromètre optique et à la pile thermo-électrique donnaient les températures vraies, de brillance et de radiation. Dans l'intervalle 1000 à 1500°C., les températures de brillance et de radiation se sont toujours trouvées être des fonctions linéaires de la température vraie.

Le tableau I montre, à titre d'exemple, la comparaison par diffusion de deux échantillons de briques de fours à coke, pour trois longueurs d'onde. L'échantillon n° 2 est nettement plus rugueux que le n° 1. Le tableau II donne les valeurs différentes de la température de radiation correspondant à la même température de brillance, pour les deux échantillons. Le passage aux températures vraies accentue encore cette différence.

TABLEAU I.

	Lumière rouge (R).		Lumière verte (V).		Lumière blanche (B).		Rouge.	Vert.	Blanc.
Échant.	1.	2.	1.	2.	1.	2.	ρ'_2/ρ'_1.	ρ'_2/ρ'_1.	ρ'_2/ρ'_1.
	67	43	45	28	323	196	0,642	0,622	0,607

	V/R.	R/B.	V/B.
Échantillon 1.......	0,672	0,208	0,140
» 2.......	0,652	0,219	0,143

TABLEAU II.

Temp. de brillance (rouge) S_1 (°K)..	1373	1423	1473	1523	1573	1623	1673	1723
» radiation T_r (°K) N° 1..	1305	1353	1401	1448	1497	1546	1594	1642
» radiation T_r (°K) N° 2..	1318	1366	1415	1464	1513	1562	1611	1660

PHYSIQUE NUCLÉAIRE — *Sur l'explication d'un ensemble de faits expérimentaux par l'existence d'une particule intermédiaire légère dans les grandes gerbes du rayonnement cosmique.* Note [1] de MM. **Pierre Auger, Jean Daudin, André Fréon** et **Roland Maze**, présentée par M. Frédéric Joliot.

1. Dans une précédente Note [2] nous avons proposé d'expliquer les divergences entre les résultats de la théorie des cascades photoélectroniques

(1) Séance du 26 janvier 1948.
(2) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 169.

appliquée aux grandes gerbes de l'air et les faits expérimentaux par la présence dans ces gerbes de particules chargées possédant une masse valant environ 3 à 10 fois celle de l'électron. Nous précisons ici quelles caractéristiques doit posséder une telle particule provisoirement appelée méson λ, pour rendre compte des phénomènes observés. Tout d'abord, nous lui attribuons la charge de l'électron, et admettons sa création par paires des deux signes : les clichés de chambre à détente ([3]) montrent en effet très généralement des trajectoires d'aspects semblable à celle des électrons, et relativement souvent des trajectoires doubles formant des paires de petit écart angulaire. Sa masse est faible; en effet, si certains faits peuvent être expliqués par une abondance de particules assez lourdes (masse 200), mais de faible énergie, les clichés de détente viennent au contraire s'opposer à une telle interprétation car ils montrent très peu de trajectoires fortement ionisantes. D'autre part, les particules en question sont nécessairement très abondantes dans les grandes gerbes, et comme la création d'une paire de particules est d'autant plus probable que leur masse est faible, on a choisi les masses 3 et 10 pour base de calcul.

2. Il est possible d'évaluer les pertes d'énergie par ionisation et par radiation de telles particules. Les premières sont données par la formule de Bloch, qui est valable pour les électrons ($m=1$) et les mésons $u(m=200)$ pour les énergies considérées ici. Les pertes par radiation sont plus incertaines; cependant, en première approximation, on peut admettre qu'elles varient, à vélocité égale, comme l'inverse du carré de la masse ([4]), et les déduire de celles calculées pour l'électron.

Les pertes totales d'énergie (ionisation + radiation) dans l'air et le plomb en fonction de l'énergie étant ainsi calculées, l'énergie critique Ec (énergie pour laquelle les pertes par ionisation et radiation sont égales), et les parcours moyens R dans le plomb qu'on en déduit sont indiqués ci-dessous.

Masse.	Ec (Air) (eV).	Ec(Pb) (eV).	R(cm Pb) pour E = Ec (Pb).	R(cm Pb) pour E = Ec (Air).
1	$1,5\ 10^{8}$	$8\ 10^{6}$	0,4	1,85
3	$3\ \ 10^{10}$	$2,8\ 10^{8}$	10	12
10	$1,7\ 10^{11}$	10^{10}	$\sim$100,4	$>$100,85

R augmente très vite avec la masse. Les parcours respectifs dans le plomb des particules ayant l'énergie critique, Ec(Pb), Ec(Air) figurent dans la dernière colonne. Pour l'air, un électron d'énergie critique ($1,5.10^{8}$ eV) a un parcours moyen de 300^{m}, celui d'une particule de masse 3 ayant l'énergie critique (3.10^{10} eV) est de $6^{km},8$ (atmosphère à densité constante), ce qui correspond à $12\text{-}15^{km}$ de parcours réel se terminant au niveau de la mer.

([3]) Heitler, *Quantum Theory of Radiation*, 1944, p. 222.

([4]) Daudin, *Ann. Phys.*, 20, 1945, p. 563-584.

3. Si les mésons λ sont instables, on peut calculer leurs longueurs de parcours moyen L en fonction de leur moment cinétique moyen p par la formule $L = \tau c(pc/mc^2)$, τ étant la vie moyenne. On établit ainsi que les effets dus à la désintégration peuvent devenir notables pour $\tau \leq 10^{-7}$ sec., valeur pour laquelle L est du même ordre de grandeur que le parcours moyen dû aux pertes d'énergie dans l'air d'une particule de masse 3.

4. En leur attribuant une distribution spectrale d'énergie analogue à celle observée pour les autres composantes du rayonnement, la masse 3 permet de rendre compte de la partie médiane (5 à 15^{cm} de plomb) de la courbe expérimentale d'absorption des particules de grandes gerbes ([4]), ([5]). Les mésons μ de masse 200 constituant à 1 à 2 % du rayonnement des grandes gerbes expliqueraient alors l'absorption plus faible observée pour les grandes épaisseurs d'écrans.

Les mésons λ permettent également d'expliquer le nombre élevé des coïncidences observées entre des compteurs distants de plusieurs mètres et couverts de 10^{cm} de Pb et qui n'est explicable, ni par la présence de seulement 1 à 2 % de mésons μ dans la radiation des grandes gerbes, ni par la théorie des cascades. Cette théorie indique en effet que des électrons possédant l'énergie nécessaire (10^{12} eV) pour traverser les écrans ne devraient guère se trouver dans l'air à plus de 6^{mm} de distance. Les parcours dans l'air des mésons λ rendent compte de l'extension en surface des grandes gerbes et notamment des résultats expérimentaux de Skobeltzyn ([6]) pour l'explication desquels l'extension due aux photons seuls paraît insuffisante.

5. Si l'on place contre la paroi de compteurs des écrans de quelques millimètres de plomb, on observe une augmentation de comptage due aux photons d'énergies comprises entre les énergies critiques dans l'air et dans le plomb ([7]), ([8]). D'autre part, si l'on dispose une voûte de l'ordre de 2^{cm} de plomb sur un ou plusieurs compteurs en coïncidence, on constate une augmentation de comptage due aux cascades photoélectroniques. Le premier de ces deux effets est plus petit que celui qui serait observé si les photons étaient seuls responsables de l'extension des grandes gerbes. Le second effet disparaît si l'on étudie des gerbes d'extension supérieure à 50^{m} ([9]). Ces deux faits s'expliquent si les mésons λ sont également responsables de l'extension latérale des grandes gerbes.

6. Un méson λ, de masse faible, donne donc par ses propriétés probables la solution de quelques-uns des problèmes posés par les expériences sur les

---

([5]) P. AUGER, R. MAZE, P. EHRENFEST et A. FRÉON, *J. de Phys.*, 10, 1939, p. 39-49.
([6]) *Phys. Rev.*, 71, 1947, p. 315-317.
([7]) J. DAUDIN et A. FRÉON, *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 662-664.
([8]) P. AUGER et J. DAUDIN, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 897-900.
([9]) P. AUGER et collaborateurs, *Rev. Modern Physics*, 11, 1939, p. 288-291.

grandes gerbes et dont une partie seulement a été évoquée ici. Notons cependant que s'il subit des interactions nucléaires importantes, il faut au méson λ une masse plus grande pour rendre compte des effets observés.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Orientation des films minces d'oxyde cuivreux formés sur le cuivre.* Note de M. **Henri Frisby.**

Nous avons consigné dans une Note précédente ([1]) les premiers résultats de nos travaux sur les surfaces de cuivre polies électrolytiquement. Signalons à ce propos une erreur matérielle qui s'est glissée dans le dernier paragraphe de cet exposé : les aspérités de la surface polie sont réduites à une hauteur de 5 mailles élémentaires et non pas de 50.

Nous avons ensuite étudié plus particulièrement les films d'oxyde cuivreux qui se forment à la surface du cuivre chauffé à 100° dans l'eau bouillante. Les premières couches de Cu_2O qui se développent sur un monocristal de cuivre sont également monocristallines. L'orientation des axes de symétrie de cet oxyde, par rapport aux axes de symétrie du cuivre sous-jacent, avait fait l'objet de travaux de Mehl, Mac Candles et Rhines ([2]). Ils montrèrent que l'introduction d'oxygène dans le réseau du cuivre a pour résultat une simple dilatation de la maille, sans changement d'orientation. Yamaguti ([3]), analysant des surfaces de monocristaux de cuivre oxydées à l'air vers 1000°, trouve trois orientations relatives différentes de l'oxyde par rapport au cuivre.

Nous avons essayé de généraliser ces résultats, en étudiant des surfaces de cuivre d'orientations quelconques, à l'aide d'un appareil de diffraction électronique. Un cristal de cuivre, taillé parallèlement à un axe de symétrie binaire de la maille, donne un diagramme de réflexion formé d'un réseau de losanges, quand le faisceau électronique (sous incidence rasante) est approximativement parallèle à l'axe de symétrie. Dans ces losanges, où le rapport des diagonales est égal à $\sqrt{2}$, la grande diagonale indique la direction de la normale aux plans réticulaires [110]. Le diagramme de la figure 1 a été obtenu avec une telle surface. Le plan [110] est incliné de 62° sur la surface libre du cuivre.

L'oxydation superficielle de cette surface, limitée à une fraction de micron d'épaisseur, fournit une couche monocristalline d'oxyde cuivreux. Examinée aux électrons, dans la même position que la surface de métal décapée, elle fournit le diagramme de la figure 2.

L'axe de symétrie binaire de l'oxyde est parallèle à l'axe correspondant du métal, mais le plan réticulaire [110] de l'oxyde est parallèle à la surface libre

([1]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1003.

([2]) *Nature*, 1934, p. 1009.

([3]) *Proceedings of the Physical and Mathematical Society of Japan*, **20**, 1938, p. 230.

de l'échantillon. On en déduit que les axes ternaire et quaternaire doivent également se trouver dans un plan parallèle à cette surface. Cela est confirmé par l'examen électronique. D'autres surfaces, approximativement parallèles à

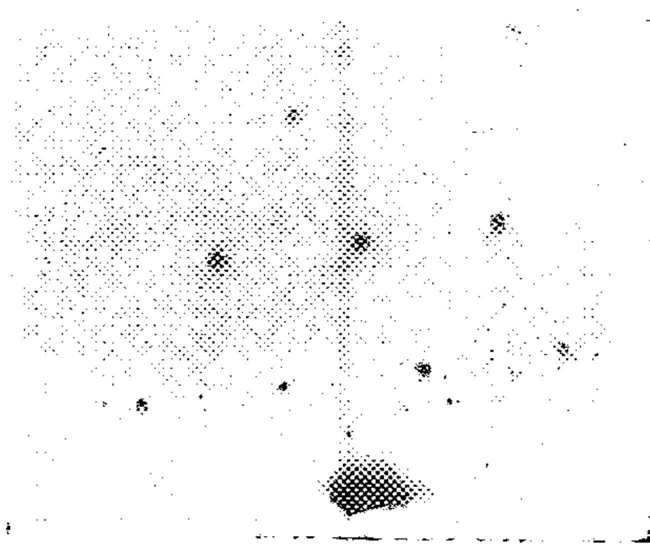


Fig. 1.

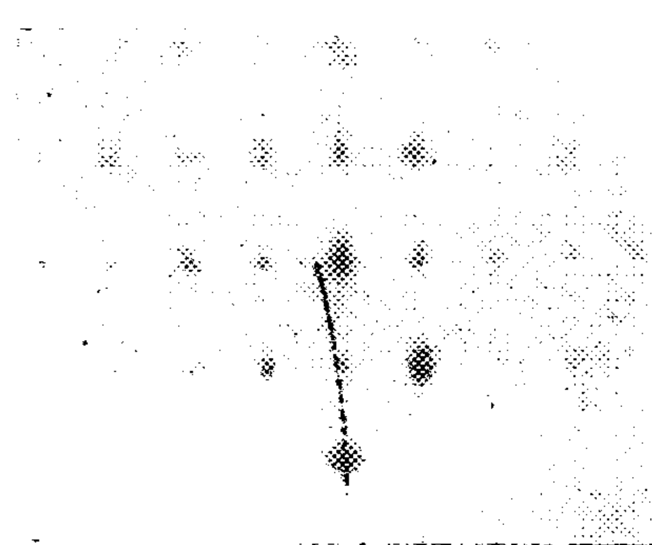


Fig. 2.

un axe de symétrie d'ordre 2, mais faisant un angle différent avec le plan [110], ont donné des résultats analogues. L'oxyde avait dans chaque cas l'orientation indiquée par la figure 2 : un plan diagonal du cube élémentaire de Cu_2O (plan [110]) était toujours parallèle à la surface de l'échantillon et un axe binaire de l'oxyde était parallèle à un axe binaire du métal. Remarquons incidemment que nous avons trouvé une proportion notable de surfaces de cuivre très voisines d'un plan contenant un axe de symétrie d'ordre 2. Cela peut s'expliquer par le nombre élevé d'axes de cet ordre dans le système cubique et par la tolérance angulaire de quelques degrés sur la position du cristal que permet l'analyse électronique.

Ainsi, dans les conditions expérimentales que nous avons adoptées, l'oxydule s'oriente à la fois par rapport à un axe de symétrie du métal sous-jacent et par rapport au plan de la surface libre de l'échantillon. Mais cette surface libre n'est plane qu'à l'échelle macroscopique. En effet, l'obtention d'un diagramme net exige l'utilisation de surfaces légèrement dépolies dont les irrégularités doivent être considérables à l'échelle atomique. Ce serait donc un ensemble d'atomes, situés à grande distance, qui jouerait un rôle prépondérant au cours des remaniements nécessaires à la mise en place des atomes d'oxygène parmi les atomes de cuivre.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'existence d'une valence de protactinium inférieure à* 5. Note (¹) de MM. **Moïse Haïssinsky** et **Georges Bouissières**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Par la position du protactinium dans le système périodique et par les propriétés de ses homologues, on pouvait supposer que cet élément possède un

(¹) Séance du 9 février 1948.

état de valence inférieure à 5, sa valence normale. On ne connaissait toutefois jusqu'ici aucune indication expérimentale en faveur de cette hypothèse. Celle-ci est confirmée d'une façon concluante par les expériences que nous venons de réaliser.

Pa^{V} forme un fluorure facilement soluble en milieu acide même très dilué, tandis que les fluorures de ses voisins de valence inférieure, Th^{IV}, U^{IV}, Ac^{III}, ne le sont pas. On pouvait alors penser que le fluorure de Pa réduit serait également insoluble (²). D'autre part, l'ensemble des propriétés chimiques de Pa et l'examen des conditions d'oxydo-réduction des éléments de propriétés voisines rendent le choix du réducteur éventuel assez limité. Nous avons eu recours à un amalgame de zinc et opéré de la façon suivante :

8 à 10^{cm^3} d'une solution de HClN contenant les chlorures de zirconyle (20 à 60^{mg}), de La (20^{mg}) et de Pa (quelques centièmes ou dixièmes de milligramme) sont laissés au contact de l'amalgame dans une colonne à réduction de Jones. Le tube est monté sur un buchner en plexiglass contenant quelques centimètres cubes de HF à 4 % et ajusté sur une fiole à filtration sous vide. Un courant d'hydrogène circule constamment dans l'appareil. Après deux ou trois heures de contact on laisse écouler, par ouverture d'un robinet, la solution chlorhydrique dans le buchner. Le fluorure de lanthane, insoluble, précipite, tandis que le zirconium reste dissous. Les deux produits sont séparés par filtration, toujours dans l'atmosphère d'hydrogène, et ensuite transformés en oxydes. La teneur de ceux-ci en Pa est déterminé par la mesure du rayonnement α.

Ce dosage a montré que 40 à 50 % de Pa sont retenus par le fluorure de La. Dans les essais à blanc, c'est-à-dire effectués sans contact du protactinium avec l'amalgame, 4 à 5,5 % seulement ont été retenus par LaF_3 dans des conditions par ailleurs identiques aux précédentes.

La coprécipitation du protactinium avec LaF_3 en présence du fluorure de Zr est une indication certaine d'un changement de valence de l'élément. Dans les conditions décrites, la réduction semble se produire lentement, puisque pour des durées de contact plus courtes, la proportion de Pa retenu est nettement plus faible.

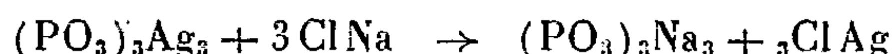
Nous poursuivons l'étude des propriétés de Pa dans le nouvel état de valence dont nous essaierons de déterminer la valeur. Quelle que soit celle-ci, l'existence de deux degrés d'oxydation du protactinium faciliterait grandement sa purification et sa séparation laborieuse de ses entraîneurs habituels, Ta et Zr.

(²) Le fluorure de Nb^{III} est soluble, mais celui de son voisin Zr^{IV} l'est également.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Spectres d'absorption infrarouges de trimétaphosphates métalliques*. Note de MM. **Jean Lecomte**, **André Boullé** et Mme **Marthe Dominé-Bergès**, présentée par M. Pierre Jolibois.

Nous avons étudié, pour la première fois, à l'état de poudre, dans la région comprise entre 700 et 1450 cm^{-1} environ, les spectres d'absorption infrarouges des trimétaphosphates de sodium, de potassium, d'argent et de plomb ([1]).

1. Le *trimétaphosphate de sodium* a été obtenu :
a. par déshydratation du pyrophosphate acide de sodium dans le vide à 250°C. ([2]);
b. par la méthode de Knorre à 300°C. ([3]);
c. par calcination du métaphosphate B (sel de Maddrell) à 550°C. ([4]);
d. par recuit à 300° du métaphosphate vitreux C ou sel de Graham ([5]), provenant de la fusion du triméta à 640°, suivie de la trempe du liquide;
e. par l'intermédiaire du trimétaphosphate d'argent ([6]) suivant la réaction



$$(PO_3)_3Ag_3 + 3\,ClNa \rightarrow (PO_3)_3Na_3 + 3\,ClAg$$

effectuée à 0°.
Les trimétaphosphates d'argent et de plomb résultent de la précipitation directe à 0° C. des nitrates correspondants par le triméta de sodium.
Le trimétaphosphate de potassium a été obtenu par l'intermédiaire du triméta d'argent.

Certains spectres ont été mesurés sur des échantillons préparés de la même manière, mais à plusieurs mois d'intervalle. La grande similitude que l'on constate indique bien *qu'il existe un spectre type et que la méthode de préparation conduit exactement au même produit de condensation, si elle est correctement appliquée. Nos determinations permettent de confirmer la validité du cycle à l'argent pour la préparation générale des trimétaphosphates métalliques* ([6]), *lorsque le chlorure du métal est soluble* ([7]).

Les régularités spectrales que nous avons trouvées permettent de *fournir une nouvelle preuve de la stabilité du trimétaphosphate de sodium* ([8]), *quelles que soient : a. son origine et la température de préparation; b. la filiation suivie, même après fusion.*

Les spectres infrarouges se montrent donc très utiles pour compléter et

---

([1]) P. Lambert et J. Lecomte, *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 155; J. Lecomte, *Cahiers de Physique*, **17**, 1943, p. 1.
([2]) Boullé, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 915.
([3]) *Zeit. anorg. Chem.*, **24**, 1900, p. 369, la préparation est basée sur la réaction suivante :



$$NO_3NH_4 + PO_4HNa_2 \rightarrow PO_3Na + NO_3Na + NH_3 + H_2O.$$

([4]) Boullé, *Thèse*, Paris, 1941, p. 34.
([5]) Boullé et Paris, *Comptes rendus*, **209**, 1939, p. 223.
([6]) Boullé, *Thèse*, Paris, 1941, p. 23.
([7]) Boullé, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 517.
([8]) Boullé, *Thèse*, Paris, 1941, p. 70.

même remplacer jusqu'à un certain point les autres méthodes d'identification et de caractérisation des trimétaphosphates (analyse chimique, cryoscopie, rayons X, etc.).

Ainsi, lorsqu'on emploie la méthode de Knorre avec un chauffage insuffisant, du pyrophosphate peut se former et sa présence est mise en évidence par des bandes d'absorption caractéristiques dans le spectre du trimétaphosphate impur.

II. Tous les trimétaphosphates étudiés possèdent les régions d'absorption suivantes : vers 685 cm^{-1} (faible douteuse), entre 740 et 770 cm^{-1} (une ou deux bandes distinctes assez fortes ou fortes), vers 990 cm^{-1} (forte), entre 1100 et 1115 cm^{-1} (forte), entre 1280 et 1300 cm^{-1} (forte), vers 1500 cm^{-1} (faible ou moyenne).

Comme dans le cas d'autres sels métalliques, la variation du métal conduit à des déplacements incohérents pour les bandes. Le principal changement se produit dans la région de 730 à 780 cm^{-1}, où il apparaît, suivant le cation, une ou deux bandes distinctes.

III. *Interprétation des résultats.* — L'ion PO_3 que l'on peut considérer comme pyramidal, possède, on le sait, quatre modes de vibration distincts : deux simples ν_1 et δ_3, deux doubles dégénérés δ_{12} et ν_{23} tous actifs à la fois dans l'absorption et dans la diffusion; ν_i désigne les vibrations de valence et δ_i les vibrations de déformation. Nous admettrons que l'ion $(PO_3)^3$ présente la symétrie C_{3v} (un axe ternaire et trois plans de symétrie passant par l'axe). Le plan des trois atomes de phosphore est perpendiculaire à l'axe ternaire et contient les trois axes de symétrie ternaires, correspondant à chacun des groupements PO_3. Il peut exister au plus trente modes de vibration (dont 3 inactifs dans l'absorption) et en réalité ils se réduisent à 20 modes distincts, car 10 vibrations apparaissent doubles dégénérées. On peut les déduire des quatre oscillations ν_1, ν_{23}, δ_{12}, δ_3 de la manière suivante : suivant que l'on couple, en concordance ou en discordance de phase, les trois groupements PO_3, exécutant une oscillation simple telle que ν_1, on obtiendra, pour l'ensemble $(PO_3)^3$, soit une vibration simple, soit une oscillation double dégénérée. A partir de translations ou de rotations de l'ion PO_3, qui ne conduisent ni à des bandes d'absorption ni à des raies Raman dans le cas où cet ion est libre, on obtient de la même manière pour l'ensemble $(PO_3)^3$, une vibration simple et une vibration double dégénérée. Pour les vibrations dégénérées ν_{23} et δ_{12}, il faut remarquer que l'axe ternaire de chaque groupement PO_3 ne représente plus un axe de symétrie de l'ensemble $(PO_3)^3$, de sorte que les dégénérescences étant levées, nous devons considérer pour ν_{23} et δ_{12}, non pas deux, mais quatre vibrations distinctes, donnant chacune, pour l'ensemble $(PO_3)^3$, une vibration simple et une vibration double dégénérée.

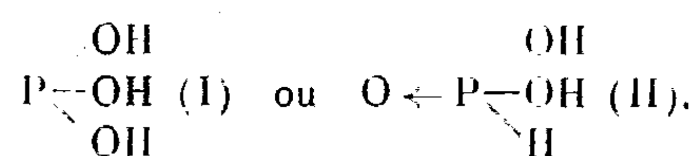
Il est facile de voir que, dans la région spectrale étudiée, tombent, pour $(PO_3)^3$, seulement six vibrations : deux provenant de ν_1 et quatre de ν_{23}.

Si l'on se borne aux bandes fortes, nos mesures en indiquent cinq au lieu des six que l'on prévoit ainsi. Il n'est d'ailleurs pas étonnant qu'il manque une bande d'absorption, car les fréquences de deux au moins des vibrations doivent se présenter comme assez voisines et il est à penser que nous n'avons pu les séparer.

En résumé, les trimétaphosphates métalliques représentent un nouvel exemple où les spectres d'absorption infrarouges renseignent sur le degré de condensation des produits obtenus.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Détermination magnéto-optique de la structure de l'acide phosphoreux*. Note de MM. **Fernand Gallais** et **Daniel Voigt**, présentée par M. Paul Pascal.

Le problème classique de la constitution de l'acide phosphoreux a déjà suscité bien des recherches. Rappelons que, suivant que l'on considère cet acide comme le premier terme de la série des esters phosphoreux ou phosphoniques, sa formule la plus significative doit être



formules dans lesquelles l'atome de phosphore est respectivement tri et tétracoordonné. De nombreux travaux portant, soit sur la constitution de l'acide phosphoreux, soit sur celle de ses ions, ont abouti à des conclusions contradictoires, leurs auteurs étant en faveur soit de l'une, soit de l'autre forme, soit même d'une tautomérie entre celles-ci.

Pour contribuer à la solution de ce problème, nous avons mesuré le pouvoir rotatoire magnétique moléculaire d'esters phosphoreux et phosphoniques et, après avoir constaté que ceux-ci se distinguent nettement du point de vue de leur effet Faraday, nous avons recherché à quelle série appartient l'acide PO_3H_3.

Dans le tableau ci-après, sont rassemblés les pouvoirs rotatoires magnétiques moléculaires $[A]_M$ (pour la radiation jaune du mercure $\lambda = 0^{\mu},5780$) des différents esters étudiés et les modules que l'on peut affecter à l'acide dont ils proviendraient, en retranchant des constantes des esters la contribution des radicaux hydrocarbonés. Ces modules ont d'abord été calculés (colonne I) en adoptant uniformément la valeur de 25.10^{-2} minute pour la contribution d'un CH_2 normal, c'est-à-dire lié à un atome de carbone ou d'oxygène comme c'est le cas généralement pour les molécules organiques [R. de Malleman (1)]. Dans ces conditions, il apparaît avant tout qu'il n'y a pas accord entre les modules correspondant au premier terme des phosphonates dialcoyliques et au premier terme des alcoylphosphonates dialcoyliques.

	$[A]_M$ (0.578).	Module de PO_3H_3 (calculé) I.	II.
Phosphite de méthyle	$207,3.10^{-2}$	$132,3.10^{-2}$	
Phosphite d'éthyle	285,0	135,0	
Phosphite de butyle	427,8	127,8	
Phosphonate diméthylique	128,5	78,5	
Phosphonate diéthylique	182,9	82,9	
Éthylphosphonate diéthylique	223,0	73,0	$83,0.10^{-2}$
Butylphosphonate dibutylique	370,2	70,2	80,2

On ne saurait s'en étonner puisque le passage de l'ester diéthylique à l'éthylester diéthylique, par exemple, se traduit par l'introduction d'un CH_2 du type normal et d'un CH_2 directement lié au phosphore. La différence de module entre les deux esters étant égale à 40, on peut, en donnant au premier CH_2 sa valeur normale, 25, évaluer à $40-25=15$, celle du chaînon lié au phosphore (toutes ces valeurs étant exprimées en centièmes de minute).

En introduisant cette dernière valeur dans nos calculs, les nouveaux modules obtenus pour le premier terme des alcoylphosphonates (colonne II) deviennent compatibles avec ceux qui correspondent au premier terme des phosphonates. Les différences que l'on observe entre l'ensemble des résultats numériques provenant des phosphonates sont alors du même ordre de grandeur que celles qui existent entre les résultats provenant des phosphites. La moyenne de ces modules est :

Acide phosphoreux (premier terme des esters phosphoreux) : $(132 \pm 3,5).10^{-2}$.
Acide phosphonique (premier terme des esters phosphoniques) : $(81,2 \pm 2,5).10^{-2}$.

Nous avons, d'autre part, étudié l'acide phosphoreux pur, maintenu à l'état liquide dans un tube muni d'une chemise à circulation d'eau chaude ($t = 76°$). Nous avons trouvé pour ce corps : $[A]_{M(0,578)} = 83,0.10^{-2}$.

On voit que la valeur relative à l'acide pur est comprise entre les valeurs extrêmes calculées à partir des esters phosphoniques.

Si l'on remarque que ce sont probablement les esters éthyliques et propyliques qui représentent le mieux une série, il est d'ailleurs intéressant de constater l'identité de la valeur mesurée pour l'acide avec celles calculées à partir des esters éthyliques.

Ajoutons que des mesures de réfraction moléculaire nous ont conduits à des résultats tout à fait identiques à ceux que nous avons obtenus par l'emploi de l'effet Faraday.

Sans préjuger de la nature de l'anion qui lui correspond, on peut donc conclure que, aux erreurs d'expérience près, l'acide que l'on désigne sous le nom d'acide phosphoreux semble uniquement constitué par de l'acide phosphonique.

Signalons du reste que l'étude du spectre Raman de l'acide pur A. Simon et

F. Feher (¹); R. Ananthakrishnan (²) permet de mettre en évidence les raies caractéristiques de la liaison P—H, qui ne peuvent provenir que de la forme phosphonique.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur un aluminate de nickel hydraté.* Note (¹) de Mlle **Jacqueline Longuet**, présentée par M. Paul Lebeau.

Le composé Al^2O^3. NiO qui a été étudié par S. Holgersson (²) d'après son diagramme de Debye-Scherrer, présente une structure de spinelle. Cet aluminate de nickel était préparé par fusion simultanée des deux oxydes. D'autres auteurs le préparent par recuit, entre 800° et 1000°, du mélange des oxydes. D'après les résultats que nous avons obtenus antérieurement au sujet des ferrites (³), dont la structure est identique, nous pensions pouvoir faire la synthèse de ce spinelle à partir des hydroxydes, à basse température. Nous avons précipité simultanément les deux hydroxydes par la soude à partir du mélange en proportions convenables des solutions de chlorures de nickel et d'aluminium: le corps obtenu, qui se présente sous la forme d'un gel, donne après dessiccation un diagramme présentant deux séries de raies : les premières, relativement fines, sont identiques à celles que donne un gel d'alumine précipité dans les mêmes conditions; les secondes, floues, n'appartiennent ni aux différentes variétés d'alumine, ni à l'hydroxyde de nickel, ni à un spinelle. Si l'on chauffe ce produit à 100° en présence d'eau, le diagramme reste inchangé, mais l'état de cristallisation s'améliore. La précipitation séparée des deux hydroxydes, suivie du mélange puis du chauffage à 100° en présence d'eau, donne un résultat identique à la coprécipitation.

Il semblait donc que l'on était en présence d'un corps nouveau, que nous avons supposé être un aluminate de nickel hydraté, différent du spinelle, obtenu par réaction dans l'état solide, à la température ordinaire, de l'hydroxyde de nickel sur l'alumine au moment même de leur précipitation. Ces deux hydroxydes se combineraient, dans ces conditions, en proportion non équimoléculaire, puisque l'on observe un important excès d'alumine : si cette hypothèse était exacte, en diminuant la proportion d'alumine, nous devions pouvoir isoler l'aluminate nouveau. C'est en effet ce que l'expérience a montré : nous avons préparé par la même méthode le corps correspondant à la composition : Al_2O_3, 2NiO, $n\,H_2O$, dont le diagramme présente uniquement les raies

(¹) *Z. Anorg. Allg. Chem.*, **230**, 1936, p. 289.
(²) *Nature*, **138**, 1936, p. 803.

(¹) Séance du 9 février 1948.
(²) *Lunds Univ. Arskrift N. F. Avd.*, **2**, 1927, p. 27.
(³) H. Forestier et J. Longuet, *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1729, et J. Longuet, *Thèse*, Strasbourg, 1943.

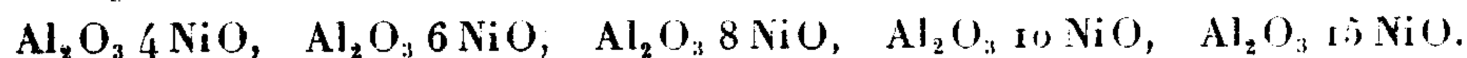
élargies que nous avions observées en plus de celles de l'alumine pour le corps équimoléculaire. Les équidistances suivantes, exprimées en unités angströms, correspondent aux quatre principales raies, dont les intensités sont du même ordre de grandeur :

$$d_1 = 7{,}8 \qquad d_2 = 3{,}9 \qquad d_3 = 2{,}5 \qquad d_4 = 1{,}5.$$

L'équidistance de 3,9 peut être considérée comme le second ordre de celle de 7,8.

Nous avons pu préparer des plaquettes orientées, sur les diagrammes desquelles on observe sur l'équateur, un renforcement des deux anneaux de 7,8 et 3,9 Å qui se rapporteraient donc aux plans (001). Nous sommes donc vraisemblablement en présence d'un corps cristallisant en feuillets, et on peut noter à ce sujet que la ressemblance avec certains diagrammes d'argiles est frappante; c'est un point que nous tenterons de préciser ultérieurement.

Lorsque l'on fait varier la composition, on obtient des corps dont le diagramme reste inchangé, avec cependant une tendance au déplacement des anneaux vers le centre, c'est-à-dire à une augmentation des distances réticulaires, à mesure que l'on fait croître la proportion d'oxyde de nickel. Nous avons ainsi préparé les corps hydratés dont les proportions en oxydes sont données par les formules suivantes :


$Al_2O_3\,4NiO$, $Al_2O_3\,6NiO$, $Al_2O_3\,8NiO$, $Al_2O_3\,10NiO$, $Al_2O_3\,15NiO$.

Au delà de ces compositions les raies caractéristiques de l'hydroxyde de nickel apparaissent progressivement, en plus des raies déjà existantes.

Ces corps sont instables lorsqu'on élève leur température : la destruction de la structure s'opérant déjà avant 300°, probablement au moment du départ de l'eau. L'étude de l'évolution au-dessus de cette température est en cours.

Cet aluminate de nickel hydraté, dont la structure est différente de celle du spinelle, est à rapprocher de celui que S. Caillère et S. Hénin ont préparé indépendamment et par une méthode totalement différente ([4]).

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la préparation et quelques caractères d'une série d'aluminates hydratés.* Note ([1]) de Mlle **Simonne Caillère** et M. **Stéphane Hénin**, présentée par M. Paul Lebeau.

Dans une Note antérieure nous avons montré qu'il était possible de faire la synthèse d'une antigorite par électrolyse d'une solution de silicate de soude en employant une anode de magnésium ([2]), mais ce procédé n'a pas permis de

([4]) *Comptes rendus* (Note présentée à la même séance ci-dessous).

([1]) Séance du 9 février 1948.

([2]) *Compte rendus*, 224, 1947, p. 1439-1440.

préparer d'autres silicates. Dans ces conditions, nous avons résolu d'entreprendre l'étude systématique des composés que l'on pourrait obtenir en électrolysant diverses solutions d'anions avec des anodes de différents métaux. Ces anions et ces métaux ont été choisis parmi ceux que l'on rencontre dans les silicates naturels.

Cette Note relate les résultats obtenus en électrolysant une solution d'aluminate de potassium avec, comme anode, l'un des métaux susceptibles de se situer dans la couche octaédrique des silicates phylliteux Al, Fe, Mg, Ni, Zn. La cathode était toujours en platine et quelques centimètres cubes d'une solution de NaCl à 10 % étaient introduits pour faciliter l'attaque de l'anode. Étant donné le but poursuivi, nous avons appliqué à ces substances les méthodes d'étude des silicates.

L'examen microscopique révèle qu'elles sont assez hétérogènes. Le constituant principal correspond à un aluminate. Le produit nickélifère vert pomme a un indice $n = 1{,}51$, il est biréfringent, biaxe positif avec un angle 2V petit. L'aluminate magnésien est blanc, également biréfringent ($n = 1{,}50$). Par contre, le composé zincifère blanc jaunâtre est presque isotrope ($n = 1{,}63$).

Tous apparaissent bien cristallisés, à l'examen aux rayons X, l'aluminate d'Al s'identifie à la boehmite. Les autres possèdent une équidistance principale voisine de 7,5 Å. Les produits magnésien et nickélifère donnent des plaquettes orientées et, de ce fait, sont phylliteux. Par ailleurs, l'ensemble de leurs diagrammes fait ressortir une analogie que l'on retrouve dans une certaine mesure, avec l'aluminate ferrifère. Le composé zincifère s'en distingue nettement.

La courbe thermique de la boehmite présente un crochet de départ d'eau hygroscopique très important et une inflexion vers 540° correspondant au dégagement de l'eau de constitution, celles des autres aluminates montrent trois crochets qui se situent à des températures voisines. Le premier traduit le départ de l'eau hygroscopique; le second apparaît entre 200° et 250°, il s'amorce dans le premier et correspond à un départ d'eau de constitution. Le troisième, dû à une cause analogue, se place entre 300° et 400°. Le caractère du deuxième crochet se trouve confirmé par l'examen aux rayons X des produits déshydratés à la température de cette inflexion, qui montrent tous la disparition des raies de grand écartement. En outre, il y a modification de l'ensemble du diagramme à l'exception de celui du produit zincifère.

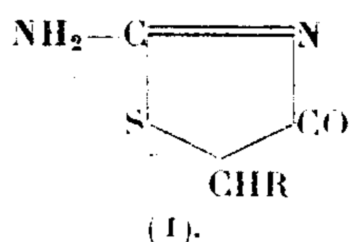
L'analyse chimique ne permet pas de tirer de conclusions précises, ces produits contenant une quantité notable d'hydrates ainsi que le montre l'examen des diagrammes X. Néanmoins, ils se caractérisent, sauf la boehmite, par une teneur en alumine de l'ordre de 10 %. On peut donc conclure que le rapport Al_2O_3/RO est faible et que par ailleurs, il est variable. D'autre part, la quantité d'eau globale est élevée (de l'ordre de 30 %) sauf

dans le produit zincifère où elle est seulement de 12 %. Ces propriétés rapprochent ces substances des aluminates de calcium hydratés ([3]).

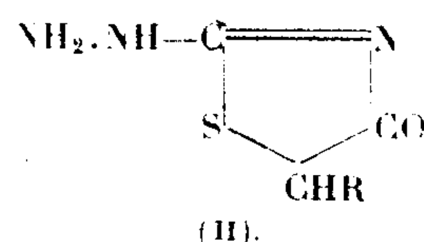
En conclusion, les cinq cations étudiés peuvent se combiner avec l'alumine pour donner des corps cristallisés dont l'un d'eux est identique à celui préparé par M[lle] J. Longuet ([4]). La boehmite et l'aluminate de zinc se placent à part et les trois autres composés forment un groupe relativement homogène. Si ces produits ne s'apparentent pas directement aux argiles, ces essais montrent toutefois l'identité de comportement des ions Mg, Ni et leur tendance à donner des produits phylliteux hydratés. Signalons également que ces substances présentent une grande stabilité ainsi que le montre leur résistance à l'action des acides concentrés et chauds, on peut donc supposer qu'ils existent dans le milieu naturel.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des acides α-halogénés sur les thiamides. Préparation des aryl et alcoyl 5-thiazolinones.* Note de M. **Pierre Chabrier** et M[lle] **Simone-Hélène Renard**, transmise par M. Marcel Delépine.

L'action des acides α-halogénés a déjà été étudiée sur un certain nombre de composés possédant le groupement $—CSNH_2$. Tels la thiourée ([1]) ([2]) avec laquelle ils se combinent en donnant les pseudo-thiohydantoïnes [formule (I)] et la thiosemicarbazide ([3]) qui conduit aux hydrazothiazolinones [formule (II)].



(I).



(II).

L'objet de cette Note est de montrer que les thiamides se comportent vis-à-vis des acides α halogénés d'une façon analogue à celle de la thiourée et de la thiosemicarbazide et de décrire quelques thiazolinones-5 substitués résultant de cette combinaison.

Préparation des thiazolinones-5 substitués. — Alors que les pseudothiohydantoïnes et les hydrazothiazolinones se préparent facilement en milieu alcoolique, dans tous les cas envisagés, il n'a pas été possible d'obtenir, dans ce solvant, les thiazolinones-5 substitués à partir des thiamides et des acides α halogénés. Il est vraisemblable que dans ces conditions le thioiminoéther qui se forme dans une première phase subit l'action de l'alcool, comme l'ont

---

([3]) M. Travers et J. Schoutka, *Ann. Chimie*, 13, 1930, p. 252.

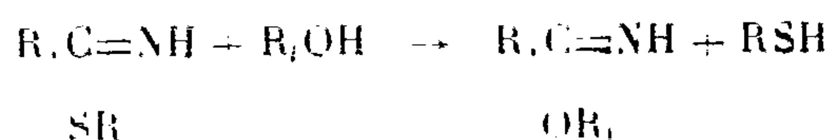
([4]) *Comptes rendus* (Note présentée à la même séance ci-dessous).

([1]) Werner, *J. Chem. Soc.*, 57, 1890, p. 283.

([2]) Taylor, *J. Chem. Soc.*, 111, 1917, p. 650.

([3]) Chabrier, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 14, 1947, p. 800.

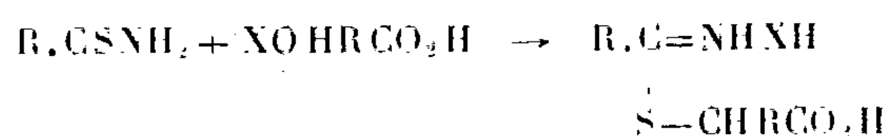
montré Kaufman et Adams (¹), en donnant l'iminoéther



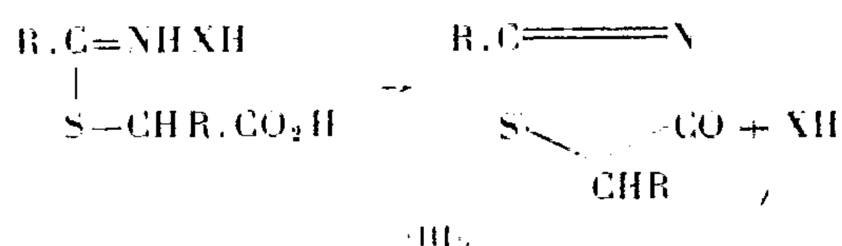
Pour obtenir les thiazolinones-5 substitués, on peut, soit chauffer durant plusieurs heures parties équimoléculaires de thiamide et d'acide α-halogène au bain-marie, soit opérer en milieu toluénique à la température d'ébullition du toluène.

La réaction est lente et s'effectue en deux temps.

1° formation du thioiminoéther



2° cyclisation du thioiminoéther avec départ d'acide halogèné



Dans certains cas, il n'a pas été possible de cycliser le thioiminoéther formé, ainsi nous n'avons pu obtenir de thiazolinones à partir d'acide α-halogèné disubstitué en l'espèce l'acide α-bromoisobutyrique $(CH_3)_2CBr.CO_2H$ et des thiamides.

Les thiazolinones-5 substitués peuvent être facilement purifiés par suite de leur insolubilité dans l'eau bouillante et les solvants organiques usuels à froid. On les purifie par cristallisation dans le toluène. Les rendements n'excèdent pas 25 % dans tous les cas considérés.

Propriétés des thiazolinones-5 substitués. — Les thiazolinones-5 substitués préparés ont un point de fusion élevé et assez mal défini, ils sont solubles dans les alcalis qui les décomposent lentement, mais insolubles dans le bicarbonate de potassium, ils ne donnent pas de thioéther par alcoylation directe. Cet ensemble de faits joint aux résultats de l'analyse élémentaire justifient la formule (III) que nous proposons pour représenter ces composés.

Composés nouveaux obtenus. — Phényl-5 thiazolinone C_9H_7ONS, F 250°; phényl-5 méthyl-3 thiazolinone $C_{10}H_9ONS$, F 205°; benzyl-5 thiazolinone $C_{10}H_9ONS$, F 229°; benzyl-5 méthyl-3 thiazolinone $C_{11}H_{11}ONS$, F 139°; pyridyl-5 méthyl-3 thiazolinone $C_9H_8ON_2S$, F 238°.

(¹) *J. Am. Chem. Soc.*, 45, 1923, p. 1744.

GÉOLOGIE. — *Sur la tectonique du Massif du Pic du Midi de Bigorre.* Note de M. **Pierre Hupé**, présentée par M. Charles Jacob.

Selon G. Bresson ([1]), l'Ordovicien granitisé, c'est-à-dire les migmatites ([2]), qui constitue le soubassement du massif du Pic du Midi, dessine une amygdale allongée WNW-SSE, bordée au Nord par un synclinal qui la sépare du « brachyanticlinal de Conques », et au Sud par une série dévonienne comportant deux ou trois synclinaux pincés de calcaires attribués à l'Eifelien-Givetien. Des levées de détail me conduisent à attribuer au Dévonien inférieur ces calcaires, clef de la tectonique locale, et par conséquent à placer en situation anticlinale ce que Bresson considérait comme synclinal et *vice versa*.

L'attribution des calcaires à l'Eifelien-Givetien résultait de l'existence, à leur voisinage, d'une faunule, considérée par Bresson comme coblentzienne (Pic de Yéous et de Nerbiou), et de leur ressemblance avec des faciès calcaires du Dévonien moyen. A cette assimilation s'opposent :

a. Un argument pétrographique. — En plusieurs points on rencontre, interstratifiés dans les calcaires, des grauwackes à Encrines qui, selon Bresson lui-même, ne se rencontrent que dans le Dévonien inférieur.

b. Des arguments géométriques. — La série calcaire est le plus souvent en contact avec le Gothlandien ou avec le socle de migmatites-granulites quand le Gothlandien est laminé (Pic du Midi, Merlheu, nord et sud du Col de Bareilles, ouest et sud du Lac Bleu, etc.). A l'est de la pelouse de Lagües, le Gothlandien pénètre même en anticlinal pincé dans les calcaires. Enfin, dans le ravin entre le Montaigu et le Pic de Lhens, ces calcaires dessinent une voûte anticlinale au-dessous du Coblentzien daté du Montaigu.

Si, malgré les arguments précédents, on continuait à attribuer cette série calcaire au Dévonien moyen, il faudrait admettre un renversement généralisé du Paléozoïque amenant constamment ce Dévonien moyen en contact avec le Gothlandien ou le socle, à l'exclusion du Dévonien supérieur ou du Houiller qui existent cependant dans le Massif. Un renversement d'une telle ampleur ne cadre d'ailleurs pas avec le style tectonique des régions avoisinantes.

La structure du Massif du Pic du Midi est, au reste, beaucoup plus complexe que ne le pensait Bresson.

Des plis plus ou moins cassants, orientés WNW-ESE, accidentent les migmatites. Sur une coupe NS de 2^km^,500 passant à 200^m^ à l'ouest du Lac de Peyrelade, on observe au moins trois replis anticlinaux, dont le plus net, fracturé, passe par le Col de Choy.

Le massif des migmatites bute par faille contre la bande dévonienne qui le sépare du Massif de Conques-Lesponne; cette bande, bien qu'à peu près isoclinale, comprend plusieurs replis et écailles, parmi lesquels le prolongement pincé de l'anticlinal du Montaigu.

Du revers sud des migmatites de Peyrelade jusqu'au Houiller de Barèges,

([1]) *Bull. Carte Géol. France*, XIV, n° 93, 1903, et Feuille de Luz au 1/80000e, 1905.

([2]) P. Hupé, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 581.

on voit se développer, comme au Nord, un régime d'écailles ou de replis serrés, dessinant un dispositif en éventail ; on peut y distinguer trois faisceaux :

1° *Un faisceau septentrional*, déversé au Nord, situé entre les migmatites et un accident majeur qui, partant du Cap de Sencours (cote 2340), passe par la hourquette de Sencours, les à-pics nord du Som de Pène Blanque et du Merlheu, le Col de Bareilles, et va se cicatriser dans les pentes qui dominent le Lac d'Ourrec vers l'Ouest. Sauf à ses deux extrémités, l'accident est jalonné par du Gothlandien métamorphique injecté de granulite et de pegmatite. Les écailles du faisceau se développent vers les retombées ouest et est du bombement de migmatites, c'est-à-dire vers Ourrec et le Pic du Midi. Ce dernier est essentiellement formé de calcaires du Dévonien inférieur débités en une demi-douzaine de replis et d'écailles.

2° *Un faisceau moyen*, toujours déversé au Nord, compris entre l'accident majeur Sencours-Ourrec et la crête Pène Tailhade-Pène Pourry. On n'y compte pas moins de 7 écailles ou replis anticlinaux de calcaires du Dévonien inférieur, accompagnés ou non de Gothlandien, sur une coupe allant de la rive nord du Lac Bleu à Pène Tailhade.

3° *Un faisceau méridional*, situé au sud de la crête de Pène Tailhade et correspondant à l'extrémité Est de l'aire anticlinale gothlandienne de Pierrefitte définie par Bresson. Le déversement se fait ici au Sud et s'accentue de plus en plus vers Barèges, jusqu'à donner des pendages de 20 à 45° entre es Toucouets et Ourdegons. Le faisceau comprend 3 ou 4 écailles.

En résumé, au lieu de deux replis anticlinaux distingués par Bresson dans le Dévonien du revers sud des migmatites, on peut identifier 10 à 15 écailles sur une même coupe Nord-Sud de 3-4^{km} de long.

Des arguments décisifs manquent pour imputer cet écaillement, soit aux efforts hercyniens, soit aux poussées pyrénéennes. On peut cependant penser que les érosions qui se sont succédé depuis le Carbonifère supérieur jusqu'au Crétacé supérieur (rajeunies par des mouvements prémonitoires entre le Jurassique moyen et l'Aptien et pendant la fin du Crétacé), en sectionnant les têtes des plis hercyniens, ont favorisé, par des jeux différentiels, la dislocation de la série paléozoïque post-ordovicienne lors des paroxymes de la phase pyrénéenne.

TECTONIQUE. — *Sur la nappe, probablement précambrienne, de la Sioule, dans la partie nord-ouest du Massif Central.* Note de M. **André Demay**, présentée par M. Emmanuel de Margerie.

En 1934 et 1937, j'ai défini dans la partie nord-ouest du Massif Central un *socle antéhercynien, probablement précambrien.* M. J. Jung, en 1936, et, à sa suite, M. J. Richard, en 1938, ont envisagé, pour cette zone, un âge calédonien. Mais M. Jung a admis maintenant, lui aussi, dans sa *Géologie de l'Auvergne*, en 1946, un âge précambrien.

Dans ce domaine, entre le grand sillon houiller et la Limagne, à hauteur de Gannat, affleure, au nord du granite de Saint-Gervais et des tufs viséens de la Sioule, une série cristallophyllienne renversée, définie en 1938 par M. J. Richard (1).

(1) *Rev. Sciences nat. Auvergne*, 4, 1938, p. 1.

Sur bien des points, mes recherches récentes confirment ses conclusions. Entre la Bouble, Ayat et Saint-Pardoux, des paragneiss à biotite sont renversés sur des paragneiss à biotite et muscovite et ceux-ci sur des micaschistes.

Des plis secondaires, dôme des Colettes, synclinal de Saint-Gal-sur-Sioule, avec renversement tout autour du dôme et sur les deux bords du synclinal, permettent de constater qu'il ne s'agit pas d'une simple surface de chevauchement, mais de mouvements tangentiels et, de manière plus précise, d'une nappe en forme de pli couché, bien que M. J. Richard n'ait pas utilisé le mot de nappe. Je la désignerai sous le nom de *nappe de la Sioule*.

Par contre, mes conclusions s'écartent de celles de M. J. Richard sur trois points.

Dans la région de Teilhet, ce géologue a constaté que les paragneiss à biotite s'enfoncent sous les paragneiss à biotite et muscovite et occupent ainsi une position normale. Il attribue le fait à l'existence d'un pli-faille, qui aurait rétabli la position normale d'une série antérieurement renversée.

D'après mes observations, la plongée des paragneiss à biotite sous les paragneiss à biotite et muscovite de Teilhet est trop régulière pour qu'on puisse envisager un double renversement rétablissant la position normale. D'autre part, en suivant ce contact vers l'Est, j'ai observé près de Sacouty, entre Teilhet et Menat, des couches verticales, puis renversées, qui viennent rejoindre la série renversée de Menat.

L'interprétation la plus probable est qu'il s'agit d'un *pli couché à tête plongeante, que les couches redressées correspondent à une charnière anticlinale et qu'à l'Est, par suite d'une légère montée axiale, affleure le flanc inverse du pli. Si cette interprétation est exacte, le charriage a eu lieu vers le Sud.*

Quant au second point, la série renversée peut être observée vers l'Est jusqu'au granite de Champs, au sud-ouest de Gannat; mais au Sud, j'ai constaté que les micaschistes du flanc inverse reposent normalement sur des paragneiss à biotite et muscovite, puis sur les migmatites de Blot-l'Église. Ici apparaît donc le *substratum de la nappe de la Sioule*, partie supérieure d'un autre pli couché ou, plus vraisemblablement, terrain en place.

Le troisième point a trait au renversement des migmatites, de Lapeyrouse à Verneuil, sur les paragneiss à biotite renversés de la nappe de la Sioule. En accord avec les indications de M. J. Richard, j'ai bien observé, à l'est de Lapeyrouse, le renversement de migmatites nébulitiques sur des gneiss d'imprégnation granitique et sur des paragneiss à biotite, plus ou moins imprégnés. Mais les structures sont ici très redressées, 60 à 80° vers le Nord 20° Ouest. J'y ai observé des *replis aigus, avec absorption magmatique syntectonique*. Les conditions sont toutes différentes de celles que l'on constate dans les parties couchées de la nappe. Il me semble presque certain qu'il s'agit ici de la *zone d'enracinement de la nappe de la Sioule*. S'il en est ainsi, le cheminement de la nappe a eu lieu vers le SSE, ce qui s'accorde avec l'hypothèse formulée

plus haut, d'une charnière frontale, au sud-ouest de Menat, et d'un substratum normal, près de Blot-l'Église.

Les observations que j'ai faites au nord et au sud de la zone renversée confirment cette interprétation. Au Sud, les micaschistes d'Ayat qui appartiennent au flanc inverse ou au substratum de la nappe, sont probablement liés aux micaschistes de Saint-Georges et des Ancizes, qui plongent vers le Nord et reposent sur les migmatites de l'anticlinal de la Goutelle. D'une manière plus générale, j'ai constaté que *la répartition du degré métamorphique dans le Cristallophyllien est normale à la latitude de Clermont et plus au Sud.*

Du côté nord, j'ai vérifié que la répartition du degré métamorphique est également normale. Entre Montaigut et Montluçon, dans des migmatites souvent redressées, rien n'indique un renversement. Entre Montluçon et Moulins, près de Chavenon, j'ai observé une série normale, à plongée d'environ 30° vers l'WSW, granite, migmatite granitique, paragneiss à biotite compact, paragneiss à biotite très schisteux.

On peut donc conclure que le *renversement du Cristallophyllien existe seulement dans une zone assez limitée, qu'il correspond au charriage d'une nappe en forme de pli couché, enracinée au nord de la Bouble et qui a déferlé d'environ* 20^{km} *vers le SSE et présente probablement une tête plongeante dans la région de Teilhet.*

Ainsi se trouve mise en évidence une nappe, probablement précambrienne, dont les parties couchées sont conservées et affectées seulement par de larges ondulations; et dont la structure est analogue à celle des nappes alpines du Tessin. Aucune structure de ce type n'a été décrite, à ma connaissance, dans une chaîne précambrienne. La nappe du Gier et la nappe de la Margeride sont probablement plus jeunes et, dans les chaînes précambriennes de Finlande, apparaissent seulement des racines de nappes ou des nappes fortement replissées, dont les parties couchées ne sont plus reconnaissables, et, dans un seul cas, d'après H. Väyrinen, une nappe, celle d'Outokumpu, d'allure onduleuse, mais qui n'a pas l'aspect d'un pli couché.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la coalescence électrique des brouillards et éventuellement des nuages à température quelconque au moyen d'aérosols électrisés.* Note ([1]) de M. **Marcel Pauthenier**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons montré ([2]) qu'une particule électrisée de rayon R chargée dans un champ ionisé E_0, qui tombe dans un brouillard de gouttelettes de rayon moyen r, balaie électriquement les gouttelettes contenues dans un cylindre de rayon ρ en général notablement plus grand que R. Le gain dû à l'électrisation

([1]) Séance du 9 février 1948.

([2]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 142-144.

est donné par la formule

$$y = \frac{\pi\rho^2}{\pi R^2} = \left(\frac{18 p^2 E_0^2 r^2}{\pi \mu g}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{1}{R}$$

(pour la silice $p = 2$, $\mu = 5/2$); y est de plusieurs unités, de 10 à 20 dans les cas les plus favorables; nous avons donc ajouté que *le gain n'est pas tel que l'on ne doive serrer de près les difficultés*. Nous avons fait un premier groupe de recherches qui confirme ces prévisions.

Réalisation d'une tour à brouillard. — La section de la tour est environ 4×4^m, la hauteur 6^m. A 1^m du sol, un faisceau lumineux d'intensité constante I_0 pénètre dans la tour; sur la paroi opposée, à la distance l, une cellule reçoit l'intensité $I = I_0 e^{-\sigma l}$; σ varie en fonction du temps pendant l'évolution naturelle du brouillard. *La visibilité est* $V = K/\sigma$ ($K =$ const.).

Production du brouillard. — En haut de la tour sont montés trois pulvérisateurs industriels à jet horizontal qui fonctionnent pendant 4 minutes, produisant un brouillard épais (environ 3 g/m^3), lequel évolue en fonction du temps. En cette saison du moins, quand les parois de la tour sont humidifiées, cette évolution a été trouvée toujours la même. Nos brouillards sont donc reproductibles. On envoie l'aérosol électrisé 2 minutes après l'arrêt des pulvérisateurs. Au droit du faisceau lumineux, les gouttelettes les plus fréquentes ont alors 14 à 15^μ de diamètre.

Expériences de précipitation. — A. L'aérosol contient *des particules de silice* électrisées de 15 à 48^μ de diamètre moyen, donc trop grosses (une bonne valeur du diamètre serait 20^μ), de formes très irrégulières, donc se chargeant mal. Malgré cela, nous avons obtenu déjà des résultats intéressants. Nous ne les publierons pas maintenant pour deux raisons. D'une part, notre mode de projection de l'aérosol est défectueux en vase clos, les particules électrisées se collent au sommet de la tour : on n'en retrouve qu'une faible fraction en bas. D'autre part, nous savons faire maintenant des sphérules de verre égales et de rayon quelconque; nous attendons que l'appareil soit construit pour continuer ces recherches.

B. *L'aérosol contient des gouttelettes d'eau électrisées* (50 à 100^μ de diamètre). — Ces gouttelettes sont encore trop grosses; mais leur charge électrique et leur distribution sont beaucoup plus faciles que dans le cas A.

La courbe I de la figure ci-jointe donne la variation de la visibilité en fonction du temps dans le cas de l'évolution naturelle du brouillard.

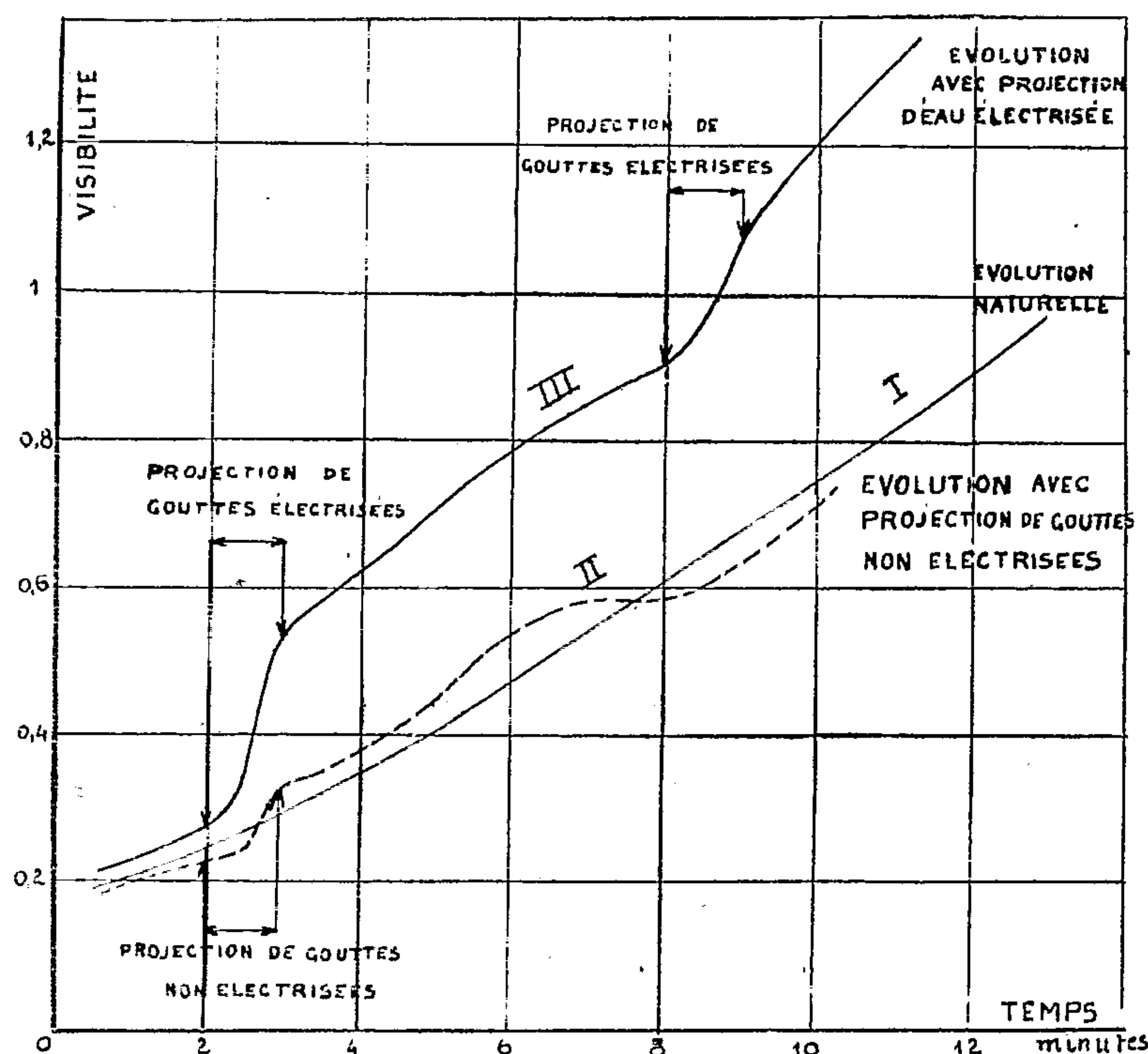
La courbe II correspond à la pulvérisation d'une certaine masse d'eau non électrisée, son effet est insignifiant.

La courbe III correspond à la pulvérisation de la *même masse* chargée dans un champ électrique ionisé.

Ces résultats préliminaires sont assez frappants.

Application à la coalescence des nuages et éventuellement à la production de

pluie artificielle. — On sait que le procédé de déclenchement de la précipitation des nuages par la neige carbonique nécessite qu'une partie du nuage soit en



surfusion, c'est-à-dire située au-dessus de l'isotherme 0°C. Ici nous ne trouvons aucune condition de température.

Récemment un communiqué de presse a parlé d'essais (à $t > 0°C.$) au moyen de gouttes d'eau liquide non chargées électriquement. Nos essais montrent que la méthode B des gouttelettes électrisées serait beaucoup plus efficace, d'autant plus que les effets constatés seraient beaucoup plus marqués dans un nuage de grande épaisseur que dans une tour de quelques mètres de hauteur utile.

PHYSIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur la formation artificielle de la pluie.* Note ([1]) de MM. **Edmond Brun** et **Lucien Demon**, présentée par M. Gustave Ribaud.

De nouveaux essais, effectués dans des conditions déjà relatées ([2]), ont montré que, conformément à ce que l'on pouvait prévoir, plus l'anhydride carbonique solide est à l'état divisé, plus est faible la masse de ce corps nécessaire pour

---

([1]) Séance du 9 février 1948.

([2]) Voir E. Brun et L. Demon, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 505 et 953.

provoquer la précipitation d'un volume déterminé de nuage d'eau surfondue et plus est grande la vitesse avec laquelle disparaît le nuage. Ainsi, le rendement de l'opération est considérablement augmenté si l'on utilise, au lieu de morceaux de carboglace, des flocons de neige carbonique.

Jusqu'ici, devant la difficulté de voler dans un nuage d'eau surfondue (donc givrant), la méthode préconisée consistait à lâcher, d'un avion survolant le nuage, des boules d'anhydride carbonique solide ou des morceaux de carboglace. La neige carbonique n'a pas été employée, car les flocons, par suite de leur sublimation rapide, n'auraient pas atteint le nuage.

Cependant, une solution simple consiste à placer la neige carbonique dans des capsules que l'on fait exploser dans les parties hautes du nuage. Ces capsules peuvent être lâchées d'un avion ou envoyées du sol. Nos essais ont montré que la dispersion de la neige carbonique peut être excellente et que la disparition du brouillard est presque instantanée avec une faible masse de produit (quelques milligrammes pour notre cuve de 6^{m^3}).

Un résultat analogue est obtenu en dispersant, au sein du brouillard, une poudre fine préalablement refroidie à une température inférieure à -40°C environ.

A noter que, d'une part, l'explosion de la cartouche, d'autre part, la dispersion de la même poudre non refroidie, ne produisent, dans les mêmes conditions, aucun effet appréciable (3).

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Papilionacées. Développement de l'embryon chez le* Lens esculenta *Moench* (Ervum Lens *L.*, Orobus Lens *Stokes*, Vicia Lens *Coss. et G. de St. P.*). Note (1) de M. **Pierre Crété**, présentée par M. René Souèges.

Les représentants des genres *Vicia, Lathyrus, Ervum* et *Orobus* sont si proches les uns des autres par les caractères tirés de leur morphologie externe, qu'il règne une grande confusion au sujet de leur classification. Des recherches embryogéniques récentes (2) (3), ont permis, d'ores et déjà, d'apporter une contribution importante à la solution de ce problème. Dans tous les cas, les blastomères se disposent d'abord en une tétrade première, linéaire-globuleuse. L'étage inférieur bicellulaire *cb* est destiné à fournir la partie la plus volumineuse du suspenseur et les éléments issus de la cellule apicale *ca*

(3) Toutefois, certaines poudres étudiées déjà à la *General Electric Company* n'ont pas besoin d'être refroidies pour produire l'amorçage de la précipitation. Malheureusement, ces poudres sont d'un prix élevé (iodure d'argent, par exemple).

(1) Séance du 2 février 1948.

(2) R. Souèges, *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 60, 389 et 838.

(3) P. Crété, *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 921.

interviennent, à la fois, dans la construction du corps de l'embryon et dans l'édification de la portion supérieure du suspenseur. C'est seulement quand une tétrade seconde s'est développée aux dépens de la cellule apicale que commencent à se préciser les différences qui permettent de caractériser certains genres ([1]).

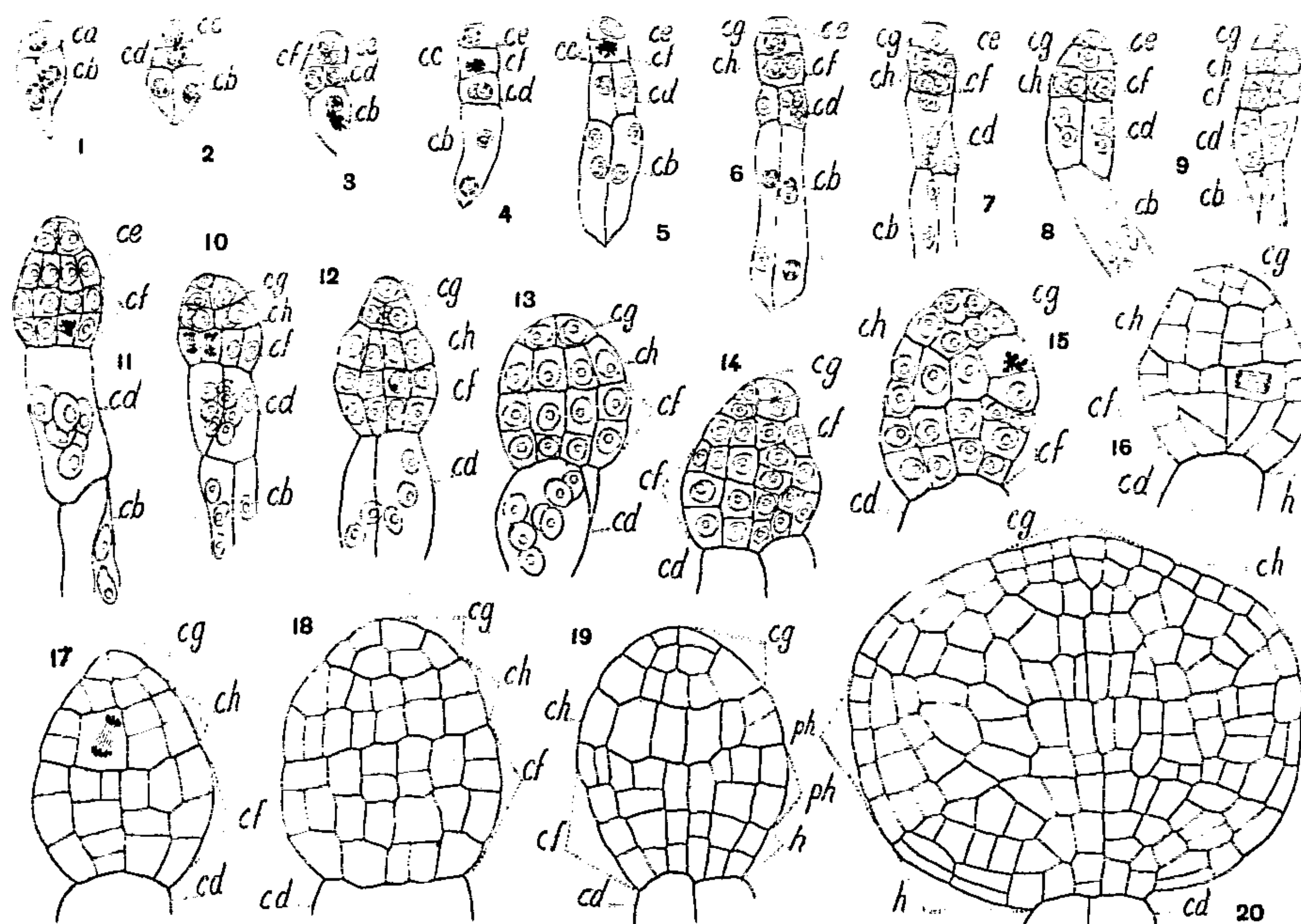


Fig. 1 à 20. — *Lens esculenta* Moench. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca*, cellule apicale du proembryon bicellulaire; *cd* et *cb*, cellule-fille inférieure de *ca* et cellule basale, ou les deux paires de vésicules haustoriales; *cc*, cellule-fille supérieure de *ca* ou cellule embryonnaire proprement dite; *ce*, cellule-fille supérieure de *cc* ou partie cotylée *sensu lato*; *ci*, cellule-fille inférieure de *cc*; *cg*, cellule-fille supérieure de *ce* ou épiphyse; *ch*, cellule-fille inférieure de *ce* ou partie cotylée proprement dite; *ph*, partie hypocotylée; *h*, assise génératrice du groupe hypophysaire. G = 300 pour les figures 1 à 19; 220 pour la figure 20.

Chez le *Lens esculenta*, la tétrade première (*fig.* 2) et la tétrade seconde (*fig.* 3) sont toutes deux du type linéaire globuleux. Leurs étages inférieurs, *cb* dans le premier cas, *cd* dans le second cas, sont destinés à fournir respectivement la partie inférieure et la partie supérieure du suspenseur; ce dernier ne comprend, jusqu'à la fin, que ces deux groupes de deux cellules, où les noyaux se divisent un certain nombre de fois, tout en augmentant de volume. A partir des éléments supérieurs *ce* et *cf* de la tétrade seconde, il s'édifie un nouveau quartet, comprenant l'étage *cf*, devenu bicellulaire, et, provenant de la cellule *ce qui prend une cloison nettement transversale*, deux nouveaux étages, *cg* et *ch* (*fig.* 6).

La cellule *cg* est l'origine de l'épicotyle, et, de la cellule *ch*, dérive la partie cotylée *sensu stricto*. Les deux cellules de l'étage *cf* se divisent d'abord en quatre éléments (*fig.* 8). Ceux-ci donnent naissance à deux étages *ph* et *h*, soit directement par leur cloisonnement horizontal (*fig.* 9), soit après une nouvelle série de divisions verticales, suivies, au niveau

([1]) R. Souèges, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1599.

des cellules-filles, de la formation de parois transversales (*fig.* 10). Les étages *ph* et *h* constituent les assises génératrices de la partie hypocotylée et de la zone hypophysaire (*fig.* 20).

Se séparant radicalement de celle des *Vicia*, la tétrade seconde du *Lens esculenta* appartient à la catégorie C_1 de la sous-série C, comme celle des *Ervum* et des *Orobus*. Seulement, à un stade ultérieur, le cloisonnement horizontal de la cellule *ce*, qui assure une différenciation beaucoup plus précoce de l'épiphyse, sépare la Lentille des deux autres genres avec non moins de netteté. Le mode de cloisonnement de *ce* fait du genre *Lens* un type embryonomique nouveau, répondant au mégarchétype VI dans le 15e groupe embryogénique de la classification périodique. En conséquence, il y a tout lieu de maintenir le genre *Lens* et de ne pas l'inclure dans les genres *Ervum*, *Orobus* ou *Vicia*.

On voit encore, par ces observations, que la classification périodique, qui permet de définir de manière si précise les différences fondamentales entre types embryonomiques, constitue vraiment un excellent outil de travail.

MYCOLOGIE. — *Les diverses pigmentations du mycélium végétatif de* Tuber melanosporum *Vitt. cultivé* in vitro. Note (1) de Mlle **Marie-Louise Bouillet**, présentée par M. Joseph Magrou.

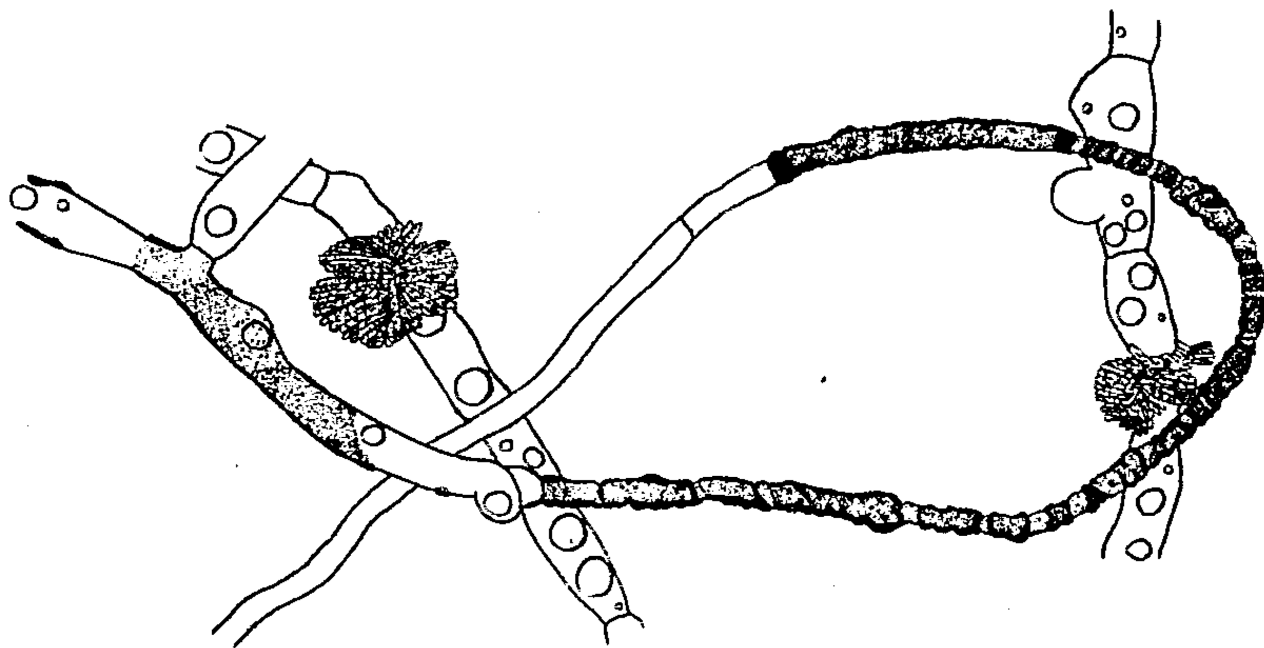
Le pigment noir qui teinte l'appareil végétatif de *Tuber melanosporum* cultivé *in vitro* (2), est identique à celui qui caractérise la majeure partie des hyphes du périthèce. La température et la lumière ne paraissent jouer aucun rôle dans sa formation, mais l'atmosphère confinée la ralentit considérablement. Ce pigment est insoluble dans les solvants organiques et dans les acides, mais lentement soluble dans un mélange de KOH et de NH_4OH concentré. Sa décoloration peut être obtenue en traitant par les oxydants. Ces réactions principales, dont certaines sont voisines de celles qui caractérisent les mélanines, ne sont toutefois pas assez précises pour nous fixer sur la nature du pigment noir.

Si l'on cultive dans les conditions ci-indiquées, on voit apparaître une coloration rouge plus ou moins intense, parfois réduite à un simple reflet rougeâtre. Microscopiquement de tels filaments sont recouverts par des amas rouges biréfringents, et les hyphes de diamètre réduit, un à deux microns, sont entourés d'un manchon rouge plus ou moins homogène (*fig.*). Ce pigment se forme plus facilement en milieu gélosé qu'en milieu liquide; sa production serait donc liée, en particulier, à l'état d'hydratation. Les substratums les plus favorables sont les suivants : bouillons gélosés de pois chiches ou de carottes, solutions gélosées de Maltea Moser à 4 % additionnées de 1 % de $(NO_3)^2Ca$.

(1) Séance du 2 février 1948.

(2) Souche du laboratoire de Botanique de la Faculté des Sciences de Clermont-Ferrand.

La production est moins intense en présence de NO_3K ou de NO_3Na; elle est nulle avec NO_3NH_4 ainsi qu'avec les sulfates de Ca, de Zn et de Mg. La température est sans influence, la lumière est favorable, l'atmosphère confinée inhibe sa parution. Au point de vue chimique, le pigment rouge est insoluble dans



l'eau froide ou chaude. Il donne des solutions rouges ou orangées avec C_2H_5OH, $(CH_3)^2CO$, C_6H_6, $(C_2H_5)_2O$, $CHCl_3$, l'éther de pétrole, HCO_2H, CH_3COOH, et quand il est assez abondant, une solution bleue avec NH_4OH; les bases ($NaOH$, KOH), les acides minéraux (SO_4H_2, HCl, NO_3H) et l'acide lactique sont de très mauvais solvants. Les alcalis provoquent un virage au bleu réversible au voisinage de la neutralité. Le pigment est très résistant aux oxydants. La pigmentation qui vire parfois au violet dans les cultures âgées est donc un indice d'une alcalinisation. En évaporant sur lamelle, l'examen microscopique décèle la présence de cristaux rouges en aiguilles inclus dans des gouttelettes graisseuses.

On est donc en présence d'un corps se rapprochant des caroténoïdes par ses caractères de solubilité et par sa coloration bleue sous l'action de SO_4H_2 concentré; mais il s'en éloigne par son virage réversible avec les alcalis, par sa grande résistance aux oxydants et par le fait qu'il ne réagit pas sous l'action de la solution de lugol. Sa présence sous forme de cristaux à l'extérieur des hyphes permet de le considérer comme un déchet de l'activité cellulaire qui ne se formerait que dans des conditions anormales, soit au point de vue physique (lumière), soit au point de vue chimique (milieu déséquilibré).

Enfin, dans certains milieux trop riches en azote, tels que les solutions de peptone à concentration supérieure à 4 %, le Maltea Moser à 4 % additionné de 1 % de NO_3NH_4, il se forme un pigment brun qui diffuse dans le milieu de culture. Seul l'azote organique ou ammoniacal agit, car si l'on introduit la même quantité d'azote d'une part sous forme de NO_3NH_4, d'autre part sous forme de $(NO_3)^2Ca$, la diffusion pigmentaire n'apparaît que dans le premier cas. On l'obtient aussi en présence d'un excès de certains ions métalliques tels

que le Zn^{++}. L'apparition d'un tel pigment coïncidant généralement avec un mycélium à développement limité, constitué par des cellules globuleuses et vésiculées, il semble que son élaboration soit un indice de toxicité du milieu. Il est favorisé par une élévation de la température, la lumière est sans influence, la coloration n'apparaît pas en atmosphère confinée.

En résumé, dans les conditions où nous l'avons étudié, le mycélium végétatif de la truffe a élaboré trois substances colorées : un pigment noir membranaire qui se trouve également dans le périthèce et que l'on peut considérer comme la formation normale du Champignon; un pigment rouge insoluble dans l'eau, voisin des caroténoïdes, apparaissant principalement à la lumière ou dans les milieux riches en nitrates alcalins et alcalino-terreux; enfin un pigment brun hydrosoluble, indice de la toxicité du milieu.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Virus et culture de tissus de Tabac et de Tomate.* Note de M. **Gabriel Segretain**, présentée par M. Joseph Magrou.

Dans une Note publiée en 1943 [1] nous avions observé le développement du virus de la mosaïque du Tabac dans les néoformations obtenues à partir de fragments de tiges de Tabac mosaïqué, mis en culture sur le milieu convenable d'après la méthode préconisée par M. Gautheret, et nous signalions la possibilité d'inoculer des tiges saines après leur mise en culture. Après interruption du fait de la guerre, nous avons repris ces recherches sur le Tabac (*Nicotiana Tabacum*, var. P. 19) et la Tomate (*Lycopersicum esculentum*).

Cherchant à obtenir des cultures de tissus sains ou atteints de mosaïque, nous avons précisé l'action des auxines sur la production de racines par les tissus de ces plantes. En présence de doses croissantes d'acide indole-β-acétique, des fragments de Tabacs sains et mosaïqués, mis en culture, forment de nombreuses racines si la dose de substance excito-formatrice est égale ou supérieure à 4×10^{-8}; pour une concentration égale ou inférieure à 10^{-8}, il n'y a pas néoformations de racines. L'acide naphtalène-acétique a une action analogue. Nous retrouvons ainsi avec le Tabac des résultats obtenus par M. Gautheret [2]. Avec la Tomate, le nombre des racines obtenues par action de l'acide indole-β-acétique varie suivant les pieds sur lesquels les fragments de tige ont été prélevés; nous pensons qu'il existe des différences individuelles en contenu auxinique de cette plante. Nous adressant à des pieds sains et à des pieds inoculés avec le virus de la mosaïque du Tabac, nous n'avons pu déceler, par ce procédé, de modifications du contenu auxinique en rapport avec la présence du virus.

---

(1) *Ann. Inst. Past.*, **69**, 1943, p. 61.
(2) *C. R. Soc. Biol.*, **130**, 1929, p. 7.

Nous avons cherché si le virus se développait dans les tissus néoformés à partir de fragments de tige de Tabac et de Tomate mis en culture et dans les repiquages. Après prélèvement des tissus néoformés, broyage au mortier de ces tissus, extraction et centrifugation du jus, le contenu en virus de ce jus a été éprouvé par inoculation à *Nicotiana glutinosa*, suivant la méthode dite du *carré latin* ([3]), en comparant les jus éprouvés à des jus témoins extraits de feuilles de Tabac inoculé depuis environ deux mois. Ce mode d'inoculation permet de comparer entre eux la virulence des différents jus par application des méthodes statistiques.

Sur Tomate, après deux mois de culture, les jus extraits des néoformations se sont montrés nettement moins virulents que les témoins. Mais ensuite, sur certains fragments de tige conservés sans repiquage, et sur d'autres ayant pu subir jusqu'à deux repiquages, et dont la prolifération était cependant lente, des titrages faits sept à huit mois après mise en culture, ont montré que la concentration en virus des jus extraits des cultures était la même que celle du jus témoin. Des repiquages qui étaient encore vivants onze mois après leur mise en culture, ont donné des jus dont l'inoculation à cinq feuilles de *Nicotiana glutinosa* a provoqué la formation de lésions dont les nombres sont consignés dans le tableau ci-joint (*a*) et sont tout à fait du même ordre que ceux donnés par le jus témoin. Sur Tabac, nous avons obtenu des résultats analogues : après deux repiquages, sur des cultures conservées vivantes, douze et treize mois après leur mise en culture, le nombre des lésions obtenues par inoculation à *N. glutinosa* est du même ordre que celui du témoin (tableau, *b*).

TABLEAU

(partie d'une expérience comportant l'inoculation de 5 jus différents aux 5 feuilles portées par chacun des 5 tabacs).

	Nombre de lésions obtenues par feuille (5 pieds de *Nicotiana glutinosa*).					Totaux des nombres de lésions.
–	1er pied.	2e pied.	3e pied.	4e pied.	5e pied.	
Jus témoin	90	102	52	26	123	393
a. Jus de Tomate	80	60	65	62	133	400
b. » Tabac	90	52	72	34	131	379

Les totaux des nombres de lésions sont très voisins les uns des autres et la comparaison de ces séries de chiffres montre que ces séries doivent être identifiées; la concentration en virus de chacun de ces jus est donc la même.

Il nous semble donc probable que le virus de la mosaïque du Tabac puisse se développer en culture de tissu de Tabac et de Tomate sans rien perdre de sa virulence.

([3]) YOUDEN et BEALE, *Contrib. Boyce Thomson Inst.*, 9, 1934, p. 41.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Sur l'origine des Chevaux* (Equus caballus *L.*) *du Pléistocène d'Europe*. Note de M[lle] **Madeleine Friant**, présentée par M. Émile Roubaud.

En Europe, les Chevaux furent abondants au Pléistocène, à certaines périodes surtout. On les désigne sous deux noms : *Equus Stenonis* Cocchi et *Equus caballus* L., qui représentent, peut-être, des groupes plutôt que des espèces. L'*Equus Stenonis* apparaît en Europe dès la base du Quaternaire (E. Haug) et s'éteint avec la glaciation de Riss, sauf dans le nord de la France et en Allemagne, où on le rencontre jusqu'à l'avènement de la glaciation de Würm. L'*Equus caballus*, qui fait son apparition au Rissien (¹), vécut dans nos régions jusqu'à la fin du Pléistocène. De ces deux groupes de Chevaux, nous savons peu de choses, sinon qu'ils sont très polymorphes.

La présente Note, destinée à préciser les affinités de l'*Equus caballus* fossile,

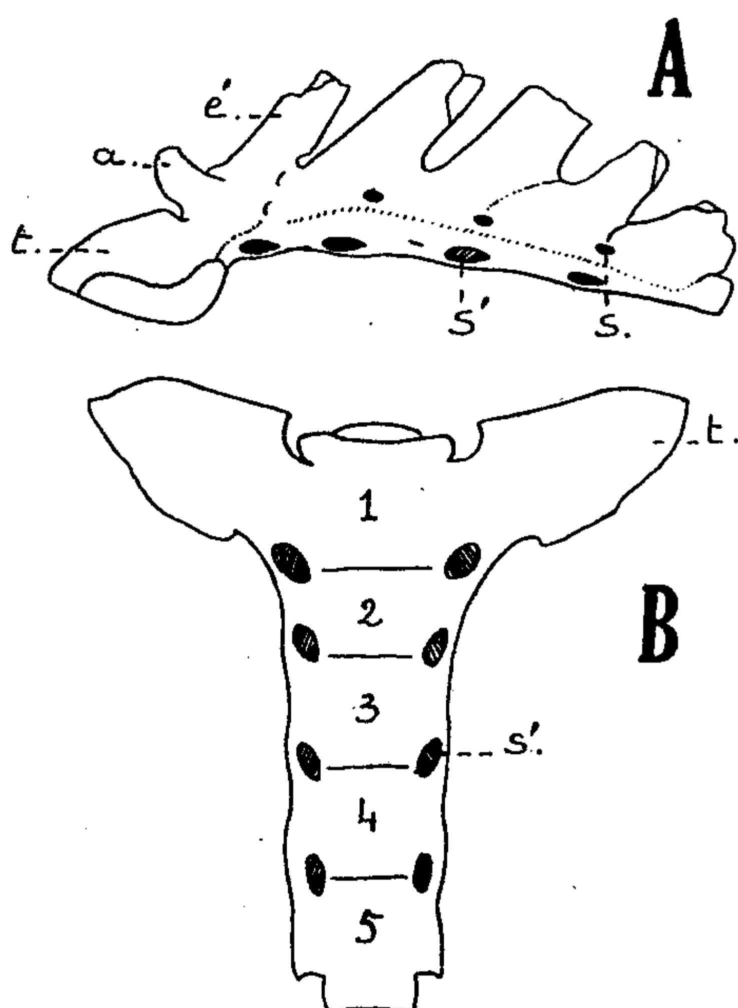


Schéma du sacrum d'*Equus* (adulte encore jeune) trouvé dans les alluvions anciennes de la Loire, à Saint-Jean-de-Boiseau (Loire-Inférieure). Coll. de M. Brochard. En **A**, vue latérale gauche. — En **B**, vue inférieure. — *a*, apophyse articulaire ; *é*, apophyse épineuse (brisée); *t*, apophyse transversale de la 1[re] vertèbre sacrée; *s*, trou sacré (sus-sacré); *s'*, trou sacré (sous-sacré); 1, 2, 3, 4, 5, corps des 1[re], 2[e], 3[e], 4[e] et 5[e] vertèbres sacrées. G. N. × 1/4.

se rapporte à un sacrum d'Equidé trouvé par M. Brochard, à Saint-Jean-de-Boiseau (Loire-Inférieure), dans les alluvions anciennes de la Loire (jusqu'à 35 mètres) d'âge rissien ou chelléen.

(¹) Bien que A. T. Hopwood (1936) pense que l'*Equus Stenonis* et l'*Equus caballus* ont, tous deux, vécu en Europe à partir du Villafranchien, je partage, ici, l'opinion de H. G. Stehlin (1933) quant à la répartition, dans le temps, des *Equus* fossiles d'Europe.

J'ai comparé cet os (*fig.* 1), en assez bon état de conservation (à l'exception des apophyses épineuses qui sont brisées), avec le sacrum des Équidés actuels, sauvages et domestiques, des Collections du Muséum. De cette étude, qui paraîtra ultérieurement en détail, il résulte que le sacrum de Saint-Jean-de-Boiseau est très proche de celui du Cheval de Przewalski (sauvage dans le centre de l'Asie), notamment par sa taille, la grande obliquité, vers l'arrière, de ses apophyses épineuses, et, surtout, la forme des apophyses transverses (ailerons) de sa première vertèbre sacrée, très étroites, qui rappellent les apophyses transverses des vertèbres lombaires. Cette exiguïté des ailerons sacrés est, il est vrai, plus marquée chez le Cheval de Przewalski, qui s'affirme ainsi, plus primitif encore que notre fossile. Par contre, chez les Chevaux domestiques, et surtout les Zèbres (*Hippotigris*) ([2]), les Hémiones et les Anes (*Asinus*), le sacrum présente des ailerons beaucoup plus larges que ceux du Cheval quaternaire, qui deviennent même arrondis dans le groupe de l'*Hippotigris* et celui de l'*Asinus*.

Ce document nouveau montre donc que, chez les Equidés, l'évolution de la région sacrée paraît s'être poursuivie par le développement des apophyses latérales de la première vertèbre, qui, étroites chez le Cheval de Przewalski, s'élargissent un peu, chez notre Cheval fossile, davantage chez les Chevaux domestiques et, principalement, chez les Zèbres et les Anes, le bassin prenant, de ce fait, une extension de plus en plus considérable ([3]).

En somme, si l'on en juge d'après l'exemplaire de Saint-Jean-de-Boiseau, certains Chevaux du Quaternaire inférieur de nos régions, quoique un peu plus robustes et un peu plus évolués que le Cheval de Przewalski, en étaient très proches : venus de l'Asie, ces *Equus sensu stricto* dérivaient, sans aucun doute, de la même souche ancestrale que lui. L'âge et le lieu de notre gisement ([4]) semblent indiquer qu'il s'agit là d'*Equus* du groupe *caballus sensu lato* (comprenant aussi, comme l'admet E. L. Trouessart, l'*Equus Przewalskii*).

ZOOLOGIE. — *Structure et transformations gravidiques du tractus génital femelle chez un Anoure vivipare* (Nectophrynoïdes occidentalis Angel). Note ([1]) de MM. **Maxime Lamotte** et **Herbert Tuchmann-Duplessis**, présentée par M. Maurice Caullery.

La viviparité vraie ne se rencontre chez les Anoures que dans le genre

([2]) Pour les subdivisions du genre *Equus*, j'adopte la nomenclature de E. L. Trouessart, en raison de sa simplicité.

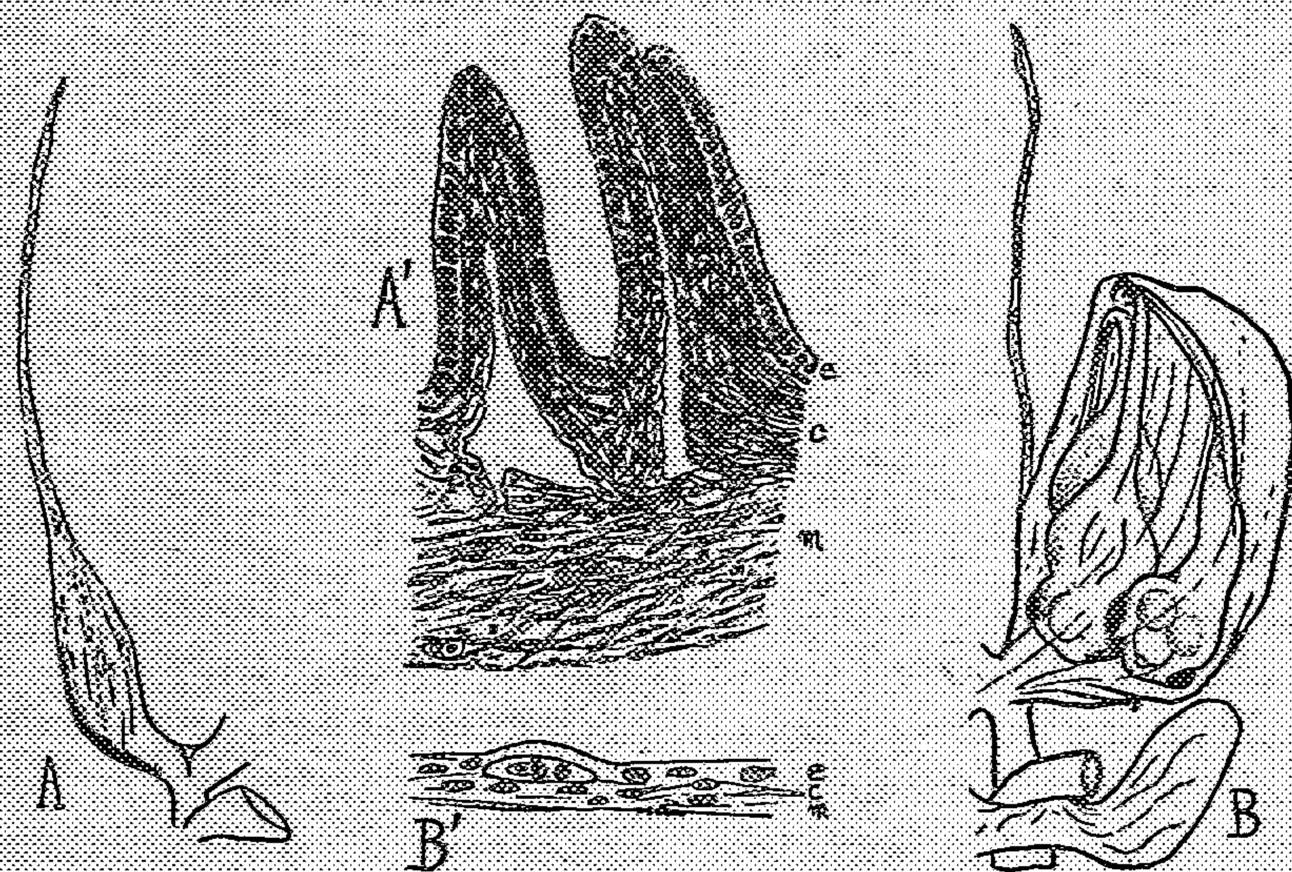
([3]) Ici, le sexe ne semble pas jouer de rôle dans la forme du sacrum.

([4]) La taille des ossements n'est pas un critère de valeur, car il a existé de grands *Equus Stenonis* (var. *major*) qui, par leurs dimensions, se rapprochaient de certains *Equus caballus* fossiles.

([1]) Séance du 2 février 1948.

africain *Nectophrynoïdes*, notamment dans l'espèce *N. occidentalis*, localisée au Mont Nimba (Guinée).

Le tractus génital apparaît chez la femelle vierge (20-22^{mm} du museau à l'anus), sous l'aspect de deux conduits à peu près rectilignes, réunis à leur extrémité distale; chacun est formé de deux parties bien distinctes (*fig.* A).



La partie antérieure, longue de 7-10^{mm}, à section circulaire et étroite (0^{mm},2), constitue l'*oviducte* proprement dit; elle présente un épithélium cubique limitant une étroite lumière festonnée et reposant sur un mince chorion conjonctif que limite extérieurement une fine couche musculaire lisse. La partie postérieure, au contraire, est élargie et forme une poche aplatie, à parois épaisses, longue de 3-4^{mm} et large de 2^{mm}, très caractéristique du genre *Nectophrynoïdes*. Nettement individualisée, tant au point de vue morphologique qu'au point de vue fonctionnel, elle abrite les embryons pendant tout leur développement et mérite en conséquence d'être appelée *utérus*.

Cet utérus (*fig.* A') offre un épithélium cylindrique cilié *e*, reposant sur un chorion conjonctif épais *c*, dont les nombreux replis donnent à la lumière un aspect festonné, et qui s'étale à la périphérie, au contact d'une couche musculaire lisse *m* à disposition circulaire. Richement vascularisé, ce chorion est épaissi au contact de la basale, tandis que sa partie médiane constitue un feutrage plus lâche.

Les cellules épithéliales, toutes du même type, correspondent aux cellules de soutien de l'oviducte des Batraciens ovipares et l'on n'y trouve pas, contrairement à la structure habituelle, de cellules muqueuses caliciformes. Par cette absence, l'utérus du *Nectophrynoïdes* rappelle l'aspect du canal de Müller du Triton hypophysectomisé, dont les cellules muqueuses disparaissent, en même temps que se produit la régression ovarienne et l'arrêt de la ponte; leur absence,

chez *Nectophrynoïdes*, semble également en rapport avec l'absence de gangue muqueuse autour des œufs, ceux-ci n'étant pas pondus à l'extérieur et restant dans l'utérus.

Chez la femelle gravide, l'oviducte reste grêle et inchangé. La portion utérine au contraire, distendue par les embryons en croissance, se dilate démesurément et occupe progressivement une grande partie de l'abdomen (*fig.* B). A travers la paroi très amincie (30$^{\mu}$), on distingue les embryons, au nombre de 1 à 10 par poche utérine. Des examens en coupes sériées montrent qu'aucune liaison n'existe entre la paroi utérine et les embryons; aucun indice ne rappelle donc une placentation, même rudimentaire, et les embryons baignent simplement dans un liquide avec lequel se font les échanges respiratoires et nutritifs.

Si, à première vue, la structure de la paroi de l'utérus gravide paraît profondément transformée (*fig.* B'), un examen plus attentif montre que les diverses couches cellulaires décrites ci-dessus subsistent, mais excessivement étirées et aplaties. Tandis que l'épithélium *e* et le chorion *c* se déplissent, puis s'aplatissent progressivement, l'enveloppe musculaire lisse *m* s'étire démesurément en se plaquant contre le chorion, à mesure que les embryons distendent le sac utérin. La paroi musculaire du corps, étroitement appliquée contre l'utérus, lui assure la solidité nécessaire et supplée à sa musculature propre insuffisante. L'épithélium, devenu endothéliforme, repose finalement sur un chorion très aminci formé de fibres conjonctives, entremêlées de quelques fibres musculaires lisses. La vascularisation capillaire est intense, en relation évidente avec les besoins importants des embryons.

Le tractus génital femelle de *Nectophrynoïdes* est donc remarquable par sa différenciation en deux parties distinctes ayant respectivement la valeur d'un oviducte et d'un utérus, et par la structure de ce dernier, très richement vascularisé, sans glandes muqueuses et susceptible d'une dilatation considérable.

Bien que réduit à une simple poche et paraissant n'offrir qu'une adaptation rudimentaire, cet utérus n'en permet pas moins, comme chez les Mammifères, un développement vivipare complet, aboutissant à la naissance de jeunes totalement métamorphosés.

ENTOMOLOGIE. — *Sur la morphologie thoracique des insectes Zoraptères.* Note de M. **Claude Delamare Deboutteville**, présentée par M. Louis Fage.

Depuis leur découverte en 1913 par Silvestri, la morphologie des Zoraptères n'a été étudiée que par Crampton (1920). Cet auteur a brièvement décrit le thorax des adultes ailés du *Zorotypus Hubbardi* Caudell. L'étude d'une abondante collection de *Z. guineensis* Silv. de la Côte d'Ivoire m'a permis de mieux comprendre la structure de leurs pleurites et de leurs sternites.

On sait que les adultes des Zoraptères peuvent être aptères ou ailés. Les adultes ailés perdent d'ailleurs leurs ailes par un processus analogue à celui que l'on observe chez les Termites.

Chez les adultes aptères les pleures métathoraciques sont constituées par un épimère et un épisterne bien développés surplombant deux petites pièces : le katépimère et le katépisterne. La crête pleurale s'étend jusqu'à l'articulation coxale sans présenter de bifurcation secondaire. Le latéropleurite, figuré par Crampton chez les adultes ailés, est ici complètement soudé à l'épisterne et au latérosternite. La structure est essentiellement la même au mésothorax, mais le katépisterne n'existe plus et la crête pleurale se bifurque secondairement pour entourer complètement le katépimère. Au prothorax, cette bifurcation secondaire de la crête pleurale gagne en importance, alors que le trajet normal de celle-ci n'est plus marqué que par une faible ligne chitinisée. Le latéropleurite prothoracique est lui-même très bien individualisé.

Tandis que le sternite du métathorax est constitué par une seule pièce en continuité avec les latérosternites et portant à l'arrière les insertions furcales, le mésothorax présente une mince zone médiane (*intersternellum* de Fuller) flanqué de deux bandes (*juxtasternella* de Fuller). Au prothorax, le sternite est faiblement séparé des latérosternites, tandis que l'*intersternellum* et les *juxtasternella* sont très grêles.

Le prothorax des adultes ailés est identique à celui des adultes aptères, tandis que les deux segments suivants se trouvent légèrement modifiés par la présence des ailes. Le prothorax est principalement caractérisé par une plus grande individualité des sclérites, le latéropleurite étant séparé de l'épisterne par une membrane partielle et le latérosternite du latéropleurite ainsi que du sternite par de fines membranes. Le latéropleurite du Zoraptère ailé est donc mieux individualisé que celui du Termite ailé chez lequel on ne constate jamais l'existence d'une séparation entre l'épisterne et lui. Celui-ci ne fait qu'exagérer les caractéristiques du Zoraptère, mais sans en modifier le plan général. L'identité de structure des pleures dans les deux ordres s'explique encore plus aisément par la comparaison de leurs prothorax.

Du métathorax au prothorax on observe chez le Zoraptère la perte d'individualité du katépisterne et l'accentuation d'une bifurcation de la crête pleurale tendant à isoler complètement le katépimère et l'épimère. Cet isolement est complet au prothorax chez les Termites. Le prétendu *katépisterne* de Fuller correspond à la somme du katépisterne et du katépimère des Zoraptères entre lesquels la crête chitineuse, correspondant à la crête pleurale, a achevé sa disparition amorcée chez les Zoraptères. La comparaison des prothorax met également en évidence que l'*anépisterne* des Termites (Fuller) correspond, dans sa partie supérieure, à la fusion du latéropleurite et de l'anépisterne (fusion qui existe d'ailleurs sur les autres segments thoraciques) et, dans sa partie inférieure, au latérosternite des Zoraptères.

Le parallélisme de structure des sternites n'est pas moins remarquable. Dans les deux Ordres ils sont très désclérifiés. Les mésosternums et les métasternums des Zoraptères et des Termites sont exactement superposables. La désclérification du prosternum des Termites est poussée à son maximum. Il n'existe plus, chez les Termites, que trois plaques sternales minuscules, dont la postérieure, médiane, porte une très faible furca. Là encore le Termite n'a fait qu'exagérer la structure du Zoraptère.

Une très nette tendance à la désclérification se retrouve également chez les Blattes. L'existence d'une languette chitineuse médiane (*intersternellum*) bordée de deux bandes (*juxtasternella*) est commune à ces trois Ordres. Ce fait semble bien justifier la conception du paléontologiste Martynov qui groupe les Termites, les Blattes et les Mantes dans le superordre des Blattoptéroïdes. Il convient de leur adjoindre les Zoraptères qui, nous venons de le voir, se présentent à bien des égards comme des Termites archaïques. Le polymorphisme morphologique, qui se présente chez eux sans qu'il existe pour cela de vie sociale ni de castes, jette quelque lumière sur ce qu'étaient les Termites avant d'acquérir leur remarquable éthologie.

ENTOMOLOGIE. — *Sur le cycle biologique de Polistes* (*Hyménoptères Vespides*). Note de M. **Edouard-Philippe Deleurance**, présentée par M. Louis Fage.

Les travaux des auteurs établissent comme il suit le cycle annuel des *Polistes* paléarctiques : fondation mono ou polygyne du nid au printemps, apparition des ouvrières, apparition des sexués vers la fin de l'été, massacre et avortement du couvain à l'automne, fécondation des fondatrices-filles (ou hibernantes), hibernation de ces femelles et reprise du cycle par la fondation, au printemps, d'une nouvelle colonie. Généralement, on a attribué les stades successifs de ce cycle aux modifications climatiques qui se produisent au cours de l'année. Parfois on a cherché leurs causes dans des changements sociaux.

Nos travaux, effectués au Laboratoire, tendent à suggérer l'intervention de facteurs internes dans le déterminisme des différentes étapes du cycle annuel. A cet effet, nous exposons brièvement ci-dessous nos observations sur l'élevage de *P. gallicus* L.

1° *Évolution cyclique du couvain.* — La nature du couvain permet de distinguer deux phases successives : Dans la première, le couvain se développe normalement (*couvain normal*), dans la seconde il avorte (*couvain abortif*), on n'observe plus aucune éclosion d'imago. On ne peut attribuer à une variation des conditions climatiques la cause du changement survenu dans la nature du couvain puisque, dans nos élevages, les conditions sont restées pratiquement constantes. La phase abortive apparaît avec la ponte des œufs qui donneront les sexués; le nid semble dès lors irréductiblement condamné. Nous ignorons

les causes de l'avortement du couvain Le phénomène paraît complexe et de prime abord assez déconcertant. En effet :

a. La suppression des fondatrices-filles sur le nid n° 5 n'a pas modifié la phase abortive. De plus, après la mort de la reine, 2 ouvrières se mirent à pondre; 13 jours après, elles étaient âgées de 44 jours. Or leurs œufs donnèrent également un couvain abortif.

b. L'approvisionnement des larves reste normal pendant assez longtemps. Bien plus, lorsque nous avons provoqué la suralimentation de celles-ci, nous n'avons observé aucun effet heureux sur leur destinée.

1° Comme dans nos nids la phase abortive a commencé avant la naissance des ouvrières, nous en déduisons que celles-ci ne sont pour rien dans son apparition.

2° L'apparition des sexués n'est pas déterminée par les ouvrières.

a. Tous les œufs qui ont donné les sexués furent pondus *avant* la naissance des ouvrières.

b. 6 cellules à sexués étaient déjà operculées dans le nid n° 1, et 1 dans le nid n° 3, avant l'apparition des ouvrières ([1]). Il n'y a donc eu aucune action trophique de la part de celles-ci. Et à moins d'admettre une alimentation *qualitativement* différentielle de la reine pour les larves femelles, il faut songer à la prédétermination dans l'œuf des fondatrices-filles.

L'apparition des sexués est donc un phénomène cyclique en rapport avec l'état physiologique ou autre de la fondatrice.

3° L'allure de l'évolution des nids impose la notion de cycles internes.

		Date			
			de la ponte		
Nature de la colonie.	Activité.	de la fondation du nid.	du 1er œuf donnant 1 sexué.	du dernier œuf (*couvain normal*).	N° du nid.
Mono, puis bigyne......	Moyenne	11-4	4-5 (23)	28-5 (47)	1
Monogyne.............	Faible	19-4	9-5 (20)	28-5 (39)	3
Trigyne...............	Forte	17-4	7-5 (20)	2-6 (46)	5

Entre parenthèses : les durées en jours.

En effet, on voit dans le tableau reproduit ici que, quelles que soient la nature de la Société, l'activité des Guêpes, l'alimentation quantitative des larves, c'est-à-dire plus généralement, quelles que soient les conditions biologiques de nos *Polistes*, les colonies passent par les mêmes stades au bout de durées égales. Or seules étaient comparables, sinon identiques, les conditions physiques, notamment la température (moyenne 25°C.) dans lesquelles les

([1]) J'ai pu faire des observations identiques dans la nature.

colonies en question étaient placées. Il faut donc attribuer à des causes intrinsèques (évolution cyclique interne) l'évolution du nid.

4° L'apparition de la phase *couvain abortif* ne modifie pas l'activité de la fécondatrice et des ouvrières. Ainsi, en ce qui concerne la construction de nouvelles cellules, nous observons qu'elle continue comme par le passé. Dans le nid 1 par exemple, cette addition représente 72 % du nombre total des cellules; dans le nid 5, 61 %. Ce qui montre qu'il y a eu davantage de cellules construites pendant la phase *couvain abortif!* Nous ferions la même constatation si nous considérions la ponte de la fondatrice et l'alimentation des larves.

Outre l'existence d'un cycle interne, ces faits prouvent aussi l'absence de régulation dans ce domaine.

TÉRATOLOGIE. — *Malformations congénitales du rachis lombaire coïncidant avec des néphropathies ou du rhumatisme chronique.* Note de M. **Claude-Henri Paillard**, présentée par M. Joseph Magrou.

L'examen des clichés concernant cent soixante malades, radiographiés pour affection rhumatismale, nous a montré la présence de malformations osseuses congénitales du rachis lombaire dans 29 cas, soit dans 18 % des cas. Cette proportion est fortuite; elle ne se retrouvera sans doute pas exactement lors des observations que nous nous proposons de faire d'une façon systématique et prolongée, car un hasard relatif a présidé à la réunion des malades dont nous avons observé les radiographies.

Il est d'ailleurs impossible de prévoir quelle serait cette fréquence si l'on examinait radiologiquement un très grand nombre de sujets normaux. Dans cette Note préliminaire, nous voulons simplement attirer l'attention sur la coexistence relativement fréquente d'une part de malformations osseuses congénitales, d'autre part d'affections rénales et rhumatismales. Nous espérons que d'autres constatations pourront être faites et comparées aux nôtres.

Pour être complète, notre recherche eût dû entreprendre la recherche radiologique d'autres malformations osseuses (côtes cervicales, malformations costales, malformations sternales et xiphoïdiennes, malformations vertébrales, cervicales ou dorsales); il est aisé de comprendre que, pour des raisons budgétaires, il nous ait été impossible d'entreprendre une exploration aussi étendue.

Presque toujours, nous avons eu sous les yeux les articulations sacro-iliaques; mais l'interprétation des images est trop délicate (surtout en l'absence de radiographies prises avec une incidence spécialisée) pour que nous puissions en faire état ici d'une façon précise. Nous nous bornerons donc simplement à exposer les faits que nous avons observés.

1° Type des lésions observées. — *a. Lombalisation de la 12ᵉ vertèbre dorsale.* — La 12ᵉ dorsale est une vertèbre lombaire, avec des apophyses trans-

verses soudées et pas de côtes (5 cas). Il y a donc, dans ces observations, 6 vertèbres lombaires au lieu de 5;

b. Dorsalisation de la 1[re] *lombaire*. — La 1[re] lombaire a des côtes articulées et non des apophyses soudées (7 cas). Ces côtes sont atrophiques dans tous les cas; elles sont souvent asymétriques (4 cas), une des 13[e] côtes étant plus courte et plus grêle que l'autre. Dans un cas, il y avait une petite côte à droite et une apophyse à gauche;

c. Sacralisation de la 5[e] *lombaire* (3 cas). — Nous recommandons de s'assurer qu'il s'agit bien d'une sacralisation réelle et non apparente, en faisant passer le rayon normal, en incidence appropriée, par le disque L^5-S^1;

d. Morphologie atypique des apophyses transverses (11 cas). — Les apophyses transverses lombaires sont rarement exactement symétriques, même chez des sujets absolument normaux; elles sont inégales, d'une vertèbre lombaire à l'autre, dans leur longueur, leur orientation par rapport au corps vertébral. Nous n'avons tenu compte ici que des malformations importantes (apophyses particulièrement longues ou courtes, trapues ou grêles, apophyses à implantation oblique accentuée). Chaque vertèbre a son type transversaire avec les deux apophyses à peu près comparables, mais il est impossible de ne pas être frappé par le fait que les apophyses transverses de L^3, par exemple, sont grêles et ténues, tandis que celles de L^2, par exemple sont massives et courtes. Ces malformations coexistent souvent avec telles ou telles des autres lésions que nous décrivons au cours de ce paragraphe.

e. Spina bifida (3 cas). — Cette lésion siège le plus souvent sur L^5 (2 cas) ou sur S^1 (1 cas). Dans les cas que nous avons observés, il s'agit simplement de *spina bifida* radiologique.

2° COÏNCIDENCE DE CES MALFORMATIONS AVEC DES NÉPHROPATHIES OU DES LÉSIONS RHUMATISMALES. — Les malformations précitées ont été observées chez des malades atteints de : *a.* lithiase urinaire urique (1 cas); *b.* lithiase urinaire phosphatique (4 cas); *c.* tuberculose rénale (1 cas); *d. rein double avec double bassinet* vu à l'urographie intraveineuse (3 cas); *e. hydronéphrose* avec ou sans ptose rénale (13 cas); *f.* rhumatisme vertébral avec ostéophytes ou syndesmophytes (5 cas).

Il n'y a pas lieu d'insister sur les coïncidences rares; mais on ne peut négliger que ces malformations osseuses existent, avec une particulière fréquence au cours des monstruosités rénales et des hydronéphroses (dont on sait actuellement que beaucoup sont congénitales). Les malformations vertébrales coexistant avec ces légions rénales sont presque toujours des altérations de L^1 ou de D^{12}.

Il y aurait donc, assez fréquemment, une malformation viscérale à côté d'une malformation osseuse.

Notre statistique est trop limitée pour pouvoir permettre des conclusions formelles. Nous avons entrepris ce travail, parce que de nombreuses impres-

sions antérieures avaient fixé notre attention sur ce point. La vérification peut être entreprise sur de plus nombreux documents et nous souhaitons que les notions apportées ici soient complétées et contrôlées.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Dosage de la créatine et de la créatinine.* Note (1) de M. **Maurice Gilly**, présentée par M. Louis Hackspill.

Le dosage de la créatinine est une application de la réaction de Jaffé; coloration jaune orangé donnée par l'action de l'acide picrique en présence de soude. La créatine, qui ne donne pas cette réaction, est dosée indirectement en déterminant, d'une part, la créatinine et, d'autre part, la créatinine totale, somme de la créatinine et de la créatine transformée en créatinine par déshydratation avec de l'acide chlorhydrique.

La méthode de Folin comportait la comparaison au colorimètre de la coloration donnée par la réaction de Jaffé avec une solution de bichromate de potassium demi-normale. Cette méthode a les défauts principaux suivants : erreur due à l'œil et à la fatigue de l'œil de l'observateur, impossibilité de la mesure de faibles quantités de créatinine.

L'apparition des électrophotomètres et leur utilisation pour ce dosage ont permis de supprimer la cause d'erreur due à l'œil de l'observateur, et de rendre possible la mesure de faibles teneurs. Mais celle-ci est faite avec peu de précision, même si l'on déduit la coloration de base : coloration propre du produit. Car l'erreur provient, non de la coloration propre du produit, mais de la coloration, comparable à celle donnée par la créatinine, que développent certains corps.

Certains auteurs ont préconisé l'emploi avant développement de la réaction de Jaffé, les uns de divers défécants, les autres de permanganate de potassium.

Ces différentes méthodes ne nous ont pas donné satisfaction. En effet, il y a absorption d'une certaine quantité de créatinine par le défécant ou le précipité qu'il donne, et destruction partielle de la créatinine en milieu oxydant.

Nous avons alors cherché à détruire la créatinine dans des conditions les plus douces possibles afin de réduire au minimum l'altération des corps étrangers donnant une teneur en créatinine apparente; la soude a permis de réaliser ce but et donc de mesurer la *coloration de base picrique*.

Nous avons utilisé pour ces recherches un *électrophotomètre* à deux cellules photoélectriques montées en opposition, donc un appareil de zéro, chaque mesure étant faite en ramenant au zéro le spot d'un galvanomètre branché en pont par le déplacement d'un tambour gradué commandant un coin photométrique; le tambour marquant zéro quand le coin est engagé entièrement

(1) Séance du 9 février 1948.

sur un des deux flux lumineux sur lequel se trouve la cuve contenant le produit dont on veut mesurer la coloration.

Après avoir choisi l'écran donnant les meilleurs résultats (écran bleu), étalonné cet électromètre, étudié les différents facteurs ayant une influence sur la coloration, nous avons adopté le processus suivant :

1° *Mode opératoire.* — Développement de la réaction de Jaffé sur un volume constant égal à 6^{cm^3}. Addition de 20^{cm^3} d'acide picrique 1 %, puis 10^{cm^3} de soude 2,5 N après transformation de la créatine en créatinine ou 6^{cm^3} de cette même soude dans les autres cas.

Instant zéro compté à l'instant ou la dernière goutte de soude est tombée. Instant 5 minutes, temps compté au chronomètre, fin de la réaction de Jaffé, addition d'eau distillée et dilution à 500^{cm^3}.

Instant 8 minutes, le liquide ainsi obtenu est dans la cuve, celle-ci est sur le trajet des rayons lumineux, les lampes de l'électrophotomètre et de son galvanomètre étant allumées.

Instant 11 minutes, lecture.

2° *Coloration de base picrique* B. — 5^{cm^3} de solution du produit, ces 5^{cm^3} contenant environ 1^{mg} de créatinine totale, additionnés de 1^{cm^3} de soude 2 N sont laissés deux heures sur un bain-marie à 80° dans un ballon muni d'un entonnoir condenseur, puis on neutralise par 2^{cm^3} d'acide chlorhydrique 2 N... (*voir* mode opératoire).

3° *Créatinine* C. — 5^{cm^3} de la même solution du produit additionnés de 1^{cm^3} d'eau distillée... (*voir* mode opératoire), d'où $B = C$ et C par différence avec B.

4° *Créatinine totale* $C + c$. — c, créatine exprimée en créatinine 5^{cm^3} de la même solution du produit additionnés de 1^{cm^3} d'acide chlorhydrique 10 N sont laissés une heure et demie sur un bain-marie dans un ballon muni d'un entonnoir condenseur... (*voir* mode opératoire), d'où $B + C + c$, $C + c$, c et la créatine $1.159\,c$.

Remarque. — Le zéro de l'électrophotomètre, c'est-à-dire le nombre de divisions du tambour correspondant au développement de la coloration sur 6^{cm^3} d'eau distillée suivant le mode opératoire pourra ne pas être égal à zéro si les conditions d'utilisation de l'appareil ne le permettent pas. Mais, pratiquement, il ne sera évidemment pas nécessaire de le déterminer, ce nombre s'annulant dans les différences effectuées. Il ne sera nécessaire de le mesurer que si l'on veut connaître la valeur réelle de B. Nous avons eu, dans les conditions d'utilisation de l'électrophotomètre employé, la relation $N = 76\,a$, soit $a = 0.0132\,N$, $N = T - B$; a, nombre de milligrammes de créatinine de la prise d'essai de 5^{cm^3}; B, nombre de divisions du tambour correspondant au 2°; N, nombre de divisions du tambour correspondant au 3° ou 4°. D'où tableau $a = f(N)$. Erreur relative 3 %.

MICROBIOLOGIE. — *Quelques donnée nouvelles sur le virus de la Q. fever marocaine.* Note (1) de MM. **Georges Blanc, Jean Bruneau, Louis-André Martin** et **André Maurice**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

Nous avons fait connaître l'existence au Maroc méridional, à Goulimine, du virus de la Q. fever (*Rickettsia burneti*) chez une tique *Hyalomma savignyi* et chez un rongeur *Meriones shawi*. Nous avons étudié le comportement de cette rickettsia chez divers arthropodes piqueurs et montré son pouvoir pathogène pour certains rongeurs ou insectivores sauvages et la sensibilité du mouton et de la chèvre à l'infection expérimentale (2). A ces données nous pouvons en ajouter quelques nouvelles.

Souches isolées. — A Goulimine nous avions isolé quatre souches de *R. burneti* de *Hyalomma* provenant de moutons et de chèvres, ou capturés au sol, et deux souches de *Meriones*. Deux autres l'ont été dans la même région, l'une de Hyalomma provenant de bovins et de chameaux, l'autre de *Hyalomma dromedarii* recueillis sur chameau (dromadaire). Nous avons aussi trouvé d'autres souches en des points fort éloignés de Goulimine : une à Agdz (sud marocain), deux à Fquih Ben Salah (région de Beni Mellal, à 200 kilomètres Sud-Est de Casablanca) et enfin une à Casablanca. La souche d'Agdz provient de *Hyalomma* de chameau; celles de Fquih Ben Salah ont été isolées, l'une de *H. excavatum* V. *lusitanicum* (3) trouvés à terre près de terriers de mérions parfois même dans les terriers, et l'autre de *Hyalomma* capturés sur un âne; la souche de Casablanca provient d'un *Hyalomma* pris à l'Institut Pasteur sur une génisse. A Fquih Ben Salah nous avons également isolé trois souches de rongeurs (mérions).

Passage transovulaire du virus chez la tique. — La ponte d'un Hyalomma infecté a été recueillie, les larves issues de ces œufs, puis les nymphes ont été nourries sur des cobayes non infectés. Les mâles et femelles issus de ces nymphes ont donné deux fois sur trois essais l'infection expérimentale au cobaye.

Espèces sensibles. — Outre la chèvre et le mouton nous avons pu infecter des bovins et un chameau (dromadaire); ils font une réaction fébrile et leur sérum devient agglutinant pour *R. burneti;* nous avons aussi obtenu l'infection expérimentale chez différents rongeurs sauvages : *Rattus rattus ater*, *Rattus rattus frugivorus* et *Dipodillus campestris riparius*. Ces deux dernières espèces provenaient de Fquih Ben Salah, là même où nous avons isolé le virus de mérions; leur infection naturelle sera à rechercher, elle paraît probable.

(1) Séance du 9 février 1948.

(2) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 438, et **224**, 1947, p. 1673; *Bull. Aca. méd.*, **131**, 1947, p. 138; Georges Blanc et L. A. Martin, *C. R. Soc. biol.*, **141**, 1947, p. 263.

(3) Nous devons cette détermination au Docteur Delpy.

Considération épidémiologique. — Les animaux domestiques : chameaux, bovins, ânes, moutons, chèvres, peuvent être porteurs de tiques infectées (¹) et donc jouer un rôle de premier plan dans la dissémination du virus et peut-être même, quelquefois, infecter les tiques qui se gorgent sur eux. Quant aux rongeurs, dans les terriers desquels on trouve des Hyalomma et sur lesquels se gorgent larves et nymphes de Hyalomma et de Rhipicéphales, ils peuvent éventuellement jouer un rôle de réservoir de virus. Nous croyons cependant que *R. burneti* est avant tout, au Maroc, un parasite de Hyalomma dont l'évolution et la persistance sont assurés par la transmission transovulaire de la femelle aux œufs, le vertébré infecté ne jouant qu'un rôle accessoire pour l'entretien du virus. Un fait paraît être en faveur de cette opinion : les Rhipicéphales pris sur des mérions, et les ornithodores capturés dans leurs terriers, ne se sont, jusqu'à présent, jamais montré infectés dans nos expériences, et cependant ces acariens, nourris sur cobayes infectés expérimentalement, se comportent comme les Hyalomma. A Fquih Ben Salah, en particulier, des nymphes gorgées de Rhipicéphales provenant d'un lot de plus de 100 mérions, là même où nous avons trouvé Hyalomma et mérions infectés, n'étaient pas porteurs de virus non plus que les ornithodores capturés dans les terriers de mérions. Il semble bien que ce soit la tique qui infecte le vertébré et qu'elle ne s'infecte que rarement sur lui, les Hyalomma apparaissant comme les véritables réservoirs de virus de la Q. fever marocaine.

A 15^h50^m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

M. Albert Caquot donne lecture d'un rapport sur diverses questions économiques et industrielles d'intérêt national, que M. Demolon complète par diverses indications concernant l'Agriculture.

L'Académie décide que ce rapport et les observations de M. Demolon seront imprimés dans le Recueil des *Notices et Discours* et qu'il en sera fait, dès maintenant, un tirage à part qui sera mis en distribution.

La séance est levée à 16^h45^m.

L. B.

(¹) Il est probable que toutes les espèces de Hyalomma vivant sur les mammifères peuvent héberger *R. burneti*.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 FÉVRIER 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Papilionacées. Développement de l'embryon chez l'*Ononis alopecuroides *L.* Note (1) de M. **René Souèges**.

J'ai déjà attiré l'attention sur l'importance et la singularité du problème que pose l'embryogénie des *Ononis* (2). On peut, à cet égard, apporter plus de précisions en rappelant que L. Guignard, à la suite de ses observations sur six espèces de ce genre, a remarqué qu'il se constitue 7 cellules au suspenseur chez l'*O. fruticosa* L., 6 chez l'*O. ornithopodioides* L., 5 chez l'*O. arragonensis* Asso., chez l'*O. natrix* L. et l'*O. mitissima* L., parfois une seule chez l'*O. alopecuroides* L. où cependant le nombre 3 est le plus fréquent. Si le proembryon naît vraiment de bipartitions, successives, la cellule mère définitive de l'embryon proprement dit présente ainsi, avec les espèces, des origines fort variables. C'est cela précisément qui paraît quelque peu troublant et gros de conséquences. Comment ne pas se montrer surpris que les potentialités constructives de la plante arrivent à se concentrer de manière suffisante dans la cellule apicale et à se séparer des potentialités sécrétrices du suspenseur, dès la première bipartition, dans certains cas, alors que, dans d'autres, cette concentration et cette séparation ne se produiraient qu'après deux (*Ononis natrix*, *mitissima*, *repens*, par exemple) ou trois (*Ononis fruticosa*) nouvelles périodes de division. Pourquoi, dans les étroites limites d'un seul genre apparaît-il de si profondes variations, qui ne devraient, semble-t-il, s'observer qu'à la base des grandes séries phylétiques?

Il ne m'a pas été donné de rencontrer chez l'*Ononis alopecuroides* le proembryon quadricellulaire, c'est-à-dire la tétrale linéaire *première* de la catégorie C_2, résultant de la division transversale des cellules apicale et basale du proembryon bicellulaire (*fig.* 1). Les formes tricellulaires des figures 2 et 3 témoignent du cloisonnement transversal de la cellule apicale et les formes pentacellulaires représentées en 4 et 5 démontrent nettement que la

(1) Séance du 9 février 1948.

(2) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 617.

cellule basale s'est, à son tour, un peu plus tard, segmentée de la même manière. La cellule *cc* se serait déjà divisée par une cloison nettement verticale en 4, oblique sur le plan de la figure en 5. Les trois éléments, *cd*, *m* et *ci* ne subissent pas de nouvelles divisions; ils s'agrandissent et s'élargissent considérablement pour donner trois grosses vésicules haustoriales représentant le suspenseur proprement dit. On observe toujours trois vésicules plus ou moins régulièrement disposées; quand il n'en apparaît qu'une ou deux dans les coupes intéressant la plus grande masse de l'embryon (*fig.* 14), les autres peuvent être retrouvées dans les coupes voisines (*fig.* 15). Parfois la cellule basale se segmente obliquement pour donner deux éléments *m* et *ci* qui ne sont pas superposés (*fig.* 17). Parfois encore, et ceci revêt une signification bien différente, la vésicule supérieure *cd* se partage par une cloison verticale médiane faisant apparaître deux éléments à peu près semblables nettement juxtaposés (*fig.* 24).

Aux dépens des deux cellules-filles de *cc* (*fig.* 4 et 5), naissent quatre nouveaux éléments

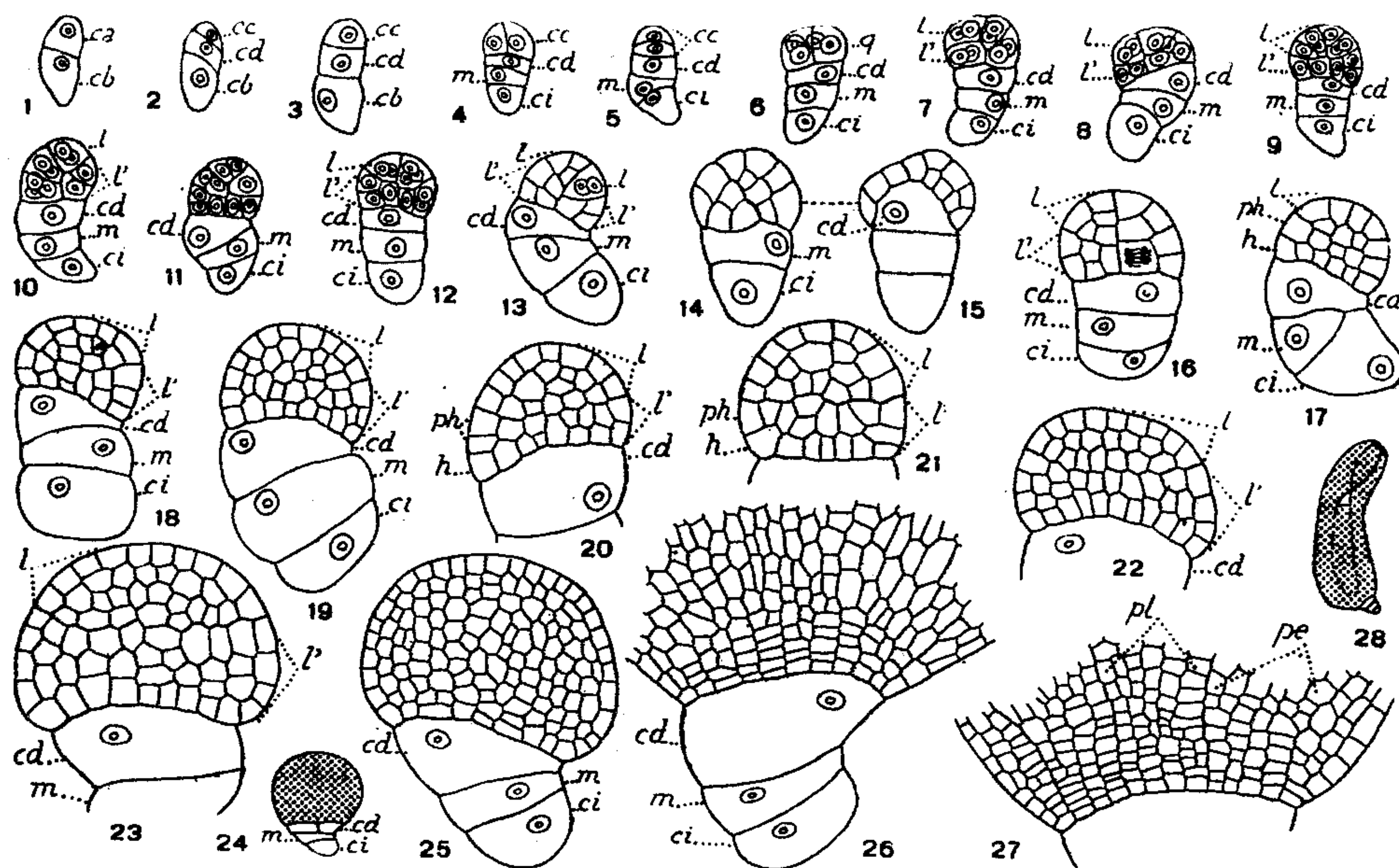


Fig. 1 à 28. — *Ononis alopecuroides* L. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *cc*, cellule-fille supérieure de *ca* ou cellule embryonnaire proprement dite; *cd* cellule-fille inférieure de *ca* ou vésicule supérieure du suspenseur; *m* et *ci*, cellules-filles de *cb* ou les deux vésicules inférieures du suspenseur; *q*, quadrants; *l*, octants supérieurs ou partie cotylée *sensu lato*; *l'*, octants inférieurs; *ph*, partie hypocotylée; *h*, groupe hypophysaire; *pe*, périblème; *pl*, plérome. En 14 et 15, les deux coupes voisines d'un même proembryon. En 28, aspect général de l'embryon d'où est tiré le détail de la figure 27. G. = 280; 160 pour les figures 25, 26 et 27; 30 pour la figure 24; 12 pour la figure 28.

correspondant à des quadrants; par divisions transversales, ceux-ci produiront 8 octants normalement disposés en 2 étages de 4. Les cloisons sont souvent obliques dans les cellules génératrices des quadrants et des octants, de sorte que, dans beaucoup de cas, la disposition de ces blastomères est difficile à déterminer. Dans les figures 8 et 10, les octants supérieurs ne sont pas encore segmentés; en 9, 13, 14, on peut voir qu'ils prennent des cloisons anticlines à direction tantôt verticale (*fig.* 9 et 13 à gauche), tantôt horizontale (*fig.* 9 à droite). En 16, à droite, puis en 18, on peut voir comment, à ces premières cloisons, ont succédé d'autres parois conduisant à la différenciation, au voisinage de la ligne de séparation des octants supérieurs et des octants inférieurs, d'une assise corres-

pondant à la partie cotylée *sensu stricto*, et, au sommet, d'un groupe cellulaire représentant un tissu épiphysaire. Aux stades plus avancés (*fig.* 19 à 23), les limites de cette assise et de ce groupe épiphysaire deviennent indistinctes. Il apparaît néanmoins évident que tout le massif hémisphérique tirant origine des octants supérieurs engendre la partie cotylée *sensu lato*.

Les octants inférieurs *l'* entrent en général en division avant les octants supérieurs. D'après les formes figurées en 8, 9, 11, 12, 13, 14, les premières cloisons sont verticales, normales aux parois méridiennes. Elles sont parfois obliques à direction transversale (*fig.* 10 à droite). Interviennent ensuite des segmentations transversales (*fig.* 9, 11, 12, 13, 16, 17), partageant l'étage *l'* tout entier en deux assises *ph* et *h* génératrices, l'une de la partie hypocotylée, l'autre d'un massif hypophysaire. Il est difficile de suivre la marche des segmentations dans les éléments composant ces deux assises, l'orientation mal définie des parois de division donnant à ces éléments une disposition tout à fait irrégulière (*fig.* 18 à 23). Ils arrivent bientôt à se confondre avec les éléments issus de l'étage *l*, tout le corps embryonnaire formant alors une masse homogène sans différenciation intérieure (*fig.* 24). Quand les cotylédons commencent à se développer (*fig.* 26, 27, 28), les éléments voisins de la vésicule haustoriale supérieure, *cd*, se multiplient un grand nombre de fois par divisions longitudinales pour suivre la vésicule haustoriale dans son extension; en même temps, ils se segmentent activement par parois transversales pour donner naissance aux tissus de l'extrémité radiculaire générateurs des histogènes fondamentaux. Le périblème et le plérome peuvent assez nettement être distingués dès ce même moment (*fig.* 27).

Les lois qui président à la marche de la segmentation dans l'embryon de l'*Ononis alopecuroides* ne sont pas essentiellement différentes de celles qui ont été observées chez l'*O. repens*. Dans les deux cas, la cellule-mère de l'embryon proprement dit est la cellule *cc*, fille supérieure de la cellule apicale petite-fille de l'oospore; elle engendre des quadrants et des octants qui se comportent de manière comparable dans les deux espèces. La cellule *cd*, fille inférieure de la cellule apicale, demeure le plus souvent indivise, mais, parfois, chez l'*Ononis alopecuroides*, elle se cloisonne verticalement, de sorte que, chez cette espèce, on trouve à la deuxième génération de la cellule apicale, au lieu d'une triade, une tétrade véritable, tétrade *seconde* de la catégorie A_1, semblable à celle qui se rencontre normalement chez le *Medicago*, le *Melilotus*, et les *Vicia* [3]. Le suspenseur se compose de trois grosses vésicules mononucléées qui ont même origine que celles qui s'observent chez l'*Ononis repens*. Chez l'*Ononis alopecuroides*, ces éléments acquièrent une taille considérable. C'est à leur grand développement, surtout latéral, que l'on doit attribuer l'aspect trapu qu'affectent les jeunes formes embryonnaires et l'élargissement tout à fait exceptionnel des tissus au sommet radiculaire.

---

(3) R. Souèges, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1062 et 1206; *Bull. Soc. bot. de France*, 76, 1929, p. 93; *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1361; 223, 1946, p. 389.

PHYSIOLOGIE. — *Contraction musculaire et circulation sanguine locale.* Note (¹) de MM. **Léon Binet** et **Méjer Burstein**.

La technique de la patte, perfusée à débit constant avec le sang artériel hépariné de l'animal lui-même, permet d'analyser commodément les répercussions de la contraction musculaire sur la circulation locale. L'expérience consiste à exciter par un courant faradique d'une intensité et d'une fréquence voulues le bout périphérique du nerf sciatique de la patte correspondante et d'enregistrer la pression dans les vaisseaux perfusés. Baisse de pression en cas de vasodilatation, hausse en cas de vasoconstriction ou de compression mécanique des vaisseaux.

I. *Secousses répétées.* — En stimulant le nerf sciatique avec un courant faradique d'une fréquence de trois à six stimuli à la seconde, le tracé tensionnel au niveau de la patte présente tout d'abord une hausse tensionnelle faible et

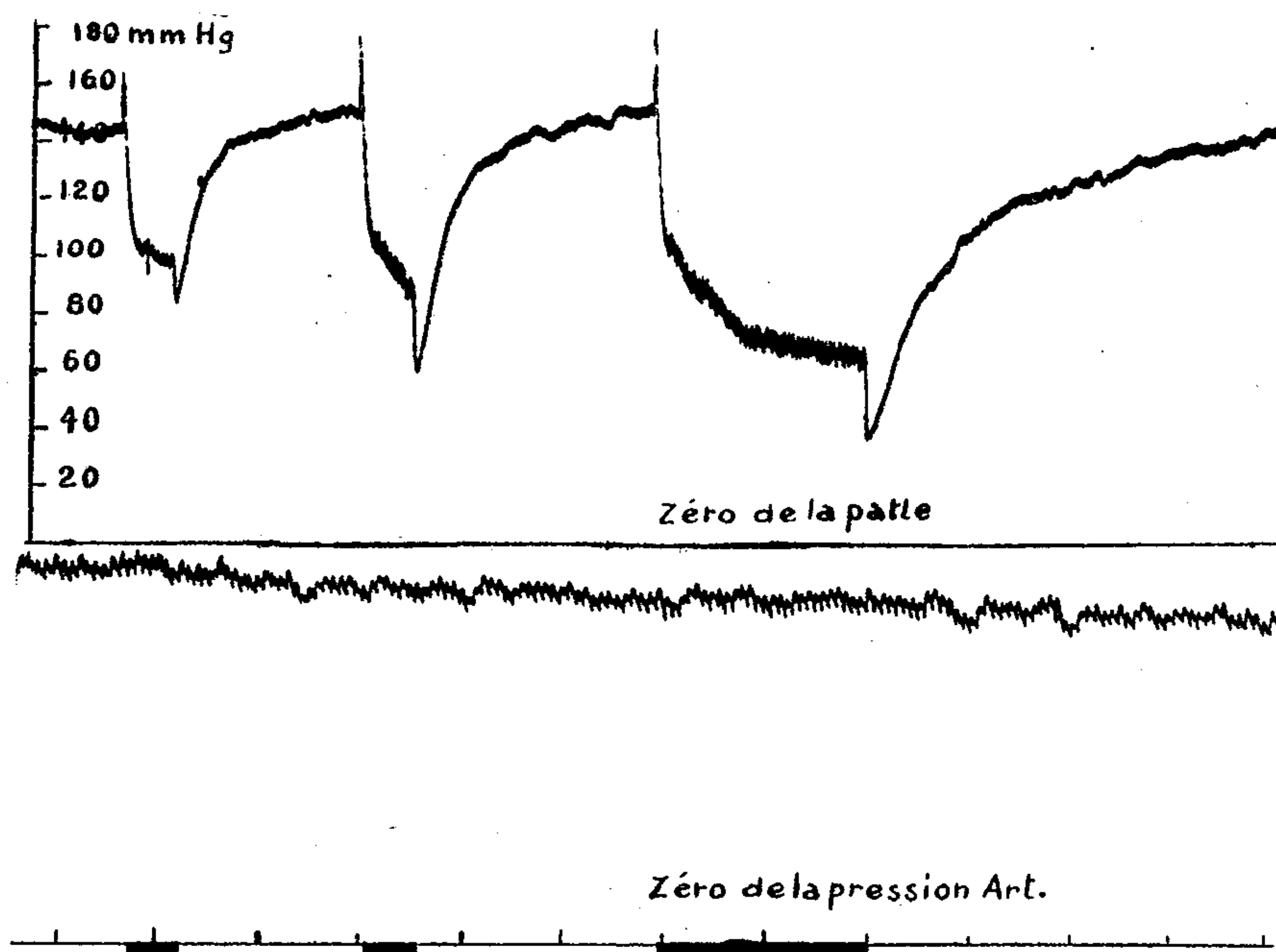


Fig. 1. — Chien de 11^{kg}. Débit de la perfusion 120$^{cm^3}$ par minute. *En haut*, pression dans les vaisseaux perfusés; *en bas*, pression carotidienne. Temps en minutes. Excitation faradique à trois reprises du bout périphérique du nerf sciatique. Nombre des stimuli : 4 à la seconde. Première fois, 30 secondes, distance des bobines : 12^{cm}; deuxième fois : 30 secondes, distance : 6^{cm}; troisième fois : 2 minutes, distance : 6^{cm}. Vasodilatation à chaque fois, dont le degré dépend de l'intensité et de la durée de l'excitation.

extrêmement fugace qui coïncide avec le début de l'excitation (*fig.* 1); il s'agit sans aucun doute d'un effet purement mécanique. Immédiatement après, s'ins-

(¹) Séance du 16 février 1948.

talle une phase de vasodilatation; la chute de pression est d'abord très brusque, puis beaucoup plus lente; enfin la pression se maintient à un niveau constant pendant toute la durée de l'excitation (*fig.* 1-2). L'intensité de cette vasodilatation dépend de plusieurs facteurs : la durée de l'excitation, l'intensité du courant (distance des bobines), sa fréquence et enfin le tonus des vaisseaux; plus le tonus est élevé, plus la chute tensionnelle est importante. Dès l'arrêt de l'excitation, on enregistre une nouvelle baisse de la pression (*fig.* 1), puis le tonus revient progressivement à la normale. Cette nouvelle baisse est d'autant plus marquée que la fréquence et l'intensité sont plus élevées. Retenons que la vasodilatation maxima apparaît au moment de l'arrêt de l'excitation.

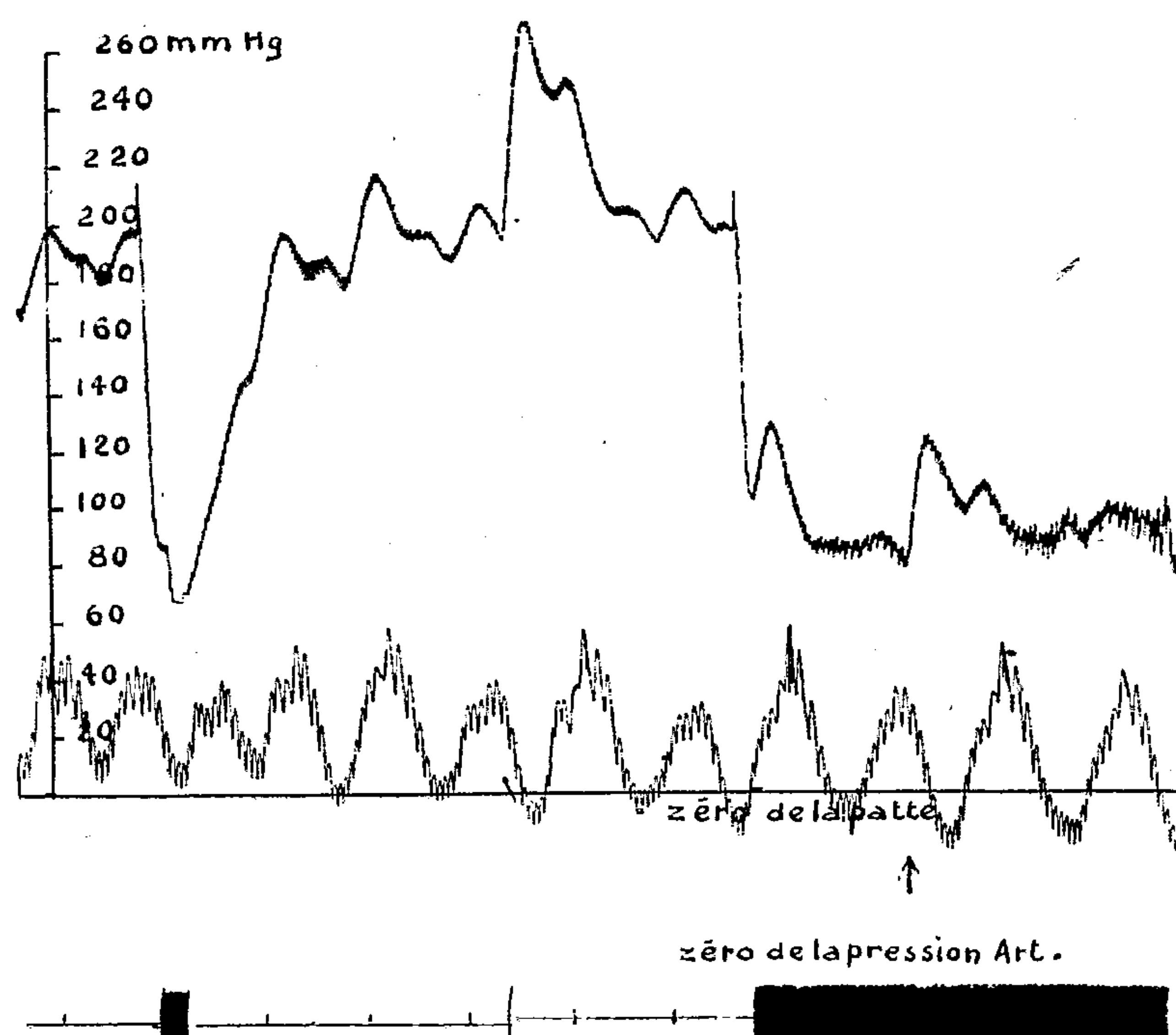


Fig. 2. — Chien de 8^{kg}. Débit de la perfusion, 55^{cm^3} par minute. *En haut*, pression dans les vaisseaux perfusés, *en bas*, pression carotidienne. Temps en minutes. Excitation faradique du bout périphérique du nerf sciatique. Vasodilatation intense et passagère. Au signal, injection de 1γ d'adrénaline dans les vaisseaux perfusés; hausse marquée de la pression puis retour à la normale. Nouvelle excitation faradique du bout périphérique du nerf sciatique pendant 4 minutes. (Distance des bobines 8^{cm}, 240 excitations à la minute). Baisse de la pression importante et durable dans les vaisseaux perfusés. 2 minutes après le début de l'excitation, à la flèche, nouvelle injection de 1γ d'adrénaline; hausse de pression dans les vaisseaux de la patte, mais moins importante que la première fois.

En cas de secousses répétées, le tracé tensionnel présente 4 phases : hausse initiale, baisse suivie d'un plateau, nouvelle baisse après arrêt de l'excitation, retour à la normale (*fig.* 1).

II. *Contraction tétanique*. — Comme le montre la figure 3, la contraction tétanique détermine une certaine hausse de pression dans les vaisseaux perfusés, hausse qui s'installe instantanément et qui persiste, du moins en

partie, pendant toute la durée de l'excitation (30 et 60 secondes sur la figure). Dès l'arrêt de l'excitation, la pression tombe instantanément en flèche, puis remonte très progressivement à son niveau initial. Il en résulte que du fait de la compression des vaisseaux par les fibres tétanisées, la résistance du passage du sang est augmentée pendant toute la durée de l'excitation; dès l'arrêt de celle-ci, l'action vasodilatatrice des métabolites, masquée par la compression, peut se manifester. Retenons donc que l'effet mécanique d'une excitation musculaire intense peut inhiber pendant quelques minutes l'action vasodilatatrice chimique.

De l'action vasomotrice de l'adrénaline, de l'histamine et de l'acétylcholine au cours de la contraction musculaire. — Adrénaline. — Nous avons injecté de faibles doses d'adrénaline (0,5 gamma à 1 gamma) directement dans les vais-

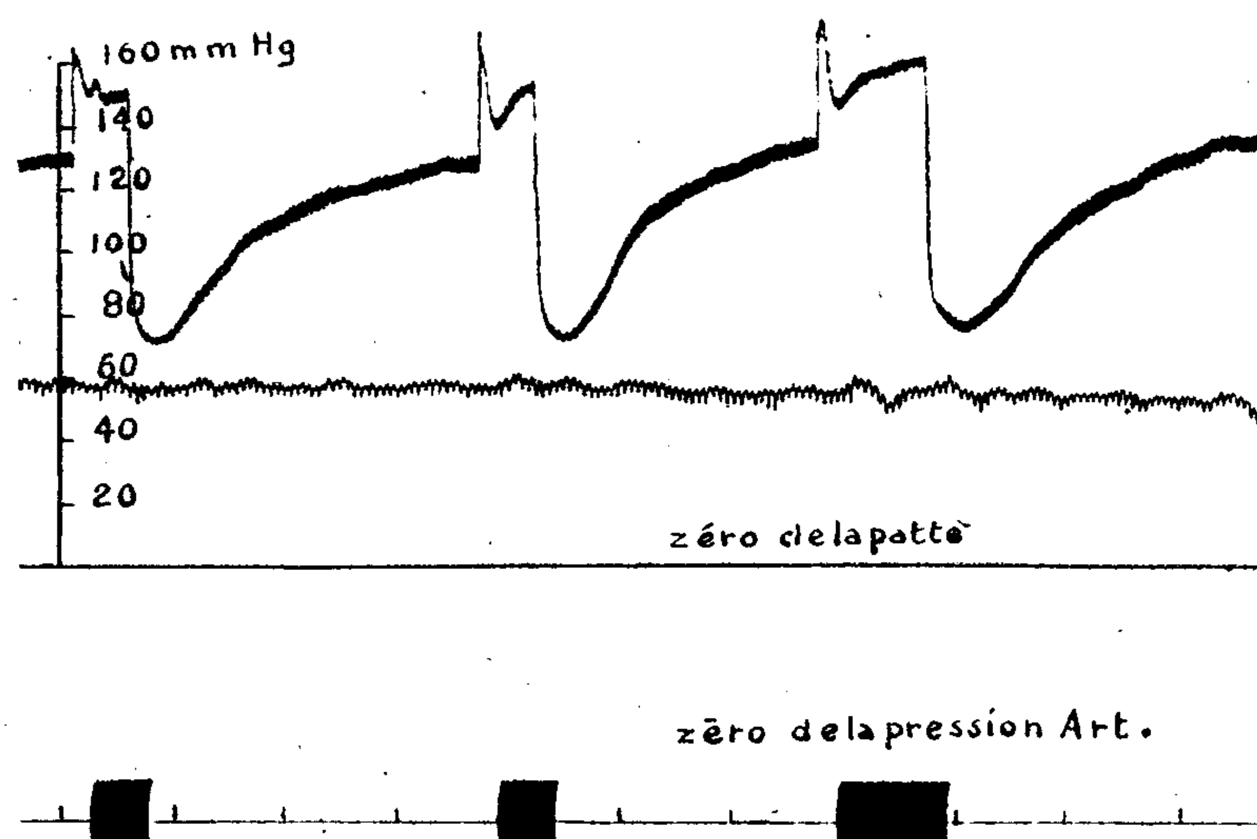


Fig. 3. — Chien de 10kg. Débit de la perfusion, 70cm³ par minute. *En haut*, pression dans les vaisseaux perfusés, *en bas*, pression carotidienne. Temps en minutes. On réalise à trois reprises une contraction tétanique par excitation faradique du bout périphérique du nerf sciatique. Les durées successives sont de 30, 30 et 60 secondes. Pendant l'excitation, la pression dans les vaisseaux perfusés augmente; dès l'arrêt de l'excitation, cette pression tombe en flèche, puis revient progressivement à la normale.

seaux irrigués avant et pendant la contraction (deux minutes après le début de l'excitation). Nous avons toujours enregistré une vasoconstriction; toutefois, dans certains cas, non constants, la hausse tensionnelle était plus faible pendant le travail (*fig.* 2). Si l'on tient compte du fait que la vasoconstriction adrénalinique est généralement d'autant plus intense que le tonus vasculaire est plus faible, on arrive à la conclusion qu'au cours de la contraction musculaire les vaisseaux, tout en réagissant à l'adrénaline, deviennent moins sensibles à son action. Soulignons aussi, qu'en excitant le nerf sciatique on stimule les fibres vasoconstrictrices qu'il contient et que cette stimulation est inefficace au cours du travail.

Histamine et acétylcholine. — L'injection intra-artérielle d'un gamma d'his-

tamine ou d'acétylcholine a peu ou pas d'effet au niveau d'une patte fortement dilatée du fait de l'excitation de son nerf moteur. Il semble que dans ces conditions les vaisseaux soient déjà dilatés au maximum ou presque.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie que les tomes 218 (janvier-juin 1944) et 219 (juillet-décembre 1944) des *Comptes rendus* sont en distribution au Secrétariat.

M. **Louis de Broglie** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé *Almanach des sciences* 1948, présenté par lui-même et publié avec la collaboration de MM. René Barthélemy, Léon Binet, Maurice de Broglie, Robert Esnault-Pelterie, Louis Fage, Frédéric Joliot-Curie, Joseph Magrou, Emmanuel de Martonne et divers, sous la direction de M. René Sudre.

M. **Gustave Ribaud** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage polycopié de M. Numa Manson intitulé *Propagation des détonations et des déflagrations dans les mélanges gazeux*, dont il a écrit une *Préface*.

M. **Albert Demolon** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage qu'il vient de publier, intitulé *Principes d'Agronomie*. Tome I. *Dynamique du sol*.

CORRESPONDANCE.

Le Secrétaire général de la **Station de Recherches séricicoles** signale que le septième *Congrès séricicole international* se tiendra à Alès (Gard), du 7 au 13 juin 1948.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Bruno Minz. *La transmission chimique de l'influx nerveux* (présenté par M. Robert Courrier).

2° Ministère de l'Agriculture. Institut National de la Recherche agronomique. *Travaux effectués par les Stations agronomiques de* 1939 *à* 1945.

3° J. Bouzitat. *Note sur un problème de sondage*.

4° Wilhelm Reich. *The Discovery of the Orgone*. Volume 2. *The cancer biopathy*.

5° *Conférence internationale pour la protection de la nature. Brunnen,* 28 *juin-*3 *juillet* 1947. *Procès-verbaux, Résolutions et Rapports*.

6° Service géographique de l'Armée. *Cartes géologiques détaillées au* 1/50000ᵉ. *Algérie* (*Département de Constantine*) : *Blandan, Munier, Tamesguida, Navarin, Oued Okris* (présentées par M. Jacob).

ALGÈBRE. — *Une interprétation des relations d'équivalence dans un ensemble.* Note de M. **Robert Croisot**, présentée par M. Élie Cartan.

Soient un ensemble $E=(x, y, z\ldots)$ et une relation d'équivalence $\mathcal{R}$ dans E. Considérons la partie $C_{\mathcal{R}}$ de l'ensemble $E\times E$ définie par la relation $\mathcal{R}$, c'est-à-dire telle que $(x,y)\in C_{\mathcal{R}}$ si $x\equiv y(\mathcal{R})$.

On sait que la loi de composition partielle $(x,y).(y,z)=(x,z)$ fait de $E\times E$ un groupoïde de Brandt G, d'ordre 1 (¹). D'autre part, la partie $C_{\mathcal{R}}$, avec la même loi de composition, constitue un sous-groupoïde de G (²) à cela près qu'elle ne vérifie pas l'axiome IV si $\mathcal{R}$ n'est pas l'équivalence absolue. Réciproquement, tout sous-ensemble de G contenant tous les éléments unités et satisfaisant aux axiomes I à III définit une relation d'équivalence dans E. En effet, il contient tous les éléments de la forme (x,x), il contient (x,z) dès qu'il contient (x,y) et (y,z) d'après l'axiome II et grâce à l'existence de l'élément unité (y,y), il contient (x,y) s'il contient (y,x) d'aprés l'axiome III, d'où la réflexivité, la transitivité et la symétrie de la relation $\mathcal{R}$ correspondante.

Ceci nous conduit à considérer, sous le nom de groupes partiels, des ensembles G satisfaisant aux trois premiers axiomes de Brandt (³).

Un sous-ensemble A de G est dit sous-groupe partiel s'il vérifie les mêmes axiomes avec la même loi de composition et s'il contient l'ensemble des éléments unités. Pour cela, il faut et il suffit, qu'en plus de cette dernière condition, il contienne le produit de deux éléments composables qu'il contient tous les deux et l'inverse d'un élément qu'il contient. L'intersection $A\cap B$ de deux sous-groupes partiels A et B, leur produit $A\times B$, ensemble des éléments

(¹) Pour la définition et les propriétés des groupoïdes de Brandt, consulter le mémoire de Brandt [*Verallgemeinerung des Gruppenbegriffs* (*Math. Ann.*, 96, 1926, p. 360)] ou P. Dubreil (*Algèbre*, 1946, p. 30). L'ordre est le nombre fixe d'éléments ayant un élément unité donné pour unité à gauche et à droite. La propriété rappelée ici figure dans N. Bourbaki (*Algèbre, Ac. Sc. et ind.* 934, 1942, exercice 23, p. 96).

(²) Sous-ensemble de G vérifiant les quatre axiomes et assujetti de plus à contenir tous les éléments unités.

(³) On peut prendre, par exemple, comme système d'axiomes des groupes partiels :

I_α. $(ab)c$ et $a(bc)$ ont un sens en même temps.

I_β. Si $(ab)c$ et $a(bc)$ ont tous deux un sens, on a $(ab)c=a(bc)$.

II_d. G possède au moins un sous-ensemble U_d non vide avec les propriétés :

1° Si $a\in G$ est composable avec $e\in U_d$, on a $ae=a$.

2° Pour tout $e\in U_d$, il existe au moins un $a\in G$ composable avec e.

3° Tout $a\in G$ est composable au plus avec un $e\in U_d$.

III_d. Pour tout $a\in G$, il existe au moins un $\bar{a}\in G$ tel que $a\bar{a}\in U_d$. On montre que les conditions imposées I_α, I_β, II_d 1°, II_d 2°, II_d 3°, III_d sont indépendantes. On peut aussi utiliser des systèmes d'axiomes déduits de ceux qu'on trouve dans Brandt (*Über die Axiome des Gruppoids, Vierteljschr. Naturforsch Ges. Zurich*, 85, Beiblatt, 1940, p. 95). Les pémonstrations paraîtront dans un autre recueil.

qui sont le produit d'un nombre fini d'éléments de A et B, sont des sous-groupes partiels. L'ensemble des sous-groupes partiels de G forme une structure vis-à-visde la relation d'inclusion.

A et B étant des sous-groupes partiels de G, AB désigne l'ensemble, en général différent du produit $A \times B$, des éléments qui sont de la forme ab avec $a \in A$ et $b \in B$. A et B sont dits permutables si $AB = BA$ (il suffit d'avoir $AB \subset BA$, par exemple). A est dit presque permutable avec B si $BAB \subset ABA$. A et B sont dits presque permutables si $BAB = ABA$.

La correspondance signalée au début entre les relations d'équivalence dans E et les sous-groupes partiels de G possède les propriétés suivantes :

A l'intersection (au produit) de deux équivalences $\mathcal{R}$ et ρ, correspond l'intersection (le produit) des groupes partiels $C_{\mathcal{R}}$ et C_ρ, d'où l'isomorphie des structures correspondantes.

Pour que l'équivalence $\mathcal{R}$ soit associable (presque associable) ([4]) à l'équivalence ρ, il faut et il suffit que le sous-groupe partiel $C_{\mathcal{R}}$ soit permutable (presque permutable) avec le sous-groupe partiel C_ρ.

Dans une prochaine Note j'étudierai quelques conséquences de cette notion.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Complétion fonctionnelle de certaines classes hilbertiennes.* Note ([1]) de M. **Nachman Aronszajn**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Dans la Note présente nous allons appliquer les notions et résultats de nos deux Notes récentes ([2]) (désignées AI et AII) à la complétion fonctionnelle de quelques classes particulières.

Soit E un domaine dans l'espace euclidien n-dimensionnel, de frontière C suffisamment régulière. Nous considérerons dans E quatre classes de fonctions :

I. La classe des fonctions $f(x) \equiv f(x_1, \ldots, x_n)$ continues avec leurs premières dérivées dans $E + C$ et telles que

$$(1) \qquad 1^\circ \int_C f\, d\sigma = 0, \qquad 2^\circ \int_E \sum_1^n \left|\frac{\partial f}{\partial x_k}\right|^2 dx < \infty.$$

([4]) L'équivalence $\mathcal{R}$ est dite presque associable à l'équivalence ρ si l'existence de x, y, z, t tels que $x \equiv y(\rho)$, $y \equiv z(\mathcal{R})$, $z \equiv t(\rho)$ implique l'existence de u, v tels que $x \equiv u(\mathcal{R})$, $u \equiv v(\rho)$, $v \equiv t(\mathcal{R})$. $\mathcal{R}$ et ρ sont dites presque associables si, de plus, ρ est presque associable à $\mathcal{R}$. A ce propos, on montre que, dans un groupe, l'équivalence régulière à droite définie par un sous-groupe est presque associable à celle définie par un autre sous-groupe si et seulement si le premier sous-groupe est presque permutable avec le second.

([1]) Séance du 16 février 1948.

([2]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 456 et 537.

$d\sigma$ signifie ici l'élément de l'hypersurface C (au sens classique). Le produit scalaire est donné par la forme bilinéaire correspondant à la forme quadratique (1, 2°).

I_0. Les mêmes conditions que dans I, sauf que (1, 1°) est remplacé par

$$(1') \qquad f = 0 \text{ sur } C.$$

Le produit scalaire est encore donné par la forme quadratique (1, 2°).

II. La classe des fonctions $f(x)$ continues avec leurs premières et secondes dérivées dans $E + C$ et telles que

$$(2) \qquad 1^\circ \quad f = 0 \textit{ sur } C; \qquad 2^\circ \quad \int_E |\Delta f|^2 \, dx < \infty.$$

Le produit scalaire est donné ici par la forme quadratique (2, 2°).

II_0. Aux conditions de II on ajoute la condition

$$(2') \qquad \textit{La dérivée normale } \frac{\partial f}{\partial n} = 0 \textit{ sur } C.$$

Le produit scalaire est le même que dans II.

Ces classes, pour différentes dimensions n, se divisent en deux espèces.

1re *espèce*. — On connaît une fonction $N(x, y)$ qui, pour la classe F en question, possède les propriétés 1° et 2° d'un n. r. (voir AI). La complétion est alors facile; on trouve une classe complétée $\overline{F}$ *rel.* $\mathfrak{A}^0$, donc parfaite, et $N(x, y)$ est son n. r.

2° *espèce*. — On connaît une fonction $N(x, y)$ qui, pour la classe F et relativement à la classe $\mathfrak{A}$, la mesure de Lebesgue μ et le système $\{U(x, \rho)\}$ des intérieurs des sphères de centre x et de rayon ρ suffisamment petit, satisfait aux propriétés 1°, 2° et 3° d'un n. p.-r. (voir AI). On connaît de plus une isomorphie isométrique J de F sur une partie d'un espace de Hilbert $\mathcal{H}$. On considère alors les fonctions $\varphi(y)$ données par la formule

$$(3) \qquad \varphi(y) = \lim_{\rho=0} \frac{1}{\mu[U(y, \rho)]} \left[h, J\left(\int_{U(y,\rho)} N(x, z) \, d\mu_z \right) \right] \qquad \text{pour } h \in \mathcal{H}.$$

Pour $h = Jf$, avec $f \in F$, $\varphi(y) = f(y)$ pour tout y [d'après (2) de AI, valable *exc.* $\mathfrak{A}^0$]. Une classe $\mathfrak{A}$ d'ensembles exceptionnels telle que, pour tout $h \in \mathcal{H}$, la limite dans (3) existe partout dans E *exc.* $\mathfrak{A}$, nous permettra d'obtenir une complétée $\overline{F}$ de F hypernormale et saturée *rel.* $\mathfrak{A}$ qui sera formée par les fonctions φ données par (3). Il se montre de plus que $N(x, y)$ est un n. p.-r. de $\overline{F}$ *rel.* $\{\mathfrak{A}, \mu, U\}$.

Les classes I et I_0. — Les fonctions $N(x, y)$ pour les classes I et I_0 sont respectivement la fonction de Neumann $\mathcal{N}(x, y)$ et la fonction de Green

$\mathcal{G}(x, y)$ ordinaires correspondant au domaine E. Pour la dimension $n=1$, ces classes sont de première espèce et les $N(x, y)$ sont les n. r. des classes complétées, faciles à former. Pour $n \geq 2$, on fera correspondre aux fonctions $f(x)$ de F les n-uples de fonctions $(f'_{x_1}, f'_{x_2}, \ldots, f'_{x_n})$ qui appartiennent à l'espace de Hilbert $\mathcal{H}$ des n-uples $(h_1, h_2, \ldots, h_n)$ des fonctions de carré sommable dans E. La formule (3) se transforme alors en

$$(3') \qquad \varphi(y) = \int_E \sum_1^n h_k \frac{\partial N(x, y)}{\partial x_k} dx$$

valable (au moins) en dehors de l'ensemble des y pour lesquels les intégrales $\int |h_k(x)| \, \|x-y\|^{-n+1} dx$ ne sont pas toutes finies. Ces ensembles, pour $h=(h_1, \ldots, h_n)$ variant dans $\mathcal{H}$, forment une classe $\mathfrak{A}$ résolvant le problème de complétion. Il est possible que ce ne soit pas la classe la plus petite (celle-ci semble être la classe des ensembles de capacité nulle), mais elle est déjà assez petite; ses ensembles sont tous de mesure $(n-2+\varepsilon)$-dimensionnelle (de Hausdorff) nulle, pour tout $\varepsilon > 0$ [3].

Les classes II et II_0. — Pour II, $N(x, y)$ est la fonction de Green $\mathcal{G}_2(x, y)$ du problème harmonique d'ordre 2, $\Delta\Delta u = 0$ avec les conditions aux limites $u = \Delta u = 0$ sur C. On sait que $\mathcal{G}_2(x, y) = \int \mathcal{G}(x, z)\mathcal{G}(y, z)\, dz$. Pour la classe II_0, $N(x, y)$ est la fonction de Green $\mathcal{G}_{II}(x, y)$ du même problème avec les conditions aux limites $u = (\partial u/\partial n) = 0$. Pour les dimensions $n=1$, 2, ces classes sont de première espèce. Pour $n \geq 3$, on fait correspondre à $f \in F$ la fonction Δf qui appartient à l'espace de Hilbert $\mathcal{H}$ des fonctions h de carré sommables dans E. La formule (3) se transforme maintenant en

$$(3'') \qquad \varphi(y) = \int_E h(x)\, \Delta_x N(x, y)\, dx.$$

Comme ensembles exceptionnels nous trouvons ici les ensembles A tels qu'il existe un $h \in \mathcal{H}$ avec $\int |h(x)| \, \|x-y\|^{-n+2} dx = \infty$ pour $y \in A$. On prouve que cette classe $\mathfrak{A}$ est la plus petite et l'on aboutit ainsi à une complétion parfaite. Les ensembles de cette classe sont de mesure $(n-3+\varepsilon)$ dimensionnelle nulle, pour tout $\varepsilon > 0$ [4].

---

(3) La complétion des classes I et I_0 a déjà été étudiée par J. W. CALKIN et C. B. MORREY JR., *Duke Math. J.*, 6, 1940, p. 170 et 187.

(4) La complétion des classes II et II_0 est en connexion avec des recherches de Lichtenstein datant de 1912 et un récent travail de K. O. FRIEDRICHS, *Duke Math. J.*, 14, 1947, p. 67.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la régularisation des fonctions.* Note de M. **Nicolas Pastides**, présentée par M. Paul Montel.

Le but de cette Note est l'étude d'une classe de courbes définie par S. Mandelbrojt [1], et l'application de cette classe à la régularisation des fonctions.

Nous désignons par $\omega(t)$ une fonction positive définie pour toutes les valeurs réelles de t et ayant une des trois propriétés suivantes :

1° $\omega(t)$ est continue croissante au sens strict et tend vers ∞ quand $t \to \infty$;

2° Il existe une valeur t_0 de t, telle que pour $t < t_0$, $\omega(t)$ est continue et strictement croissante; $\omega(t) \to \infty$ quand $t \to t_0$, $\omega(t) = \infty$ pour $t \geqq t_0$;

3° $\omega(t)$ est égal à ∞ quel que soit t;

Nous fixons la fonction $\omega(t)$, et relativement à celle-ci nous définissons une classe de fonctions ou de courbes que nous appelons classe C_ω; $y = f(x)$ appartient à la classe C_ω si elle satisfait aux trois conditions qui suivent :

1° $f(x)$ est définie et finie pour toute valeur de $x \geqq 0$;

2° à toute valeur x_1 de x correspond au moins une valeur t_1 de t telle que $\omega(t_1) \geqq x_1$ et que pour tout $x < \omega(t_1)$ on ait $f(x) \geqq f(x_1) + t_1(x - x_1)$.

L'ensemble des valeurs de t qui correspondent à un x donné est représenté par T_x, et nous posons $\tau_0(x) = \underline{borne}\, T_x$, $\tau(x) = \overline{borne}\, T_x$; l'ensemble des valeurs de x, pour un t donné, telles que $t \in T_x$ est représenté par X_t, et nous posons $X_0(t) = \underline{borne}\, X_t$, $X(t) = \overline{borne}\, X_t$.

3° Nous démontrons que, de la condition 2, il s'ensuit que quel que soit x, $f(x-0)$ et $f(x+0)$ existent et $f(x-0) \geqq f(x) \geqq f(x+0)$.

La troisième condition est que l'on ait $f(x) = f(x+0)$ quel que soit x.

Relativement à $f(x) \in C_\omega$ nous avons prouvé les propriétés suivantes :

T_x est un intervalle pouvant se réduire à un seul nombre. $\tau_0(x) \in T_x$; $\tau(x) \in T_x$; si $x_1 < x_2$, alors $\tau(x_1) \leqq \tau_0(x_2)$, $\tau(x-0) = \tau_0(x-0) = \tau_0(x)$ et $\tau(x+0) = \tau_0(x+0) = \tau(x)$, quel que soit x si $t_1 < t_2$, $X(t_1) \leqq X_0(t_2)$, et aussi $X_0(t) \in X_t$; $X(t) \in X_t$; $X_0(t-0) = X(t-0) = X_0(t)$ et $X(t+0) = X_0(t+0) = X(t)$, quel que soit t. Si $X_0(t) < X(t)$ pour tout x tel que $X_0(t) \leqq x \leqq X(t)$ on a $f(x) = f[X_0(t)] + t[x - X_0(t)]$. Si $f(x)$ est discontinue pour $x = x_0$, on a $x = \omega[\tau(x_0)]$, donc si $x < \omega[\tau(x)]$ $f(x)$ est continue entre x et $\omega[\tau(x)]$.

$f(x)$ est à variation bornée et par conséquent l'ensemble de ses discontinuités est dénombrable.

Ayant étudié les propriétés des courbes de la classe C_ω, nous avons examiné le rapport qui existe entre ces courbes et la régularisation des fonctions relativement à $\omega(t)$, introduite en analyse par M. S. Mandelbrojt [2].

---

(1) *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1202.

(2) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 400 et **204**, 1937, p. 1035; *Actualités scientifiques*, n° **733**.

Nous avons obtenu les théorèmes suivants :

THÉORÈME I. — *Toute courbe de la classe* C_ω *est sa propre régularisée relativement à* $\omega(t)$.

THÉORÈME II. — *Soit* $y = F(x)$ *la régularisée relativement à* $\omega(t)$ *d'une fonction* $\Psi(x)$; *posons* $\Phi(x) = F(x+0)$ [3] *quel que soit* x. *On a que* $\Phi(x) \in C_\omega$ *et que si une fonction* $f(x)$ *est telle que :* $f(x) \in C_\omega$ *avec* $f(x) \leqq \Psi(x)$ *quel que soit* x, *alors on a* $f(x) \leqq \Phi(x)$ *quel que soit* x $(x \geqq 0)$.

On exprime cela en disant que $y = \Phi(x)$ est la plus haute courbe de la classe C_ω, située au-dessous de $y = \Psi(x)$.

THÉORÈME III. *Si une classe* C *de fonctions définies pour* $x \geqq 0$, *est telle que :* $F(x)$ *étant la régularisée d'une fonction* $\Psi(x)$ *relativement à* $\omega(t)$ *et* $\Phi(x)$ *étant donnée par :* $\Phi(x) = F(x+0)$ *quel que soit* x, *on ait que* $y = \Phi(x)$ *appartient à la classe* C *et que c'est la plus haute courbe de cette classe située au-dessous de* $y = \Psi(x)$, *alors on conclut que la classe* C *est identique à la classe* C_ω.

Rappelons que la régularisée convexe d'une fonction $\Psi(x)$ est la plus haute courbe convexe continue, située au-dessous de celle-ci.

L'étude qui précède permet donc de donner une définition analogue à la régularisée relativement à $\omega(t)$ en changeant quelque peu la définition de la régularisée [4] et où le rôle des courbes convexes est joué par les courbes de la classe C_ω.

Remarquons aussi que si $\omega(t) = \infty$ quel que soit t, la classe C_ω devient la classe des courbes convexes continues définies pour $x \geqq 0$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la moyenne polyharmonique d'une fonction.* Note de M. **JOSEPH KAMPÉ DE FÉRIET**, présentée par M. Henri Villat.

I. Étant donné un domaine ouvert borné D dans un espace euclidien à q dimensions, soient : 1° $\mathcal{H}$ l'espace de Hilbert des fonctions réelles à carré sommable dans D; 2° $\mathcal{A}_p^*$ l'ensemble des fonctions polyharmoniques d'ordre p régulières [1] dans D; 3° $\mathcal{A}_p = \mathcal{A}_p^* \cap \mathcal{H}$; *la variété linéaire* $\mathcal{A}_p$ *est fermée sur* $\mathcal{H}$; en effet, soit un ensemble fermé arbitraire $E \subset D$; si $f \in \mathcal{A}_p$ on tire de la formule bien connue de la moyenne qu'en tout point $P \in E$: $|f(P)| \leqq K \|f\|$, K ne dépendant que de E; par conséquent la convergence forte d'une suite $f_n \in \mathcal{A}_p$

---

(3) Nous avons prouvé que $F(x+0)$ existe.

(4) $F(x)$ étant la régularisée d'une fonction, nous lui substituons $\Phi(x) = F(x+0)$ quel que soit x.

(1) Fonctions f continues dans D ainsi que leurs dérivées jusqu'à l'ordre $2p$, vérifiant l'équation de Laplace itérée, $\Delta^p f = 0$; par abréviation nous appelons dans la suite, *fonctions p-harmoniques* les fonctions de $\mathcal{A}_p$, qui sont les seules considérées dans cette Note, et ne peuvent ainsi être confondues avec les fonctions qui n'appartiennent qu'à $\mathcal{A}_p^*$ sans appartenir à $\mathcal{H}$.

entraîne sa convergence uniforme sur E; donc la limite $f \in \mathcal{A}_p$, en vertu du théorème de Harnack généralisé.

II. Soit $\mathcal{B}_p$ *la variété linéaire fermée orthogonale à* $\mathcal{A}_p$ *dans* $\mathcal{H}$; d'après une propriété classique de $\mathcal{H}$, toute fonction $f \in \mathcal{H}$ peut d'une manière univoque $\mathcal{H}$ se décomposer sous la forme

$$f = \mathfrak{M}_p f + g_p, \qquad \mathfrak{M}_p f \in \mathcal{A}_p, \qquad g_p \in \mathcal{B}_p.$$

La fonction p-harmonique $\mathfrak{M}_p f$ s'introduit d'elle-même dans des problèmes intéressants, comme je le montrerai dans un travail consacré à la Mécanique des Fluides; il serait naturel de l'appeler *moyenne p-harmonique* de f, car étant la projection de f sur $\mathcal{A}_p$, *elle donne la meilleure approximation de f par une fonction p-harmonique :* pour $v_p \in \mathcal{A}_p$, $\|f - v_p\|$ est minima si $v_p = \mathfrak{M}_p f$.

III. *Pour tout* $f \in \mathcal{H}$ *la suite des moyennes p-harmoniques* $\mathfrak{M}_p f$ $(p = 1, 2, \ldots, n, \ldots)$ *converge fortement vers* f. En effet, quel que soit $\varepsilon > 0$, il existe un polynome ϖ tel que $\|f - \varpi\| < \varepsilon$; or ϖ, étant de degré n, est polyharmonique d'ordre $N = (n/2) + 1$ ou $(n - 1)/2 + 1$ selon la parité; la moyenne $\mathfrak{M}_N f$ donnant la meilleure approximation sur $\mathcal{A}_N$, on a

$$\|f - \mathfrak{M}_N f\| \leq \|f - \varpi\| < \varepsilon.$$

D'autre part la suite $\|f - \mathfrak{M}_p f\|$ est décroissante; en effet, soit

$$u_p = \mathfrak{M}_p f - \mathfrak{M}_{p-1} f = g_{p-1} - g_p;$$

il est clair que $u_p \in \mathcal{A}_p \cap \mathcal{B}_{p-1}$ d'où

$$\|g_{p-1}\|^2 = \|g_p\|^2 + \|u_p\|^2 \geq \|g_p\|^2.$$

Par conséquent pour tout $p \geq \mathfrak{N}(\varepsilon)$ on aura

$$\|f - \mathfrak{M}_p f\| \leq \|f - \mathfrak{M}_N f\| < \varepsilon.$$

IV. Si l'on n'impose aucune condition supplémentaire à f et à D, pour calculer la moyenne p-harmonique de f, il faut chercher la projection de f sur $\mathcal{A}_p$, ce qui ne peut se faire qu'après avoir choisi une base orthogonale sur $\mathcal{A}_p$, en calculant les constantes de Fourier de f par rapport à cette base. Mais sans faire intervenir de base sur $\mathcal{A}_p$ on peut donner une expression analytique de $\mathfrak{M}_p f$ en supposant : 1° que f vérifie des conditions suffisantes pour la solution de l'équation de Poisson $\Delta u = f$ —, par exemple : f continue ainsi que ses dérivées premières dans D; 2° que la frontière F de D est assez régulière pour l'existence des fonctions de Green. La solution repose sur ce lemme, conséquence immédiate de la formule de Green-Gutzmer : *si* ψ *est continue avec ses dérivées jusqu'à l'ordre* $2p$ *dans* D + F *et vérifie les* $2p$ *conditions : sur* F,

$$\Delta^k \psi = 0, \qquad \frac{\partial}{\partial n} \Delta^k \psi = 0 \qquad (k = 0, 1, \ldots p - 1),$$

son laplacien itéré $\Delta^p\psi$ est orthogonal à toute fonction p-harmonique. Soient donc G(P, Q) la fonction de Green du problème de Dirichlet, $G_{2p}(P, Q)$ la fonction de Green de première espèce du problème $2p$-harmonique ([2]); posons :

$$\varphi_k(Q) = \int_D G(P, Q)\,\varphi_{k-1}(P)\,d\tau_p, \qquad \varphi_0(P) = f(P),$$

$$\theta(Q) = -\sum_{k=0}^{k=p-1} \int_F \Delta^{2p-k+1} G_{2p}(P, Q)\,\frac{\partial}{\partial n}\varphi_{p-k}(P)\,d\sigma_P.$$

La moyenne p-harmonique de f a pour expression

$$\mathfrak{M}_p f = \Delta^p \theta.$$

En effet, d'une part, $\Delta^p\varphi_p = f$ et sur F, $\Delta^k\varphi_p = 0$ $(k = 0, 1, \ldots, p-1)$; d'autre part. $\psi = \varphi_p - \theta$ vérifie les conditions du lemme, car la fonction $2p$-harmonique θ est construite de manière que sur F

$$\Delta^k\theta = 0, \qquad \frac{\partial}{\partial n}\Delta^k\theta = \frac{\partial}{\partial n}\Delta^k\varphi_p \qquad (k = 0, 1, \ldots, p-1);$$

donc $f - \Delta^p\theta = \Delta^p\psi \in \mathcal{B}_p$ et par conséquent $\Delta^p\theta \in \mathcal{C}_p$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Une propriété métrique de la représentation quasi conforme.* Note de M. **Albert Pfluger**, présentée par M. Paul Montel.

Soit $w = w(z)$ une transformation quasi conforme du cercle $|z| < 1$ en lui-même, c'est-à-dire, une transformation de $|z| < 1$ en $|w| < 1$ continue, biunivoque, dérivable presque partout dans le domaine réel et possédant la propriété suivante : dz et dw ainsi que $d\sigma_z$ et $d\sigma_w$ étant des éléments linéaires et superficiels correspondants, il existe une constante K telle que

$$(1) \qquad \left|\frac{dw}{dz}\right|^2 \leqq K\frac{d\sigma_w}{d\sigma_z},$$

presque partout dans $|z| < 1$.

On sait qu'une telle transformation est encore biunivoque et continue sur la frontière. Nous démontrons le théorème suivant :

Théorème 1. — *Étant donné une transformation quasi conforme du cercle $|z| < 1$ en lui-même, tout ensemble de mesure intérieure nulle sur $|z| = 1$ est transformé en un ensemble de mesure intérieure nulle.*

Soient α_z l'ensemble frontière donné sur $|z| = 1$ et α_w son transformé sur $|w| = 1$.

([2]) Selon la terminologie de Miron Nicolesco, *Les fonctions polyharmoniques* (*Actualités scientifiques*, n° 331, p. 35); néanmoins nous considérons sa fonction $G_{2p}(P, Q)$ multipliée par un facteur constant, de manière à réduire à 1 le coefficient qui apparaît dans la formule de Boggio.

L'affirmation du théorème est équivalente à celle-ci : tout ensemble α_z de mesure nulle qui est un f_σ, c'est-à-dire la somme d'une suite d'ensembles fermés, se transforme en un ensemble f_σ, qui est encore de mesure nulle. Si, en particulier, la mesure (de Lebesgue) de α_z est nulle et si l'on sait que son transformé α_w est mesurable, alors sa mesure $m(\alpha_w)$ est encore nulle.

Démonstration. — Il suffit de démontrer le théorème pour un α_z fermé et de mesure nulle. Son complément $\beta_z = C\alpha_z$ (par rapport à $|z|=1$) et son transformé β_w sont ouverts et non vides. β_z est la somme d'une suite d'intervalles ouverts et disjoints; nous les désignons par J_ν, $\nu = 1, 2, 3, \ldots$. On a $m(\beta_z) = 2\pi$. Prenons une suite de nombres $r_k < 1$, telle que $r_k \nearrow 1$, une suite de nombres positifs ε_k, telle que $\eta_k = \varepsilon_k/(1-r_k) \to 0$ pour $k \to \infty$ et finalement une suite monotone d'entiers positifs N_k, telle que la mesure de $\sum_{\nu=1}^{N_k} J_\nu = \beta_z^{(k)}$ soit plus grande que $2\pi - \varepsilon_k$. Les compléments $\alpha_z^{(k)} = C\beta_z^{(k)}$ vérifient la relation $m(\alpha_z^{(k)}) < \varepsilon_k$.

Considérons maintenant la transformée de la circonférence $|z|=1$, qui est une courbe de Jordan $\mathcal{L}(r)$ rectifiable et qui sépare le point $w=0$ de la frontière $|w|=1$. Aux arcs $z = re^{i\varphi}$, $\varphi \in \alpha_z^{(k)}$ ([1]) il correspond alors un nombre fini de segments fermés sur $\mathcal{L}(r)$; désignons par $\mathcal{L}(r, \alpha_z^{(k)})$ leur ensemble et par $\lambda(r)$ leur longueur totale. D'après l'inégalité (1) et celle de Schwarz, il suit que, presque partout,

$$\lambda(r)^2 = \left(\int_{\alpha_z^{(k)}} \left|\frac{dw}{dz}\right| r\, d\varphi\right)^2 \leqq \varepsilon_k \int_{\alpha_z^k} \left|\frac{dw}{dz}\right|^2 r\, d\varphi \leqq \varepsilon_k K \int_{\alpha_z^k} \frac{d\sigma_w}{d\sigma_z} r\, d\varphi,$$

d'où, par intégration, $\int_{r_k}^{1} \lambda(r)^2\, dr \leqq \pi K \varepsilon_k$. Il existe donc dans $r_k < r < 1$ un nombre r'_k tel que $\lambda(r'_k)^2 \leqq [\varepsilon_k/(1-r_k)]\pi K = \eta_k \pi K$. Ainsi la suite $\{r'_k\}$ vérifie les relations $r'_k \to 1$ et $\lambda(r'_k) \to 0$ avec $k \to \infty$. Projetons maintenant l'ensemble $\mathcal{L}(r'_k, \alpha_z^{(k)})$ du centre $w=0$ sur la frontière $|w|=1$. Cette projection A_k, qui correspond à l'ensemble des arguments $\Phi = \arg w(r'_k e^{i\varphi})$, $\varphi \in \alpha_z^{(k)}$, vérifie la relation

(2) $$m(A_k) \to 0 \quad \text{pour} \quad k \to \infty.$$

Soit B_k le complément CA_k, qui est une suite finie d'intervalles ouverts. A chaque argument $\Phi \in B_k$, il correspond au moins un $\varphi \in \beta_z^{(k)}$, tel que $\arg w(r'_k e^{i\varphi}) = \Phi$. Si donc Φ appartient à une infinité d'ensembles $B_k (k = 1, 2, \ldots)$, il existe dans $|z| < 1$ une suite convergente $\{z_n\}$ pour laquelle $\arg z_n \in \beta_z$ et

---

([1]) $\alpha_z^{(k)}$ désigne en même temps l'ensemble des arguments correspondants dans l'intervalle $0 \leqq \varphi < 2\pi$.

$\lim_{n\to\infty} w(z_n) = e^{i\varphi}$. Φ appartient donc à l'adhérence de β_w; en d'autres termes,

$$\limsup_{k\to\infty} B_k = \prod_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{k=n}^{\infty} B_k\right) \subset \bar{\beta}_w.$$

Si $f_k(\Phi)$ est la fonction caractéristique de l'ensemble B_k, $f(\Phi)$ celle de $\bar{\beta}_w$, on a $\limsup_{k\to\infty} f_k(\Phi) \leqq f(\Phi)$ et d'après (2),

$$m(\bar{\beta}_w) = \int_0^{2\pi} f(\Phi)\, d\Phi \geqq \limsup_{k\to\infty} \int_0^{2\pi} f_k(\Phi)\, d\Phi = 2\pi,$$

ce qui démontre le théorème.

De ce théorème, en relation avec les théorèmes de R. Nevanlinna sur les *beschränktartigen Gebiete* (voir son livre : *Eindeutige analytische Funktionen*, Berlin, 1936, chap. VII, § 5), découle l'application suivante :

Théorème 2. — *Si, dans le plan, on transforme quasi conformément un domaine* D *en un domaine* D', *leurs frontières sont en même temps de capacité nulle ou de capacité positive.*

GÉOMÉTRIE. — *Sur les produits d'inversion.*

Note [1] de M. **René Lagrange**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans l'espace euclidien à un nombre quelconque N de dimensions, nous convenons de représenter un point A et une sphère U de centre A et rayon R par les expressions $A = -h(\overrightarrow{AP}^2/2)$, $U = h(\overrightarrow{AP}^2 - R^2)/2R$, où P est le point courant de l'espace, et h un scalaire quelconque, qui mesure la masse du point ou de la sphère. Le produit de deux points unitaires A, B est ce que devient $A(h=1)$ pour $P = B$, donc $AB = A(B) = -(\overline{AB}^2/2) = BA$, et le produit d'une sphère et d'un point unitaires est $UA = U(A) = (\overline{AB}^2 - R^2)/2R$, c'est-à-dire la puissance réduite de B par rapport à U. Un passage à la limite donne d'un plan ϖ une représentation $\varpi = \vec{e}\,\overrightarrow{AP} + k$, où $\vec{e}$ est un vecteur orthogonal au plan, et k un scalaire; le plan de l'infini est $\varpi_0 = 0 \times \overrightarrow{AP} + k$, $k \neq 0$. L'algorithme construit avec ces symboles est le même que celui auquel conduisent les coordonnées polysphériques.

U étant une sphère unitaire, désignons par $\overline{U}$ l'inversion associée. L'inverse $\overline{U}M$ d'un point M est

$$\overline{U}M = M - 2(UM)U. \tag{1}$$

[1] Séance du 2 février 1948.

De même l'inverse d'une sphère Φ est

(1) $$\overline{U}\Phi = \Phi - 2(U\Phi)U.$$

Cette opération conserve la masse de Φ et le produit de deux points ou sphères. Étant donné n sphères $U_1, U_2, \ldots, U_n$, et les inversions associées effectuées dans cet ordre, le transformé $\overline{U_n U_{n-1} \ldots U_1}$ M est

(3) $$M_n = M + \sum_{p=1}^{n}(-2)^p \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \ldots < i_p \leq n} (MU_{i_1})(U_{i_1}U_{i_2})\ldots(U_{i_{p-1}}U_{i_p})U_{i_p};$$

cette formule vaut également pour une sphère en remplaçant M par Φ, Φ_n ayant alors la même masse que Φ. Ordonnons par rapport à l'indice i_1; il vient

(4) $$M_n = M - 2\sum_{i=1}^{n}(U_i M)V_i,$$

où V_i est la sphère représentée par

(5) $$V_i = U_i + \sum_{p=1}^{n-i}(-2)^p \sum_{i<\alpha_1<\alpha_2<\ldots<\alpha_p\leq n} (U_i U_{\alpha_1})(U_{\alpha_1}U_{\alpha_2})\ldots(U_{\alpha_{p-1}}U_{\alpha_p})U_{\alpha_p},$$

et n'est rien autre, d'après (3), que $\overline{U_n U_{n-1} \ldots U_{i+1}} U_i$. D'après (4), on a encore

(6) $$V_i = U_i - 2\sum_{j=i+1}^{n}(U_i U_j)V_j.$$

En écrivant que (4) entraîne l'identité $M_n^2 = 0$, si $M^2 = 0$, on montre que

(7) $$V_i = U_i + 2\sum_{j=i+1}^{n}(V_i V_j)U_j.$$

Ainsi les deux systèmes de sphères U_i et V_i sont associés de manière réciproque; les V_i sont unitaires en même temps que les U_i, et, en particulier, $V_n = U_n$. Si p est un indice quelconque, le système associé à $U_p, U_{p+1}, \ldots, U_n$ est encore $V_p, V_{p+1}, \ldots, V_n$. On démontre aussi aisément que $\overline{V_n V_{n-1} \ldots V_1}$ est la transformation inverse de $\overline{U_n U_{n-1} \ldots U_1}$. Si l'on pose $U_i = \left(\overrightarrow{A_i P}^2 - R_i^2\right)/2R_i$, $V_i = \left(\overrightarrow{A'_i P}^2 - R_i'^2\right)/2R'_i$, A'_i et R'_i s'obtiennent aisément en fonction des A_j et R_j à l'aide de (5), ou par récurrence à l'aide de (6). On voit aussi que les inversions $\overline{V}_i$ sont réelles si les U_i le sont, et que R_i et R'_i sont simultanément réels ou imaginaires purs, donc $R_i R'_i$ est réel.

h et h_n désignant les masses des points M et M_n, (4) donne

(8) $$\frac{h_n}{h} = \sigma_1 \overrightarrow{A_1 M}^2 - 2\vec{\alpha}_1 \overrightarrow{A_1 M} + \left(1 + \sum_{i=1}^{n} \frac{U_i A_1}{R'_i}\right),$$

avec $\sigma_1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i R'_i}$, $\alpha_1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{A_1 A_i}{R_i R'_i}$. $h_n = 0$ si M_n est à l'infini, ce qui n'a lieu que pour un point M au plus, donc (8) est un carré parfait si $\sigma_1 \neq 0$; et $\sigma_1 = 0$ doit entraîner $\vec{\alpha}_1 = 0$. Si $\sigma_1 \neq 0$, on a encore $(h_n/h) = (1/\sigma_1)(\sigma_1 \overrightarrow{A_1 M} - \vec{\alpha}_1)^2$. Effectivement, si $\sigma_p = \sum_{i=p}^{n} \frac{1}{R_i R'_i}$ et $\vec{\alpha}_p = \sum_{i=p}^{n} \frac{\overrightarrow{A_p A_i}}{R_i R'_i}$ sont les analogues de σ_1 et α_1, relatifs à $\overline{U_n U_{n-1} \ldots U_p}$, on a l'identité remarquable

$$\vec{\alpha}_p^2 = R_p^2 \sigma_p \sigma_{p+1}, \qquad (p = 1, 2, \ldots, n). \tag{9}$$

Si les sphères sont réelles, tous les σ_p sont du signe de $\sigma_n = (1/R_n^2) > 0$, donc $(h_n/h) > 0$, sauf évidemment si $\sigma_1 = 0$. σ_1 et $\vec{\alpha}_1$ jouent un rôle essentiel dans l'étude de la transformation $\overline{U_n U_{n-1} \ldots U_1}$, et il est intéressant de savoir les exprimer en fonction des rayons R_i et des vecteurs $\overrightarrow{A_i A_{i+1}}$ qui joignent les centres des sphères consécutives ([2]).

Une prochaine Note donnera ces expressions et les conséquences qu'on peut tirer de ces formules.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les relations fonctionnelles vérifiées par les fonctions caractéristiques des fonctions aléatoires dérivables en moyenne quadratique.* Note de MM. **Edmond Arnous, Jean Bass** et **Daniel Massignon**, présentée par M. Henri Villat.

On connaît déjà les relations fonctionnelles vérifiées par les densités de répartition des lois de probabilité des fonctions aléatoires dérivables; mais leur usage nous limite au cas de lois absolument continues. Nous nous proposons donc, dans cette Note, de déterminer les relations fonctionnelles que vérifient les fonctions caractéristiques, afin de ne faire aucune hypothèse restrictive sur les lois de probabilité.

1. Soient $X(t)$ une fonction aléatoire dérivable en moyenne quadratique et $U(t)$ sa dérivée. On suppose d'abord que le couple (X, U) admet une densité de probabilité $R(x, u, t)$ qui satisfait à une équation fonctionnelle de la forme

$$\frac{\partial R}{\partial t} + u \frac{\partial R}{\partial x} = AR, \tag{1}$$

où A est un opérateur linéaire convenablement défini ([1]).

([2]) Les σ_p et $\vec{\alpha}_p$ sont toujours réels quand les inversions le sont.

([1]) J. Bass, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 38.

Prenons les transformés de Fourier de chacun des membres de cette équation, et désignons par φ la fonction caractéristique de la loi de densité R,

$$\varphi(\lambda, \mu, t) = \int e^{i\lambda x + \mu u} \mathrm{R}(x, u, t)\, dx\, du = \mathfrak{F}\mathrm{R}.$$

Il vient

$$(2) \qquad \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} = \mathfrak{F}\mathrm{A}\mathfrak{F}^{-1}\varphi.$$

2. Dans le cas général, le second membre de cette équation ne peut subsister, car $\mathfrak{F}^{-1}\varphi$ n'a de sens que pour une loi de probabilité absolument continue.

Quand on ne veut faire aucune hypothèse sur la structure de la loi de probabilité, ce n'est plus de (1) qu'il faut partir, mais de l'équation plus générale ([2])

$$(3) \qquad \frac{d}{dt}\overline{f(x, u)} = \overline{u\frac{\partial f}{\partial x}} + \overline{\mathrm{B}f},$$

où B est un opérateur différentiel linéaire. Soit $\mathrm{F}(x, u, t)$ la fonction de répartition de (X, U). Prenons $f(x, u) = e^{i(\lambda x + \mu u)}$. Alors,

$$\overline{\mathrm{B}\left(x, u, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial u}\right) f} = \int \mathrm{B}\, e^{i\lambda x + \mu u}\, d\mathrm{F} = \mathrm{B}\left(\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial \lambda}, \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial \mu}, i\lambda, i\mu\right)\varphi,$$

car, sous des hypothèses très générales ([3]),

$$\mathrm{B}\left(x, u, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial u}\right) e^{i\lambda x + \mu u} = \mathrm{B}\left(\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial \lambda}, \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial \mu}, i\lambda, i\mu\right) e^{i\lambda x + \mu u},$$

étant entendu que l'on doit dériver d'abord et multiplier ensuite.

Dans ces conditions, l'équation (2) prend la forme

$$(4) \qquad \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} = \mathrm{B}\left(\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial \lambda}, \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial \mu}, i\lambda, i\mu\right)\varphi.$$

La recherche des solutions de (4) du type positif P^* est un problème à la fois plus simple et plus général que celle des solutions absolument intégrables de (1).

3. *Exemples*. — *a*. X(*t*) est deux fois dérivable. On sait alors ([4]) que (3) s'écrit :

$$\frac{d}{dt}\overline{f} = \overline{u\frac{\partial f}{\partial x}} + \overline{\gamma\frac{\partial f}{\partial u}},$$

([2]) Dans le cas d'une loi absolument continue, on peut déduire (1) de l'équation (3) et l'on s'aperçoit que B peut être considéré, jusqu'à un certain point, comme le dual de A.

([3]) Par exemple, pour des opérateurs tels que

$$\mathrm{B} = \sum_{pnrs} b_{pnrs} x^r u^s \frac{\partial^{n+p}}{\partial x^n \partial u^p}.$$

([4]) J. Bass, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 190.

où $\gamma(x, u; t)$ est la moyenne liée de la dérivée de $U(t)$ par $X = x$, $U = u$. On en déduit

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} = i\mu\gamma\left(\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial \lambda}, \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial \mu}, t\right)\varphi.$$

b. $U(t)$ satisfait aux conditions de Kolmogoroff pour les chaînes simples continues. Il existe alors deux fonctions $a(x, u; t)$ et $b(x, u; t)$ telles que

$$\frac{d}{dt}\bar{f} = \overline{u\frac{\partial f}{\partial x}} + \overline{a\frac{\partial f}{\partial u}} + \frac{1}{2}\overline{b\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}}.$$

On en déduit

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} = \left\{ i\mu a\left(\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial \lambda}, \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial \mu}, t\right) - \frac{1}{2}\mu^2 b\left(\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial \lambda}, \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial \mu}, t\right)\right\}\varphi.$$

c. Cas particulier : $U(t)$ est un processus continu à accroissements indépendants, du type canonique ($a = 0$, $b = 1$) :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} + \frac{1}{2}\mu^2\varphi = 0.$$

d. $U(t)$ est un processus discontinu à accroissements indépendants satisfaisant à la loi de Poisson :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} = (e^{i\mu} - 1)\varphi.$$

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *L'essai de flexion lente sur microéprouvettes entaillées.* Note de M. **Louis Colombier**, transmise par M. Pierre Chevenard.

L'étude générale que nous poursuivons depuis quelques années sur le problème de la qualité des aciers de construction repose tout entière sur des déterminations de résiliences en long et en travers sur du métal provenant de coulées industrielles. Nous avons montré que, dans ce cas, la résilience était la caractéristique la plus sensible aux minimes variations des conditions d'élaboration et de la pureté du métal. Nous avons pu mettre en évidence ainsi l'influence du soufre (1) ou celle des inclusions oxydées (2).

Pourtant, si nous voulons analyser les phénomènes d'une manière plus approfondie, séparer plus complètement les divers facteurs, nous sommes conduits à étudier des métaux élaborés dans des conditions plus strictement définies qu'elles ne peuvent l'être dans un four industriel. Ceci implique des opérations faites au laboratoire, dans de petits fours, avec des matières premières de très grande pureté ne pouvant être obtenues qu'en petite

(1) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 886.
(2) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1231.

quantité, opérations par lesquelles on obtiendra quelques centaines de grammes d'alliage. Disposant d'une quantité aussi faible de métal, il n'est évidemment plus possible de faire des déterminations de résiliences et le seul indice de qualité possible jusqu'ici nous échappe.

Nous avons cherché si la micromachine d'essais mécaniques de M. Chevenard pouvait nous permettre de résoudre le problème ainsi posé.

Les résultats des essais de traction étant impuissants à mettre en évidence les minimes différences dont il s'agit, nous avons pensé aux essais de flexion lente sur barreau entaillé. Ces essais sont particulièrement faciles avec la micromachine, en raison de la netteté de la courbe enregistrée dont il est aisé de déterminer les points singuliers, et avec laquelle on peut mesurer le travail de rupture avec une précision que ne permettent pas les tracés par points des machines d'essais habituelles.

L'essai de flexion lente a été étudié surtout entre 1890 et 1905, conjointement avec l'essai de flexion par choc (appelé plus tard *résilience* par Charpy) auquel fut donnée finalement la préférence, parce qu'il met en évidence des phénomènes de fragilité échappant à l'essai de flexion lente. Il présente pourtant l'avantage, comme l'a montré M. Cornu-Thénard ([3]), de permettre de distinguer les diverses phases de la rupture et de mesurer le travail correspondant à chacune d'elles. Il permet aussi de préciser la notion de *fissilité*, facilité avec laquelle se propage une fissure superficielle, telle qu'elle fut définie autrefois par Brustlein (1895).

Nous avons donc repris ces essais en utilisant une microéprouvette de flexion (cylindre de 2^{mm} de diamètre) entaillée à mi-longueur à $0^{mm},25$ de profondeur, avec un angle de $90°$ et un fond aigu. L'exécution de l'entaille est la seule difficulté pratique et sur laquelle devraient porter encore nos efforts d'amélioration. Ces essais ont été faits sur les aciers mêmes qui nous avaient servi pour les essais relatés dans nos Notes précédentes ([1]), ([2]). Le métal était transformé par laminage en une barre plate de 30×5^{mm}, dont des fragments subissaient les traitements thermiques avant que fussent prélevées les éprouvettes en long ou en travers du sens de laminage.

Le travail de rupture étant mesuré en planimétrant les courbes enregistrées, nous avons pu ainsi constater :

1° que les petites variations des teneurs en soufre avaient la même influence sur les résultats de l'essai de flexion lente que sur les résiliences, cette influence étant également plus marquée en travers qu'en long;

2° que le rapport des travaux de rupture en travers et en long variait de la même manière pour les deux types d'essais, les aciers se classant également suivant la nature des inclusions oxydées;

([3]) *Rev. Met.*, 17, 1920, p. 536, 584 et 648.

3° qu'il était possible d'établir un indice de qualité analogue à celui que nous avons proposé avec les résiliences, en prenant la somme L + 1,5 T. Le classement qu'il est possible de faire entre des coulées d'un même acier, différentes par de faibles variations du mode d'élaboration, est le même avec les deux indices établis, soit avec les résiliences, soit avec l'essai de flexion lente.

Cependant nous n'avons pas pu mettre en évidence, avec ces essais, ni la fragilité de revenu ni les phénomènes consécutifs à une surchauffe ([4]). Dans le premier cas, ceci peut être dû au corroyage très élevé qu'avait subi le métal. Nous avons pu montrer antérieurement que la fragilité de revenu était très atténuée ou même supprimée par tous les traitements, thermiques ou mécaniques, tendant à disperser les hétérogénéités primaires ([5]). Mais cela peut être dû aussi au fait connu que les cassures de décohésion, telles que celles qui sont provoquées par la fragilité de revenu ou la surchauffe, n'apparaissent que lorsque la rupture est produite par une force agissant à grande vitesse comme dans l'essai de choc. L'essai de flexion lente est incapable de provoquer de telles ruptures.

Mais, malgré cette limitation, l'essai de flexion sur microéprouvette entaillée, nous fournit un excellent moyen d'étude d'aciers élaborés dans les conditions les plus parfaitement définies. Il doit même permettre, en l'associant à un essai de choc, de reconnaître, parmi les divers facteurs déterminant la qualité, ceux qui agissent sur la cohésion intergranulaire et n'affectent pas le travail de rupture lorsque celle-ci est provoquée par une action lente.

HYDRAULIQUE. — *Importance du rôle de l'amortisseur de fin de fermeture dans la manœuvre d'une vanne papillon.* Note ([1]) de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Dans une Note précédente ([2]) nous avons proposé deux méthodes, pour le calcul de la surpression engendrée par la fermeture d'une vanne papillon. En collaboration avec M. Lagarde, nous avons appliqué la seconde de ces méthodes à l'étude d'une vanne de l'usine de Génissiat.

La figure 1 donne, en fonction de θ, les valeurs de

$$\frac{C}{y}=f(\theta), \qquad \frac{Cf}{y}, \qquad \frac{Cr}{y}, \qquad \frac{q^2}{y}=\lambda(\theta).$$

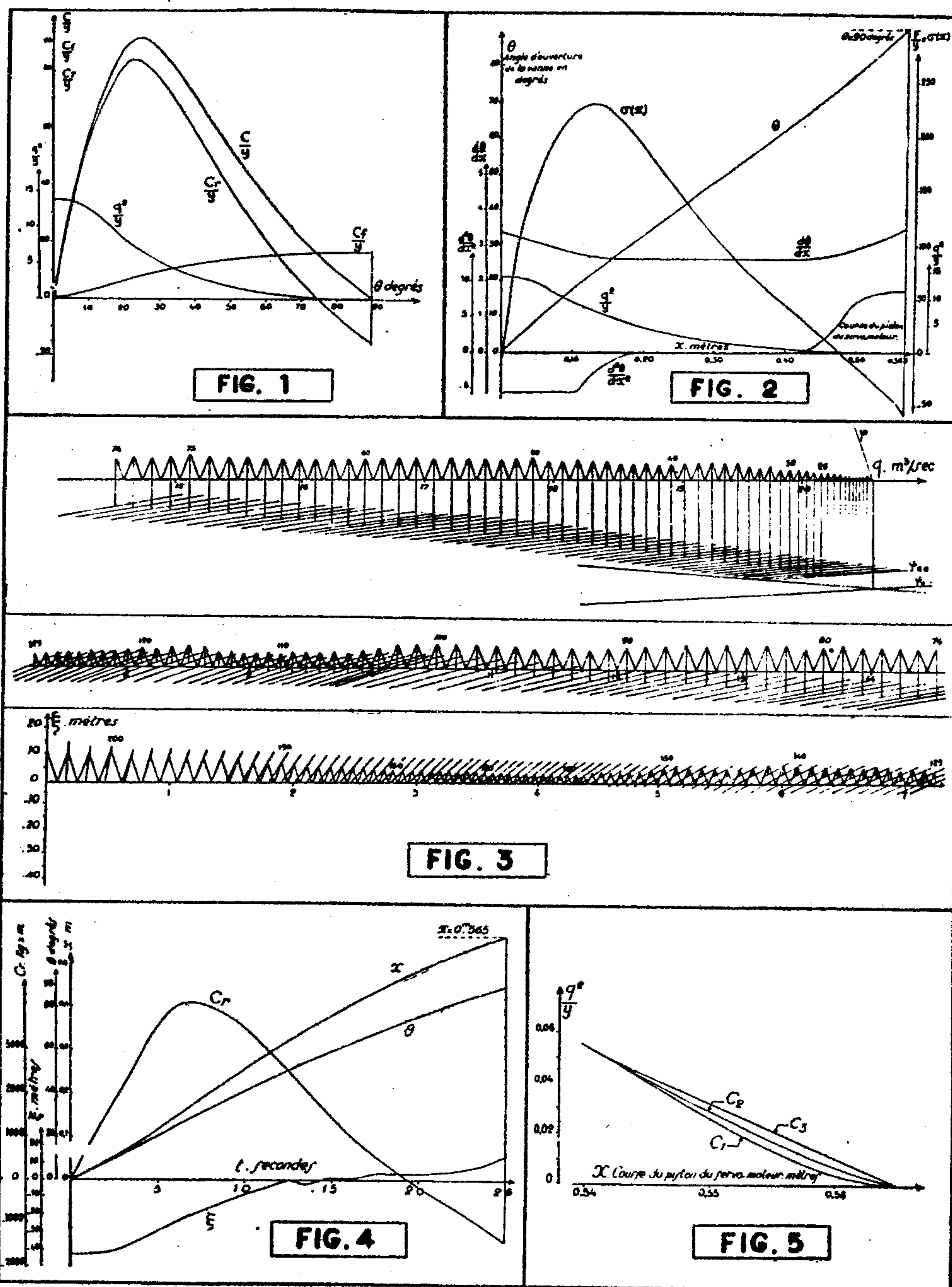
La figure 2 fournit, en fonction de x, celles de

$$\theta, \qquad \frac{d\theta}{dx}, \qquad \frac{d^2\theta}{dx^2}, \qquad \frac{F}{y}=\sigma(x), \qquad \frac{q^2}{y}.$$

([4]) *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 999.
([5]) *Bull. C. E. M.*, 4, 1945, p. 230.

([1]) Séance du 9 février 1948.
([2]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 59.

Le tableau de calculs, trop étendu pour que nous puissions le reproduire ici en totalité, permet d'effectuer, de proche en proche, la construction graphique de la figure 3.



On obtient ainsi les résultats représentés par les courbes de la figure 4, donnant en fonction du temps, les valeurs de x, θ, C_r et ξ.

Numéro de l'intervalle.	y (m).	$\sigma(x)$ (kg/m).	V (m/sec).	Δx (m).	x (m).	$\frac{q^2}{y}$ (m²/sec²).
0			0		0	
1......	30,4	— 2,47	1,87.10⁻²	0,23 .10⁻²	0,230.10⁻²	13,85
2......	30,4	4,5	1,9	0,234	0,464	»
3......	30,4	12,7	1,92	0,237	0,701	»
4......	30,4	23,5	1,96	0,241	0,942	»
......	....	....	....	....	....	.....
200......	83,5	—52,5	1,32.10⁻²	0,162.10⁻²	56,045.10⁻²	0,0033
201......	85,7	—54,7	1,27	0,156	56,201	0,0015
202......	84,7	—56,3	1,25	0,154	56,355	0,0004
203......	84,5	—58,4	1,22	0,150	56,505	0

La surpression maxima, produite à la fin de la fermeture, est de $14^{m},50$ d'eau. Les valeurs obtenues permettent de vérifier que les termes d'inertie sont négligeables, ce qui justifie la méthode de calcul adoptée.

Si, sans modifier aucune autre donnée, on part d'un tracé légèrement différent de la courbe $(q^2/y) = \lambda(\theta)$ dans la portion terminale de la course de la lentille, en remplaçant la courbe C_1 par la courbe C_2, puis par la courbe C_3 (*fig.* 5), on obtient les valeurs suivantes de la surpression ξ, avec

	m	
C_1..........	14,50	la durée totale de fermeture restant pratiquement la même dans les trois cas.
C_2..........	36,00	
C_3..........	57,50	

Cette remarque montre que la surpression maxima peut varier dans des limites très étendues selon la façon dont s'effectue la fin de la manœuvre de fermeture. Elle souligne, par suite, l'intérêt primordial des dispositifs amortisseurs qui freinent le mouvement, dans la zone intéressante, sans modifier d'ailleurs de façon gênante la durée totale de la manœuvre.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'origine des noyaux atomiques.* Note (¹) de M. Gleb Wataghin.

La possibilité de la formation de noyaux atomiques à l'intérieur des étoiles dans un état particulier de leur évolution, a été discutée récemment et indépendamment par plusieurs auteurs (²). La vie moyenne de certains noyaux instables comme U et l'âge des étoiles indiquent que les noyaux et les étoiles se sont formés à peu près à la même époque. Nous avons trouvé que la formation

(¹) Séance du 2 février 1948.

(²) G. Beskow et L. Treffenberg, *Ark. f. Mat. Astr. Fysik*, B. 34, 1947, p. 1; G. Wataghin, *Phys. Rev.*, 70, 1946, p. 430; 73, 1948, p. 61; *Acad. Brasil. Ciencias*, 1947; Savaria de Toledo et Wataghin, *Phys. Rev.*, 73, 1948, p. 60; van Albada, *Astrophys. J.*, 1947.

de noyaux au centre de ces étoiles peut avoir lieu aux densités $\sim 10^{13}$ g/cm³ et aux températures telles que $kT \sim 4 \times 10^{7}$ eV.

Nous nous proposons dans cette Note de montrer que l'influence des champs gravitationnels dans les étoiles, ayant une masse $\sim 10^{34}$ g et une densité centrale $\sim 10^{13}$ g par cm³, ne change pas essentiellement la distribution des éléments (qu'on obtiendrait en négligeant la gravitation) à la température nécessaire pour la formation des noyaux.

En nous référant aux notations de nos publications antérieures ([3]) (où, par exemple, n_{ZAs} indique la concentration des noyaux de charge Z, de nombre de masse A, dont la quantité de mouvement $\vec{p}$ appartient à l'intervalle p_s, $p_s + dp_s$ dans l'espace des phases), nous pouvons introduire l'énergie de gravitation dans l'équation qui exprime la conservation de l'énergie, de la manière suivante :

$$\sum N_s h\nu_s\left(1+\frac{\varphi}{c^2}\right)+\sum n_{ZAs}E_{ZAs}\left(1+\frac{\varphi}{c^2}\right)+\sum n_{es}E_{es}\left(1+\frac{\varphi}{c^2}\right)+\ldots=E=\text{const.}$$

où φ est le potentiel du champ gravitationnel.

Les autres conditions imposées aux concentrations n_{ZAs}, n_{es}, comme par exemple conservation de la charge, du nombre total de nucléons, du moment angulaire, etc., restent inaltérées. Le calcul des concentrations se fait de la manière usuelle et donne pour les noyaux

$$n_{ZAs}=\frac{g_s}{\left[e^{\alpha' z-\gamma' A+\beta_{E_{zAs}}\left(1+\frac{\varphi}{c^2}\right)}\pm 1\right]},$$

pour les photons

$$N_s=\frac{g_s}{\left[e^{\beta h\nu_s\left(1+\frac{\varphi}{c^2}\right)}-1\right]},$$

où $g_s = 8\pi h^{-3} p_s^2 dp_s$.

Si l'on introduit dans l'expression de N_s une fréquence $\nu'_s = \nu_s[1 + (\varphi/c^2)]$ modifiée par l'effet gravitationnel Einsteinien, on retrouve la formule de Planck. On retrouve encore $\beta = (1/kT)$ et, en intégrant dans l'espace des p_s, on obtient la formule utilisée dans nos calculs antérieurs

$$\log\frac{n_{ZA}}{n_{Z'A'}}=a(Z-Z')+D(A-A')-B(M_{zA}-M'_{z'A'})+\frac{3}{2}\log\frac{M_{zA}}{M'_{z'A'}}.$$

C'est avec cette formule qu'on trouve les paramètres a, B, D qui permettent d'obtenir un accord satisfaisant avec la distribution observée (courbe de Goldschmidt), mais, en tenant compte de la gravitation, on obtient le facteur

---

([3]) Voir *Acad. Brasil. Ciencias* (en cours d'impression).

de correction ([2]) $1+(\varphi/c^2)$ dans la formule qui donne la température

$$B = c^2 \log_{10} e \frac{\left(1+\frac{\varphi}{c^2}\right)}{N_0 \kappa T} \sim 10.$$

Pour une étoile dans des conditions indiquées ci-dessus, les corrections résultent $[1+(\varphi/c^2)]^{3/2}$ pour la densité et $1+(\varphi/c^2)$ pour la température. On obtient $\varphi/c^2 \sim -1/10$ si la masse $M \sim 10^{34}$ g. Pour les étoiles de masse plus grande, on pourrait avoir aussi une formation de noyau à des températures inférieures avec la formation d'un centre contenant des neutrons en état voisin de dégénérescence. Mais, quand la valeur de $|\varphi/c^2|$ se rapproche de 1, la valeur de l'énergie gravitationnelle de l'étoile devient $\gtrsim Mc^2$. Ce cas, nous semble-t-il, doit être exclu parce qu'on devrait disposer dans ce cas, pour l'expansion suivante, de l'énergie de particules $> 10^9$ eV.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Repères fondamentaux et notion de masse en mécanique classique et en mécanique ondulatoire.* Note de Mme **Paulette Destouches-Février.**

1. Les auteurs anciens introduisaient la notion de masse par un concept; ce fut un progrès de l'introduire ([1]) comme conséquence des postulats de la mécanique. Cependant cette méthode oblige à considérer des paires de points matériels qu'on éloigne infiniment des autres et dont on mesure alors les accélérations, ce qui n'est pas physiquement réalisable et ne respecte pas le principe de positivité; d'autre part, elle fait apparaître la masse comme une propriété intrinsèque et invariable d'un point matériel, alors qu'il semble, d'après les idées de Mach et les développements qu'elles ont reçus depuis, que la masse d'un point est liée aux actions que l'ensemble de l'univers exerce sur ce point; enfin quand on précise un trièdre physique galiléen fondamental (solide principal d'un ensemble suffisamment riche d'étoiles) il y a surabondance dans les postulats ([2]). Si l'on cherche à conserver le principe de positivité, il ne semble pas possible de lever ces difficultés; on peut au contraire les lever en adoptant le point de vue cosmologique suivant.

2. La cinématique classique étant supposée construite, admettons *le principe des équations différentielles* selon lequel l'accélération de chaque point est égale à une fonction déterminée des différents points de l'univers, de leurs vitesses et du temps. Associons des coefficients quelconques dits *masses abstraites* aux points matériels de l'univers supposés par ailleurs en nombre fini d'après l'hypothèse atomiste. On peut associer à chaque choix de masse un solide principal. Alors si, pour un certain choix des masses, les accélérations dans le

([1]) Jean Chazy, *Cours de Mécanique rationnelle*, 1, (3e édit.), 1947.

([2]) Jean-Louis Destouches, *Les principes de la Mécanique classique*, 1948.

mouvement par rapport au solide principal sont additives, elles ne peuvent pas l'être dans le mouvement par rapport au trièdre principal relatif à un autre choix de masses quelconque. Dans ces conditions le *principe de superposition des accélérations* devient : *Si le mouvement d'un système est rapporté à un trièdre lié au solide principal de l'univers pour un certain choix de masses abstraites, il existe un choix de ces masses tel que dans le mouvement par rapport au trièdre ainsi fixé, la force accélératrice subie par un point est une somme de forces accélératrices ne dépendant que de ce point et d'un autre point*, soit

$$\vec{\Phi}_i = \Sigma_j \vec{\Phi}_{ji}(M_i, M_j; \vec{V}_i, \vec{V}_j; t).$$

Ce principe contient le principe de superposition, conduit à attribuer à chaque point matériel un coefficient déterminé que l'on appelle sa *masse d'inertie*, et il fixe le trièdre de référence fondamental.

3. De même en mécanique ondulatoire, on peut associer arbitrairement à chaque corpuscule des masses abstraites, et définir un barycentre pour l'univers considéré comme un ensemble de corpuscules. On rencontre les mêmes difficultés que précédemment pour énoncer les principes de la dynamique et on peut les lever d'une manière analogue. Acceptons les principes de la théorie générale des prévisions et supposons définie une opération de dérivation symbolique sur les opérateurs; on peut alors construire une cinématique opératorielle puis énoncer le principe de superposition des forces accélératrices qui demeure inchangé. Mais on doit bien remarquer que pour un choix de masses, trois trièdres différents peuvent être associés comme trièdre principal à un ensemble de corpuscules : le trièdre principal T_1 lié aux positions moyennes des corpuscules considérés comme points matériels portant la masse; le trièdre principal T_2 des corpuscules défini par Jeannine Viard ([3]); la position moyenne T_3 de ce trièdre principal. T_1 et T_3 ont même origine (position moyenne $\overline{G}$ du centre de gravité G de l'univers), tandis que T_2 a pour origine G. Or les repères relatifs aux observateurs sont définis par des systèmes macroscopiques et sont donc des repères moyens. T_2 n'est pas accessible directement par l'expérience, ce n'est qu'un trièdre géométrique pour le mouvement duquel nous pouvons calculer seulement des probabilités. Cette distinction en trois trièdres fondamentaux précise les considérations d'Eddington ([4]) sur ce sujet. D'après Jeannine Viard ([5]), les lois de mouvement des corpuscules par rapport au repère principal vrai T_2 et par rapport au trièdre principal moyen ne sont pas les mêmes. Nous admettrons alors ce *principe* dit *des repères respectifs : Tout ce qui concerne les actions des observateurs doit être*

([3]) *Comptes rendus*, **224**, 1946, p. 800; *Thèse*, Paris, 1947.
([4]) *Fundamental Theory*, Cambridge, 1946, p. 2.
([5]) *Comptes rendus*, **224**, 1946, p. 800, et **226**, 1948, p. 637.

rapporté à un repère moyen; tout ce qui concerne les propriétés objectives des corpuscules doit être lié au repère vrai.

De ce principe résultent des différences avec la mécanique ondulatoire. Désignons par σ l'écart-type du centre de gravité G de l'univers (constante d'incertitude). L'action d'un photon sur un électron est une action de contact (rapporté à T_2); mais dans le mouvement apparent par rapport à l'observateur, tout se passe comme s'il y avait une certaine action à distance du photon sur le corpuscule. Elle suit une loi fonctionnelle telle que dans une mesure de position on obtienne la densité de la probabilité de G par rapport à T_1 (6). Celle-ci résulte de l'ensemble des fonctions d'ondes acceptables par l'observateur à partir de ses mesures, et l'on peut montrer que c'est pratiquement une loi de Gauss d'écart-type σ, ce qui fixe la forme de la loi d'interaction apparente directe entre deux corpuscules : loi de Gauss d'écart-type $\sigma/2$.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Le calcul vectoriel gauche et l'invariance relativiste de l'équation de Dirac.* Note de Mlle **Jeannine Viard**.

1. Considérons dans l'espace de Minkowski le passage d'un repère commutatif T_0 lié à un observateur à un repère holonome non commutatif T, déduit de T_0 par une transformation simple de Lorentz; les rotations d'espace ne font pas de difficulté. Les règles du calcul vectoriel gauche (1) permettent d'établir les formules de transformation pour les opérateurs coordonnées et composantes de la quantité de mouvement relatifs à T. Désignons par des majuscules les quantités relatives à T_0 et par des minuscules celles relatives à T. Pour les coordonnées on a, les o_{ij} ne dépendant que de X_1 et X_4

$$x_1 = X_1 o_{11} + X_4 o_{14} = o_{11} X_1 + o_{14} X_4; \qquad x_2 = X_2; \qquad x_3 = X_3;$$
$$x_4 = X_1 o_{41} + X_4 o_{44} = o_{41} X_1 + o_{44} X_4.$$

Les formules habituelles du changement de variables donnent immédiatement pour les *composantes gauches* de la quantité de mouvement

$$\mathbf{p}_{x_i, g} = \varpi_i + \sum_{u, v, w} X_v o_{iw} \frac{\partial o_{uv}}{\partial X_w} \varpi_u; \qquad \varpi_i = i\hbar \frac{\partial}{\partial x_i} \qquad (i, u, v, w = 1, 2, 3, 4).$$

Les *composantes droites* ont une expression plus compliquée du fait des non-commutations, et s'écrivent

$$\mathbf{p}_{x_1, d} = \mathbf{p}_{x_1, g} + i\hbar\left(\frac{\partial o_{11}}{\partial X_1} + \frac{\partial o_{14}}{\partial X_4}\right); \qquad \mathbf{p}_{x_2, d} = \mathbf{p}_{x_2, g}; \qquad \mathbf{p}_{x_3, d} = \mathbf{p}_{x_3, g};$$
$$\mathbf{p}_{x_4, d} = \mathbf{p}_{x_4, g} + i\hbar\left(\frac{\partial o_{41}}{\partial X_1} + \frac{\partial o_{44}}{\partial X_4}\right).$$

---

(6) J.-L. Destouches, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 639.

(1) M. Cazin et J. Viard, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 452.

2. On vérifie que l'équation de Dirac ne présente plus un caractère d'invariance relativiste lorsque l'on passe du repère commutatif T_0 à un repère en mouvement quantique T. On peut déterminer un opérateur $\mathbf{K}$ et une transformation $\mathbf{S}$ dépendant de la rotation et opérant sur les indices de la fonction d'ondes, tels que pour le mouvement rapporté au trièdre non commutatif T, l'équation de Dirac s'écrive, les Γ appartenant à l'anneau de base des γ_k,

$$(1) \qquad (\Sigma_i \Gamma_i \varpi_i + \mathbf{K} + i m_0 c)\mathbf{S}\Psi = 0.$$

Dans ces conditions, on a, pour déterminer $\mathbf{S}$ et $\mathbf{K}$, les relations

$$\mathbf{S}^{-1}\Gamma_u = \sum_{j,\nu} \gamma_j \left(o_{u,j} + X_j \frac{\partial o_{u,\nu}}{\partial X_j} \right) \mathbf{S}^{-1}, \qquad \mathbf{K} = i\hbar \mathbf{S} \Sigma_j \gamma_j \frac{\partial \mathbf{S}^{-1}}{\partial X_j},$$

θ désignant l'angle de rotation, ce système admet la solution

$$\mathbf{S} = \frac{1+\cos\theta}{2} + \frac{\sin\theta}{2}\gamma_1\gamma_4,$$

$$\mathbf{K} = \frac{i\hbar}{2}\left(\operatorname{tg}\frac{\theta}{2}\theta'_1 - \theta'_4\right)\gamma_1 + \left(\operatorname{tg}\frac{\theta}{2}\theta'_4 + \theta'_1\right)\gamma_4; \qquad \left(\theta'_i = \frac{\partial\theta}{\partial X_i}\right).$$

$$\Gamma_1 = (x_4\mathbf{A} + 1)\gamma_1 + x_4\mathbf{B}\gamma_4; \quad \Gamma_2 = \gamma_2; \quad \Gamma_3 = \gamma_3; \quad \Gamma_4 = -x_1\mathbf{A}\gamma_1 - (x_1\mathbf{B} - 1)\gamma_4,$$
$$\mathbf{A} = \cos\theta.\theta'_1 + \sin\theta.\theta'_4; \qquad \mathbf{B} = \cos\theta.\theta'_4 - \sin\theta.\theta'_1.$$

L'équation (1) peut alors s'écrire

$$(\Sigma_i \gamma_i \varpi'_i + i m_0 c)\mathbf{S}\Psi = 0,$$

es ϖ'_i étant définis par

$$(2) \qquad \begin{cases} \varpi'_1 = \mathbf{p}_{x_1,g} + \dfrac{i\hbar}{2}\left(\operatorname{tg}\dfrac{\theta}{2}\theta'_1 - \theta'_4\right); & \varpi'_2 = \mathbf{p}_{x_2,g} = \varpi_2, \\ \varpi'_3 = \mathbf{p}_{x_3,g} = \varpi_3; & \varpi'_4 = \mathbf{p}_{x_4,g} + \dfrac{i\hbar}{2}\left(\operatorname{tg}\dfrac{\theta}{2}\theta'_4 + \theta'_1\right). \end{cases}$$

On voit sur ces formules que le fait de passer d'un repère commutatif à un repère non commutatif dans l'espace de Minkowski, correspond à l'introduction d'un *champ microscopique*.

3. La nécessité d'introduire des repères non commutatifs apparaît si l'on veut associer un repère au mouvement d'un corpuscule ou d'un système de corpuscules; c'est le cas du *repère propre* défini par la condition que la coordonnée x_1 est constamment nulle. Ceci fixe l'angle de rotation θ en fonction des coordonnées relatives à T_0 et l'on a

$$(2') \qquad \begin{cases} \varpi'_1 = + \dfrac{i\hbar}{2}\dfrac{X_4 - (X_1^2 + X_4^2)^{\frac{1}{2}}}{X_1(X_1^2+X_4^2)^{\frac{1}{2}}}; & \varpi'_2 = \varpi_2, \\ \varpi'_3 = \varpi_3; \quad \varpi'_4 = \varpi_4 - \dfrac{i\hbar}{2}\dfrac{1}{(X_1^2+X_4^2)^{\frac{1}{2}}}. \end{cases}$$

(1) Mme Paulette Destouches-Février, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 635.

Les composantes de la quantité de mouvement sont :

$$\mathbf{p}_{x_1,d} = \mathbf{p}_{x_1,g} = 0; \qquad \mathbf{p}_{x_4,d} = \mathbf{p}_{x_4,g} + i\hbar \frac{1}{(X_1^2 + X_4^2)^{\frac{1}{2}}}; \qquad \mathbf{p}_{x_3,g} = \varpi_3.$$

4. Un autre cas où l'on rencontre un repère non commutatif est celui du repère principal défini comme lié au solide principal de l'Univers (¹) (en admettant que ce dernier ait été fixé); si les repères galiléens sont définis comme en translation uniforme par rapport au repère moyen principal (équation de Dirac valable), le mouvement par rapport au repère principal ou à un repère en translation uniforme par rapport à lui est différent et il y a un champ quantique.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Répercussion du principe des trièdres respectifs sur les lois d'interaction entre la matière et le rayonnement.* Note de M. **Jean-Louis Destouches.**

1. Si l'on part de la loi d'interaction entre électron et photon donnée par M. Louis de Broglie (¹) dans sa théorie de la lumière, on est amené à introduire une distinction, en s'inspirant d'une idée d'Eddington (²), laquelle conduit à considérer le repère fondamental vrai comme différent du repère fondamental moyen. En tenant compte des travaux de Mlle J. Viard (³) sur le solide principal en mécanique ondulatoire, et du principe des trièdres respectifs énoncé par Mme Destouches-Février (⁴), on peut penser que dans l'interaction il y a action de contact par rapport au repère fondamental réel, tandis que les fonctions d'onde décrivent les connaissances de l'observateur, rapportées à son repère, lequel est un repère moyen; il en résulte que la loi réelle d'action de contact $\delta(\vec{R} - \vec{r})$, rapportée au repère d'un observateur (repère moyen), se présente comme une loi apparente, fonction de la distance ρ de l'électron et du photon, de la forme

$$f(\rho) = q\, e^{-\frac{2\rho^2}{\sigma^2}} \qquad \left(\rho = |\vec{R} - \vec{r}|\right).$$

Une mesure de position s'effectue par quatre interactions successives : émission d'un signal lumineux, diffusion d'un photon par le corpuscule, réception du photon par l'observateur; par suite la mesure la plus précise sera entachée d'une incertitude caractérisée par une loi de Gauss d'écart-type σ; cet écart σ ayant la dimension d'une longueur va jouer le rôle de la constante

(¹) *Une nouvelle théorie de la lumière*, 2, 1942, p. 124 et *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 361.

(²) *Fundamental theory*, Cambridge, 1946, p. 2.

(³) *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 610; 226, 1948, p. 637.

(⁴) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 38, 468 et 635.

de longueur minimale envisagée par Heisenberg ([5]). Eddington a donné à σ le nom de constante d'incertitude. Nos hypothèses sont assez différentes de celles de Rosen ([6]).

2. L'équation d'ondes de Dirac d'un électron dans le vide et l'équation d'ondes de Louis de Broglie d'un photon dans le vide demeurent inchangées ainsi que les équations de Maxwell-de Broglie dans le vide. Par contre l'équation d'onde du système électron-photon est modifiée, car le terme d'interaction de l'hamiltonien devient (avec les notations de Louis de Broglie),

$$H^{(1)} = -K e \left[\frac{\mathcal{B}_4 - \mathcal{A}_4}{2} \mathbf{1} - \left(\vec{\alpha} \, \frac{\vec{\mathcal{B}}\mathcal{A}_4 - \mathcal{A}\vec{\mathcal{B}}_4}{2} \right) \right] q \, e^{-\frac{2|\vec{R}-\vec{r}|^2}{\sigma^2}}.$$

En appliquant la méthode de variation des constantes, on obtient des éléments de matrice qui sont de la forme

$$H^{(1)}_{l'm',lm} = -e \left[(\rho V)_{l'm',lm} - \left(\vec{A} \frac{\vec{f}}{c} \right)_{l'm',lm} \right].$$

On peut intégrer d'abord, soit sur les variables de l'électron, soit sur celles du photon, et l'on constate que chaque élément de matrice est le produit d'un élément de matrice de l'électron par un élément de matrice du photon, comme dans le cas d'une fonction δ d'interaction, mais leur valeur est modifiée. Si l'on intègre d'abord sur les variables du photon, on obtient des potentiels électromagnétiques qui diffèrent de ceux de Louis de Broglie (notés avec un indice δ) par un facteur, soit

$$V_{l',0}(R) = V_{\delta;l',0}(R) \left(\frac{\pi}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \sigma^3 q \, e^{-\frac{k_l^2 \sigma^2}{8}}; \qquad A_{l',0}(R) = A_{\delta;l',0}(R) \left(\frac{\pi}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \sigma^3 q \, e^{-\frac{k_l^2 \sigma^2}{8}},$$

où k_l désigne la longueur du vecteur quantité de mouvement du photon mesurée en unités $h/2\pi$. On a donc

$$H^{(1)}_{l'm',lm} = H^{(1)}_{\delta;l'm',lm} \left(\frac{\pi}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \sigma^3 q \, e^{-\frac{k_l^2 \sigma^2}{8}}.$$

3. On peut appliquer ce résultat pour déterminer le potentiel électrostatique d'interaction au moyen des ondes longitudinales électromagnétiques. Reprenant les formules de M. Louis de Broglie, nous obtenons comme matrice correspondant à l'interaction électrostatique

$$H'_{if} = \left[-e_1 e_2 \frac{h^2}{4\pi^2 \mu_0 c^2 \mathcal{V}} (1)_{1,01} (1)_{2,02} + \frac{e_1 e_2}{\mathcal{V}} \frac{1}{k^2} (1)_{1,01} (1)_{2,02} \right] \left(\frac{\pi}{2} \right)^3 \sigma^6 q^2 e^{-\frac{|\vec{k}|^2 \sigma^2}{4}}.$$

Le second terme, que nous désignerons par $H'_{if,stat}$ indépendant de μ_0 correspond au terme classique d'interaction coulombienne.

([5]) *Ann. d. Phys.*, B. 32, 1938, p. 20.
([6]) *Physical Review*, 72, 1947, p. 298.

On peut chercher à déterminer un potentiel électrostatique V qui, en unités d'Heaviside, soit de la forme

$$V=\frac{e_1 e_2}{4\pi}\frac{\varphi(r)}{r},$$

et fournisse le même élément de matrice que $H'_{if,\mathrm{stat}}$. Ceci aura lieu si la fonction $\varphi(r)$ satisfait à l'équation intégrale

$$\int_0^\infty \varphi(r)\sin Kr\,dr=\left(\frac{\pi}{2}\right)^3\sigma^6 q^2\frac{K e^{-\frac{K^2\sigma^2}{4}}}{K^2+\gamma^2}.$$

Cette fonction $\varphi(r)$ est alors définie par l'intégrale

$$\varphi(r)=\left(\frac{\pi}{2}\right)^2\sigma^6 q^2\int_0^\infty \frac{K e^{-\frac{K^2\sigma^2}{4}}}{K^2+\gamma^2}\sin Kr\,dK \qquad \left[q=\left(\frac{2}{\pi}\right)^{-\frac{3}{2}}\sigma^{-3}\right].$$

Avec la forme que nous venons d'indiquer pour la matrice d'interaction et pour le potentiel précédent, on constate que toutes les difficultés relatives aux énergies infinies sont levées parce que les intégrales sont convergentes.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Interaction entre matière et rayonnement, constante d'incertitude et énergie propre de l'électron.* Note de M. **Michel Cazin**.

1. Si l'on tient compte du principe des trièdres respectifs (1) concernant la théorie des interactions entre la matière et le rayonnement, les éléments de matrice de transition H'_{if} sont modifiés (2) et les divergences supprimées. Si l'on exprime l'interaction entre deux électrons dans le cas statique, on trouve deux termes, dont le premier peut être interprété comme l'effet d'un potentiel de coïncidence, qui, chez M. Louis de Broglie (3), s'exprime par une fonction δ, et qui ici, en raison du caractère aléatoire du repère fondamental vrai, est une fonction continue de la distance. Une équation intégrale détermine une fonction $\chi(r)$ et l'on obtient comme potentiel apparent de coïncidence

$$V_{\text{coïncidence}}=\frac{e_1 e_2}{\gamma^2}\frac{1}{\pi^{\frac{3}{2}}\sigma^3}e^{-\frac{r^2}{\sigma^2}}$$

qui donne lieu à des énergies finies. Le second terme correspond à l'interaction coulombienne; le potentiel équivalent est défini par une intégrale qui donne

(1) Paulette Destouches-Février, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 635.
(2) Jean-Louis Destouches, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 639.
(3) *Une nouvelle théorie de la lumière*, II, 1942, p. 124-125.

en première approximation

$$V(r) = e_1 e_2 \frac{2e^{-\gamma r} - \frac{1}{ab} e^{-\frac{2br}{\sigma}} \left[\left(1 - \frac{\gamma^2\sigma^2}{4}\right) \sin\frac{2ar}{\sigma} + \cos\frac{2ar}{\sigma} \right]}{4\pi \left[1 + \left(1 + \frac{\gamma^2\sigma^2}{4}\right)^2 \right] r},$$

où

$$a = \frac{\sqrt[4]{2}}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad b = \frac{\sqrt[4]{2}}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}.$$

Si l'on fait $\sigma = 0$ on retrouve la forme de potentiel indiquée par M. Louis de Broglie ([3]).

2. On peut obtenir les éléments de matrice d'interaction correspondant aux actions classiques de Laplace en tenant compte des interactions s'opérant par l'intermédiaire des ondes électromagnétiques transversales. La formule de Möller est alors modifiée par un facteur gaussien, et il n'y a pas de difficulté de divergence.

Les résultats précédents sont applicables au cas où l'on considère un seul électron qui échange virtuellement de l'énergie avec le champ électromagnétique. Contrairement au cas des théories quantiques de champ, on trouve une valeur finie pour cette interaction, ce qui lève les difficultés d'énergie propre infinie de l'électron par un processus semblable à celui qu'on trouve chez M. Louis de Broglie ([4]) et chez Rosen ([5]). Pour que l'on puisse se raccorder avec les lois classiques de l'électromagnétisme, on est conduit à poser que l'énergie propre de l'électron s'exprime par une formule semblable à celle de l'électromagnétisme classique,

$$\mathcal{E} = \frac{1}{8\pi}\int_{\mathcal{V}} E^2\, d\tau; \qquad E = -\operatorname{grad} V_{stat}; \qquad V_{stat} = e\frac{\varphi(r)}{r}.$$

Dans un système de référence lié à un observateur par rapport auquel la quantité de mouvement de l'électron est nulle, son énergie propre est purement électrostatique et l'on aura la formule précédente. Une transformation simple montre que

$$\mathcal{E} = \frac{e^2}{2}\int_0^\infty \varphi'^2\, dr.$$

Cette intégrale fournit en première approximation

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{e^2}{\sigma}.$$

Les équations d'ondes de la mécanique ondulatoire résultent de considérations purement cinématiques, et les masses qui y figurent ne sont pas déterminées.

([4]) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 361.
([5]) *Physical Review*, **72**, 1947, p. 298.

Des postulats sont nécessaires pour les fixer. Le principe de superposition des accélérations énoncé par Mme Destouches-Février (1) fixe que les masses sont déterminées, mais il faut un autre principe pour en déterminer les valeurs pour différents corpuscules. Il est naturel alors d'admettre, comme dans l'électromagnétisme classique de Lorentz, que la masse de l'électron est entièrement d'origine électromagnétique. Si nous acceptons ce principe, on a

$$mc^2 = \mathcal{E}.$$

Comme la masse de l'électron est connue directement d'une manière expérimentale, on peut en tirer la valeur σ et l'on trouve ainsi en première approximation

$$\sigma = 11.10^{-14}\,\text{cm}.$$

La constante σ a été déterminée par Eddington à partir de considérations cosmologiques, et il a fixé pour cette constante la valeur

$$\sigma = 9{,}6.10^{-14}\,\text{cm},$$

à partir de la grandeur du rayon de l'univers d'Einstein et du nombre total de corpuscules de l'univers. Étant donnée l'indépendance des méthodes qui permettent dans les deux cas d'obtenir la constante d'incertitude et la précision limitée des calculs, on peut considérer que l'accord est satisfaisant.

ÉLECTRICITÉ. — *A propos de la détermination de la courbe d'équilibre du galvanomètre à corde en courant continu.* Note de MM. **Camille Piffault, Paul Blanquet** et **Joseph Duhamel**, transmise par M. Aimé Cotton.

Les hypothèses faites pour traiter le problème du galvanomètre à corde sont souvent discutables, en particulier celle qui suppose que la tension reste constante tout le long du fil. Il n'en est certainement pas ainsi, puisque tous les appareils construits à l'heure actuelle font intervenir un champ magnétique qui agit sur une portion du fil très petite par rapport à la longueur totale. Nous nous sommes affranchis de cette hypothèse en utilisant les équations des fils. Soit le champ H horizontal et conservant la même direction, nous rapporterons la courbe d'équilibre aux axes suivants : Oy porté par la droite, verticale par construction, joignant les points d'attache du fil; Ox horizontal perpendiculaire à la direction du champ. Dans ces conditions la courbe d'équilibre de la corde, qui est plane, sera contenue dans le plan xOy. L'origine O est le milieu de la distance séparant les points d'attache. Un élément de corde ds sera soumis à la tension $\overline{T}(s)$, à son poids $\overline{\mu}\,ds$ et à la force électro-magnétique $\overline{f} = KiH\,ds$, portée par la normale à la courbe et dirigée vers sa convexité. Le champ H sera supposé ne dépendre que de l'ordonnée y,

hypothèse légitime puisque les déflexions ne sont jamais très importantes. Les équations d'équilibre de l'élément s'écrivent en projetant

$$(1)\qquad \frac{d}{ds}\left(\overline{\mathrm{T}}(s)\frac{dx}{ds}\right)+\mathrm{K}i\mathrm{H}(y)\frac{dy}{ds}=0,$$

$$(2)\qquad \frac{d}{ds}\left(\mathrm{T}(s)\frac{dy}{ds}\right)-\mathrm{K}i\mathrm{H}(y)\frac{dx}{ds}-\mu=0.$$

L'équation (1) intégrée fournit

$$(3)\qquad \mathrm{T}\frac{dx}{ds}=-\mathrm{K}i\big(\mathrm{F}(y)+\mathrm{C}_1\big)$$

et

$$(4)\qquad \frac{1}{\sqrt{1+y'^2}}\,\frac{d}{dx}\Big[\mathrm{K}i\big(\mathrm{F}(y)+\mathrm{C}_1\big)y'\Big]+\mathrm{K}i\frac{\mathrm{H}(y)}{\sqrt{1+y'^2}}+\mu=0.$$

En effectuant le changement de variable $\sqrt{1+y'^2}=u$, on obtient l'équation différentielle du problème

$$(5)\qquad \mathrm{K}i\Big[\big(\mathrm{F}(y)+\mathrm{C}_1\big)\frac{du}{dy}+\mathrm{H}(y)\,du\Big]+\mu=0.$$

Si, comme tous les auteurs, nous supposons μ négligeable, cette équation se réduit à

$$(6)\qquad [\mathrm{F}(y)+\mathrm{C}_1]\frac{du}{dy}+\mathrm{H}(y)u=0.$$

Cette équation nous a permis d'éliminer la tension variable, et nous affranchit de toute hypothèse à son sujet. Sa résolution nous donne

$$(7)\qquad x-x_0=\int \mathrm{C}_2\big[\mathrm{F}(y)+\mathrm{C}_1\big]\big[1-\mathrm{C}_2^2\big(\mathrm{F}(y)+\mathrm{C}_1\big)^2\big]^{-\frac{1}{2}}dy.$$

On déterminera C_1, C_2 et x_0 en écrivant que la courbe passe par les points d'attache et que la longueur de la courbe est égale à la longueur de la corde. Si nous supposons le fil parfait et inextensible, la courbe d'équilibre sera indépendante de l'intensité qui le parcourt. Pratiquement il n'en est rien et la longueur de la courbe sera : $1+a$, a étant petit devant 1 et fonction de l'intensité i et de la tension initiale T_0. La solution complète est donc conditionnée par les hypothèses que l'on fera sur la fonction $a(i, \mathrm{T}_0)$. Ces hypothèses sont physiquement invérifiables, ce qui explique l'arbitraire des solutions déjà proposées. Si l'on traite le cas particulier pour lequel le champ est uniforme et s'exerce sur toute la longueur de la corde, la courbe d'équilibre est un cercle et la déflexion maxima est donnée par

$$x_{\mathrm{M}}=-\frac{\mathrm{L}}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\mathrm{L}^2+l^2},$$

L étant racine de l'équation

$$l + a = 2\sqrt{L^2 + \frac{l^2}{4}} \arcsin \frac{l}{2}\left(L^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Ce qui précède met en lumière l'importance de la forme de la fonction $H(y)$. La déflexion n'est pas en général proportionnelle à l'intensité traversant la corde (puisque l'intensité n'intervient que par la quantité a). On ne peut donc espérer d'un tel système que des indications qualitatives. Nous rejoignons par une autre voie des conclusions formulées par différents auteurs, en particulier par M. F.-T. Rogers [1] et par M. Lutz [2].

MAGNÉTISME. — *Sur l'effet mécano-magnétique à l'intérieur des masses sphériques en rotation. Application au champ magnétique terrestre.* Note [1] de M. **Antonio Gião.**

Nous avons montré récemment [2] que l'effet mécano-magnétique (création d'un champ magnétique par la rotation de toute masse, *même non électrisée*) est l'une des principales conséquences de notre théorie unitaire [3] et que l'on peut déduire de cette théorie la formule [4]

$$(1) \qquad M_{\text{magn}} = 2\frac{\zeta}{\chi}\frac{(m_0)_c}{ec} K\gamma M_{\text{rot}}$$

exprimant la constance du rapport du moment magnétique au moment de rotation d'un corps sphérique sans aimantation permanente ou induite (par des courants de conduction), mais dont la charge électrique peut être quelconque. Cette formule comprend, comme cas particulier, la relation empirique de M. Blackett [5] et explique aussi les moments magnétiques du proton et du neutron. Le champ magnétique statique qui correspond à (1) est donné [1] *à l'extérieur* de la masse par

$$(2) \qquad \vec{H}_{\text{ext}} = 2\frac{\zeta}{\chi}\frac{(m_0)_c}{ec} K\gamma M_{\text{rot}}\left[3\sin\varphi\cos\varphi\,\vec{u}_n + (3\sin^2\varphi - 1)\,\vec{u}_3\right]\frac{1}{r^3},$$

r étant la distance au centre de la sphère, φ la latitude, $\vec{u}_3$ le vecteur unitaire

---

[1] *The Review of Scientific Instruments*, 7, 1941, p. 352.
[2] *Zeitschrift für Instrumentenkunde*, 1940, p. 252.

[1] Séance du 9 février 1948.
[2] *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1813; **225**, 1947, p. 924; *Gazeta de Matematica*, nos 34-35, Lisbonne, 1947.
[3] *Portugaliæ Physica*, 2, I (1946), p. 1-98; *Portugaliæ Mathematica*, 5, III (1946), p. 145-192; *ibid.*, 6, II (1947), p. 67-114.
[4] Pour les notations, voir *Comptes rendus*, *loc. cit.*
[5] *Nature*, **159**, 1947, p. 658.

de l'axe de rotation et $\vec{u}_n$ les vecteurs unitaires normaux à $\vec{u}_3$ et situés sur les plans méridiens. Ce champ peut donc être assimilé au champ extérieur produit par une sphère uniformément aimantée.

Des expériences récentes ([6]), effectuées dans les puits d'une mine du Transvaal, dans le but de vérifier la formule de Blackett, m'engagent à compléter l'étude de l'effet mécano-magnétique en déterminant aussi, par la théorie unitaire, le champ magnétique créé *à l'intérieur* des masses par la rotation. Considérons donc une sphère en rotation constante. Les g_{4i} ($i=1, 2, 3$) de la métrique interne de l'espace-temps sont alors donnés ([7]) *à l'intérieur* de la masse par les expressions

$$(3)\quad g_{41}=-\frac{15\,\mathrm{K}}{c^3a^3}\left(\frac{b}{3}-\frac{r^2}{5a^2}\right)x_2\mathrm{M}_{\mathrm{rot}},\qquad g_{42}=\frac{15\,\mathrm{K}}{c^3a^3}\left(\frac{b}{3}-\frac{r^2}{5a^2}\right)x_1\mathrm{M}_{\mathrm{rot}},\qquad g_{43}=0,$$

où a est le rayon de la sphère et b une fonction qu'il est inutile de déterminer ici et qui se réduit à l'unité quand la densité est uniforme. Utilisons le résultat $\omega_{4i}=\xi g_{4i}$ (ξ constante; $i=1, 2, 3$), démontré antérieurement ([2]), qui caractérise la métrique pour une masse satisfaisant aux conditions indiquées plus haut. En écrivant la relation

$$(4)\qquad \mathrm{H}_i=\frac{c^2}{\chi}\,\frac{(m_0)_e}{e}\left(\frac{\partial\omega_{4k}}{\partial x^j}-\frac{\partial\omega_{4j}}{\partial x^k}\right),$$

ijk permutation circulaire de 123, qui donne, dans notre théorie unitaire, le champ magnétique statique en fonction des coefficients ω_{ik} de la *métrique externe* de l'espace-temps, on obtient facilement, par suite de (3), le champ magnétique *intérieur*

$$(5)\quad \vec{\mathrm{H}}_{\mathrm{int.}}=6\frac{\xi}{\chi}\frac{(m_0)_e}{ec}\mathrm{K}\frac{\mathrm{M}_{\mathrm{rot.}}}{a^3}\left\{\left[\left(\frac{r^2}{a^2}-\frac{5}{6}r\frac{\partial b}{\partial r}\right)\sin\varphi-\frac{5}{6}\cos\varphi\frac{\partial b}{\partial\varphi}\right]\cos\varphi\,\vec{u}_n\right.$$
$$\left.+\left[\frac{5b}{3}+\frac{r^2}{a^2}(\sin^2\varphi-2)+\frac{5}{6}\left(r\frac{\partial b}{\partial r}\cos\varphi-\sin\varphi\frac{\partial b}{\partial\varphi}\right)\cos\varphi\right]\vec{u}_3\right\}.$$

Le champ décrit par (2) et (5) doit satisfaire à la condition de continuité $\vec{\mathrm{H}}_{\mathrm{int.}}=\vec{\mathrm{H}}_{\mathrm{ext.}}$ sur la surface de la sphère, ce qui donne les conditions $b=\gamma$ et $(\partial b/\partial r)=(\partial b/\partial\varphi)=0$ pour $r=a$ et $\gamma=1$.

Soit $\overline{\mathrm{H}}_d$ la valeur absolue de la composante *horizontale* de $\vec{\mathrm{H}}_{\mathrm{int.}}$ en un point à la distance d de la surface ($d=a-r$) et $\overline{\mathrm{H}}_0$ la valeur de $\overline{\mathrm{H}}_d$ pour $d=0$. Dans le voisinage de la surface (d étant de l'ordre de quelques kilomètres) les termes en d^2/a^2 de (5) sont tout à fait négligeables par rapport aux termes en d/a. Par suite des conditions aux limites de la fonction b, on déduit donc de (5), dans

([6]) A. L. Hales and D. I. Gough, *Nature*, 160, 1947, p. 746.
([7]) Cf. G. L. Clark, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 43, 2, 1947, p. 164.

le voisinage de la surface, la relation simple

$$(6) \qquad \overline{H}_d - \overline{H}_0 = \frac{12}{5\gamma - 6} \overline{H}_0 \frac{d}{a}.$$

D'après sa définition (8), γ est essentiellement positif et l'on a $\gamma = 1$ quand la densité a une symétrie sphérique. En appliquant (6) à la Terre il faut donc prendre un γ légèrement inférieur à l'unité. Pour une profondeur $d = 1463^m$ (qui est celle de la mine où ont opéré Hales et Gough), la formule (6), avec $\gamma = 0,8$, donne $\overline{H}_d - \overline{H}_0 = -22 \times 10^{-5}$ *gauss*, en très bon accord avec la valeur observée. Remarquons que les formules proposées par Runcorn (en partant de la formule de Blackett) et par Chapman (9) sont de la forme (6). Le coefficient de $\overline{H}_0 d/a$ de leurs formules, fonction de la densité, prend les valeurs $-7,1$ (Runcorn) et $-5,7$ (Chapman) pour $d = 1463^m$.

Le résultat exprimé par (6) constitue, croyons-nous, une nouvelle vérification de notre théorie unitaire de la gravitation et de l'électro-magnétisme.

MAGNÉTISME. — *Sur la détermination de la susceptibilité magnétique et du coefficient d'aimantation des liquides et des solutions par la méthode stalagmométrique*. Note (1) de MM. **André Guilbert** et **Maurice Cara**, présentée par M. René Barthélemy.

Lorsqu'on étudie la chute des gouttes formées à l'extrémité d'un compte-gouttes, laquelle est placée dans un champ magnétique intense dont les lignes de force présentent une forte courbure, on s'aperçoit que la fréquence du phénomène et le poids des gouttes sont affectés par la valeur du champ. Avec des pièces polaires sphéro-coniques d'axe horizontal, la fréquence de chute diminue en même temps que le poids des gouttes augmente lorsqu'on place l'extrémité du compte-gouttes un peu au-dessus de l'axe et qu'on utilise un liquide diamagnétique.

Le phénomène s'explique aisément en tenant pour valable la loi de Tate.

En l'absence de champ, le poids P d'une goute au moment de sa chute est proportionnel à la tension superficielle A du liquide et au diamètre d de l'extrémité du compte-gouttes, de sorte que l'on peut écrire

$$P = KA\, d,$$

K étant une constante voisine de π si la vitesse de formation des gouttes est très lente.

En présence d'un champ $\mathcal{H}$ il s'exerce sur chaque molécule de la goutte

(8) Cf. *Gaz. de Mat.*, loc. cit.

(9) S. K. Runcorn, *Nature*, 161, 1948, p. 52.

(1) Séance du 16 février 1948.

de moment magnétique $d\mathfrak{M}$ une force, ascendante dans le cas d'un liquide diamagnétique, égale à $(\mathcal{H}/r)\,d\mathfrak{M}$, r étant le rayon de courbure de la ligne de force passant par la molécule considérée. Si la goutte est de petites dimensions elle acquiert un poids P′, exprimé en grammes, tel que

$$P'\left(1-\chi\frac{\mathcal{H}}{r}\right)=\mathrm{KA}\,d,$$

en appelant χ le coefficient d'aimantation du liquide.

On observe donc une variation de poids

$$\Delta P=P'\chi\frac{\mathcal{H}}{r}.$$

Par exemple, nous avons trouvé avec un compte-gouttes officinal une variation du poids des gouttes de l'ordre de 10 % pour l'eau distillée.

Cette méthode, qui peut se prêter à des mesures absolues, nous paraît désignée comme méthode de zéro pour la constitution de solutions amagnétiques. Par ailleurs l'étude systématique du phénomène montre de nombreux facteurs de variations comme la température et peut-être la tension superficielle.

Les mesures du poids des gouttes sont faites soit par pesée individuelle à la balance tensiométrique de Dognon et Abribat, soit par mesure du poids total d'un grand nombre de gouttes à la balance de précision ordinaire. L'intérêt de la première méthode est de n'utiliser qu'un volume de solution extrêmement minime ce qui en fait une micro-méthode.

ÉLECTRONIQUE. — *Dispositif de synchronisation automatique du cyclotron.* Note [1] de MM. **Pierre Debraine** et **Čestmir Šimáně**, présentée par M. Frédéric Joliot

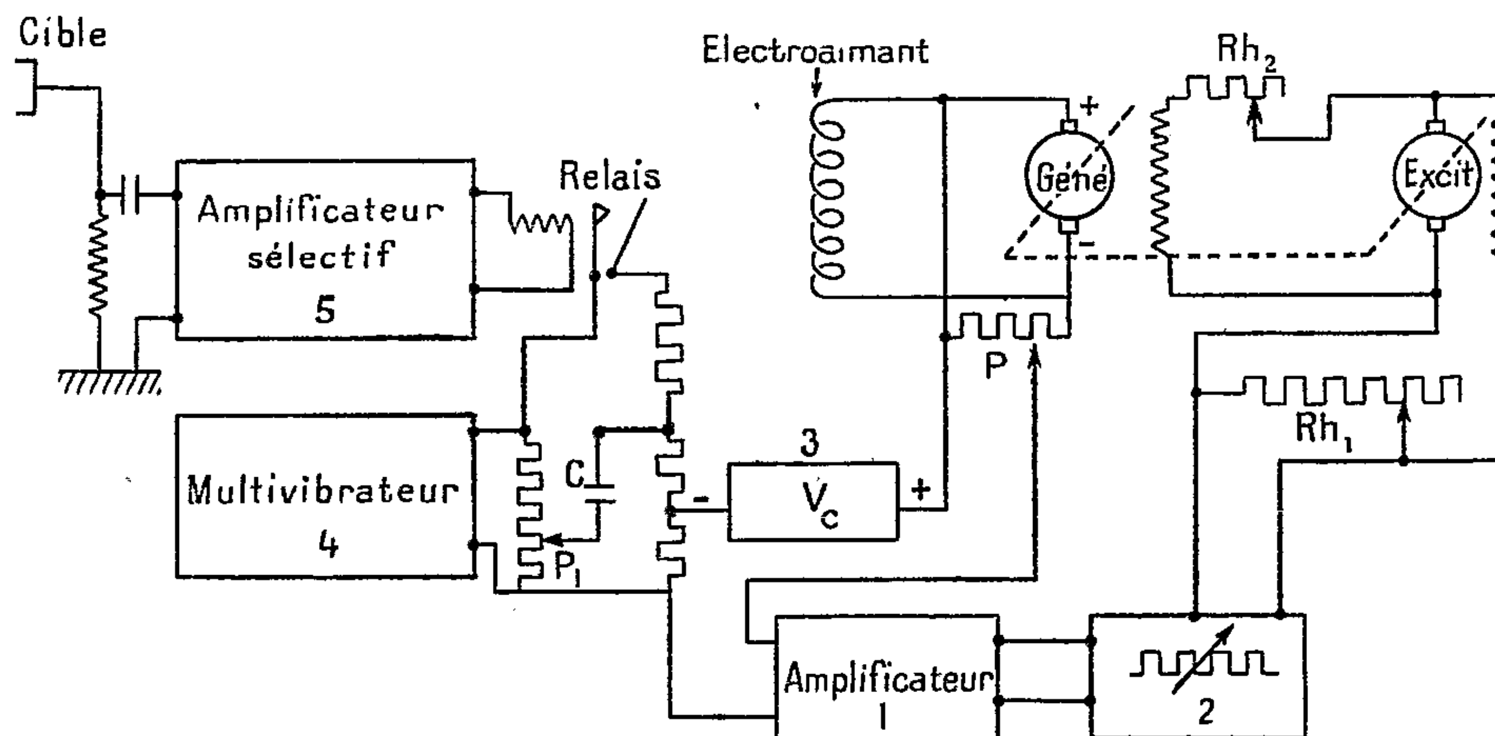
Pour que le faisceau d'ions fourni par le cyclotron soit maximum, il faut indépendamment du réglage correct d'un certain nombre de paramètres, que le champ magnétique soit maintenu à une valeur strictement fixée par la fréquence de la tension accélératrice. La relation entre ces deux dernières grandeurs est appelée condition de synchronisme. La difficulté provient de ce qu'il ne suffit pas de stabiliser le champ magnétique car la fréquence est susceptible de varier quelque peu.

Pour assurer un réglage automatique du cyclotron nous avons réalisé un appareil permettant d'une part de stabiliser le champ magnétique, et d'autre part de commander le déplacement du champ magnétique par un dispositif commandé par l'intensité du faisceau d'ions accélérés, se stabilisant au moment où le synchronisme exact est réalisé.

---

[1] Séance du 9 février 1948.

Le dispositif employé est représenté schématiquement sur la figure. Le régulateur se compose d'un amplificateur à courant continu 1 agissant sur les grilles de lampes montées en parallèle, elles-mêmes montées en parallèle sur le rhéostat d'excitation de l'excitatrice de la dynamo alimentant l'électro-aimant. Ces



lampes se comportent comme une résistance variable dont la valeur dépend de la tension fournie par l'amplificateur. A l'entrée de l'amplificateur on a en opposition une fraction de la tension de la dynamo et une tension de contrôle V_c. Le système assure la régulation de la tension de la dynamo à une valeur fixée par V_c ou par la position du potentiomètre P. Initialement on est réglé ainsi de façon à être dans la zone de fonctionnement. Le changement du point de fonctionnement peut se faire en changeant la tension appliquée à l'entrée de l'amplificateur.

Pour opérer la commande de synchronisation par le faisceau, un multivibrateur 4 applique une tension variable faible à l'entrée du régulateur, ce qui fait varier le champ magnétique autour d'une valeur moyenne. Le faisceau varie en synchronisme. Dans notre cas, il se trouve que le déphasage introduit par l'appareillage est égal à 180°; par suite, les variations du faisceau sont en phase ou en opposition de phase avec les variations de la tension fournie par le multivibrateur suivant que l'on se trouve au-dessus ou au-dessous du synchronisme, par suite de la forme de la courbe de réponse qui présente un maximum. De plus, si l'on se trouve au synchronisme exact, il se produit un doublage de fréquence. Les variations du faisceau transformées en variations de tension sont appliquées à l'entrée d'un amplificateur très sélectif 5, constitué par trois étages dont les charges de plaque sont des ponts de Wien et possédant une réaction positive sélective. Cet amplificateur sélectif attaque une lampe de puissance fortement polarisée contenant un relais dans son circuit plaque.

Le relais se ferme lorsque le signal à l'entrée de l'amplificateur est négatif,

et la capacité C se charge à partir de la tension existant à ce moment sur le multivibrateur. Si l'on est en dessous du synchronisme, le relais se ferme pendant les impulsions positives de la tension d'attaque et le condensateur prend une charge telle que la tension de commande du régulateur augmente, ce qui amène une augmentation de la valeur moyenne du champ magnétique. Ainsi de suite, par échelons on atteint le synchronisme. Les phénomènes se produisent en sens inverse si l'on est au-dessus du synchronisme, car la tension de charge du condensateur est en sens inverse au moment de la fermeture du relais. Lorsque l'on arrive au synchronisme par suite du doublage de fréquence et de la sélectivité de l'amplificateur, le relais ne se ferme pas et tout reste en état. Les fluctuations d'exploration du champ magnétique doivent être de faible amplitude et la capacité C doit être montée de façon à avoir un circuit de décharge à grande constante de temps pour avoir le meilleur fonctionnement possible. Ce dispositif qui fonctionne parfaitement peut être utilisé dans d'autres domaines, chaque fois que l'on veut assurer le réglage à un maximum dans un système ayant une courbe de réponse présentant un maximum, sans que l'on puisse utiliser l'amplitude ou la position de ce maximum pour assurer la commande.

OPTIQUE ÉLECTRONIQUE. — *L'aberration de l'objectif électrostatique à trou central ovalisé.* Note [1] de MM. **Henri Bruck**, **Robert Remillon** et **Lucien Romani**, présentée par M. Joseph Pérès.

Au moyen de la cuve électrolytique profonde, on mesure dans l'objectif à trou central légèrement ovalisé, les champs radiaux E_x et E_y, parallèles aux axes principaux de l'ovalisation. On déduit de ces mesures l'influence de l'ovalisation sur la limite de résolution minimum [2]

$$\delta_{\min} = 0{,}85\lambda\sqrt{\frac{\mathcal{C}'}{\lambda}}, \qquad \text{avec } (^3)\quad \mathcal{C}' = \frac{1}{4r_0'^2\sqrt{\Phi_0}}\int_{z_0}^{\infty}\frac{\varepsilon\Phi'' r^2}{\sqrt{\Phi}}\,dz.$$

$\Phi(z)$ = potentiel sur l'axe optique z; $r(z)$ = trajectoire, issue du point objet z_0 sur l'axe; $\varepsilon(z) = \lim_{r\to 0}(E_x - E_y)/(E_x + E_y)$ = ellipticité des équipotentielles près de l'axe; $\varepsilon\Phi'' = \lim_{r\to 0}(E_x - E_y)/r$.

On examine deux modèles différents, à électrodes centrales mince et épaisse, dont les formes ressortent des figures 1 *a* et 1 *b*. Dans les deux cas, le profil du trou central est carré. Le diamètre moyen du trou central est de $\bar{a} = 301^{\text{mm}}$, son ellipticité étant $\eta = \Delta a/a = 1{,}7\,\%$.

---

(1) Séance du 16 février 1948.

(2) H. Bruck, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1628.

(3) W. Glaser, *Zeitschr. Phys.*, **120**, 1942, p. 1; F. Bertein, *Ann. de Radioélectr.*, **2**, 1947, p. 379.

La constante C' est fonction de $\varepsilon\Phi''$ qui se déduit de la différence entre deux champs radiaux E_x et E_y à proximité de l'axe. Entre une série de mesures de E_x et E_y le modèle est transformé (rotation de $\pi/2$ de l'orientation de l'ellipse).

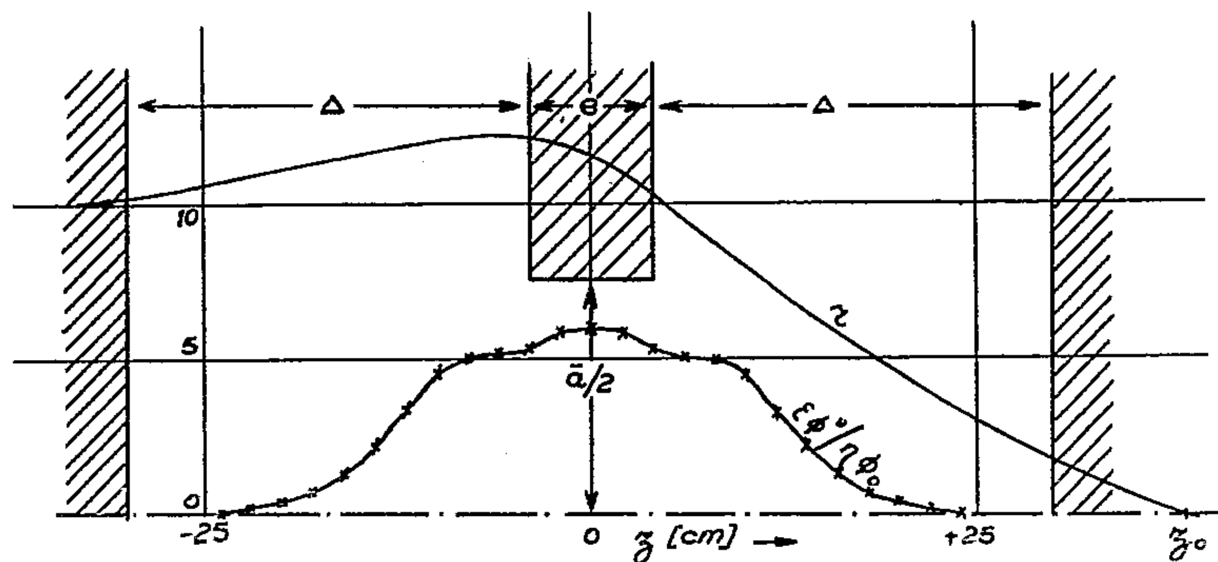


Fig. 1 *a*.

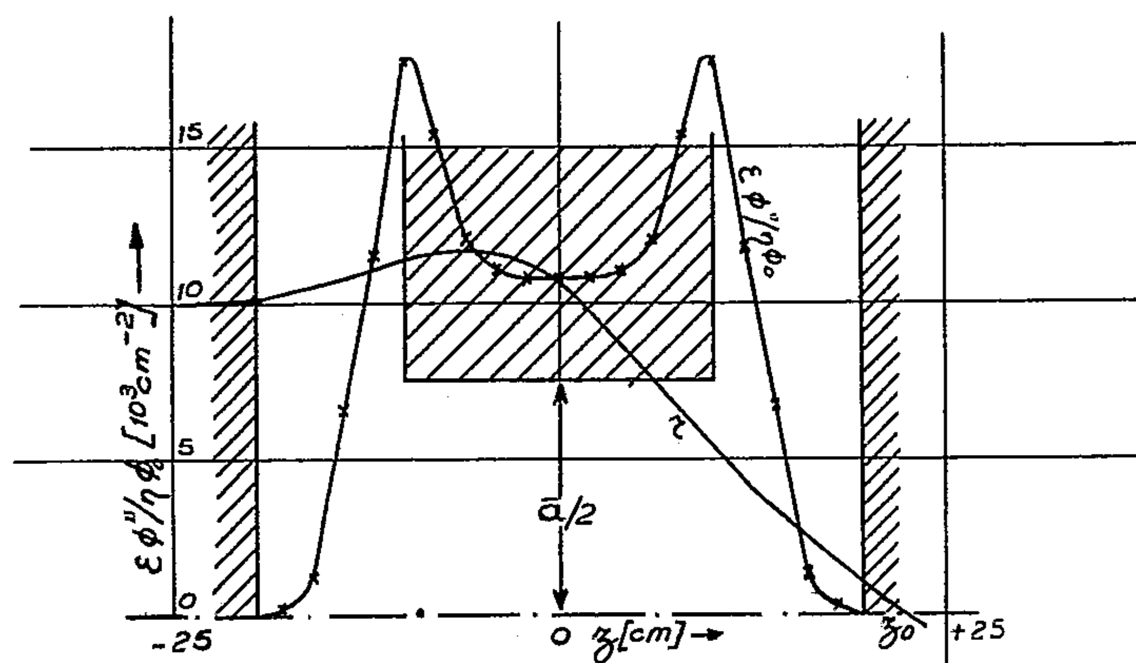


Fig. 1 *b*.

Par vérification expérimentale de la relation $\lim_{r \to 0} E_r/r = -\Phi''/2$, valable pour un trou rond, on met en évidence la précision sur chaque mesure individuelle du champ d'au moins $\delta E_r/E_r = 10^{-2}$. En moyenne, cette erreur devient négligeable devant celle provenant de la reproduction imprécise du modèle lors de sa transformation. Au total, on estime l'erreur à $\delta C'/C' \approx \pm 20\ \%$.

Les figures représentent la trajectoire r et la fonction $\varepsilon\Phi''/\eta\Phi_0$. Le tableau ci-dessous compare les épaisseurs d'électrode centrale e et les diamètres a des deux objectifs considérés, et donne les distances focales f, ainsi que les valeurs de C'/r_1 (unité $\Delta =$ écartement entre les électrodes. Les chiffres comparent donc directement deux objectifs construits pour supporter la même tension de disruption).

Modèle.	$\frac{e}{\Delta}$.	$\frac{a}{\Delta}$.	$\frac{f}{\Delta}$.	$\frac{C'}{r_1\Delta}$.
a........	0,301	1,13	1,60	5,5
b........	2,15	3,17	2,93	12,2

Avec $C' \sim \varepsilon \sim \eta = \Delta a / 2a$, on peut exprimer C′ en fonction de Δa seul, quelle que soit la taille de la lentille :

$$C' = \begin{cases} 2{,}5\,\Delta a & (\text{modèle } a), \\ 1{,}9\,\Delta a & (\;\;\text{»}\;\; b). \end{cases}$$

Ainsi, à 50 kV, le modèle (a) permet encore d'atteindre avec $\Delta a = 0{,}3$ ou 1 micron, la résolution $\delta_{\min} = 1{,}7$ ou 3,2 millimicrons respectivement.

Bertein (*loc. cit.*) donne la relation $C' = \Delta a$ (dans nos notations), pour une électrode centrale mince, comme celle du modèle (a), mais ayant un trou à section arrondie. Cependant, on obtient des formules sensiblement identiques pour trous à section arrondie et carrée, si l'on exprime C′ en fonction non pas des diamètres (Δa), mais des aires des sections principales.

OPTIQUE MOLÉCULAIRE. — *L'anisotropie du pouvoir rotatoire naturel.* Note ([1]) de M. **Maurice Lévy**, présentée par M. Jean Cabannes.

L'anisotropie du pouvoir rotatoire naturel d'une molécule est prévue par les théories moléculaires de l'activité optique ([2]). En solution, on ne mesure que le pouvoir rotatoire moyen des molécules orientées dans toutes les directions de l'espace. Dans un cristal, quand un pouvoir rotatoire de structure ne s'y ajoute pas, la rotation observée résulte de la composition des différentes orientations des molécules formant la cellule unité. La théorie quantique du pouvoir rotatoire de Rosenfeld ([3]) exprime le paramètre rotatoire d'une molécule dans l'état (a) sous la forme

$$(1) \qquad \gamma_a = \frac{c}{6\pi h} \sum_b \frac{R_{ab}}{\nu_{ab}^2 - \nu^2},$$

avec

$$(2) \qquad R_{ab} = \frac{3}{\dot{B}^2}\, \mathcal{I}m \left\{ (a|\vec{p}|b)\,.\,\dot{\vec{B}}\,(b|\vec{m}|a)\,.\,\dot{\vec{B}} \right\};$$

$(a|\vec{p}|b)$ et $(b|\vec{m}|a)$ sont les composantes matricielles des moments électrique et magnétique induits, $\dot{\vec{B}}$ la dérivée par rapport au temps de l'induction magnétique. La partie du pouvoir rotatoire liée à une transition active déterminée est donc fonction de l'orientation par rapport au trièdre de propagation des composantes matricielles des moments induits correspondant à cette transition. Il est impossible de trouver un vecteur lié à la molécule dont l'orientation par

---

([1]) Séance du 9 février 1948.

([2]) Cf. p. ex. : J.-P. Mathieu, *Théories mol. du pouv. rotat. nat.*, Paris, 1946, p. 46, 73.

([3]) *Z. für Phys.*, 52, 1929, p. 161.

rapport au trièdre de propagation suffise à déterminer la valeur de la rotation, et, par suite, de définir une *surface de pouvoir rotatoire*.

Pour mettre en évidence l'anisotropie du pouvoir rotatoire, on peut introduire dans le milieu étudié une direction privilégiée à l'aide d'un champ électrique ou magnétique longitudinal. Nous donnons ici les principaux résultats fournis par l'étude théorique de cette méthode.

1° *Action d'un champ électrique longitudinal sur le pouvoir rotatoire des molécules non polaires.* Pour plus de simplicité, nous utilisons dans ce cas la statistique classique de Boltzmann. Soient α_1, α_2, α_3 les polarisabilités principales de la molécule, $\alpha = (1/3)(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)$ sa polarisabilité moyenne, $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ un ensemble de vecteurs unitaires portés par les axes de l'ellipsoïde de polarisabilité. $(\alpha E_0^2/kT)$ étant petit, nous pouvons limiter la perturbation au premier terme

$$(3)\quad R_{ab} = R^0_{ab} + \frac{1}{30}\frac{\alpha E_0^2}{kT}\,\mathcal{I}m\left\{(a|\vec{p}|b)\,(b|\vec{m}|a) - \sum_k \delta_k \vec{b}_k.(a|\vec{p}|b)\,\vec{b}_k.(b|\vec{m}|a)\right\};$$

E_0 est le champ appliqué et $\delta_k = (\alpha_k/\alpha)$, $(k = 1, 2, 3)$.

2° *Action d'un champ électrique ou magnétique longitudinal sur le pouvoir rotatoire des molécules polaires ou paramagnétiques.* La théorie quantique du paramagnétisme fait intervenir la fonction impaire, dite fonction de Langevin,

$$(4)\quad L_j^{(1)}(u) = \frac{\sum_{s=-j}^{+j} \frac{s}{j} e^{u\frac{s}{j}}}{\sum_{s=-j}^{+j} e^{u\frac{s}{j}}} = \frac{2j+1}{2j}\coth\frac{2j+1}{2j}u - \frac{1}{2j}\coth\frac{u}{2j},$$

où l'on a posé $u = (\mu H_0/kT)$, μ étant le moment permanent et H_0 le champ appliqué. Le phénomène étudié ici ne dépend pas du sens de $\vec{H}_0$ et fait intervenir une fonction paire que nous désignons par $L_j^{(2)}(u)$,

$$(5)\quad L_j^{(2)}(u) = \frac{\sum_{s=-j}^{+j} \frac{s^2}{j^2} e^{u\frac{s}{j}}}{\sum_{s=-j}^{+j} e^{u\frac{s}{j}}} = \frac{j+1}{j} - \frac{1}{j}L_j^{(1)}(u)\coth\frac{u}{2j}.$$

Le résultat est le suivant :

$$(6)\quad R_{ab} = \frac{3}{4}[L_j^{(2)}(u) + 1]\,R^0_{ab} - \frac{3}{4}[3L_j^{(2)}(u) - 1]\,K_{ab},$$

où

$$(7)\quad K_{ab} = \frac{1}{\mu^2}\,\mathcal{I}m\left\{\vec{\mu}.(a|\vec{p}|b)\,\vec{\mu}.(b|\vec{m}|a)\right\}.$$

3° *Application de l'équation* (6) *au modèle moléculaire de Kuhn* ([4]). La théorie quantique de ce modèle a été faite par Condon ([5]). On adjoint aux deux oscillateurs anisotropes deux charges fixes, égales et opposées à celles des oscillateurs, placées de façon à former avec ceux-ci un tétraèdre irrégulier. On a, pour les deux fréquences caractéristiques :

$$(8)\qquad K_1 = -K_2 = \frac{h}{8\pi}\,\frac{d}{a_1^2 + a_2^2 + 4d^2}\left(\frac{e_1}{\sqrt{m_1}}a_1\cos\alpha + \frac{e_2}{\sqrt{m_2}}a_2\sin\alpha\right)^2.$$

e_1, e_2, m_1, m_2 sont les charges et masses des oscillateurs, α un angle caractéristique de leur degré de couplage, $2a_1$ et $2a_2$ les distances des charges fixes aux positions d'équilibre des oscillateurs et $2d$ la distance de celles-ci.

4° *Expression des formules générales en fonction des polarisabilités des groupes de la molécule.* Nous appliquons aux coefficients K_{ab} de la formule (6) la méthode appliquée par Kirkwood ([6]) aux coefficients R^0_{ab}. Avec les mêmes notations, le paramètre rotatoire en présence d'un champ extérieur s'écrit

$$(9)\qquad \gamma = \frac{3}{4}[L_J^{(2)}(u)+1]\gamma_0 - \frac{3}{4}[3L_J^{(2)}(u)-1]\gamma_1,$$

où γ_0 est le paramètre de Kirkwood et

$$(10)\qquad \gamma_1 = -\frac{1}{6\mu^2}\sum_{l\neq k}\ \sum_{s,t=1}^{3}\alpha_{sk}\alpha_{tl}\left(\vec{b}_{sk}.T_{kl}.\vec{b}_{tl}\right)\left(\vec{\mu}.\vec{b}_{sk}\right)\vec{r}_{kl}.\left[\vec{\mu}\wedge\vec{b}_{tl}\right].$$

SPECTROSCOPIE. — *Maturation du spectre de phosphorescence du krypton.* Note ([1]) de M. **Louis Herman** et Mme **Renée Herman**, présentée par M. Jean Cabannes.

On sait que de nombreux gaz et vapeurs émettent, après avoir été préalablement excités par une décharge électrique, un spectre d'arc, caractérisé par une exaltation des termes élevés. Cette phosphorescence provient de la recombinaison des ions et des électrons et la théorie, établie dans le cas des atomes complètement ionisés, montre que la *section de capture* croît plus vite pour les termes élevés quand la vitesse des électrons diminue. Lorsqu'on change les conditions expérimentales, on observe des modifications de la composition spectrale, inexplicables par cette théorie. C'est ainsi que dans les expériences

---

([4]) W. Kuhn et K. Freudenberg, *Hand-und Jahrb. der chem. Phys.*, Leipzig, 8, 1932, p. III-47.

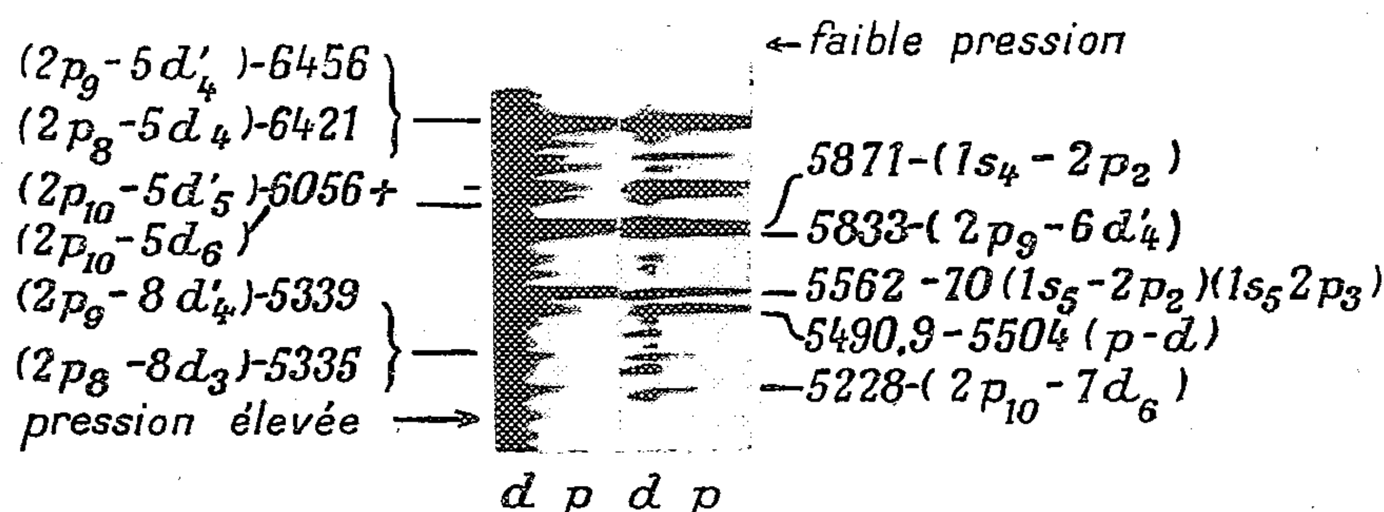
([5]) *Rev. of mod. Phys.*, 9, 1937, p. 432.

([6]) *J. Chem. phys.*, 5, 1937, p. 479.

([1]) Séance du 9 février 1948.

faites sur la vapeur de mercure, le néon et l'argon (²), on a bien, au début de la phosphorescence, une augmentation de l'intensité relative des séries à niveaux élevés du spectre d'arc, mais, lorsque le temps s'écoule, l'excitation apparente diminue et, finalement, la série principale est seule présente.

Dans de nouvelles expériences sur le krypton, nous avons pu montrer qu'il était possible d'obtenir un tel phénomène par simple augmentation de la densité du gaz excité. Les spectres de décharge et de phosphorescence dépendent de la pression du gaz. Pour une pression de l'ordre de 10^{-4} mm de mercure, la décharge comporte, outre le spectre d'arc, un spectre d'étincelle intense. La phosphorescence est très faible en raison de l'effet destructeur de la paroi. Sous une pression de l'ordre de 10^{-2} à 10^{-1} mm de mercure, le spectre de la décharge change peu, la phosphorescence présente un spectre d'arc intense. Les raies $(s\text{-}p)$ comme 5871 $(1s_4\text{-}2p_2)$, 5562 $(1s_5\text{-}2p_2)$, 5570 $(1s_5\text{-}2p_3)$ diminuent d'intensité au moment de la rupture. L'intensité des raies à niveau plus élevé, ainsi que celle de la série $(p\text{-}d)$, varient beaucoup moins. Sous une pression de 1 à quelques millimètres de mercure, l'excitation n'est pas la même dans les différentes parties du tube à décharge. L'anneau brillant, situé au bord du tube, émet un rayonnement continu intense et les spectres de KrI et KrII. Le spectre continu disparaît pratiquement en phosphorescence et seul KrI subsiste. Dans le cas de cette phosphorescence, on observe une exaltation de la série $(s\text{-}p)$ par rapport à $(p\text{-}d)$, intense aux faibles pressions (figure). Au centre du tube, l'excitation est bien plus faible et KrII est absent.



Dans certaines conditions expérimentales, il ne se produit aucune modification au moment de la rupture, toute l'émission provenant de la recombinaison. Sur certains clichés, la phosphorescence présente un spectre continu dont l'intensité diminue en même temps que celle des raies d'arc. Lorsque l'excitation est plus forte, la décharge émet un faible spectre continu sans raies d'étincelle.

Quelques spectres ont été photographiés dans l'ultraviolet, jusqu'à 2000 Å environ, à l'aide d'un spectrographe à optique de quartz de type Arnulf-Lyot.

(²) Lord Rayleigh (Strutt), *Proceedings of the Royal Society*, 108, A, 1925, p. 262; L. Herman et Mme R. Herman, *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 23; L. Herman, *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 622.

Sous pression élevée, le spectre continu disparaît avec le champ, comme dans le visible. Les raies d'étincelle excitées au bord du tube, forment un anneau extérieur nettement plus étroit que celui qui émet le spectre continu.

Les modifications remarquables du spectre d'arc en phosphorescence, décrites ci-dessus, semblent contraires à la théorie de la recombinaison des atomes complètement ionisés. Sous pression élevée, au moment de la rupture du courant, les électrons perdent rapidement leur vitesse et l'intensité relative de la série (p-d) devrait être plus grande que sous faible pression. C'est l'inverse que l'on observe.

Pour rendre compte des faits ci-dessus, deux hypothèses peuvent être envisagées : 1° les probabilités de transition spontanée d'un état non quantifié vers un état quantifié croîtraient plus vite pour les transitions (s-p) lorsque la vitesse v des électrons tend vers zéro. Quand v augmente, les probabilités des transitions (p-d) croîtraient d'abord, puis diminueraient à nouveau par rapport à (s-p). Ces variations particulières seraient dues à l'influence des couches électroniques entourant le noyau; 2° on pourrait admettre que les déviations aux lois de la recombinaison proviennent de l'action des atomes voisins. Cette façon de voir serait en accord avec le fait que les anomalies apparaissent justement pour les pressions élevées lorsque devient sensible le nombre de chocs subis par un atome excité avant l'émission. Il peut s'agir de molécules formées d'un atome neutre et d'un ion qui vient de capter un électron à un niveau d près de la limite d'ionisation. Il serait plus simple d'admettre qu'elles se composent d'un ion et d'un atome neutre. La recombinaison s'effectuerait alors en deux temps : *a*. attraction électrostatique de l'électron libre par l'ion complexe; *b*. décomposition de la molécule instable Kr^+Kr et capture simultanée de l'électron sur un des niveaux élevés p, près de la limite d'ionisation. Le potentiel d'ionisation d'une telle molécule est un peu inférieur à celui de Kr I et son spectre de recombinaison serait émis après celui de Kr^+, en accord avec les observations.

Nous avons vu plus haut que l'on doit distinguer deux parties dans le spectre continu : l'une, de faible intensité, émise pendant la phosphorescence, l'autre, beaucoup plus intense, excitée par les électrons rapides. Cette dernière serait due à un freinage des électrons dans le champ de l'ion complexe ou à son excitation par choc électronique.

RAYONS X. — *Emploi d'un monochromateur double pour l'étude de la diffusion des rayons X aux très faibles angles*. Note (¹) de MM. ANDRÉ GUINIER et GÉRARD FOURNET, présentée par M. Charles Mauguin.

Pour une interprétation correcte des expériences de diffusion des rayons X aux faibles angles, il est nécessaire que celles-ci soient effectuées avec un

(¹) Séance du 9 février 1948.

rayonnement strictement monochromatique. L'autre condition essentielle à réaliser est l'élimination, jusqu'au voisinage immédiat du faisceau direct, de toute diffusion parasite, provenant d'une autre source que l'échantillon, ou provoquée par une autre radiation que la radiation choisie.

La lame cristalline utilisée comme monochromateur produit des rayons diffusés : ceux-ci ont une intensité très notable, parce que la lame est soumise à l'action de tout le faisceau qui comprend le spectre continu dont l'intensité globale est bien supérieure à celle de la radiation caractéristique utile qui sera isolée après réflexion sur la lame cristalline. On est obligé d'arrêter ces rayons diffusés par une ou plusieurs fentes, situées après le monochromateur, qui devront être d'autant plus étroites que l'on désire faire des mesures à de plus petits angles de diffusion. Ainsi quand on utilise comme monochromateur une lame cristalline courbée, on ne peut pas bénéficier de toute l'intensité du faisceau convergent réfléchi, puisqu'on est obligé de réduire considérablement l'ouverture de celui-ci.

Nous avons pu améliorer de façon très sensible le montage antérieurement utilisé par l'un de nous ([2]), par l'emploi de deux monochromateurs à cristal courbé placés à la suite l'un de l'autre. On place une fente F_1 au point de focalisation du faisceau réfléchi par la lame A_1 (*fig.* 1). Le faisceau divergent est reçu sur une seconde lame A_2 dont la position et l'orientation sont telles que l'ensemble des rayons monochromatiques du faisceau puisse se réfléchir sur A_2 et venir converger en F_2. Avec une lame plane courbée élastiquement, la focalisation n'est pas parfaite en F_1; néanmoins, si les lames A_1 et A_2 sont de même courbure et si elles sont en position antiparallèles (*fig.* 1) la double

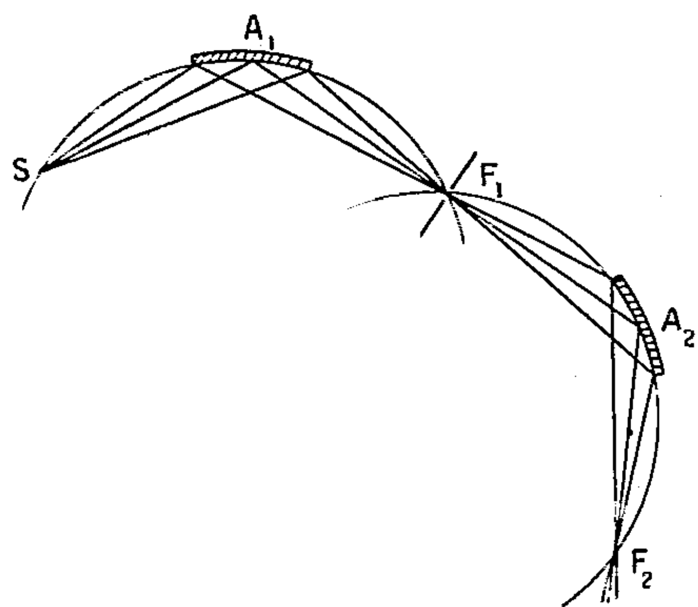


Fig. 1.

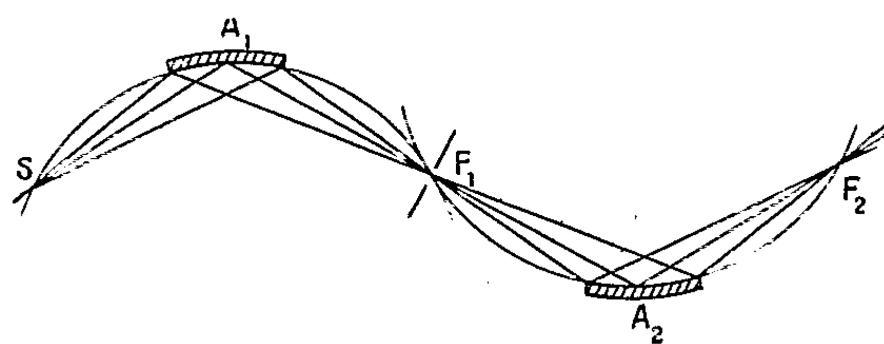


Fig. 2.

réflexion est possible pour tous les rayons du faisceau. Avec des lames taillées et courbées suivant la technique de Johannsonn ([1]), la focalisation est parfaite

([2]) A. Guinier, *Annales de Physique*, **12**, 1939, p. 161.

et la double réflexion est possible quelles que soient les courbures de A_1 et A_2 pour deux positions, antiparalèlle et parallèle (*fig.* 1 et 2).

Le calcul montre et l'expérience a confirmé que, dans le premier cas, on obtient un faisceau plus intense (le rapport d'intensité en F_1 et F_2 a été trouvé égal à 25 %), et que dans le second cas, le faisceau est moins intense (l'intensité est réduite à 8 %), mais qu'il a une très faible largeur spectrale : il est en effet possible de séparer $K\alpha_1$ de $K\alpha_2$ sans interposition de fente, par réglage de l'orientation de la lame A_5.

L'intérêt du dispositif vient de ce que tous les rayons diffusés par A_1 sont arrêtés par l'écran F_1 et qu'après A_2 la diffusion produite par la lame A_2 sous l'action du faisceau déjà monochromatisé est si faible qu'il n'est pas besoin de placer de fente après A_2.

Dans un cliché à blanc, à $0^{mm},5$ de F_2 (soit pour un angle de diffusion de 15′, si $A_2F_2 = 140^{mm}$), si l'appareil est dans le vide, l'intensité diffusée par millimètre carré est environ 1/100 000 de l'intensité par millimètre de hauteur du faisceau direct. Aucune fente n'étant nécessaire après A_2, on peut utiliser un faisceau de plus large ouverture que si l'on n'utilise qu'un seul monochromateur; on regagne ainsi dans les expériences de diffusion centrale ce que l'on perd à cause de la double réflexion.

De plus, l'absence de fente permet de rapprocher l'échantillon du monochromateur : la distance échantillon-film peut atteindre 10^{cm}, ce qui permet de mesurer des distances interréticulaires de 250 Å. En prenant pour lame A_2 une lame à focalisation dissymétrique ([3]), nous pensons qu'il serait possible de dépasser 600 Å.

Nous avons associé ce double monochromateur à un tube à anticathode tournante ([4]) auquel avait été adaptée une cathode à focalisation électrostatique. On dispose ainsi d'une source de 1^{mm^2} environ pouvant supporter 60 mA. sous 35 kV (anticathode de cuivre). Une telle intensité est nécessaire pour que les réglages du second monochromateur puissent se faire en s'aidant de l'écran fluorescent.

L'appareil a été utilisé pour la mesure de la taille de la molécule d'hémoglobine en solution aqueuse étendue ([5]); des mesures correctes ont pu être faites jusqu'à une dilution de 5 %. Dans ce cas, le temps de pose n'était que de 40 minutes. Compte tenu de la correction de hauteur de fente ([6]), le rayon de giration a été trouvé égal à 23 Å. Or, Perutz ([7]) a conclu de la structure cristalline de l'hémoglobine que la molécule devait être un cylindre de 57 Å de

---

([3]) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 31.
([4]) F. Fournier, *Bull. Soc. Franç. des Électriciens*, 1939, p. 531.
([5]) En collaboration avec D. Dervichian.
([6]) *Nature*, **160**, 1947, p. 501.
([7]) *Proc. Roy. Soc.*, **191**, 1947, p. 83.

diamètre et de 34 Å de hauteur; le rayon de giration calculé à partir de ces données est de 23 Å. L'accord excellent entre les deux résultats prouve les services que peut rendre la méthode de diffusion centrale pour la détermination précise des dimensions des grosses molécules en solution.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur le pouvoir d'arrêt à l'intérieur des noyaux*. Note (¹) de MM. **Pierre Cuer** et **Max Morand**, présentée par M. Jean Cabannes.

On peut admettre, ou considérer comme vérifié expérimentalement, qu'un nucléon pénétrant dans un noyau et possédant une énergie cinétique supérieure à l'énergie de vibration propre d'un nucléon dans le noyau non excité, doit subir plusieurs chocs intranucléaires avant d'être arrêté. Par analogie avec le ralentissement d'une particule chargée dans la matière, nous pensons qu'on peut, dans ces conditions, définir un pouvoir d'arrêt propre à la matière nucléaire. Nous avons essayé de calculer sa valeur approchée, grâce à la perte d'énergie $-\Delta E/\Delta x$ que subit le nucléon incident par unité de longueur. Ce calcul paraît fournir des renseignements intéressants pour l'interprétation des étoiles produites par des nucléons expérimentaux ou cosmiques, dans un domaine d'énergie ou le modèle de noyau compound (Bohr) n'est plus applicable.

Nous supposons que l'énergie du nucléon incident n'est pas relativiste ($E < 10^9$ éV), mais que sa longueur d'onde divisée par 2π est de l'ordre de 2.10^{-13} centimètre, que la matière nucléaire est statistiquement homogène et contient n nucléons, de masse M, par centimètre cube, que l'interaction entre le nucléon incident et chaque nucléon, considéré séparément, ne met en jeu que l'énergie potentielle correspondant à un potentiel de Yukawa $U = (g^2/r)e^{-(2\pi/h)\mu c r}$ (μ, masse du méson nucléaire); en raison de l'incertitude actuelle sur la valeur numérique de g, nous négligeons l'énergie d'interaction due aux spins. Pour chaque choc, la masse réduite est M/2; l'angle α de diffusion de la particule dans le système du centre de gravité est lié à l'angle θ observé par l'égalité $\theta = \alpha/2$. Pour calculer la probabilité de diffusion $P(\theta)$ par unité de temps et d'angle solide, nous utilisons le calcul rigoureux (Gordon) de l'amplitude de l'onde diffusée par un potentiel coulombien; ici, le potentiel a la forme $(e^2/r).e^{-\varepsilon r}$, et la solution approchée a été donnée par Wentzel; elle diffère de la formule classique par un facteur $1/(1-\varepsilon'^2)$, soit dans notre cas $4p^2(\alpha)/[4p^2(\alpha)+\mu^2c^2]$, avec $p(\alpha) = Mv\sin\alpha/2$. Les particules étant indiscernables (échange), puisque nous ne pouvons faire aucune supposition parti-

(¹) Séance du 9 février 1948.

culière sur l'orientation des spins, $P(\theta)$ est (²) proportionnel à

$$\sec^4\theta + \operatorname{cosec}^4\theta - \Phi \sec^2\theta \operatorname{cosec}^2\theta \qquad \text{avec} \quad \Phi = \cos\left[\frac{8\pi e^2}{h\nu}\operatorname{Log}\operatorname{tg}^2\theta\right].$$

Nous considérons le cas où ν est suffisamment grand et θ minimum non négligeable ($\sim 10^\circ$); Φ diffère alors très peu de 1, ce qui simplifie l'intégration relative au calcul de l'énergie moyenne δE soustraite par choc à la particule incidente. Pour calculer les limites de cette intégrale, on doit remarquer que l'énergie minimum cédée à un nucléon dans un noyau non excité est nécessairement supérieure à l'énergie moyenne $E_0 \sim 20$ MeV, de vibration propre d'un nucléon, obtenue en considérant la matière nucléaire comme un gaz dégénéré de Fermi (³), ce qui détermine la valeur de α minimum; de plus, l'indiscernabilité des particules conduit à la valeur α maximum $= 45^\circ$. On obtient ainsi

$$-\frac{\Delta E}{\Delta x} = \frac{2\pi g^4 n}{M\nu^2}\left[\left(\frac{4}{u^2}+\frac{2}{u^3}\right)L\,x + \left(1-\frac{4}{u^2}-\frac{2}{u^3}\right)L(x+u) + \left(-1+\frac{4}{u^2}+\frac{2}{u^3}\right)\frac{x}{x+u} + \left(4-\frac{8}{u}+\frac{2}{u^3}\right)\frac{1}{x+u} + \frac{1}{u^2}\,\frac{1}{x}\right]_{x_{\min}}^{x_{\max}}$$

avec

$$u = \frac{4M^2\nu^2+\mu^2c^2}{4M^2\nu^2}, \qquad x_{\max} = \frac{M\nu^2-2E_0}{M\nu^2}, \qquad x_{\min} = \frac{1}{2}.$$

Les étoiles de désintégration représentent les effets primaires et secondaires du passage des nucléons dans les noyaux. Le calcul du pouvoir d'arrêt montre qu'un nucléon ayant une énergie cinétique de quelques centaines de MeV peut ne perdre que quelques MeV dans la traversée d'un noyau. Par exemple, admettons un rayon nucléaire de 7.10^{-13} cm pour Ag; un nucléon de 500 MeV ne perdrait, en moyenne, que 10 MeV dans ce noyau; mais il peut perdre 170 MeV dans ce même noyau excité. Pour une faible énergie de la particule incidente, l'interaction est très probable et l'excitation se transmet rapidement à tous les nucléons; la température de tout le noyau augmente (d'où probabilité d'émission corpusculaire, selon le schéma du noyau compound). Quand la vitesse de la particule incidente croît (sans atteindre la valeur pour laquelle apparaît la création réelle de mésons), la température peut n'être très accrue que sur son passage, et quelques nucléons rapides peuvent être émis sans exciter eux-mêmes le reste du noyau, principalement quand la traversée est périphérique (point chaud de Heisenberg). Ce fait, ajouté à l'ordre de grandeur de l'énergie perdue par rencontre, fait prévoir un très petit nombre d'étoiles très énergétiques provoquées par le passage d'un nucléon.

Dans les techniques actuelles d'observation d'étoiles (chambres de Wilson

(²) L. DE BROGLIE, *De la Mécanique ondulatoire à la théorie du noyau*, I, p. 120.
(³) SERBER, *Physical Review*, 72, 1947, p. 1114.

et plaques photographiques), où les neutrons produits échappent à l'observation, les théorèmes de conservation peuvent ne pas indiquer la masse de la particule incidente, puisque celle-ci peut perdre ou gagner une charge et sortir avec une énergie résiduelle. On peut donc chercher à interpréter les étoiles de désintégration, provoquées par nucléons rapides, dans le sens d'une énergie moyenne probable croissant approximativement comme $A^{1/3}$ (A, masse atomique du noyau). Dans le cas de désintégration après absorption de méson négatif, en supposant une réaction du genre I (noyau initiale) + μ_{-1} = R (noyau résiduel) + n_0^1, le neutron peut parcourir une petite partie du noyau en n'abandonnant qu'une fraction de son énergie (4). Il semble donc qu'on ne peut pas calculer la masse d'un méson par le seul critère de la conservation de l'énergie Les masses obtenues jusqu'à maintenant par ce moyen peuvent être approchées par défaut.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude des susceptibilités magnétiques et des parachors de quelques plombanes. Comparaison avec les stannanes.* Note (1) de Mlle **Irène Kadomtzeff.**

Les organométalliques présentent des anomalies pour les lois d'additivité dans de nombreux cas. M. P. Pascal (2) l'a montré pour les susceptibilités magnétiques; Sugden (3), puis Mann et Purdie (4) pour des parachors. Il était donc intéressant d'examiner de près cette question. Les produits étudiés sont : $(CH_3)_4Pb$; $(C_2H_5)_4Pb$; $(C_3H_7)_4Pb$; $(C_4H_9)_4Pb$ et $(C_7H_{15})_4Pb$. Ils ont été préparés par M. Penide par double décomposition des magnésiens correspondants. Comme nous l'avons déjà indiqué pour les stannanes, les susceptibilités magnétiques ont été mesurées à la balance de Pascal et les tensions superficielles avec un tensiomètre de Lecomte du Nouÿ. Nous avons juxtaposé les valeurs obtenues dans le cas des stannanes, pour pouvoir les comparer.

En général nous avons eu un accord satisfaisant avec les valeurs données dans la littérature, sauf pour le cas de $(C_2H_5)_4Pb$. Dans ce cas, Sugden (5) trouve $P_{Pb} = 76$ et Pascal (2) $\chi_{Pb} = 47,5$, c'est-à-dire des valeurs systématiquement plus fortes et qui d'ailleurs se correspondraient sur les courbes de parachors et susceptibilités magnétiques en fonction du nombre de carbones. Nous avons comparé nos chiffres de mesures avec ceux de la littérature. Pour

(4) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1146.

(1) Séance du 9 février 1948.

(2) *Propriétés magnétiques et constitution chimique* (Grignard, *Traité Chimie organique*, 2, p. 571).

(3) *The parachor and the valency*, 7, p. 184-85.

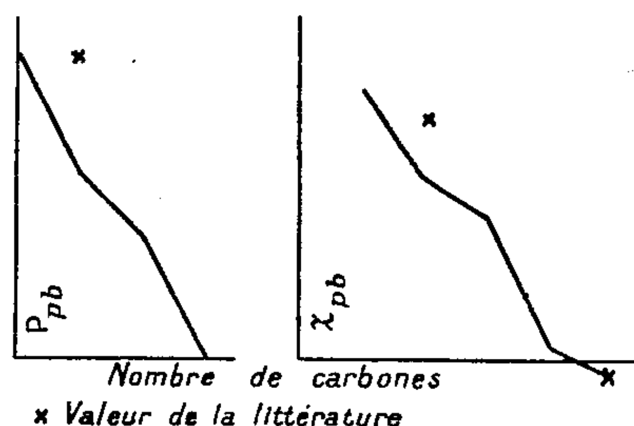
(4) *Journ. Chem. Soc.*, 1935, p. 1549-1563.

(5) *Journ. Chem. Soc.*, 1929, p. 327.

la densité nous avons trouvé $d_4^{20} = 1,652$, tandis que Sugden ([5]) donnait 1,640 et d'autres auteurs 1,6528 ([7]) et 1,6524 ([5]). Notre valeur convient donc mieux, du moins en ce qui concerne les densités.

	χ_{Pb}.	χ_{Sn}.	P_{Pb}.	P_{Sn}.	$R_{D\,Pb}$ ([6]).	$R_{D\,Sn}$ ([6]).
$(CH_3)_4Me$.....	$-49,8.10^{-6}$	$-40,5.10^{-6}$	76,1	67	17,31	–
$(C_2H_5)_4Me$....	44,3	[33,9] ([2])	68,7	[60,7] ([3])	18,10	13,56
$(C_3H_7)_4Me$....	42,6	34,5	64,7	61,4	18,78	14,13
$(C_4H_9)_4Me$....	34,6	30,8	57,0	55,0	18,82	13,78
$(C_5H_{11})_4Me$....	[32,1] ([2])	[30,9] ([2])	–	–	18,63	13,88
$(C_6H_{13})_4Me$....	–	–	–	–	–	13,55
$(C_7H_{15})_4Me$....	–	–	67,4	66,6	–	13,70
$(C_8H_{17})_4Me$....	–	–	–	–	–	13,48

Du tableau ci-dessus, nous pouvons tirer les conclusions suivantes : 1° l'analogie de variation des parachors et des susceptibilités magnétiques; 2° l'abaissement des valeurs pour les premiers termes de la série; 3° l'alternance entre les termes à radicaux à nombre pair et impair de carbones.



L'analogie des courbes pour χ^A et P^A avait déjà été notée dans le cas des stannanes, il serait intéressant de voir si elle se vérifie pour d'autres séries.

L'abaissement de la valeur attribuée au métal avait déjà été observé pour de nombreux organo-métalliques ([2])([3])([4]). L'explication donnée par Mann et Purdie ([4]) semble convenir. On observe en effet l'arrêt de cet abaissement avec l'allongement de la chaîne organique. L'influence de *la partie organique* de la molécule se manifeste plus vite pour les stannanes ($C_4 - C_5$) que pour les plombanes, sans doute à cause des dimensions respectives des noyaux de Pb et de Sn.

Le phénomène d'alternance doit également provenir de la partie organique de la molécule, il est en effet moins sensible pour les plombanes que pour les stannanes. Si l'on compare les réfractions atomiques des deux séries, on voit que pour la raie D, l'alternance subsiste pour Sn et non pour Pb. La valeur maxima de R_D a lieu plus tôt pour Sn que pour Pb et ce, dans les deux cas, pour

([6]) JONES, EVANS, GULWELL et GRIFFITHS, *Journ. Chem. Soc.*, 1935, p. 39-47.

([7]) KRAUSE et VON GROSSE, *Die Chemie der Metallorganischen verbindungen.*

un terme avant celui du minimum de χ_A' et de P_A. Nous nous proposons de voir si ces mêmes phénomènes existent pour d'autres propriétés de ces corps.

D'après les valeurs que nous avons trouvées, il conviendrait de corriger la valeur du parachor atomique de Pb, si l'on conserve 58 pour celle de Sn. La valeur à attribuer à Pb devra être comprise entre 65 et 69, d'environ 66 et non 76. Cela diminuerait l'anomalie de Pb pour les différences entre les termes des troisième et quatrième groupes ainsi que celles entre les deux dernières séries du tableau de Sugden ([3]). Mais ce ne serait qu'une valeur approchée, car pour avoir la valeur exacte, il conviendrait d'étudier les séries considérées pour un plus grand nombre de termes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'affinité tinctoriale d'un monoacétate de cellulose obtenu par désacétylation de la rayonne d'acétate.* Note ([1]) de MM. **Jean Rosset** et **René Paris**, présentée par M. Pierre Jolibois.

La saponification de brins de diacétate de cellulose (rayonne d'acétate) par les solutions alcalines procède, comme on le sait, soit par couches successives de la périphérie vers le centre (saponification hétérogène) soit de façon diffuse dans tout l'ensemble de la fibre (saponification homogène). Le premier mécanisme étant obtenu avec les bases telles que NaOH, Na_2CO_3, Na_3PO_4, triéthanolamine, le second avec l'ammoniaque ou l'éthylènediamine. D'autre part, l'affinité de la fibre partiellement désacétylée pour les colorants directs est attribuée généralement ([2]) à la formation de cellulose régénérée au cours de la saponification. Les expériences que nous allons décrire permettent de préciser que cette affinité est plus grande encore pour un acétate intermédiaire.

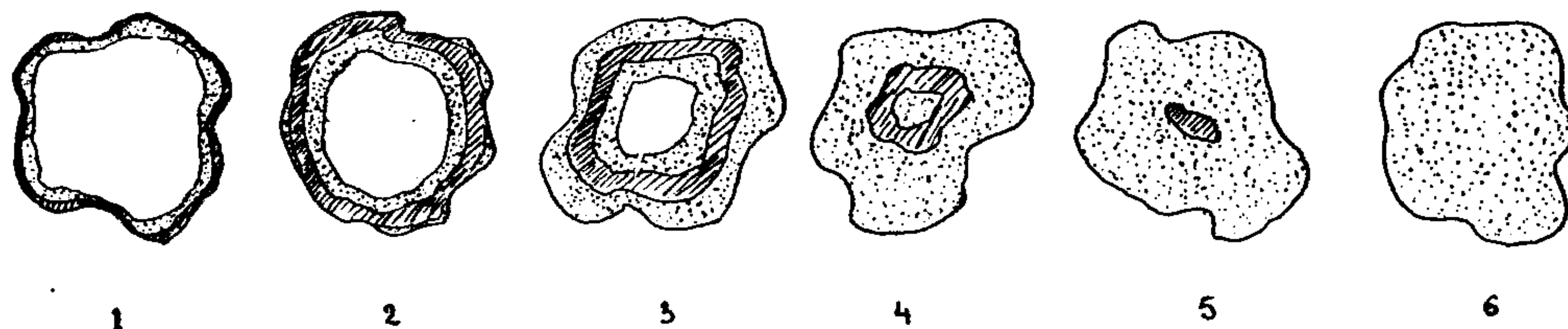
1. *Étude de la saponification hétérogène.* — Nous avons saponifié des fils de rayonne d'acétate par la soude demi-normale à 20° C. pendant des temps variant de 10 minutes à 5 heures de façon à obtenir des degrés de désacétylation croissante ([3]) jusqu'à la cellulose régénérée pure. Les brins obtenus sont teints ensuite dans des conditions identiques par un colorant direct choisi pour sa sélectivité entre la rayonne et la cellulose; bleu ciel direct, verdâtre Ciba ou Écarlate diazol N8BA, Les fils sont ensuite montés en bougies de paraffine et selectionnés transversalement au microtome en coupes de 3 *microns*. Cette très faible épaisseur à laquelle nous avons tenu à descendre pour faciliter l'observation sous forts grossissements est nettement inférieure à celles couramment utilisées dans l'examen microscopique des fibres textiles.

([1]) Séance du 16 février 1948.

([2]) Krüger, *Zellubseacetate*, 1933, p. 107.

([3]) Les dosages du degré d'acétylation des fibres sont effectués par un traitement à la soude N/2 à froid pendant 12 heures sous agitation, addition d'un excès d'acide sulfurique N/2, agitation d'une heure et titrage de l'excès d'acide.

Les coupes ont été montées au baume de Canada et examinées entre lame et lamelle sous des grossissements variant de 250 à 1000 (immersion); l'aspect de la plupart a été dessiné à la chambre claire. Sans entrer dans le détail, nous reproduisons par la figure ci-contre quelques aspects caracté-



ristiques de ces coupes correspondant à des degrés de désacétylation croissants.

On remarque d'abord (coupe 1) un ruban foncé à la surface du brin, bordé vers l'intérieur par un dégradé plus clair; lorsque la désacétylation augmente (coupes 2, 3, 4), le ruban foncé progresse vers l'intérieur de la fibre, toujours précédé d'un dégradé clair mais laissant derrière lui, sur la *partie externe* une couche claire. Le ruban foncé se resserre vers le centre, en se réduisant à un noyau (coupe 5) qui disparaît à son tour pour ne laisser finalement qu'une fibre teintée en clair (coupe 6) lorsque la désacétylation est complète.

Ces phénomènes se sont toujours reproduits, que la fibre ait été désacétylée par la soude à froid ou à chaud, que la teinture est été faite suivant les procédés classiques ou directement sur lame, avec le colorant bleu ou avec le rouge. La seule interprétation que nous puissions en donner est d'admettre qu'un acétate intermédiaire produit au cours de cette désacétylation progressive se teint plus intensément par les colorants directs que la cellulose régénérée.

2. *Étude de la saponification homogène.* — La saponification par l'ammoniaque à froid de rayonne d'acétate en fils ou en bourre nous a permis d'obtenir des brins désacétylés plus ou moins complètement, mais de façon homogène comme le révèle l'examen microscopique après teinture. L'intensité de la teinte augmente d'abord avec le taux de désacétylation et décroît ensuite quand on se rapproche de la cellulose pure, ces différences se manifestent aussi bien à l'observation grossière à l'œil des flottes teintes qu'à l'observation microscopique des coupes de brins. Nous avons pu d'autre part désorber complètement le colorant de la fibre en traitant celle-ci à 70° par un mélange eau-pyridine (20 % pyridine) suivant la technique de Ratelade et Tchetvergoff [4]. Les solutions de colorant ainsi obtenues à partir de fibres ayant été partiellement désacétylées avant teinture, ont été examinées à l'électrophotomètre. La courbe d'intensité de teinte accuse un maximum correspondant sensiblement au monoacétate de cellulose.

---

[4] *Rev. Gén. Mat. Col.*, 32, 1928, p. 302.

Il est remarquable de constater que ce terme intermédiaire de la désacétylation du diacétate présente sensiblement deux fois plus d'affinité pour les colorants directs que la cellulose elle-même obtenue par désacétylation complète.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'hydrolyse acide du saccharose; loi mathématique du phénomène.* Note de Mme **Andrée de Grandchamp-Chaudun** et M. **René de Grandchamp**, présentée par M. Maurice Javillier.

Depuis nombre d'années déjà, on a renoncé à considérer l'hydrolyse du saccharose par les acides étendus comme une réaction monomoléculaire obéissant aux lois simples énoncées par Wilhelmy : la variation avec le temps de l'expression $(1/t)\log[a/(a-x)]$ [1], l'influence des concentrations en sucre et en acide, l'action des sels neutres prouvent de façon certaine que le phénomène ne peut être imputé aux seuls ions hydrogène [2].

L'hypothèse de la formation, non *instantanée*, sous l'action des cathions, d'un complexe saccharose + eau dont les anions provoqueraient le dédoublement en sucre interverti, *avec une vitesse également finie*, conduirait à une formule à deux exponentielles, mais ne saurait expliquer l'existence d'une vitesse initiale *différente de zéro*, qui apparaît nettement sur les courbes d'hydrolyse.

De fait, la formule

$$x = a\left[1 + \frac{B\,e^{-At} - A\,e^{-Bt}}{A-B}\right],$$

déduite de cette hypothèse, rend compte de la variation du quotient $[(dx/dt)/(a-x)]$ au cours de la réaction, mais elle suppose une vitesse initiale nulle. Nous l'avons remplacée par la formule plus générale

$$x = a\left[1 + \frac{B - \frac{x'_0}{a}}{A-B}e^{-At} + \frac{A - \frac{x'_0}{a}}{B-A}e^{-Bt}\right], \qquad (1)$$

x'_0 représentant la vitesse initiale.

Nous avons déterminé d'abord x'_0 sur la courbe expérimentale, puis calculé, par approximations successives, les constantes A et B. La comparaison des valeurs de x calculées à celles que donne la formule (1) est indiquée dans les tableaux ci-après.

(1) H. Colin et A. Chaudun, *Comptes rendus*, 188, 1926, p. 1285; *J. Chim. Phys.*, 27, 1924, p. 507.

(2) M. Duboux, *Bull. Soc. vaud. Sc. nat.*, 59, 1937, n° 243; H. Colin et A. Chaudun, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 142; H. Colin et E. Bougy, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1680).

I. Saccharose : $a = 10\%$; $HCl\,\frac{N}{10}$; $t = 27°$.

Constantes calculées : $x'_0 = 0{,}6024$; $A = 0{,}36654$; $B = 0{,}07219$.

Temps (en heures).	$x_{mes.}$	$x_{calc.}$	$x_{mes.} - x_{calc.}$
	g	g	g
2.....	1,168	1,188	−0,020
4.....	2,315	2,298	+0,017
6.....	3,283	3,297	−0,014
8.....	4,170	4,181	−0,011
10.....	4,979	4,955	+0,024
12.....	5,612	5,629	−0,011
14.....	6,215	6,215	0,000
16.....	6,711	6,722	−0,011
18.....	7,182	7,163	+0,019
24.....	8,194	8,160	+0,034

II. Saccharose : $a = 10\%$; $HOOC{-}COOH\,\frac{N}{10}$; $t = 27°$.

Constantes calculées : $x'_0 = 0{,}2525$; $A = 0{,}190\,808\,46$; $B = 0{,}028\,964\,31$.

Temps (en heures).	$x_{mes.}$	$x_{calc.}$	$x_{mes.} - x_{calc.}$
	g	g	g
2.....	0,498	0,503	−0,005
4.....	0,984	0,997	−0,013
6.....	1,461	1,475	−0,014
8.....	1,930	1,936	−0,006
10.....	2,364	2,377	−0,013
12.....	2,784	2,797	−0,013
14.....	3,186	3,196	−0,010
16.....	3,570	3,575	−0,005
18.....	3,934	3,934	0,000
21.....	4,438	4,436	+0,002
23.....	4,955	5,043	−0,088
28.....	5,456	5,455	+0,001
31.....	5,853	5,833	+0,020
35.....	6,298	6,288	+0,010

III. Saccharose : $a = 10\%$; $NO_3H\,\frac{N}{10}$; $t = 28°$.

Constantes calculées : $x'_0 = 0{,}669$; $A = 0{,}24918$; $B = 0{,}09099$.

Temps (en heures).	$x_{mes.}$	$x_{calc.}$	$x_{mes.} - x_{calc.}$
	g	g	g
1.....	0,662	0,666	−0,004
2.....	1,312	1,319	−0,007
3.....	1,954	1,951	+0,003
4.....	2,588	2,555	+0,033
5.....	3,180	3,127	+0,053
6.....	3,689	3,666	+0,023
7.....	4,206	4,172	+0,034
8.....	4,675	4,643	+0,032
9.....	5,096	5,081	+0,015
10.....	5,500	5,487	+0,013
11.....	5,874	5,863	+0,011
12.....	6,214	6,210	+0,004
13.....	6,531	6,529	+0,002
14.....	6,823	6,823	0,000
15.....	7,093	7,093	0,000
16.....	7,342	7,341	+0,001
17.....	7,563	7,569	−0,006
18.....	7,772	7,777	−0,005
19.....	7,972	7,968	+0,004
20.....	8,148	8,143	+0,005
22.....	8,450	8,450	0,000
24.....	8,704	8,706	−0,002
26.....	8,941	8,921	+0,020
28.....	9,113	9,100	+0,013
33.....	9,481	9,428	+0,053

Les différences $x_{mes.} - x_{calc.}$ paraissent inférieures aux erreurs expérimentales et la formule (1) semble bien rendre compte de la marche du phénomène. Tout se passe comme si le mécanisme de l'inversion était le suivant : formation instantanée de deux complexes distincts : *a*. saccharose + eau + ions H^+;

b. saccharose + eau + anions, puis décomposition suivant la loi d'action de masse des deux complexes, *a* donnant directement le sucre interverti, tandis que *b* au contact des cathions supposés toujours en excès se transformerait en complexe *a* avant de mettre en liberté le mélange glucose + lévulose.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Action des ultra-sons sur quelques carbures aromatiques*. Note (1) de MM. **Pierre Mastagli**, **André-Paul Mahoux** et Mlle **Aleth Bricard**, présentée par M. Pierre Lejay.

On sait qu'en se propageant, dans un milieu, les ondes ultra-sonores déterminent, dans celui-ci, une agitation et lui cèdent de l'énergie. Celle-ci se transforme, suivant les cas, en chaleur (2), lumière (3), ou activation (4). Plusieurs auteurs ont mesuré l'élévation de température causée par les ultra-sons, dans des produits complexes : os, sang, cellules et tissus. Nous nous sommes, au contraire, attachés à mesurer l'élévation thermique dans un corps bien défini : le benzène, afin de mettre en relief les variations de comportement, sous l'influence des ultra-sons, de ses homologues.

Pour irradier les corps, ceux-ci sont placés dans un vase de Dewar, de forme sphéro-cylindrique, ayant un diamètre moyen de six centimètres. Pour avoir le même volume exposé aux effets des ultra-sons, nous employons toujours 100^{cm^3} de liquide. L'ultra-son est produit au sein même du corps à expérimenter, par un quartz piézo-électrique, d'une surface de $0^{dm},37 \times 0^{dm},37$ donnant une fréquence de 4.10^6 cycles. La puissance mise en jeu est maintenue rigoureusement constante à 100 watts.

Le montage du quartz est nécessairement différent de ceux utilisés jusqu'ici par tous les expérimentateurs, et ceci, pour la simple raison qu'il est impossible de maintenir mécaniquement un quartz de quelques dixièmes par son plan nodal, surtout lorsqu'on envisage de le soumettre à une énergie relativement grande. On risquerait, soit un trop grand amortissement, soit la destruction pure et simple du cristal.

Nous avons donc fait usage d'un dispositif comportant une plaque inférieure en cuivre, rigoureusement plane, sur laquelle repose le cristal. Cette plaque est reliée électriquement à une extrémité du circuit oscillant, alors qu'une grille de cuivre à mailles très fines, est reliée à l'autre extrémité et repose sur la face supérieure du quartz. L'usage de la grille, à l'encontre d'une feuille métallique, nous paraît présenter deux avantages : diminution de la capacité

(1) Séance du 2 février 1948.

(2) Dognon et Biancani, *Ultra-sons et Biologie*, p. 31-36, Paris.

(3) Chambert, *Journal of Ch-Physic.*, 5, 1937, p. 290-292.

(4) N. Marinesco, *Chimie-Industrie*, 55, 1946, p. 263.

de l'ensemble, toujours gênante pour des fréquences aussi élevées ; meilleure transmission de l'ultrason au corps traité.

Ce dispositif à transmission directe n'est valable que pour des corps rigoureusement diélectriques et toute trace d'impureté faisant apparaître de la conductibilité, entrave de façon absolue le fonctionnement du système.

Les mesures sont faites pendant des durées de cinq minutes en partant d'une température de base de 25°. Chaque corps a fait l'objet de quatre mesures successives, dont la première a toujours été négligée parce qu'entachée d'erreurs ; en effet, le dispositif vibro-moteur comporte, au départ, de l'air, que la première irradiation permet d'éliminer.

Le tableau suivant montre les échauffements de quelques carbures aromatiques en cinq minutes, et les élévations thermiques moyennes par minute.

	Benzène.	Méthyl-benzène (toluène).	Diméthyl-benzène (xylène).	Triméthyl-benzène. (mésitylène).
Élévation en 5′	20°,2	19°,1	19°	17°,5
Élévation moyenne	4°,04	3°,82	3°,80	3°,50

	Éthylbenzène.	Isopropylbenzène (cumène).	Méthylisopropyl-benzène (paracymène).
Élévation en 5′	15°	18°	17°
Élévation moyenne	3°	3°,60	3°,40

On remarque que : 1° Sous l'influence des ultra-sons, chaque corps semble avoir une élévation thermique spécifique et cette élévation va en diminuant à mesure que le nombre de radicaux méthyl augmente. La nature du radical influence fortement le pouvoir absorbant. En effet, l'éthyl-benzène et le xylène de même poids moléculaire, présentent une différence d'élévation thermique. La même remarque s'appliqne au cas du mésitylène et du cumène.

2° Cette élévation de température ne varie pas de la même façon que les propriétés physiques, telles que la compressibilité, la viscosité et la constante diélectrique.

Nous comptons étendre très prochainement ces résultats à d'autres corps organiques et poursuivre les expériences en utilisant des fréquences variant de 1 à 20 mégacycles.

CHIMIE MINÉRALE. — *Hydrolyse de l'aluminate bicalcique hydraté hexagonal en fonction de la température.* Note [1] de M. **Jacques Brocard**, présentée par M. Louis Hackspill.

L'aluminate bicalcique hydraté utilisé dans nos essais a été préparé à partir de solutions d'aluminate monocalcique et d'eau de chaux. Bien que les

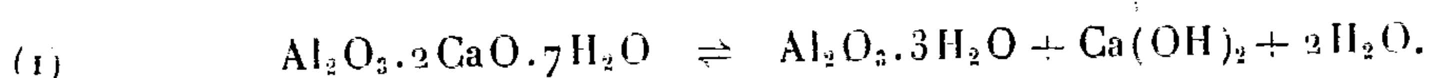
[1] Séance du 9 février 1948.

conditions de dessiccation aient été toujours les mêmes, le nombre des molécules d'eau fixées variait entre 7 et 8.

L'hydrolyse a été étudiée aux températures de 15, 30, 50, 70 et 100°C.

A 15°C. on retrouve exactement les limites indiquées par Lafuma, à savoir : $CaO = 0^g,16$, $Al_2O_3 = 0^g,05$ par litre.

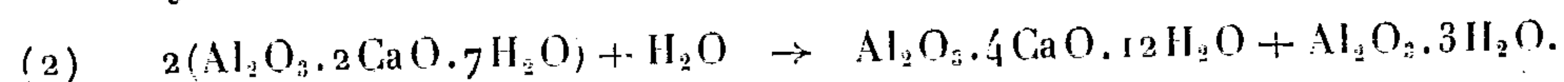
La réaction est alors la suivante :



$$(1) \qquad Al_2O_3.2CaO.7H_2O \rightleftharpoons Al_2O_3.3H_2O + Ca(OH)_2 + 2H_2O.$$

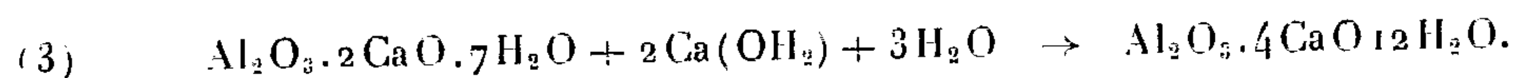
A 30°C. les limites de décomposition ont l'air d'augmenter légèrement $CaO = 0^g,18$, $Al_2O_3 = 0^g,06$. La teneur en chaux se stabilise entre 24 heures et deux jours puis décroît, alors que la teneur en alumine ne change pas.

L'analyse radiocristallographique effectuée sur le produit hydrolysé à cette température a révélé en plus des raies de l'aluminate bicalcique, trois raies fortes à 8,33, 7,73 et 4,88 Å. Le doublet à 8,33 et 7,73 Å est caractéristique de l'aluminate tétracalcique hydraté; quant à la raie 4,88 elle correspond à l'alumine hydraté $Al_2O_3.3H_2O$. On a certainement la réaction



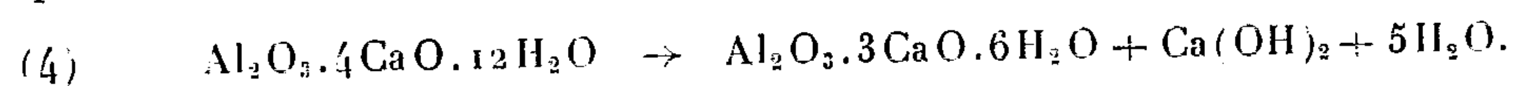
$$(2) \qquad 2(Al_2O_3.2CaO.7H_2O) + H_2O \rightarrow Al_2O_3.4CaO.12H_2O + Al_2O_3.3H_2O.$$

La présence d'aluminate tétracalcique permet d'expliquer également la décroissance, au bout d'un certain temps, de la teneur en chaux de la solution, car on peut admettre que la formation de ce composé se fasse aussi suivant la réaction



$$(3) \qquad Al_2O_3.2CaO.7H_2O + 2Ca(OH_2) + 3H_2O \rightarrow Al_2O_3.4CaO\,12H_2O.$$

Aux températures supérieures, le phénomène a la même allure; il est toutefois notablement accéléré et au bout d'un certain temps on note une augmentation régulière de la teneur en chaux de la solution par suite de la transformation de l'aluminate tétracalcique en aluminate tricalcique cubique, qui est mis en évidence par l'analyse aux rayons X. La réaction est la suivante :



$$(4) \qquad Al_2O_3.4CaO.12H_2O \rightarrow Al_2O_3.3CaO.6H_2O + Ca(OH)_2 + 5H_2O.$$

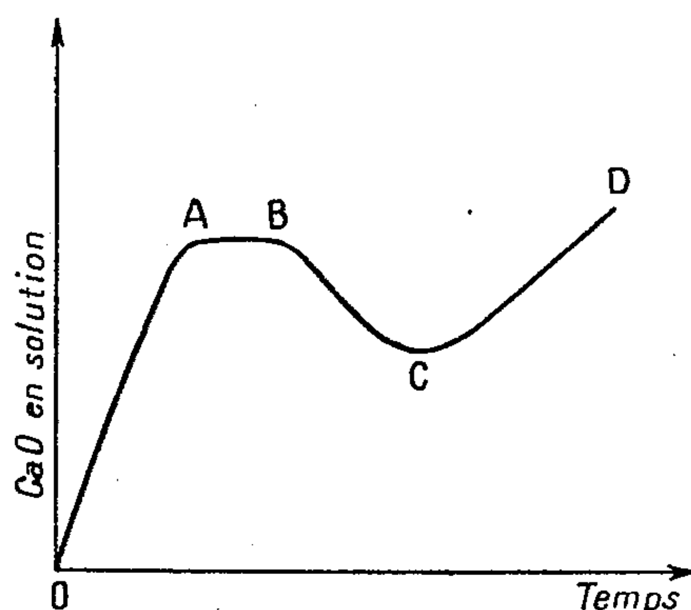
L'examen des concentrations en chaux de la solution en fonction du temps, permet donc de suivre assez facilement les divers phénomènes qui se passent au cours de l'hydrolyse de l'aluminate bicalcique hydraté aux températures élevées : la figure ci-dessous schématise ces phénomènes.

La branche OA correspond à la réaction (1) : hydrolyse de l'aluminate bicalcique ; le point A correspond à la limite de décomposition.

Le palier AB correspond à la réaction (2) : formation d'aluminate tétracalcique avec précipitation d'alumine; la concentration en chaux ne change pas.

On peut admettre que suivant la branche BC, la décroissance des teneurs en chaux est provoquée par la réaction (3) : transformation de l'aluminate bicalcique en aluminate tétracalcique par fixation de chaux.

Enfin, la branche CD correspond à la réaction (4) : formation d'aluminate tricalcique cubique à partir d'aluminate tétracalcique avec libération de chaux.



Ces essais ont confirmé les résultats de Lafuma, qui montraient que l'évolution de l'aluminate bicalcique hexagonal en aluminate cubique était d'autant plus rapide que la température était plus élevée, mais ils ont démontré que cette transformation se fait, quelle que soit la température, en passant par une phase intermédiaire qui est l'aluminate tétracalcique hexagonal $Al_2O_3.4CaO.12H_2O$.

CHIMIE MINÉRALE. — *Préparation du sesquioxyde de plomb par action de la chaleur sur le carbonate de plomb.* Note (¹) de M. **Albert Nicol**, présentée par M. Pierre Jolibois.

Nous avons étudié la décomposition du carbonate de plomb par la chaleur suivant la méthode préconisée par Guichard (²).

Le carbonate de plomb est préparé en traitant à froid une solution de nitrate de plomb, en présence de carbonate d'ammonium, par un courant de gaz carbonique. Le précipité après lavage est séché à l'étuve à 100°.

L'analyse thermogravimétrique (*fig.* 1) montre que la décomposition du carbonate commence vers 130°, s'accélère à partir de 224° pour devenir totale et se terminer à 470° en donnant PbO.

Outre ces températures il peut être signalé celles de 360° et 425° où se manifestent deux changements de pente.

Le dernier s'identifie facilement, il correspond à la formation du minium et à sa décomposition.

Pour caractériser le premier, nous avons trempé le produit existant à 340°. Le corps isolé ainsi a été soumis à l'analyse thermogravimétrique (*fig.* 2). Nous constatons qu'il est stable jusqu'à 220° environ, éprouve une perte à cette

(¹) Séance 9 du février 1948.

(²) *Bull. de la Société chimique de France*, 37, p. 32.

température, garde un poids sensiblement constant jusqu'à sa décomposition accélérée et complète qui a lieu de 300° à 450°.

Cette analyse nous conduit aux expériences suivantes : *a*. Nous chauffons du carbonate de plomb à 220°, nous préparons ainsi le produit trempé, dont le

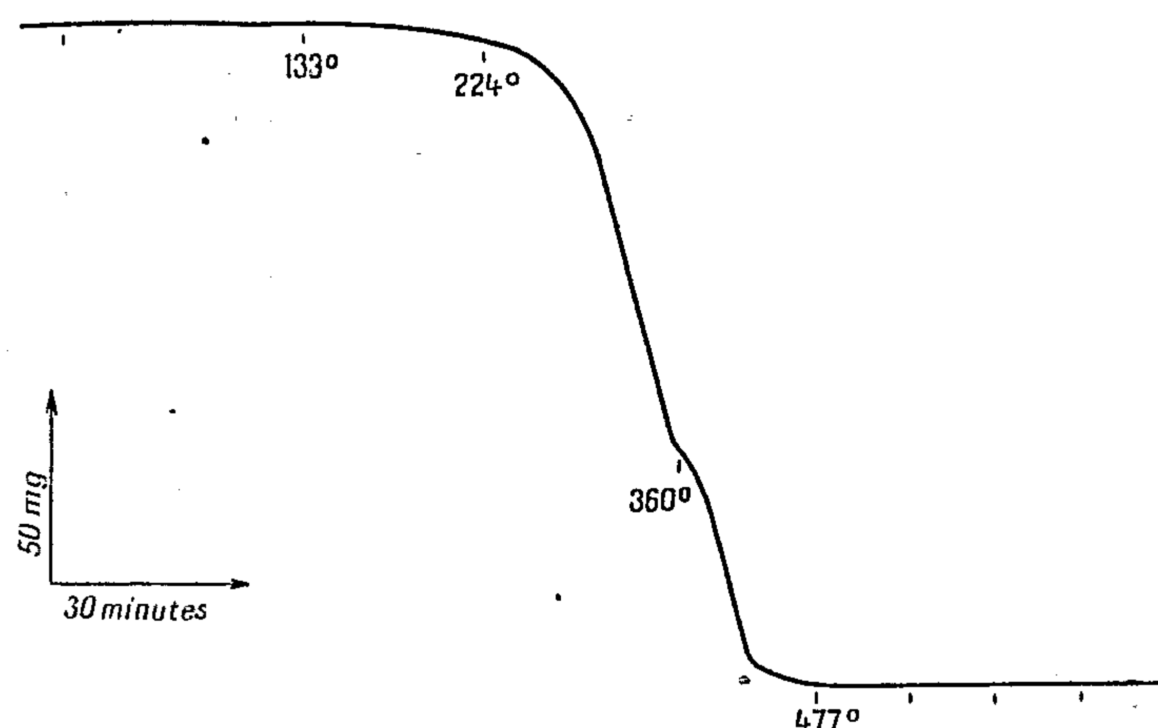


Fig. 1. — Analyse thermogravimétrique du carbonate de plomb.

calcul des pertes nous permet d'écrire la formule CO_3Pb, $2PbO$. La température de 220° a été maintenue deux jours sans que ce sel basique subisse de changement de poids.

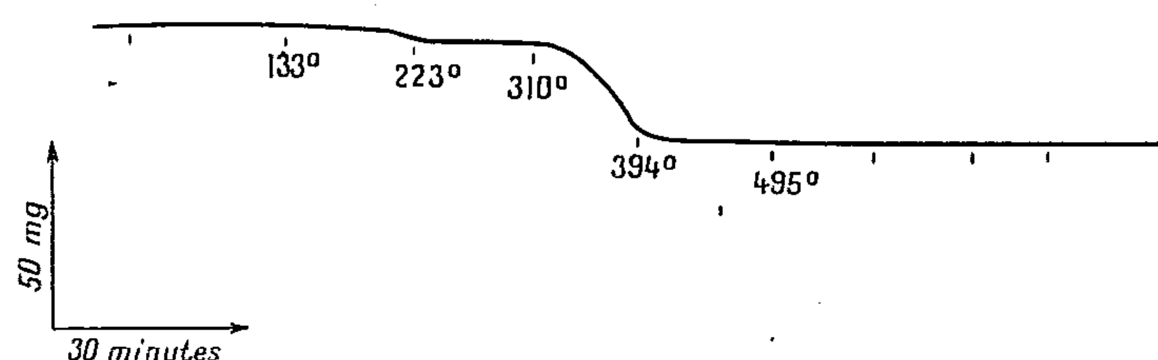


Fig. 2. — Analyse thermogravimétrique du CO_3Pb, $2PbO$.

b. Nous portons du carbonate de plomb à 250°, température correspondant au palier de 220 à 300° dans la décomposition de CO_3Pb, $2PbO$. Nous enregistrons une perte qui ne correspond plus à la formation du sel basique, mais à celle du sesquioxyde Pb_2O_3. Pendant huit jours la température de 250° fut maintenue sans que le poids soit modifié.

c. Nous avons également obtenu Pb_2O_3 en chauffant le sel basique à 260°. Mais nous devons souligner qu'à partir de ce corps, l'obtention de Pb_2O_3 est plus délicate, par suite de la stabilité restreinte du produit de départ CO_3Pb, $2PbO$.

Nous pouvons donc conclure que le carbonate de plomb se décompose en donnant un seul sel basique CO_3Pb, $2PbO$, de couleur jaunâtre, à partir de

220°; celui-ci à son tour donne aux environs de 260°, du sesquioxyde Pb_2O_3 de couleur brun clair. Le sesquioxyde de plomb peut être préparé directement en partant du carbonate CO_3Pb par chauffage à 250°, ce qui est, à notre connaissance, un mode nouveau de préparation de Pb_2O_3.

Les spectres X ont permis d'identifier ces corps dans leurs différentes formations et de constater qu'ils sont tous cristallisés.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le rôle de l'eau, au cours de l'absorption de la soude par la cellulose.* Note de M[lles] **Geneviève** et **Thérèse Petitpas**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

La cellulose gonfle lorsqu'elle est plongée dans une solution aqueuse de soude; il y a une absorption sélective de soude qui se traduit par une diminution de la concentration en soude de la solution. Gonflement et absorption dépendent de la concentration initiale de la solution. Ce phénomène a été étudié [1] tant par des moyens chimiques que par l'examen aux rayons X des celluloses gonflées. On a généralement cru mettre en évidence la formation de composés définis NaOH-cellulose, en se fondant sur le fait que la courbe d'absorption apparente en fonction de la concentration en NaOH de la solution présente des paliers. Mais le calcul de la soude fixée fait appel à une hypothèse ou à une extrapolation importante et ne tient pas toujours compte de l'eau qui pourrait être fixée.

Si l'on soumet à une centrifugation bien définie l'ensemble cellulose gonflée-solution de soude, la quantité totale de lessive ($NaOH + H_2O$) retenue par la cellulose dépend de la concentration initiale en soude et passe par un maximum pour une concentration voisine de 4N(14%). Ce maximum est d'autant plus faible que la texture de la cellulose est plus cristalline : par exemple, pour des viscoses ayant subi un étirage supplémentaire à la sortie de la filière, il est d'autant plus faible que l'étirage a été plus fort. (Le diagramme aux rayons X est d'autant plus net que le fil a été plus étiré c'est-à-dire que l'état cristallin est d'autant meilleur.)

La comparaison des résultats donnés par les méthodes chimiques à ceux donnés par les diagrammes X et l'étude du comportement de la cellulose dans les solutions de soude dans l'alcool méthylique nous ont conduites aux observations suivantes :

1° Si la cellulose gonflée est soumise à la centrifugation, si l'on détermine la quantité totale de solution retenue et les proportions respectives de NaOH et H_2O, on voit que la quantité de NaOH croît proportionnellement à la concentration de la solution, tandis que de celle H_2O passe par un maximum pour une concentration voisine de 4N (14%). L'eau est donc un facteur important du maximum de rétention totale signalé plus haut.

---

[1] Voir en particulier : Vieweg, *Ber.*, 40, 1907, p. 3876 et Champetier, *Thèse*, Paris, 1933.

Si l'eau est remplacée par l'alcool méthylique, on a une rétention très faible et seulement une ébauche de maximum.

Si l'on ajoute de l'eau dans le mélange NaOH-CH_3OH, la rétention est plus grande, et croît beaucoup plus vite en fonction de la concentration.

2° Si l'on représente, en fonction de la concentration de la solution, l'absorption de NaOH calculée d'après le changement de titre, on a une courbe qui présente un premier palier entre 4 et 6 N (14 à 20 %) et un second beaucoup moins net entre 7 à 8 N (23-24 %).

Si l'eau est remplacée par l'alcool méthylique, l'absorption est très faible et présente un maximum vers 3 N.

3° L'examen des diagrammes aux rayons X de la cellulose gonflée par la soude montre une liaison étroite entre le changement de structure du domaine ordonné et l'allure des courbes de rétention et d'absorption.

On sait que l'eau seule ne modifie pas le réseau cristallin de la cellulose. Lorsque la concentration de la solution de soude est comprise entre o et 3,5 N (o à 12 %), rien ne pénètre dans le réseau. En même temps a lieu une ascension rapide de l'absorption et de la rétention, surtout en eau. Il y aurait donc une pénétration importante dans le domaine lacunaire ou amorphe. Puis il y a pénétration dans le domaine cristallin. En effet, vers 4 N (14 %) le diagramme est modifié. En même temps la rétention de l'eau diminue tandis que celle de la soude continue à croître. Dans ce domaine de concentration, au lieu d'absorber plus d'eau que de soude, la cellulose absorbe plus de soude que d'eau. C'est la région du *palier* de la courbe d'absorption. On arrive ensuite dans le domaine de concentration où la rétention de l'eau est presque constante tandis que celle de la soude continue à croître. On a alors une seconde modification du diagramme (7,5 N environ; 24 %). C'est la région du second *palier*.

Si l'eau est remplacée par l'alcool méthylique, le réseau de la cellulose ne présente qu'une très faible modification. Il n'en est plus de même si l'on ajoute de l'eau.

Il apparaît donc que les *paliers* de la courbe d'absorption seraient dus non à la formation d'un composé défini mais à une modification de la facilité de pénétration respective de l'eau et de la soude dans les zones de cristallinités différentes de la cellulose.

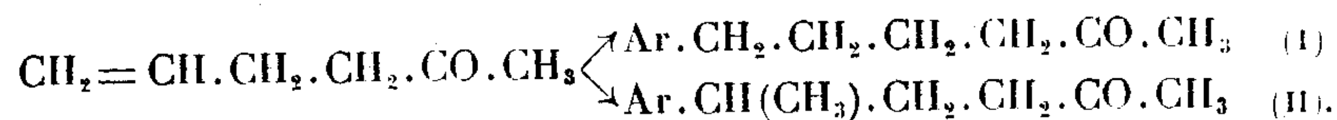
CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse de polyméthyltétralines et de polyméthylnaphtalènes.* Note [1] de MM. **Jean Colonge** et **Louis Pichat**, transmise par M. Marcel Delépine.

Poursuivant l'étude de l'addition des hydrocarbures aromatiques sur les cétones éthyléniques, nous examinons ici le cas de l'allylacétone sur laquelle

[1] Séance du 16 février 1948.

nous avons fait réagir le benzène, le toluène, le *m*- et le *p*-xylènes, en présence de chlorure d'aluminium.

Deux composés peuvent être prévus, selon que le radical aryle se fixe sur le groupement CH ou sur le CH_2 terminal de l'allylacétone :



Nous avons constaté qu'il se fait uniquement le composé (II).

Les cétones du type (II) ont été transformées soit en alcools secondaires (III) par hydrogénation au sodium et à l'alcool éthylique, soit en alcools tertiaires (IV) par action de l'iodure de méthylmagnésium :



Les alcools secondaires ont été déshydratés en trétalines correspondantes selon le procédé de Bogert ([2]) et les alcools tertiaires par le procédé de Kloetzel ([3]) qui emploient tous deux l'acide sulfurique concentré; les rendements sont plus élevés avec les alcools tertiaires; en outre, dans le cas du *p-xylyl*-5 *hexanol*-2 on observe un empêchement stérique, par le groupement méthyle qui se trouve en ortho, de l'atome d'hydrogène nodal participant à la formation d'eau; le rendement en *tétraméthyl*-1-4-5-8 *tétraline* n'est que de 41 % alors que le *m-xylyl*-5 *hexanol*-2 donne la *tétraméthyl*-1-4-5-7 *tétraline* avec un rendement de 68 %.

Les polyméthyltétralines ont été finalement déshydrogénées par chauffage avec du soufre; deux naphtalènes nouveaux ont été obtenus : *tétraméthyl*-1-4-5-7 et *tétraméthyl*-1-4-5-8 *naphtalènes*.

Signalons aussi que la déshydrogénation de la pentaméthyl-1-1-4-5-8 tétraline par le soufre n'a fourni le tétraméthyl-1-4-5-8 naphtalène qu'avec un rendement de 1 %, le départ d'un CH_3 du groupement gem-diméthyle est donc difficile.

La condensation de l'hydrocarbure avec la cétone éthylénique est faite de la façon suivante; on ajoute goutte à goutte une mol/g de cétone à la suspension de 1,5 mol de chlorure d'aluminium dans 5 mol de l'hydrocarbure, sous bonne agitation et en maintenant la température entre 10° et 20°; les rendements oscillent entre 70 et 80 %.

Parmi les produits préparés, nous signalerons :

(*Diméthyl*-1-5 *phényl*)-5 *hexanone*-2 $C_{14}H_{20}O$; Rdt 75 %; $É_{16}$ 156°; d_4^{23} 0,955; n_{23}^{D} 1,5077; semicarbazone F 175°; par oxydation permanganique conduit à l'acide trimellitique.

([2]) BOGERT et coll., *J. Amer. Chem. Soc.*, 56, 1934, p. 185 et 248.

([3]) *J. Amer. Chem. Soc.*, 62, 1940, p. 3408.

(*Diméthyl*-1-4 *phényl*)-5 *hexanone*-2 $C_{14}H_{20}O$; Rdt 75 %; $É_{15}$ 152°; d_4^{25} 0,955; n_{25}^{D} 1,5079; semi-carbazone F 185°.

Méthyl-2 (*diméthyl*-1-5 *phényl*)-5 *hexanol*-2 $C_{15}H_{24}O$; Rdt 87 %; $É_{13}$ 156°.

Méthyl-2 (*diméthyl*-1-4 *phényl*)-5 *hexanol*-2 $C_{15}H_{24}O$; Rdt 85 %; $É_{13}$ 154°.

Diméthyl-1-4 *tétraline* $C_{12}H_{16}$; Rdt 68 %; $É_{18}$ 112°-114°;

Triméthyl-1-4-6 *tétraline* $C_{13}H_{18}$; Rdt 53 %; $É_{14}$ 124°.

Tétraméthyl-1-4-5-8 *tétraline* $C_{14}H_{20}$; Rdt 41 %; $É_{15}$ 141°.

Tétraméthyl-1-4-5-7 *tétraline* $C_{14}H_{20}$; Rdt 68 %; $É_{13}$ 135°.

Tétraméthyl-1-1-4-7 *tétraline* $C_{14}H_{20}$; Rdt 79 %; $É_{14}$ 127°.

Pentaméthyl-1-1-4-5-8 *tétraline* $C_{15}H_{22}$; Rdt 88 %; $É_{15}$ 149°.

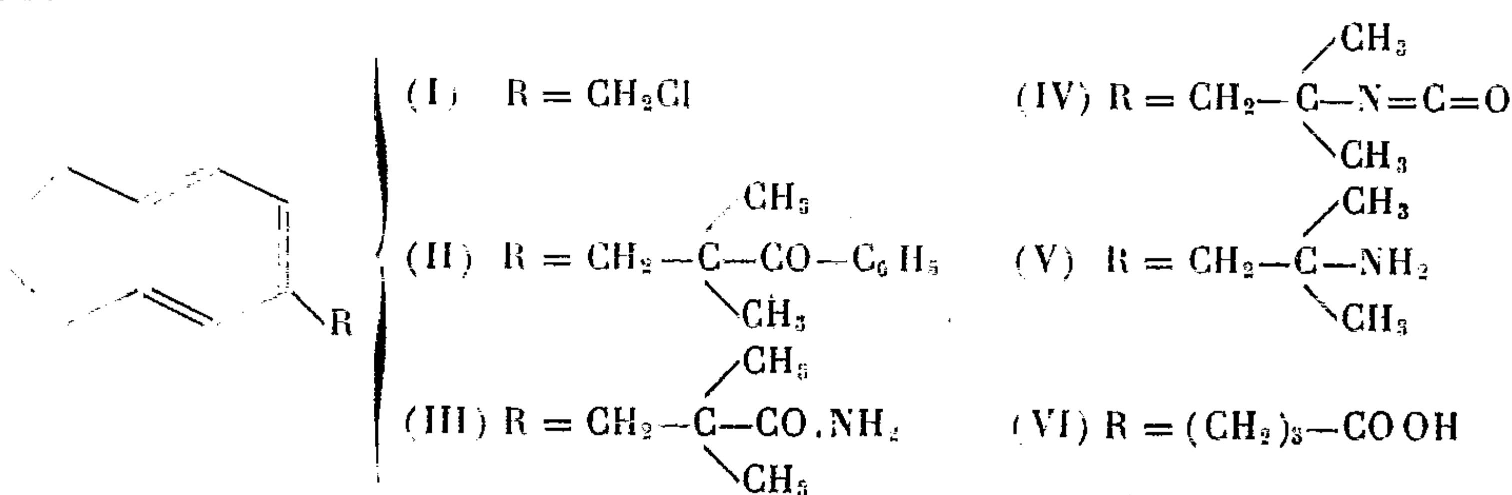
Pentaméthyl-1-1-4-5-7 *tétraline* $C_{15}H_{22}$; Rdt 85 %; $É_{13}$ 138°.

Tétraméthyl-1-4-5-8 *naphtalène* $C_{14}H_{16}$; Rdt 21 %; F 131°; picrate rouge sang F 154°.

Tétraméthyl-1-4-5-7 *naphtalène* $C_{14}H_{16}$; Rdt 78 %; $É_{11}$ 162°; F 56°; picrate rouge F 152°.

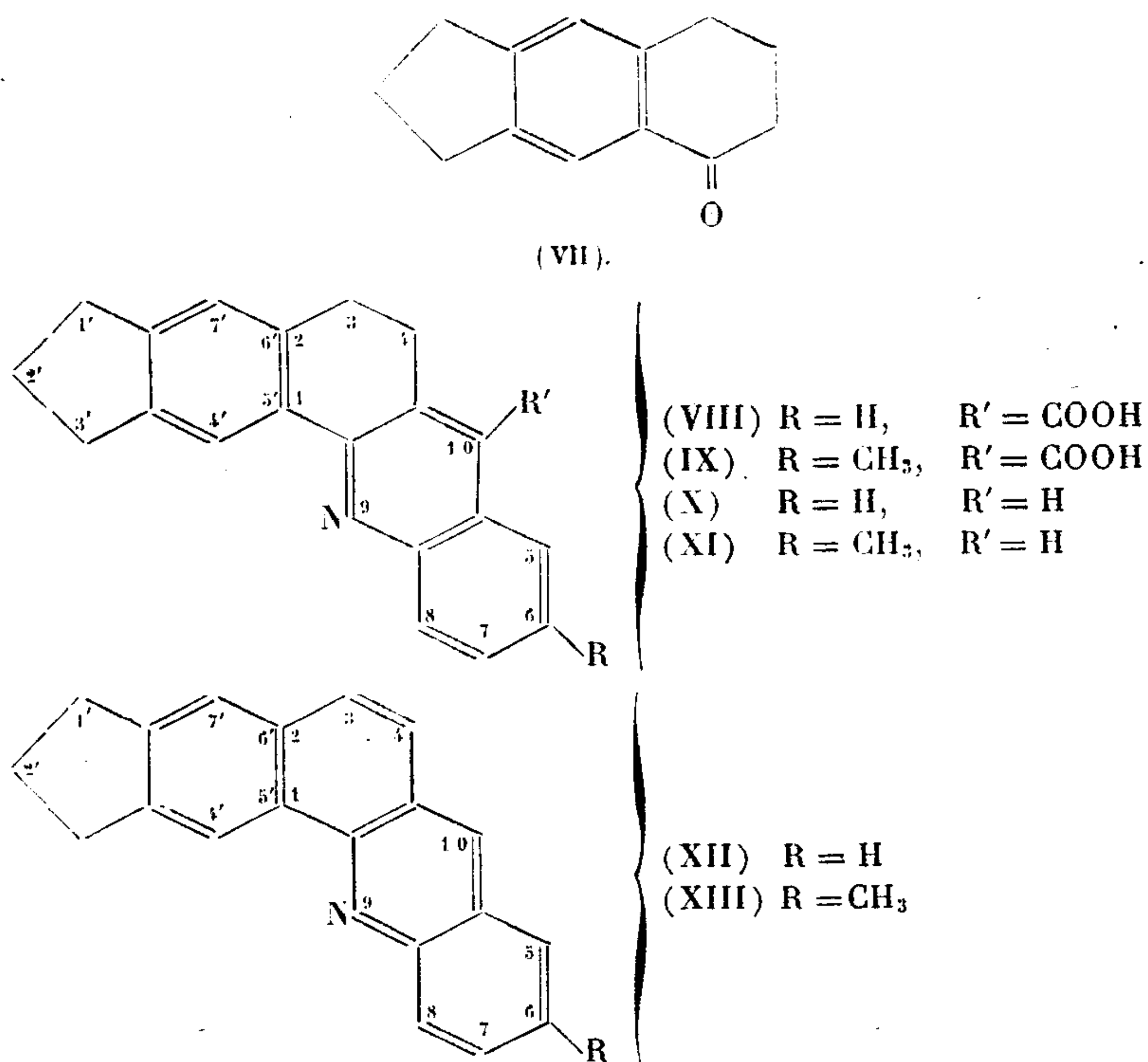
CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèses dans le domaine de l'hydrindène* [1].
Note [2] de M. **Paul Cagniant**, transmise par M. Marcel Delépine.

Le chlorométhyl-5 hydrindène [3] (I) se condense avec l'isobutyrophénone sodée par NH_2Na, pour donner la β.5-hydrindyl α.α-diméthylpropiophénone (II) $C_{20}H_{22}O$, $É_{15}$ 232°, huile visqueuse. Cette cétone, traitée à son tour par NH_2Na, subit la coupure amidique de Haller et conduit au β.5-hydrindyl α.α-diméthyl-propionamide (III) $C_{14}H_{19}ON$, $É_{17}$ 223°, liquide très visqueux. L'action de BrOK sur cet amide fournit l'isocyanate de β.5-hydrindyl α.α-diméthyl-éthyle (IV) $C_{14}H_{17}ON$, $É_{0,6}$ 141°, liquide fluide incolore, peu stable et dont l'hydrolyse chlorhydrique se fait facilement avec départ de CO_2. Après alcalinisation on obtient la β.5-hydrindyl α.α-diméthyl-éthyl-amine (V) $C_{13}H_{19}N$, $É_{18,5}$ 146°, n_D^{15} 1,538, d_4^{18} 0,979, liquide incolore d'odeur aminée; chlorhydrate $C_{13}H_{20}NCl$, F_{inst} 246°, cristaux incolores très solubles dans l'alcool; picrate F_{inst} 230°, petits cristaux jaune citron.



[1] *Voir* pour plus de détails : Paul Cagniant, *Thèse* (en préparation).
[2] Séance du 16 février 1948.
[3] H. Arnold, *Ber. deut. chem. Ges.*, 76, 1943, p. 777.

Le chlorure de l'acide γ.5-hydrindyl-butyrique (VI) se cyclise, selon Friedel et en milieu benzénique en cyclopenténo-6.7-tétralone-1 (VII) F 17°,5, déjà obtenue par Sen Gupta ([4]). Cette cétone se condense avec l'isatine et la méthyl-5-isatine pour donner les acides (VIII) et (IX), facilement décarboxylés vers 300° en les bases correspondantes : hydrindréno-(5'.6' : 1.2) dihydro-3.4-acridine (X) $C_{20}H_{17}N$, $É_{20}$ 292°, F 89°, cristaux incolores, picrate F_{inst} 240°, cristaux jaune d'or ; et méthyl-6-hydrindéno-(5'.6' : 1.2) dihydro-3.4-acridine (XI) $C_{21}H_{19}N$, $É_{21}$ 300°, F 107°, cristaux incolores, picrate F_{inst} 248°, cristaux jaunes. Ces bases se déshydrogènent bien par chauffage avec PbO en excès, à 310-320°. On obtient respectivement : l'hydrindéno-(5'.6' : 1.2) acridine (XII) $C_{20}H_{15}N$, F 146°, cristaux peu colorés, picrate F_{inst} 256°, cristaux jaune d'or ; et la méthyl-6-hydrindéno-(5'.6' : 1.2) acridine (XIII) $C_{21}H_{17}N$, F 163°, picrate F_{inst} 268°, cristaux jaune canari.

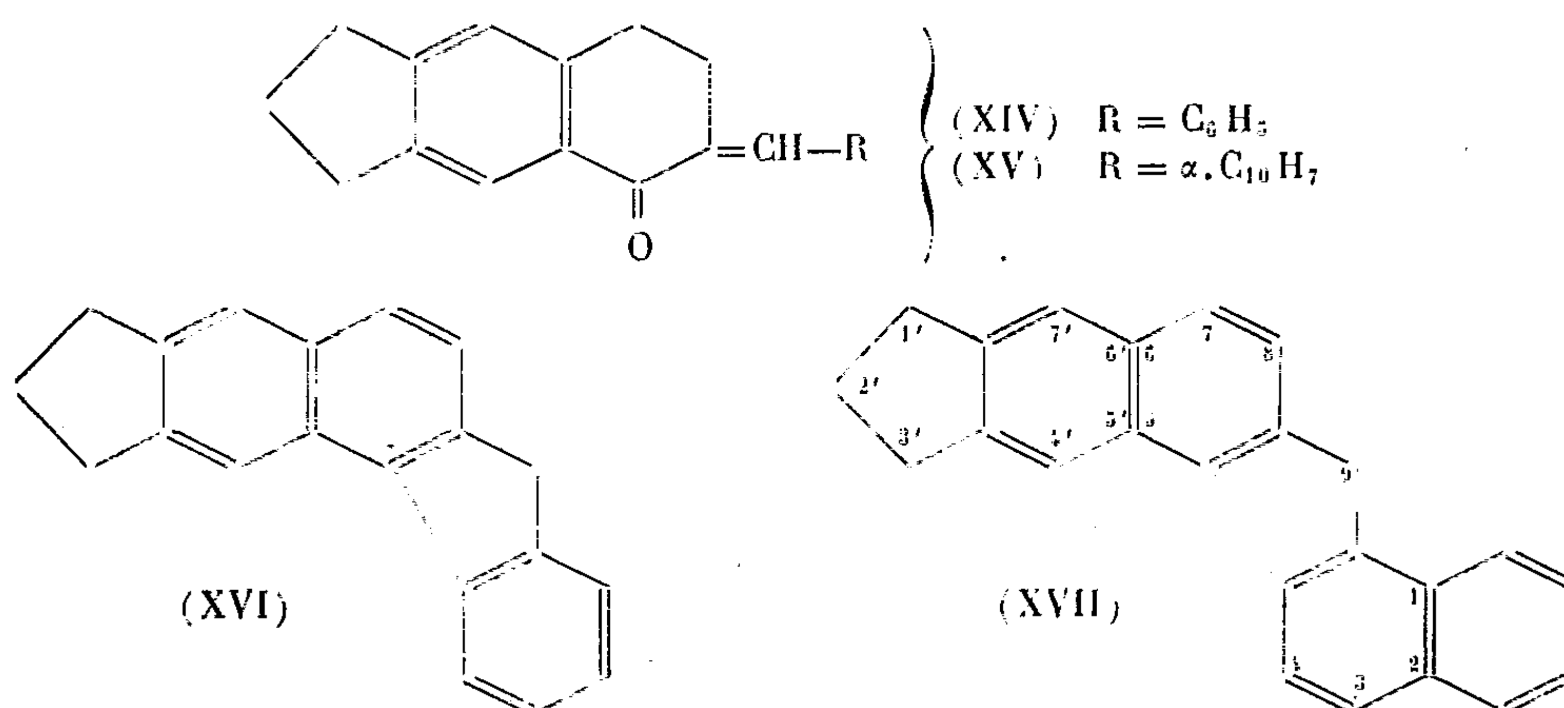


La même cétone (VII) se condense avec le benzaldéhyde et le naphtaldéhyde-α, selon Rapson et Shuttleworth ([5]), pour donner les dérivés arylidéniques correspondants (XIV) $C_{20}H_{18}O$, F 127° et (XV) $C_{24}H_{20}O$, F 111°. La cyclisation de ces deux composés par P_2O_5 conduit respectivement à l'hydrindéno-(5'.6' : 5.6) fluorène-(XVI) $C_{20}H_{16}$, F 132°, cristaux incolores,

---

([4]) *Chem. Abst.*, **31**, 1937, 5789.
([5]) *J. Chem. Soc.*, 1940, p. 636.

picrate, F_{inst} 175°, aiguilles rouge violacé; et à l'hydrindéno-(5'.6':5.6) benzo-1.2 fluorène (XVII) $C_{24}H_{18}$, F 245°, plaques incolores, picrate F_{inst} 157°, cristaux rouge brique.



Nous poursuivons des recherches parallèles sur le benzosubéranne.

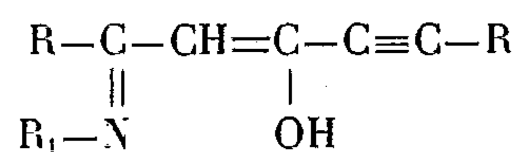
CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'eau, de l'ammoniac et des amines non tertiaires sur les cétones α.α'-diacétyléniques.* Note de M. **Jean Chauvelier**, présentée par M. Paul Pascal.

Nous avons établi les faits suivants : on obtient régulièrement des cétones α.α'-diacétyléniques, R—C≡C—CO—C≡C—R par oxydation chromique des alcools correspondants.

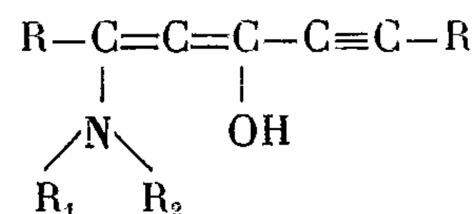
Nous avons étudié la dipropynylcétone et la bisphénéthynylcétone.

1° Ces deux cétones s'unissent à froid ou tout au moins au-dessous de 50° à toutes les amines primaires ou secondaires, exception faite pour la diphénylamine, et ceci d'autant plus facilement que l'amine est plus basique.

2° Ces composés d'addition correspondent dans le cas des amines primaires à la formule



et, dans le cas, des amines secondaires, vraisemblablement à la formule



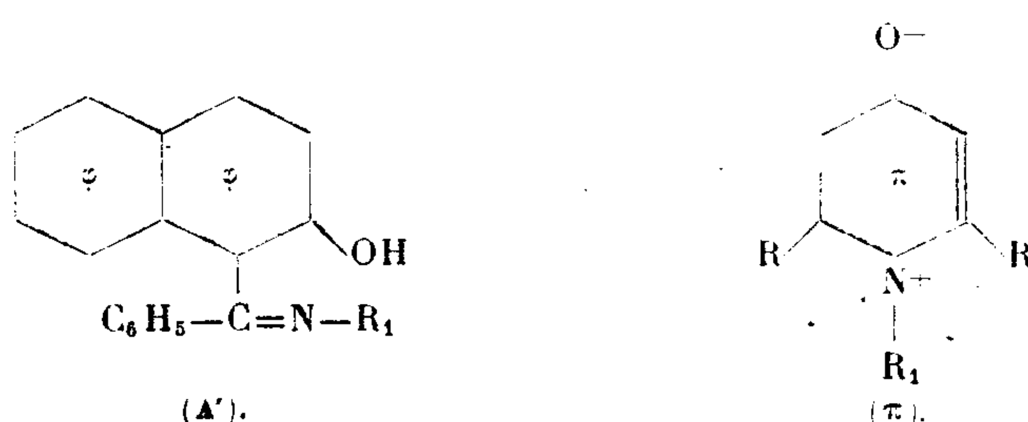
Tous ces dérivés sauf un sont cristallisés, et les diamines s'unissent à deux molécules de cétone.

Ces composés d'addition sont jaunes lorsque R ou R_1 sont des noyaux aromatiques, dans le cas contraire ils sont sensiblement incolores.

Par chauffage, les dérivés d'addition des amines secondaires se décomposent vers 250° sans subir d'isomérisation.

Dans le cas d'une cétone de série grasse, les dérivés d'addition des amines primaires s'isomérisent plus ou moins rapidement au-dessus de 140° en pyridones correspondantes, pour $R=CH_3$ on obtient les lutidones (π).

Si R est C_6H_5, cette isomérisation est concurrencée par la transformation de ces dérivés en un composé orangé dont la formule est vraisemblablement A' :

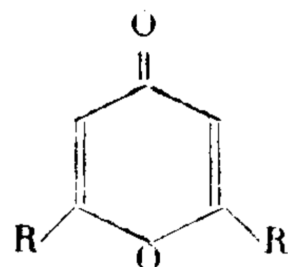


Les dérivés des diamines primaires (paraphénylènediamine) subissent deux fois ces transpositions :

pour $R = CH_3$ on arrive à des dipyridones,

pour $R = C_6H_5$, on a trois corps : une bipyridone, un corps ayant deux fois la structure A' et un composé mixte.

3° L'hydrolyse sulfurique des composés jaunes conduit à peu près quantitativement aux pyrones



lesquelles sont engendrées avec des rendements bien inférieurs par hydratation mercurique des cétones diacétyléniques.

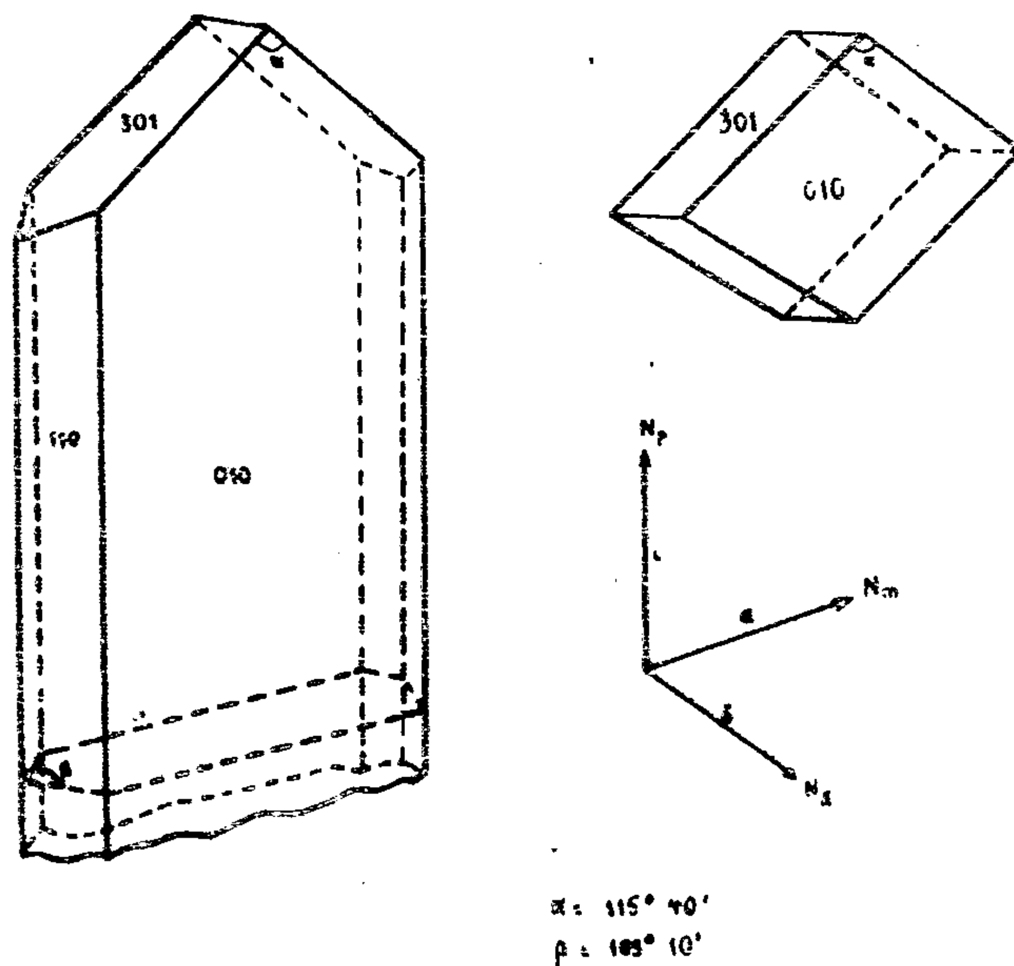
La constitution des composés obtenus a été établie par oxydation permanganique et par diverses considérations d'ordre physique. Les théories ioniques nous ont d'ailleurs guidé dans le choix des structures les plus probables pour les composés A'.

L'ensemble de ces résultats fournit une méthode très simple d'identification des amines primaires (point de fusion de la lutidone correspondante qui s'obtient quantitativement) et aussi des amines primaires et secondaires par le point de fusion du dérivé primaire d'addition sur la bisphénéthynylcétone.

RADIOCRISTALLOGRAPHIE. — *Étude cristallographique de la nitroguanidine.* Note [1] de MM. **Jean Doll** et **Emmanuel Grison**, présentée par M. Charles Mauguin.

Selon Davis, Ashdom et Couch [2], les cristaux de nitroguanidine peuvent exister sous deux formes α et β différant par leur aspect extérieur et leurs propriétés optiques. Ces auteurs attribuent à la variété α (longues aiguilles plates) les indices $n_p = 1,518$, $n_m = 1,668$, $n_g = 1,768$ et à la variété β (plaquettes hexagonales) $n_p = 1,525$, $n_g = 1,710$.

En étudiant la cristallisation de la nitroguanidine par divers procédés (y compris ceux de Davis), M. Tranchant [3] a pu obtenir deux variétés différant par leur aspect extérieur : l'une se présente sous forme de longues aiguilles plates, l'autre de petits losanges. Ces deux variétés nous ont été remises pour examen cristallographique, et nous les avons trouvées absolument identiques. Leurs caractéristiques cristallines sont indiquées ci-dessous. Tous les essais en vue d'obtenir une forme β différente ont échoué.



Les cristaux appartiennent au système orthorhombique et sont limités par les faces (010), (110) et (301). Le clivage (100) est très facile.

Les indices de réfraction ont été mesurés par la méthode de la frange de Becke. Nous avons trouvé $N_p = 1,530 \pm 0,005$, $N_m = 1,715 \pm 0,005$. L'angle 2V des axes optiques est égal à 106°. Il n'y a pas de dispersion appré-

---

[1] Séance du 16 février 1948.

[2] *Journ. Am. Chem. Soc.*, 47, 1925, p. 1063.

ciable des axes optiques. Le signe est négatif. Le calcul fait à partir de n_p, n_m et 2V donne $n_g = 1,86$. Les paramètres cristallins, déterminés à l'aide de diagrammes de cristal tournant sont :

$a = 17,47$ Å, $b = 24,50$ Å, $c = 3,59$ Å (axe de l'aiguille);

$a:b:c = 0,7130:1:0,1465$ calculé d'après les mesures directes aux rayons X;

$= 0,7111:1:0,1471$ calculé d'après les mesures goniométriques.

Tranchant ([3]) et Pritchard ([4]) donnent respectivement pour la densité les valeurs de 1,8 et 1,77. D'après les paramètres ci-dessus une maille contenant 16 molécules a une densité de 1,805, en bon accord avec ces résultats.

Les diagrammes de Weissenberg donnent les extinctions suivantes : hkl présente seulement pour $h+k$, $k+l$ et $l+h=2n$; $0kl$ seulement pour k et $l=2n$ et $k+l=4n$; $h0l$ pour h et $l=2n$ et $h+l=4n$; $hk0$ pour k et $h=2n$.

Ces extinctions sont caractéristiques du groupe $Fdd(C_{2v}^{19})$. Nous poursuivons l'étude complète de la structure cristalline de ce corps.

MINÉRALOGIE. — *Transformation expérimentale d'une montmorillonite en une phyllite à 10 Å type illite.* Note ([1]) de Mlle **Simonne Caillère**, M. **Stéphane Hénin** et Mme **Suzanne Mériaux**, présentée par M. Charles Mauguin.

Nous avons montré antérieurement ([2]) que la montmorillonite traitée par une solution de chlorure de magnésium, puis par de l'ammoniaque, se transformait en une phyllite du type vermiculite chlorite. On pouvait penser qu'en fixant du potassium, on obtiendrait une phyllite voisine du mica. Nous nous proposons de décrire la méthode expérimentale qui a permis de faire cette transformation. Divers procédés ont été utilisés, voici le plus simple : environ 3g d'une montmorillonite provenant du Maroc sont mis en contact avec 250cm³ d'une solution normale de potasse et soumis pendant 8 heures à l'ébullition. Le produit est alors recueilli sur filtre et séché à l'étuve. Il se présente sous forme d'un aggloméré assez dur qui, après broyage au mortier, possède une consistance sableuse qu'il conserve même si on l'humecte à nouveau. On l'immerge une seconde fois dans la solution de potasse et le traitement se poursuit comme précédemment.

Après trois ou quatre opérations successives, l'argile donne un diagramme de rayons X voisin de celui de l'illite. En particulier, l'équidistance principale est de 10,2 Å. La raie correspondante étant relativement moins intense qu'elle

([3]) Note intérieure du Laboratoire central des poudres (juillet 1947).

([4]) Pritchard et Wright, *Canadian Research*, avril 1947.

([1]) Séance du 16 février 1948.

([2]) S. Caillère et S. Hénin, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 842-843.

ne l'était dans la montmorillonite initiale. On observe également la raie du troisième ordre vers 3,42 Å avec la même intensité que dans le diagramme de l'illite. Ce résultat n'est pas modifié si l'on opère avec la même substance imbibée d'eau et de glycérine. Le produit traité pendant trois jours par un mélange de 250^{cm^3} d'une solution de Cl_2Ca, titre 2 N, et de 10^{cm^3} de HCl, titre N/10, possède, séché à l'air, une équidistance principale de 11,7 Å, variable avec le degré d'hydratation.

Ces diverses propriétés rapprochent la phyllite à 10 Å ainsi obtenue de l'illite qui, mise au contact des sels de calcium, augmente son équidistance principale jusqu'à 12 Å ([3]).

La comparaison des courbes thermiques de la montmorillonite et du minéral à 10 Å fait apparaître une très forte diminution du crochet d'eau hygroscopique, correspondant à la fermeture des feuillets qui deviennent ainsi inaccessibles à cette forme d'eau. D'autre part, les deux crochets caractéristiques de la montmorillonite ont presque complètement disparu; par contre, on note un crochet endothermique très net vers 490° qui rapproche cette dernière courbe de celle de l'illite, bien que l'inflexion de ce minéral se manifeste vers 530°. Enfin on constate un petit phénomène exothermique vers 900° observé parfois avec les argiles micacées.

Ce résultat est nouveau en ce qui concerne la montmorillonite; rappelons cependant que J.-W. Gruner ([4]) a transformé une vermiculite en illite en la traitant à chaud par l'eau oxygénée en présence d'ammoniaque.

Les observations contenues dans cette Note, jointes à celles publiées précédemment, établissent une parenté génétique entre les quatre types d'argiles : montmorillonite, chlorite, vermiculite et mica. Cette parenté que l'on pouvait prévoir d'après les analogies de structure, nous semble confirmée du fait que l'on passe facilement de l'une à l'autre par un traitement convenable.

GÉOLOGIE. — *La faune graptolitique spéciale à la mésogée occidentale.* Note ([1]) de M. **Gérard Waterlot.**

Les Graptolites sont considérés comme des animaux possédant une grande répartition géographique; pourtant, ce caractère ne paraît pas toujours très strict. En Sardaigne, les travaux de Gortani ([2]) ont montré que les couches du Wenlock supérieur (zone 30), à l'exclusion des autres, possèdent des Graptolites particuliers. Cette faune très spéciale est nettement établie par la

---

([3]) M.-S. Jackson et N.-N. Hellman, *Proceedings of the Soil Science Society of America*, 6, 1941, p. 133-145.

([4]) *Amer. Min.*, 24, 1939, p. 624-628.

([1]) Séance du 16 février 1948.

([2]) *Palaeont. Italica*, 28, 1922, p. 41 à 68, pl. 8 à 13; p. 85 à 112, pl. 15 à 19.

présence de dix-sept espèces ou variétés nouvelles, caractérisées par la très grande robustesse des formes, alliée au grand espacement des thèques. A ces types sardes, sont associées seulement cinq espèces cosmopolites qui ont permis à Gortani de préciser l'âge des couches qui les contiennent. Jusqu'à ces derniers temps, cette faune apparaissait très localisée.

Il y a quelques années, en déterminant des fossiles recueillis par M. Lamare dans le Gothlandien du Pays basque, j'ai pu déceler l'existence, dans les Pyrénées occidentales ([3]), d'un fait exactement semblable à celui de la Sardaigne. En effet, on a retrouvé, dans des schistes du Wenlock supérieur, trois éléments de la forme sarde, associés à trois autres formes nouvelles, mais géantes comme celles de la Sardaigne; deux espèces seulement de type courant les accompagnaient et permettaient de vérifier l'âge des gisements. Les autres étages, notamment ceux qui encadrent le Wenlock, ne renferment que des Graptolites de type cosmopolite. Cette découverte réduisait un peu l'anomalie rencontrée en Sardaigne, en ce sens qu'elle l'étendait à tout un secteur mésogéen.

Un fait du même genre se décèle actuellement au Maroc où les abondants gisements graptolitiques que j'ai pu étudier jusqu'à présent sont pourtant, dans leur grande généralité, d'un type absolument normal. Toutefois, au cours d'une tournée effectuée avec M. H. Termier aux environs d'Oulmès (sud de Zirani, signal 1252), nous avons recueilli des fossiles parmi lesquels je reconnais la présence de trois espèces sardes et d'une espèce basque du type spécial, ce qui me permet de rattacher ce gisement au Wenlock supérieur. La correspondance entre la faune de ces trois régions peut être indiquée dans le tableau ci-contre.

La particularité remarquable de cette faune est le gigantisme qui a atteint toutes les formes qui viennent d'être citées, c'est-à-dire la grande majorité des colonies graptolitiques de ces trois régions, appartenant au niveau du Wenlock supérieur. Ce ne sont pas à proprement parler des espèces nouvelles, mais seulement des formes spéciales, géantes, que l'on peut très aisément ramener à des types normaux et cosmopolites d'où elles dériveraient. Elles possèdent toutes des rhabdosomes très larges et à thèques peu nombreuses; or, ce fait n'est pas dû à un écrasement particulier de la colonie car, suivant le sens de compression, les formes du type habituel deviendraient, soit larges mais à nombreuses thèques, soit étirées et à thèques peu nombreuses, mais à rhabdosomes minces. Ce faciès correspond réellement à un développement anormal des colonies. Cette faune géante qui, jusqu'à présent, avait semblé strictement localisée en Sardaigne, s'est donc étendue, en réalité, bien plus loin vers l'Ouest. Il n'est pas interdit de penser que d'autres recherches permettront de

([3]) *Bull. Carte Géol. Fr.*, **45**, 1944, n° **216**, p. 255 à 264.

préciser encore davantage l'extension de la province géographique où ce phénomène physiologique particulier s'est produit.

Graptolites de type spécial.	Sardaigne.	Pays basque.	Maroc (Oulmès).
Monograptus subtilis Gortani	+		
» *subtilis* var. *major* Gort.	+		
» *antennularius* Meneghini	+		
» *antennularius* var. *floridus* Gort.	+		
» *belophorus* Menegh.	+		
» *falcatus* Menegh. em. Gort	+		
» *Lamarmoræ* Menegh. em. Gort	+		
» *mutuliferus* Meneghini (= *Mon. proboscidatus* Gort.)	+	+	+
» *mutuliferus* var. *strigosus* Gort.	+	+	
» *Linnarssoni* var. *Flumendosæ* Gort	+		
» *vomerinus* var. *Gonii* Menegh	+		
» *sardous* Gortani	+		
» *sardous* var. *eximius* Gort	+		+
» *dubius* var. *Meneghinii* Gort	+		
» *Siren* Gort	+		
» *uncinatus* var. *Tariccoi* Gort. (= *Mon. Lovisatoi* Gort.)	+	+	
» *giganteus* Gort. (= *Mon. tyrrhenus* Gort.)	+		+
» *Flemingii* var. *Lamarei* Waterlot		+	+
» *runcinatus* var. *amplus* Waterlot		+	
» *runcinatus* var. *magnus* Waterlot		+	

Il semble donc bien acquis qu'il y eut un instant à l'époque du Gothlandien (Wenlock supérieur) où les conditions de vie étaient très particulières, entraînant la production de formes géantes qui se développèrent au moins dans la Mésogée occidentale.

GÉOLOGIE. — *Sur le passage latéral des faciès détritiques grossiers du Crétacé du massif de Mendibelza aux faciès schisto-gréseux classiques de l'Albien des Pyrénées.* Note de M. **Pierre Lamare**, présentée par M. Charles Jacob.

Dans les parties du massif du Mendibelza où j'ai pu, jusqu'à présent, effectuer des levés détaillés, c'est-à-dire dans les bassins de la Nive et du haut Iraty, les poudingues siliceux crétacés de couleur foncée sont loin de constituer un ensemble homogène : partout, ils renferment des bandes interstratifiées de marnes schisto-gréseuses et de schistes gris ou noir, dont le nombre et l'épaisseur varient sans cesse, et qui, en partie ou en totalité, passent latéralement aux poudingues par apparition, dans leur masse, de galets. Ceux-ci vont se multipliant jusqu'à l'emporter sur les matériaux plus fins, qui, dès lors, sont réduits au rôle de ciment. Ailleurs, les schistes se développent au détriment

des poudingues, et ceux-ci ne forment que des bancs d'épaisseur réduite au sein du complexe schisteux.

C'est là une constatation réalisée dès le début de mes recherches dans le massif de l'Erroçaté et les environs d'Estérençuby. Mais, si j'avais observé des points où les faciès schisto-gréseux devenaient prédominants, il ne m'avait pas été possible de suivre de tels passages jusqu'à des endroits où les poudingues ayant totalement disparu, on se trouvait en présence des seuls schistes gréseux noirs, d'un type identique à ceux de la majeure partie de l'Albien des Pyrénées.

Cela m'est arrivé cet été, dans le segment du bord Nord-Est du massif qui vient buter contre le flanc Sud-Ouest du synclinal des Arbailles, au pied du Pic de Béhorléguy.

A 2^{km} 5 au Sud du pic, le Lauribar s'est taillé dans les poudingues à pendage Sud-Sud-Ouest 20-30° une gorge très pittoresque. Sur sa rive gauche s'étagent les corniches et escarpements qui correspondent à la tranche des bancs de poudingue, en même temps qu'aux bandes schisteuses. Celles-ci sont là beaucoup moins développées que les poudingues : l'ensemble constitue les gradins caractéristiques auxquels le Pic des Escaliers doit son nom. Entre ce dernier (cote 1478) et les chalets Ithounatcé (cote 572), sur la rive droite du Lauribar, règne donc le faciès « Mendibelza » typique. De la base de la formation jusqu'au point le plus élevé où on l'observe, son épaisseur oscille entre 1500 et 2000^{m}. Dans la direction que suit la vallée du Lauribar (SE-NW), la structure reste inchangée sur 6^{km}; au delà, vers la chapelle Saint-Sauveur, les schistes et marnes gréseuses commencent à s'épaissir au préjudice des poudingues. Elles sont associées à des grès grossiers jaunâtres contenant des débris ligniteux. Les galets se raréfient, puis disparaissent dans certaines couches, tandis que d'autres restent à l'état de poudingue. De Saint-Sauveur à l'échancrure cotée 733 (4^{km} S-S-E de Mendive), les poudingues sont en minorité : néanmoins, on atteint le socle carbonifère sans les avoir vu disparaître.

La rive droite du Lauribar et les pentes qui s'élèvent vers le pic de Béhorléguy montrent les mêmes assises jusqu'à mi-hauteur, mais le contraste que présentent leurs formes de relief avec celle de la rive opposée décèle une différence notable de composition : en effet, sur une distance de 500^{m} au Nord-Est du torrent, on observe une réduction progressive des poudingues qui va cette fois jusqu'à leur élimination totale. De là jusqu'à l'accident qui limite le massif de Mendibelza, on ne trouve plus que des schistes noirs avec quelques bancs de grès, c'est-à-dire le faciès albien normal.

Peut-on dire qu'il s'agisse là d'un Crétacé inférieur identique à celui du synclinal des Arbailles ? La feuille de *Mauléon* figure l'Albien comme se manifestant dans le noyau du pli au nord du pic de Béhorléguy, mais M. Casteras et moi avons reconnu que cette interprétation était inexacte. L'Urgo-Aptien présente là deux faciès passant incessamment de l'un à l'autre avec alternances répétées qui n'impliquent aucune superposition régulière : le faciès des *marbres à Rudistes* et celui des *calcaires noirs, gréseux ou schisteux, à Orbitolines.* Or, aucun de ces faciès ne se rencontre dans le massif de Mendibelza, où rien ne prouve l'existence de couches aptiennes.

Dans le synclinal, c'est seulement sur le versant souletin que se développent les schistes attribués communément à l'Albien, mais dont la base descend probablement jusque dans le Gargasien (1).

---

(1) Ces schistes ont fourni ailleurs, aussi bien à l'Ouest qu'à l'Est, *Parahoplites Deshayesi* Leym. et *Toxaster Collegnoi* Simonda.

Les observations qui précèdent démontrent l'existence de *passages du faciès détritique grossier (poudingue de Mendibelza) à des schistes et grès que rien ne permet de distinguer de l'Albien.* Est-ce dire que ce soit de l'Albien nécessairement? Les fossiles trouvés par nous portent à l'admettre, mais sont trop frustes pour en fournir la preuve. Tant qu'on n'aura pas découvert mieux, ou constaté que les schistes en question viennent s'intercaler entre l'Urgo-Aptien et le Cénomanien, il faudra s'en tenir à des probabilités.

GÉOLOGIE. — *Remarques à propos des phénomènes chimiques liés au métamorphisme.* Note de M. **Pierre Lapadu-Hargues**, présentée par M. Charles Jacob.

Récemment [1] j'ai montré comment, à partir de l'étude statistique d'un ensemble d'analyses chimiques, on pouvait démontrer la réalité de l'apport chimique dans une série métamorphique. Cette série était établie à partir d'un terme sédimentaire silico-alumineux, schiste sédimentaire, pour aboutir au granite et même au delà à la granulite, en passant par les micaschistes et les gneiss. Ainsi a-t-on une succession typique, de plus en plus profonde au sens magmatique du terme et de plus en plus intensivement marquée par le métamorphisme.

Pour chaque type de roche jalonnant cette succession, se définit une composition *moléculaire moyenne* centésimale pour les huit constituants principaux : SiO_2, Al_2O_3, Fe_2O_3, FeO, MgO, CaO, Na_2O, K_2O. A partir de ces compositions, j'ai calculé le nombre *total* des différents atomes (Si, Al, Fe, Mg, Ca, Na, K et O) contenu dans 100 molécules, et cela, pour les sept types de roches qui forment la succession.

On constate alors que le nombre total des atomes est, à très peu près, constant et voisin de 315; tout au plus, pour les schistes sédimentaires et peut-être encore pour les micaschistes supérieurs, remarque-t-on un très léger excès (324 et 320). Cela veut dire que lors des phénomènes d'apport métamorphique, indiscutables, toutes les fois qu'il y a un élément amené de l'extérieur, il y a départ d'un autre élément, de nature différente. A chaque phénomène d'apport est lié un phénomène de départ et cela, en quantité rigoureusement équilibrée.

Si l'on considère maintenant les variations du nombre des atomes de chacun des huit éléments en cause, on constate : un apport de Ca, Na et K selon des modalités que nous avions déjà exposées, un apport de Si [2], enfin un départ de Fe, Mg et Al. Mais pour ce qui est de l'oxygène, la somme totale des atomes reste constante dans la série, aussi bien pour le début de celle-ci que pour la granulite; on notera un léger excès pour la catégorie schiste sédimen-

---

(1) *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 5e série, 15, 1945, p. 255.

(2) R. Perrin et M. Roubault (*Bull. Soc. Géol. Fr.*, 5e sér., 16, 1946, p. 155), avaient, à la suite de mon travail, signalé la possibilité d'un tel apport.

taire, ce qui s'explique aisément, car on est là dans une zone sédimentaire superficielle où l'action d'oxygénation de l'atmosphère doit s'exercer ([3]). C'est d'ailleurs à ce léger excès d'oxygène (189 au lieu de 183, moyenne des autres roches de la série) qu'est dû l'excès d'atomes totaux signalé plus haut.

De ces résultats, on peut, au moins provisoirement, conclure que :

1° *L'apport métamorphique est toujours rigoureusement contrebalancé par un départ parfaitement équilibré d'autres éléments*;

2° *Les éléments d'apport sont les alcalins* (Na et K) *et alcalino-terreux* (Ca), *et le silicium; les éléments de départ, le fer et le magnésium, et l'aluminium.* Ces apports ou départs sont plus ou moins importants selon la profondeur magmatique, ainsi que le précisera un travail ultérieur;

3° *Le stock d'oxygène reste invariable* (sauf le petit excès de la zone pelliculaire). Aussi est-on tenté de considérer ces échanges chimiques comme s'effectuant à l'état d'éléments (atomes ou ions ?) et non à l'état de molécules. C'est la conclusion à laquelle j'étais arrivé dans mon précédent travail. Ce processus s'explique aussi bien dans le cas d'un apport par diffusion dans le solide que dans celui d'une *circulation* de « *solution* » (dispersion au sein d'une phase fluide).

4° L'équilibre du couple apport-départ semble incontestablement vérifié. On voit bien d'où peut venir l'apport, à savoir des profondeurs. Mais vers où se dirigent les atomes en départ (Al, Fe, Mg)? Deux hypothèses sont possibles : ou bien ce départ s'effectue vers les zones supérieures, ou bien il y a migration vers les profondeurs, en sens inverse de l'apport. Il n'est pas question de résoudre ici le problème; mais certains faits d'observation comme la concentration du fer et du magnésium dans une auréole située dans une région pas très profonde au sens magmatique du terme (Mg-*Reihe* de C. E. Wegmann), l'existence des gîtes à concentration métallique, fer en particulier, liés à des séries métamorphiques, semblent conduire plutôt vers l'hypothèse d'une *chasse* de ces éléments vers des zones périphériques et non d'une migration de sens inverse dans les zones profondes.

GÉOLOGIE. — *Sur une flore probablement rhétienne à El Galala El Baharîya (rive occidentale du Golfe de Suez, Égypte).* Note ([1]) de MM. **Alfred Carpentier** et **Ibrahim Farag**, transmise par M. Maurice Gignoux.

Le Gebel El Galala El Baharîya forme, sur la rive occidentale du Golfe de Suez, un vaste massif dont la falaise Nord-Est a été étudiée en 1922 et 1926

([3]) Il est possible que cet oxygène excédentaire soit fixé sur les très faibles quantités de manganèse que ces roches contiennent toujours.

([1]) Séance du 16 février 1948.

par H. Sadek Pacha. La partie supérieure en est constituée par de l'Éocène et du Crétacé; puis, au-dessous d'une série non fossilifère (Grès de Nubie sup.), viennent des couches gréseuses et marno-calcaires renfermant une faune marine bathonienne analogue à celle du Gebel Maghara au Nord du Sinaï. Ce premier ensemble, en couches d'allure tabulaire, repose sur un complexe de grès multicolores (Grès de Nubie inf.) azoïques, rapportés au Lias-Trias par Sadek Pacha qui voyait là une série continue.

C'est à la limite de ces deux ensembles que l'un de nous (I. F.) découvrit en 1940, dans des couches roses gréso-marneuses et schistoïdes concordantes avec le Bathonien superposé, une empreinte de plante déterminée comme *Alethopteris lonchitica* par F. G. Lewis, ce qui fit admettre un âge Westphalien ou même Permien inférieur pour ces couches. En outre, le même (I. F.) remarqua que le contact entre ces couches à plantes et les grès de base était très irrégulier et lacuneux, condition qui se retrouve très au Sud, à Ras El Abd et à Wadi Am Lug.

Puis, de nouvelles recherches entreprises en 1947 dans le gisement permirent d'exhumer la petite florule, objet de la présente Note, et dont l'étude, commencée au Laboratoire de Géologie de l'Université de Grenoble, et continuée par l'un de nous (A. C.), nous amène à contester la présence d'*Alethopteris* et à rajeunir l'âge des couches à plantes. En voici les éléments essentiels.

Equisétacées. — Les débris de Prèles sont fréquents et comparables à certaines espèces du Rhétien ou de l'Infralias : *Equisetites lævis* Halle, *E. scanicus* Sternb. sp.

Fougères. — Matoniacées : *Phlebopteris* (= *Laccopteris*) aff. *P. Muensteri* (Schenk) Hirmer et Hoerhammer, espèce qui, d'après Harris [2], est commune à de nombreux gisements rhéto-liasiques, mais surtout infraliasiques (Allemagne, Autriche, Groenland).

Osmundacées. — Quelques fragments de pennes à petites folioles ovales arrondies, parfois soudées, ressemblent bien à certaines formes que Fontaine a signalées dans le Trias supérieur de Virginie et que Seward [3] rattache au *Todites Williamsoni* (Brongniart). Ajoutons qu'une Fougère à frondes bipennées et folioles pécoptéroïdes paraît identique à un *Cladophlebis* sp., remarqué en 1932 [4] dans certains lits argileux à plantes de la série de Kohlan (Yémen), et limité dans son extension verticale (Rhétien-Infralias).

Bennettitées. — Quelques fragments de grandes frondes peuvent être rapportés au groupe du *Zamites gigas* Lindl. et Hutt. sp. Les pennes y sont attachées à la partie supérieure du rachis qu'elles recouvrent et s'élargissent nettement près de la base d'insertion où quelques nervures sont dichotomes; le limbe se rétrécit très insensiblement vers le sommet en pointe; il peut atteindre 9^{cm} de longueur; les nervures sont fines et nombreuses. Par le mode d'insertion et la nervation des pennes, cette espèce se rapproche du *Z. Schmiedellii* Stern., signalé dans quelques gisements liasiques du Banat et que

---

(2) *The fossil flora of Scoresby Sound East Greenland* (*Meddedelser om Gronland*, Bd. 112, n° 2, p. 31, Copenhague, 1937).

(3) *Fossil Plants*, II, 1910, p. 340.

(4) A. CARPENTIER et P. LAMARE, *Bull. Soc. géol. France*, 5e série, 2, p. 90.

J. Andraea tenait pour très voisin du *Z. gigas* ([5]). Les spécimens d'Egypte ont toutefois les pennes plus longues.

Seward signale ([6]) bon nombre d'espèces jurassiques qui se groupent autour du *Z. gigas* et qu'il est parfois difficile d'en distinguer : *Z. Moreaui* Brong. du Corallien, *Z. Feneonis* Brong. du Kimméridgien, *Z. Schmiedellii* Andraea .... Rappelons que Schimper et Mougeot ([7]) ont signalé dans le Grès bigarré de Soulz-les-Bains un *Zamites*, *Z. vogesiacus*, qu'ils ont comparé à l'*Otozamites acuminata* (Lindley) et au *Z. Feneonis*; au sujet de cette plante, R. Zeiller ([8]) écrit : « Le genre *Zamites* semble apparaître pour la première fois dans le Trias inférieur avec le *Z. vogesiacus*, si tant est du moins que cette espèce doive réellement lui être attribuée ».

Conclusions. — L'étude de la flore ne permet pas d'attribuer les lits à plantes au Carbonifère (absence d'*Alethopteris*); elle autorise, ce semble, à considérer leur âge comme Rhétien-Infraliasique. Par contre, la série basale des Grès multicolores, attribuée jusqu'ici au Trias-Lias par Sadek Pacha, au Carbonifère par I. Farag, ne peut être qu'au plus triasique.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Moyennes annuelles de l'amplitude des perturbations magnétiques à Chambon-la-Forêt, de* 1936 *à* 1947. Note de M. **Pierre Bernard**, présentée par M. Charles Maurain.

En vue de reconnaître si l'*agitation* du champ magnétique terrestre suit, comme l'amplitude moyenne de sa variation diurne, la période undécennale de l'activité solaire, j'ai relevé sur la suite des enregistrements de Chambon-la-Forêt toutes les perturbations magnétiques distinctes, c'est-à-dire dont le début est nettement visible sur les magnétogrammes, soit qu'il se produise après une période de calme suffisamment prolongée, soit qu'il apparaisse brusquement au cours d'une agitation antérieure. Dans ce dernier cas, il est souvent utile, pour identifier avec certitude un début brusque, d'appliquer le critérium signalé par M. Maurain ([1]) : un début brusque de perturbation magnétique est toujours une augmentation de la composante horizontale et presque toujours une augmentation de la déclinaison.

L'amplitude maximum de ces perturbations a été mesurée par l'écart en millimètres des points extrêmes atteints dans chaque sens par la courbe photographique, en éliminant la part due dans leur écartement à la variation diurne et aux autres variations lentes de l'élément mesuré. L'amplitude en millimètres des

---

([5]) *Abh. d. k. k. geolog. Reichsanstalt*, II Bd., III Abth., n° 4, p. 39, Vienne, 1855.
([6]) *Loc. cit.*, III, p. 533, 1917.
([7]) *Monographie des plantes fossiles du Grés bigarré*, p. 34, 1844.
([8]) P. Fliche, *Flore fossile du Trias de Lorraine*, p. 1910, 285.

([1]) *Comptes rendus*, 217, 1943, p. 57.

débuts brusques a été déterminée indépendamment. Les moyennes annuelles de ces mesures sont réunies dans le tableau suivant ([2]).

	1936.	1937.	1938.	1939.	1940.	1941.	1942.	1943.	1944.	1945.	1946.	1947.
Nombre de Wolf....	79,7	114,4	109,5	88,8	67,8	48,2	30,6	16,3	9,6	33,2	92,6	151,6
» d'éruptions..	634	846	996	831	420	442	222	156	53	132	410	(962)*
» de perturbations.............	80	114	124	114	110	100	91	82	82	108	146	100
Amplitude (mm)....	5,12	7,72	7,88	7,53	8,24	7,89	8,08	7,25	6,51	6,62	7,28	8,28
Nombre D. B........	9	43	26	27	11	17	18	4	7	16	39	27
Amplitude D. B. (mm).	2,88	2,96	4,45	3,94	3,77	3,16	2,93	1,79	1,81	2,10	3,84	3,86
Agit. microséismique (La Plata) μ......	0,68	0,80	1,06	1,00	1,09	1,05	0,98	0,82	0,99			

(*) Pour les trois premiers trimestres.

Les chiffres de ce tableau permettent plusieurs constatations :

1° La fréquence des perturbations suit étroitement la variation de l'activité solaire, sans que la correspondance soit absolue : les perturbations ont été le plus nombreuses en 1938, en coïncidence avec le maximum de fréquences des éruptions chromosphériques, mais il n'en a pas été de même, à un an près, en 1947. Les débuts brusques de leur côté surviennent plus nombreux juste avant le maximum de l'activité solaire.

2° L'amplitude des D. B. augmente brusquement à l'approche du maximum des taches, présente des maxima en concordance avec ceux de l'activité solaire, et décroît ensuite beaucoup plus graduellement que les nombres de Wolf.

3° La marche des moyennes annuelles des amplitudes maxima de toutes les perturbations est très différente de celle des nombres de Wolf : ces moyennes annuelles augmentent bien jusqu'au maximum des taches, mais continuent ensuite à augmenter et n'atteignent leur plus grande valeur qu'au milieu de la phase décroissante de l'activité solaire. Par contre le minimum de l'agitation coïncide avec le minimum solaire. Un schéma simplifié distinguerait une série de plusieurs années de forte agitation commençant exactement au maximum des taches, et deux années de faible agitation au voisinage du minimum, avec entre ces deux catégories une transition de courte durée.

Il est remarquable que les perturbations magnétiques se comportent d'une façon différente à l'égard du cycle solaire suivant que l'on considère la phase initiale des perturbations, dont fait partie le début brusque, et qui est liée à l'arrivée de nuages conducteurs à une distance du Globe de plusieurs rayons

([2]) Les valeurs données sont la moyenne des mesures faites séparément sur la déclinaison et la composante horizontale. Elles correspondent à une sensibilité des appareils de 0,00038 H par millimètre pour H et 1',365 pour D.

terrestres (³), ou leur phase principale dont l'origine est dans la haute atmosphère, comme le prouve la correspondance, qui se vérifie jusque dans le détail (⁴), des manifestations aurorales et des oscillations magnétiques.

En effet la variation de ces dernières au cours du cycle solaire apparaît comme semblable à celle des perturbations atmosphériques dont l'activité, évaluée d'après l'amplitude moyenne annuelle de l'agitation microséismique, présente elle aussi une variation undécennale décalée par rapport à l'activité solaire, avec des maxima au milieu de la phase décroissante de celle-ci (⁵). Un maximum très net d'agitation microséismique existe en 1940 sur les mesures faites à l'Observatoire de La Plata. On peut donc se demander, comme l'ont déjà fait Bannon, Higgs et Munro (⁶) d'après des statistiques journalières, s'il n'y a pas une corrélation entre l'agitation magnétique et l'état plus ou moins perturbé de la basse atmosphère. Toutefois les observations ne paraissent pas permettre de choisir entre une relation de cause à effet (irrégularités de la distribution des conductibilités de la haute atmosphère résultant des perturbations cycloniques) envisagée par ces auteurs, et une concomitance de deux effets indépendants de l'évolution des phénomènes solaires.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Les constituants cytoplasmiques de quelques graines de Légumineuses et leur évolution pendant la germination.* Note (¹) de M. Raymond Quilichini, présentée par M. René Souèges.

L'étude cytologique des constituants des graines de Légumineuses et leur évolution pendant la germination n'est encore connue que chez un petit nombre d'espèces. Cependant, un récent travail de P. Dangeard (²) sur les graines de Lupin, Soja, Haricot et Fève a permis de confirmer les rapports de l'aleurone et de l'appareil vacuolaire et d'éclaircir certains points encore discutés aujourd'hui. Nous avons entrepris des recherches sur trois espèces de Légumineuses qui n'ont fait l'objet jusqu'à présent d'aucun travail d'ensemble, le *Cercis siliquastrum* L., le *Dorycnium sufruticosum* Vill. et le *Cytisus alpinus* Mill. Nous avons étudié l'aleurone, les lipides, l'amidon et leurs plastes formateurs.

L'aleurone qui ne renferme pas d'inclusions est colorable vitalement dans ces trois graines; son aspect et son évolution diffèrent selon l'espèce et aussi selon

(³) Chapman et Ferraro, *The theory of the first phase of a geomagnetic storm* (*Terr. magn. atmos. électr.*, 45, 1940, p. 245).

(⁴) Leiv Harang, *ibid.*, 51, 1946, p. 379.

(⁵) P. Bernard, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1585.

(⁶) *Terr. magn. atmos. électr.*, 46, 1941, p. 61.

(¹) Séance du 9 février 1948.

(²) *Le Botaniste*, 33, 1947, p. 59-104.

les cellules. Dans la graine mûre du *Cercis Siliquastrum*, les cellules épidermiques et internes des cotylédons le montrent sous forme de grains de structure homogène, de taille moyenne, sphériques en général, colorés en rose par le rouge neutre dans les cellules épidermiques et en rouge orangé dans les cellules internes; leur hydratation pendant la germination est assez rapide; ils se gonflent puis fusionnent entre eux en donnant naissance à de grandes vacuoles de formes diverses; parallèlement, apparaissent à leur intérieur de gros globules rouge vif qui représentent la substance vacuolaire protéique précipitée; ces globules diminuent de taille et disparaissent rapidement. Toutes les cellules contiennent alors une grande vacuole homogène. Chez le *Dorycnium suffruticosum*, le rouge neutre met en évidence dans les cellules de l'épiderme externe quelques grains d'aleurone sphériques, de taille moyenne, accompagnés d'une infinité de petits grains à peine plus gros que les plastes, tous colorés en rouge vif; dans les cellules profondes, l'aleurone se présente sous forme de quatre à neuf énormes grains occupant tout l'intérieur cellulaire et qui offrent un aspect physique ponctué. Cet aspect serait d'après nous celui de la matière protéique très déshydratée et ne correspondrait pas à une structure fondamentale hétérogène. Pendant la germination, l'évolution des grains d'aleurone est à peu près identique à celle observée chez le *Cercis Siliquastrum*. Chez le *Cytisus alpinus*, les grains d'aleurones des cellules épidermiques sont très nombreux, tous d'une taille à peu près égale à celle du noyau, tandis que dans les cellules profondes ils sont très variables par la taille et la forme, ovale, sphérique ou polygonale. L'observation vitale montre dans leur intérieur un ou deux globules de même aspect prenant plus fortement le rouge neutre que la matière aleurique qui les entoure; l'aleurone n'a cependant pas ici une structure hétérogène; cet état serait dû à une hydratation et à une solubilisation très lente de la matière aleurique surtout constituée de globulines. Nous l'observons encore au bout de deux jours de germination; ensuite l'évolution en vacuoles suit les mêmes phases que dans les deux graines précédentes.

Ainsi, l'aleurone dans ces trois espèces est représenté par des grains beaucoup plus gros que dans le Pois, la Fève et le Haricot. Quant à son évolution, elle montre nettement qu'il se rattache directement à l'appareil vacuolaire.

L'étude des lipides et leur évolution pendant la germination est à peu près identique dans ces trois espèces. Ils se trouvent sous forme de gros globules accompagnés de très fines gouttelettes. Ces dernières en observation vitale peuvent être confondues avec de petits leucoplastes. Ces lipides se trouveraient en plus grande quantité chez le *Cytisus alpinus*. Pendant la germination, nous voyons les gros globules diminuer de volume jusqu'à disparaître totalement, mais nous notons toujours la présence de très fines gouttelettes lipidiques dont le nombre augmente au moment de la photosynthèse.

L'étude du plastidome nous montre l'absence d'amidon chez le *Cercis Siliquastrum* et le *Cytisus alpinus* et la présence de petits leucoplastes de forme

arrondie; pendant la germination du *Cytisus alpinus*, ces leucoplastes augmentent de volume, se divisent et à leur intérieur de petits grains d'amidon apparaissent. Chez le *Dorycnium suffruticosum*, les cellules épidermiques renferment de très rares grains d'amidon simple, les cellules profondes, de très gros dont la taille peut atteindre celle du noyau. Nous observons à côté d'eux de nombreux petits leucoplastes arrondis où en fuseau. Pendant la germination, les grains d'amidon diminuent de taille en s'hydrolysant; ils disparaissent très rapidement, puis on voit apparaître dans certains petits leucoplastes de minuscules grains d'amidon, d'abord simples, puis composés. Ces grains augmentent rapidement de volume en même temps que l'enveloppe plastidiale semble verdir. Quand la photosynthèse est en bonne marche, nous observons de gros grains d'amidon dont l'enveloppe plastidiale n'est plus visible.

Lors de l'hydrolyse de l'amidon de réserve du *Dorycnium suffruticosum* et de la formation d'amidon dans ces trois espèces, nous avons noté la coloration brun acajou donnée par le réactif iodo-ioduré aux inclusions des amyloplastes; ceci correspondrait au stade amylo-dextrine d'hydrolyse de l'amidon.

L'étude de l'amidon et de son évolution pendant la germination, nous permet de rapprocher le *Dorycnium suffruticosum* des graines amylacées, tandis que le *Cytisus alpinus* et le *Cercis Siliquastrum*, dont les graines sont dépourvues d'amidon, rappellent plutôt le Lupin et le Soja.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la distribution de l'acide chlorogénique dans la famille des Solanacées et dans les organes de ces plantes.* Note de M. Jean Politis, présentée par M. Louis Blaringhem.

Selon Savery (1884) la substance tannique du Tabac pourrait être identique à l'acide cafétannique. Corter (1909) a démontré qu'il se trouve de l'acide chlorogénique dans les feuilles de *Nicotiana Tabacum*, de *Solanum cuneifolium* et de *Petunia hybrida*. Un peu plus tard (1910) Ch. Charaux a prouvé l'existence du même acide dans les feuilles de *Solanum lycopersicum* et de *Physalis Alkekengi*. Comme on voit, ces recherches ne se rapportaient qu'à un nombre de Solanacées très petit, et les auteurs qui s'étaient occupés de l'acide en question n'avaient pas examiné sa répartition dans les organes de ces plantes. Par cette Note nous voulons communiquer les résultats de nos recherches sur la distribution de l'acide chlorogénique dans la famille des Solanacées et la répartition dans les organes de certaines espèces qui appartiennent à cette famille. Dans ces recherches nous avons employé les méthodes que nous avons mentionnées dans les Notes précédentes. Parmi les Solanacées on rencontre un grand nombre de plantes riches en acide chlorogénique. Nous avons trouvé cet acide dans les feuilles des plantes suivantes :

Atropa Belladona Linn., *Brunsfelsia americana* Linn., *Capsicum annuum* Linn., *C. grossum* Linn., *C. violaceum* H. B. et K., *Cestrum aurantiacum* Lindl., *C. elegans* Schlecht., *Datura arborea* Linn., *D. Stramonium* Linn., *Hyoscyamus albus* Linn., *H. aureus* Linn., *H. pusillus* Linn., *H. reticulatus* Linn., *Lycopersicum esculentum* Mill., *Mandragora officinarum* Linn., *Petunia nyctaginiflora* Juss,, *Physalis angulata* Einn., *P. peruviana* Linn., *Physochlæna orientalis* G. Don., *Scopolia carnifolica* Jacq., *Solanum æthiopicum* Linn., *S. aviculare* Forst., *S. bigeminatum* Ness., *S. bonariense* Linn., *S. carolinense* Linn., *S. Dulcamara* Linn., *S. giganteum* Jacq., *S. incanum* Linn., *S. jasminoïdes* Paxt., *S. Lantana* Sendt., *S. nigrum* Linn., *S. Pseudocapsicum* Linn., *S. radicans* Linn., *S. robustum* H. Wendl., *S. Seaforthianum* Hrdrs, *Vithania fruteseens* Pauq., *V. somnifera*.

Nous avons examiné la répartition de l'acide chlorogénique dans les espèces : *Solanum Melongena* L., *Capsicum annuum* L., *Datura Stramonium* L., *Solanum Melongena* L.

Tige. — Dans la tige, l'acide chlorogénique existe dans l'épiderme, les assises sous-épidermiques et dans le parenchyme ligneux.

Racine. — Elle renferme très peu d'acide chlorogénique, qui se localise à la périphérie de l'écorce.

Feuille. — Dans le limbe, l'acide chlorogénique se rencontre dans les cellules de l'épiderme supérieur, dans les cellules de l'épiderme inférieur et dans celles plus allongées, qui recouvrent les nervures.

Fleur. — Le calice, l'androcée, contiennent de l'acide chlorogénique, qui est réparti de la même façon que dans la feuille. Le placenta est très riche en acide chlorogénique. Les téguments de l'ovule en renferment et on l'observe aussi dans la couche de parenchyme par laquelle est enveloppé le faisceau libéro-ligneux, qui, venant du funicule, s'arrête à la chalaze.

Fruit. — De tous les organes du végétal, le fruit est celui qui contient le plus d'acide chlorogénique : cet acide se trouve dans toutes les cellules.

Graine. — L'embryon est dépourvu d'acide chlorogénique. C'est là un fait qui contraste avec les résultats rencontrés chez d'autres graines des Composées (*Helianthus annuus*, *Cynara Scolymus*, etc.).

Capsicum annuum L., *Datura Stramonium* L. — Ces plantes renferment peu d'acide chlorogénique, qui est réparti, dans la feuille et la tige, de la même façon que dans les organes végétatifs aériens de *Solanum Melongena*. On ne trouve pas d'acide chlorogénique dans le péricarpe. Cet acide se rencontre dans les téguments de l'ovule. L'action des vapeurs d'ammoniaque fait prendre une coloration verte aux cellules des téguments renfermant de l'acide chlorogénique. Soumises sous l'influence de ces vapeurs, les fleurs blanches de *Datura Stramonium* changent de teinte et prennent une coloration brune verdâtre.

PHYSIOLOGIE DES SENSATIONS. — *Un cas de sensibilité olfactive se présentant comme un caractère sexuel secondaire féminin.* Note de M. **Jacques Le Magnen**, présentée par M. Léon Binet.

On sait que depuis la première synthèse de la muscone en 1926, Ruzicka et ses collaborateurs ont pu réaliser la synthèse d'un grand nombre de corps macrocycliques comportant de 9 à 18 chaînons et possédant tous une odeur musquée plus ou moins accentuée. Différents corps de ce type, notamment la muscone et la civettone, sont sécrétés, chez diverses espèces animales, par des glandes annexes des appareils génitaux. Nous avons étudié l'odeur provoquée par l'un des corps de synthèse, la lactone de l'acide oxy-14 tétradécamcarboxylique-1 (exaltolide). Nous avons constaté en premier lieu que le degré de sensibilité des deux sexes chez l'Homme était extrêmement différent. La plupart des hommes se révèlent totalement ou partiellement anosmiques pour l'odeur musquée de ce corps, tandis que la plupart des femmes la perçoivent comme une odeur très forte et même violente. On pouvait interpréter ce fait, soit comme une anosmie se développant chez l'Homme parallèlement avec les caractères sexuels, soit au contraire comme une excitabilité liée à la sexualité femelle. L'étude de la même excitabilité chez les impubères a confirmé cette dernière hypothèse. Les impubères des deux sexes en effet manifestent un degré d'excitabilité comparable à celui constaté chez l'Homme adulte. Les problèmes posés par la technique olfactométrique (notamment en ce qui concerne l'odeur musquée) n'étant pas encore résolus, nous n'avons pu dans cette première enquête nous baser sur des mesures de seuils. Les réponses verbales de 25 sujets dans chaque cas, provoquées et enregistrées avec les précautions habituelles, ont été les suivantes :

	Hommes.	Femmes.	Garçonnets.	Fillettes.
Nulle ou très faible.........	18	4	15	10
Faible....................	5	3	6	14
Intense...................	2	11	1	0
Violente..................	0	7	0	1

Dans trois cas nous avons suivi l'évolution de la sensibilité à l'odeur de ce corps au cours du cycle génital de la Femme. Nous avons constaté que la même intensité de stimulation déclarée *faible* ou *très faible* au moment de la menstruation, était perçue de plus en plus intense les jours suivants, atteignant son maximum 7 à 9 jours avant la menstruation suivante. La répartition statistique des réponses enregistrées sur 25 cas étudiés et pris au hasard à différents moments du cycle menstruel peut être interprétée comme une conséquence de cette évolution avec le cycle génital et permet de penser que 100 % des femmes examinées au moment favorable posséderaient une excitabilité accusée pour le corps étudié.

Ces observations suggèrent une relation entre l'excitabilité par ce corps et l'action somatique des hormones sexuelles femelles telles que la folliculine, soit que cette hormone provoque à la puberté la différenciation irréversible d'un mécanisme olfactif de discrimination qualitative apparaissant comme un caractère sexuel secondaire, soit que la présence de l'hormone dans le sang conditionne l'excitabilité de la muqueuse olfactive par la molécule macrocyclique. De telles relations peuvent être rapprochées des données suivantes. D'une part, différents auteurs ont signalé la possibilité de provoquer, de favoriser ou d'annuler l'excitabilité à différentes odeurs par injection dans le sang de divers corps. D'autre part, le métabolisme des corps macrocycliques chez les espèces animales qui les sécrètent révèle un certain nombre d'analogies avec le métabolisme des stéroïdes, notamment dans sa relation avec les acides gras saturés. Enfin Prelog et Ruzicka ont montré récemment que l'odeur musquée de certains stéroïdes évolue avec les changements de configuration de la molécule parallèlement à leur activité androgène.

Dans des travaux ultérieurs nous chercherons à étendre et à préciser ces observations et à confirmer les diverses hypothèses qu'elles suggèrent.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Régénération chez le Triton* in vitro *et* in vivo. Note de M. **Maurice Lecamp**, présentée par M. Maurice Caullery.

Par le moyen des cultures, *in vitro*, nous avons comparé les tissus de régénération et embryonnaires [1]. Les régénérats provenaient de membres du Triton crêté adulte (*Molge cristatus*). Nous avons montré que, si les tissus de régénération se cultivent bien, les tissus normaux du membre dont le régénérat provient, placés dans les mêmes conditions, ne réagissent pas. Les tissus étaient alors mis en culture aussitôt après leur prélèvement. Nous avons repris cette étude en réalisant la même expérience, mais les explants ont été conservés en solution saline, à 0° ou à 13°, pendant des temps variables, avant leur mise en culture. Ces explants sont constitués, pour une grosse part, de muscles, mais aussi des éléments conjonctifs qui les accompagnent. Dans quelques cas, des fragments d'os sont aussi présents [2].

De tous les essais pratiqués, seuls les explants préalablement conservés à 13°, de 2 à 4 jours, ont montré une aptitude à la culture. Celle-ci est constituée uniquement de fibroblastes, provenant du tissu conjonctif. Sa croissance est beaucoup moins importante que celle provenant du tissu de régénération. Plusieurs repiquages ne modifient pas ce résultat.

Nous n'avons pas observé de réactions du muscle lui-même, telles celles

(1) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 674.

(2) Les explants sont prélevés après dénudation complète du membre; ils ne contiennent donc pas d'épiderme ni de derme.

signalées par Smirnova (³), qui, chez l'Axolotl, dans des conditions expérimentales similaires, voit des éléments musculaires, détachés de l'explant, émigrer dans le milieu et s'y multiplier. L'examen de coupes sériées de nos explants confirme que le tissu musculaire propre n'a présenté aucune tendance à la croissance; tout au contraire, on observe une dégénérescence progressive des fibres musculaires, en relation avec le temps de conservation, en culture, avant la fixation. Les mêmes résultats sont obtenus quand l'explant contient des fragments d'os; ceux-ci se comportent comme les muscles.

C'est donc le tissu conjonctif seul qui a réagi; il manifeste une plus grande aptitude à la culture.

Chez la même espèce de Triton, au début de la formation du bourgeon de régénération d'un membre, nous avons signalé la présence de cellules étoilées d'allure fibrocytaire (⁴). Les résultats précédemment énoncés nous permettent de voir une identité entre ces cellules fibrocytaires et les fibroblastes observés *in vitro*. Dans la régénération normale, c'est aussi le tissu le plus apte qui réagit immédiatement, en l'espèce, le conjonctif du moignon de membre (⁵). Les éléments cellulaires primaires formateurs du bourgeon de régénération sont donc des fibroblastes émigrés. Leur transformation ultérieure s'effectue, comme ils le font *in vitro*, en relation avec une modification du milieu.

Par ailleurs, chez la larve de l'Amblystome, si le tissu musculaire fournit des éléments cellulaires au régénérat (⁶), chez le Triton adulte, où les tissus présentent une différenciation plus marquée, en accord avec les observations de notre expérience, le tissu musculaire doit jouer un rôle plus effacé au début du processus de régénération.

A 15ʰ45ᵐ, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16ʰ45ᵐ.

L. B.

(³) *Arch. f. Exp. Zellf.*, 30, 1931, p. 349.

(⁴) *Bul. Biol. Fr. Belg.*, 77, 1943, p. 110.

(⁵) Cela s'entend évidemment après fermeture de la plaie par l'épithélium, dont il n'est pas question dans cet exposé, au cours de la régénération.

(⁶) THORNTON, *Jour. of Morph.*, 62, 1938, p. 17-219.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 1er MARS 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIOLOGIE. — *Sur la motricité des grosses artères.* Note (¹) de MM. **Léon Binet** et **Méjer Burstein**.

La motricité des gros vaisseaux a été généralement explorée sur des lambeaux vasculaires *in vitro*. La technique que nous allons décrire, et qui dérive de celle utilisée antérieurement pour enregistrer les réactions vasomotrices au niveau de la patte (²), permet d'examiner *in situ* le comportement d'un segment vasculaire à connexions nerveuses intactes, irrigué avec le sang artériel de l'animal lui-même, et dans lequel les conditions hémodynamiques (débit, pression) sont parfaitement physiologiques. L'expérience consiste ici à isoler un segment artériel, constitué par les deux artères iliaques externes réunies par une bande de l'aorte, et de la perfuser à débit constant avec le sang artériel prélevé à l'artère carotide, après avoir remplacé la résistance artériolaire par une résistance artificielle réglable. Le débit étant constant, la vasoconstriction, si elle existe, s'enregistre par une élévation de la pression et la vasodilatation par une baisse.

Voici quelques détails de technique (*voir* schéma) :

Chien chloralosé; après incision basse de la paroi abdominale, on lie l'aorte juste au-dessous de la naissance des deux artères iliaques externes, puis à un demi-centimètre au-dessus. (Cette dernière ligature est pratiquée tout à fait vers la fin de l'expérience, au moment où l'on commence l'enregistrement.) On lie également toutes les petites branches qui naissent entre les deux ligatures. On introduit une canule dans le bout central de chacune des deux artères fémorales et on la fixe au delà de la naissance de la première collatérale de l'artère iliaque externe. (L'artère iliaque externe donne sa première branche de division après un parcours de 3-4^{cm}.) L'animal est hépariné (3-4 mg/kg de Liquémine « Roche » par voie intraveineuse); par l'intermédiaire d'un appareil perfuseur de Jouvelet, on aspire le sang, à débit constant, dans l'artère carotide et on l'envoie dans

(¹) Séance du 23 février 1948.

(²) L. Binet et M. Burstein, *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 392.

une des deux canules. Après avoir irrigué le segment artériel formé par les deux artères iliaques externes et une bande de l'aorte, segment isolé du fait des ligatures, le sang s'échappe par la canule opposée. En utilisant un débit physiologique (40-50$^{cm^3}$/minute pour un chien de 10^{kg}), la pression dans les vaisseaux est faible, de l'ordre de 15 à 20^{mm} de Hg, et ceci du fait de l'absence de résistance artériolaire. Pour rétablir une pression normale, nous avons eu recours à une résistance artificielle réglable. Elle consiste en l'utilisation d'un flacon rempli de mercure qui est fermé par un bouchon percé de deux trous. Par le premier trou passe un tube qui plonge dans le mercure à une hauteur variable et qui est relié par un caoutchouc avec la canule par laquelle le sang s'écoule; par l'autre trou passe un deuxième tube qui n'atteint pas le mercure et qui est relié à une canule fixée dans le bout central d'une veine fémorale. Dans ces conditions, le sang, après avoir irrigué

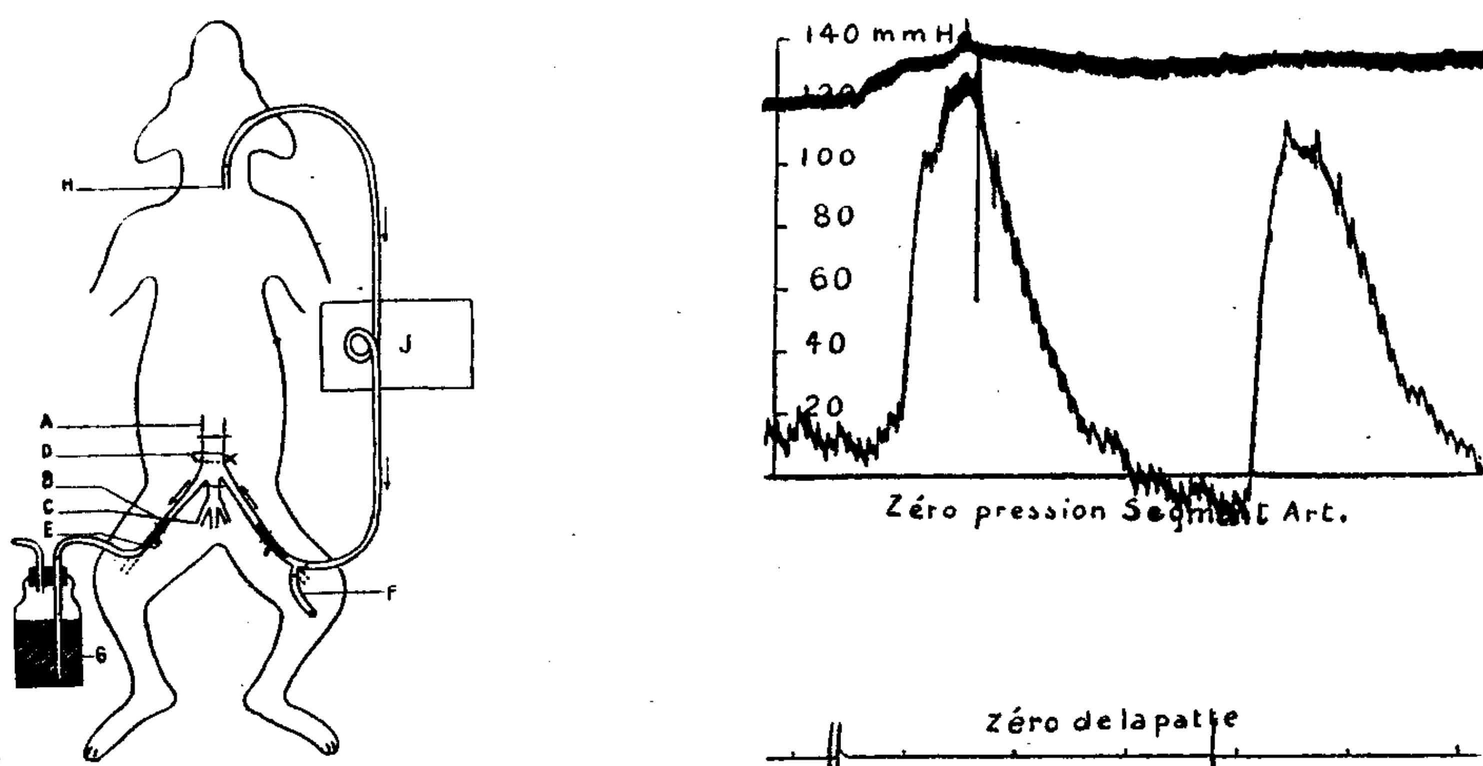


Schéma. — A, aorte; B, artère iliaque externe; C, artère iliaque interne; D, fil liant les petites branches naissant entre les deux ligatures; E, première collatérale de l'artère iliaque externe; F, caoutchouc allant vers un manomètre à mercure et mesurant la pression à l'entrée des vaisseaux; G, flacon rempli de mercure, une branche plongeant dans le mercure communique avec l'artère; l'autre communique avec une canule fixée dans le bout central de la veine iliaque; H, artère carotide.

Figure. — Chien de 10^{kg}. Débit de la perfusion 60$^{cm^3}$ par minute. *En haut*, pression dans les vaisseaux perfusés; *en bas*, pression carotidienne. Temps en minutes. Au premier signal, injection de 15$^{\mu g}$ d'adrénaline directement dans les vaisseaux irrigués. Au deuxième signal, cette même quantité d'adrénaline est injectée dans la veine jugulaire externe. L'hypertension carotidienne est pratiquement la même dans les deux cas; il existe une hausse de pression dans les vaisseaux irrigués après la première injection, mais pas après la seconde.

le segment artériel, traverse une couche de mercure d'une hauteur réglable et puis revient par la veine fémorale dans la circulation générale. En plongeant plus ou moins profondément le tube d'écoulement dans le mercure, on règle la résistance à la sortie des vaisseaux; nous choisissons une résistance telle que la pression à l'entrée des vaisseaux soit de l'ordre de 12-14^{cm}Hg. En résumé, il s'agit d'un segment vasculaire, isolé au point de vue circulatoire, dont l'innervation est intacte et qui est perfusé avec le sang artériel de l'animal lui-même; une résistance artificielle remplace la résistance artériolaire. Une réaction vasomotrice doit se manifester dans ces conditions par une modification de la pression à l'entrée des vaisseaux.

Nous avons étudié sur cette préparation les effets de l'adrénaline, de

l'histamine et de l'acétylcholine, injectées, soit dans la circulation générale, soit directement dans le segment irrigué. Dans ce dernier cas, le produit est dissous dans $0^{cm^3},2$ de sérum salé et injecté dans la partie aspirante du caoutchouc de l'appareil perfuseur, ce qui évite tout effet mécanique de l'injection elle-même. Le sérum salé seul est sans effet sur le tonus vasculaire. Nous avons d'autre part essayé d'agir sur le tonus des gros vaisseaux par voie réflexe.

Adrénaline. — Injectée directement dans le segment artériel, l'adrénaline (2 à $20^{\mu g}$ suivant les chiens) détermine généralement une hausse tensionnelle dans les vaisseaux irrigués de 5 à 20^{mm} Hg, suivie d'un retour à la normale; en même temps la pression carotidienne s'élève. La même dose d'adrénaline injectée par voie intraveineuse, donne la même hypertension carotidienne, sans que la pression dans les vaisseaux irrigués monte (*fig.*). Il semble donc que dans les conditions expérimentales où nous nous plaçons, les grosses artères réagissent à des doses assez considérables d'adrénaline, mais que cette réaction ne joue pas dans la génèse de l'hypertension artérielle déclenchée par l'adrénaline.

Acétylcholine et histamine. — Injectées par voie intra-artérielle à la dose de 1 à 10^{γ}, l'acétylcholine et l'histamine n'agissent pas sur la pression dans les vaisseaux perfusés. Donc, si l'on prend comme test la résistance opposée au passage du sang, les grosses artères sont insensibles vis-à-vis de l'acétylcholine et de l'histamine.

Système nerveux. — Nous avons excité par un courant faradique le bout central du nerf vague sectionné au cou et le bout central du nerf de Héring. Dans le premier cas on a une hypertension carotidienne par vasoconstriction, dans le deuxième une hypotension par vasodilatation. D'après nos expériences, ces excitations sont pratiquement sans répercussion sur le tonus des grosses artères.

Il semble ainsi que la motricité des grosses artères joue un rôle tout à fait insignifiant dans la genèse de l'hypertension et de l'hypotension d'origine médicamenteuse ou par la mise en jeu des centres vasomoteurs.

Conclusions. — Nous avons enregistré *in situ* le tonus des grosses artères à innervation intacte, irriguées à débit constant et sous pression physiologique avec le sang artériel hépariné de l'animal lui-même. L'adrénaline contracte les grosses artères, mais il ne semble pas que cette réaction intervienne dans la genèse de l'hypertension adrénalinique générale. L'histamine et l'acétylcholine sont inefficaces. Nous n'avons pas pu agir par voie réflexe sur le tonus des grosses artères.

M. Charles Maurain fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage dont il est l'auteur : *La Foudre*.

DÉSIGNATIONS.

MM. **Armand de Gramont**, **Albert Pérard**, **Jean Cabannes**, Membres de l'Académie, MM. **Edmond Bauer**, **Pierre Fleury** sont désignés pour représenter la France à l'Assemblée générale de l'**Union internationale de Physique** qui se tiendra à Amsterdam, du 8 au 18 juillet 1948.

CORRESPONDANCE.

M. **R. C. Evans**, Secrétaire général de l'**Union internationale de Cristallographie**, annonce à l'Académie la constitution de cette Union qui tiendra sa première Assemblée générale à Cambridge, Massachusetts, du 28 juillet au 3 août 1948, et exprime le vœu que la France y soit représentée.

L'Académie est informée de la création, à Lima, d'un **Centre français d'Études andines**.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° René Fabre. *Essais d'hygiène et de toxicologie industrielles* (présenté par M. Lebeau).

2° R. Faure. *Le Radar* (*Radio detecting and ranging*).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Propriétés de certaines classes hilbertiennes complétées*. Note (¹) de M. **Nachman Aronszajn**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Nous reprenons les notations et notions introduites dans nos trois Notes précédentes (²), (désignées AI, AII et AIII).

Désignons par $\mathfrak{A}_k$, $k \geq 0$, la classe des ensembles de mesure $(k+\varepsilon)$ dimensionnelle nulle, pour tout $\varepsilon > 0$. Pour $k < 0$, $\mathfrak{A}_k$ signifiera la classe $\mathfrak{A}^0 = \{(0)\}$.

Revenons maintenant aux classes de fonctions I, I_0, II, II_0 de AIII que nous désignerons désormais par F_1, F_1^0, F_2, F_2^0. Au lieu de compléter ces classes relativement aux classes $\mathfrak{A}$ indiquées dans AIII il nous sera plus commode de considérer les complétions un peu moins précises, notamment *rel.* $\mathfrak{A}_{n-2}$ pour F_1 et F_1^0 et *rel.* $\mathfrak{A}_{n-3}$ pour F_2 et F_2^0. Les complétées hypernormales et saturées correspondantes seront notées $\overline{F_1}$, $\overline{F_1^0}$, $\overline{F_2}$, $\overline{F_2^0}$. Les fonctions de $\overline{F_1}$ et $\overline{F_1^0}$ sont données encore par (3′) de AIII, pour tout y *exc.* $\mathfrak{A}_{n-2}$ (rappelons que $N = \mathfrak{N}$

(¹) Séance du 16 février 1948.

(²) *Comptes rendus*, **226**, 1947, p. 456, 537 et 617.

dans le cas I et $= \mathcal{G}$ dans I_0), tandis que les fonctions de F_2 et F_2^0 sont représentées par (3″) partout *exc.* $\mathfrak{A}_{n-3}$($N = \mathcal{G}_2$ pour II et $= \mathcal{G}_{II}$ pour II_0).

On déduit de ces représentations presque toutes les propriétés qui suivent, en usant de manière essentielle une extension du théorème de Vitali pour les mesures k-dimensionnelles de Hausdorff.

Avant de passer aux théorèmes, remarquons que les fonctions de nos classes sont définies par les formules (3′) ou (3″) de AIII, partout dans E + C *exc.* $\mathfrak{A}_{n-2}$ respectivement $\mathfrak{A}_{n-3}$.

Théorème A_1. — *Pour que* $f \in \overline{F_1}$, *il faut et il suffit que :* 1° f *soit définie (et finie) dans* E + C exc. $\mathfrak{A}_{n-2}$; 2° *pour tout* $k = 1, 2, \ldots, n$ *et tout* $x'_k \equiv (x_1, \ldots, x_{k-1}, x_{k+1}, \ldots, x_n)$ *en dehors d'un ensemble de mesure* $(n-1)$-*dimensionnelle nulle,* $f(x) \equiv f(x_1, \ldots, x_{k-1}, x_k, x_{k+1}, \ldots, x_n)$ *soit absolument continue comme fonction de* x_k; 3° *les conditions* (1) *de* AIII *soient remplies.*

Théorème A_1^0. — *Pour que* $f \in \overline{F_1^0}$, *il faut et il suffit que les conditions du théorème* A_1 *soient remplies avec la condition* (1), 1° *de* AIII *changée en une condition plus restrictive suivante :* $f = 0$ *partout sur* C exc. $\mathfrak{A}_{n-2}$.

Théorème A_2. — *Pour que* $f \in \overline{F_2}$, *il faut et il suffit que* : 1° f *soit définie dans* E + C exc. $\mathfrak{A}_{n-3}$ *et* $= 0$ *partout sur* C exc. $\mathfrak{A}_{n-3}$; 2° *pour tout* k *et tout* $x'_k \equiv (x_1, \ldots, x_{k-1}, x_{k+1}, \ldots, x_n)$ exc. $\mathfrak{A}_{n-2}$, $f(x)$ *soit absolument continue comme fonction de* x_k; 3° *pour tout* k *et tout* x'_k *en dehors d'un ensemble de mesure* $(n-1)$-*dimensionnelle nulle,* $f'_{x_k}(x)$ *soit absolument continue sur tout segment* $a_k \leq x_k \leq b_k$ *contenu dans* E; 4° *la condition* (2), 2° *de* AIII *soit remplie* (3).

Théorème A_2^0. — *Pour que* $f \in \overline{F_2^0}$, *il faut et il suffit que les conditions du théorème* A_2 *soient remplies et, en plus, la condition* $f'_{x_k} = 0$ *partout sur* C exc. $\mathfrak{A}_{n-2}$ *pour tout* k, *soit satisfaite.*

Théorème B_1. — *L'isomorphie* J *de* AIII, *cas* I *et* I_0, *transforme* $\overline{F_1}$ (*ou* $\overline{F_1^0}$) *en un sous-espace fermé de l'espace* $\mathcal{H}$ *correspondant. La projection d'un* $h \equiv (h_1, \ldots, h_n) \in \mathcal{H}$ *sur ce sous-espace est* $= (\varphi'_{x_1}, \ldots, \varphi'_{x_n})$, *où* φ *est donné par* (3′). *Dans* (3′), *on peut toujours remplacer* $(h_1, \ldots, h_n)$ *par* $(\varphi'_{x_1}, \ldots, \varphi'_{x_n})$.

Théorème B_2. — *L'isomorphie* J *dans les cas* II *et* II_0 *transforme* $\overline{F_2}$ *sur l'espace* $\mathcal{H}$ *correspondant tout entier et* $\overline{F_2^0}$ *sur un sous-espace fermé de* $\mathcal{H}$. *La projection d'un* $h \in \mathcal{H}$ *sur l'image de* $\overline{F_2^0}$ (*ou* $\overline{F_2}$) *est* $\Delta\varphi$, *où* φ *est donné par* (3″). *Pour une* φ *de* $\overline{F_2}$ *ou* $\overline{F_2^0}$ *on peut remplacer, dans* (3″), h *par* $\Delta\varphi$; *les dérivées* φ'_{x_k} *sont données partout* exc. $\mathfrak{A}_{n-2}$ *par la formule que l'on obtient de* (3″) *en y prenant formellement les dérivées.*

Théorème C_1. — *Dans* $\overline{F_1}$, *ou* ($\overline{F_1^0}$), *si une suite de fonctions converge fortement vers* f, *on peut en extraire, pour tout* $\varepsilon > 0$, *une suite* f_n *telle que :* 1° *il*

(3) Les parties 3° et 4° du théorème A_2 avec la remarque que $h = \Delta\varphi$ dans (3″) pour $N = \mathcal{G}_2$, forment essentiellement la généralisation du théorème de Lichtenstein trouvée récemment par K. O. Friedrichs (*Duke Math. J.*, 14, 1947, p. 67).

existe une suite au plus dénombrable des sphères $U(p_k, \rho_k)$ *avec* $\Sigma\rho_k^{n-2+\varepsilon} < \varepsilon$ *en dehors desquelles les* $f_n(x)$ *convergent uniformément vers* $f(x)$; 2° *il existe un ensemble de mesure n-dimensionnelle* $< \varepsilon$ *en dehors duquel les dérivées partielles* $\partial f_n/\partial x_m$ *convergent uniformément vers* $\partial f/\partial x_m$ *pour tout m.*

THÉORÈME C_2. — *Dans* $\overline{F_2}$ (*ou* $\overline{F_2^0}$), *si une suite de fonctions converge fortement vers f, on peut en extraire, pour tout* $\varepsilon > 0$, *une suite* f_n *telle que :* 1° *il existe une suite des* $U(p_k, \rho_k)$ *avec* $\Sigma\rho_k^{n-3+\varepsilon} < \varepsilon$, *en dehors desquels les* f_n *convergent uniformément vers f;* 2° *il existe des* $U(p'_k, \rho'_k)$ *avec* $\Sigma(\rho'_k)^{n-2+\varepsilon} < \varepsilon$ *en dehors desquels les* $\partial f_n/\partial x_m$ *convergent uniformément vers* $\partial f/\partial x_m$; 3° *il existe un ensemble de mesure n-dimensionnelle* $< \varepsilon$ *en dehors duquel les* $\partial^2 f_n/\partial x_l \partial x_m$ *convergent uniformément vers* $\partial^2 f/\partial x_l \partial x_m$.

Ajoutons encore quelques remarques. Il est clair que $\overline{F_1^0} \subset \overline{F_1}$ et $\overline{F_2^0} \subset \overline{F_2}$. On prouve que le complément orthogonal $\mathcal{H}_1$ de $\overline{F_1^0}$ dans $\overline{F_1}$ est formé par des fonctions harmoniques satisfaisant à (1) de AIII et que le complément orthogonal $\mathcal{H}_2$ de $\overline{F_2^0}$ dans $\overline{F_2}$ est formé par des fonctions h harmoniques d'ordre 2, satisfaisant à (2), 2° de AIII et à la condition $h = 0$ sur C *exc.* $\mathfrak{A}_{n-3}$ (4). Les classes $\mathcal{H}_1$ et $\mathcal{H}_2$ sont des espaces de Hilbert et admettent des n. r., soient $H_1(x, y)$ et $H_2(x, y)$.

La signification des n.p.-r. (ou n.r.) comme projecteurs pour les espaces de Hilbert nous conduit aux relations suivantes : $\mathcal{N}(x, y)$ correspond à l'opérateur identique dans $\overline{F_1}$, $\mathcal{G}(x, y)$ — au projecteur de $\overline{F_1}$ sur $\overline{F_1^0}$, $H_1(x, y)$ — au projecteur de $\overline{F_1}$ sur $\mathcal{H}_1 = \overline{F_1} \ominus \overline{F_1^0}$, donc

$$\mathcal{N}(x, y) - \mathcal{G}(x, y) = H_1(x, y).$$

De même, on trouve $\mathcal{G}_2(x, y) - \mathcal{G}_{11}(x, y) = H_2(x, y)$.

Ces relations remontent à Zaremba. La première a été récemment généralisée par S. Bergman et M. Schiffer aux équations linéaires aux dérivées partielles du second ordre du type elliptique.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Le rôle de l'état* ^5S *du carbone dans les états triplets de la molécule* CO. Note (1) de M. **Jean G. Valatin.**

L'énergie d'excitation de l'état ^5S de la configuration quadrivalente sp^3 de l'atome carbone échappa longtemps à l'observation directe par les spectres atomiques, et ce n'est que tout récemment que Shenstone a réussi (2) à

(4) Ces propriétés sont dues essentiellement à Zaremba. Plus récemment elles ont été utilisées par N. Aronszajn et A. Weinstein (*Comptes rendus*, 204, 1937, p. 96; *Am. J. of Math.*, 64, 1942, p. 623; H. Weyl, *Duke Math. J.*, 7, 1940, p. 411; S. Bergman et M. Schiffer, *Duke Math. J.*, 14, 1947, p. 609).

(1) Séance du 16 février 1948.

(2) *Physical Review*, 72, 1947, p. 411.

observer cette valeur donnant 33735,2 cm^{-1}. Selon le schéma de dissociation de la molécule CO, donné par Schmid et Gerö ([3]), l'état ^{5}S du carbone joue un rôle important dans l'interprétation des différents effets de prédissociation et de convergence observés dans le spectre de CO, la limite de prédissociation à 89620 ± 47 cm^{-1} au-dessus du niveau fondamental $X^1\Sigma^+$, $v = 0$, $J = 0$ de CO correspondant à la combinaison des termes atomiques $C(^5S) + O(^3P_0)$. La valeur $\sim$ 33800 cm^{-1} déduite par cette coordination du spectre de CO pour l'énergie d'excitation de l'état ^{5}S du carbone constituait donc jusqu'ici la plus précise des valeurs proposées ([4]). Cette circonstance fournit un nouvel argument en faveur du schéma de dissociation de CO de Schmid et Gerö.

En possédant la valeur précise de l'énergie d'excitation de l'état ^{5}S du carbone, il est intéressant aussi d'examiner la coïncidence des énergies des combinaisons de termes atomiques $C(^5S) + O(^3P)$ et $C(^3P) + O(^1S)$, dont l'importance a été soulignée par Schmid et Gerö. Le tableau suivant donne les énergies en question ([2]), ([5]), ainsi que les valeurs correspondantes des moyennes pondérées, en cm^{-1}, comptées à partir de la combinaison des termes fondamentaux $C(^3P_0) + O(^3P_2)$.

$C(^3P_0) + O(^1S)$	33792,8	$C(^5S) + O(^3P_2)$	33735,2
$C(^3P_1) + O(^1S)$	33809,2	$C(^5S) + O(^3P_1)$	33893,3
$C(^3P_2) + O(^1S)$	33836,3	$C(^5S) + O(^3P_0)$	33962,0
$C(^3P) + O(^1S)$	33822,4	$C(^5S) + O(^3P)$	33813,1

La coïncidence des énergies des deux combinaisons de termes atomiques est donc presque exacte.

La résonance de Heisenberg ([6]) qui peut se produire si des différences d'énergie de deux atomes sont égales accidentellement, est bien connue dans le cas des molécules homonucléaires, où cette résonance est liée aussi aux propriétés de symétrie correspondantes des fonctions d'onde. En CO nous avons le cas intéressant, où il y a la possibilité d'observer cette résonance dans une molécule constituée par des atomes différents.

Entre l'état fondamental $X^1\Sigma^+$ de CO et l'état excité $A^1\Pi$, on connaît quatre états triplets : les états $a^3\Pi$, $e^3\Sigma^-$, $a'^3\Sigma^+$ et $d^3\Pi$. Les niveaux d'énergie de l'état $a'^3\Sigma^+$ peuvent être suivis presque jusqu'à la limite de convergence ([7])

([3]) *Zeitschrift für phys. Chemie*, B, 36, 1937, p. 105; *Physikalische Zeitschrift*, 39, 1938, p. 460.

([4]) *Voir* L. H. Long et R. G. W. Norrish, *Nature*, London, 157, 1946, p. 486; 158, 1946, p. 237; J. G. Valatin, *Nature*, 158, 1946, p. 237; B. Edlén, *Nature*, 159, 1947, p. 129; S. Goudsmit, *Nature*, 159, 1947, p, 742.

([5]) R. F. Bacher et S. Goudsmit, *Atomic Energy States*, New York, 1932.

([6]) *Die physikalischen Prinzipien der Quantentheorie*, Leipzig, 1930, p. 88.

([7]) R. Schmid et L. Gerö, *Zeitschrift für Physik*, 106, 1937, p. 205.

correspondant à la limite de prédissociation à 89620 ± 47 cm^{-1}, mais on peut conclure des résultats spectroscopiques que les trois autres termes tendent eux aussi au voisinage de cette limite [8]. Selon le schéma de dissociation de Schmid et Gerö, la combinaison $C(^5S) + O(^3P)$ peut donner le terme moléculaire $a'^3\Sigma^+$ et la combinaison $C(^3P) + O(^1S)$ un terme correspondant à la symétrie de $e^3\Sigma^-$. Par contre, par suite de la résonance de Heisenberg, on ne pourrait coordonner aux deux termes $^3\Pi$ une combinaison de termes atomiques bien définie, car au voisinage de la limite de convergence les fonctions d'onde correspondantes se mélangent. Mais l'état ^5S du carbone quadrivalent joue un rôle important de cette façon dans la structure des états $^3\Pi$.

Selon l'observation de Henri [9], dans le spectre des cétones et des aldéhydes on observe toujours la même fréquence de vibration de l'état fondamental, qui est presque égal au quantum de vibration de l'état $a^3\Pi$ de CO. On observe aussi une autre fréquence commune dans les états excités correspondant à la fréquence de vibration de l'état $a'^3\Sigma^+$ de CO. Que l'accord précis des fréquences de vibration soit ou non considéré dans une certaine mesure comme accidentel, ce qui est discuté, le schéma de dissociation de CO de Schmid et Gerö fournit aussi des arguments faisant supposer que ce sont ces états triplets de CO qui jouent un rôle dans les cétones et les aldéhydes. Cela veut dire au moins que, par exemple, les niveaux des états fondamentaux de ces molécules convergent vers une limite, qui correspond à l'état $a^3\Pi$ de CO, et que les fonctions de potentiel de ces états ont une telle valeur asymptotique.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur les attractions à grande distance des macromolécules dans les liquides.* Note de M. **Jacques Winter.**

On a tout lieu de croire qu'il existe des attractions à grande distance (de l'ordre de plusieurs milliers d'angström) entre les macromolécules de la biologie. Ces attractions ont été démontrées par M. Rothen à travers des films; mais il est naturel d'admettre qu'elles existent en milieu liquide. On peut voir, grâce au microscope électronique, des bactériophages nettement orientés vers une bactérie [1]. Il existe donc bien des attractions en milieu liquide; celles-ci présentent des caractères de sélectivité (des macromolécules d'un type n'attirent que des macromolécules d'un type déterminé) et de non-agrégativité (des macromolécules de même type ne s'attirent pas). Il ne peut s'agir, à des distances pareilles, ni de forces de van der Waals, ni de forces de valences.

---

[8] L. Gerö et R. Schmid, *Zeitschrift für Physik*, **112**, 1939, p. 676.

[9] *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 849 ; **203**, 1936, p. 67.

[1] Photographies de M. Ruska.

Essayons d'expliquer ces phénomènes à l'aide des propriétés de structure des liquides (essaims de molécules) dont nous avons parlé récemment (2).

Les macromolécules biologiques ont des dimensions de l'ordre d'une ou quelques centaines d'angströms, comparables à celles que nous attribuons aux essaims de molécules. Elles constituent donc des structures fixes, disséminées dans un réseau de structures variables et fluctuantes de dimensions équivalentes.

Nous pouvons admettre que les structures fixes influencent directement les structures des essaims voisins, par l'intermédiaire de champs électrostatiques. Cette influence pourra, alors, être figurée par un potentiel reproduisant les périodicités de la macromolécule. Les essaims dont les énergies d'interaction avec ce potentiel (interaction des électrons de liaisons de structure de l'essaim, représentés par leurs fonctions d'onde, avec ce potentiel électrostatique) sont attractives et les plus fortes, sont favorisés. Par rapport à l'ensemble des essaims possibles, leur probabilité sera multipliée par le facteur de Boltzmann $e^{-E/kT}$ (E énergie d'interaction, k constante de Boltzmann, T température absolue). Les essaims voisins de la macromolécule présenteront donc des structures sélectionnées, qui elles-mêmes sélectionneront d'autres structures, dans la couche d'essaims suivante, et ainsi de suite. Ainsi, à travers quelques couches d'essaims, on aura des restes de prédominances, extrêmement faibles, de structures favorisées, la rareté dans le temps compensant la portée dans l'espace de l'interaction. Si deux macromolécules agissent sur un même essaim et si leurs champs ont les mêmes périodicités, elles favoriseront les mêmes structures. Les énergies d'interaction s'ajouteront, mais on aura un facteur de Boltzmann $e^{-2E/kT}$, ce qui montre que l'attraction moyenne dans le temps sera beaucoup plus forte que la somme des attractions des macromolécules prises séparément. La zone liquide, qui est importante, étant située entre les macromolécules, il y aura un effet d'attraction moyenne entre ces macromolécules.

Cet effet d'interaction sera réalisé à la jonction des deux zones d'influence des macromolécules dans le liquide, et tendra à souder les files d'essaims, influencées par les macromolécules, réalisant ainsi des chaînes les reliant et les attirant. Les chaînes ne se refermeront que si elles correspondent à des structures en résonance dans les essaims; autrement dit, un essaim doit pouvoir présenter une structure de liaisons qui puisse s'adapter aux deux chaînes. L'attraction des macromolécules sera proportionnelle aux nombres de chaînes d'essaims de longueurs les plus courtes possibles, qui pourront ainsi s'établir.

L'interprétation de la sélectivité résulte de ce qui précède: si les périodicités des champs des macromolécules ne sont pas telles qu'elles agissent sur les mêmes structures électroniques des essaims, il n'y aura pas d'interaction. Pour interpréter la non-agrégativité, il faut admettre que les champs des

(2) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 859-861 et 1286-1287.

macromolécules présentent une dissymétrie suivant la direction géométrique macromolécule-essaim (par exemple, prédominance de la partie la plus rapprochée, ou l'inverse) qui fera que deux macromolécules identiques ne sélectionneront pas les mêmes structures d'essaims, dans la zone intermédiaire. Les macromolécules qui s'attirent, présenteront donc les mêmes caractères de périodicité, mais un caractère de dissymétrie géométrique opposé. Ainsi, l'hypothèse des essaims de molécules, correspondant à des structures électroniques influençables par les structures fixes avoisinantes, permet d'expliquer qualitativement les attractions des macromolécules biologiques.

Schématisons grossièrement notre interprétation : 2 macromolécules M et M′ sont reliées par α chaînes de n essaims. Soient A le potentiel d'interaction des macromolécules avec les essaims voisins, E l'énergie d'interaction de deux essaims voisins (A, E négatifs), p le poids statistique moyen des structures sélectionnées. L'énergie potentielle moyenne du système vaudra

$$\alpha[2A+(n-1)E]\frac{1}{p^n}e^{-\frac{[2A+(n-1)E]}{kT}}.$$

Il y a donc un potentiel donnant une force d'attraction (kT est de l'ordre de 0,025 électron-volt). Si les valeurs relatives de p, E, A, α donnent une attraction non négligeable pour $n\sim 20$, le phénomène de l'attraction des macromolécules biologiques sera expliqué. Mais il faudrait justifier un tel choix par des considérations fondées sur l'expérience. Quoi qu'il en soit, le phénomène est interprété qualitativement grâce à l'hypothèse de l'existence d'une interaction des structures des essaims, entre elles, et avec les macromolécules. L'explication par émission et réabsorption de quanta de lumière rend difficilement compte de l'existence d'une force d'attraction et du caractère de non-agrégativité.

ÉLECTRONIQUE. — *Sélecteur d'impulsions.* Note (¹) de M. **Jacques Thirion**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Selon la nature et l'énergie des particules parcourant une chambre d'ionisation, des impulsions différentes sont recueillies par l'électrode reliée à la grille de la première lampe d'un amplificateur proportionnel; il est utile de pouvoir compter, après amplification, des impulsions comprises dans *une bande d'amplitude* ΔE, entre les valeurs E et $E+\Delta E$ (par exemple 84 et 88 V). La figure 1 représente les types possibles d'impulsions amplifiées, et il s'agit de compter les impulsions du type I à l'exclusion des types II et III. Les circuits électroniques qui ont été réalisés diffèrent de ceux déjà publiés (²) et permettent

(¹) Séance du 9 février 1948.

(²) T. Kahan et A. Kwartiroff, *J. Phys. Rad.*, 1946, p. 357; H. F. Freundlich, E. P. Hincks et W. J. Ozeroff, *Rev. Sc. Inst.*, 1947, p. 90.

d'enregistrer les impulsions quelles que soient leurs formes. Le principe en est le suivant : 1° Toute impulsion d'entrée supérieure à E déclenche le multi-

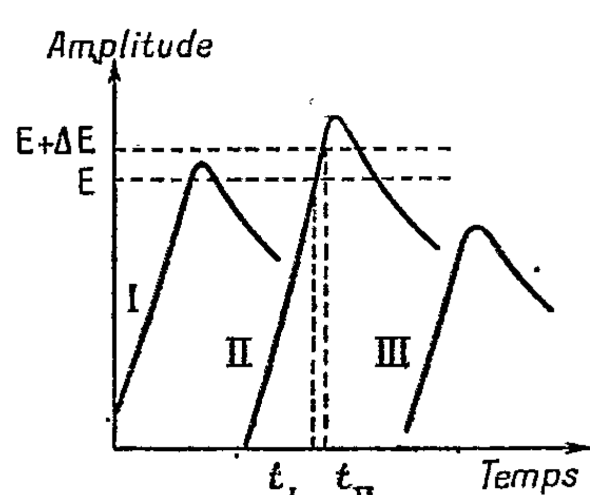


Fig. 1.

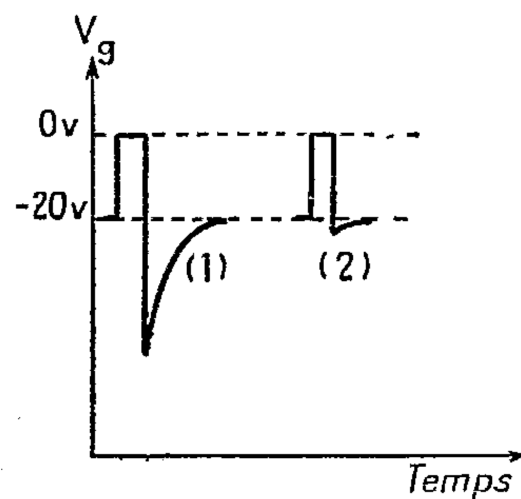


Fig. 2.

(1) sans diode; (2) avec une diode.

vibrateur I; 2° si cette impulsion est supérieure à $E + \Delta E$, elle déclenche le

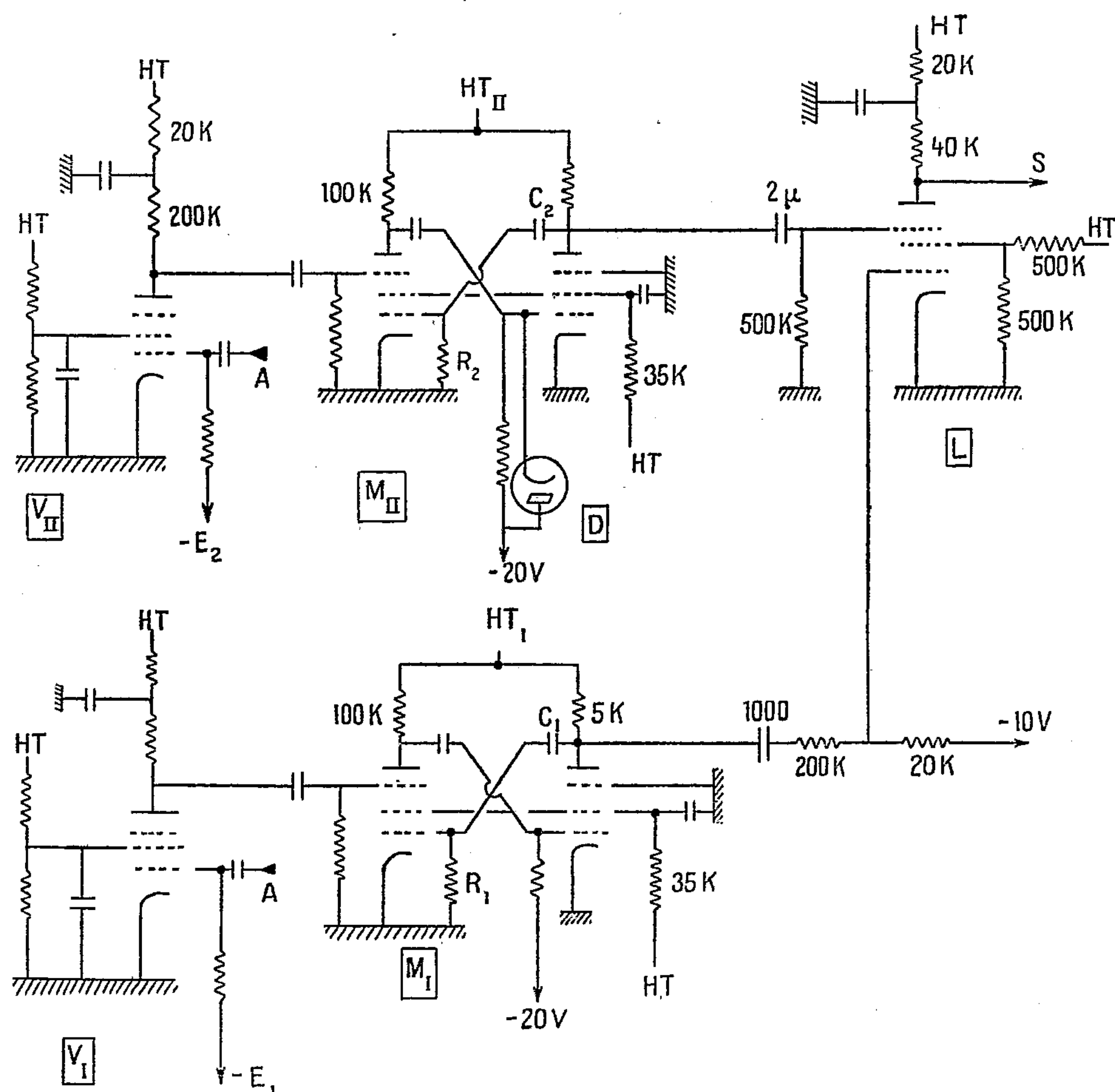


Fig. 3. — Sélecteur d'impulsions.

A, signal d'entrée; S, sortie; V_I V_{II} 6 SJ 7; $R_1C_1 \leq R_2C_2$; L 6 SJ 7; R_2C_2 est choisi de l'ordre de la demi-durée d'une impulsion; M_I M_{II} R 219.

multivibrateur II; 3° les signaux ainsi obtenus sont envoyés dans un circuit qui ne transmet un signal que si l'impulsion d'entrée ne déclenche pas le multivibrateur II.

Dans ce dernier circuit, l'impulsion positive appliquée à la grille de la lampe se produit à l'instant $t_I + \Delta t_1$ (t_I et t_{II} sont indiqués sur la figure 1); l'impulsion négative appliquée au suppressor de la lampe dure un temps Δt_2 à partir de t_I. Les constantes de temps Δt_1 et Δt_2 des multivibrateurs I et II sont choisies de telle façon que la condition du paragraphe 3 soit satisfaite : $\Delta t_1 \leqq \Delta t_2$; Δt_2 est de l'ordre de la moitié de la durée d'une impulsion.

Précision. — La valeur minimum de ΔE est de 2 V environ.

Remarque. — Une diode [3] est insérée dans le circuit du multivibrateur II; son rôle est expliqué par la figure 2 : La tension sur la grille de la lampe d'entrée du multivibrateur ne peut ainsi être très négative et la constante de temps de retour au potentiel normal de — 20 V de ce circuit-grille est petite; de ce fait, le multivibrateur peut être redéclenché très peu de temps après un premier signal.

OPTIQUE. — *Sur l'inexistence dans la réflexion d'un élargissement spectral par effet Döppler d'agitation thermique*. Note de M. **Robert Lennuier**, présentée par M. Jean Cabannes.

1. Divers auteurs ont cherché si la réflexion introduit un élargissement spectral du rayonnement réfléchi, par suite de l'effet Döppler-Fizeau dû à l'agitation thermique des molécules, atomes, ou électrons libres de la surface réfléchissante [1]. Aux températures usuelles, un tel élargissement serait d'une grandeur incompatible avec la cohérence de phase qu'implique, pour la formation du faisceau réfléchi, l'interférence des ondes élémentaires provenant des centres matériels diffusants. F. Wolfers [2] a montré qu'il suffirait, pour annuler tout élargissement Döppler par réflexion et réfraction, de supposer que la vitesse des centres diffusants est exclusivement orientée dans le plan tangent à la surface réfléchissante; mais une telle hypothèse paraît assez gratuite et n'est certainement pas acceptable lorsque l'un des milieux séparés par le dioptre est un gaz. En réalité l'inexistence de l'effet Döppler d'agitation thermique en réflexion est liée au fait que, sauf dans le cas d'un milieu parfaitement ordonné tel qu'un cristal, seuls participent à la formation de l'onde régulièrement réfléchie les centres matériels localisés le long du dioptre dans une couche d'épaisseur ε petite devant la longueur d'onde λ, bien que

(3) Puckle, *Time bases*, p. 53.

(1) Rocard et Rothschild, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 313; J. Roig, *Revue d'optique*, **17**, 1398, p. 424; J. Roig et J. Gobert, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 620.

(2) *J. de Phys.*, 8e série, **8**, 1947, p. 14; *Comptes rendus* **222**, 1946, p. 546.

énéralement grande devant les rayons d'action moléculaire (pour un milieu transparent, $\varepsilon \sim \lambda/10$); la répartition parfaitement (gaz) ou partiellement (liquides et solides amorphes) désordonnée qui règne dans le milieu matériel empêche toute interférence effective des ondes élémentaires diffusées par des centres situés hors d'une telle couche.

II. Soit une source qui, au repos, émettrait une onde sinusoïdale $a\cos(2\pi\nu t + \varphi)$, et qui se trouve animée d'une vitesse radiale v par rapport à un observateur; celui-ci reçoit une onde encore représentable par la fonction précédente en posant

$$\varphi = \varphi_0 + 2\pi\nu\frac{v}{c}t \qquad (c,\ \text{vitesse de la lumière}).$$

Il est équivalent de parler du déplacement de fréquence par effet Döppler $\Delta\nu = \nu(v/c)$ ou d'une variation de phase au cours de la réception

$$\Delta\varphi = 2\pi\Delta\nu t = 2\pi\frac{vt}{\lambda} = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda},$$

Δx étant le déplacement radial de la source pendant le temps t.

Considérons alors un atome (ou tout autre centre) de la *couche réfléchissante*; il ne contribue au rayonnement réfléchi que pendant son séjour dans cette couche d'épaisseur ε; la variation de phase qu'il introduit dans le rayonnement réfléchi est donc au maximum

$$\Delta\varphi_{(\mathrm{Max})} = 2\pi\frac{\varepsilon}{\lambda}\times 2,$$

le facteur 2 s'introduisant parce qu'il y a absorption puis émission. Ce résultat est valable aussi bien pour un atome exécutant des oscillations autour d'une position moyenne (solide) que pour une molécule effectuant des translations libres (fluide).

Or l'élargissement spectral qui résulte des variations de phase $\Delta\varphi$ est au plus de l'ordre de grandeur de la *largeur spectrale naturelle* Γ du rayonnement incident. Soit en effet $\tau = 1/4\pi\Gamma$ la *durée moyenne* de passage du train d'ondes élémentaire. L'élargissement par réflexion $\Delta\nu$ sera tel que

$$2\pi\Delta\nu\tau \lesssim \Delta\varphi \lesssim 4\pi\frac{\varepsilon}{\lambda}.$$

D'où

$$\Delta\nu < \frac{2\varepsilon}{\lambda\tau} = 8\pi\Gamma\frac{\varepsilon}{\lambda} \sim 2,5\Gamma.$$

L'élargissement spectral dû, par réflexion, à l'agitation thermique des centres diffusants est seulement de l'ordre de grandeur de la largeur naturelle des trains d'ondes élémentaires constituant le rayonnement incident. On sait que, pour des émissions atomiques fines, Γ est de l'ordre de 10^{-6} Å et est pratiquement toujours masqué par l'élargissement Döppler dans la source elle-même. A la limite, pour un train d'ondes idéal strictement monochromatique, l'élargissement par réflexion serait nul.

Remarques sur la Note de M. Robert Lennuier *relative à l'impossibilité, dans la réflexion de la lumière, d'un élargissement spectral par effet Döppler d'agitation thermique*, par M. **Jean Cabannes.**

1. Comme le rappelle M. Lennuier, plusieurs auteurs ont cherché si la lumière réfléchie par un miroir conserve la même structure que la lumière incidente. Ils ont pensé que l'agitation thermique du réflecteur pouvait produire un élargissement spectral de la radiation incidente supposée monochromatique. Leurs expériences ont été négatives. Pour clore un débat qui dure depuis longtemps, nous montrerons que ce résultat était à prévoir.

2. Les équations de Maxwell relient, en chaque point et à chaque instant, les variations du champ électrique E et celles du champ magnétique H *dans un diélectrique* dont la constante diélectrique ε peut varier dans l'espace et dans le temps

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial(\varepsilon E)}{\partial t} = \operatorname{rot} H, \qquad \operatorname{div} H = 0; \qquad \frac{\partial H}{\partial t} = -\operatorname{rot} E, \qquad \operatorname{div}(\varepsilon E) = 0.$$

L'équation de propagation du champ électrique s'en déduit

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2(\varepsilon E)}{\partial t^2} = \Delta E - \operatorname{grad}\operatorname{div} E, \tag{1}$$

et *l'hétérogénéité du milieu se traduit par le fait que* div E *est différent de zéro.*

Cette hétérogénéité provient des fluctuations de la densité qui font varier la constante diélectrique locale. Soit E_0 le champ qu'on observerait si le milieu restait homogène à l'échelle des longueurs d'onde lumineuses, c'est-à-dire si les molécules y étaient régulièrement réparties. Les fluctuations de la constante diélectrique $\varepsilon = \varepsilon_0 + x$ autour de la valeur moyenne ε_0 entraînent des variations du champ qui devient $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{e}$.

Si nous portons ces valeurs de E et de ε dans l'équation (1), nous obtenons au second ordre près le système d'équations (2), (3)

$$\frac{\varepsilon_0}{c^2}\frac{\partial^2 E_0}{dt^2} - \Delta E_0 = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\varepsilon_0}{c^2}\frac{\partial^2 e}{\partial t^2} - \Delta e = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2(xE_0)}{\partial t^2} + \frac{1}{\varepsilon_0}\operatorname{grad}(E_0 \operatorname{div} x). \tag{3}$$

La réflexion et la réfraction régulières concernent le champ E_0 donné par l'équation (2) où n'intervient qu'une fréquence, celle de l'onde lumineuse incidente. D'autre part L. Brillouin [1] a calculé le champ e, qu'il appelle champ d'opalescence, à partir de l'équation (3) : ce champ produit une diffusion de la lumière suivant les formules classiques. Il résulte de cette analyse que l'onde incidente est régulièrement réfléchie et réfractée sans

[1] *Annales de Physique*, **17**, 1922, p. 88.

modification de fréquence et que *c'est uniquement dans la lumière diffusée que vont se manifester les mouvements moléculaires*. Ces conclusions s'appliquent de même *aux conducteurs* où, quelles que soient les fluctuations, l'équation de propagation du champ E_0

$$\frac{\varepsilon_0}{c^2}\frac{\partial^2 E_0}{\partial t^2} + 4\pi\sigma_0\frac{\partial E_0}{\partial t} - \Delta E_0 = 0 \qquad (4)$$

(σ_0 désignant la conductivité moyenne) ne fait apparaître, comme l'équation (2), que la fréquence de l'onde incidente.

3. Les expériences par lesquelles nous avions tenu à contrôler nous-même ces conséquences de la théorie de Maxwell sont restées jusqu'ici inédites. Nous avions éclairé un fil de platine par l'une des radiations λ 5461 ou λ 4358 du mercure et nous avions placé un étalon de Perot et Fabry sur le faisceau réfléchi par le fil. L'image du fil était projetée sur l'étalon et l'observation, faite à la lunette ou par photographie suivant la radiation utilisée. La lampe donnait des anneaux à travers un étalon de 8^{cm} d'épaisseur.

Nous avons chauffé électriquement le fil de platine jusqu'à 100° K. sans observer de changement dans le système d'anneaux. Puis nous avons refait l'expérience à froid sur la surface polie d'un fragment de glucinium dont les atomes, plus légers, prennent des vitesses plus grandes par agitation thermique : les anneaux obtenus par réflexion sur le glucinium sont aussi visibles que par réflexion sur le platine.

Or, au cours des oscillations atomiques dans le cristal, la valeur moyenne de la vitesse des noyaux est

$$\bar{v} = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{6RT}{A}} = 1{,}41.10^4\sqrt{\frac{T}{A}}$$

(R, constante des gaz; A, masse atomique; T, température absolue). D'où l'élargissement spectral qu'aurait dû produire l'agitation thermique

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{2\bar{v}}{c} = 9{,}5.10^{-7}\sqrt{\frac{T}{A}},$$

avec disparition des anneaux ($dp = 0{,}5$) pour

$p = 420\,000$	platine	$A = 194$	$T = 300°$ K.	$\lambda = 5461$ Å
$230\,000$	»	»	$1000°$ K.	»
$190\,000$	glucinium	$A = 9{,}1$	$300°$ K.	»

Si l'agitation thermique avait joué, la lumière réfléchie par le platine à chaud ou le glucinium à froid n'aurait pas formé d'anneaux avec l'étalon de 8^{cm} ($p = 290\,000$).

Dans une autre série d'expériences nous avons observé le même résultat par réflexion à la surface de l'eau : la radiation incidente n'est pas modifiée.

PHOTOMÉTRIE. — *Une nouvelle cause d'erreur en photométrie hétérochrome.* Note de M. **Georges Blet**, présentée par M. Jean Cabannes.

1° On peut comparer deux éclairements hétérochromes au photomètre papilloteur [1] de deux manières distinctes : soit directement l'un à l'autre, soit par l'intermédiaire d'un même troisième. L'identité des résultats obtenus par ces deux méthodes nécessite plusieurs conditions concernant la définition des grandeurs lumineuses au photomètre papilloteur [1].

Il faut, en outre, s'assurer de la permanence de la courbe de visibilité de l'observateur.

2° Des mesures systématiques nous ont permis de mettre en évidence des modifications de la courbe de visibilité au cours des mesures.

Les radiations comparées sont les radiations jaune, verte et rouge du mercure. On veut déterminer le rapport de ces deux dernières. La mesure directe donne une valeur G/R constante et bien définie. Les variables sont les distances des lampes à l'écran du photomètre, y pour le jaune, g pour le vert et r pour le rouge. On devrait trouver g/r constant et indépendant de y.

Or, on constate que la valeur de ce rapport dépend de l'ordre dans lequel les mesures sont effectuées, à chaque sens correspondant une valeur moyenne distincte.

3° Dans une série d'expériences où y était resté constant, les mesures effectuées par 5 séries de 5 pointés dans chaque sens ont donné les valeurs suivantes :

	Séries alternées.		
Valeurs moyennes.	R en premier.	R en second.	Série unique.
r	1,309	1,278	1,280
g	1,004	0,997	1,005
$\frac{r}{g}$	1,303	1,281	1,274

4° On peut expliquer ce phénomène en supposant que la courbe de visibilité varie à chaque mesure, la sensibilité relative du vert par rapport au jaune par exemple, étant différente selon que la mesure se fait en premier, ou consécutivement à une mesure rouge jaune. Il en serait de même évidemment pour la sensibilité relative du rouge par rapport au jaune.

5° Les écarts constatés sont faibles et présentent une assez grande dispersion variable selon les dispositions du sujet, mais ils restent néanmoins supérieurs aux erreurs maxima de mesure, 1 % ; ils peuvent atteindre de 2 à 3 % et sont donc caractéristiques.

---

(1) G. Blet, *Thèse de Doctorat*, février 1945; G. Blet, *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 531-533.

Conclusion. — Une étude plus approfondie de ce phénomène permettra de voir dans quelles conditions une mesure n'est pas influencée par la précédente, en photométrie hétérochrome. Il y a lieu de tenir compte de ce phénomène en photométrie de précision.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur une grande étoile cosmique produite au niveau de la mer.* Note de MM. **Pierre Cüer**, **Max Morand** et **Hassan Moucharafyeh**, présentée par M. Jean Cabannes.

Parmi les événements nucléaires provoqués par les rayons cosmiques au niveau de la mer, nous avons obtenu une grande étoile.

1. Observée dans une plaque Ilford C_2+B exposée un an horizontalement, cette étoile est, à l'échelle $\sim 1/2$, du type de celle obtenue par Leprince-Ringuet et collaborateurs [1] à 4400m. Elle comporte 18 branches visibles dues à 4α, 2 tritons, 8 protons bien identifiés par leur granulation, probablement un proton et un triton, et deux particules (assez courtes) de $z>2$. Les émulsions C_2+B permettent de reconnaître les particules de $z=1$ ou 2; leur pouvoir de discrimination permet d'estimer les masses de $z=1$, non celles de $z=2$; sauf dans un cas particulier, il est pratiquement impossible de déterminer les charges et les masses de $z>2$. Il est donc difficile d'établir si un noyau déterminé a subi une désintégration totale. La détermination de l'énergie des particules visibles se présente favorablement, car beaucoup de traces (dont 2α et celles de $z>2$) se terminent dans l'émulsion, ou ont un parcours suffisant (dans le cas des protons ou tritons) pour permettre l'estimation du parcours résiduel. L'énergie cinétique moyenne des protons est ~ 7 MeV, celle des α de ~ 15 MeV. La plus longue trace ($\sim 2000\ \mu$) pénètre dans le verre; son interprétation a été difficile, car les dénombrements de grains, effectués par des observateurs différents, permettent de supposer des parcours de sens inverses. (Nous essayons toutefois d'améliorer la méthode en mesurant la surface des grains révélés.) La densité des grains indique qu'il s'agit d'un triton, dont l'énergie maximum est ~ 50 MeV. Bien que cette énergie soit nettement supérieure à celle des autres particules, l'interprétation la plus plausible est que la particule sort de l'étoile. Il semble peu probable que des protons d'énergie >50 MeV (invisibles dans cette émulsion) aient été émis. Les particules de $z\leqq 2$ fournissent ainsi 20 charges. Pour interpréter les particules de $z>2$, nous remarquons que leurs traces ne se terminent pas par un *marteau* ($Li_3^8 \to Be_4^8 \to 2\alpha$), déjà observé sur nos plaques. Lors de la formation de noyaux $z=3$, il y a une assez grande probabilité d'apparition de Li_3^8; nous admettons donc que les deux fragments observés ont ensemble une charge $\geqq 8$ et obtenons ainsi au moins 28 charges

(1) Leprince-Ringuet, Heidman, Hoang, Jauneau et Stroumsa, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1114.

pour le bilan total. Le raisonnement habituel indique une quasi-désintégration de Br; il manquerait alors 7 charges, comme dans le cas déjà cité. Ce fait s'explique mieux par la capture immédiate d'électrons par les fragments lourds (dont les vitesses sont inférieures à celles des électrons retardateurs), que par l'émission éventuelle de mésons positifs, qui seraient invisibles pour une énergie > 10 MeV. Cette étoile pourrait aussi correspondre à une désintégration partielle de Ag; il faudrait alors admettre que les fragments de $z > 2$ ont de très faibles vitesses, mais des masses et des charges importantes (ces dernières en partie cachées par les électrons périphériques). Si, comme nous serons amenés à le supposer, cette étoile est due à un nucléon rapide, sa probabilité de création dans Ag serait légèrement supérieure à celle dans Br. En supposant 1,3 fois plus de neutrons que de protons (proportion dans Br et A), émis avec une énergie moyenne ~ 7 MeV, l'énergie d'excitation totale E, compte tenu des énergies de liaison, est au moins égale à 420 MeV. Si les neutrons sont émis isotropiquement, l'impulsion résultante I est comprise entre 67 et 80.10^{-15} C. G. S.; s'ils ont même répartition que les protons, I est comprise entre 75 et $82 .10^{-15}$ C. G. S. La majeure partie de I provenant des α et du grand triton, une répartition assez anisotrope des neutrons changerait peu sa grandeur et sa direction, qui est légèrement inclinée sur le plan horizontal. Les valeurs respectives de E et de I sont compatibles avec l'arrivée d'une particule de masse 1 à 3 (valeur comprise entre 2 et 2,8 s'il n'y a pas émission invisible de neutron très énergétique ou de méson).

II. Nous avons cherché une explication plausible de la production de cette grande étoile, en tenant compte des phénomènes nucléaires que nous avons observés dans les mêmes conditions. Par étoile, la proportion du nombre des α au nombre des protons diminue graduellement de ~ 2 à $\sim 1/3$, quand l'énergie totale augmente. De plus, cette même proportion est nettement < 1 pour l'étoile produite par un méson au repos ([2]). Nous savons, d'autre part, que, dans le cas de la traversée d'un noyau par un nucléon rapide, sans création de méson réel, l'énergie maximum cédée au noyau est ~ 200 MeV pour Ag ([3]); elle serait donc inférieure pour Br. Pour rendre compte de ces faits, nous supposons que les étoiles à branches multiples sont provoquées par des particules rapides (nucléons et, peut-être, noyaux de masses 2 ou 3), en accord avec les déterminations actuelles des bilans d'énergie et de quantité de mouvement. On peut expliquer la cession à un noyau d'Ag d'une énergie > 200 MeV, soit pour une particule de masse 2 ou 3, par un nucléon rapide, avec création de mésons réels, absorbés dans le noyau. Dans le premier cas, nous nous référons au calcul du pouvoir d'arrêt dans la matière nucléaire; il se pourrait même en effet, que les 2 ou 3 charges mésoniques agissent simul-

([2]) Cüer et Morand, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1146.
([3]) Cüer et Morand, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 659.

tanément, libérant, au maximum, une énergie de 800 ou 1800 MeV, ce qui correspond aux énergies des plus grandes étoiles observées jusqu'ici. Mais la proportion des grandes étoiles semble peu compatible, d'une part, avec le nombre possible de particules de très grande énergie et de masses > 1, et, d'autre part, avec la probabilité de ce processus. Nous supposons donc qu'il s'agit de nucléons rapides (plus vraisemblablement de neutrons, en raison de leur plus long parcours dans l'atmosphère et de leur plus grande fréquence), dont l'énergie serait assez grande pour produire un ou plusieurs mésons réels, de faible énergie, restant dans le noyau, puisque leur parcours est inférieur au rayon nucléaire de Br ou Ag. Il est à noter que, dans le cas de noyaux légers (par exemple O et N), ces mésons ont une plus grande probabilité de sortir; de même, les mésons de grande énergie produits par un nucléon d'énergie suffisante peuvent sortir d'un noyau lourd (étoiles avec méson sortant accompagné de quelques particules de faible énergie ([4]). Ce schéma permet de comprendre la parenté existant entre les différents types d'étoiles dues aux rayons cosmiques ou aux particules accélérées artificiellement au moyen de cyclotron à fréquence modulée, depuis les énergies les plus faibles jusqu'aux énergies les plus grandes actuellement connues.

RADIOACTIVITÉ. — *Contribution à l'étude du rayonnement α de l'actinium.* Note ([1]) de M. **Léopold Vigneron**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Utilisant une plaque Ilford C_2 pour recherche nucléaire, nous avons opéré ainsi : au temps $t = -8$ min. nous disposions d'une solution aqueuse d'un sel de Ac purifié chimiquement de ses descendants; à $t = 0$, immersion de la plaque dans cette solution; à $t = 1$ min. immersion de la plaque dans de l'alcool à 90°, ce qui la déshydrate presque instantanément; à $t = 3$ min. la plaque est sortie de l'alcool et essuyée; à $t = 37$ min. immersion dans le révélateur; à $t = 42$ min. arrêt de la révélation par un bain acide; ensuite, fixage, rinçage, séchage, observation microscopique.

L'actinium reforme ses dérivés suivant les embranchements α et β ([2]), mais l'expérience étant de faible durée, ces dérivés gênent peu : pour 800 traces des α de Ac on calcule qu'il doit se produire 40 traces des α de RdAc et moins de 1 trace des α des autres dérivés.

La gélatine est gonflée d'eau entre 0 et 1 min., puis entre 32 et 37 min., pendant une durée non négligeable devant celle de l'expérience; son pouvoir d'arrêt devenant plus faible, les α émis alors ont leur parcours allongé d'une

([3]) Lattes, Muirhead, Occhialini et Powell, *Nature*, 159, 1947, p. 694.

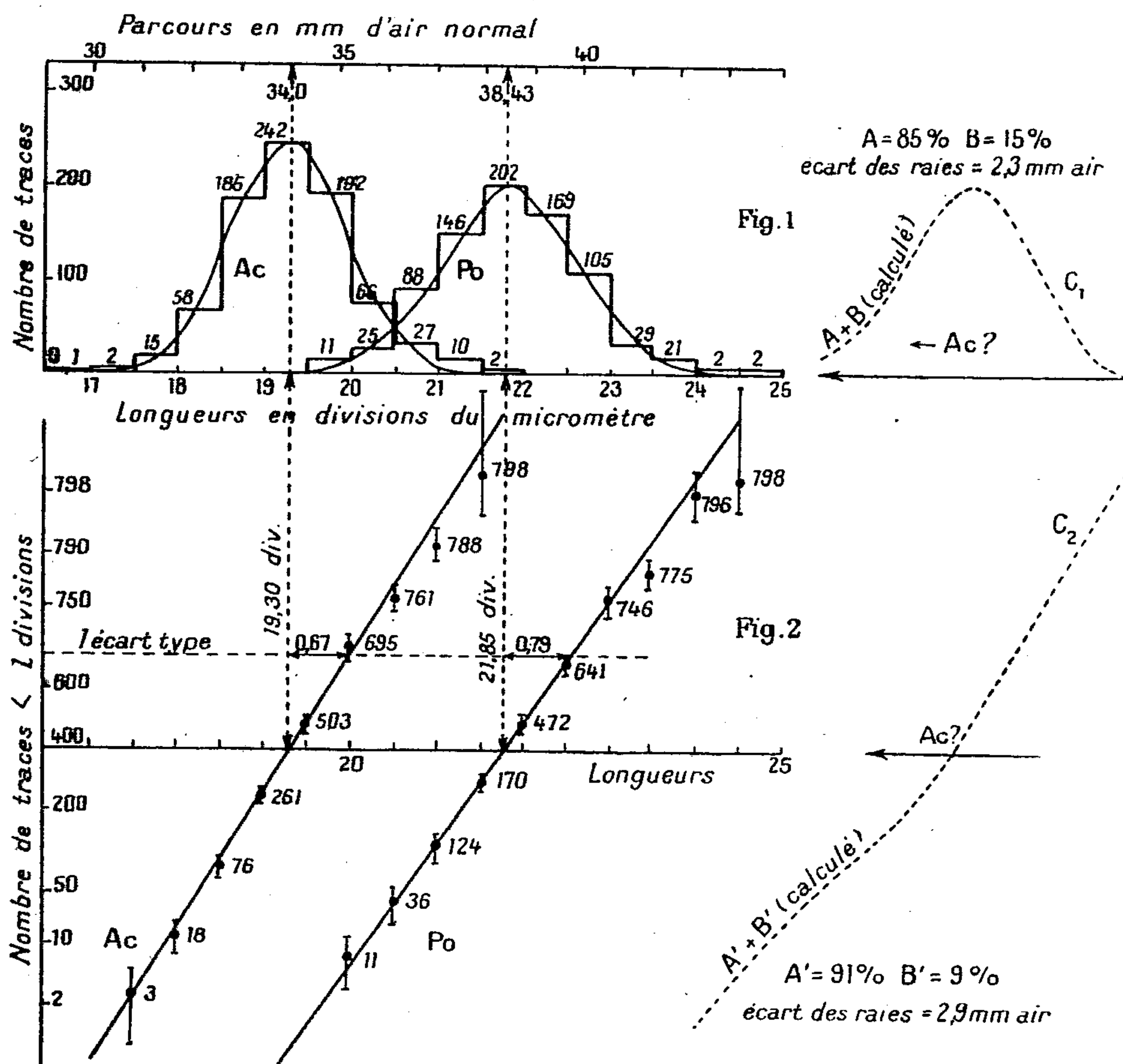
([4]) Perkins, *Nature*, 160, 1947, p. 707.

([1]) Séance du 9 février 1948.

([2]) Marguerite Perey, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 97.

façon mal définie. Cet allongement entraîne un plus grand espacement des grains de la trace. De plus, si $t > 38$ min., le révélateur n'a plus le temps d'agir à fond. En rejetant toutes les traces dont l'aspect n'est pas une ligne bien noire presque continue, nous éliminons presque totalement la cause d'erreur envisagée.

800 traces horizontales des α de Po ont été mesurées dans une plaque témoin traitée d'une façon comparable. L'unité étant la division du micromètre oculaire, la statistique est représentée (*fig.* 1) en coordonnées ordinaires



et (*fig.* 2) en employant les ordonnées galtoniennes. Les écarts types des fluctuations statistiques sur les nombres expérimentaux sont indiqués sur la figure 2.

Pour l'actinium nous avons obtenu : 1° Un groupe parasite de 57 rayons de parcours $l > 22$ divisions, dont voici la statistique :

Longueur par excès.......	22,5	23	23,5	24	24,5	25	25,5	26	–
Nombre de traces.........	0	1	4	9	7	9	12	6	–
Longueur par excès.......	26,5	27	27,5	28	28,5	29	29,5	30	30,5
Nombre de traces.........	2	1	1	2	0	1	0	0	2

Ce groupe correspond aux α des dérivés de Ac qui auraient échappé à la purification chimique et surtout à RdAc ($l\sim 26$ div.) reformé à partir de Ac.

2° Un groupe de 800 rayons de parcours inférieur à 22 divisions, correspondant aux α de Ac et seul représenté sur les figures 1 et 2.

Les statistiques (*fig.* 1 ou *fig.* 2) concordent bien avec la loi de Gauss. Les α de Ac étant plus courts que les α de Po, la largeur de la raie est, comme on pouvait s'y attendre, plus faible dans le cas de l'actinium.

A la suite d'une indication ([3]) obtenue avec une plaque et précisée à l'amplificateur proportionnel ([4]), il avait été annoncé que Ac émettait deux raies α ($A\sim 87$ %, $B\sim 13$ %) de parcours respectifs $34^{mm},6\pm 0,2$ et $31\pm 0^{mm},5$ d'air.

Nous avons calculé et dessiné à une translation près sur les figures les courbes statistiques C_1, C_2 qu'on devrait obtenir dans une série de 800 mesures des α de Ac avec des intensités ou des différences de parcours moins favorables à la mise en évidence de la structure fine, etc. En tenant compte des fluctuations statistiques possibles, on ne peut absolument pas superposer ces courbes aux résultats expérimentaux relatifs à Ac.

S'il existe une structure fine des α de Ac, les intensités et les positions des deux raies ne nous paraissent pas pouvoir correspondre à ce qui a été annoncé. *Dans les limites du pouvoir séparateur de la méthode photographique le rayonnement α de* Ac *apparaît comme simple;* par comparaison avec Po le parcours dans l'air des α de Ac est $34^{mm},0$ (précision de la méthode ~ 2 %). Il est possible que les α de 31^{mm} précédemment signalés et attribués à Ac soient dus à un descendant de Ac.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les erreurs causées par l'affaiblissement de l'image latente dans l'étude des particules chargées par la méthode photographique.* Note ([1]) de Mme **Henriette Faraggi** et Mlle **Georgette Albouy**, présentée par M. Frédéric Joliot.

L'affaiblissement de l'image latente avec le temps T qui sépare l'exposition du développement ([2]) entraîne différentes causes d'erreurs que nous avons étudiées systématiquement.

Yagoda et Kaplan ([2]) ont mesuré la variation de la densité photographique totale avec T; nous avons caractérisé l'effacement individuel de chaque trajectoire, en comptant le nombre *n* de grains contenus dans des fractions

([3]) Marcel Guillot et Marguerite Perey, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 330.

([4]) Raymond Grégoire et Marguerite Perey, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 733.

([1]) Séance du 2 février 1948.

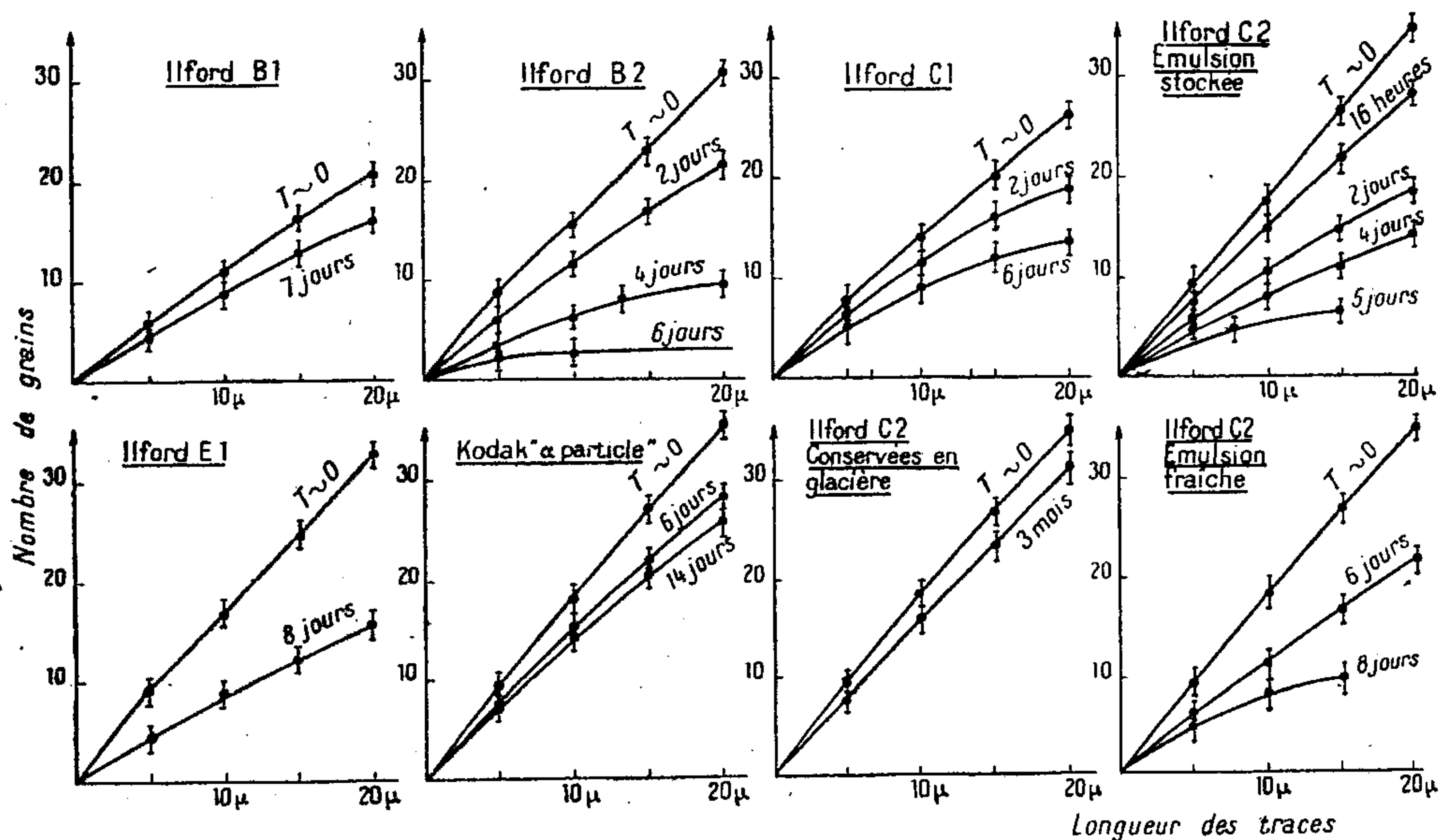
([2]) Occhialini et Powell, *Nature*, 139, 1947, p. 186; Yagoda et Kaplan, *Phys. Rev.*, 71, 1947, p. 910; La Palme et Demers, *Phys. Rev.*, 72, 1947, p. 536.

égales de trace (5^μ). n croît avec la masse de la particule, et diminue quand la vitesse augmente. Pour le développement immédiat ($T = 0$) n est grand, la trace est continue; quand T augmente, n diminue, la trace devient discontinue; pour $n \leqq 2$ il est impossible de reconstituer la trajectoire : pratiquement, l'image a disparu.

Les rayons α de Po canalisés dans le vide sont reçus tangentiellement dans la plaque. Le temps de pose est le même pour toutes les plaques, qui sont conservées à l'abri de la lumière à 18°C. On développe simultanément les plaques d'une même série : elles ne diffèrent entre elles que par la valeur de T. On compte sur chaque trace les grains contenus dans des intervalles de 5^μ à partir de la fin du parcours : chaque fraction correspond alors à une énergie déterminée.

Résultats. — 1° Le temps de développement et la concentration du révélateur (ID 19 de 5 à 50 % et de 15 min. à 45 min.) influent sur la grosseur des grains, mais n'en modifient pas le nombre.

2° Les courbes de la figure représentent la variation du nombre de grains en fonction du parcours pour différentes valeurs de T et différents types de



plaques. Pour un parcours donné, on apprécie la perte en grains sur les intersections verticales des familles de courbes.

Le fading diminue : *a* avec la vitesse (traces raccourcies); *b* avec la sensibilité de l'émulsion; *c* avec sa fraîcheur. Les *Kodak* semblent plus stables que les *Ilford*.

La conservation des plaques en glacière ralentit le phénomène. On peut l'accélérer et obtenir l'effacement total en 5 heures à 47°C.

On diminue le fading en utilisant des plaques imprégnées de bore, ou en les maintenant dans le vide jusqu'au développement ([3]).

3° En outre, si $n \leq 2$, la trace est pratiquement impossible à identifier : pour une même intensité d'irradiation, le nombre de traces diminue de 50 % en 4 jours.

L'affaiblissement de l'image latente avec le temps entraîne donc une triple cause d'erreur pour les poses prolongées : *a. diminution apparente de la masse*, par espacement des grains; *b. diminution apparente de l'énergie*, par raccourcissement des traces; *c. diminution apparente de la fréquence* du phénomène étudié, par disparition d'une partie des traces.

Les particules chargées et les particules lumineuses se comportent très différemment. Pour la lumière, les germes de sensibilité sont localisés à la surface des grains, il semble que, les particules ionisantes forment des germes à l'intérieur du réseau cristallin ([4]) : par suite de la rigidité du réseau, ces germes sont plus petits que les germes superficiels : le *piège à électron* est moins solide, et les électrons peuvent s'en échapper par agitation thermique. Lorsque les germes deviennent trop petits ou trop nombreux, le grain cesse d'être développable. On comprend ainsi la stabilisation de l'image latente à basse température, et l'effacement plus rapide des débuts de traces. La stabilisation par le bore, ou par la suppression de l'air (oxygène) indiquerait que certains atomes retardent ou facilitent l'évasion des électrons. D'autres recherches seraient nécessaires pour élucider cette question.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Déshydratation et réhydratation des tartrates neutres droits de calcium*. Note de Mlle **Thérèse Pobeguin**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Dans une précédente Note ([1]) j'avais indiqué les conditions de formation et de transformation du tartrate neutre droit de calcium à 6 H_2O, cristallisant en longues aiguilles instables. En milieu aqueux, ces aiguilles se transforment en la variété stable, cristaux généralement isodiamétriques de tétrahydrate, d'autant plus rapidement que la température est plus élevée; cependant, même en dessous de 0°, la transformation a lieu. Prélevées dans la solution mère en lames fines d'aiguilles enchevêtrées, lavées et séchées soigneusement et rapidement, elles se conservent d'autant mieux qu'elles sont maintenues à une température plus basse.

([3]) Lattes, Occhialini et Powell, *Nature*, 160, 1947, p. 486; Yagoda, *American mineralogist*, 31, 1946, p. 87; Perfilov, *Journ. Phys.*, U. R. S. S., 17, 1947, p. 376.

([4]) Gurnay et Mott, *Proc. Soc.*, A, 164, 1938, p. 151; Berg, *Trans. Far. Soc.*, 39, 1943, p. 115; Cüer, *Sc. ind. Phot.*, 18, 1947, 321.

([1]) *Comptes rendus*, 213, 1941, p. 203.

J'ai suivi les processus de déshydratation et de réhydratation de ces corps en les plaçant dans des conditions identiques.

I. Déshydratation. — A. *Tétrahydrate : a. à l'air libre*, corps parfaitement stable; *b. dans un dessiccateur* à SO_4H_2 ou à P_2O_5, à la température ordinaire, les variations n'excèdent guère 1 % et les cristaux reprennent rapidement leurs poids primitifs dès qu'on les remet à l'air libre. Si l'on fait le vide, en 24 ou 48 heures, ils perdent de 10 à 12 % d'eau, qu'ils ont une tendance nette à reprendre; *c. à l'étuve*, jusqu'à 80°, il n'y a pratiquement pas de déshydratation; de 85 à 100° la déshydratation est nette, plus ou moins rapide suivant la température : 3 molécules partent facilement, la quatrième beaucoup plus lentement (*ordre de plusieurs mois vers* 100°); vers 125° et au delà, après avoir perdu rapidement 3^{mol} d'eau et plus lentement la quatrième, la diminution de poids continue à se manifester sans discontinuité et l'on passe insensiblement à des produits de décomposition du tartrate.

B. *Hexahydrate*. — Ce corps peut être amené à abandonner son eau sans se transformer en la variété stable; cette perte d'eau débute à la température ordinaire : *a. à l'air libre*, aux environs de 15 à 18° les aiguilles, transparentes, droites et rigides à l'origine, perdent en quelques jours 2^{mol} d'eau; elles deviennent tordues, opaques et la masse se feutre; on aboutit à une forme à $4H_2O$ définie mais instable qui, par addition d'eau, se transforme encore en cristaux isodiamétriques de tétrahydrate classique. Si la température ambiante s'élève, le palier devient une inflexion et disparaît; *b. dans un dessiccateur* à SO_4H_2 ou à P_2O_5, il n'y a plus formation des aiguilles tétrahydratées obtenues à l'air libre (ou dans un dessiccateur contenant du $CaCl_2$); il y a perte de 3^{mol} d'eau ou même davantage : on aboutit à un palier qui correspond à un équilibre avec les conditions environnantes, mais non à un hydrate défini; lorsqu'on a fait le vide dans le dessiccateur, il y a perte rapide de 4^{mol} d'eau, plus lente de la cinquième et l'on tend vers un sel monohydraté; *c. à l'étuve*, il y a perte extrêmement rapide de 5^{mol} d'eau, la dernière résiste davantage.

Pour le tétrahydrate comme pour l'hexahydrate, il ne paraît pas possible d'obtenir par déshydratation des sels à 3 et surtout 2^{mol} d'eau : les produits obtenus sont transitoires, mal définis et très instables. La dernière molécule d'eau est fixée plus solidement; il n'y a jamais de palier pour le sel anhydre qui par suite n'existe pas; il semble d'ailleurs que la limite que l'on ne puisse franchir sans que le tartrate ne commence à se décomposer soit un stade à 1/4 de molécule d'eau.

Des expériences faites à température régulièrement croissante confirment les faits précédents.

II. Réhydratation. — Elle peut être faite soit à l'air libre, soit en atmosphère saturée de vapeur d'eau, soit par addition de quelques gouttes d'eau qu'on laisse ensuite évaporer. Tous les corps plus ou moins transitoires décrits

ci-dessus sont susceptibles de reprendre de l'eau; les courbes de réhydratation sont convexes vers le haut, la reprise étant plus grande au début, très lente ensuite.

Les dérivés du tétrahydrate stable ont tendance à revenir, après un temps plus ou moins long, à leur état primitif. Déshydratés jusqu'aux environs de 1/4 de molécule d'eau, ils dépassent difficilement par réhydratation un corps à 3mol d'eau, sel qui a été signalé comme hydrate défini par Chatterjee et Dhar (2).

Les dérivés de l'hexahydrate ne remontent jamais au delà d'un sel à 4 H_2O, produit cotonneux stable dans les conditions ordinaires de température et de pression, qui par addition d'eau ne se transforme plus en cristaux isodiamétriques (tétrahydrate stable ordinaire). Si la déshydratation a été poussée jusqu'aux environs d'un sel à 1/2mol d'eau, par réhydratation à l'air libre on obtient un hydrate à une molécule d'eau, défini et susceptible de se conserver plusieurs années sans précautions spéciales; cependant ce dernier, mis en atmosphère saturée de vapeur d'eau, peut reprendre plusieurs molécules d'eau.

En résumé, après déshydratation et réhydratation de tartrates à 6 et 4 H_2O, on obtient une série de produits dont la plupart ne sont pas des hydrates définis; le sel anhydre n'existe pas. Les plus intéressants des tartrates droits neutres de calcium sont donc, un hexahydrate instable, le tétrahydrate stable, deux formes tétrahydratées dérivant des aiguilles, l'une par déshydratation, instable, l'autre par réhydratation, stable, et un sel monohydraté obtenu par réhydratation d'aiguilles ayant perdu plus de 5mol d'eau. Le sel à 1/4 de molécule d'eau semble être un stade limite plus qu'un hydrate défini.

Diagrammes de rayons X et spectres infrarouges confirment ces données.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Accroissement de la sensibilité au déplacement par les sels des méthylcétones, en solution diluée, en fonction de leur chaîne aliphatique.* Note de M. **Alexandre B. Lindenberg**, transmise par M. Jacques Duclaux.

Dans une précédente Note (1) nous avons montré que dans une solution de chlorure de sodium 3N les coefficients d'activité thermodynamique γ_s des premières trois méthylcétones aliphatiques subissent une augmentation, par rapport au coefficient d'activité γ_0 dans l'eau pure, d'autant plus importante que le volume moléculaire de la cétone est plus grand.

Rappelons que le coefficient d'activité relatif γ_s/γ_0 varie en fonction de la concentration du sel suivant la relation de Setschenow modifiée par Randall

(2) K. P. Chattersee et N. R. Dhar, *Journ. Phys. Chem.*, 28, 1924, p. 1023.

(1) A. B. Lindenberg et Mlle O. Lemaignen, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1153.

et Failey ([2]) : $\log(\gamma_s/\gamma_0)/\mu = k$, où μ est la force ionique de la solution, égale à la molalité saline pour un sel uni-univalent, et k la *constante de déplacement* caractéristique du sel déplaçant et du non-électrolyte déplacé.

Nous confirmons la validité de cette loi logarithmique pour les cétones aliphatiques en solution diluée dans le mélange ternaire, qu'elles soient miscibles à l'eau comme l'acétone ou d'hydrosolubilité limitée comme la méthylpropylcétone. Toutefois, étant donné que la constance de k en fonction de la concentration saline est peu influencée par le mode d'expression (en molalité ou en molarité) de cette dernière, nos résultats sont relatés en fonction de la normalité saline de la solution cétonique.

La technique suivie pour la détermination des rapports γ_s/γ_0 a été celle du coefficient de partage des cétones entre le tétrachlorure de carbone et l'eau pure ou salée, décrite dans ([1]).

Cétone étudiée.	Normalité saline de la solution (n).	$\frac{\gamma_s}{\gamma_0}$.	$\log \frac{\gamma_s}{\gamma_0} / n = k$.
Diméthylcétone	0,5	1,115	0,047:0,5 = 0,094
	0,75	1,175	0,070:0,75 = 0,093
	1,0	1,265	0,102:1,0 = 0,102
	1,5	1,38	0,144:1,5 = 0,096
	2,0	1,55	0,190:2,0 = 0,095
	3,0	1,94	0,288:3,0 = 0,096
			Moyenne... 0,096
Méthyléthylcétone	0,66	1,235	0,092:0,66 = 0,138
	2,0	1,86	0,270:2,0 = 0,135
	3,0	2,54	0,405:3,0 = 0,135
			Moyenne... 0,135
Méthylpropylcétone	0,66	1,28	0,107:0,66 = 0,160
	2,00	2,10	0,322:2,0 = 0,161
	3,00	3,02	0,480:3,0 = 0,160
			Moyenne... 0,160

En rapportant les constantes de déplacement k de ces trois cétones à leur volume moléculaire, évalué grâce à la réfraction moléculaire à la raie D, le quotient k/RM_D obtenu (première colonne du tableau suivant) fait preuve de la même constance que le rapport $[(\gamma_s/\gamma_0)/RM_D]$ en solution *trinormale* de ClNa. Cette concentration chloruro-sodique possède donc la propriété de conférer aux cétones homologues dissoutes des coefficients d'activité relatifs qui sont entre eux dans le même rapport, approximativement, que les constantes de déplacement k indépendantes de la concentration saline.

	$\frac{k}{RM_D} \cdot 10^3$.	$\frac{k}{(P.M. - 16)} \cdot 10^3$.
Acétone	0,096:16,15 = 5,95	0,096:42 = 2,285
Méthyléthylcétone	0,135:20,67 = 6,33	0,135:56 = 2,41
Méthylpropylcétone	0,160:25,20 = 6,35	0,160:70 = 2,285

([2]) *Chemical Reviews*, 4, 1927, p. 271.

Le coefficient k n'est pas proportionnel au poids moléculaire de la cétone; mais il est proportionnel à ce poids diminué de celui de l'oxygène (deuxième colonne du tableau).

Nous avons d'autre part déterminé les coefficients d'activité γ_s/γ_0 de ces trois cétones dans l'eau de mer naturelle de Roscoff ($\Delta = -2'', 1$). Acétone : 1,16; méthyléthylcétone : 1,22; méthylpropylcétone : 1,28.

On voit que le pouvoir de déplacement de la salinité marine correspond à celui d'une salinité chloruro-sodique de 0,63 à 0,66 normale.

Notons, en accord avec les observations de Randall et Failey ([2]) relatives aux gaz dissous, que l'abaissement de la température de la solution exalte légèrement l'effet négatif des sels sur l'hydrosolubilité des cétones volatiles.

MAGNÉTOCHIMIE. — *Magnétochimie et polymorphisme.*
Note de MM. **Adolphe Pacault** et **Jean Guy**, présentée par M. Paul Pascal.

Le polymorphisme des acides cinnamiques qui ne sait trouver d'explication cohérente dans les théories structurales classiques et qui semble s'expliquer dans le cadre de la chimie quantique ([1]), constitue un cas chimique intéressant qui entraîne à des propriétés physiques inattendues, telles les propriétés spectrales ([2]) et magnétiques.

Les cinq formes de l'acide cinnamique réunies dans le tableau ont été étudiées, le sixième (F 32°) trop labile échappant à l'expérimentation, et comparées à des corps de structure voisine.

Les susceptibilités magnétiques ont été mesurées par la méthode habituelle ([3]). La précision des mesures est de 1 %.

Les acides cinnamiques 1, 3, 4, cependant, ont fait l'objet d'un grand nombre de mesures afin d'encadrer leur susceptibilité dans des limites restreintes suivant une méthode déjà décrite ([5]). Les résultats prouvent qu'ils ne sont pas magnétiquement discernables :

Acide *trans*-cinnamique-α	$77,9 < K < 78,5$
Acide *cis*-cinnamique 68°	$77,2 < K < 78,0$
» 58°	$77,7 < K < 78,1$

Alors que le plus grand nombre des composés organiques obéit à 2 % près à la loi d'additivité, on constate que les quatre premières formes de l'acide cinnamique s'en écartent de 9 % environ. La variété 42° ne présente pas d'anomalie. La conjugaison entre le noyau benzénique et la double liaison

(1) Guy, *Thèse*, Paris, 1948 (sous presse).
(2) Harrand et Guy, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 480.
(3) Pascal, *Ann. Chim.*, 1912, p. 289.
(4) Pacault, *Ann. Chim.*, 1946, p. 527.
(5) Pascal, Pacault et Jamet, *Bull. Soc. Chim.* (sous presse).

N°s.	Composés.		K (*).	K_c.	ε %.
	—CH=CH—CO_2H Ac. cinnamique				
1	*trans* α, P F 133°		78,2(**)	84,7	8,0
2	*trans* β, » 133		79,0	84,7	7,2
3	*cis* » 68		77,6	84,7	9,2
4	*cis* » 58		77,9	84,7	8,7
5	*cis* » 42		83,2(***)	84,7	1,8
6	—CH=CH_2	Styrolène	68,0 68,2(³)	68,3	0,4
7	—CH=C(CO_2H)(CO_2H)	Ac. benzalmalonique	97,5	96,3	1,2
8	—C≡C—CO_2H	Ac. phényl propiolique	81,0	82,1	1,3
9	—CH=CH—CO—	Chalcone P F 57°	125,7	125,2	0,0

K = susceptibilité moléculaire mesurée.
K_c = » » calculée par la systématique de Pascal.

$$\varepsilon = 100\,\frac{K_c - K}{K}.$$

(*) Toutes les susceptibilités sont données au facteur -10^{-6} près.

(**) Il est curieux de constater que l'étude anisotropique de l'acide *trans*-cinnamique donne pour sa susceptibilité 88,3 : moyenne des valeurs de la susceptibilité suivant les trois axes de la molécule [Lonsdale (⁶)].

(***) Il fut difficile de mesurer la susceptibilité de l'acide cinnamique *cis* 42°, très instable, la pulvérisation et le tassage nécessaires entraînant facilement le passage à une forme plus stable. Le point de fusion 42° a été pris avant mesure, deux mesures concordantes ont donné la valeur 83,2. Le point de fusion après mesure était 68°, et une nouvelle mesure a donné 70,0. Il est regrettable que la forme *cis* 42° se soit transformée, mais la valeur 83,2 ne semble pas pouvoir être attribuée à une autre variété.

éthylénique que Pascal (⁷) a vainement cherchée et qui n'apparaît pas dans les corps 5, 6, 7, 9 ne peut être rendue responsable de cette dépréciation magnétique. La chalcone (variété 57°), également polymorphique, ne présente pas d'anomalie.

La variété *cis* 42° enfin qui se distingue des autres formes du point de vue magnétochimique, s'en distingue également du point de vue spectre Raman et infrarouge.

Par ailleurs une éventuelle symétrie de la molécule dimère par rapport au pont carboxylique oxygéné paraît insuffisante pour expliquer cette dépréciation puisqu'elle conduirait à une susceptibilité calculée de 81,4.

Dans l'état actuel de nos connaissances structurales, il semble difficile d'expliquer cette dépréciation magnétique considérable et rarement rencontrée. Il est possible, cependant, que l'on puisse bientôt rapprocher ces structures cinnamiques des structures E mises en évidence récemment par la méthode magnétochimique (⁴) (même dépréciation absolue de 6 environ).

(⁶) *Proc. Roy. Soc.*, A, **171**, 1939, p. 541.

(⁷) *Ann. Chimie*, 1913, p. 218.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le comportement électrochimique des solutions aqueuses d'oxyde germanique* GeO_2. Note [1] de MM. **Georges Carpéni** et **Arakel Tchakirian**, présentée par M. Louis Hackspill.

L'analyse physico-chimique des solutions aqueuses de l'oxyde GeO_2 a déjà fait l'objet de nombreux travaux. La solubilité de ce composé est de l'ordre de 0,04 M (molg/l). La réaction de la solution étant faiblement acide, tous les chercheurs s'accordent pour y reconnaître la présence d'un ou de plusieurs acides faibles, qu'il s'agit d'identifier. L'état actuel de la question se résume de la façon suivante :

a. Poids moléculaires. — Si les déterminations *cryoscopiques*, faites par Roth et Schwartz [2], conduisent à des molécules ni condensées, ni (sensiblement) dissociées, par contre les mesures ultérieures, par *diffusion*, de Schwartz et Huf [3] permettent des conclusions plus nuancées. C'est ainsi que : entre $0 < pH < 5,2$, on aurait des molécules non acides de GeO_2 faisant partie du système « GeO_2-eau », entre $8,4 < pH < 8,8$, les molécules seraient condensées sous forme d'acides $Ge_5O_{11}H_2$, entre $5,2 < pH < 8,4$, le système serait en évolution entre les états limites précédents. Dans le domaine $8,8 < pH < 12,5$ les mesures sont impossibles par suite d'une précipitation.

b. Constantes de dissociation. — Tous les travaux se rapportent exclusivement aux deux constantes de l'acide monomère GeO_3H_2. Alors que, par *conductimétrie*, Roth et Schwartz [2] et, plus tard, Schwartz et Huf [3] indiquent, respectivement, $k_1 = 1,2.10^{-7}$ puis $k_1 = 0,5.10^{-7}$, la *même* méthode conduit Gulezian et Müller [4] à $k_1 = 1,5.10^{-9}$, cette dernière valeur étant en bon accord aussi bien avec les mesures *colorimétriques* de pH des mêmes auteurs [4], qu'avec celles de pH *électrométriques* de Pugh [5] qui conclut $k_1 = 2,6.10^{-9}$. Ce dernier indique, de plus, $k_2 = 1,9.10^{-13}$.

Malgré la diversité et le nombre des mesures effectuées pour déterminer soit la grandeur moléculaire, soit les constantes de dissociation des acides présumés, on est bien obligé de constater que la confusion règne, aucun accord n'étant présentement réalisé ni sur la *nature* des molécules présentes, ni sur leurs *constantes* caractéristiques.

L'objet du présent travail est de montrer que l'étude électro-chimique, des solutions envisagées, permet de résoudre le problème complètement, et cela du double point de vue posé : *nature* et *constantes* des acides germaniques présents.

---

(1) Séance du 16 février 1948.

(2) *Ber.*, 59, 1926, p. 338-348.

(3) *Z. anorg. chem.*, 203, 1931, p. 188-218.

(4) *J. A. C. S.*, 54, 1932, p. 3142-3150 et 3151-3158.

(5) *J. chem. Soc.*, 1929, p. 1994-2001.

L'exposition des résultats sera faite en deux parties, dont la première, purement expérimentale, est constituée par la Note présente.

A. *Étude des solutions aqueuses pures.* — L'oxyde GeO_2 utilisé est une poudre blanche, obtenue à partir d'un oxalogermanate d'ammonium (6) décomposé par l'acide sulfurique; le GeO_2 précipité, lavé à fond, est ensuite calciné vers les 800°. La seule impureté décelable est constituée par des traces de SO_4H_2 (de l'ordre du 1/10000e). La nature des mesures présentes rend la présence de ces traces absolument *inoffensive*, aussi bien pour la précision des résultats que pour les conclusions théoriques ultérieures.

Si les mesures de pH ont été effectuées par Pugh (5) à l'électrode à hydrogène dans des conditions normales, Schwartz et Huf (3) estiment que cette électrode fournit des potentiels mal définis, par suite d'une légère réduction du GeO_2. Afin d'éviter toute objection possible de cette nature, nos mesures ont été faites à l'électrode de verre. Les solutions les plus concentrées ont toujours été filtrées sur plaques en verre fritté, de la plus petite porosité (Schott G4); les filtrats ne présentaient aucun effet Tyndall et étaient stables en fonction du temps (à l'abri du CO_2).

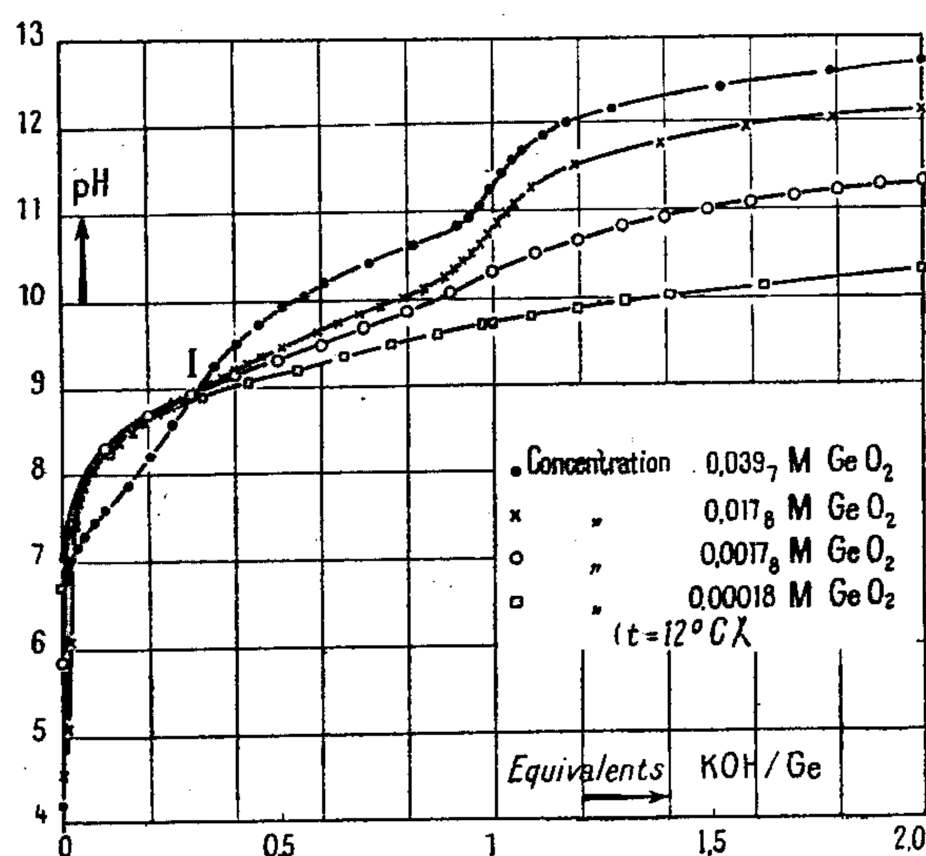


Fig. 1.

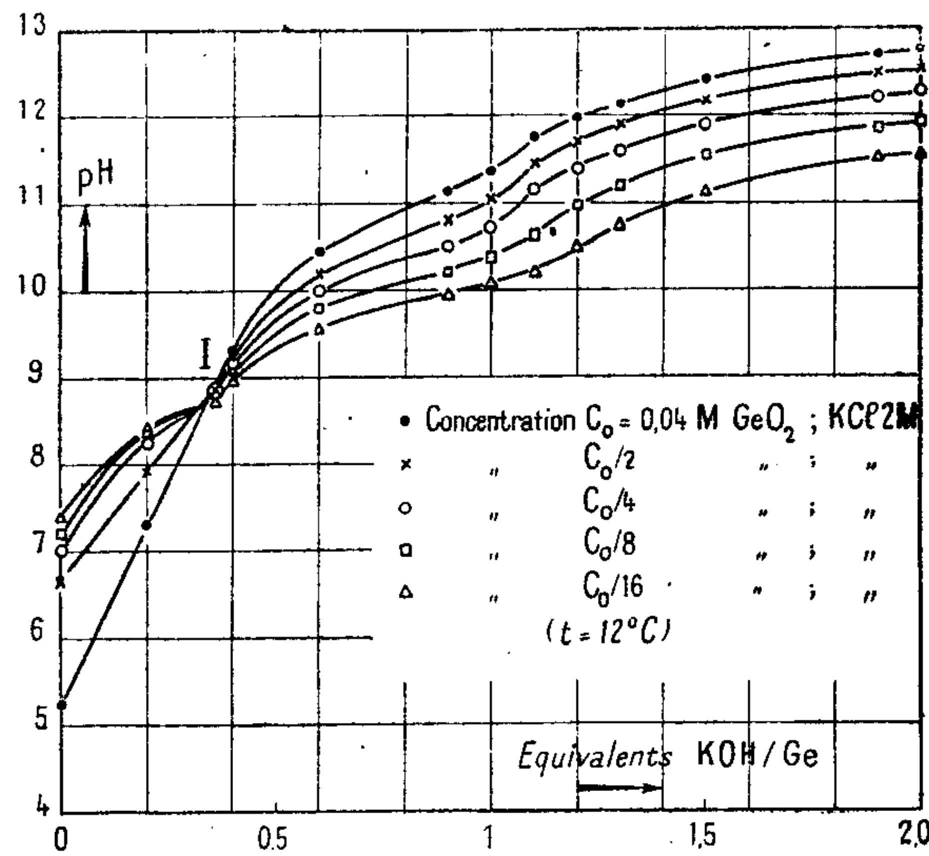


Fig. 2.

Ayant constaté des différences notables dans l'aspect des courbes de titrage $pH = f(KOH)$ suivant la concentration initiale c_0 (molg/l) en GeO_2, nous avons tracé ces courbes pour toute la gamme des concentrations allant de 0,04 M à 0,0002 M environ. La figure 1 montre quelques-unes de ces courbes.

---

(6) TCHAKIRIAN, *Thèse*, Paris, 1939, p. 8-9.

B. *Étude des courbes* pH $= f(c_0$, KOH) *en présence de sels neutres.* — Pour des raisons théoriques déjà exposées par l'un de nous ([7]), un nouveau réseau de courbes de neutralisation a été construit en opérant, par des additions de sels neutres (KCl 2 M), à force ionique constante et élevée (par rapport à c_0). La figure 2 représente l'un des faisceaux de courbes ainsi obtenus.

L'ensemble des courbes présentées s'interprète parfaitement dans l'hypothèse d'un équilibre, variable avec la dilution, entre molécules pentagermaniques $Ge_5O_{11}H_2$ et monogermaniques GeO_3H_2.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Étude statique de la magnétostriction dans les alliages fer-nickel austénitiques.* Note de M. **Henri Devèze**, transmise par M. Pierre Chevenard.

Les phénomènes de magnétostriction sont connus depuis longtemps, en particulier par les travaux de Nagaoka et Honda. L'étude en a été reprise au laboratoire de la Faculté des Sciences de Toulouse, sur les alliages fer-nickel austénitiques, en visant plus spécialement la relation entre l'induction $\mathcal{B}$ de l'échantillon et la variation de longueur correspondante représentée, en valeur relative, par $\Delta l/l_0$.

Les expériences ont porté sur des barreaux provenant de huit coulées, dont les teneurs en nickel s'échelonnent de 36 à 100 %. La variation de longueur $\Delta l/l_0$ a été mesurée par une méthode interférentielle et l'induction $\mathcal{B}$ par le procédé classique du magnétomètre. Les courbes *variation de longueur-induction* (courbes *a*) présentent à l'origine une portion coudée, suivie d'un tronçon infléchi plus ou moins long, auquel succède un palier de saturation.

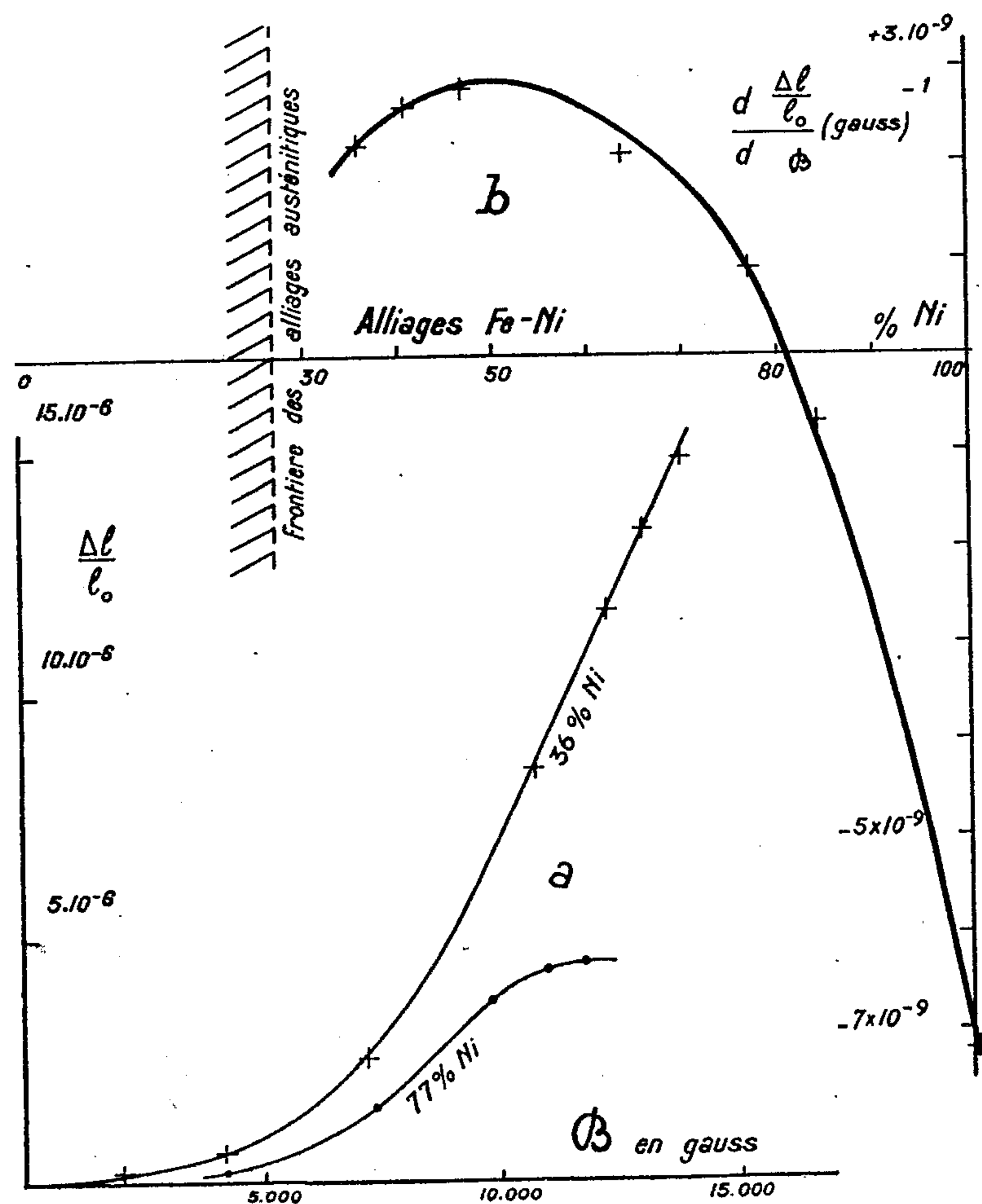
Nous retrouvons ici l'allure de nombreux phénomènes, tels que le courant d'anode d'une lampe triode en fonction de la polarisation de la grille. Une telle lampe a autant de caractéristiques dynamiques que de conditions d'utilisation; mais elle n'a qu'une seule caractéristique statique qui, d'après le but poursuivi, permet de déterminer les conditions d'excitation. Par analogie, il existe une caractéristique statique de magnétostriction propre à chaque alliage. Nous pensons que sa connaissance peut contribuer à une meilleure utilisation des appareils à magnétostriction émetteurs d'ultra-sons, délivrant de grandes puissances spécifiques.

Pour une variation donnée de l'induction magnétique, la variation de longueur d'un barreau est maxima si l'induction moyenne de celui-ci correspond à la partie rectiligne de la courbe caractéristique *a* : cette variation est alors proportionnelle à la pente de la tangente d'inflexion. La courbe *b* représente la variation de cette pente en fonction de la teneur en nickel. Le coefficient angulaire $(1/l_0)(dl/d\mathcal{B})$, positif pour les ferronickels riches en fer,

([7]) Carpéni et Souchay, *J. chim. phys.*, 42, 1945, p. 146-167.

présente un maximum vers 47 % Ni, s'annule vers 80 % Ni et reste négatif au delà. L'alliage à 80 % Ni est déjà connu comme sensiblement exempt de magnétostriction.

Aux fréquences ultra-sonores, même inférieures à 50 000 périodes par



seconde, il est difficile de provoquer des champs magnétiques alternatifs très intenses sans une consommation exagérée d'énergie; il existe donc une limite pratique de l'amplitude du champ excitateur.

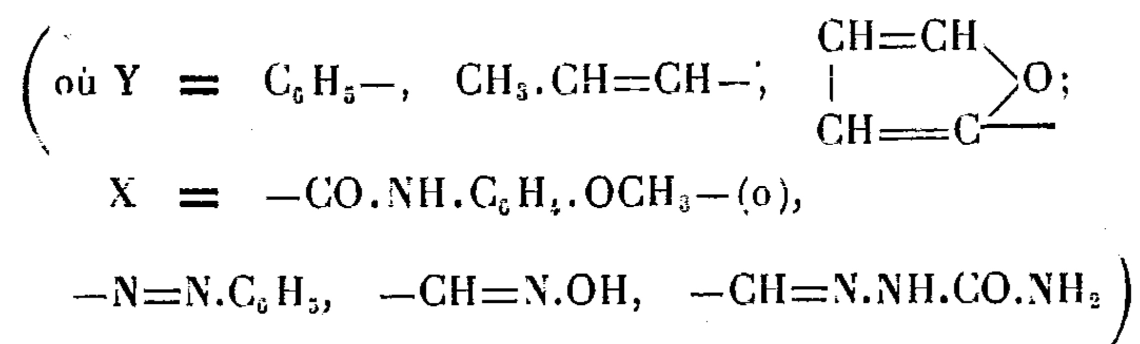
Dans les émetteurs d'ultra-sons par magnétostriction, tels ceux de Pierce, un oscillateur à lampes accordé provoque le champ magnétique périodique qui entretient les oscillations mécaniques. Le courant permanent d'anode crée un champ continu superposé au champ alternatif; le rendement est ainsi augmenté, mais la valeur de l'induction moyenne dans le métal employé n'est pas toujours la plus favorable. L'étude en cours sur l'entretien des oscillations longitudinales de barreaux en fer-nickel permettra d'apprécier les

conséquences des résultats précédents, en ce qui concerne les valeurs les plus avantageuses pour l'induction moyenne et pour l'amplitude du champ excitateur.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Remarques sur l'absorption dans l'ultraviolet moyen de quelques composés phénylés et vinylés.* Note (1) de M. **Panos Grammaticakis.**

Au cours de mes études sur quelques composés conjugués (2) de forme XY (où $Y = C_6H_5-$, $-CH=CH-$, $-CH=CH.CH=CH-$, ...; $X = -CO.N=$, $-CH=N-$, ...), j'ai constaté que le remplacement de $R.CH=CH-$ (R = alcoyle) par C_6H_5- ou bien ne s'accompagne pas d'un changement sensible de l'absorption (cas A) ou bien se traduit surtout par un effet bathochrome qui ne dépasse pas celui dû à la substitution de $R.CH=CH-$ par $R.CH=CH+CH=CH-$ (cas B). Il est à noter que les groupes X ont été choisis parmi ceux qui se trouvent dans les dérivés azotés courants des acides et aldéhydes.

La présente Note étudie l'absorption de quelques composés XY :



illustrant les cas A et B.

Cas A. — Sur la figure I sont représentées les courbes des solutions alcooliques de la benzoyl-*o*-anisidine (courbe 1) et de la β-butyl-*tert*-cinnamoyl-*o*-anisidine (3) courbe 2), dont le spectre ne doit pas être sensiblement différent de celui de la crotonoyl-*o*-anisidine. De plus, j'ai constaté que dans les toluidines (*o* et *p*) et la *p*-anisidine N-benzoylées la substitution du groupe benzoyle par le β-butyl-*tert*-cinnamoyle ne produit pas de changement sensible de l'absorption (recherches inédites). Il semble que, en général, la benzoylation des arylamines et des arylhydrazines (4) doive s'accompagner approximativement des mêmes variations spectrales que leur crotonoylation, du moins

(1) Séance du 16 janvier 1948.

(2) Par définition, les groupes X et Y d'un composé (XY) sont conjugués *relativement à une propriété* P, si cette propriété n'est pas additive ou symboliquement si

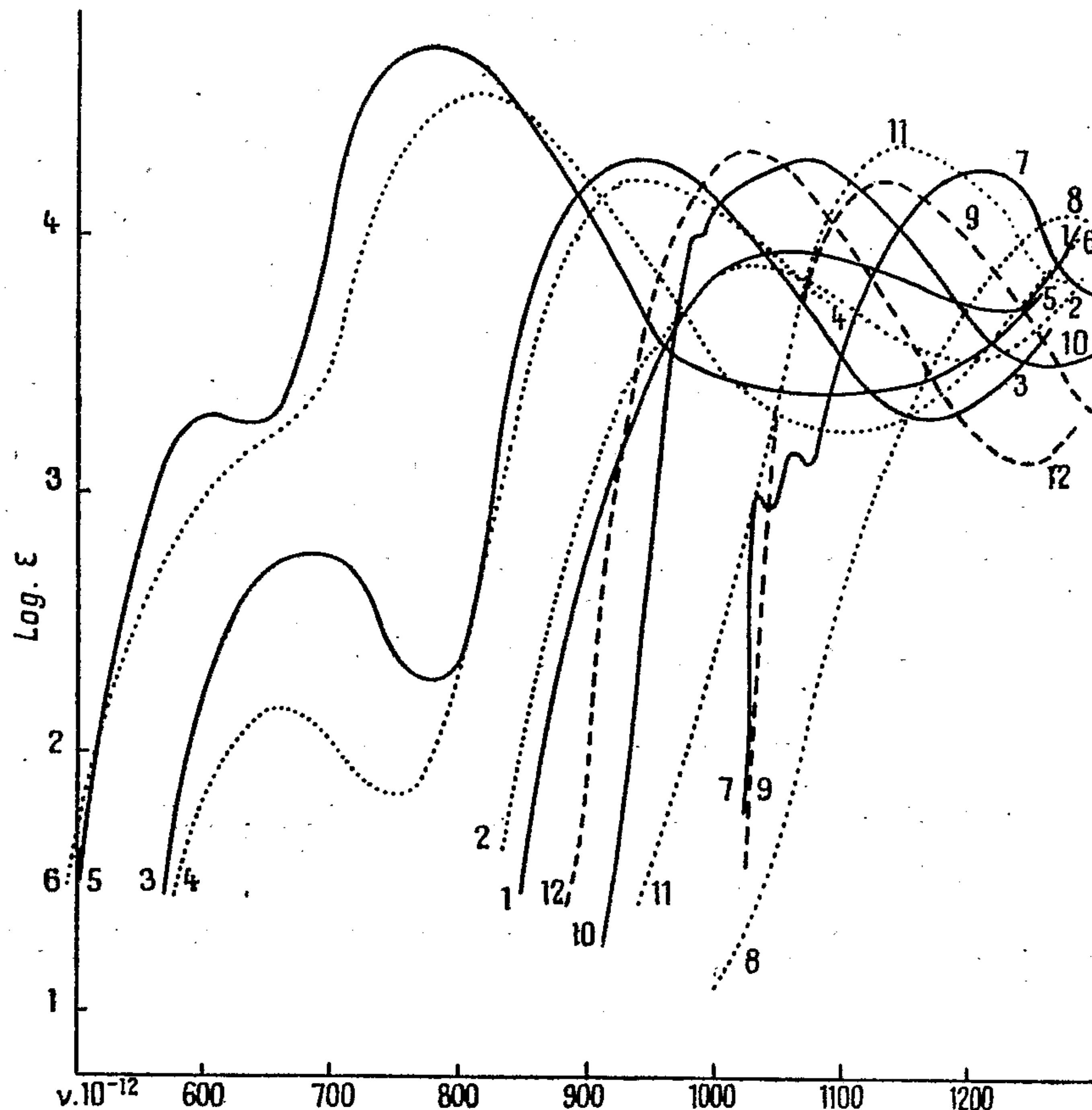
$$P(XY)-[P(X)+P(Y)]=\Delta_P\neq 0.$$

Cette définition généralisée de la conjugaison sera développée dans un mémoire sur les représentations des données chimiques et physiques.

(3) G. Tsatsas, *Bull. Soc. Chim.*, 13, 1947, p. 1011.

(4) D. Biquard et P. Grammaticakis, *Bull. Soc. Chim.*, 6, 1939, p. 1601.

en ce qui concerne les variations des bandes les plus proches du visible. Notons qu'il doit en être de même pour certains autres acidyles, tels que R.CH=CH.CO—, C_6H_5.(RR'R'')C=CH.CO— (où RR'R''= alcoyles), qui, dans quelques cas, produisent le même effet que le radical crotonoyle.



La comparaison des courbes des solutions chloroformiques de l'azobenzène (courbe 3) et de l'α-benzénazobutylène ([5]) (courbe 4),


$C_6H_5.N{=}N.CH{=}CH.CH_2.CH_3$,

ainsi que celles du *bis-p*-benzénazobenzène ([6]) (courbe 5)


$C_6H_5.N{=}N.C_6H_4.N{=}N.C_6H_5$

et de l'α.β-*bis*-benzénazo-éthylène (courbe 6), $C_6H_5.N{=}N.CH{=}CH.N{=}NC_6.H_5$, montre également que la conjugaison avec le groupe $—N{=}N.C_6H_5$ des $C_6H_5—$

([5]) La différence entre les courbes 3 et 4 est due principalement au fait que l'α-benzénazobutylène se trouve en équilibre, dans les conditions expérimentales utilisées, avec son isomère, c'est-à-dire la phénylhydrazone du crotonaldéhyde.

([6]) Ce produit a été mis à ma disposition par M. Martynoff.

et R.CH=CH— (ainsi que des $—C_6H_4—$ (*p*) et —CH=CH—), s'accompagne des effets analogues.

Cas B. — La même figure I contient les courbes des solutions alcooliques des oximes du benzaldéhyde F 33° (courbe 7), du crotonaldéhyde F 120° (courbe 8) et du furfural F 91° (courbe 9), ainsi que celles des semicarbazones du benzaldéhyde (courbe 10), du crotonaldéhyde (courbe 11) et du furfural (courbe 12). J'ai utilisé, à la place des composés divinylés, les composés furylés, surtout parce que leur conjugaison avec le groupe X dans les cas étudiés s'accompagne d'un effet bathochrome qui ne dépasse pas celui du divinyle. De plus, j'ai constaté l'existence des relations spectrales analogues entre différents dérivés azotés (phénylhydrazones, benzylphénylhydrazones et azines) du benzaldéhyde, du crotonaldéhyde et du furfural (recherches inédites).

En résumé, le comportement spectral du noyau benzénique peut varier avec la nature du groupe conjugué X et l'effet bathochrome résultant de la conjugaison de $C_6H_5—$ avec X, s'il n'est pas sensiblement identique à celui dû à la conjugaison avec X du groupe vinyle, ne dépasse pas celui de la conjugaison avec le furyle du même groupe X, du moins dans les cas étudiés ([7]).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Hydrogénation par le nickel Raney de la cinnamalméthyléthylcétone*. Note de M. **Zafiris Zafiriadis**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Poursuivant les travaux commencés en collaboration avec M. Pierre Mastagli ([1]), nous avons été amené à préciser les conditions d'hydrogénation sous pression, en présence du nickel Raney, de la cinnamalméthyléthylcétone [phényl-7 heptadiène-4, 6 one-3 ($C_6H_5CH=CH\ CH=CH\ CO\ C_2H_5$)].

Préparation de la cinnamalméthyléthylcétone ([2]). — Nous avons préparé la cinnamalméthyléthylcétone en condensant l'aldéhyde cinnamique avec la méthyléthylcétone. Les meilleurs résultats ont été obtenus en ajoutant, sous vive agitation, à un mélange de deux parties d'aldéhyde cinnamique et deux parties de méthyléthylcétone refroidi à — 10°, une partie d'une solution à 10 % d'alcoolate de sodium dans l'alcool. Après 48 heures, on lave le produit plusieurs fois à l'eau, jusqu'à ce que l'eau du lavage ne soit plus trouble, et l'on termine par des lavages à l'alcool. Le produit se présente sous la forme

([7]) Ceci s'observe également pour d'autres propriétés physiques et chimiques du noyau benzénique. Je poursuis des recherches analogues sur quelques noyaux hétérocycliques (pyridine, thiophène, etc.). Un essai d'interprétation des faits précédents fera l'objet d'un Mémoire.

([1]) *Comptes rendus*, 226, 1948 p. 184.

([2]) Scholtz, *Ber. d. chem. Ges.*, 29, 1896, p. 614.

d'une poudre jaune ayant un point de fusion de 110°. Dans toutes ces manipulations il faut éviter toute élévation de température qui pourrait favoriser la formation d'isomères résineux.

Hydrogénation de la cinnamalméthyléthylcétone. — Nous avons dissous la cinnamalméthyléthylcétone dans un poids égal d'acétate d'éthyle, nous avons ajouté 5 % de Ni Raney et nous avons hydrogéné à froid pendant 3 heures, sous une pression de 100atm. Nous avons ainsi obtenu la cétone correspondante, la phényl-7 heptanone-3 [$C_6H_5(CH_2)_4COC_2H_5$], possédant les constantes suivantes : ($C_{13}H_{18}O$) $É_{760}$ 274-275°; n_D^{20} 1,5082; d_4^{20} 0,971.

Hydrogénation de la phényl-7 heptanone-3. — Cette cétone, avec 5 % de Ni Raney, hydrogénée pendant 3 heures à la température de 120°, sous une pression de 100atm, donne l'alcool correspondant, c'est-à-dire le phényl-7 heptanol-3 [$C_6H_5(CH_2)_4CH(OH)C_2H_5$], qui possède les constantes suivantes : ($C_{13}H_{20}O$) $É_{760}$ 277-278°; n_D^{20} 1,5115; d_4^{20} 0,968.

Hydrogénation du phényl-7 heptanol-3. — Pour passer au produit cyclanique, il nous a fallu hydrogéner cet alcool, avec 10 % de Ni Raney, à la température de 260° et sous une pression de 100atm pendant 12 heures. Le cyclohexyl-7 heptanol-3 [$C_6H_{11}(CH_2)_4CH(OH)C_2H_5$] ainsi obtenu possède les constantes suivantes : ($C_{13}H_{26}O$) $É_{760}$ 266-267°; n_D^{20} 1,4662; d_4^{20} 0,914.

De cet alcool nous avons pu obtenir, par oxydation au bichromate en milieu acétique, la cyclohexyl-7 heptanone-3 [$C_6H_{11}(CH_2)_4COC_2H_5$] qui possède les constantes suivantes : ($C_{13}H_{24}O$) $É_{760}$ 260-261°; n_D^{20} 1,4703; d_4^{20} 0,910.

Conclusions. — La présence du radical éthyl dans la cinnamalméthyléthylcétone semble influencer la marche de l'hydrogénation de la molécule. Par rapport à l'hydrogénation de la cinnamalacétone, nous avons remarqué les différences suivantes :

1° La cinnamalméthyléthylcétone s'hydrogène plus difficilement que la cinnamalacétone. Alors que pour le noyau de la cinnamalacétone il a fallu hydrogéner seulement avec 5 % de Ni Raney en chauffant à 200° pendant 3 heures, pour celui de la cinnamalméthyléthylcétone, il a fallu chauffer pendant 12 heures à 260° avec 10 % de Ni Raney.

2° Les stades de l'hydrogénation sont beaucoup plus nets pour la cinnamalméthyléthylcétone. Tandis qu'en hydrogénant la cinnamalacétone nous avions obtenu des mélanges de cétone et d'alcool aryliques et cyclaniques, en hydrogénant la cinnamalméthyléthylcétone nous avons pu obtenir séparément la cétone arylique, l'alcool arylique et l'alcool cyclanique.

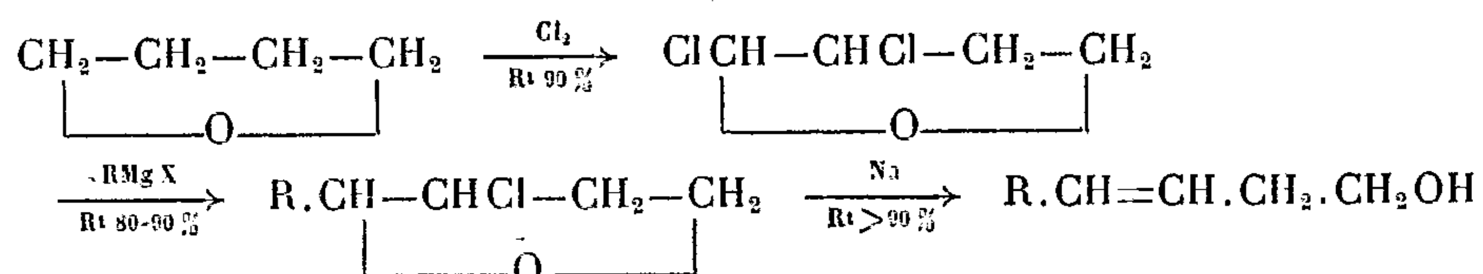
3° Dans notre publication précédente nous avions noté que l'on pouvait, sans passer par des stades intermédiaires, obtenir d'emblée les dérivés cyclaniques de la cinnamalacétone. Au contraire, il est nécessaire, pour la cinnamalméthyléthylcétone, de passer par des étapes successives d'hydrogénation (à froid, puis à 120°, puis à 260°), ce qui évite un échauffement intempestif conduisant à une abondante résinification.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Méthode générale de préparation des alcools primaires β-éthyléniques.* Note (1) de M. **Henri Normant**, transmise par M. Marcel Delépine.

La condensation du bromure d'allyle avec un aldéhyde, une cétone ou un ester, en présence de magnésium ou mieux, par l'emploi de bromure d'allylmagnésium, fournit, d'une façon régulière, les alcoyl et les dialcoyl-allylcarbinols. La méthode ne permet pas d'obtenir les alcools primaires, à part le butène-3 *ol*-1 (2), aussi ces derniers sont-ils à peu près inconnus. Il faut mentionner toutefois l'hexène-3 *ol*-1 retiré de l'essence de menthe japonaise et des feuilles vertes de nombreuses plantes (3).

A la manière des éthers β-halogénés que Zn et Mg coupent en alcool et alcène, les époxy-alcanes β-halogénés, par une rupture intramoléculaire donnent un alcool éthylénique. L'emploi du sodium divisé a permis d'élever considérablement les rendements (4). Cette réaction est étendue, dans la présente Note, aux alcoyl-2 chloro-3 tétrahydrofurannes facilement accessibles désormais (5).

La préparation comporte les stades suivants :



Le rendement final atteint 65 à 73 % du tétrahydrofuranne, sans qu'il soit nécessaire de rectifier, avec soin, les dérivés chloro-alcoylés.

Deux autres composés chlorés ont été préparés en vue de cette généralisation :

Le *n-propyl-2 chloro-3 tétrahydrofuranne* ($R=nC_3H_7$) ou $C_7H_{13}OCl$; $É_{12}$ 68-70°, d_{16}^{5} 1,047.

Le *n-butyl-2 chloro-3 tétrahydrofuranne* ($R=nC_4H_9$) ou $C_8H_{15}OCl$; $É_{12}$ 83-84°, d_{16}^{0} 1,026.

Les alcools primaires β-éthyléniques présentent une odeur agréable (6). Les

(1) Séance du 23 février 1948.

(2) Pariselle, *Ann. de Chimie*, 13, 1911, p. 317.

(3) Pour la bibliographie, *voir* synthèse du β — γ hexénol par H. Normant dans *L'Industrie de la Parfumerie* (sous presse).

(4) R. Paul et H. Normant, *Bull. Soc. Chim.*, 10, 1943, p. 484; R. Paul et O. Riobé, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 475.

(5) H. Normant, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 186.

(6) Les appréciations olfactives sont dues à M. S. Sabetay.

premiers termes retiennent un peu d'eau et présentent une température d'ébullition normale supérieure de 23°, en moyenne, à celle de l'alcoyl-allylcarbinol isomère. Ont été préparés :

Pentène-3 *ol*-1 ($R=CH_3$) $É_{760}$ 137-138°, d_{16}^{10} 0,856 déjà obtenu suivant un procédé différent (⁶).

Hexène-3 *ol*-1 ($R=C_2H_5$) dont les constantes sont sensiblement celles du produit naturel ($É_{760}$ 155°,5; $É_{12}$ 60°, d_{16}^{13} 0,851). Il possède une odeur puissante de verdure, de chrysanthème, avec relent amylique.

Heptène-3 *ol*-1 ($R=n\ C_3H_7$) ou $C_7H_{14}O$; $É_{12}$ 73°, d_{16}^{10} 0,851, à odeur d'alcool gras, fruitée.

Octène-3 *ol*-1 ($R=n\ C_4H_9$) ou $C_8H_{16}O$; $É_{12}$ 86°, d_{16}^{12} 0,849, à odeur d'alcool gras, rosée et fruitée.

Dans le cas où $R=C_6H_5$, on isole un mélange formé de 75 % environ de *phényl*-4 *butène*-3 *ol*-1 ou *cinnamyl-carbinol* ($C_{10}H_{10}O$) $É_{12}$ 140°; F 36°, et de 25 % de son produit de réduction, le phényl-4 butanol-1 ($É_{12}$ 134-135°; phényluréthane, F 53°). En réduisant le mélange brut par le sodium et l'alcool ou par H_2 en présence de nickel de Raney, le rendement en phénylbutanol s'élève à 95 %.

Phényluréthanes. — Elles se forment aisément mais se prêtent assez mal à l'identification de ces alcools (surfusion due sans doute à un mélange d'isomères cis-trans).

Celle de l'hexénol bout à 184-185° sous 12mm. Par refroidissement dans la glace, on a des aiguilles bien formées mais imprégnées d'huile.

L'hepténol donne un composé F 48-49° (proj.) (éther de pétrole). L'octènol fournit une huile ($É_{12}$204°) cristallisant dans la glace, F 30°, très soluble dans les solvants usuels.

Avec le cinnamylcarbinol il se forme un produit bien cristallisé F 70° (C_6H_6 + éther de pétrole).

Acétates. — On chauffe l'alcool avec $(CH_3-CO)_2O$ en excès, en présence de pyridine. Les rendements dépassent 90 %. Ont été préparé : les acétates de *penténylе* : $É_{760}$ 150°; d_{16}^{12}0,913; *hexényle* : $É_{12}$61°; d_{16}^{15}0,908 à odeur de verdure, légèrement fruitée; *hepténуle* : $É_{14}$75°; d_{16}^{11}0,898 à odeur légèrement fruitée, rosée.

Octényle $É_{12}$ 93°; d_{16}^{12} 0,893 à odeur rosée rappelant celle des acétates de géraniol et de rhodinol.

Cinnamyl-carbinyle $É_{12}$ 149°; d_{16}^{14} 1,039, à odeur fruitée (prune, mirabelle).

Hydrogénation. — A la température et sous pression ordinaires ces alcools fixent facilement l'hydrogène en présence de nickel de Raney. On obtient ainsi les alcools saturés avec un rendement de 90 % environ. La suite des réactions

(⁶) Goethals, *Bull. Soc. Chim. Belgique*, 46, 1937, p. 409.

permet donc le passage d'un alcool ROH à son homologue $R.(CH_2)_4\,OH$, ce qui n'est pas sans intérêt dans les problèmes d'allongement des chaînes hydrocarbonées.

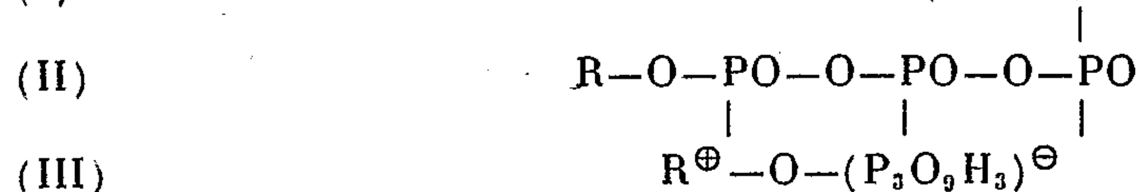
CHIMIE ORGANIQUE. — *Acide thiamine-triphosphorique.* Note de MM. **Léon Velluz**, **Gaston Amiard** et **Jaroslav Bartos**, transmise par M. Marcel Delépine.

Parmi les esters de thiamine étudiés jusqu'ici, l'un d'eux présente les propriétés de la *co-carboxylase*. K. Lohmann et P. Schuster (1) lui ont assigné la formule d'un ester pyrophosphorique. L'étude du *phosphate de co-carboxylase*, récemment décrit par P. Karrer et M. Viscontini (2), nous a suggéré l'idée d'une autre structure également possible pour la co-carboxylase.

Nos premiers essais ont eu pour objet de condenser la thiamine avec trois restes phosphoriques et de vérifier si l'on obtenait ainsi une pyrophosphorylation, en même temps qu'une salification de type bétaïnique, toutes deux admises par les auteurs (2). On sait que les restes phosphoriques offrent des mobilités très différentes selon le type de liaison. A cet égard, l'analyse du *phosphate de co-carboxylase* fournit des résultats imprévus. On note l'absence d'un reste phosphorique ionisable. La formule laisse prévoir un rapport de 1:3 entre le phosphore acido-hydrolysable et le phosphore total. Or, le rapport trouvé est 2 : 3. Force est d'admettre l'absence d'une salification indépendante à l'azote, ce qui exclut, du même coup, la formule *pyrophosphorique* (I), avec deux atomes de phosphore combinés, au lieu de trois. Seule, une structure *triphosphorique* (II) s'accorde avec les résultats.



(I) $R^{\oplus}-O-P_2O_6H_3(PO_4H_2)^{\ominus}$



(II) R—O—PO—O—PO—O—PO



(III) $R^{\oplus}-O-(P_3O_9H_3)^{\ominus}$

Nous avons contrôlé cette présomption par synthèse de l'acide thiamine triphosphorique à partir du phosphate de thiamine, de manière à rendre négligeable les réactions secondaires de pyrolyse ou d'hydrolyse des esters formés. Le rendement obtenu est très satisfaisant.

On chauffe $0^g,5$ d'acide orthophosphorique à flamme nue jusqu'à apparition de cristaux, laisse refroidir jusqu'à 150° et porte en bain d'huile à même température. On ajoute $0^g,5$ de phosphate de thiamine et agite 15 minutes à 149-151°, puis laisse refroidir. La résine transparente obtenue est dissoute dans 4^{cm^3} d'eau glacée. La solution filtrée est additionnée de 12^{cm^3} d'acétone à 0°. L'huile

(1) *Biochem. Z.*, 294, 1937, p. 188.
(2) *Helv. Chim. Acta*, 29, 1946, p. 711.

séparée par centrifugation est lavée par $1^{cm^3},5$ d'acétone et redissoute dans $1^{cm^3},2$ d'eau glacée. La solution est décolorée, additionnée de $6^{cm^3},3$ d'acétone refroidie. On centrifuge, décante, lave l'huile par 2^{cm^3} d'acétone et redissout dans 4^{cm^3} d'eau glacée. Après décoloration, on précipite par 20^{cm^3} d'acétone, centrifuge et décante la solution surnageante. L'huile est enfin lavée par 2^{cm^3} d'acétone puis triturée sous un mélange alcool absolu-acétone à 50 %. La cristallisation terminée, on essore, lave à l'alcool-acétone et sèche sous vide. Le rendement est de 83 %, F 227-230°.

Analyse ($C_{12}H_{19}O_{10}N_4SP_3 = 504,4$) :

	C %.	H %.	N %.
Calculé..........	28,6	3,8	11,1
Trouvé...........	28,0	3,9	10,5
	P_{total} (%).	$P_{ionisable}$ (%).	$P_{acido\text{-}hydrolysable}$ (%).
Calculé..........	18,4	0	12,3
Trouvé...........	18,2	0,8	12,1

Adopté par Karrer et Viscontini sans les épreuves formelles de mobilité des restes phosphoriques, le schéma du *phosphate de co-carboxylase* avait, tout au moins, pour argument, de faire apparaître une salification directe des fonctions azotées de la thiamine. De ce point de vue, même, la formule triphosphorique est loin d'être critiquable. Assez largement pourvue d'acidités libres, (III), elle doit assurer, sans plus, la saturation des fonctions azotées, soit par salification interne, de nature bétaïnique, soit par salification externe entre molécules.

L'activité co-carboxylasique de l'acide thiamine-triphosphorique, ici décrit, est décelable à des doses très minimes. On voit donc que la thiamine, à la suite de l'adénosine du muscle, peut offrir un nouvel exemple d'intervention des esters triphosphoriques dans les réactions enzymatiques.

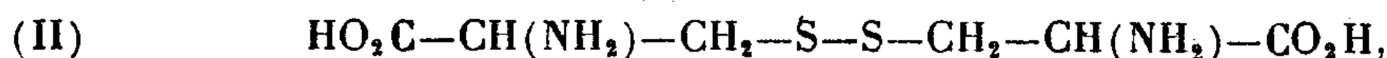
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'acide cétonique dérivé de la cystine.*

Note de M. **Jacques Parrod**, transmise par M. Marcel Delépine.

L'intérêt que présente l'acide cétonique (I) dérivé de la cystine (II)

(I) 

$$HO_2C-CO-CH_2-S-S-CH_2-CO-CO_2H,$$

(II) 

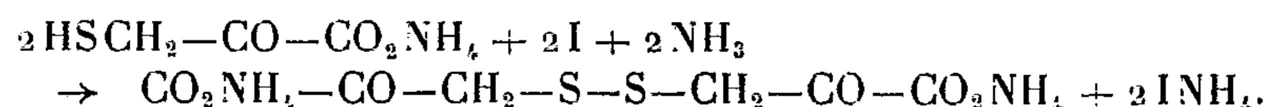
$$HO_2C-CH(NH_2)-CH_2-S-S-CH_2-CH(NH_2)-CO_2H,$$

a été indiqué par plusieurs auteurs. Ainsi, d'après M. E.-F. Terroine ([1]), *il est curieux et regrettable qu'aucune enquête n'ait porté sur l'acide cétonique correspondant à la cystine.* En fait, ce corps n'avait pas été préparé.

([1]) *Le Métabolisme de l'azote. La physiologie des substances protéiques,* Paris, p. 439; *cf.* p. 441.

J'ai réussi à l'obtenir, à l'état de sel d'ammonium, en laissant le céto-2 thiol-3 propionate d'ammonium (forme cétonique vraie), bien pulvérisé, au contact du volume calculé de solution alcoolique d'iode $n/5$ et en agitant de temps à autre. Peu à peu le solide disparaît en même temps que la couleur brune de l'iode; au bout de 24 heures environ, le liquide devenu limpide présente une teinte jaune foncé due au produit d'oxydation. Il ne réduirait plus de nouvelles quantités d'iode alcoolique, contrairement à ce qui se passerait en milieu aqueux [2].

Par addition de la quantité calculée d'ammoniaque alcoolique, ou d'un excès d'acétate d'ammonium, également en solution dans l'alcool, se forme un précipité cristallin. On essore, on lave à l'alcool, on sèche dans le vide à poids constant; sa composition centésimale est bien celle du dicéto-2.2′ dithio-3.3′ dipropionate d'ammonium. La réaction globale peut donc s'écrire



$$2HSCH_2{-}CO{-}CO_2NH_4 + 2I + 2NH_3 \rightarrow CO_2NH_4{-}CO{-}CH_2{-}S{-}S{-}CH_2{-}CO{-}CO_2NH_4 + 2INH_4.$$

Le sel de sodium se prépare de façon analogue, à partir du céto-2 thiol-3 propionate de sodium, mais la réaction, pour être complète, demande plusieurs jours.

Le sel d'ammonium se présente sous forme d'une poudre jaunâtre, altérable si on la chauffe à 100°, très soluble dans l'eau en jaune foncé, à peu près insoluble dans les alcools méthylique et éthylique, ainsi que dans les autres solvants usuels. Dissous dans l'eau et additionné, à froid, d'un excès de dinitro-2.4 phénylhydrazine en solution dans l'acide chlorhydrique $2n$, il donne, assez rapidement, une hydrazone F 190° (déc.) différant du composé que j'avais obtenu en oxydant par l'iode la dinitrophénylhydrazone, qui dérive de l'acide céto-2 thiol-3 propionique [3], par sa grande solubilité dans l'alcool froid et la teinte pourpre intense qu'elle prend en milieu alcalin. Sa composition centésimale montre de plus qu'une seule des fonctions cétoniques a réagi; c'est donc l'acide céto-2 dinitrophénylhydrazo-2′ dithio-3.3′ dipropionique,



$$HO_2C{-}CO{-}CH_2{-}S{-}S{-}CH_2{-}C[{=}N{-}NH{-}C_6H_3(NO_2)_2]{-}CO_2H.$$

On peut supposer qu'une des deux fonctions cétoniques du corps initial est énolisée [4], mais une étude complète de cette question de structure serait très longue en raison du nombre des isomères possibles.

Comme on pouvait le prévoir d'après les propriétés que j'ai indiquées pour les acides α-cétoniques sulfurés en β, le dicéto-2.2′ dithio-3.3′ dipropionate d'ammonium est oxydé par l'iode en solution aqueuse, mais plus lentement

---

(2) *Comptes rendus*, **215**, 1942, p. 146; *Bull. Soc. Chim. Fr.*, **14**, 1947, p. 109.

(3) *Loc. cit.*

(4) *Cf.* J. Parrod, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 639.

que le thiol correspondant; parmi les produits finaux on trouve aussi une proportion importante d'acide sulfurique.

Lorsqu'on le traite par l'hydrogène sulfuré, on voit se former peu à peu un précipité, qui, lavé avec l'ammoniaque étendu, laisse un résidu constitué probablement en majeure partie par du soufre. Sa solution aqueuse $n/100$, jaune clair, se colore de façon assez persistante en rouge sous l'influence du nitroprussiate de sodium et d'une goutte de soude, et en vert par le perchlorure de fer; additionnée d'un sel ferreux puis d'ammoniaque, dans les conditions que j'ai indiquées pour d'autres acides cétoniques sulfurés [4], elle prend une teinte verdâtre.

En résumé j'ai décrit la préparation de sels d'un acide cétonique dérivé de la cystine, ainsi que leurs principales propriétés.

RADIOCRISTALLOGRAPHIE. — *Structure cristalline du piasélénol.* Note [1] de M. **Victorio Luzzati**, présentée par M. Charles Mauguin.

M. Louis Peyron (Institut Pasteur à Paris) nous a demandé d'étudier la structure cristalline du piasélénol, dont la formule chimique est représentée sur la figure ci-contre, en vue d'interpréter et de compléter les résultats qu'il a obtenus par d'autres méthodes et qu'il publiera prochainement.

Par recristallisation du piasélénol dans un mélange alcool-eau, on a obtenu de fines aiguilles. Les cristaux ont une tension de vapeur importante à la température ordinaire; pour éviter l'évaporation du cristal pendant les temps de pose prolongée, on l'a enrobé d'une mince couche de gomme laque. Au moyen de diagrammes de cristal oscillant et de diagrammes de Weissenberg, (rayonnement $CuK\alpha$), on a déterminé les caractéristiques suivantes : Système orthorhombique — paramètres : $a = 12,50 \pm 0,03$ Å; $b = 12,37 \pm 0,03$ Å; $c = 3,98 \pm 0,02$ Å (axe de l'aiguille). La maille élémentaire contient 4 molécules (densité calculée : 1,96; densité observée : 1,8 environ). Extinctions systématiques : hkl et $hk0$ présents pour tous les ordres; $0kl$ présents seulement pour $k+l=2n$; $h0l$ présents seulement pour $h=2n$. Cet ensemble d'extinctions conduit aux groupes Pnam (D_{2h}^{16}) et Pna (C_{2v}^{9}). Dans le cas de Pnam les molécules, n'étant qu'au nombre de quatre, devraient être placées dans les plans de symétrie : les intensités des taches observées ne vérifiant pas cette hypothèse, le groupe se trouve être C_{2v}^{9}.

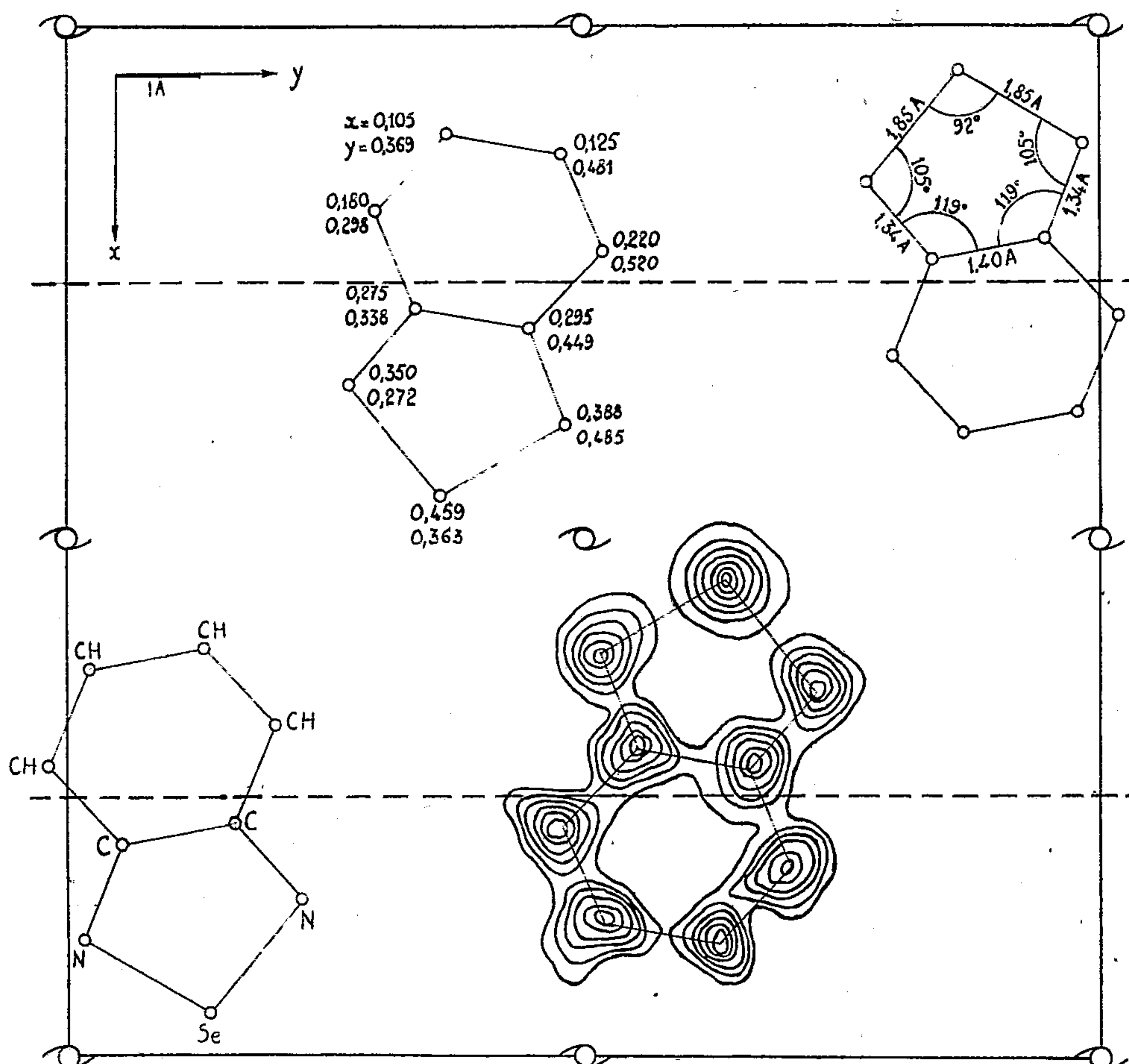
On a utilisé, pour la mesure de l'intensité des taches, la technique des films multiples [2]. Les intensités ont été évaluées par comparaison visuelle avec une échelle d'intensités, et corrigées du facteur de polarisation et du facteur de Cox

---

(1) Séance du 16 février 1948.

(2) Robertson, *Journ. Sc. Instrum.*, 20, 1943, p. 175.

et Shaw (³). On a ainsi mesuré l'intensité de 135 taches $hk0$, 80 $hk1$ et 71 $hk2$. La projection de Patterson $P(xy)$ a donné directement les positions des atomes Se. En partant de celles-ci, on a déterminé les phases des taches $hk0$ (qui sont égales à 0 ou π) par approximations successives. On a calculé ensuite la projection de la densité électronique $\rho(xy)$ par une synthèse de Fourier. Les séries de Patterson et de Fourier ont été calculées par la méthode de Beevers et Lipson (⁴). Les coordonnées x et y des atomes ont été déterminées sur la projection $\rho(xy)$, en admettant que l'hexagone benzénique est plan, régulier, et de côté 1,40 Å. Les coordonnées z ont été déterminées par la méthode d'essai et erreur : ce procédé n'est pas très précis, en raison de la présence de Se, dont



le pouvoir réflecteur est beaucoup plus grand que celui des autres atomes. Néanmoins on peut affirmer que la molécule présente un plan de symétrie, perpendiculaire au plan xOy, et que tous les atomes se trouvent dans un même

(³) WARREN et FANKUCHEN, *Rev. Sc. Instrum.*, 12, 1941, p. 90.
(⁴) *Phil. Mag.*, 17, 1934, p. 855.

plan ou s'en écartent très peu (0,2 Å au maximum). Ce plan fait un angle de 29° (± 4°) avec le plan xOy.

La figure ci-jointe représente la maille élémentaire et contient les caractéristiques plus importantes de la structure et les courbes $\rho(xy) = \text{const.}$

Observations. — Les courbes représentées dans la figure ne respectent pas les valeurs des densités électroniques relatives aux différents atomes. On a dessiné 6 courbes pour chaque atome entre $\rho = 0$ et ρ_{max}. L'intervalle entre deux courbes est $\rho_{max}/7$.

Les erreurs sont $\varepsilon = \pm 0,08$ Å dans les distances Se — N et C — N, et $\varepsilon = \pm 2°$ dans les angles.

Les distances et les angles indiqués dans la figure pour l'hétérocycle sont ceux qui ont été mesurés dans l'espace.

OCÉANOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Détermination du coefficient de pureté de la Méditerranée au large de Banyuls-sur-Mer.* Note de M. et Mme **Robert Darmois**, présentée par M. Jean Cabannes.

Après les déterminations faites à Monaco ([1]) ([2]), nous avons entrepris une étude analogue dans la région de Banyuls-sur-Mer.

A bord du bateau du Laboratoire de Biologie Marine de Banyuls, nous avons effectué 24 prélèvements à l'aide d'une bouteille Knudsen à messager munie d'un thermomètre à renversement Negretti et Zamba. Les salinités ont été déterminées par la méthode de Knudsen à partir d'eau normale de Copenhague. Pour les mesures viscosimétriques, on a utilisé l'ultrathermostat et les viscosimètres hélicoïdaux précédemment décrits ([3]). Toutes les mesures ont été effectuées à 20°.

Le tableau donne, pour chaque échantillon étudié, la position de la station correspondante, la profondeur P en mètres, la température *in situ t*, la salinité S, la viscosité relative à 20° η/η_0, la viscosité absolue à 20° η exprimée en centipoises, ainsi que le quotient η_s/S de la viscosité spécifique par la salinité.

Les salinités sont un peu plus faibles que celles mesurées au large de Monaco en septembre dernier et sont très voisines pour les différentes stations.

Pour l'interprétation des mesures viscosimétriques, nous avons déjà montré ([2]) qu'il est intéressant d'examiner la quantité η_s/S que nous adoptons comme coefficient de pureté d'une eau de mer, ce nombre devant varier de manière très appréciable si la quantité de matières organiques en solution vient à changer. Pour la région de Banyuls, nous obtenons des valeurs très voisines

([1]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1081.
([2]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1167.
([3]) R. Darmois, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 678.

Numéro de la station et date.	Position de la station.	Numéro du prélèvement.	P.	t.	S.	$\frac{\eta_s}{\eta_0}$.	η.	$\left(\frac{\eta_s}{S}\right).10^3$.
1 27 déc. 1947.	42° 30′ 45″ N	1	5	12,5	37,86	1,0801	1,089	2,116
	3 12 03 E	2	50	12,4	37,94	1,0798	1,088	2,103
2 27 » .	42 30 10 N	3	5	12,6	38,03	1,0812	1,090	2,135
	3 12 47 E	4	50	12,5	37,99	1,0801	1,089	2,108
3 27 » .	42 29 31 N	5	5	12,5	37,86	1,0784	1,087	2,071
	3 11 28 E	6	50	12,5	37,86	1,0797	1,088	2,105
4 27 » .	42 28 44 N	7	9	12,4	37,86	1,0805	1,089	2,126
	3 09 20 E							
5 29 » .	42 31 02 N	8	43	11,8	37,97	1,0797	1,088	2,099
	3 09 43 E	9	5	12,0	37,94	1,0809	1,090	2,132
6 29 » .	42 31 31 N	10	50	11,8	37,75	1,0808	1,089	2,140
	3 08 39 E	11	5	12,2	37,99	1,0800	1,089	2,106
7 29 » .	42 31 21 N	12	50	11,8	37,75	1,0796	1,088	2,109
	3 09 47 E							
8 29 » .	42 30 09 N	13	37	12,0	37,94	1,0804	1,089	2,119
	3 09 32 E	14	5	12,0	37,97	1,0806	1,089	2,123
9 2 janv. 1948.	42 29 15 N	15	50	12,1	37,84	1,0797	1,088	2,106
	3 10 51 E	16	1	12,6	37,94	1,0802	1,089	2,114
10 2 » .	42 28 16 N	17	50	12,0	37,84	1,0801	1,089	2,117
	3 11 37 E	18	1	12,9	37,94	1,0816	1,090	2,151
11 3 » .	42 31 01 N	19	50	12,1	37,94	1,0798	1,088	2,103
	3 11 56 E	20	1	12,6	37,99	1,0801	1,089	2,108
12 3 » .	42 30 53 N	21	50	12,1	37,90	1,0808	1,089	2,132
	3 12 55 E	22	1	12,8	37,97	1,0807	1,089	2,125
13 3 » .	42 30 15 N	23	50	12,2	37,83	1,0796	1,088	2,104
	3 12 18 E	24	1	12,8	37,95	1,0809	1,090	2,132

de ce quotient. La valeur moyenne de $(\eta_s/S)\,10^3$ est de 2,116 à 20°. La moyenne des écarts présentés autour de cette valeur par les différentes eaux étudiées est de 0,015. Pour les eaux de la région de Monaco, on avait obtenu une valeur moyenne de 2,181 à 28° avec un écart moyen de 0,013 autour de ce nombre. L'ensemble des mesures ayant été fait à 28° à Monaco et à 20° à Banyuls, nous avons utilisé les résultats d'une étude relative à l'influence de la température sur la viscosité de deux de nos échantillons de Monaco. Nous avions trouvé une diminution de 0,063 pour $(\eta_s/S)\,10^3$ lorsque l'on passe de 28 à 20°. En admettant une différence du même ordre pour tous les échantillons, on doit donc avoir à 20° une valeur moyenne de 2,118 pour les eaux de Monaco. Cette valeur est si peu différente de celle obtenue à Banyuls que l'on peut dire que les eaux des deux régions ont les mêmes propriétés viscosimétriques.

Comme à Monaco, les faibles variations du coefficient de pureté sont certainement dues à de légers changements de la teneur en matières organiques dissoutes dans l'eau de mer. Cette teneur est d'ailleurs très faible et reste la même dans les zones de courants. D'autre part, il est intéressant de remarquer

que le prélèvement n° 7, spécialement effectué près du Cap l'Abeille dans une zone d'agglomération de Posidonia et après un brassage des eaux dû à une tempête de quinze jours, ne donne pas pour le coefficient de pureté une valeur s'écartant des autres déterminations, et que l'eau correspondante ne contient donc pas en solution plus de matières organiques qu'ailleurs. Il serait intéressant de déterminer le quotient η_s/S dans certaines régions de l'Atlantique, plus riches en matières organiques, et de comparer les résultats à ceux que nous avons obtenus en Méditerranée.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Épuisement des réserves glucidiques de fragments de tubercules de Topinambour cultivés* in vitro *sur milieux dépourvus de sucres : influence de l'acide indole-*3 *acétique*. Note [1] de M. **André Goris**, présentée par M. René Souèges.

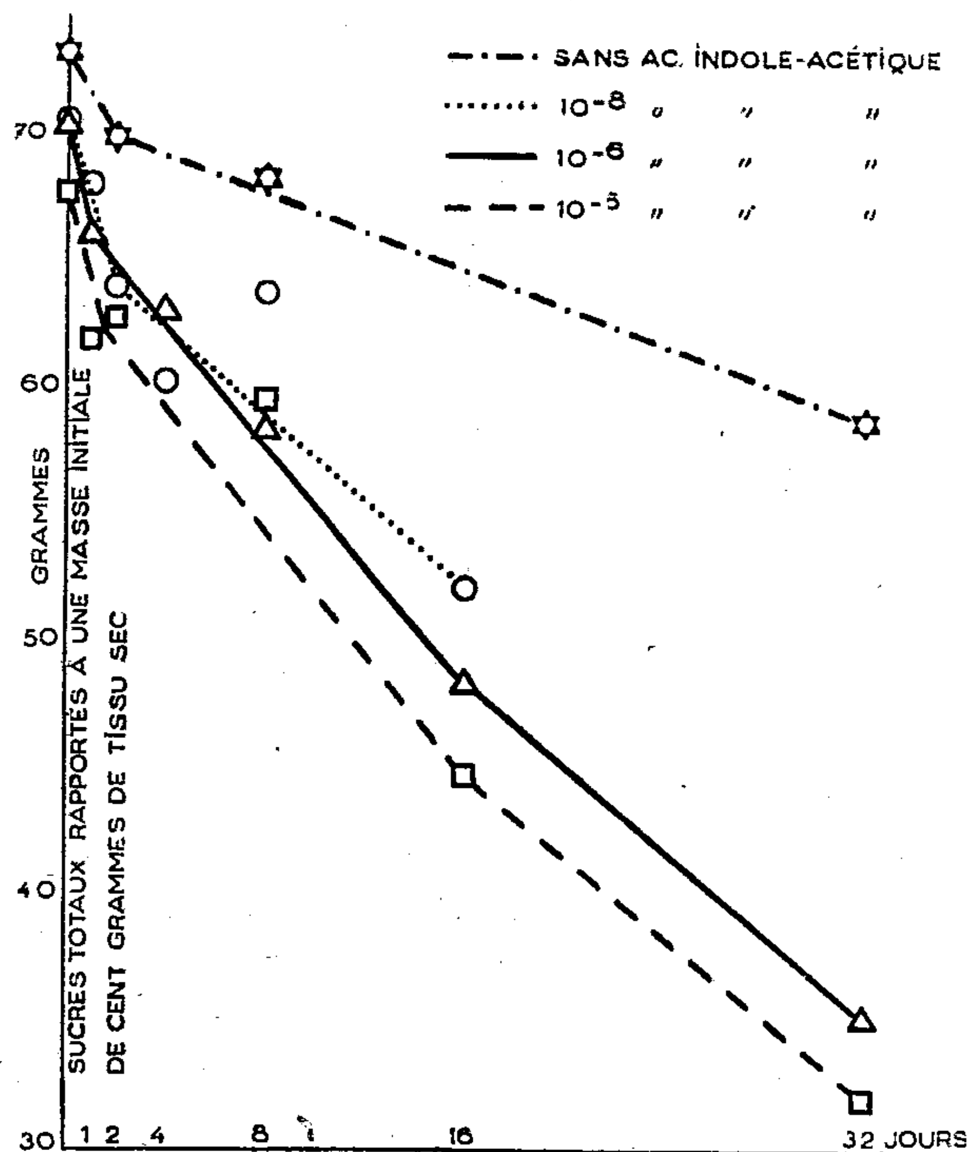
Nous avons déjà étudié l'influence qu'exerce l'acide indole-3 acétique sur l'épuisement des glucides de fragments de tubercules de Carotte cultivés *in vitro* sur des milieux dépourvus de sucres [2]; les tissus du tubercule de Topinambour étant plus sensibles que ceux de Carotte à l'action de cette substance excitoformatrice, nous avons repris l'étude précédente avec ce nouveau matériel.

R. Gautheret [3] a montré que des fragments de tissus de tubercules de Topinambour ne prolifèrent, en automne et en hiver, que sur des milieux renfermant de l'hétéro-auxine, alors que, au printemps, l'apport exogène d'acide indole-3 acétique n'est pas indispensable pour que les néoformations apparaissent; il ne fait qu'intensifier la prolifération. Nous avons donc réalisé nos expériences au mois de décembre, époque à laquelle les tissus présentent leur plus grande sensibilité à l'hétéro-auxine. Ces essais ont été effectués sur milieux constitués par une solution de Knop diluée de moitié, contenant de l'aneurine (10^{-6}), du chlorhydrate de cystéine (10^{-5}), solidifiée par 1,2 % de gélose; trois séries d'expériences furent réalisées avec ce milieu additionné de 10^{-5}, 10^{-6} et 10^{-8} d'acide indole-3 acétique; une quatrième fut faite sans cette substance. Les cultures furent maintenues à l'obscurité et à une température de 20°. Au bout de 24 heures, 2, 4, 8, 16 jours, etc., nous avons prélevé dans chaque série 12 fragments; une petite portion de ceux-ci fut desséchée à 100° pour déterminer la teneur en eau et le reste fut épuisé par l'eau bouillante afin d'en extraire les glucides. Les résultats des dosages des sucres totaux rapportés à une masse initiale de 100^g de tissu sec [4] sont résumés par le graphique ci-contre.

---

[1] Séance du 23 février 1948.
[2] *C. R. Soc. Biol.*, séance du 22 novembre 1947.
[3] *Rev. Cytol. et Cytophys. vég.*, 6, 1943, p. 85.
[4] André Goris, *C. R. Soc. Biol.*, séance du 13 décembre 1947.

Les courbes d'épuisement des glucides ressemblent à celles qu'on a obtenues avec les tubercules de Carotte, c'est-à-dire que l'on observe une chute rapide



dans les tout premiers jours s'atténuant avec le temps. Comme dans le cas de la Caroite ([5]), on peut admettre que l'utilisation brusque des sucres que l'on constate pendant les premiers jours est due, pour une part, à la réaction au traumatisme. M. Lachaux ([6]) a établi en effet que le traumatisme provoque une augmentation considérable de la respiration pendant 3 ou 4 jours, respiration qui se fait aux dépens des glucides.

L'examen comparé des courbes montre, en outre, que l'acide indole-3 acétique exalte nettement la disparition des sucres et d'une manière d'autant plus importante que sa concentration est plus forte; toutefois, la vitesse d'épuisement des glucides est la même pour les cultures sur milieux renfermant 10^{-6} et 10^{-5} d'hétéro-auxine, ce qui amène à conclure que l'influence de cette substance n'est fonction de sa concentration que pour des doses inférieures à un taux limite. Cette action de l'acide indole-3 acétique sur l'épuisement des sucres doit résulter de deux processus :

1° Une action directe de cette substance sur la respiration. M. Lachaux ([7])

([5]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 105.
([6]) *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 218.
([7]) *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 244.

a en effet montré que la respiration normale de base est augmentée chez le Topinambour par la présence d'acide indole-3 acétique et dans une proportion indépendante de la concentration pour des taux inférieurs ou égaux à 10^{-5};

2° Une action indirecte résultant de l'excitation de la prolifération des tissus provoquée par l'hétéro-auxine, ainsi que le confirme l'examen de l'aspect des cultures : en l'absence de la substance excitoformatrice, la prolifération a été insignifiante; en sa présence les néoformations ont été abondantes, sensiblement égales pour les concentrations de 10^{-6} et 10^{-5}, légèrement plus faibles pour le taux de 10^{-8}.

En conclusion, la vitesse d'épuisement des glucides de fragments de tubercules de Topinambour maintenus sur milieux dépourvus de sucres est en relation avec l'intensité de la prolifération des tissus. La présence d'acide indole-3 acétique dans les milieux de culture favorise la disparition des réserves sucrées de deux manières : 1° par une action directe sur la respiration, action qui reste indépendante de la concentration en hétéro-auxine pour des valeurs comprises entre 10^{-8} et 10^{-5}.

2° Par une action indirecte résultant de l'excitation de la multiplication cellulaire, action dont l'intensité est fonction de la concentration en substance excitoformatrice jusqu'à un certain taux inférieur ou au plus égal à 10^{-6}.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le caractère tumoral des tissus de Scorsonère ayant subi le phénomène d'accoutumance aux hétéro-auxines.* Note de MM. **Guy Camus** et **Roger Gautheret**, présentée par M. Joseph Magrou.

Les recherches de l'un de nous ([1]) ([2]) ont montré qu'en soumettant des tissus végétaux à un traitement prolongé par des hétéro-auxines, ils subissent des modifications permanentes de leurs propriétés morphologiques et physiologiques. Ils deviennent translucides et friables alors que les tissus normaux sont opaques et compacts. Ils acquièrent la faculté de proliférer indéfiniment sur un milieu dépourvu d'hétéro-auxine, même si les tissus normaux correspondants ne peuvent s'accroître qu'en présence d'une substance de ce type. Enfin, ils cessent d'être sensibles à l'action excitoformatrice des hétéro-auxines tandis que les tissus normaux réagissent vivement à l'égard de ces substances. Cette dernière modification représente donc une sorte d'accoutumance aux hétéro-auxines.

Des travaux ultérieurs réalisés par White et Braun ([3]), puis par Riker et

([1]) R. J. Gautheret, *Hétéro-auxines et cultures de tissus végétaux* (*Bull. Soc. Chim. Biol.* 22, 1942, p. 13-47).

([2]) R. J. Gautheret, *Comparaison entre l'action de l'acide indol-acétique et celle du* Phytomonas tumefaciens *sur la croissance des tissus végétaux* (*C. R. Soc. Biol.*, 140, 1946, p. 169-171).

([3]) *A cancerous neoplasm of plants; autonomous Bactéria-free Crown-Gall tissue* (*Cancer Research*, 2, 1942, p. 597-617).

Hildebrandt ([4]), par de Ropp ([5]) et enfin par l'un de nous ([6]) ([7]), ont établi par la suite que les tissus des tumeurs provoquées par le *Phytomonas tumefaciens* (Crown-Gall) présentent en culture des caractères analogues à ceux des tissus accoutumés aux hétéro-auxines. Ils sont en effet friables et translucides, capables de proliférer indéfiniment en l'absence d'hétéro-auxine et insensibles enfin à l'action excito-formatrice des substances de ce type.

White et Braun ([3]) ont constaté que ces cultures de tissus de Crown-Gall sont dépourvues de la Bactérie spécifique, mais possèdent néanmoins un caractère tumoral, car en les greffant sur une plante normale, ils sont le point de départ de volumineux néoplasmes.

Il nous a paru intéressant de rechercher si les tissus ayant manifesté le phénomène d'accoutumance possèdent, eux aussi, un caractère tumoral. Nos expériences ont porté sur la Scorsonère dont il est possible de cultiver des tissus normaux, des tissus de Crown-Gall et des tissus accoutumés ([7]).

En nous servant de la technique mise au point par l'un de nous ([8]), nous avons greffé sur des tronçons de racines de Scorsonère des fragments de tissus provenant de ces trois types de cultures. Les explantats ainsi greffés ont été transportés dans un milieu nutritif dépourvu d'hétéro-auxine afin d'éviter tout facteur externe susceptible d'exciter la prolifération. Nous avons constaté que les greffons constitués par les fragments de colonies de Crown-Gall ou de tissus accoutumés se sont accrus d'une manière exubérante pour donner des sortes de tumeurs, tandis que les fragments de colonies normales n'ont proliféré que d'une manière insignifiante en cicatrisant simplement leurs surfaces de section.

En résumé, nos expériences ont établi que les tissus de Scorsonère ayant subi le phénomène d'accoutumance aux hétéro-auxines sont capables, comme les tissus de Crown-Gall, de proliférer sans frein aux dépens des substances contenues dans les tissus normaux. Ils présentent donc des propriétés tumorales et l'on peut affirmer par conséquent que le phénomène d'accoutumance aux hétéro-auxines est une véritable transformation tumorale obtenue par voie chimique.

([4]) *Influence of some natural and synthetic growth substances on growth* in vitro *of excised Tobacco and Sunflower tissue culture* (*Amer. Jour. Bot.*, 33, 1946, p. 836).

([5]) *The response of normal plant tissue and of Crown-Gall tumor tissue to synthetic growth hormones* (*Amer. Jour. Bot.*, 34, 1947, p. 53-62).

([6]) R.-J. Gautheret, *Action de l'acide indol-acétique sur le développement des tissus normaux et des tissus de Crown-Gall de Topinambour cultivés* in vitro (*Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1728-1730).

([7]) R.-J. Gautheret, *Sur la culture de trois types de tissus de Scorsonère : tissus normaux, tissus de Crown-Gall, et tissus accoutumés à l'hétéro-auxine* (*Comptes rendus*, 226, 1948, p. 270-271).

([8]) G. Camus, *Sur le greffage de bourgeons d'Endive sur des fragments de tissus cultivés* in vitro (*C. R. Soc. Biol.*, 137, 1943, p. 184-185).

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Phytohormones et inhibition de la croissance des organes végétaux attaqués par des Aphides.* Note de M. **François Nystérakis**, présentée par M. Joseph Magrou.

Dans les relations entre un végétal et l'Insecte qui le parasite, on a retenu surtout l'action que celui-ci exerce sur la morphologie, tant externe qu'interne, de la région parasitée, et les Auteurs ont admis que les désordres produits étaient dus à la production par l'Insecte d'une substance, dont la nature n'était pas déterminée. Quant à l'inhibition de la croissance des organes et souvent à l'orientation des tiges des plantes attaquées, on pensait qu'elles étaient la résultante de la nutrition de l'Insecte aux dépens de son hôte.

Dans des travaux antérieurs ([1]) nous avons précisé l'apparition des symptômes des Vignes rabougries en faisant intervenir les hormones de croissance. Nous avons, en outre, indiqué que *Phylloxera vitifolii*, *Pemphigus filaginis* et *P. bursarius* sécrètent de l'acide indol-β-acétique, qui déterminerait la formation des cécidies sur la Vigne et le Peuplier. Nous avons constaté qu'un très petit nombre de Pucerons ou d'Acariens étaient capables d'inhiber très fortement la croissance des organes envahis appartenant, cependant, à des arbres très vigoureux. La présence de l'hétéro-auxine dans le corps de ces animaux permettait de supposer que cette inhibition pourrait être due à l'action de fortes doses de cette substance.

Le 15 avril 1947, nous avons, de nouveau, extrait de jeunes *Anuraphis helichrysi* Kalt. de l'acide indol-β-acétique (10^{-4} à 10^{-5} du poids frais).

Le 10 avril 1947, nous avions déposé sur des tiges de Prunier mesurant 5 cm de longueur 5 *Anuraphis* et nous avons comparé la croissance de ces tiges, du 10 avril au 15 mai, à celle de tiges identiques sans Pucerons.

	Longueur (en cm).	Poids (en g) frais.	Poids (en g) sec.
Tiges témoins	85	19,7	6,064
Tiges contaminées expérimentalement	3	0,1	0,035
Insectes (nombre)	390	0,065	0,013

Nous avons observé, en outre, les faits suivants :

1° Des pulvérisations avec de faibles doses d'hétéro-auxine (10^{-8} à 10^{-7}) sur des tiges de Prunier attaquées par *Anuraphis* n'ont pas entraîné la reprise de la croissance ;

2° Des pâtes de lanoline, contenant de l'acide indol-β-acétique à des concentrations non physiologiques, appliquées à 10^{cm} du point végétatif de tiges saines, provoquent l'inhibition de leur croissance ;

([1]) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 54-56 et **222**, 1946, p. 1133-1134 ; *C. R. Acad. Agriculture*, **32**, 1946, p. 444-446.

3° En pulvérisant avec 2-méthyl-4-chlorophénoxyacétate de sodium (0,5 °/₀₀) des tiges saines, nous avons arrêté leur développement et provoqué parfois les mêmes désordres que l'Insecte;

4° Les tiges de Prunier se courbent parfois fortement si les feuilles insérées sur deux faces opposées hébergent un nombre différent d'Aphides. G. Nicolas et moi-même [2] venons de relier les courbures des tiges d'*Artemisia vulgaris* dont les feuilles sont attaquées par *Cryptosiphum Artemisiæ* à la distribution inégale de l'acide indol-β-acétique sur les deux faces opposées de la tige.

Nos observations nous permettent de conclure :

1° L'inhibition de la croissance des tiges de Prunier, dont les feuilles sont attaquées par *Anuraphis helichrysi*, est due à l'action de doses élevées d'acide indol-β-acétique injectées par l'animal dans les tissus des feuilles, d'où il passe dans la tige;

2° La forme particulière des feuilles et les désordres histologiques qu'elles présentent (accélération du fonctionnement du méristème secondaire, hypertrophies et hyperplasies du parenchyme voisin de la piqûre) sont aussi le résultat de l'action de la même substance [3].

CHIMIE AGRICOLE. — *Fixation de l'arsenic par le carbonate de chaux*. Note [1] de MM. **Jean Hébert** et **Pierre Boischot**, présentée par M. Albert Demolon.

Après avoir étudié le rôle de l'argile dans la fixation de l'arsenic [2], nous préciserons dans cette Note le processus de rétention de As_2O_5 par le carbonate de chaux.

I. *Seuil de précipitation de* As_2O_5 *par les sels de chaux.* — 20$^{cm^3}$ d'une solution 0,03 N de $CaCl_2$ sont additionnés d'eau de chaux pour l'amener à différents pH. On ajoute 25$^{cm^3}$ d'une solution d'arséniate de soude de titre variable. Après 15 minutes d'agitation, on dose As_2O_5 restant en solution :

	As_2O_5 restant en solution (mg/l) pour une quantité introduite de			
pH	100 mg/l	50 mg	25 mg	10 mg
9,3	100	50	25	10
9,5	63	33	25	10
9,7	40	23	23	10
11	17	16	20	10
12	12	11	13	10

(2) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1238.

(3) Ni la vigueur de l'hôte, ni la fertilisation du sol n'empêchent l'apparition des symptômes; la courbure apparaît souvent, même si les Insectes se nourrissent uniquement sur les feuilles.

(1) Séance du 23 février 1948.

(2) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1179-1181.

Les mêmes résultats ont été obtenus en partant d'un arséniate de chaux soluble.

Donc pour des solutions de titre inférieur à 100 mg/l, la précipitation ne s'observe que pour des pH élevés (9,5 et au-dessus), légèrement inférieur à la troisième fonction acide de AsO_4H_3. La solubilité de l'arséniate de chaux formé au cours de cette précipitation est de l'ordre de 10^{mg} ‰.

Dans les essais suivants, pour éviter toute précipitation, nous avons opéré avec des suspensions de CO_3Ca précipité très fin, présentant un pH compris entre 8,1 et 8,5.

II. *Influence de la concentration en* As_2O_5. — Dans 100^{cm^3} d'eau distillée, nous introduisons des quantités fixes de CO_3Ca et de l'arséniate de chaux en quantité variable. Après une heure d'agitation, nous avons obtenu :

Pour $2^g CO_3Ca$.

As_2O_5 introduit.	En mg	1,25	2,50	6,2	12,2	20,0
As_2O_5 fixé.	En mg	0,63	1,25	2,9	5,1	8
	(%) introduits	50	50	47	42	40

Pour $20^g CO_3Ca$.

As_2O_5 introduit.	En mg	1,25	2,5	5,0	10,0	20,0
As_2O_5 fixé.	En mg	1,18	2,34	4,69	9,36	18,88
	(%) introduits	94	93	94	93	94

1° As_2O_5 fixé pour un même poids de CO_3Ca est sensiblement proportionnel aux quantités introduites. Cette proportionnalité n'est pas rigoureuse pour les fortes quantités d'As_2O_5, comme si le calcaire fixait difficilement l'arsenic au delà d'une certaine limite.

2° Pour un fort excès de CO_3Ca, la proportion d'arsenic fixée est toujours la même.

III. *Influence de la quantité de* CO_3Ca. — Dans 100^{cm^3} d'eau $2^{mg},5$ de As_2O_5 de l'arséniate de chaux sont mis en présence de quantités variables de CO_3Ca. Après agitation d'une heure, nous trouvons :

CO_3Ca introduit (g)		0,25	0,5	1	2	4	10
As_2O_5 fixé.	En mg	0,38	0,54	0,88	1,25	1,48	2,13
	% introduit	15	21	35	50	59	85
	Par g de CO_3Ca	1,52	1,08	0,88	0,62	0,37	0,21

1° De fortes quantités de calcaire fixent presque tout l'arséniate sans toutefois atteindre la totalité.

2° Les petites quantités de CO_3Ca fixent relativement mieux l'As_2O_5 que les grandes.

IV. *Influence du rapport* As_2O_5/CO_3Ca. — La quantité de As_2O_5 fixée est d'autant plus grande que le rapport As_2O_5/CO_3Ca est plus petit.

V. *Influence du temps.* — 1g de CO_3Ca est agité pendant des temps variables dans 100g d'eau en présence de 25mg d'As_2O_5 de l'arséniate calcique.

Temps d'agitation........	5 min	15 min	1 heure	24 heures
As_2O_5 fixé (en mg).......	9,2	10	14	14,6

La fixation quoique ayant une vitesse appréciable, n'est pas aussi rapide que dans le cas d'une précipitation.

VI. *Conclusions.* — 1° La fixation de As_2O_5 par CO_3Ca n'est pas une combinaison, car dans ce cas un poids déterminé de calcaire fixerait une quantité constante d'arsenic et ce phénomène devrait être complet dans un temps relativement court.

2° As_2O_5 fixé étant néanmoins fonction des quantités de calcaire et d'arséniate mis en expérience, il s'agit d'une adsorption, avec réversibilité du phénomène, la proportion d'As_2O_5 fixée en présence d'un excès de CO_3Ca étant constante quelle que soit la quantité d'arsenic introduite.

CHIMIE AGRICOLE. — *Rôle des cations échangeables dans l'adsorption d'anions par les argiles.* Note de MM. **Georges Barbier** et **Jean Chabannes**, présentée par M. Albert Demolon.

La fixation des anions par les argiles est le plus souvent considérée comme la conséquence de leur liaison avec des cations non échangeables, Fe ou Al. La présente Note montre que les cations échangeables y contribuent, eux aussi, pour une large part.

Nous avons constaté qu'une kaolinite exempte de sesquioxydes libres ne fixe pas trace de phosphates en milieu suffisamment acide, soit à un pH 3,0 environ, pour lequel elle est complètement privée de bases échangeables. Au fur et à mesure que l'on élève le pH par addition de chaux, et qu'en conséquence le calcium s'accumule sur l'argile, celle-ci, en règle générale, retient une quantité de plus en plus grande de phosphates :

1g,14 kaolinite Ca neutre, en suspension aqueuse (vol. final 50cm³) + quantités décroissantes SO_4H_2 ou croissantes $Ca(OH)_2$ + SO_4Ca 0,015 N + 0,0152 milliéq. ($PO_4H_3/3$) de phosphate calcique en solution ne devenant saturée en aucun cas — 1/2 heure d'agitation.

Millionièmes d'équivalents PO_4 fixés par la kaolinite.

pH........	2,85	3,05	3,49	5,75	6,43	7,57	8,38	8,50
PO_4 fixé....	0	0,17	1,28	5,3	6,7	11,3	13,9	15,2

Cette action du pH est inverse de celle observable lors de la fixation d'anions par un hydroxyde ferrique ou aluminique. Nous-mêmes avons constaté qu'un hydrogel mixte de silice et d'hydroxyde ferrique retient les phosphates

en quantité d'autant plus petite que le pH est plus élevé (jusqu'à un point de rebroussement aigu correspondant à la saturation de la solution en phosphate calcique).

Si, dans l'expérience précédente sur kaolinite, on maintient le pH constant (7,4) en augmentant progressivement la concentration en phosphates, on obtient une courbe d'adsorption typique.

L'addition de bases monovalentes (K ou Na) à une kaolinite acide produit un effet semblable à celui de la chaux, quoique moins marqué, jusqu'à pH 6,2 environ, pour lequel l'adsorption des phosphates passe par un maximum, et au delà duquel elle décroît rapidement. Cette réduction de l'adsorption par alcalinisation peut se manifester même en milieu calcique, mais seulement entre des limites de pH assez rapprochées (de 6 à 8 environ) et si la solution est suffisamment diluée. D'après ces faits, il semble nécessaire d'admettre que l'accroissement du pH a un effet double : d'une part, il favorise l'adsorption d'anions en accumulant sur l'argile des cations qui les attirent; d'autre part, il l'entrave par enrichissement de la solution en anions OH, qui tendent à se substituer à d'autres anions dans l'argile. L'un ou l'autre de ces deux effets prédomine selon le pH et la nature du cation échangeable. Dans le même ordre d'idées, il est probable que les anions OH qui passent en solution lors de la fixation des phosphates (alcalinité d'échange) sont initialement liés aux cations échangeables de l'argile.

Une montmorillonite nous a donné qualitativement les mêmes résultats que la kaolinite; mais elle retient environ deux fois moins de phosphates qu'une quantité équivalente de kaolinite.

Dans le cas d'une argile contenant des sesquioxydes libres, l'adsorption des phosphates, après un court temps de contact, suit une courbe, en fonction du pH, presque superposée à celle de la kaolinite exempte de sesquioxydes. En conséquence, ceux-ci ne jouent qu'un rôle effacé dans la fixation rapide des phosphates par l'argile de sol considérée.

Quant aux sulfates, la kaolinite les retient notablement en milieu acide (pH 3,0 environ). La présence de cations échangeables n'est donc pas nécessaire pour que la kaolinite adsorbe des sulfates; ceux-ci, contrairement aux phosphates, semblent directement adsorbables par le réseau de la kaolinite. Au fur et à mesure que l'on élève le pH par addition de chaux, l'adsorption des sulfates décroît, puis augmente à nouveau fortement en milieu nettement basique (pH 11). Ces résultats sont tout à fait analogues à ceux que nous avons signalés antérieurement dans le cas d'une argile de sol [1].

Ajoutons que l'adsorption d'anions en liaison avec des cations échangeables ne se manifeste pas pour des micelles électronégatives quelconques : un gel

---

[1] *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 519.

silicique, des colloïdes humiques, à l'état calcique, n'adsorbent pas de phosphates ni de sulfates en solution non saturée, quel que soit le pH (le gel silicique, seulement un peu de sulfates en milieu fortement basique).

Conclusion. — Ces résultats confirment qu'une fraction importante des ions phosphoriques des sols extractibles par les acides minéraux dilués s'y trouve à l'état adsorbé en liaison avec des cations échangeables; mais, seuls, les cations échangeables retenus par des minéraux argileux proprement dits (cristallisés) interviennent dans le phénomène.

PHYSIOLOGIE. — *Le mécanisme physico-chimique de l'excitation sapide et la notion d'excitant indifférent.* Note de M. **Pierre Gavaudan**, Mlle **Hélène Poussel** et M. **Marcel Paul Schutzenberger**, transmise par M. Robert Courrier.

Selon les hypothèses de Cohn ([1]) et d'Œrtly et Myers ([2]), les molécules devraient leur sapidité à la présence de groupements sapophores actifs. Nos précédentes recherches sur l'application de la notion d'activité thermodynamique au mécanisme de la narcose et de la gustation ([3]) nous ont laissé entrevoir que ces hypothèses posaient mal le problème, parce qu'elles négligeaient de définir les conditions énergétiques du système solution sapide-récepteur cellulaire.

Une étude ([4]) portant sur 11 sucres, 6 substances organiques sucrées et 15 substances organiques amères, nous permet de tirer les conclusions suivantes :

1° *Substances liposolubles amères ou sucrées.* — Des substances de constitutions très différentes provoquent les sensations d'amer (exemple: tétrachloréthane, éther éthylique, acétophénone, anisol) ou de sucré (exemple : tétrachloréthane, nitrobenzène, chloroforme, *p*-éthoxyphénylurée) pour des valeurs d'activité thermodynamique très voisines dans les deux cas, variant entre un et quelques centièmes. Ces substances s'accumulent dans les lipoïdes en vertu de leur coefficient de partage et de même que la narcose se produit à une valeur d'activité constante, l'excitation par ces narcotiques indifférents se produit également quand une activité et une fraction moléculaire critiques sont atteintes dans les lipoïdes cellulaires. Mais la valeur de la constante d'excitation doit

(1) *Die organischen Geschmackstoffe*, 1924.

(2) *Journ. Amer. Chem. Soc.*, **41**, 1919, p. 855.

(3) P. Gavaudan, M. Dode et H. Poussel, *Mémor. des Services chim. de l'État*, **31**, 1944, p. 384-423 et **32**, 1946, p. 388-409; P. Gavaudan, M. P. Schutzenberger et H. Poussel, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1525.

(4) Étude portant sur des données dues à divers auteurs et sur des essais personnels effectués isolément sur la zone antérieure de la langue pour le sucré et sur le V. lingual pour l'amer.

être nécessairement inférieure à celle de la constante de narcose (0,06 molg/l). Comme l'activité est représentée par N/N_0 où N et N_0 sont les fractions moléculaires actuelle et saturante, les valeurs d'activité dans la narcose et l'excitation pourront être très voisines ou égales; il suffira que N_0 varie selon le récepteur cellulaire considéré.

2° *Substances hydrosolubles amères ou sucrées.* — Les valeurs d'activité et les concentrations en molg/l dans l'eau sont assez constantes pour des substances amères telles que l'urée, l'antipyrine, l'éthyluréthane, etc. L'activité varie beaucoup et inversement à la solubilité, pour des substances comme les sucres, mais les concentrations dans l'eau sont relativement constantes (0,02 à 0,12 molg/l). Tout se passe comme si l'excitation se déclenchait quand une certaine fraction moléculaire du corps dissous est atteinte dans un solvant cellulaire. L'excitation sapide ou amère se produirait quand une certaine fraction moléculaire (nombre de molécules dissoutes sur total des molécules du mélange) est présente dans un solvant cellulaire aqueux ou lipoïdique dont l'activité est modifiée d'une façon constante. Pour chacune des deux sensations il existerait *deux voies d'excitation indifférente*, ce qui s'accorde avec les idées sur la structure mixte hydro-lipophile des couches limitantes cellulaires. L'existence de substances très différentes provoquant exclusivement l'une des deux sensations ou l'existence de substances bisapides (tétrachloréthane) agisssant toutes à des valeurs d'activité très voisines ôtent beaucoup de valeur à la théorie des groupes sapophores. Ce sont des forces de van der Waals et non des réactions chimiques, qui, au moins dans un premier stade du phénomène, provoquent l'excitation. Mais l'action localisée à un type de récepteur pour certaines substances conduit à admettre que, les conditions énergétiques étant respectées, les configurations moléculaires règlent la perméabilité ou la solubilité dans les solvants cellulaires et concourent dans ce sens à déterminer la qualité sapide.

Enfin des substances comme l'acide picrique, par exemple, s'écartent de la règle précédente et sont amères à une valeur de l'ordre de 0,0001. Dans de semblables cas, il faut donc tenir compte de la réactivité chimique, de considérations cinétiques, ou encore de phénomènes de *pénétration* de films superficiels analogues à ceux décrits par Schulman (5). Ces phénomènes évoquent un ou des mécanismes d'action plus complexes que ceux mis en jeu par les excitants indifférents.

En résumé, la notion d'activité permet de distinguer deux groupes d'excitants sapides : les indifférents et les spécifiques.

---

(5) *Trans. Farad. Soc.*, 39, 1943, p. 412-417.

PHYSIOLOGIE DES SENSATIONS. — *Analyse d'odeurs complexes et homologues par fatigue*. Note (¹) de M. **Jacques Le Magnen**, présentée par M. Léon Binet.

Les diverses théories biophysiques de l'olfaction et, entre autres, celle de Dyson basée sur l'effet Raman et celle d'Enrensward basée sur la Mésomérie, ont tenté (sans y parvenir jusqu'à présent) de rendre compte par l'existence de facteurs physiques communs de la présence d'odeurs analogues chez des corps de structures chimiques différentes. Parmi ces corps, que l'on peut désigner du nom général d'*isosmomères*, nous avons étudié ceux qui provoquent les odeurs dites d'*amande*, les odeurs dites *camphrées* et celles dites de *musc*. Pour un spécialiste l'analogie subjective de ces odeurs n'est qu'approximative, et d'autre part la plupart d'entre elles apparaissent comme de qualité complexe, faisant supposer l'excitation simultanée par un même corps de différents types de récepteurs ou mécanismes de discrimination qualitative. Par fatigue de l'organe à ces différentes odeurs, bloquant ces mécanismes sensoriels inconnus de la détermination qualitative, nous avons pensé, d'une part, d'analyser physiologiquement ces odeurs subjectivement complexes et de déterminer, d'autre part, si ces odeurs sont réellement provoquées par la mise en jeu des mêmes mécanismes physiologiques, nécessitant, pour la confirmation d'une théorie de l'olfaction, la recherche chez les isosmomères de facteurs biophysiques communs.

Nous avons fatigué l'organe par inhalation de 10 minutes et contrôlé ensuite les sensibilités sur des solutions échelonnées en intensité par tâtonnement, volatilisant l'odorivecteur de façon suffisamment constante dans le temps.

Résultats. — 1° Odeurs d'amandes : *a*. Odeur de la benzaldéhyde : subjectivement on peut analyser l'odeur en deux qualités différentes : une odeur douce d'amande et une partie amère désagréable. Après fatigue au benzonitrile (autre odeur dite d'amande), les trois échelons inférieurs de benzaldéhyde sont devenus insensibles. L'odeur des trois échelons supérieurs est méconnaissable et rappelle très nettement l'odeur du safrol. Après fatigue simultanée par le benzonitrile et le safrol, les trois échelons inférieurs sont également annulés; les odeurs des trois échelons supérieurs n'ont plus ni la qualité initiale, ni celle du safrol. La partie amère de l'odeur initiale subsiste seule, violente et très désagréable, rappelant l'odeur de l'indole. Après fatigue simultanée au safrol et à l'indole, les trois échelons inférieurs restent légèrement sensibles avec une odeur benzénique très différente de l'odeur initiale. On retrouve cette odeur initiale chez les trois échelons supérieurs, mais sensiblement modifiée par la disparition de la nuance d'amertume. Après fatigue à l'acétophénone (autre odeur d'amande), les trois échelons supérieurs seuls sentent une odeur spécifique, odeur encore différente de celle constatée après fatigue au safrol et au benzonitrile.

(¹) Séance du 23 février 1947.

b. Les expériences inverses sur l'odeur de benzonitrile et d'acétophénone permettent de constater, comme dans l'odeur de benzaldéhyde : d'une part, des transformations diverses de l'odeur par fatigue à l'aide des isosmomères et, d'autre part, une disparition seulement partielle de l'excitabilité (*cosaturation* partielle).

2° *Odeurs camphrées*. — Par fatigue à l'hexachloréthane qui provoque une odeur dite camphrée, on diminue peu la sensibilité des odeurs du camphre et du bornéol. Mais cette même fatigue fait apparaître chez les deux corps, à partir du second échelon inférieur, une odeur fortement épicée, très différente de l'odeur initiale. Le bornéol fait apparaître au contraire et de même façon chez le camphre et l'hexachloréthane une odeur anisée. La cosaturation est nettement plus importante entre le bornéol et le camphre, qu'entre ces deux corps et l'hexachloréthane.

3° *Odeurs de musc*. — Par fatigue réciproque aux odeurs musquées d'une lactone macrocyclique (exaltolide) et d'une cétone de carbure benzénique nitré, on constate une indépendance presque complète des deux fatigues (cosaturation nulle). Ceci confirme les observations signalées d'anosmies partielles à l'odeur de musc des corps macrocycliques laissant subsister la sensibilité à l'odeur de musc nitré.

Conclusion. — Ces faits autorisent les conclusions suivantes :

1° L'identité subjective de l'odeur, qui fait considérer les corps étudiés comme des isosmomères, ne correspond pas à une identité de mécanisme sensoriel. Les odeurs de ces corps, et en particulier celles des corps à odeur d'amande et à odeur camphrée, semble faire intervenir un grand nombre de systèmes récepteurs associés. Certains d'entre eux seulement leur seraient communs, déterminant la qualité dominante de l'odeur et entraînant la ressemblance subjective. Le blocage par fatigues réciproques de cette dominante commune permet de révéler dans ces odeurs d'autres composantes extrêmement variées et différentes pour les divers corps.

2° Dans le cas des muscs, malgré une grande analogie subjective, les systèmes récepteurs paraissent indépendants pour les deux types de corps expérimentés.

La différence de spectre Raman ou l'absence de mésomérie des isosmomères ne peut donc être invoquée de façon décisive à l'encontre des théories faisant appel à ces facteurs moléculaires dans le déterminisme qualitatif.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *L'appétit glucidique du Rat au cours du diabète alloxanique. Action de l'insuline et de l'extrait anté-hypophysaire.* Note de M. **André Soulairac**, présentée par M. Maurice Caullery.

L'alloxane détermine, chez le Rat, un tableau de diabète pancréatique tout à fait typique : l'animal présente de l'hyperglycémie et de la glycosurie, il

devient polydipsique et polyphagique et néanmoins maigrit considérablement. Les lésions histologiques prédominent dans les îlots de Langerhans du pancréas, où l'on constate la disparition à peu près totale des cellules β.

Il était intéressant de rechercher si le diabète alloxanique provoquait des modifications qualitatives de l'appétit, et, en particulier, s'il existait des modifications de l'appétit pour les glucides. Dans un travail antérieur (1) j'ai rapporté, qu'après une période de début, qui correspond à l'administration de l'alloxane, et où l'on constate une diminution de la consommation du glucose, les rats montrent ensuite un accroissement important de cette consommation. A la fin de l'expérience, après plus d'un mois d'un état diabétique sévère, les animaux arrivent même à prendre une alimentation glucidique presque exclusive, malgré leur forte hyperglycémie et leur glycosurie permanente. Ces faits sont en désaccord avec les résultats de Richter, Schmidt et Malone (2) sur le Rat, après pancréatectomie chirurgicale sub-totale. Ces auteurs constatent, dans leurs expériences, une diminution de l'appétit glucidique. Il est vraisemblable que ces différences sont dues au fait que l'alloxane détruit *électivement* le tissu langerhansien, sans léser le tissu pancréatique acineux, et permet ainsi une activité pancréatique externe normale.

Si, à des rats ainsi diabétiques, et à consommation glucidique élevée, on administre de l'insuline (sous la forme d'insuline-protamine-zinc), on observe immédiatement une chute de la consommation du glucose, qui revient à son taux normal, antérieur au diabète, ou légèrement inférieur. L'arrêt de l'insuline est suivi aussitôt d'une réascension de la consommation de glucose et une nouvelle administration d'insuline ramène la consommation à la normale. L'insuline par ailleurs, détermine, chez les animaux ainsi traités, une diminution très notable de la glycosurie et de l'hyperglycémie.

D'autre part, quand on administre aux rats alloxaniques un extrait d'hypophyse antérieure, on observe, dans les jours qui suivent, une augmentation encore plus importante de la consommation du glucose, qui se maintient élevée plusieurs jours après l'arrêt des injections.

Ces résultats permettent ainsi de constater combien l'appétit du glucose suit fidèlement les perturbations endocriniennes expérimentalement provoquées. Deux faits importants sont à souligner, l'un en rapport avec l'intoxication alloxanique, l'autre en rapport avec la régulation endocrinienne de l'appétit glucidique.

1° Le comportement alimentaire de l'animal rendu diabétique par l'alloxane montre que cet état diabétique est insulino-sensible et qu'il est donc logique d'admettre que la lésion responsable, provoquée par l'alloxane, est bien

(1) *Bull. biolog. France-Belgique*, **81**, 1947, p. 273-432.
(2) *Bull. Johns Hopkins Hosp.*, **76**, 1945, p. 192-219.

langerhansienne. L'action de l'hypophyse antérieure confirme les résultats de Houssay et de ses collaborateurs sur l'action diabétogène de cette glande.

2° Il est également nécessaire d'insister sur les modalités particulières de ces variations alimentaires. Nous avons ici une preuve directe d'une induction hormonale du comportement alimentaire pour les glucides. La destruction des cellules β du pancréas insulaire provoque une modification de l'appétit, qui est supprimée par l'administration de l'hormone déficiente. D'autre part, l'extrait antéhypophysaire, hormone connue pour ses propriétés diabétogènes, exagère encore la modification alimentaire produite par l'état diabétique. Dans ces conditions, l'appétit de l'animal est bien lié à un mécanisme physiologique, primitivement endocrinien, et il ne semble pas qu'on puisse faire intervenir, chez l'animal, un simple mécanisme d'expérience acquise ou d'essais et d'erreurs.

ÉCOLOGIE DES INSECTES. — *Remarques sur le comportement des adultes d'*Agriotes (*Col. Elateridæ*). Note de M. **Jacques d'Aguilar**, présentée par M. Émile Roubaud.

Les larves souterraines d'*Agriotes* nuisibles (*A. lineatus* L., *A. obscurus* L., *A. sputator* L.) ont fait l'objet de nombreuses études détaillées; par contre, peu de précisions ont été apportées sur la biologie des formes parfaites de ces insectes. On savait, en ce qui concerne le comportement, que les adultes de ces espèces se rencontrent rarement le jour à la surface du sol et seulement sous des abris (1).

Des travaux faits, en 1947, en une région où les Elaterides sont nombreux dans les cultures, à Pleyber-Christ (Finistère), nous ont conduit à une série de constatations sur les espèces précitées.

Les premiers essais d'observations nocturnes (2) ont montré que l'activité des insectes parfaits était nettement perturbée par la lumière blanche artificielle; par contre, en lumière rouge, leur comportement nocturne peut être beaucoup mieux observé.

Entre 21h et 1h (heure solaire), par temps doux (11° C. en moyenne), de forte hygrométrie (90 à 93 %), nous avons vu, du 10 avril au 18 juin, les adultes en activité sur des graminées cultivées : Avoine, Orge. Les individus se déplaçaient lentement et s'immobilisaient parfois pour mâchonner la pointe des jeunes feuilles.

Malgré l'observation de plusieurs centaines d'adultes, nous n'avons jamais vu

(1) A. Balachowsky et L. Mesnil, *Les insectes nuisibles aux plantes cultivées*, **1**, 1935, p. 757-759, et M. Cohen, *Ann. appl. biol.*, **29**, 1942, p. 181-196.

(2) Certaines espèces d'Elaterides ont été signalées comme nocturnes. A. Kh. Iablokoff, *Éthologie de quelques Elaterides du Massif de Fontainebleau* (*Mém. Mus. Nat. Hist. Nat.*, **18**, **1943**, p. 81-160).

d'accouplements dans la nature. Par contre, particulièrement la nuit, nous les avons notés dans des cristallisoirs qui contenaient 500 à 600 insectes groupés.

Pendant le jour, si les adultes demeurent, en général, immobiles sous les mottes de terre ou les abris, ils peuvent, toutefois, effectuer des déplacements importants (plusieurs mètres) et généralisés, pendant des journées chaudes ou orageuses.

Nous n'avons observé aucun vol chez les espèces étudiées, alors que les formes parfaites présentent des ailes normalement développées. Ce fait confirme les notes de la plupart des observateurs et mérite d'être comparé aux vols de certains autres *Elateridæ* parfois nuisibles, comme *Athous hæmorrhoidalis* F.

Si l'on n'a jamais signalé de cultures plus spécialement recherchées par les adultes, de nombreux auteurs ont indiqué la concentration de ceux-ci sous certains *pièges*, tels que des bottillons formés de tiges feuillées de Trèfle, Luzerne, Haricot.

Au cours de l'étude détaillée sur les tactismes de l'insecte, nous avons noté, dans un champ d'environ un hectare, les récoltes totales en adultes faites au cours de 8 relevés s'échelonnant entre les 8 et 26 mai 1947, sous 6 groupes formés de : Trèfle fraîchement coupé renouvelé à chaque relevé; Trèfle coupé depuis 5 jours, séché à l'air libre et non renouvelé; planchette constituant un simple refuge. La concentration des Insectes parfaits est la suivante :

	Trèfle		
	fraîchement coupé.	coupé depuis 5 jours.	Planchettes
A. obscurus L.	122 ind.	325 ind.	21 ind.
A. sputator L.	90 –	101 –	2 –
A. lineatus L.	62 –	100 –	4 –

Ce tableau fait ressortir de grandes différences de groupement, que nous attribuons à des stimuli de natures et de degrés divers. Cependant, on obtient vers le 15e jour une inversion d'attirance entre Trèfle frais et Trèfle coupé depuis 5 jours et laissé en place.

En disposant, alors, dans des plantations de Pomme de terre, Avoine, Orge, Trèfle, une série de bottillons de Trèfle frais laissés sur le sol et sous lesquels, tous les 2 ou 3 jours, au matin, on prélève les insectes groupés pendant la nuit, nous avons reconnu les faits suivants :

Le maximum de captures n'a pas lieu dès les premiers jours après la coupe, mais le huitième jour pour *A. obscurus*, le dixième jour pour *A. sputator*, du sixième au dixième jour pour *A. linaetus*, selon la nature des plantations où l'on opère.

Pour les trois espèces, l'étude des courbes de captures montre toujours un maximum correspondant à un certain état de vieillissement du trèfle coupé,

puis une chute très rapide avec un ou deux nouveaux sommets toujours plus faibles.

Les captures, sous les mêmes bottillons, d'insectes connus comme *hygrophiles* (tels que *Stenus*, *Bembidium*, etc.) donnent la même courbe que pour *Agriotes*. Dans le cas où les courbes des diverses espèces ne sont pas superposables, celle d'*A. lineatus* concorde toujours avec celle des *hygrophiles*, ce qui prouverait que les exigences de cette dernière espèce vis-à-vis de l'humidité sont plus fortes.

En conclusion, les adultes de *Agriotes obscurus* L., *A. lineatus* L., *A. sputator* L., ont des comportements analogues, ils circulent et se nourrissent la nuit, mâchonnant les jeunes feuilles de graminées. Ils se groupent de préférence sous des bottillons de trèfle, coupé depuis plusieurs jours, ce que nous attribuons à la fois à une hygrophilie marquée et à un chimiotactisme dont la nature et le degré restent à préciser.

La séance est levée à 15h40m.

L. B.

ERRATA.

(Séance du 9 février 1948.)

Note de M. *Albert Tortrat*, Sur les fonctions orthogonales d'Hermite dérivées d'une exponentielle quadratique. Valeurs asymptotiques :

Page 543, 2e ligne de la formule, *au lieu de*

$$-4x_i f^2_{n_1,\dots,n_r} = \frac{\partial}{\partial x_i} f^2_{\dots n_i-1,\dots} + \frac{\partial}{\partial \xi_l} f^2_{n_1,\dots,n_s},$$

lire

$$-4x_i f^2_{n_1,\dots,n_r} = \frac{\partial}{\partial x_i} f^2_{\dots,n_i-1,\dots} + \frac{\partial}{\partial \xi_l} f^2_{n_1,\dots,n_r};$$

Page 544, 3e ligne, *au lieu de*

$$+ \sum_{i_1,\dots,i_{r-1}} \delta_{i_1,\dots,i_{r-1}} f_{n_{i_s}-1,\dots n_{i_{r-1}}-1}\, d\varphi_{i_s,\dots,i_{r-1}}\Bigg],$$

lire

$$+ \sum_{i_1,\dots,i_{r-1}} \delta_{i_1,\dots,i_{r-1}} f_{n_{i_1}-1,\dots,n_{i_{r-1}}-1}\, d\varphi_{1,\dots,i_{r-1}}\Bigg];$$

4e ligne, *au lieu de*

$$= d\left[f^2_{n_i} + \sum_i \delta_l f^2_{n_i-1} + \sum_{i,j} \delta_{i,j}, f^2_{n_i-1,n_j-1} + \dots + D f^2_{n_s-1,\dots;n_r-1}\right],$$

lire

$$= d\left[f^2_{n_i} + \sum_i \delta_i f^2_{n_i-1} + \sum_{i,j} \delta_{i,j}, f^2_{n_i-1,n_j-1} + \dots + D f^2_{n_1-1,\dots,n_r-1}\right];$$

8e ligne, *au lieu de* $x_{i_{h+1},\ldots,i_r}$, *lire* $x_{i_{h+1}},\ldots,x_{i_r}$;

16e ligne, *au lieu de*

$$f^2_{n_i}(0) \leqq \pi \frac{[n_i!]\alpha_{ii}^{n_i}}{[p_i!]^r} \frac{\sigma^{\Sigma n_i}}{A r_{\Sigma n_i}}, \qquad \textit{lire} \qquad f^2_{n_i}(0) \leqq \prod \frac{[n_i!]\alpha_{ii}^{n_i}}{[p_i!]^r} \frac{\sigma \Sigma_{n_i}}{A_2 \Sigma^{n_i}};$$

18e ligne, *au lieu de*

$$\sigma = 1 + r \sum \frac{|\alpha_{ij}|}{\sqrt{\alpha_{ii}\alpha_{jj}}}, \qquad \frac{A = \pi^{\frac{n}{2}}}{\sqrt{D}}, \qquad \textit{lire} \qquad \sigma = 1 + 2 \sum \frac{|\alpha_{ij}|}{\sqrt{\alpha_{ii}\alpha_{jj}}}, \qquad A = \frac{\pi^{\frac{n}{2}}}{\sqrt{D}};$$

19e ligne, *au lieu de*

$$f^2_{n_i}(0) \leqq k(M\sigma)^{\Sigma n_i}/\pi \sqrt{n_i}, \text{ avec } k = 1/\sqrt{A},$$

lire

$$f^2_{n_i}(0) \leqq k(M\sigma)^{\Sigma n_i}/\Pi \sqrt{n_i}, \text{ avec } k = \frac{1}{A};$$

21e ligne, *au lieu de* $K = \frac{er!}{\sqrt{A}}$, *lire* $K = \frac{e.r!}{A}$;

26e ligne, *au lieu de* $(\partial^{\Sigma n_i}/\partial x_{n_i})$, *lire* $(\partial^{\Sigma n_i}/\partial x_i^{n_i})$;

Page 545, 3e ligne, *au lieu de* $r = r$, *lire* $r = 2$;

» » 8e ligne, *au lieu de* $d(\partial^r F/\partial x_1 \ldots \partial x^r)$, *lire* $d(\partial^r F/\partial x_r \ldots \partial x_2)$;

10e et 11e lignes, *au lieu de* r^r, *lire* 2^r;

13e ligne, *au lieu de* (avec $h \leqq r$, $i_1 \neq i_u$, ...,), *lire* (avec $h \leqq r$, $i_1 \neq i_2$, ...);

21e » *au lieu de* r^r, *lire* 2^r.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de février 1948.

Actualités scientifiques et industrielles. 1031. Physique cosmique. — I. *Genèse, nature et évolution des planètes. Cosmogonie du système solaire. Géogénie. Genèse de la vie*, par Alexandre Dauvillier. Paris, Hermann et Cie, 1947; 1 vol. 25cm.

Anciennes manufactures Canson et Montgolfier à Vidalon-les-Annonay. Catalogue des Archives, par Jean Frachon. 1 mém. dactylographié 27cm,5.

Nations Unies. *Bulletin de l'organisation mondiale de la santé*. Vol. I, no 1. New-York et Genève, Organisation mondiale de la Santé, 1947-1948; 1 vol. 24cm.

École libre des hautes études. New-York, 1948; 1 fasc. 23cm,5.

Notice sur la vie et l'œuvre de Marcel Godchot (1879-1939), par André Meyer, Extrait du *Bulletin de la Société chimique de France*. Paris, Masson et Cie, s. d.; 1 fasc. 27cm.

Faune de l'Empire français. VIII. *Annélides polychètes de Nouvelle-Calédonie et des îles Gambier*, par Pierre Fauvel. Paris, Office de la recherche scientifique coloniale, Éditions du Muséum, Librairie Larose, 1947; 1 vol. 28cm.

Introduction to non-linear mechanics. Topological methods. Analytical methods non-linear resonance. Relaxation oscillations, by N. Minorsky. Ann. Arbor, J.-W. Edwards, 1947; 1 vol. polycopié 28cm.

Bulletin of the astronomical Institutes of Czechoslovakia. Vol. I, n° 1. Praha, National Observatory, 1947; 1 fasc. 30^cm.

Flore de Madagascar et des Comores (*Plantes vasculaires*) : 30e famille. — *Palmiers,* par H. JUMELLE. Publication posthume mise au point par HENRI PERRIER DE LA BÂTHIE, 1945; 37e famille. — *Commélinacées,* par HENRI PERRIER DE LA BÂTHIE, 1938; 40e famille. — *Liliacées,* par HENRI PERRIER DE LA BATHIE, 1938; 49e famille. — *Orchidées,* par HENRI PERRIER DE LA BÂTHIE, Tome II, 1941; 143e famille. — *Passifloracées,* par HENRI PERRIER DE LA BÂTHIE, 1945. Tananarive, Imprimerie officielle, 5 vol. 23 ^cm.

Colloquium mathematicum. I. 1. Komitet redakcyjny : BRONISLAW KNASTER, EDWARD MARCZEWSKI, HUGO STEINHAUS, WLADYSLAW ŚLEBODZIŃSKI. Redaktor : EDWARD MARCZEWSKI. Wrocław, Z. Subwencji Wydziału nauki Ministerstwa Oświaty, 1947; 1 fasc. 22^cm,5.

Les maladies des végétaux, par JOSEPH MAGROU. Paris, L'Expansion scientifique française, s. d.; 1 vol. 22^cm.

La recherche aéronautique. Bulletin bimestriel de l'Office national d'études et de recherches aéronautiques, n° 1. Paris, O.N.E.R.A., 1948; 1 fasc. 27^cm.

Annuaire général de l'Université Laval pour l'année académique 1947-1948, n° 91. Québec, Université Laval, 1947; 1 vol. 22^cm,5.

Principes d'agronomie. Tome I. *Dynamique du sol,* par ALBERT DEMOLON. Paris, Dunod, 1948; 1 vol. 24^cm.

La transmission chimique de l'influx nerveux, par BRUNO MINZ, Paris, Éditions médicales Flammarion, 1947; 1 vol. 25^cm (présenté par M. R. Courrier).

Ministère de l'Agriculture. *Travaux effectués par les stations agronomiques de* 1939 *à* 1945. Textes français et anglais. Avignon, Imprimerie Rullière Frères, 1947; 1 vol. 24^cm.

Conférence internationale pour la protection de la nature. Procès-verbaux, Résolutions et Rapports publiés par JOHANN BRITTIKOFER. Brunnen, 1947; 1 vol. 23^cm (en langues française et anglaise).

Almanach des sciences 1948, présenté par LOUIS DE BROGLIE, avec la collaboration de RENÉ BARTHÉLEMY, LÉON BINET, MAURICE DE BROGLIE, ROBERT-ESNAULT-PELTERIE, LOUIS FAGE, FRÉDÉRIC JOLIOT-CURIE, JOSEPH MAGROU, EMMANUEL DE MARTONNE, membres de l'Institut et de DIVERS, sous la direction de RENÉ SUDRE. Paris, Éditions de Flore et La gazette des lettres, 1948: 1 vol. 19^cm.

Propagation des détonations et des déflagrations dans les mélanges gazeux, par NUMA MANSON. Paris, L'Office national d'études et de recherches aéronautiques et de l'Institut français des pétroles, 1947; 1 vol. polycopié 27^cm,5.

Note sur un problème de sondage, par J. BOUZITAT. Paris, Office national d'études et de recherches aéronautiques, 1947; 1 fasc. 27^cm.

The Discovery of the orgone. Vol. II. *The cancer biopathy,* by WILHELM REICH. Translated by THEODORE P. WOLFE. New-York, Orgone Institute Press, 1948; 1 vol. 23^cm.

Algérie. Département de Constantine. — Feuille n° 18 : *Blandan,* avec notice explicative par L. JOLEAUD. — Feuille n° 35 : *Munier,* avec notice explicative par L. JOLEAUD. — Feuille n° 49 : *Tamesguida,* avec notice explicative par F. EHRMANN. — Feuille n° 113 : *Oued Okris,* avec notice explicative par J. SAVORNIN. — Feuille n° 118 : *Navarin,* avec notice explicative par J. SAVORNIN. Carte géologiqne détaillée, publiée par le SERVICE GÉOGRAPHIQUE DE L'ARMÉE., à l'échelle de 1.50.000^e; 5 planches 79^cm × 57^cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 MARS 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** donne lecture du décret, en date du 3 mars 1948, publié au *Journal Officiel de la République française,* portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Charles Dufraisse** pour occuper, dans la Section de Chimie, la place vacante par le décès de M. *Robert Lespieau.*

Sur son invitation, M. **Charles Dufraisse** prend place parmi ses Confrères.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Papilionacées. Développement de l'embryon chez le* Thermopsis fabacea *DC.* Note [1] de M. **René Souèges**.

Les Podalyriées et les Sophorées se distinguent de toutes les autres tribus des Papilionacées par leurs étamines libres. Ce caractère permet de les considérer comme les plus proches voisines des Césalpiniacées. Chez les Podalyriées, en outre, les feuilles sont simples ou digitées, ce qui justifie la place de cette tribu à côté de celle des Genistées. La structure générale de l'embryon, d'après L. Guignard [2], est celle des Cytises, c'est-à-dire celle des Génistées : « l'isthme qui réunit l'embryon au suspenseur serait cependant plus étroit dès l'origine sans qu'il soit possible d'établir entre eux une ligne de démarcation bien tranchée... C'est dans le *Thermopsis fabacea* que le suspenseur se montre le plus développé; il a la forme de celui du *Cytisus* ». Aucun renseignement sur la marche de la segmentation n'accompagne ces succinctes observations du célèbre embryologiste français.

On ne peut manquer d'être frappé des grandes ressemblances qu'offrent les formes embryonnaires du *Thermopsis fabacea* avec celles que j'ai déjà rencontrées chez le *Corydalis cheilanthifolia* Hemsl. [3]. Dans les deux cas, on

---

(1) Séance du 1er mars 1948.
(2) *Ann. Sc. nat. Bot.*, 6e série, 12, 1881, p. 124.
(3) *Ann. Sc. nat. Bot.*, 11e série, 7, 1946, p. 1 à 17.

constate : 1° de grandes irrégularités dues à la direction indéterminée, le plus souvent oblique, des parois de segmentation, l'inclinaison des parois se produisant dans les plans les plus divers; 2° des variations profondes et multiples dans la structure des formes, depuis les stades les plus jeunes, et une complexité croissante dans l'ordre de succession et la disposition des blastomères. Pour bien dégager le certain de l'incertain dans le mode de construction de toutes ces formes, il convient de diviser l'histoire embryogénique du *Thermospis*, comme celle du *Corydalis cheilanthifolia*, en quatre étapes.

La première étape commence à l'œuf et va jusqu'à la formation du proembryon octocellulaire (*fig.* 1 à 5). C'est une étape très courte dans laquelle les blastomères, procédant par bipartitions successives, peuvent être aisément identifiés et dénombrés. Le proembryon bicellulaire donne d'abord une tétrade globuleuse du type B_1 (*fig.* 2), puis un pro-

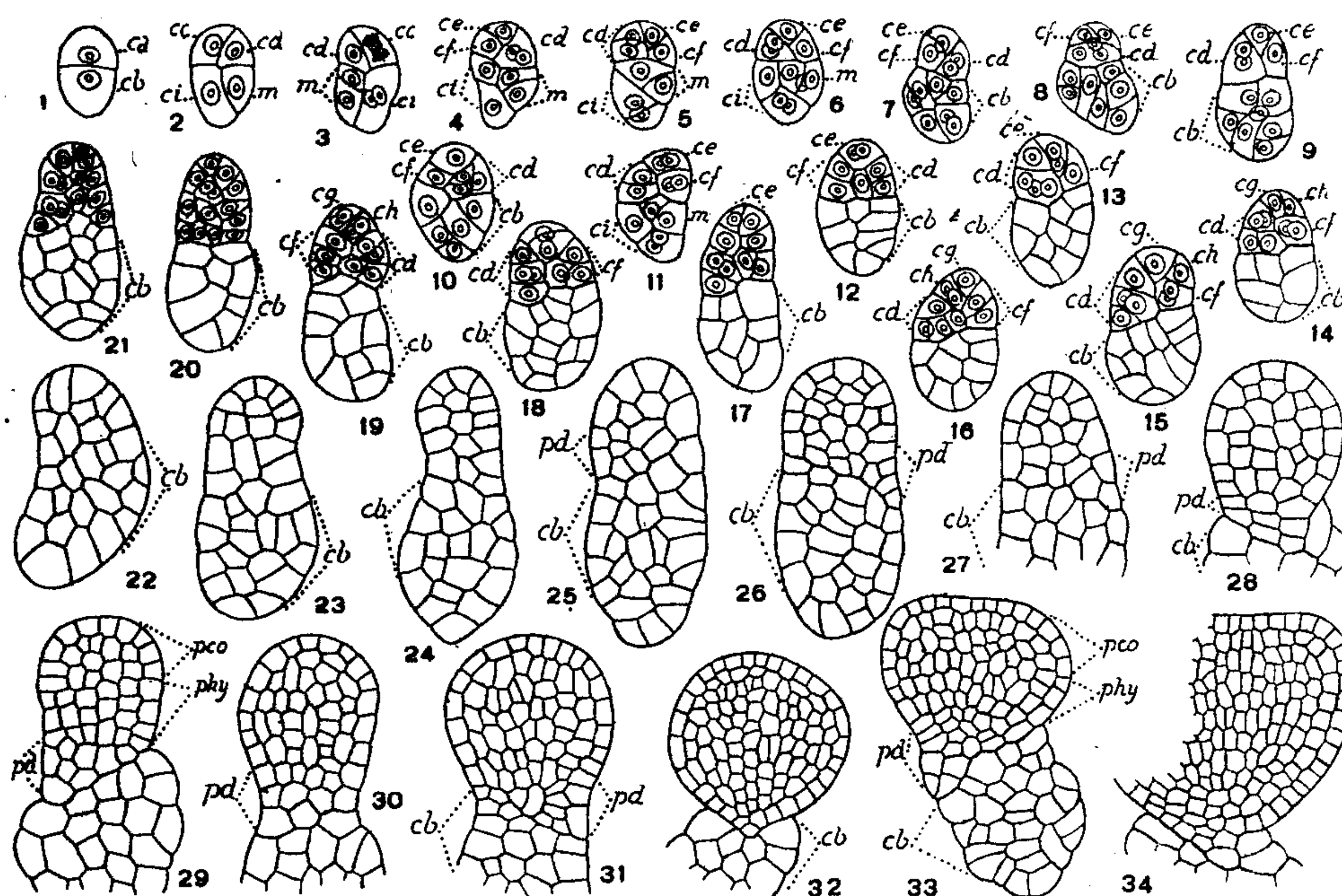


Fig. 1 à 34. — *Thermopsis fabacea* DC. — Première phase (de 1 à 5), 2ᵉ phase (de 6 à 14), 3ᵉ phase (de 15 à 31) et 4ᵉ phase (*fig.* 32 et suiv.) du développement de l'embryon. *ca*, cellule apicale du proembryon bicellulaire; *cb*, cellule basale ou suspenseur proprement dit; *m* et *ci*, cellules-filles de *cb* ou groupe cellulaire qui en dérive; *cc* et *cd*, cellules-filles de *ca* ou blastomères qui en sont issus; *ce* et *cf*, cellules-filles de *cc* ou groupes qui en tirent origine; *cg* et *ch*, cellules-filles de *ce* ou groupes cellulaires qu'elles produisent; *pd*, pédicule ou portion basale, rétrécie, de l'embryon; *pco*, partie cotylée *sensu lato*; *phy*, partie hypocotylée. G. = 280; 150 pour 32 à 34.

embryon octocellulaire (*fig.* 4), offrant divers aspects selon la direction des parois de segmentation et la disposition des éléments constitutifs. L'arrangement en tétraèdre des quatre éléments supérieurs issus de la cellule apicale apparaît le plus souvent d'une manière fort distincte (*fig.* 4, 7, 9).

La deuxième étape se termine au moment où 8 micromères se sont constitués aux dépens de la cellule apicale (*fig.* 6 à 14). On peut, comme précédemment, suivre aisément la

segmentation : par exemple, dans la figure 10, où l'un des deux éléments issus de *cd* vient se diviser; ou bien dans la figure 11, où *ce* et *cf*, filles de *cc*, se sont segmentées, faisant apparaître un groupe hexacellulaire dans les régions tirant origine de la cellule apicale; ou bien encore dans la figure 12, où le blastomère *cd* s'est divisé comme en 10 et a produit un groupe tricellulaire. Il est vain, dès cette deuxième étape, de chercher à déterminer avec certitude la marche des divisions dans la région correspondant à la cellule basale.

La troisième étape (*fig.* 15 et suiv.) est une période de confusion. Il n'est pas possible de déceler les règles auxquelles, au cours de cette étape, obéissent les segmentations; l'interprétation des formes devient tout à fait hypothétique; certaines même offrent des dispositions qui ne peuvent nullement être expliquées. Il en résulte : 1° que, bien souvent, il n'apparait pas de séparation bien tranchée entre le suspenseur et le corps embryonnaire proprement dit; 2° que les destinées de la cellule terminale *ce* du proembryon octocellulaire (*fig.* 4 et 5), cellule se différenciant à la troisième génération, ayant valeur de quadrant et correspondant à une cellule épiphysaire dans les espèces qui se rattachent au type embryonomique du *Trifolium minus*, ne peuvent nullement être précisées; si cette cellule peut parfois se comporter comme une épiphyse, ce rôle peut aussi être rempli par sa fille la cellule *cg* (*fig.* 14, 15, 16, 19); 3° que la véritable origine du massif hypophysaire ne peut être déterminée; on ne peut établir d'une manière certaine la part que prend le groupe cellulaire engendré par *cd* à la construction de ce massif, ni celle qu'il consacre à la formation du court pédicule rattachant, latéralement le plus souvent (*fig.* 29, 31, 33), l'embryon au suspenseur.

A la quatrième étape, c'est-à-dire au moment où vont apparaître les protubérances cotylédonaires, seul le dermatogène se montre individualisé; la masse centrale du corps embryonnaire constitue un tissu homogène composé de cellules orientées de manière tout à fait indifférente. Aux stade de la figure 34, le périblème et le plérome donnent les premiers signes de différenciation; à la base de l'embryon, les premières cloisons tangentielles annoncent la génération prochaine de la coiffe.

Dans des considérations générales faisant suite à mes observations sur le *Corydalis cheilanthifolia*, je me suis efforcé de faire ressortir tous les rapports qu'offre cette espèce avec le *Trifolium minus*, au point de vue embryogénique. La comparaison des deux tableaux résumant, dans les deux cas, les lois du développement, a permis, à cet égard, de bien saisir toutes les analogies. Mais l'histoire du *Thermopsis fabacea* fait connaître de nouveaux termes de rapprochement, bien plus étroits, et, d'une manière plus frappante que celle du *Trifolium*, elle permet de se faire une idée des affinités d'origine que présentent entre elles certaines espèces de Papilionacées et de Fumariacées. Pour ce qui concerne sa place dans la classification périodique, c'est évidemment à la famille du *Trifolium* que le *Thermopsis* vient se rattacher; il se range dans le plus proche voisinage des Génistées ([1]) déjà examinées, c'est-à-dire du *Genista tinctoria*, de l'*Ulex europæus*, du *Sarothamnus scoparius*, espèces auxquelles il eût été aisé de le comparer aux diverses étapes de son développement, dans les descriptions qui font l'objet de cette Note.

([1]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 79; **225**, 1947, p. 341 et p. 776.

RAYONS X. — *Émissions nouvelles dans les spectres* $K\beta$.

Note (1) de M. **Horia Hulubei**, Mlle **Yvette Cauchois** et Mlle **Ioana Manescu**.

Les nombreuses études sur les émissions X faibles effectuées en particulier, à l'aide des méthodes puissantes d'analyse par cristaux courbés, n'ont pas épuisé ce domaine de recherches. Certains satellites mesurés pour divers éléments ne l'ont pas été pour d'autres. Bien plus, il arrive encore que l'on décèle des familles entières de raies qui avaient échappé à l'observation. Ainsi, nous avons mis en évidence des satellites $L\alpha$ (2) et $K\alpha$ (3) d'un genre nouveau. Les clichés pris par l'un de nous (3) pour rechercher ces dernières montrent de nombreuses émissions $K\beta$ faibles, connues et inconnues, parmi lesquelles un groupe du même genre (β_s) entre $K\alpha_1$ et $K\beta_1$. Ils ont été faits dans les conditions indiquées (4), pour les atomes de numéro atomique Z entre 33 et 44 inclusivement, à l'aide des éléments respectifs ou des sels ZrO_2, $SrCl_2$, Y_2O_3, RbCl et KBr. En général, un accroissement de la tension d'excitation favorise l'apparition des satellites. Il ne semble pas que l'état chimique influe fortement sur eux.

Le Tableau donne les longueurs d'onde mesurées en u.X. Les notations proposées découlent de l'examen des diagrammes de Moseley et des courbes de variation avec Z des différences de fréquence (ou de leurs radicaux) entre chaque émission et β_2, β_1, β_3, et α_1, et de leur confrontation avec les informations antérieures (5).

Il existe deux émissions de longueurs d'onde inférieure à celle de $\beta_2(KN_{II,III})$. Nous avons appelé la plus lointaine β'''_{II} parce que trois raies ainsi notées, signalées par nous (4) pour Cu, Ga et Ge, se placent bien sur les mêmes diagrammes; les fréquences sont supérieures à celle de l'absorption K. La plus proche de β_2 n'a pas la même nature pour les différents atomes étudiés : pour Z supérieur à 36 (Kr), il s'agit de l'émission quadripolaire connue $\beta_4(KN_{IV,V})$, plus ou moins pure peut-être; pour les atomes plus légers, chez lesquels $N_{IV,V}$ n'est pas encore constituée, il s'agit d'un satellite; nous l'avons identifié à β''' qui n'était mentionné que pour $Z < 35$. β''' est plus intense que β'''_{II} dont l'intensité relative augmente d'ailleurs quand Z décroît. Cependant β''' a fait l'objet d'une interprétation généralement admise (5) : elle serait due à une transition dans des atomes ionisés deux fois et la différence entre sa fréquence et celle de β_1, pour un atome Z, devrait être à peu près égale à

$$\Delta\nu/R = (L - M)_{Z+1} - (L - M)_Z.$$

(1) Séance du 1er mars 1948.

(2) Y. Cauchois, *Comptes rendus*, 213, 1941, p. 121; *Journ. de Phys.*, 5, 1944, p. 1.

(3) H. Hulubei, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 770.

(4) Se reporter à Y. Cauchois et H. Hulubei, *Constantes sélectionnées*: *Longueurs d'onde des émissions X et des discontinuités d'absorption*, Paris, 1947.

(5) Druyvesteyn, *Dissertation Groningen*, 1928.

Cette relation, assez bien vérifiée jusqu'au fer si l'on prend $L_{II, III}$ pour L et $M_{II, III}$ pour M, tombe en défaut pour $Z > 26$. Il faudrait donc, soit renoncer à cette interprétation de β''', soit en admettre une autre pour l'émission, apparemment analogue, des atomes plus lourds.

Dans la région des grandes longueurs d'onde par rapport à β_1, nos clichés montrent deux émissions : l'une, la plus proche de β_1, signalée par nous sous le nom de β_0 et déjà connue pour certains de ces atomes, a été rapprochée de l'émission η mesurée par Beuthe, puis par Ford, pour les atomes plus légers et qui correspondrait à la transition interdite KM_I, possible dans des atomes perturbés. Mais les diagrammes pour β_0, complétés ici, suggèrent plutôt que ce serait une émission différente de η; comme β_0 se rapproche rapidement de β_1, les émissions désignées par $Ga\beta'_{II}$ et $Ge\beta'_{II}$, ainsi que des satellites proches de β_1 de Cu et Zn semblent se placer sur ses diagrammes; tandis que η pour $Z < 28$ fournit des diagrammes distincts. Il y aurait lieu de revoir toutes les identifications dans la région Ni-As, pour les raies de longueurs d'onde supérieures à β_1, mais voisines. Une raie nouvelle β_s, bien mesurable sur tous nos clichés, apparaît en plus de β_0 à une distance encore plus grande de β_1 : elle est généralement plus forte que β_0; nous l'avons notée β_s par analogie avec les raies $L\alpha_s$ et $K\alpha_s$, satellites de $L\alpha_1$ et de $K\alpha_1$ de fréquences plus faibles que ces raies mères. Un mécanisme que nous avons proposé pour les interpréter pourrait être étendu à $K\beta_s$: l'énergie de la transition MK servirait à produire une ionisation supplémentaire en couche M, peut-être $M_{IV, V}$, et il apparaîtrait une transition rayonnante d'énergie inférieure à celle de la transition normale.

	β_s.	β_0.	β_6.	β_5.	β_2.	β_4 (ou β'').	β''_{II}.
44 Ru..	**579,6**	*(575,4)*	*(569,6)*	(568,1)*	562,7	β_4 559,5	557,8
41 Nb..	**672,7**	669,2	662,2	660,5	655,4	β_4 651,8*	649,7
40 Zr...	**709,0**	705,1	(697,9)*	(695,9)*	691,0	β_4 687,6*	685,6
39 Y....	**747,7**	*(744,2)*	*(736,7)*	(734,7)*	730,0	β_4 726,3	724,6
38 Sr...	**789,5**	*(786,5)*	*(778,6)*	(776,2)*	772,0	β_4 768,3*	766,5
37 Rb..	**834,8**	*(831,8)*	824,2	(821,7)*	817,6	β_4 813,8	811,8
35 Br...	**938,4**	934,8	927,8	925,0	920,9	β'' 917,5	915,8
34 Se...	**997,5**	993,8	986,9	983,4	$-PbL\beta_{1,2}$	β'' 976,6	975,0
33 As..	**1061,9**	1058,9	1051,6	1047,5	1044,4	β'' 1041,7	1040,1

En caractères gras : émissions nouvelles. En caractères ordinaires : premières mesures d'émissions connues. En italique : nouvelles mesures d'émissions connues. Nombres notés avec astérisques : coïncident avec les valeurs admises, à la précision des mesures.

Une interprétation analogue pourrait être envisagée pour β_6, émission multiple voisine de β_5 vers les grandes longueurs d'onde, à peu près aussi intense qu'elle, qui serait alors à considérer comme satellite de β_2, de fréquence plus faible. Les écarts de fréquence suggèrent encore que l'ionisation supplémentaire pourrait être produite dans $M_{VI,V}$; mais il resterait à comprendre pourquoi les différences d'énergie entre les transitions normales et les *transi-*

tions diminuées, dans l'atome Z, sont supérieures aux niveaux $M_{IV,V}$ de l'atome $Z+1$. D'autres transitions *diminuées* sont peut-être plus plausibles.

F. Bloch et P. A. Ross [6] ont attiré l'attention sur les variations d'intensité du fond continu entre β_6 et β_1; une courbe obtenue par eux pour le molybdène au spectromètre à deux cristaux montre une variation en échelons et leur sert de départ à une interprétation théorique. Nous avions également remarqué les discontinuités d'intensité dont il s'agit; mais la présence d'échelons d'intensité dans le rayonnement continu n'exclut pas celle de raies à maxima prononcés qui s'y superposent. On peut s'étonner qu'elles n'aient pas été retenues par Bloch et Ross; les deux composantes de β_6 que nous avons mesurées pour Mo [4] se situent sur les deux gradins de la courbe de ces auteurs. Le pouvoir de résolution sur les spectres dont nous donnons la mesure ne suffit pas pour l'étude du fond continu, ni pour la décomposition de β_6. Mais les clichés sont très bons pour la mise en évidence des raies les plus faibles. β_7 est moins forte que β_6. Entre β_6 et β_7 apparaît un maximum large, difficile à pointer.

L'émission β_8, signalée par nous pour Mo, Rh et Ge, plus proche de β_2 que β_5, est très nette pour les autres atomes étudiés ici. β_9, signalée pour quelques éléments [4], se placerait dans un minimum de l'intensité du fond continu et n'est pas mesurable. β_{10} disparaît dans l'élargissement de β_1 fortement surexposée.

Les raies β_6 de As, Se et Br demanderaient une nouvelle mesure de précision.

M. Louis de Broglie fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. Maurice Parodi intitulé *Introduction à l'étude des réseaux électriques*, dont il a écrit la *Préface*.

M. Charles Laubry fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. Daniel Routier intitulé *Le fond d'œil des hypertendus et des cyanosés*, dont il a écrit la *Préface*.

M. Walter Sydney Adams fait hommage à l'Académie d'un Mémoire, extrait des *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, et intitulé *Early days at Mount Wilson*, dont il est l'auteur.

DÉSIGNATIONS.

MM. **Jean Wyart**, **Jean Laval**, **Emmanuel Grison**, **Raymond Hocart**, **Philippe Olmer**, **Jean Rose**, **René Faivre**, sont désignés pour représenter la France au Congrès que tiendra l'**Union Internationale de Cristallographie** à Cambridge, Massachusetts, en juillet 1948.

---

[6] *Phys. Rev.*, **48**, 1935, p. 884.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Ralph Chase Huston. *A Correlation of Some Physical Properties of Alkanes and Alkenes.*

2° Heinrich Brandenberger. *Numerische Berechnung der Spannungsverfestigung beim Kaltrecken und Kaltstauchen. — Neue Ergebnisse auf dem gebiete der Materialforschung. — Neue Grundlagen der Materialprüfung und der Festigkeitslehre.*

ALGÈBRE. — *Condition suffisante pour l'égalité des longueurs de deux chaînes de mêmes extrémités dans une structure. Application aux relations d'équivalence et aux sous-groupes.* Note de M. **Robert Croisot**, transmise par M. Élie Cartan.

Soit une structure S et, dans cette structure, deux chaînes de longueur finie de mêmes extrémités : $A_0 > A_1 > \ldots > A_\alpha$, $B_0 = A_0 > B_1 > \ldots > B_\beta = A_\alpha$. Construisons, à l'aide des intercalaires de Zassenhaus tels que $A_{ij} = A_i \cup (A_{i-1} \cap B_j)$ ($i = 1, \ldots, \alpha$; $j = 0, 1, \ldots, \beta$), la subdivision $\{A_{ij}\}$ de la chaîne $\{A_i\}$ par rapport à la chaîne $\{B_j\}$ et la subdivision $\{B_{ji}\}$ de la chaîne $\{B_j\}$ par rapport à la chaîne $\{A_i\}$.

Lemme 1. — *Si l'on a :* $A_{ij} = A_{ij-1}$ *pour une valeur de i et j* ($0 \leqq i \leqq \alpha$, $0 \leqq j \leqq \beta$), *on a aussi :* $B_{ji} = B_{ji-1}$ *si et seulement si :* $A_{ij} \cap B_{j-1} = B_{ji} \cap A_{i-1}$ (1) [1].

Théorème 1. — *Si l'égalité* (1) *est vraie pour tout couple* (i, j) ($i = 1, \ldots, \alpha$; $j = 1, \ldots, \beta$), *les subdivisions* $\{A_{ij}\}$ et $\{B_{ji}\}$ *simplifiées par suppression des répétitions ont même longueur.*

Lemme 2. — *Si l'égalité* (1) *est vraie, les subdivisions de* $\{A_{ij}\}$ *par rapport à* $\{B_j\}$, *de* $\{B_j\}$ *par rapport à* $\{A_{ij}\}$ *coïncident avec* $\{A_{ij}\}$ *et* $\{B_{ji}\}$ *respectivement, à des répétitions près.*

Lemme 3. — *Si l'égalité* (1) *est vraie dans les chaînes* $\{A_i\}$ *et* $\{B_j\}$, *elle l'est dans les chaînes* $\{A_{ij}\}$ *et* $\{B_j\}$.

Lemme 4. — *Si l'égalité* (1) *est vraie dans les chaînes* $\{A_i\}$ *et* $\{B_j\}$, *les chaînes* $\{A_{ij}\}$ *et* $\{B_{ji}\}$ *coïncident avec leurs subdivisions et l'égalité* (1) *est vraie dans ces chaînes.*

Théorème 2. — *Si l'égalité* (1) *est vraie dans les chaînes* $\{A_i\}$ *et* $\{B_j\}$ *et si ces chaînes sont sans répétitions et maximales* [*vis-à-vis de l'égalité* (1)], *elles ont même longueur.*

---

(1) Les démonstrations qui n'offrent pas de difficultés particulières paraîtront dans un autre Recueil.

Application aux groupes partiels (²). — On voit aisément que l'égalité (1) a lieu dans deux chaînes de sous-groupes partiels d'un groupe partiel si les conditions : $A_{i-1} \cap B_j$ est presque permutable avec A_i et $B_{j-1} \cap A_i$ est presque permutable avec B_j (²) sont réalisées.

Le théorème 1 est donc vrai dans ces conditions. Pour démontrer le théorème 2, il suffit de remplacer le lemme 3 par le *lemme* 3′. Si les conditions (2) sont réalisées dans les chaînes $\{A_i\}$ et $\{B_j\}$, elles le sont dans les chaînes $\{A_{ij}\}$ et $\{B_j\}$ (¹).

Le lemme 4 et le théorème 2 modifiés en conséquence sont alors vrais.

Les résultats énoncés restent valables si l'on remplace les conditions (2) par les conditions plus fortes (3) : A_i et $A_{i-1} \cap B_j$ sont presque permutables ainsi que B_j et $B_{j-1} \cap A_i$ (³).

Application aux relations d'équivalence dans un ensemble. — La correspondance biunivoque entre les relations d'équivalence dans un ensemble et les sous-groupes partiels d'un groupe partiel (²) livre immédiatement les résultats suivants :

Disons que deux chaînes, $\{A_i\}$ et $\{B_j\}$, de relations d'équivalence dans un ensemble vérifient les conditions (4) si, pour tout couple (i, j) $(i = i, \ldots, \alpha;$ $j = i, \ldots, \beta)$, $A_{i-1} \cap B_j$ est presque associable avec A_i et $B_{j-1} \cap A_i$ est presque associable avec B_j. Disons qu'elles vérifient les conditions (5) si, pour tout couple (i, j), A_i et $A_{i-1} \cap B_j$ sont presque associables ainsi que B_j et $B_{j-1} \cap A_i$.

Alors, en présence des conditions (4) [ou (5)], les subdivisions $\{A_{ij}\}$ et $\{B_{ji}\}$ ont même longueur après suppression des répétitions. Si, de plus, les chaînes $\{A_i\}$ et $\{B_j\}$ sont sans répétitions et maximales [au sens des conditions (4) [ou (5)]], elles ont même longueur.

Application aux sous-groupes d'un groupe. — Un groupe étant un groupe partiel particulier, deux chaînes de sous-groupes vérifiant les conditions (2) [ou (3)] ont leurs subdivisions, simplifiées par suppression des répétitions, de même longueur. Si, de plus, les chaînes sont sans répétitions et maximales, elles ont même longueur.

(²) Pour les définitions, voir ma Note : Une interprétation des relations d'équivalence dans un ensemble (*Comptes rendus*, 226, 1947, p. 616).

(³) On montre que les résultats sont encore valables si l'on particularise davantage, par exemple, en imposant aux sous-groupes partiels A_i et $A_{i-1} \cap B_j$ (B_j et $B_{j-1} \cap A_i$) d'être permutables. En appliquant alors aux relations d'équivalence et aux sous-groupes, on obtient des résultats connus (*cf.*, par exemple, P. Dubreil et M.-L. Dubreil-Jacotin, *Journal de Math.*, 9ᵉ série, 18, 1939, p. 90 et O. Ore, *Duke math. Journal*, 3, 1937, p. 165). On montre aussi qu'une structure ou une sous-structure de sous-groupes partiels presque permutables deux à deux est une structure de Dedekind, d'où les propriétés correspondantes pour les structures d'équivalences et de sous-groupes.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Applications nouvelles du calcul symbolique aux fonctions de Bessel.* Note [1] de M. **Ion Cârstoiu**, présentée par M. Henri Villat.

MM. van der Pol et K. F. Niessen [2] ont déjà obtenu, par le calcul symbolique, diverses formules concernant les fonctions de Bessel.

1. Considérons les correspondances symboliques suivantes [3]

$$t^{\mu}J_{\mu}(t) \supset \frac{2^{\mu}p\Gamma\left(\mu+\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}(p^2+1)^{\mu+\frac{1}{2}}}, \qquad t^{\nu}J_{\nu}(t) \supset \frac{2^{\nu}p\Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}(p^2+1)^{\nu+\frac{1}{2}}}.$$

En appliquant le *théorème du produit*, on obtient immédiatement la relation [4]

$$(1) \quad \int_0^t \lambda^{\mu}(t-\lambda)^{\nu}J_{\mu}(\lambda)J_{\nu}(t-\lambda)\,d\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{\Gamma\left(\mu+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\mu+\nu+\frac{1}{2}\right)}t^{\mu+\nu+\frac{1}{2}}J_{\mu+\nu+\frac{1}{2}}(t).$$

En posant $\lambda = t\sin^2\theta$, on obtient la formule [5]

$$(1') \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} J_{\mu}(t\sin^2\theta)J_{\nu}(t\cos^2\theta)\sin^{2\mu+1}\theta\cos^{2\nu+1}\theta\,d\theta = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{\Gamma\left(\mu+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)}{2\Gamma(\mu+\nu+1)}\frac{J_{\mu+\nu+\frac{1}{2}}(t)}{\sqrt{t}}.$$

En faisant $\nu = -\mu$, on a [6]

$$(1'') \quad \int_0^t \left(\frac{t}{\lambda}-1\right)^{\mu}J_{\mu}(\lambda)J_{-\mu}(t-\lambda)\,d\lambda = \frac{\sin t}{\cos\mu\pi}.$$

On peut obtenir d'autres relations remarquables, en dérivant la relation (1) par rapport à t et en particularisant les indices.

2. Les correspondances

$$J_{\mu}(t) \supset \frac{p}{\sqrt{p^2+1}}(\sqrt{p^2+1}-p)^{\mu}, \qquad J_{\nu}(t) \supset \frac{p}{\sqrt{p^2+1}}(\sqrt{p^2+1}-p)^{\nu}$$

donneront par application du théorème du produit, la relation

$$(2) \quad \int_0^t J_{\mu}(\lambda)J_{\nu}(t-\lambda)\,d\lambda = \int_0^t J_{\mu+\nu}(\lambda)J_0(t-\lambda)\,d\lambda.$$

---

[1] Séance du 23 février 1948.

[2] *Philosophical Magazine*, **8**, 1928, p. 861 et **13**, 1932, p. 537.

[3] N. W. Mc Lachlan et Pierre Humbert, *Mémorial Sc. Math.*, fasc. C, 1941, p. 28.

[4] I. G. Rutgers, *Proceedings Royal Acad. Amsterdam*, **34**, 1931, p. 148.

[5] Watson, *Théory of Bessel functions*, 2e éd., Cambridge, 1944, p. 382.

[6] Van der Pol, *loc. cit.* [1], **8**, p. 883.

Pour $\nu = -\mu$, on a ([7])

(2′) $$\int_0^t J_\mu(\lambda)J_{-\mu}(t-\lambda)\,d\lambda = \int_0^t J_0(\lambda)J_0(t-\lambda)\,d\lambda = \sin t, \quad \ldots$$

3. Considérons les correspondances

$$t^{\frac{\mu}{2}}J_\mu(2\sqrt{at}) \supset a^{\frac{\mu}{2}}\frac{e^{-\frac{a}{p}}}{p^\mu}, \qquad t^{\frac{\nu}{2}}J_\nu(2\sqrt{bt}) \supset b^{\frac{\nu}{2}}\frac{e^{-\frac{b}{p}}}{p^\nu}.$$

Appliquons toujours le théorème du produit. On aura aussitôt

(3) $$\int_0^t \lambda^{\frac{\mu}{2}}(t-\lambda)^{\frac{\nu}{2}}J_\mu(2\sqrt{a\lambda})J_\nu\{2\sqrt{b(t-\lambda)}\}\,d\lambda = \frac{a^{\frac{\mu}{2}}b^{\frac{\nu}{2}}}{(a+b)^{\frac{\mu+\nu+1}{2}}}t^{\frac{\mu+\nu+1}{2}}J_{\mu+\nu+1}\{2\sqrt{(a+b)t}\}.$$

Faisons $\lambda = t\sin^2\theta$, $2\sqrt{at} = u$, $2\sqrt{bt} = v$; il vient ([8])

(3′) $$\int_0^{\frac{\pi}{2}} J_\mu(u\sin\theta)J_\nu(v\sin\theta)\sin^{\mu+1}\theta\cos^{\nu+1}\theta\,d\theta = \frac{u^\mu v^\nu}{(u^2+v^2)^{\frac{\mu+\nu+1}{2}}}J_{\mu+\nu+1}\{\sqrt{u^2+v^2}\}.$$

4. Enfin, comme exemple typique de simplicité de démonstration, nous partirons des correspondances

$$t^{\frac{\mu}{2}}J_\mu(2\sqrt{t}) \supset \frac{e^{-\frac{1}{p}}}{p^\mu}, \qquad t^{\frac{\nu}{2}}I_\nu(2\sqrt{t}) \supset \frac{e^{\frac{1}{p}}}{p^\nu}$$

qui nous conduiront aussitôt, par le même procédé, à la relation

(4) $$\int_0^t \lambda^{\frac{\mu}{2}}(t-\lambda)^{\frac{\nu}{2}}J_\mu(2\sqrt{\lambda})I_\nu(2\sqrt{t-\lambda})\,d\lambda = \frac{t^{\mu+\nu+1}}{\Gamma(\mu+\nu+2)}.$$

Faisons $\mu = -1/2$; on a

(4′) $$\int_0^t (t-\lambda)^\nu I_\nu(2\sqrt{t-\lambda}).\frac{\cos 2\sqrt{\lambda}}{\lambda}\,d\lambda = \sqrt{\pi}\frac{t^{\nu+\frac{1}{2}}}{\Gamma\left(\nu+\frac{3}{2}\right)}.$$

En remplaçant $2\sqrt{t}$ par t et $2\sqrt{\lambda}$ par λ, on obtient ([9]),

(4″) $$\int_0^t (t^2-\lambda^2)\cos\lambda.I_\nu(\sqrt{t^2-\lambda^2})\,d\lambda = \sqrt{\pi}\frac{t^{2\nu+1}}{\Gamma\left(\nu+\frac{3}{2}\right)}.$$

Enfin, pour $\mu = 1/2$, on a

(4‴) $$\int_0^t (t-\lambda)^{\frac{\nu}{2}}I_\nu(2\sqrt{t-\lambda}).\sin(2\sqrt{\lambda})\,d\lambda = \sqrt{\pi}\frac{t^{\nu+\frac{3}{2}}}{\Gamma\left(\nu+\frac{5}{2}\right)}.$$

([7]) *Voir* par ex. Watson, *loc. cit.*, p. 380.
([8]) *Ibid.*, p. 376.
([9]) *Ibid.*, p. 376.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les suites de fonctions orthogonales par rapport à un ensemble de courbes ou de domaines différents.* Note de M. **Noubar Arpiarian**, présentée par M. Paul Montel.

Dans une Note précédente [1] nous avons signalé quatre espèces de polynomes trigonométriques orthogonaux sur toutes les ellipses de foyers $(-1, +1)$, à la fois au sens linéaire et au sens superficiel et observé que le poids superficiel $\Pi(z)$ est le carré du poids linéaire $\varpi(z)$.

Ce fait est un cas particulier d'une propriété générale. Étant donné un ensemble de courbes $\mathcal{C}$ limitant les domaines $\mathcal{D}$ d'un ensemble de domaines, il est exceptionnel qu'une même suite de fonctions $f_n(z)$ soit orthogonale avec le même poids par rapport à toutes les courbes $\mathcal{C}$, ou bien à tous les domaines $\mathcal{D}$ de l'ensemble; *a fortiori*, aux deux à la fois (le poids superficiel étant différent du poids linéaire).

Familles isogrammes. — Soit un domaine simplement connexe $\mathcal{D}$ limité par un contour $\mathcal{C}$, de masse finie lorsqu'on prend pour masse spécifique linéaire $\varpi(z) \geqq 0$. Soit $Z = \varphi(z)$, $\varphi'(z) \neq 0$, la fonction univalente qui réalise la représentation conforme du domaine $\mathcal{D}$ sur le cercle $|Z| < 1$ et du contour $\mathcal{C}$ sur le cercle $|Z| = 1$. Cette même transformation fait correspondre aux cercles concentriques $|Z| \leqq \lambda$, une famille à un paramètre de domaines simplement connexes $\mathcal{D}_\lambda$, limités par les contours transformés $\mathcal{C}_\lambda$. Les courbes $\mathcal{C}_\lambda$ peuvent être appelées les *isogrammes* du contour $\mathcal{C}$ et les domaines $\mathcal{D}_\lambda$ les *isogrammes* du domaine $\mathcal{D}$.

La condition pour qu'une famille de domaines simplement connexes $\mathcal{D}_\alpha$ dépendant d'un paramètre quelconque α forme une famille de domaines isogrammes est que la fonction univalente qui représente conformément un domaine $\mathcal{D}_\alpha$ sur le cercle $|Z| < 1$ soit de la forme $\psi(z, \alpha) = k(\alpha)\varphi(z)$.

Toute famille de domaines et de courbes isogrammes possède au moins une suite de fonctions orthogonales communes, pour laquelle le poids superficiel est le carré du poids linéaire. C'est la transformée $f_n(z) = [\varphi(z)]^2$ de la famille connue des polynomes Z^n, orthogonale sur les cercles $|Z| \leqq \lambda$ (λ quelconque), tant au sens de Szegö qu'au sens de Bochner. On a $\varpi(z) = |\varphi'(z)|$, $\Pi(z) = |\varphi'(z)|^2$.

Un résultat général est le suivant :

Théorème. — *Si les fonctions $f_n(z)$ sont orthonormées de poids $\varpi(z)$ par rapport aux courbes isogrammes $\mathcal{C}_\lambda$, limitant une famille de domaines isogrammes $\mathcal{D}_\lambda$ simplement connexes, elles sont aussi orthonormées de poids*

$$\Pi(z) = \varpi(z)\,|\varphi'(z)|$$

par rapport à tous les domaines $\mathcal{D}_\lambda$, et réciproquement, si une suite de fonc-

(1) *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 668-669.

tions $f_n(z)$ est orthonormée par rapport aux domaines isogrammes simplement connexes $\mathcal{D}_\lambda$, avec le poids $\Pi(z)$, elle est aussi orthonormée par rapport à toutes les courbes $\mathcal{C}_\lambda$ qui limitent ces domaines, avec le poids $\Pi(z)/|\varphi'(z)|$, $\varphi(z)$ étant la fonction univalente qui fait la représentation conforme des domaines $\mathcal{D}_\lambda$ sur les cercles $|Z| \leqq \lambda$.

Soit $z=\psi(Z)$, la fonction inverse de $Z=\varphi(z)$, $\varphi'(z)\psi'(z)=1$, $f_m[\psi(Z)]=F_m(Z)$, $\varpi[\psi(Z)]=p(Z)$, $\Pi[\psi(Z)]=P(Z)$.

1° On suppose

$$\int_{\mathcal{C}_\lambda} f_m(z)\bar{f}_n(z)\,\varpi(z)\,ds=\varepsilon_{mn}\int_{\mathcal{C}_\lambda}\varpi(z)\,ds,$$

où $\varepsilon_{mn}=0$ pour $m\neq n$, $\varepsilon_{mm}=+1$. On a, sur le cercle $Z=re^{i\theta}$,

$$\int_0^{2\pi} F_m(re^{i\theta})\bar{F}_n(re^{-i\theta})p(re^{i\theta})\,|\psi'(re^{i\theta})|\,r\,d\theta=\varepsilon_{mn}\int_0^{2\pi} p(re^{i\theta})\,|\psi'(re^{i\theta})|\,r\,d\theta$$

pour $0<r=\lambda<\lambda_1$; d'où

$$\int_0^{\lambda} dr\int_0^{2\pi} F_m(re^{i\theta})\bar{F}_n(re^{-i\theta})p(re^{i\theta})\,|\psi'(re^{i\theta})|\,r\,d\theta=\varepsilon_{mn}\int_0^{\lambda} dr\int_0^{2\pi} p(re^{i\theta})\,|\psi'(re^{i\theta})|\,r\,d\theta$$

ou

$$\iint_{\mathcal{D}_\lambda} f_m(z)\bar{f}_n(\bar{z})\,\varpi(z)\,|\varphi'(z)|\,d\omega=\varepsilon_{mn}\iint_{\mathcal{D}_\lambda}\varpi(z)\,|\varphi'(z)|\,d\omega.$$

2° Pour la réciproque, il suffit de supposer que les fonctions $f_n(z)$ sont orthonormées seulement sur un ensemble de domaines isogrammes $\mathcal{D}_\lambda$ correspondant à $\lambda_0<\lambda<\lambda_1$, λ_0 étant positif, ou même aussi voisin de λ_1 que l'on voudra, mais fixe. On montre que la fonction de r

$$\int_0^{2\pi} F_m(re^{i\theta})\bar{F}_n(re^{-i\theta})P(re^{i\theta})\,|\psi'(re^{i\theta})|^2\,d\theta-\varepsilon_{mn}\int_0^{2\pi} P(re^{i\theta})\,|\psi'(re^{i\theta})|^2\,d\theta$$

est nulle pour $\lambda_0<r<\lambda_1$, que m soit égal à n ou en diffère, et l'on en déduit l'orthonormalité des $f_n(z)$ le long des $\mathcal{C}_\lambda$.

Si l'on fait $\varpi(z)=|\varphi'(z)|$, on retrouve le résultat particulier connu

$$\Pi(z)=|\varphi'(z)|^2,\qquad \Pi=\varpi^2.$$

TOPOLOGIE. — *Sur une extension de la notion d'espace topologique.* Note (¹) de M. **Jean Mirguet**, présentée par M. Élie Cartan.

Diverses possibilités s'offrent pour fonder une axiomatique de la Topologie générale. On peut imposer certaines conditions à la classe des ensembles

(¹) Séance du 26 janvier 1948.

ouverts, ou bien encore à l'opération de fermeture ([2]). Ici, l'attention se portera sur l'opération de dérivation, au sujet de laquelle nous formulerons des hypothèses très peu restrictives en n'étudiant qu'après coup les conséquences de la distributivité de cette opération, et en substituant à la dérivation croissante, envisagée d'ordinaire, une dérivation qu'il est naturel d'appeler semi-croissante.

1. Si, partant d'un ensemble fondamental E, on fait correspondre à toute partie de E une nouvelle partie e', on dira que le passage de e à e' constitue *l'opération de dérivation* si ce passage satisfait à la condition suivante ([3]) :

$$M \in e' \rightleftharpoons M \in (e - M)'.$$

2. Désignons par R(M) tout ensemble u tel que M appartienne à l'intersection $u\mathrm{C}[\mathrm{C}'(u)]$, où $\mathrm{C}(u)$ indique le complémentaire de u sur E. En prenant pour voisinages de chaque point M, d'abord tous les R(M), puis tous les R(M) ouverts, on obtient, pour chaque ensemble e deux dérivés croissants auxiliaires η' et $\Delta'(e)$. Dans toute dérivation $\eta' \subset e'$, quel que soit e; de plus, la condition nécessaire et suffisante pour que $e' \subset \Delta'(e)$, quel que soit e, est que *tout fermé contienne les dérivés de ses parties*, propriété que nous désignerons par semi-croissance.

Si une dérivation est croissante, $\eta' = e' \subset \Delta'(e)$; si, de plus, les fermetures sont fermées $\eta' = e' = \Delta'(e)$; en outre, pour que la dérivation soit capable d'une topologie, il sera nécessaire que e', et par suite $\Delta'(e)$, soient distributifs et que la dérivation soit permanente, c'est-à-dire que *nul non-fermé ne devienne fermé par la suppression d'un point;* la topologie sera le système des R(M) ouverts.

3. Dans une semi-croissante, on a seulement, quel que soit e, les inclusions $\eta' \subset e' \subset \Delta'(e)$. Comme dans les croissantes, un ensemble e donne $\eta' = e'$, si, quel que soit u, $e \subset u \rightarrow e' \subset u'$. De même, comme dans les croissantes, quand un ensemble h satisfait à $h' = \Delta'(h)$, sa fermeture est fermée

$$h' = \Delta'(h) \subset \Delta'(h + h') = (h + h')' \subset h + h'.$$

Parmi les semi-croissantes, les dérivations qui généralisent les croissantes capables d'une topologie, sont celles qui jouissent de la permanence et dont l'auxiliaire $\Delta'(e)$ est distributive : s'il y a permanence, les ensembles $e' = \Delta'(e)$ sont les ensembles ayant mêmes dérivés que leurs fermetures; leurs dérivés sont fermés; et, si en outre $\Delta'(e)$ est distributive, ceux de ces ensembles qui sont ouverts, sont situés sur leurs dérivés et ces derniers sont parfaits, comme dans le cas des croissantes.

([2]) Pour le premier de ces points de vue, voir BOURBAKI, *Act. Sc. et Indust.*, fasc. 858, p. 1; et, pour le second, voir KURATOWSKI, *Fundamenta Mathematicæ*, 1922, t. III, p. 182-199.

([3]) Condition considérée par M. MAURICE FRÉCHET, *Les Espaces abstraits*, 1928, p. 168.

TOPOLOGIE. — *Sur les espaces uniformes ordonnés.*
Note (¹) de M. **Léopoldo Nachbin** (²), présentée par M. Élie Cartan.

Une *structure semi-uniforme* sur un ensemble E est un filtre $\mathcal{J}$ de parties de E^2 tel que : 1° si $V \in \mathcal{J}$ alors $\Delta \subset V$, Δ étant la diagonale de E^2, et 2° si $V \in \mathcal{J}$ il existe $W \in \mathcal{J}$ tel que $W \circ W \subset V$. L'ensemble $\overset{-1}{\mathcal{J}}$ des $\overset{-1}{V}$, où $V \in \mathcal{J}$, est une telle structure dite *duale* de $\mathcal{J}$. Les $V(x)$, où $V \in \mathcal{J}$, constituent le filtre des voisinages de chaque $x \in E$ pour une topologie $\mathfrak{T}^-$ dite *inférieure engendrée* par $\mathcal{J}$; la topologie inférieure $\mathfrak{T}^+$ engendrée par $\overset{-1}{\mathcal{J}}$ est dite *supérieure engendrée* par $\mathcal{J}$. La structure uniforme $\mathcal{J} \cup \overset{-1}{\mathcal{J}}$ la moins fine de toutes celles contenant les $V \in \mathcal{J}$ et la topologie $\mathfrak{T}$ déduite de $\mathcal{J} \cup \overset{-1}{\mathcal{J}}$ sont dites *engendrées* par $\mathcal{J}$; $\mathfrak{T}$ est la borne supérieure de $\mathfrak{T}^-$ et $\mathfrak{T}^+$. L'intersection des $V \in \mathcal{J}$ est le graphique d'un pré-ordre sur E dit *engendré* par $\mathcal{J}$; il s'agit d'un ordre si $\mathcal{J} \cup \overset{-1}{\mathcal{J}}$ est séparée. Un *espace uniforme pré-ordonné* est un espace muni d'une structure uniforme et d'une relation de pré-ordre engendrées par au moins une structure semi-uniforme (il existe toujours une telle structure plus fine que toutes les autres). Une *pseudo-semi-métrique* sur E est une fonction δ finie positive sur E^2 telle que $\delta(x, x) = 0$, $\delta(x, z) \leqq \delta(x, y) + \delta(y, z)$; si, de plus, $\delta(x, y) = \delta(y, x) = 0$ entraînent $x = y$, alors δ est dite une *semi-métrique*. Soit $\{\delta_\lambda\}$ une famille non vide de pseudo-semi-métriques sur E : le filtre engendré par les parties de E^2 définies au moyen d'un nombre fini d'inégalités $\delta_\lambda(x, y) < \varepsilon$ est une structure semi-uniforme sur E; de plus, toute structure semi-uniforme peut être obtenue de cette manière.

1° *Un espace compact ordonné muni de sa structure uniforme naturelle est un espace uniforme ordonné* (la structure semi-uniforme génératrice est le filtre des voisinages dans E^2 du graphique de l'ordre, donc unique); 2° *Pour qu'un espace topologique* E *muni d'un pré-ordre puisse être muni d'une structure uniforme compatible avec sa topologie de façon à devenir un espace uniforme pré-ordonné, il faut et il suffit que* E *soit un espace uniformisable pré-ordonné* (³).

E étant un espace uniforme, l'ensemble $\mathcal{F}(E)$ des parties fermées de E muni de la structure uniforme déduite de celle de E et ordonné par inclusion est un espace uniforme ordonné. Soit maintenant E un espace uniforme muni d'un ordre tel que l'ensemble $I(a)$ des $x \leqq a$ soit fermé pour $a \in E$. La correspondance $a \rightleftharpoons I(a)$ est un isomorphisme d'ordre de E sur une partie de $\mathcal{F}(E)$.

(¹) Séance du 1er mars 1948.

(²) Cette Note fait suite à deux Notes récentes (*Comptes rendus*, 226, 1948, p. 381 et 547) auxquelles le lecteur est prié de se reporter.

(³) A. Weil, *Act. Sc. Ind.*, n° 551, Paris, 1938.

On déduit de là une condition *suffisante* pour que E soit un espace uniforme ordonné, à savoir la continuité uniforme dans les deux sens de $a \rightleftharpoons I(a)$ [même dans le cas d'un espace compact ordonné, $a \to I(a)$ peut cesser d'être continue]; pour cela il faut et il suffit que : 1° V étant un entourage pour la structure uniforme de E, il existe un entourage W tel que $x \leqq x'$, $y' \in W(x')$ entraînent l'existence de $y \in V(x)$ avec $y \leqq y'$, et 2° pour chaque V il existe W tel que $y \in W(x')$, $y' \in W(x)$, $x \leqq x'$, $y \leqq y'$ entraînent $y \in V(x)$. Ce critérium nous donne :

3° *Pour qu'un groupe topologique muni d'un pré-ordre de groupe soit un espace uniformisable* (resp. *uniforme par rapport à la structure uniforme droite*) *pré-ordonné, il faut et il suffit que l'ensemble des* $x \geqq 0$ *soit fermé et que l'ensemble des voisinages convexes de l'élément neutre* 0 *soit un système fondamental de voisinages de* 0.

L'ensemble $C(\Omega)$ des fonctions réelles finies continues sur un espace topologique Ω est un espace uniforme ordonné en vertu de la présence des semi-métriques $\delta_K(f, g) = \sup. \{0, f(x) - g(x)\}$, où x parcourt K, $K \subset \Omega$ étant compact arbitraire.

4° *Tout espace uniforme ordonné* E *est isomorphe à un sous-espace uniforme ordonné : a. de* $C(\Omega)$ *pour un* Ω *localement compact* (si le filtre des entourages de E possède une base dénombrable, Ω peut être supposé compact), *et b. d'un produit d'espaces semi-métriques.*

GÉOMÉTRIE. — *Sur un théorème global de réduction des* ds^2 *statiques généraux d'Einstein.* Note ([1]) de Mme **Yvonne Fourès-Bruhat** et M. **André Lichnerowicz**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Considérons un univers d'Einstein correspondant à des distributions de masse tout entières à distance finie et de métrique

$$(1) \qquad ds^2 = g_{\alpha\beta}\, dx^\alpha\, dx^\beta \qquad (\alpha, \beta \text{ et tout indice grec} = 1, 2, 3, 4).$$

En dehors des domaines balayés par la matière, la métrique (1) vérifie les équations d'Einstein du cas extérieur et, dans ces domaines, celles du cas intérieur. Nous supposons de plus que l'univers (1) satisfait aux conditions suivantes :

a. Les ds^2 à l'intérieur de la matière et par suite le ds^2 à l'extérieur de celle-ci sont *statiques* du type le plus général (stationnaires) : les $g_{\alpha\beta}$ sont indépendants de la variable temporelle x^4.

b. La métrique (1) admet à l'infini un comportement asymptotique euclidien

([1]) Séance du 1er mars 1948.

et les $g_{\alpha\beta}$ admettent la forme asymptotique ([2])

$$g_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} + \frac{\varepsilon_{\alpha\beta}}{r}, \tag{2}$$

où les $\delta_{\alpha\beta}$ sont les potentiels de l'espace-temps de Minkowski et où r désigne la *distance spatiale* à un point fixe O.

2° L'un de nous ([3]) a établi antérieurement, pour un ds^2 statique quelconque, les deux identités fondamentales suivantes :

$$\frac{\partial_i(h^i\sqrt{-g})}{\sqrt{-g}} = R_4^4; \tag{3}$$

$$\frac{\partial_i(k^i\sqrt{-g})}{\sqrt{-g}} = \frac{R_{44}}{g_{44}} - \frac{M^2}{g_{44}} \quad (i \text{ et tout indice latin} = 1, 2, 3), \tag{4}$$

où les vecteurs d'espace $\vec{h}$ et $\vec{k}$ admettent les composantes

$$h^i = \Gamma_{4\alpha}^i g^{4\alpha}; \qquad k^i = -\frac{1}{2} g^{ij} \frac{\partial_j g_{44}}{g_{44}}$$

et où

$$Q_{ij} = \frac{1}{2} g_{44}\left[\partial_i\left(\frac{g_{4j}}{g_{44}}\right) - \partial_j\left(\frac{g_{4i}}{g_{44}}\right)\right]; \qquad M^2 = \frac{1}{2}(g^{ik}g^{jh} - g^{ih}g^{jk})Q_{ij}Q_{hk}.$$

3° Plaçons-nous sur une section d'espace E déterminée et soit V le volume occupé dans E par la matière. Désignons par Σ une sphère géodésique tracée dans E de rayon r arbitrairement grand limitant un volume W. De l'identité (3) il résulte

$$\text{flux}_\Sigma \vec{h} = \iiint_V R_4^4 \sqrt{-g}\, dx^1\, dx^2\, dx^3,$$

et de l'identité (4),

$$\text{flux}_\Sigma \vec{k} = \iiint_V \frac{R_{44}}{g_{44}} \sqrt{-g}\, dx^1\, dx^2\, dx^3 - \iiint_W \frac{M^2}{g_{44}} \sqrt{-g}\, dx^1\, dx^2\, dx^3.$$

Or, quand r augmente indéfiniment, le flux du vecteur $\vec{k}$ à travers Σ tend vers le flux du vecteur $\vec{h}$ à travers la même surface. On en déduit la formule intégrale

$$\iiint_V g_{4i} R_4^i \frac{\sqrt{-g}}{g_{44}}\, dx^1\, dx^2\, dx^3 = \iiint_E \frac{M^2}{g_{44}} \sqrt{-g}\, dx^1\, dx^2\, dx^3. \tag{5}$$

Les conséquences de cette formule sont importantes. Si la matière est sché-

---

([2]) *Cf.* par exemple EINSTEIN et PAULI, *Ann. of Math.*, **44**, 1943, p. 135.

([3]) *Cf.* LICHNEROWICZ, *Actual. scient.*, Paris, 1939, p. 65) et *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 433. Avec les notations de cette Note $\vec{K} = -2\vec{k}$.

matisée sous forme de fluide parfait,

$$R_4^i = \chi \rho u_4 u^i,$$

où u^α représente le vecteur-vitesse unitaire. Par suite si, à l'intérieur de la matière, les lignes de courant sont confondues avec les lignes de temps, le premier membre de (5) est nul. Il en est de même si $g_{4i} = 0$ dans V, c'est-à-dire si les ds^2 intérieurs sont statiques orthogonaux. Dans l'une ou l'autre de ces hypothèses, *sur toute l'étendue de l'univers*

$$M^2 = 0, \qquad Q_{ij} = 0,$$

et il existe un changement de coordonnées

$$x^i = x^{i'}, \qquad x^4 = x^{4'} - f(x^{1'}, x^{2'}, x^{3'}),$$

tel que le ds^2 d'univers se trouve ramené à la forme statique orthogonale de Levi-Civita. Nous énoncerons :

THÉORÈME. — *Si le ds^2 d'un univers d'Einstein est statique général et à comportement asymptotique euclidien selon* (2), *il est nécessairement partout statique orthogonal dans l'une ou l'autre des hypothèses suivantes :*

1° *Les lignes de courant à l'intérieur de la matière sont confondues avec les lignes de temps;*

2° *Les ds^2 intérieurs sont simultanément statiques orthogonaux.*

Ce théorème permet par exemple de réduire considérablement les postulats, *a priori* indépendants, qui conduisent à la formation des ds^2 intérieur et extérieur de Schwarzschild ($u^i = 0$).

GÉOMÉTRIE. — *Sur l'équation de Gauss des surfaces d'Ossian Bonnet de troisième classe.* Note de M. **Victor Lalan**, transmise par M. Élie Cartan.

1. Sur toute surface d'O. Bonnet de troisième classe [1], envisagée comme surface à courbure moyenne isotherme [2], la fonction $\psi(u, v)$ et la courbure moyenne $H = f(u+v) = f(t)$ sont liées par l'équation de Gauss, du troisième ordre en f,

$$\frac{d^2}{dt^2} \log |f'| = \left(\frac{2}{\gamma} + \frac{f^2}{f'}\right) \psi_{uv} - \gamma f', \tag{1}$$

où γ est une constante, égale au rapport des paramètres différentiels de ψ, $\Delta_1 \psi / \Delta_2 \psi$, et où ψ_{uv} est réductible, suivant le type de la surface, à l'une des

[1] Nous adoptons, au sujet des classes et des types, la terminologie de M. E. Cartan (*Bull. des Sc. Math.*, **61**, 1942, p. 55-85).

[2] *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 214-216.

trois formes

$$\frac{\gamma}{\sin^2 t}\,(\text{type } \mathbf{A}),\qquad \frac{\gamma}{\operatorname{sh}^2 t}\,(\text{type } \mathbf{B}),\qquad \frac{\gamma}{t^2}\,(\text{type } \mathbf{C}).$$

L'objet de cette Note est de montrer que l'équation (1), sur laquelle on sait peu de chose, se laisse ramener à l'équation de Gauss des hélicoïdes, ou à celle des surfaces de révolution, et, par voie de conséquence, d'en effectuer une transformation intéressante.

Type **A**. — En posant $g = -\gamma \cot t$, de sorte que $g' = \psi_{uv}$, l'équation (1) devient

$$\frac{d^2}{dt^2}\log\frac{g'}{f'} = (g^2+\gamma^2)\frac{f'}{g'} - f^2\frac{g'}{f'}; \tag{2}$$

on reconnaît l'équation de Gauss des *hélicoïdes* [3].

Type **B**. — En remplaçant $\cot t$ par $\operatorname{cth} t$, on trouve

$$\frac{d^2}{dt^2}\log\frac{g'}{f'} = (g^2-\gamma^2)\frac{f'}{g'} - f^2\frac{g'}{f'},$$

équation qui conviendrait à un *hélicoïde* dont le pas serait *imaginaire* pur.

Type **C**. — En posant $g = -\gamma/t$, il vient

$$\frac{d^2}{dt^2}\log\frac{g'}{f'} = g^2\frac{f'}{g'} - f^2\frac{g'}{f'};$$

c'est l'équation de Gauss des *surfaces de révolution* et des *cylindres*.

Le rapport g'/f' est positif dans tous les cas, car le ds^2 de la surface s'écrit $2(g'/f')\,du\,dv$, et u et v sont imaginaires conjugués.

2. Nous obtiendrons une intégrale première de (1) en faisant un changement d'inconnue suggéré par l'étude directe des hélicoïdes. Posons, λ et μ étant des fonctions de t,

$$f = \frac{\mu'}{2\lambda\lambda'},\qquad g = \frac{\lambda\mu'}{\lambda'} - 2\mu, \tag{3}$$

d'où

$$\lambda^2 = \frac{g'}{2f'},\qquad \mu = \frac{fg'-gf'}{2f'}.$$

L'équation (2) devient

$$2\frac{d}{dt}\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right) = -\frac{2\mu\mu'}{\lambda\lambda'} + \frac{1}{2\lambda^2}(4\mu^2+\gamma^2).$$

Multipliant les deux membres par λ'/λ et intégrant, on trouve

$$\frac{\lambda'^2}{\lambda^2} + \frac{1}{4\lambda^2}(4\mu^2+\gamma^2) = a^2 \qquad (a,\ \text{const.}), \tag{4}$$

et, en revenant aux fonctions f et g,

$$\frac{1}{4}\left[\frac{d}{dt}\log\frac{g'}{f'}\right]^2 + \frac{f'}{2g'}\left[\left(\frac{fg'-gf'}{f'}\right)^2 + \gamma^2\right] = a^2. \tag{5}$$

---

[3] *Cf.* notre article du *Bull. de la Soc. Math.*, 75, 1947, p. 63-88, spécialement p. 85.

Il suffit de remplacer g par $-\gamma \cot t$ pour obtenir l'intégrale première relative au type **A**

$$\left(\frac{f''}{f'} + 2\cot t\right)^2 - 4\gamma f \cot t + \frac{2\gamma}{\sin^2 t}\frac{f^2}{f'} + 2\gamma f' = 4a^2.$$

L'intégrale première valable pour le type **B** s'obtiendrait en changeant $\sin t$ en $\operatorname{sh} t$, et $\cot t$ en $\operatorname{cth} t$ ([4]). Pour le type **C**, il faudrait, dans (5), supprimer le terme γ^2, et poser $g = -\gamma/t$; on aboutirait à

$$\left(\frac{f''}{f'} + \frac{2}{t}\right)^2 + \frac{4\gamma f}{t} + \frac{2\gamma}{t^2}\frac{f^2}{f'} + 2\gamma f' = 4a^2.$$

3. On peut donner à ces équations une forme plus avantageuse. De (4), tirons μ en fonction de λ et de λ', et portons dans la seconde des relations (3); il vient

(6) $$g = \frac{4\lambda'^2 - 2\lambda\lambda'' - 2a^2\lambda^2 + \gamma^2}{\sqrt{4a^2\lambda^2 - 4\lambda'^2 - \gamma^2}}.$$

La fonction $g(t)$ étant connue (c'est soit $-\gamma \cot t$, soit $-\gamma \operatorname{cth} t$, soit $-\gamma/t$, suivant le type), nous avons là une équation du second ordre en λ. (Pour le type **C**, cas où $g = -\gamma/t$, il faut supprimer, au second membre, les termes en γ^2.) Une fois λ déterminée, $f(t)$ serait donnée, d'après la première relation (3), par la formule

$$f = \frac{a^2\lambda - \lambda''}{\lambda\sqrt{4a^2\lambda^2 - 4\lambda'^2 - \gamma^2}}.$$

Les trois constantes arbitraires sont a et les deux constantes qu'introduit l'intégration de (6).

ÉLASTICITÉ. — *Sur la détermination du centre de torsion d'un cylindre à l'aide du théorème de réciprocité.* Note ([1]) de M. **Jean Mandel**, présentée par M. Albert Caquot.

Un cylindre élastique de génératrices parallèles à Oz, soumis à une force normale à Oz (effort tranchant), ne subit pas de torsion (mais seulement une flexion) lorsque la ligne d'action de l'effort tranchant passe par un point de la section droite appelé *centre de torsion*. S'il n'en est pas ainsi, la force équivaut à une force passant par le centre de torsion et un couple d'axe Oz et l'on est ramené à superposer un équilibre de flexion et un équilibre de torsion : d'où l'intérêt de la détermination du centre de torsion.

([4]) On trouverait ainsi l'intégrale première donnée, sans aucune explication, par Hazzidakis (*J. de Crelle*, 117, 1897, p. 48); cet auteur ne distingue pas les trois types.

([1]) Séance du 1er mars 1948.

Cette détermination peut évidemment être déduite de l'étude des contraintes de cisaillement sur la section droite dans la flexion avec effort tranchant, mais le calcul exact de ces contraintes est malaisé. Nous montrons ici que la position du centre de torsion peut aussi, par l'intermédiaire du théorème de réciprocité, être déduite de l'étude, plus facile, de la torsion pure.

Soit un cylindre limité par 2 sections droites distantes de 1. L'origine est le centre de gravité de la base de gauche, Ox et Oy sont les axes centraux d'inertie de cette base. Dans toute l'étendue du cylindre on suppose que la distribution des contraintes est celle de Barré de Saint-Venant. On envisage les 2 cas particuliers suivants du problème de B. de Saint-Venant :

1° *Flexion avec effort tranchant* de composantes X, Y passant par le centre de torsion C (ξ, η). On suppose le moment fléchissant nul dans la section d'origine. On a alors sur les sections droites des contraintes t_{xz}, t_{yz}, n_z, avec

$$n_z = (ax + by)z,$$

$$a = \frac{X}{I_y}, \qquad b = \frac{Y}{I_x} \qquad (I_x,\ I_y : \text{moments d'inertie centraux de la section}).$$

Les deux premières composantes (seules utiles ici) du déplacement sont, à un déplacement d'ensemble près, définies par

$$Eu = -\sigma z\left(a\frac{x^2-y^2}{2} + bxy\right) - a\frac{z^3}{6} \qquad (\text{E : module d'Young}),$$

$$Ev = -\sigma z\left(axy + b\frac{y^2-x^2}{2}\right) - b\frac{z^3}{6} \qquad (\sigma : \text{coefficient de Poisson}).$$

2° *Torsion* par un couple parallèle à Oz. Les déplacements sont, à un déplacement d'ensemble près, donnés par

$$u' = -\theta yz, \qquad v' = \theta xz, \qquad w' = \theta\varphi(x, y),$$

et les contraintes par

$$t'_{xz} = \mu\theta\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} - y\right), \qquad t'_{yz} = \mu\theta\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y} + x\right), \qquad \left(2\mu = \frac{E}{1+\sigma}\right),$$

θ étant une constante, $\varphi(x, y)$ une fonction harmonique qui, sur le contour de la section, vérifie

$$\frac{d\varphi}{dn} = \alpha y - \beta x \qquad (\alpha,\ \beta : \text{cosinus directeurs de la normale } n).$$

Appliquons alors le théorème de réciprocité de Maxwell. Le travail, dans la torsion, des forces du premier chargement est la différence des valeurs de l'intégrale

$$\iint_\Sigma (t_{zx}u' + t_{zy}v' + n_z w')\,d\omega,$$

étendue à l'aire Σ d'une section droite, quand on passe de la base de droite à la

base de gauche, soit

$$\theta l(Y\xi - X\eta) + \theta l \iint_{\Sigma} (ax + by)\varphi(x, y)\, d\omega.$$

Le travail des forces du deuxième chargement s'évalue d'une manière analogue. Son expression se simplifie et devient

$$\frac{\sigma}{1+\sigma}\theta l \left[b \iint_{S} \psi_1 x\, d\omega - a \iint_{S} \psi_1 y\, d\omega \right],$$

si l'on introduit, au lieu de φ, la fonction de tension ψ_1 définie par

$$\mu\theta\, d\psi_1 = t'_{xz}\, dy - t'_{yz}\, dx,$$

fonction qui est constante sur le contour ou chacun des contours partiels.

L'égalité des deux travaux (valable quels que soient X et Y) donne alors

$$I_x\xi = -\iint_{\Sigma} y\varphi(x, y)\, d\omega + \frac{\sigma}{1+\sigma}\iint_{S} \psi_1 x\, d\omega,$$

$$I_y\eta = \iint_{\Sigma} x\varphi(x, y)\, d\omega + \frac{\sigma}{1+\sigma}\iint_{S} \psi_1 y\, d\omega.$$

Pour une section pleine, l'aire S coïncide avec l'aire Σ de la section droite. Pour une section présentant des vides, Σ est l'aire pleine, S l'aire totale (Σ + vides) enfermée par le contour extérieur; dans ce cas on doit prendre $\psi_1 = 0$ sur le contour extérieur et attribuer dans un vide à ψ_1, pour exécuter l'intégration, la valeur constante qu'il reçoit dans le corps élastique sur le contour du vide.

Les relations précédentes permettent notamment de déterminer très facilement le centre de torsion d'un tube mince de section droite quelconque (centre de torsion d'une aile d'avion par exemple).

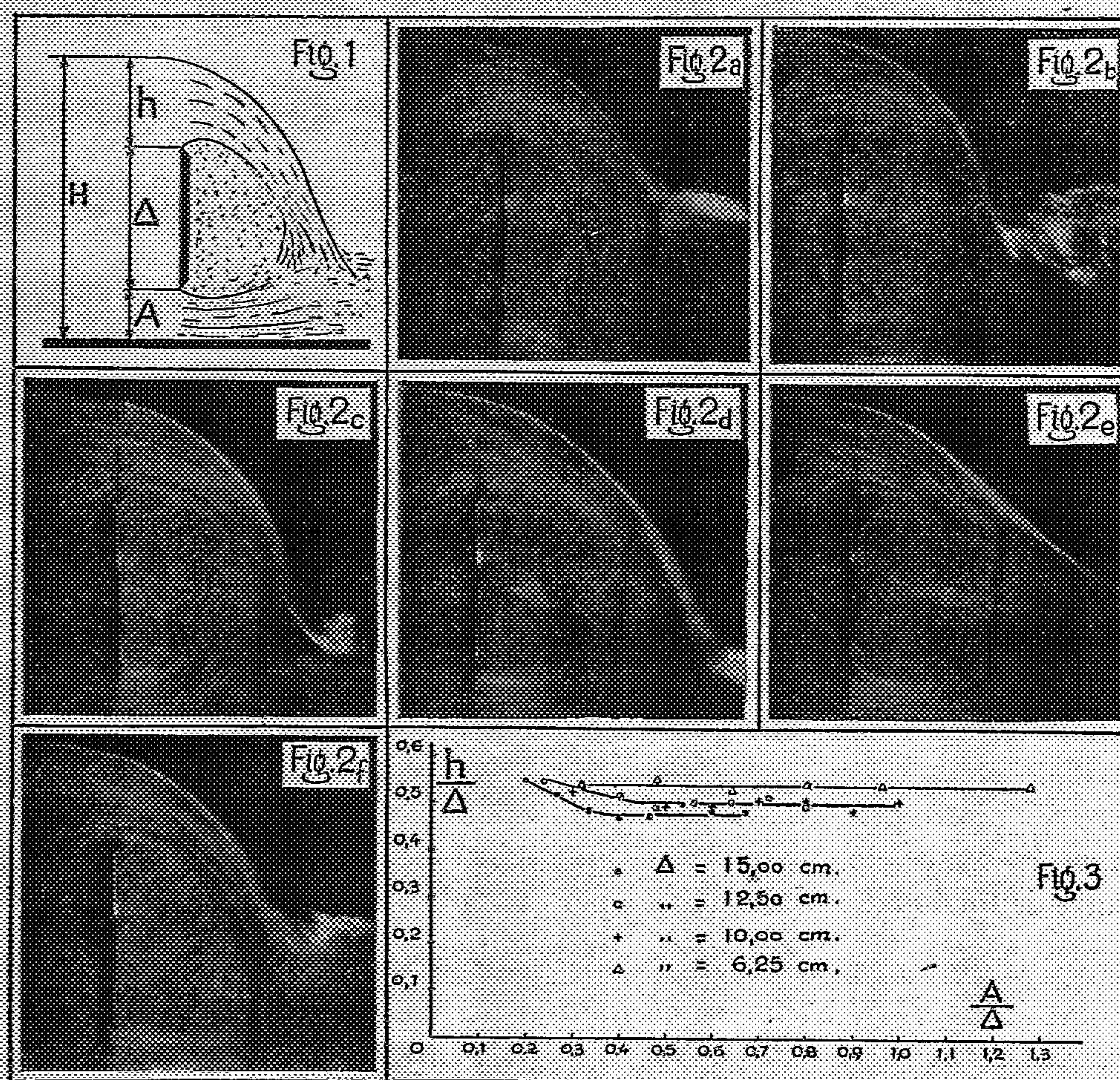
HYDRAULIQUE. — *Phénomène alternatif susceptible de menacer le fonctionnement des barrages mobiles.* Note [1] de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Les vannes des barrages mobiles qui créent une hauteur de retenue importante, sont généralement constituées par deux éléments dont le déplacement relatif de l'un par rapport à l'autre, permet d'augmenter ou de réduire la hauteur de l'écran qui obture partiellement la passe, lors de l'écoulement des crues : une technique d'exploitation souvent recommandée, au point de vue des affouillements, consiste à placer l'écran dans une position intermédiaire telle que l'écoulement se fasse, à la fois, par-dessus et par-dessous (*fig.* 1).

---

(1) Séance du 23 février 1948.

Comme suite à nos recherches antérieures sur les barrages déversoirs, d'une part, et sur les vannes de fond, d'autre part, nous avons étudié le mouvement résultant de la superposition de ces deux modes d'écoulement. Ces recherches nous ont permis de mettre en évidence un phénomène alternatif de grande amplitude et particulièrement dangereux.



I. Considérons le mouvement plan réalisé dans un canal de verre à section rectangulaire, de 7^{cm} de largeur et 38^{cm} de hauteur, dans les conditions d'écoulement ci-dessous précisées, les notations étant celles de la figure 1,

$$h = 10^{cm},8, \qquad \Delta = 15^{cm}, \qquad A = 6^{cm},2.$$

En l'absence de retenue aval et de tout dispositif d'aération, il naît derrière l'écran à minces parois des tourbillons alternés de période égale à $0^{s},39$, avec une large oscillation de la surface libre.

La succession des phénomènes est visible sur la figure 2 : en (2 *a*), la surface libre est rabattue vers le bas par le tourbillon supérieur, et vient freiner l'écou-

lement par vanne de fond : cela engendre un tourbillon inférieur (2 *b*) qui se développe, et soulève progressivement la surface libre (*fig.* 2 *c*, 2 *d*, 2 *e*), jusqu'au moment où celle-ci est à nouveau rabattue par le tourbillon supérieur (*fig.* 2 *f*).

II. Les tourbillons alternés qui prennent ainsi naissance derrière l'écran mettent en jeu des efforts brutaux qui détruiraient rapidement une vanne de construction normale. En conséquence, nous avons recherché les conditions d'apparition de ces tourbillons en faisant varier systématiquement les divers paramètres A, h, Δ :

1° Les familles de courbes de la figure 3 donnent, en fonction du rapport A/Δ, les valeurs de h/Δ au-dessous desquelles l'écoulement s'effectue régulièrement, sans oscillations, pour diverses valeurs de Δ.

2° Leur examen montre que les battements n'existent pas pour les levées de la vanne satisfaisant à la condition $A/\Delta < 0,2$; il en est de même pour les lames déversantes de hauteur h telles que l'on ait $h/\Delta < 0,45$.

3° On en déduit que les oscillations n'interviennent, pour aucune position de la vanne, si la hauteur de l'écran satisfait à l'inégalité $\Delta \geq 0,6\,H$.

Cette condition est généralement réalisée dans les barrages mobiles : toutefois, on peut concevoir *a priori* des ouvrages ayant un rapport Δ/H compris entre 0,50 et 0,60. Les conclusions de notre étude conduisent à écarter une telle solution pour laquelle les oscillations interviendraient en mettant l'ouvrage en danger, en l'absence d'aération suffisante. Nous avons, en effet, observé qu'une large aération du dos de l'écran élimine complètement le phénomène alternatif alors qu'une aération insuffisante peut, au contraire, l'amplifier.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Remarques sur la fusion de deux particules de Dirac.* Note de Mme **Marie-Antoinette Tonnelat**.

Considérons les deux équations de Dirac

$$\partial_t \psi_i^{(1)} = \sum_p \alpha_p^{(1)} \partial_p^{(1)} \psi_i^{(1)} + \frac{\varkappa mc}{2} \alpha_4^{(1)} \psi_i^{(1)},$$

$$\partial_t \psi_i^{(2)} = \sum_p \alpha_p^{(2)} \partial_p^{(2)} \psi_i^{(2)} + \frac{\varkappa mc}{2} \alpha_4^{(2)} \psi_i^{(2)},$$

et supposons que l'équation du système résultant ait la forme suivante :

$$(1) \qquad \partial_t \psi_{ik} = \sum_p (\alpha_p^{(1)} \partial_p^{(1)} + \alpha_p^{(2)} \partial_p^{(2)}) \psi_{ik} + \left(\varkappa mc \frac{\alpha_4^{(1)} + \alpha_4^{(2)}}{2} + \mathcal{H} \right) \psi_{ik}.$$

L'hamiltonien d'interaction $\mathcal{H}$ peut avoir la forme très générale

$$\mathcal{H} = a^0 \frac{\alpha_4^{(1)} + \alpha_4^{(2)}}{2} + a^p \frac{\alpha_p^{(1)} + \alpha_p^{(2)}}{2} + \ldots + b^0 \frac{\alpha_4^{(1)} - \alpha_4^{(2)}}{2} + b^p \frac{\alpha_p^{(1)} - \alpha_p^{(2)}}{2} + \ldots$$

Faisons le changement de variables

$$2X_1 = x_1^{(1)} + x_1^{(2)}, \quad \ldots, \qquad 2x_1 = x_1^{(1)} - x_1^{(2)}, \quad \ldots,$$

l'équation (1) s'écrit

$$\partial_t \psi_{ik} = \sum_p \frac{\alpha_p^{(1)} + \alpha_p^{(2)}}{2} \frac{\partial}{\partial X_p} \psi_{ik} + \sum_p \frac{\alpha_p^{(1)} - \alpha_p^{(2)}}{2} \frac{\partial}{\partial x_p} \psi_{ik} + \left(\varkappa mc \frac{\alpha_4^{(1)} + \alpha_4^{(2)}}{2} + \mathcal{K} \right) \psi_{ik}.$$

Plaçons-nous dans le système propre et cherchons s'il existe des solutions satisfaisant à

$$(2) \qquad \partial_t \Phi_{ik} = \sum_p \frac{\alpha_p^{(1)} - \alpha_p^{(2)}}{2} \partial_p \psi_{ik} + \left(\varkappa mc \frac{\alpha_4^{(1)} + \alpha_4^{(2)}}{2} + \mathcal{K} \right) \psi_{ik}.$$

Posons $\omega = (1 + a_0)/\varkappa mc$ et passons au système formé par les grandeurs tensorielles $A'_{ijk\ldots}$ résultant des combinaisons linéaires des Φ_{ik}. Cherchons s'il existe des solutions

$$A'_{ijk\ldots} = A_{ijk\ldots} e^{\varkappa mc^2 \omega t},$$

dont les équations se séparent en équations maxwelliennes relatives à $\vec{A}$, V, $\vec{E}$, $\vec{H}$ et en équations non maxwelliennes relatives à I_1, I_2, $\vec{\sigma}$, σ_4, Supposons, pour simplifier : $I_1 = \vec{\sigma} = \vec{H} = V = 0$. On constate que de l'équation (2) résultent alors les conditions suivantes :

$$a^{p4} = \pm i a^p, \quad a^{pq} = \mp b^{pq4}, \quad a^{pq4} = \mp b^{pq}, \quad a^{123} = \pm i b^{1234}, \quad a^{1234} = \mp b^{123},$$

$$\sigma_4 = \pm i I_2 \quad \text{avec} \quad \partial_p I_2 = b_p I_2 \mp i b_{p4} I_2,$$

$$\vec{E} = \mp \varkappa mc \vec{A} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overrightarrow{\text{grad}} A = - b^p A_p \mp i b^{p4} A_p, \\ \text{rot}_p A = -(b \times A)_p \mp i(b_{q4} A_r - b_{r4} A_q), \end{cases}$$

en choisissant le signe supérieur si $a_4 = 0$ et le signe inférieur si $a_4 = 2\varkappa mc\omega$.

Nous pouvons faire les remarques suivantes :

1° S'il n'existe qu'une interaction du type scalaire (terme en a_0), ainsi qu'on le suppose habituellement, la séparation des grandeurs maxwelliennes et non maxwelliennnes dans le système propre exige

$$I_2 = \text{const.}$$

Il n'existe donc pas de solution non maxwellienne intéressante. La solution maxwellienne peut se déduire d'un potentiel satisfaisant à

$$\overrightarrow{\text{rot}} A^0 = 0, \qquad \text{div} A^0 = 0.$$

On peut choisir par exemple ([1])

$$\vec{A}^0 = \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{k}{r} \right);$$

([1]) C'est la solution introduite sous une autre forme par M. L. de Broglie (*Comptes rendus*, 203, 1936, p. 473).

2° S'il existe une interaction qui fait intervenir des coefficients $a^{pq\ldots}$, b^{pq}, satisfaisant aux conditions précédentes, on peut choisir l'invariant I_2 tel que

$$I_2 = \frac{k}{r}.$$

Dans ce cas, le potentiel $\vec{A} = \vec{A}^0 f(r)$ est une solution des équations dans le système propre, $\vec{A}^0$ ayant la valeur précédente et f étant une fonction quelconque de r. Les coefficients b^p et b^{p4} auront alors la valeur suivante :

$$2\vec{b} = \overrightarrow{\text{grad}}\,\text{Log}\frac{C}{fr}, \qquad 2ib_{p4} = \partial_p \text{Log}\frac{Cr}{f}.$$

Inversement, si la forme d'interaction en b_p est quelconque,

$$2\vec{b} = \overrightarrow{\text{grad}}\,\text{Log}\,\varphi(r),$$

le potentiel vecteur devra s'écrire $\vec{A} = \vec{A}^0[C/r\varphi(r)]$.

MÉCANIQUE STATISTIQUE QUANTIQUE. — *Les principales familles de fonctions aléatoires et leurs propriétés.* Note de MM. **Edmond Arnous** et **Daniel Massignon.**

Nous avons examiné dans quelles circonstances, en théorie quantique, des grandeurs physiques forment un ensemble de fonctions aléatoires du temps, et nous avons indiqué à quelle condition ces fonctions aléatoires sont du second ordre (¹).

Nous nous proposons dans cette Note d'introduire successivement, pour de telles fonctions aléatoires, les notions de continuité, de dérivabilité, de stationnarité et d'ergodicité.

1. Une fonction aléatoire du second ordre A sera *continue en moyenne quadratique* si $A_{t+\tau} \to A_t$ lorsque $\tau \to 0$, quel que soit t. La *courbe* décrite par A_t dans $\mathcal{R}(A)$ est alors une *courbe* continue, et S_τ est continue en tout point A_t de $\mathcal{R}(A)$.

La continuité du produit scalaire $(A_t, A_{t'})$ sur l'espace $\mathcal{R}(A) \times \mathcal{R}(A)$ entraîne :

Théorème. — *Pour qu'une fonction aléatoire du second ordre* A *soit continue, il faut et il suffit que la fonction de corrélation* $r(t, t') = (A_t, A_{t'})$ *soit une fonction continue dans le plan* t, t'. *Il suffit même qu'elle soit continue pour* $t = t'$ (²).

(¹) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 318 et p. 557.

(²) La fonction de corrélation dont il est question ici est l'analogue de la grandeur que M. Loève (*Comptes rendus*, 220, 1945, p. 95 et 380; 222, 1946, p. 469, 628, 942) appelle *covariance* dans la théorie classique des fonctions aléatoires.

2. Une fonction aléatoire du second ordre, continue, sera *dérivable en moyenne quadratique,* si l'opérateur $\dot{A}_t$, dérivée de A_t [3], est self-adjoint quel que soit t, c'est-à-dire s'il représente une grandeur physique [4].

Théorème. — *Si* A *est dérivable en moyenne quadratique, les opérateurs* $\dot{A}_t$ *forment un ensemble abélien et commutent avec* $A_{t'}$ *pour tout* t'. *En d'autres termes,* A *et* $\dot{A}$ *sont deux fonctions aléatoires simultanément enregistrables.* En effet, A_t permute avec $(A_{t'+\tau}-A_{t'})/\tau$, donc avec $\dot{A}_{t'}$. De même, $\dot{A}_t$ permute avec $(A_{t''+\tau}-A_{\tau''})/\tau$, donc avec $\dot{A}_{t''}$ [5].

Un cas important est celui où la fonction d'onde ψ appartient au domaine de $\dot{A}_t$ pour tout t. $\dot{A}$ est alors du second ordre, la *courbe* décrite par A_t dans $\mathcal{R}(A)$ a une *tangente*, et $\mathcal{R}(\dot{A}) \subset \mathcal{R}(A)$.

Théorème. — *Pour que la dérivée d'une fonction aléatoire du second ordre* A *soit elle-même du second ordre, il faut et il suffit que* $\partial^2 r/\partial t.\partial t'$ *existe en tout point* t, t', *quelle que soit la façon dont on fasse tendre simultanément vers zéro les accroissements de* t *et* t' *dans le calcul de cette dérivée* [2].

3. Une fonction aléatoire du second ordre A sera *stationnaire* si les deux premiers moments de A_t sont indépendants de t et si, en outre, la fonction de corrélation $r(t, t+\tau)$ est une fonction de τ seul, c'est-à-dire si la corrélation entre deux mesures successives ne dépend que de l'intervalle de temps qui les sépare.

$$r(t, t+\tau)=r(\tau)=(A, A_\tau)=(A, S_\tau A)$$

est alors visiblement du type positif. Il lui correspond une fonction spectrale et une décomposition de A_t en fonctions aléatoires ξ_λ orthogonales à leurs accroissements

$$A_t = S_t A = \int e^{2\pi i t\lambda} d.\xi_\lambda.$$

Théorème. — *Pour qu'une fonction aléatoire du second ordre* A, *ayant un premier moment constant, soit stationnaire, il faut et il suffit que* S_τ *soit une transformation unitaire dans* $\mathcal{R}(A)$.

Cette condition est évidemment suffisante : S_τ étant isométrique

$$(S_\tau A, S_\tau A_t) = (A, A_t).$$

Elle est nécessaire : on montre successivement que S_τ est bornée, prolongeable dans tout $\mathcal{R}(A)$, et que $S_\tau^{-1} = S_\tau^*$.

---

(3) On appelle dérivée de la famille d'opérateurs A_t pour la valeur t_0 du paramètre, l'opérateur $\dot{A}_t$ défini en tout point f du domaine de $A_{t+\tau}$ (pour τ assez petit) et tel que $1/\tau$ $(A_{t+\tau}-A_t)f$ ait une limite quand $\tau \to 0$. Si g désigne cette limite, par définition $\dot{A}_t f = g$.

(4) Une telle condition n'était pas nécessaire en théorie classique, où les fonctions aléatoires n'apparaissent que par l'intermédiaire des lois de probabilité.

(5) Une démonstration correcte doit faire intervenir des familles spectrales des A_t et $\dot{A}_t$.

4. Afin d'étudier le comportement d'une série de mesures successives de la grandeur A (loi des grands nombres), il est intéressant d'introduire une notion générale d'ergodicité. Une fonction aléatoire du second ordre sera *ergodique*, si le plus petit convexe fermé contenant les A_t contient un élément invariant par la transformation S_τ.

THÉORÈME. — *Une fonction aléatoire stationnaire est ergodique.*

C'est une conséquence immédiate du théorème ergodique de von Neumann ([6]), puisque S_τ est alors unitaire.

6. Nous laisserons de côté ici les fonctions aléatoires organisées en chaînes et les processus à accroissements indépendants ([7]), qui en sont des cas particuliers, et nous terminerons par quelques remarques : si les opérateurs U_t forment un *groupe*, des simplifications apparaissent. Il suffit, par exemple, que A permute avec A_t pour tout t pour qu'il soit une fonction aléatoire; chacune des grandeurs physiques A_t est alors aussi une fonction aléatoire et $\mathcal{R}(A) \equiv \mathcal{R}(A_t)$. De plus, $\dot{A}_t = U_t^* \dot{A}\, U_t$, et, par suite, si $\dot{A}$ est self-adjoint, les $\dot{A}_t$ le sont aussi.

Enfin, quand le système est isolé, les U_t forment un groupe continu, $U_t = \exp. \{2\pi i t . H/h\}$ et l'on peut utiliser pour $\dot{A}_t$ l'expression

$$\dot{A}_t = \frac{2\pi i (A_t H - H A_t)}{h},$$

bien connue en Mécanique quantique.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la désintégration du méson.* Note ([1]) de MM. **Claude Marty** et **Jacques Prentki**, présentée par M. Frédéric Joliot.

1. Lattès, Occhialini et Powell ([2]) ont récemment mis en évidence dans le rayonnement cosmique l'existence d'un méson lourd π se désintégrant en deux mésons légers μ et μ_0. En supposant que les mésons π soient responsables des forces nucléaires suivant le formalisme de Møller et Rosenfeld ([3]), il est possible de donner une interprétation simple de ce phénomène. On peut admettre que les mésons μ ont : *a*. soit un spin 1/2; *b*. soit un spin 0 ou 1. Dans l'hypothèse *a* il est facile de calculer la probabilité de la désintégration $\pi^\pm \to \mu^\pm + \mu^0$, en se basant sur la théorie des trous de Dirac. Dans le cas *b* la théorie conduit à des divergences qui rendent son interprétation difficile. En définitive nous supposerons que les mésons π sont, soit pseudoscalaires, soit vectoriels, tandis que les mésons μ, ou mésons ordinaires du

([6]) *Proc. Nat. Acad. Sc. U. S. A.*, 18, 1932, p. 70.

([7]) *Voir* E. Arnous, *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 389.

([1]) Séance du 9 février 1948.

([2]) *Nature*, 160, 1947, p. 453 et 486.

([3]) *Kgl. Danske Vid. Selsk.*, 17, 1940, p. 8.

rayonnement cosmique, ont un spin $1/2$, cette dernière hypothèse n'étant pas incompatible avec les phénomènes de création de gerbes [4].

2. En prenant les équations de Møller-Rosenfeld pour le champ mésique [5] et en appliquant le calcul des perturbations, on trouve pour la probabilité de désintégration λ^{μ}_{PS} d'un méson π pseudo-scalaire en une paire de fermions μ (dans un référentiel lié au méson π)

$$\lambda^{\mu}_{PS} = \frac{k\varepsilon_0\varepsilon_-}{2\pi\chi_\pi^2}\left\{(f_1^2+f_2^2)\left(1+\frac{\chi_0\chi_-}{\varepsilon_0\varepsilon_-}\right)+2f_1f_2\left(\frac{\chi_0}{\varepsilon_0}+\frac{\chi_-}{\varepsilon_-}\right)+(f_1^2-f_2^2)\frac{k^2}{\varepsilon_0\varepsilon_-}\right\},$$

où ε_0, ε_-, χ_0, χ_- sont respectivement les énergies et masses au repos des mésons μ neutre et chargé, k leur quantité de mouvement, χ_π la masse au repos du méson π et f_1 et f_2 les constantes de couplage des champs $\pi_{PS}-\mu$ ($\hbar=1$, $c=1$).

Pour le méson π vectoriel, on trouve

$$(2)\qquad \lambda^{\mu}_{V} = \frac{k\varepsilon_0\varepsilon_-}{2\chi_\pi^2}\left\{(g_1^2+g_2^2)\left(1+\frac{\chi_0\chi_-}{\varepsilon_0\varepsilon_-}\right)-2g_1g_2\left(\frac{\chi_0}{\varepsilon_0}-\frac{\chi_-}{\varepsilon_-}\right)+\frac{1}{3}(g_1^2-g_2^2)\frac{k^2}{\varepsilon_0\varepsilon_-}\right\},$$

où g_1 et g_2 sont les constantes de couplage des champs $\pi_V-\mu$.

Par passage à la limite $\chi_0\to 0$, $\chi_-\to\chi_e$ (masse au repos de l'électron), on retrouve, à partir de (1) et (2), les expressions classiques de la probabilité de désintégration d'un méson en électron-neutrino

$$(3a)\qquad \lambda^{e}_{PS} = \frac{\chi_\pi}{8\pi}\left(f'_1+f'_2\frac{\chi_e}{\chi_\pi}\right)^2,$$

$$(3b)\qquad \lambda^{e}_{V} = \frac{\chi_\pi}{24\pi}(2g_1'^2+g_2'^2).$$

Les données numériques de [2] permettent de simplifier les formules (1) et (2), car les mésons μ ont des énergies cinétiques faibles. On trouve, avec $(\chi_-/\chi_\pi)=0{,}6$, $(\chi_0/\chi_\pi)=0{,}9$,

$$(4a)\qquad \lambda^{\mu}_{PS} = \frac{k}{4\pi}(f_1+f_2)^2,$$

$$(4b)\qquad \lambda^{\mu}_{V} = \frac{k}{4\pi}(g_1-g_2)^2.$$

La théorie mésique à 5 dimensions de Møller [6] permet d'abaisser le nombre des constantes figurant dans les relations ci-dessus. On pose

$$f_1=g_1,\qquad f_2=-g_2,\qquad f'_1=g'_1,\qquad f'_2=-g'_2;$$

(4a) et (4b) se réduisent alors à

$$(5)\qquad \lambda^{\mu} = \frac{k}{4\pi}(f_1+f_2)^2.$$

---

[4] Christy et Kusaka, *Phys. Rev.*, 59, 1941, p. 414.

[5] *Kgl. Danske Vid. Selsk.*, 18, 1941, p. 6.

La théorie de Møller prévoit en outre l'existence de différents états de masse pour les particules élémentaires. Il est tentant de supposer que mésons μ et électrons-neutrinos sont précisément deux états d'une même particule et que par conséquent leurs constantes de couplage vis-à-vis des mésons sont identiques $f_1 = f'_1$, $f_2 = f'_2$. On trouve alors pour $|f_2| \gg |f_1|$ les *vies moyennes* $\tau_{PS} \sim 10^{-10}$ s; $\tau_V \sim 5 \cdot 10^{-11}$ s.

4. Les vies moyennes ainsi obtenues sont beaucoup trop courtes pour permettre l'observation des mésons π si *ceux-ci ne sont pas créés localement* (2). A la précision des résultats expérimentaux utilisés, il semble donc correct de supposer, comme il a été fait ci-dessus, que mésons μ et électrons-neutrinos sont des états différents d'une même particule. On montre alors que les mésons π_{PS} se transforment plus rapidement en mésons μ qu'en électrons, tandis que pour π_V les probabilités des deux types de désintégration sont du même ordre.

Pour ce qui est de la radioactivité β du méson μ, on peut l'expliquer par la transition état excité → état fondamental, avec émission d'un boson neutre, très instable vis-à-vis de la décomposition en γ (3).

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la constante de rotation* B_J *des niveaux d'énergie moléculaires*. Note (1) de M. **JEAN G. VALATIN**.

Le carré du moment cinétique résultant d'une molécule diatomique est une constante du mouvement et les valeurs d'énergie de la molécule peuvent être données en fonction de ses valeurs propres $J(J+1)$. La représentation des différentes valeurs d'énergie d'un état électronique en fonction de $J(J+1)$ fournit une image très caractéristique du système d'énergie de l'état électronique, et les pentes des courbes d'énergie ont un sens physique simple, donnant les valeurs moyennes de l'inverse du carré de la distance internucléaire. Nous voulons examiner cette relation, en montrant sa validité dans le cas aussi des très fortes perturbations homogènes.

Les constantes de rotation $B_{J'} = [\partial E / \partial J(J+1)]_{J=J'}$ peuvent être déterminées directement aussi par l'expérience, les différences de combinaisons des bandes spectrales fournissant les pentes pratiquement identiques des cordes correspondantes. Par exemple, dans le cas simple, où les bandes se réduisent à une branche R, on obtient en émission pour les niveaux d'énergie de l'état initial

$$(1) \qquad B_J = \frac{E_{J+1} - E_J}{4J+2} = \frac{\Delta_2 F'(J)}{4J+2} = \frac{R(J) - P(J)}{4J+2}.$$

(2) FINKELSTEIN, *Phys. Rev.*, 72, 1947, p. 415.

(1) Séance du 16 février 1948.

En introduisant un système de coordonnées convenable ([2]) x, y, z lié aux noyaux et caractérisé par rapport à un système d'inertie par des angles eulériens ϑ, ψ, φ, les termes de l'opérateur d'énergie d'une molécule diatomique représentant le couplage entre rotation et mouvement électronique peuvent s'écrire sous la forme

$$(2) \qquad -\frac{1}{4\pi^2\mu}\frac{1}{r^2}(L_x M_x + L_y M_y).$$

L_x, L_y, L_z sont les composants du moment cinétique résultant des électrons, M_x, M_y, M_z les composants du moment cinétique résultant de la molécule, μ est la masse réduite des noyaux, r la distance internucléaire. Abstraction faite de ces termes de couplage, les coordonnées angulaires peuvent être séparées et la fonction d'onde de la molécule s'écrit

$$(3) \qquad \Psi^{(\Omega)}(x_i, r, \vartheta, \psi, \varphi) = \Phi_J^{(\Omega)}(x_i, r)\Theta_\Omega^{J,M}(\vartheta, \psi, \varphi).$$

x_i représente les coordonnées des électrons et l'état moléculaire correspond à une valeur Ω définie de L_z dans la direction de l'axe joignant les noyaux. Pour la fonction $\Phi_J^{(\Omega)}(x_i, r)$ on obtient l'équation

$$(4) \qquad H_\Omega \Phi_J^{(\Omega)}(x_i, r) = \left\{ \frac{h^2}{8\pi^2\mu}\left(-\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{L_x^2 + L_y^2 - L_z^2}{r^2} \right) + T_e + U + J(J+1)\frac{h^2}{8\pi^2\mu}\frac{1}{r^2} \right\} \times \Phi_J^{(\Omega)}(x_i, r) = E\Phi_J^{(\Omega)}(x_i, r),$$

T_e représente l'énergie cinétique des électrons et U les interactions entre les particules. Dans cette équation la quantité $J(J+1)$ correspondant à M^2 intervient seulement comme paramètre et les valeurs propres E de l'énergie, ainsi que les fonctions d'onde $\Phi_J^{(\Omega)}(x_i, r)$ peuvent être considérées comme fonctions de ce paramètre.

En dérivant l'équation (4) par rapport à ce paramètre, on peut écrire

$$(5) \qquad \frac{\partial H_\Omega}{\partial J(J+1)}\Phi_J^{(\Omega)} + H_\Omega \frac{\partial \Phi_J^{(\Omega)}}{\partial J(J+1)} = \frac{\partial E}{\partial J(J+1)}\Phi_J^{(\Omega)} + E\frac{\partial \Phi_J^{(\Omega)}}{\partial J(J+1)}.$$

Multipliant cette équation à gauche par $\overline{\Phi}_J^{(\Omega)}$ et sommant par rapport aux variables, les deuxièmes termes des deux membres donnent des intégrales égales par suite de l'hermiticité de l'opérateur H_Ω. Avec une fonction $\Phi_J^{(\Omega)}$ convenablement normalisée, il résulte que

$$(6) \qquad B_J = \frac{\partial E}{\partial J(J+1)} = \int \overline{\Phi}_J^{(\Omega)} \frac{\partial H_\Omega}{\partial J(J+1)} \Phi_J^{(\Omega)} dx_i dr = \frac{h^2}{8\pi^2\mu}\int \overline{\Phi}_J^{(\Omega)} \frac{1}{r^2}\Phi_J^{(\Omega)} dx_i dr.$$

Comme la sommation par rapport aux variables angulaires ne change pas ce

([2]) J. G. Valatin, *Hungarica Acta Physica*, 1, 1947, p. 23; *Phys. Rev.*, 71, 1947, p. 458.

résultat, du point de vue de l'équation (4), la constante de rotation B_J donne exactement la valeur moyenne de $1/r^2$ dans les états d'énergie de la molécule. Ce résultat est valable aussi dans le cas des fortes perturbations homogènes ([3]), les termes causant ces perturbations étant contenus dans l'opérateur H_Ω.

Si l'on tient compte des termes de couplage (2) de rotation, ceux-ci ont pour effet de coupler les états de différents nombres quantiques Ω. Puisque les éléments de matrices de l'opérateur (2) dépendent encore explicitement du nombre quantique J, la relation (6) n'a qu'une validité approximative. La considération des ordres de grandeur montre cependant que l'approximation est en général bonne.

ÉLECTRICITÉ. — *Étude à l'oscillographe cathodique des phénomènes transitoires à très basse fréquence difficiles à synchroniser.* Note ([1]) de M. **Frantz Perrier**, transmise par M. Aimé Cotton.

Les montages habituellement utilisés pour l'étude, à l'oscillographe cathodique, des phénomènes transitoires s'avèrent défectueux pour des phénomènes se reproduisant environ toutes les demi-secondes, comme c'est le cas par exemple pour la formation des gouttes de mercure d'un polarographe. Avec des périodes aussi longues et aussi mal définies que celles des oscillations de relaxation, la base de temps des oscillographes se synchronise très mal et l'on obtient sur l'écran de l'oscillographe une courbe peu stable avec laquelle il est difficile et fatigant de faire des mesures précises. Je me suis proposé, pour éviter cet inconvénient, de mettre au point une méthode de mesures pouvant s'employer avec tous les oscillographes et n'utilisant que du matériel facile à se procurer.

Principe de la méthode. — La méthode proposée est la traduction expérimentale d'un mode d'étude théorique bien connu dans le domaine des oscillations de relaxation : le tracé des courbes intégrales ([2]). Ces courbes ne font pas intervenir explicitement le temps, leur image sur l'écran de l'oscillographe doit donc être stable : c'est ce que l'expérience vérifie.

Pour obtenir une courbe intégrale, il suffit de déconnecter les plaques de l'oscillographe, de l'amplificateur d'une part et de la base de temps d'autre part; d'appliquer, comme d'ordinaire, la tension à étudier à l'entrée de l'amplificateur, et de brancher à la sortie de celui-ci un condensateur C en série avec une résistance R. Désignons par v, v_x, v_y les différences de potentiel à la sortie

([3]) Pour des courbes d'énergie $E = E[J(J+1)]$ dans le cas des très fortes pertubations homogènes du spectre de la molécule AgH, *voir* par exemple : L. Gerö et R. Schmid, *Zeitschrift für Physik*, 121, 1943, p. 459.

([1]) Séance du 1er mars 1948.

([2]) *Voir* par exemple : A. Liénard, *Revue générale d'Électricité*, 23, 1928, p. 901.

de l'amplificateur, aux bornes du condensateur et de la résistance. Ces trois quantités sont reliées par les deux relations

$$v = v_x + v_y, \tag{1}$$

$$v_y = \mathrm{CR}\frac{dv_x}{dt}. \tag{2}$$

Si l'on applique v_x et v_y respectivement aux deux paires de plaques de l'oscillographe, on obtient une courbe intégrale; C et R doivent être tels que le débit de l'amplificateur, fonctionnant dans ces conditions, n'excède pas son débit normal et que la constante de temps CR soit très faible vis-à-vis de la plus faible durée qui amène une variation mesurable du phénomène étudié. Une résistance de l'ordre du mégohm et une capacité de l'ordre du millième de microfarad conviennent très bien. Il est commode de prendre un condensateur variable du type utilisé en T. S. F. qui permet d'ajuster à chaque instant les sensibilités relatives des abscisses et des ordonnées suivant la particularité de la courbe intégrale que l'on se propose d'observer.

Vérifications et essais du montage. — 1. Les équations (1) et (2) supposent implicitement l'amplificateur sans distorsion; il faut évidemment vérifier cette hypothèse. L'oscillographe porte en lui-même les éléments de cette vérification. Branchons à l'entrée de l'amplificateur la tension de balayage de l'oscillographe : celle-ci est une fonction linéaire du temps et doit, d'après (1) et (2), donner comme courbe intégrale une parallèle à l'axe des x. Si cette condition est vérifiée, c'est que : la base de temps, l'amplificateur, la capacité et la résistance utilisés conviennent. Le matériel dont je dispose vérifie cette condition jusqu'à des fréquences supérieures à 1000 cycles par seconde.

2. Au semi-palier des polarogrammes ([3]) doit correspondre également une parallèle à l'axe des x. Cela a été vérifié en faisant fonctionner deux oscillographes en parallèle, l'un donnant la courbe directe, l'autre la courbe intégrale; on constate ainsi qu'à un allongement du semi-palier correspond un allongement proportionnel de la partie horizontale de la courbe intégrale.

3. Les oscillations de relaxation d'un condensateur se chargeant à travers une résistance et se déchargeant dans une lampe au néon permettent de vérifier qu'à l'exponentielle correspond une droite inclinée, ainsi qu'il résulte immédiatement des deux équations fondamentales.

4. Enfin, comme le montage proposé est celui que l'on emploie aussi pour obtenir des oscillogrammes elliptiques à partir d'une tension sinusoïdale, l'utilisation d'une telle tension de fréquence connue, permet par la mesure de l'ellipticité de la courbe obtenue de déterminer la constante de temps CR sur

([3]) Un polarogramme est dessiné dans une Note de F. Bon (*Comptes rendus*, 222, 1946, p. 287); on trouvera dans cette Note la définition du semi-palier et pourra constater que, même sur cette courbe schématique, la nature même du phénomène limite la précision.

l'appareil lui-même, c'est-à-dire dans des conditions très voisines des conditions d'emploi. Signalons de plus que, l'œil étant très sensible aux moindres irrégularités du contour d'une ellipse, les harmoniques sont nettement mis en évidence, même si leur amplitude est très faible.

Conclusions. — 1. Ce montage, mis au point en vue de mesures polarographiques, s'est révélé efficace. Malgré l'irrégularité des gouttes qui sortent d'un capillaire, la courbe intégrale obtenue est assez stable pour que des mesures de semi-palier puissent être faites à un millimètre près, c'est-à-dire avec une précision de l'ordre de 5 % : la définition même de la grandeur à mesurer rendrait illusoire une précision meilleure.

2. On peut évidemment appliquer ce montage à d'autres phénomènes transitoires et aux oscillations de relaxation à très basse fréquence. La courbe intégrale complète la courbe tracée en fonction du temps, mettant en évidence les singularités de la courbe (points d'inflexion, points anguleux, etc.) et étalant sur l'écran les parties de courbe qu'un balayage linéaire permet mal d'observer. C'est ainsi que la courbe intégrale correspondant au balayage linéaire de la base de temps de l'oscillographe permet d'analyser le retour du spot qui occupe sur l'écran une longueur environ 3 fois plus grande que l'aller.

ÉLECTRONIQUE. — *Sur l'obtention de surfaces métalliques fraîches par abrasion mécanique dans le vide, et sur l'étude de ces surfaces par diffraction électronique.* Note (¹) de M. **Robert Courtel.**

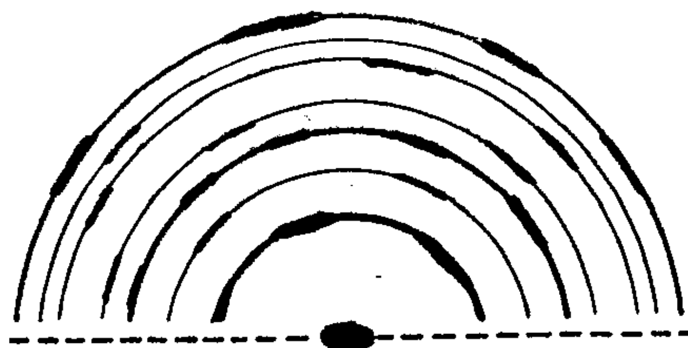
Un trait commun à tous les modes de préparation et de finition des surfaces métalliques, aussi bien par des moyens mécaniques que par voie électrolytique, est la présence d'un milieu ambiant susceptible d'agir chimiquement sur la surface à plus ou moins brève échéance (oxygène de l'air, électrolyte de la solution conductrice, etc.) ou simplement capable de s'adsorber immédiatement sur elle. La présence du film résultant, de nature et de structure généralement mal définies, d'épaisseur souvent très faible, peut cependant exercer un effet déterminant sur les propriétés superficielles et physico-chimiques du métal. (frottement par exemple).

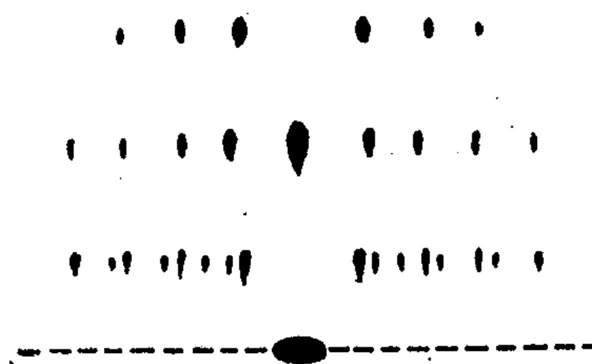
Il a paru intéressant de réaliser dans le vide le processus habituel de l'usinage ou du polissage, afin de déterminer de façon certaine les facteurs qui tiennent à la présence de l'air ou des impuretés ambiantes. Le meulage a été choisi comme opération-type, susceptible de conduire à un état de surface bien défini et reproductible; cette opération est effectuée *dans l'enceinte même* d'un analyseur électronique, ce qui permet d'en contrôler à tout instant la marche, puis d'examiner les surfaces obtenues par la diffraction des électrons. Dans la série d'essais effectués jusqu'ici, le moteur entraînant la meule était placé tout entier

(¹) Séance du 23 février 1948.

dans le vide; les mouvements de translation et de rotation nécessaires pour la mise en place de la meule et de l'échantillon, la réalisation des passes de rectification, et l'examen de la surface, étaient obtenus par l'intermédiaire de rodages plans ou coniques, graissés. Au cours de ces diverses opérations, l'analyseur était sous tension (40 kV), et le vide se maintenait de l'ordre de 10^{-3} mm de mercure, même lorsque le moteur d'entraînement tournait durant une quinzaine de minutes à 15 000 t/min (ce qui correspond à une vitesse de coupe de l'ordre de 15 m/sec à la périphérie de la meule en alundum de diamètre 2^{cm}). Des dispositions étaient prises pour éviter la déviation des électrons par le champ magnétique du moteur.

Dans ces conditions, le meulage d'un échantillon d'acier ordinaire conduit régulièrement à un diagramme de diffraction intense de fer α fortement écroui (*fig.* 1); ce diagramme s'affaiblit progressivement tandis que viennent


Fig. 1.


Fig. 2.

s'y superposer, après quelques minutes, trois taches symétriquement disposées et caractéristiques d'un dépôt de corps gras orienté (Murison, Andrews, Trillat); au bout d'une quinzaine de minutes, dans tous les cas où l'on a opéré avec les précautions indispensables (échantillon et meule très propres au départ), le diagramme de fer α a disparu à peu près totalement, tandis que sont apparues progressivement un grand nombre de taches extrêmement nettes et intenses, correspondant à une couche grasse constituée de molécules parfaitement orientées et régulièrement disposées (*fig.* 2); des diagrammes à peu près identiques ont été observés par Nelson [2], mais avec une technique différente. L'interprétation première de ces phénomènes d'orientation des corps gras a été donnée par J.-J. Trillat et V. Hirsch [3], et J.-J. Trillat et H. Motz [4] qui ont montré que ces diagrammes disparaissent sous l'impact un peu prolongé du faisceau d'électrons ou sous l'action du benzène sur la surface de l'échantillon.

Le phénomène observé, aisément et régulièrement reproductible, est en

---

[2] *Physical Review*, **44**, 1933, p. 717.
[3] *Comptes rendus*, **215**, 1932, et *Journal de Physique*, **38**, janvier 1933.
[4] *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1299; *Annales de Physique*, **4**, 1935, p. 273-304; *Trans. Faraday Soc.*, **31**, 1935, p. 1127-1134.

faveur de l'hypothèse qu'une surface mécanique fraîchement préparée et non souillée doit posséder une activité considérable du point de vue physico-chimique : les corps gras, constamment présents dans l'appareil du fait des rodages graissés, de la pompe à diffusion à huile et du moteur légèrement lubrifié, se déposent rapidement sur l'échantillon en s'orientant parfaitement et en se disposant très régulièrement. Ces faits sont en accord avec les expériences de J.-J. Trillat (*loc. cit.*) sur la contamination accidentelle ou provoquée des surfaces métalliques, mais ils apportent un élément nouveau et important, à savoir la présence de surfaces fraîches obtenues à partir d'un métal massif, préparées à l'abri de toute contamination.

Comme contre-épreuve, si l'on répète l'opération du meulage sur le même échantillon, mais cette fois dans l'air, on n'obtient plus, dans les mêmes conditions expérimentales d'observation, le diagramme de taches caractéristique de l'adsorption des molécules grasses orientées sur la surface ainsi préparée.

D'une façon générale, la technique du meulage et du polissage dans le vide paraît susceptible de conduire à des résultats nouveaux à mesure qu'elle se perfectionnera, tant par l'amélioration des conditions mécaniques de son emploi que par l'élimination progressive de toutes les causes de contamination des surfaces obtenues. Nous nous proposons d'étudier systématiquement ces phénomènes.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Pouvoirs d'arrêt de diverses substances pour un fragment de fission donné de l'uranium.* Note (1) de M. **Francis Suzor**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Nous donnons ici une extension pour diverses substances du résultat que nous avons déjà publié pour l'or (2). Avec une méthode (3) due à M. F. Joliot, nous avons mesuré (4) le parcours maximum dans l'aluminium du $^{97}_{40}Zr$, de période 17 heures, venant par fission d'une couche mince d'urane déposée électrolytiquement sur une lame de cuivre. Ce parcours était obtenu par la mesure au compteur Geiger-Muller de l'activité due au zirconium de période 17 heures, venant après séparation chimique de feuilles minces d'aluminium d'environ 0,18 mg/cm² empilées sur la couche mince d'urane. Nous rappelons, comme nous l'avons déjà indiqué (2), que dans une autre expérience, nous avons mis sur la couche d'urane une feuille d'or de 9,89 mg/cm², et au-dessus de celle-ci des feuilles d'aluminium de 0,18 mg/cm². L'étude de l'activité du zirconium 17 heures venant de ces dernières feuilles nous a donné une fin de

(1) Séance du 16 février 1948.
(2) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1155.
(3) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 488.
(4) *Jour. de Phys.*, févr. 1947, p. 39.

parcours. Par translation convenable des abscisses, c'est-à-dire de l'épaisseur traversée en mg/cm² d'Al, et par multiplication par un facteur convenable des ordonnées, c'est-à-dire de l'activité de chaque feuille d'aluminium ramenée à une même épaisseur, nous avons fait coïncider par superposition cette fin de parcours avec la fin de la courbe donnant le parcours du zirconium dans l'aluminium. Nous avons ainsi trouvé que la feuille d'or de 9,89 mg/cm² équivaut à une feuille d'aluminium de 3,46 mg/cm². Ceci nous donne un pouvoir d'arrêt massique de l'or par rapport à l'aluminium

$$p_{Au} = 0,350 \pm 0,005,$$

la précision de 2 % indiquée résulte de l'opération de superposition des deux courbes de fin de parcours, d'une part après traversée de l'aluminium, d'autre part après traversée de l'or suivant la méthode que nous venons de décrire.

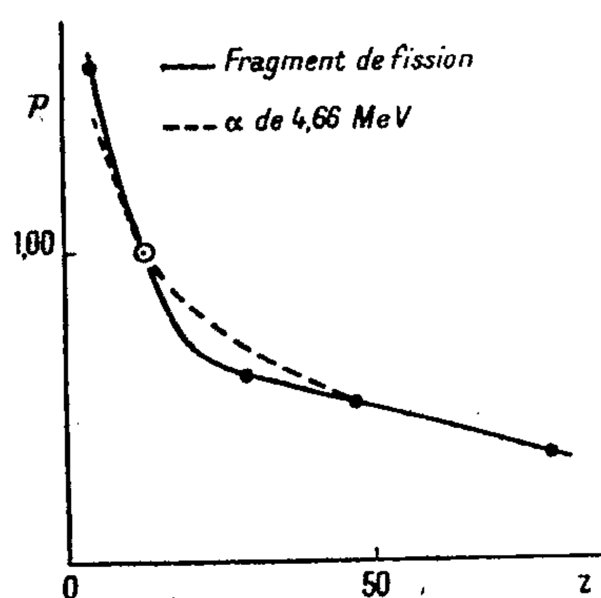
D'autres expériences identiques ont été répétées avec :

1° Une feuille d'argent de 6,50 mg/cm² ;

2° Une feuille de laiton de 5,16 mg/cm² ;

3° Une feuille d'acétate de cellulose de 2,20 mg/cm².

D'une façon plus précise, la feuille de laiton contenait 85 % de cuivre et 15 % de zinc. C'est pratiquement comme si nous avions une feuille de cuivre, car le zinc a un numéro atomique supérieur seulement d'une unité à celui du cuivre. Les feuilles d'acétate de cellulose, bien régulières en épaisseur, ont été obtenues par évaporation dans une cuvette de verre de 20 cm de diamètre à fond plat et horizontal de 25 cm² environ d'une solution d'acétate de cellulose dans de l'acétone (4 g dans 100 cm³). Nous donnons nos résultats dans le tableau ci-dessous, et nous



	α	Fragments de fission	
	4,66 MeV.	Segré. Wiegand.	Suzor.
Collodion....	1,38	1,70	
Acétate de cellulose.....			1,60 ±0,03
Al...........	1	1	1
Cu..........	0,69	0,66	0,59 ±0,01
Ag..........	0,51	0,55	0,52 ±0,01
Au..........	0,36	0,34	0,35 ±0,005

rappelons ceux relatifs à des particules α de 4,66 MeV, ainsi que ceux de Segré et Wiegand [5] valables pour le mélange des produits de fission. Pour montrer la différence de comportement des α de 4,66 MeV et du produit de fission $^{97}_{40}Zr$, nous donnons ci-contre la courbe des pouvoirs d'arrêt p en fonction du nombre atomique Z. Pour l'acétate de cellulose nous avons pris le nombre atomique moyen 4,2.

(5) *Phys. Rev.*, **70**, 1946, p. 808.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude réfractométrique des acétophénones substituées sur le* CH_3. Note [1] de MM. **Claude Cherrier** et **Jacques Metzger**, présentée par M. Jean Cabannes.

L'un de nous [2] poursuivant une étude sur la liaison C = O des cétones, nous avons déterminé les réfractions moléculaires des acétophénones substituées sur le CH_3. La préparation de ces substances fera l'objet d'une prochaine Note en collaboration avec G. Fanica. Toutes les déterminations de densités et d'indices de réfraction ont été faites à 25°,0. Les indices ont été mesurés pour les raies suivantes : C(6562,8 Å), D(5893 Å), *e*(5460,7 Å), F(4861,3 Å), et *g*(4358,3 Å). Les exaltations moléculaires (E. M.) et spécifiques (E. Σ.) sont indiquées pour chaque substance; l'exaltation de dispersion spécifique est exprimée en pour cent. La précision des mesures est : $\Delta d \leqq 4.10^{-4} d$; $\Delta n \leqq 0,80.10^{-5} n$; $\Delta R \leqq 6.10^{-4} R$.

1° *Acétophénone :* E_{12} 83°,5 ; $d = 1,0245$;

$n_c = 1,52660$; $n_D = 1,53206$; $n_e = 1,53689$; $n_F = 1,54624$; $n_g = 1,55843$.

Réfract. Molécul.	R_C.	R_D.	R_e.	R_F.	R_g.	$R_F - R_C$.
Calc. pr. $C_8H_8O_{=}$	35,29	35,54	35,77	36,14	36,63	0,86
Mesuré	36,04	36,34	36,62	37,15	37,83	1,11
E. M.	+ 0,75	+ 0,80	+ 0,85	+ 1,01	+ 1,20	+0,25
E. Σ.	+ **0,62**	+ **0,66**	+ **0,71**	+ **0,84**	+ **1,00**	**+29%**

2° *Propiophénone :* F 18°,6 ; $d = 1,0069$;

$n_C = 1,51997$; $n_D = 1,52505$; $n_e = 1,52935$; $n_F = 1,53797$; $n_g = 1,54902$.

Calc. pr. $C_9H_{10}O_{=}$	39,88	40,17	40,40	40,81	41,34	0,93
Mesuré	40,51	40,84	41,12	41,68	42,40	1,17
E. M	+ 0,63	+ 0,67	+ 0,72	+ 0,87	+ 1,14	+0,24
E. Σ	+ **0,47**	+ **0,50**	+ **0,54**	+ **0,65**	+ **0,85**	**+26%**

3° *Éthylacétophénone :* $É_2$ 80° ; $d = 0,9858$;

$n_C = 1,51295$; $n_D = 1,51775$; $n_e = 1,52190$; $n_F = 1,53000$; $n_g = 1,54052$.

Calc. pr. $C_{10}H_{12}O_{=}$	44,48	44,79	45,04	45,48	46,05	1,10
Mesuré	45,18	45,54	45,84	46,44	47,21	1,26
E. M	+ 0,70	+ 0,75	+ 0,80	+ 0,96	+ 1,16	+0,16
E. Σ	+ **0,47**	+ **0,51**	+ **0,54**	+ **0,65**	+ **0,78**	**+15%**

4° *Diméthylacétophénone :* $É_{18}$ 106° ; $d = 0,9800$;

$n_C = 1,51068$; $n_D = 1,51550$; $n_e = 1,51959$; $n_F = 1,52781$; $n_g = 1,53720$.

Calc. pr. $C_{10}H_{12}O_{=}$	44,48	44,79	45,04	45,48	46,05	1,10
Mesuré	45,28	45,64	45,94	46,55	47,25	1,27
E. M	+ 0,80	+ 0,85	+ 0,90	+ 1,07	+ 1,20	+0,17
E. Σ	+ **0,54**	+ **0,57**	+ **0,61**	+ **0,72**	+ **0,81**	**+15%**

(1) Séance du 23 février 1948.

(2) Cl. Cherrier, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 930, 997, 1063, 1306.

5° *Triméthylacétophénone* : $É_{12}$ 100°; $d = 0,9652$;

$n_C = 1,50263$; $n_D = 1,50700$; $n_e = 1,51071$; $n_F = 1,51807$; $n_g = 1,52658$.

Calc. pr. $C_{11}H_{14}O_3$....	49,08	49,41	49,67	50,15	50,76	1,17
Mesuré.............	49,65	50,01	50,28	50,94	51,64	1,29
E. M...............	+ 0,57	+ 0,60	+ 0,61	+ 0,79	+ 0,88	+0,12
E. Σ...............	**+ 0,35**	**+ 0,37**	**+ 0,38**	**+ 0,48**	**+ 0,54**	**+10%**

6° *Diméthylallylacétophénone* : $É_8$ 115°; $d = 0,9700$;

$n_C = 1,51217$; $n_D = 1,51679$; $n_e = 1,52068$; $n_F = 1,52809$; $n_g = 1,53641$.

Calc. pr. $C_{13}H_{16}O_4$....	57,77	58,18	58,50	58,95	59,82	1,23
Mesuré.............	58,25	58,70	59,07	59,76	60,56	1,51
E. M...............	+ 0,48	+ 0,52	+ 0,57	+ 0,81	+ 0,74	+0,28
E. Σ...............	**+ 0,26**	**+ 0,28**	**+ 0,31**	**+ 0,44**	**+ 0,40**	**+23%**

7° *Méthyléthylallylacétophénone* : $É_{6,5}$ 123°; $d = 0,9688$;

$n_C = 1,51435$; $n_D = 1,51878$; $n_e = 1,52269$; $n_F = 1,53021$; $n_g = 1,53891$.

Calc. pr. $C_{14}H_{18}O_4$....	62,37	62,80	63,13	63,62	64,53	1,40
Mesuré.............	62,91	63,36	63,76	64,52	65,40	1,61
E. M...............	+ 0,54	+ 0,56	+ 0,63	+ 0,90	+ 0,87	+0,21
E. Σ...............	**+ 0,27**	**+ 0,28**	**+ 0,31**	**+ 0,44**	**+ 0,43**	**+15%**

8° *Ethylallylacétophénone* : $É_5$ 115°; $d = 0,9669$;

$n_C = 1,51426$; $n_D = 1,51879$; $n_e = 1,52295$; $n_F = 1,52930$; $n_g = 1,54096$.

Calc. pr. $C_{13}H_{16}O_4$....	57,77	58,18	58,50	58,95	59,82	1,23
Mesuré.............	58,65	59,08	59,48	60,07	61,19	1,42
E. M...............	+ 0,88	+ 0,90	+ 0,98	+ 1,12	+ 1,37	+0,19
E. Σ...............	**+ 0,47**	**+ 0,48**	**+ 0,52**	**+ 0,60**	**+ 0,73**	**+15%**

9° *Diéthylallylacétophénone* : $É_4$ 133°; $d = 0,9736$;

$n_C = 1,51583$; $n_D = 1,52004$; $n_e = 1,52366$; $n_F = 1,53069$; $n_g = 1,53877$.

Calc. pr. $C_{15}H_{20}O_4$....	66,97	67,41	67,77	68,28	69,24	1,47
Mesuré.............	67,09	67,55	67,95	68,70	69,57	1,61
E. M...............	+ 0,12	+ 0,14	+ 0,18	+ 0,42	+ 0,23	+0,14
E. Σ...............	**+ 0,06**	**+ 0,06**	**+ 0,08**	**+ 0,19**	**+ 0,11**	**+10%**

10° *Ethyldiallylacétophénone* : $É_5$ 143°,5; $d = 0,9776$;

$n_C = 1,52238$; $n_D = 1,52680$; $n_e = 1,53055$; $n_F = 1,53796$; $n_g = 1,54644$.

Calc. pr. $C_{16}H_{20}O_5$....	71,07	71,56	71,95	72,55	73,59	1,63
Mesuré.............	71,28	71,79	72,20	73,03	74,00	1,75
E. M...............	+ 0,21	+ 0,23	+ 0,25	+ 0,48	+ 0,41	+0,12
E. Σ...............	**+ 0,09**	**+ 0,10**	**+ 0,11**	**+ 0,21**	**+ 0,18**	**+ 7%**

Les résultats de dispersion spécifique concernant l'acétophénone et ses homologues mono-, di- et triméthylés semblent indiquer que dans cette série l'effet d'hyperconjugaison du groupe alcoyle sur la fonction cétonique l'emporte sur l'effet inductif : l'exaltation spécifique décroissant dans l'ordre méthyl-, éthyl-, isopropyl-, butyltertiaire.

Les mêmes conclusions peuvent être déduites des résultats concernant les homologues allylés avec de légères modifications du fait de la configuration spatiale particulière de ces cétones.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Méthode d'évaluation de l'efficacité des échangeurs d'anions.* Note de M. **Geza Austerweil**, présentée par M. Maurice Javillier.

Depuis que l'on connaît la préparation d'une eau presque identique à l'eau distillée à l'aide de l'échange consécutif des cations et anions de l'eau ordinaire contre les ions H et OH ([1]), de nombreux appareils mettant ce procédé en œuvre ont vu le jour ([2]). Une demande d'échangeurs en est résultée et l'industrie a satisfait à cette demande; toute une gamme de produits apparut, et des méthodes pour les éprouver devinrent nécessaires.

Tandis que pour les échangeurs de cations la détermination de la capacité totale ([3]) et du coefficient d'échange ([4]) constitue un moyen de contrôle suffisant, surtout avec la détermination du pK de l'acide lors de l'échange d'ions H, les échangeurs d'anions présentaient des difficultés d'évaluation, leur coefficient d'échange étant d'une détermination plus que laborieuse, car l'échange d'un anion fixé sur la base insoluble que constitue l'échangeur avec un autre anion à l'état de sel (ou d'acide) en solution est fort lente, l'équilibre n'étant atteint qu'au bout de plusieurs dizaines d'heures. A peu d'exceptions près ([5]), un tel échange n'a guère été réalisé effectivement, à cause de son extrême lenteur ([6]).

Par contre, on peut envisager une détermination de l'efficacité d'un échangeur d'anions en se basant sur le fait suivant : le fonctionnement d'un échangeur d'anions est limité à l'échange d'un ion OH contre un ion H; ce n'est, en quelque sorte, qu'une neutralisation, la base libre qu'est l'échangeur se transformant en sel. Il est probable que dans beaucoup de cas, cette base faible

---

([1]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1236.

([2]) Le premier appareil donnant l'eau quasi distillée par ce procédé a fonctionné le 7 juillet 1937.

([3]) *Comptes rendus*, 191, 1931, p. 1013.

([4]) *Comptes rendus*, 213, 1941, p. 505.

([5]) *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 6, 1939, p. 67.

([6]) *Koll. Zeits.*, 31, 1922, p. 19.

qu'est l'échangeur n'existe pas (ou peu) sous sa forme hydratée, et qu'il n'y a pas véritablement un échange des OH contre H, mais seulement fixation plus ou moins stable de la molécule d'un acide sur la base. C'est ce qui permet d'établir une méthode simple d'évaluation des échangeurs d'anions. Ces derniers, bases faibles insolubles, fixeront d'autant moins d'acide que l'acide sera plus dilué; l'eau formant solvant de l'acidé agira comme agent hydrolysant. La quantité de l'acide que pourra retenir un échangeur sera donc fonction : 1° de la capacité de l'échangeur, et 2° de la *dilution de l'acide* mis en œuvre pour le saturer. En principe, la variation des quantités d'acide qu'un échangeur d'anions peut fixer à partir d'acides à concentration variable peut servir de mesure pour déterminer sa valeur; et cela peut être caractérisé par la constante de la courbe qui représente les variations des quantités d'acide fixées, rapportées à l'unité, en fonction des concentrations des acides mis en œuvre. Il suffit de saturer un volume, ou un poids, connu d'un échangeur avec différents lots d'acides à concentration décroissante (en régénérant l'échangeur entre chaque essai), déterminer la quantité d'acide retenu, et construire une courbe dont l'abscisse est la concentration de l'acide et l'ordonnée la quantité d'acide retenue par l'échangeur, pour caractériser l'échangeur étudié.

Appelons m la quantité de HCl fixée par une masse (ou un volume) aliquote d'échangeur après passage saturant d'une solution N/1 HCl, et commençons d'établir cette courbe avec ce point; appelons ensuite m' la quantité de HCl fixée sur la même quantité d'échangeur à partir d'un HCl plus faible, nous pouvons écrire, en choisissant comme mesure de concentration de l'acide, son pH, la formule générale de la courbe de la façon suivante : $m'/m = f(\text{pH})$.

Cette courbe, descendant de la valeur de l'ordonnée m pour une valeur de l'abscisse O (pH à N/1 étant O) et passant par les points m', m'', m''', etc., pour des valeurs variables de pH correspondantes, sera une exponentielle. Pour cette forme, m'/m doit être < 1, et en même temps, $f(\text{pH}) > 1$; on pourra donc écrire, la fonction étant exponentielle : $1 - m'/m = K^{\text{pH}} - 1$, où K sera la constante de la courbe, et de ce fait, *la constante caractéristique de l'échangeur*. Sa valeur se détermine ainsi : $2 - m'/m = K^{\text{pH}}$, d'où $1 + 1 - m'/m = K^{\text{pH}}$ et $1 + m/m - m'/m = K^{\text{pH}}$, et finalement $1 + (m - m')/m = K^{\text{pH}}$, équation définitive qui peut être vérifiée expérimentalement.

A cet effet, pour chaque échangeur à éprouver, on détermine les quantités de HCl fixées, correspondant aux concentrations d'acide à pH 0, pH 1, pH 2, pH 3, sur une quantité donnée d'échangeur, et calcule avec les résultats obtenus les valeurs de K qui devront se montrer constantes. Le tableau ci-contre, obtenu avec deux échangeurs d'anions de types différents, montre que c'est le cas. Il en résulte : que plus K est proche de 1, plus m sera proche de m', m'', etc.; donc, moins la capacité d'échange variera avec la variation de la concentration de l'acide employé, et meilleur sera l'échangeur.

Échangeur : 200 cm^3 en granulométrie 20-40. Contact 6'.	Acide employé.	Anion fixé en °L (*).	Anion fixé en g Cl.	K_n.	Trouvé $\frac{m - m_n}{m}$.	Calculé $K = \sqrt[n]{K_n}$.
Résine de mélamine formolée ([7]). Densité apparente 0,60.	N/1 HCl; pH = 0; $m_n = m$	1988	16,51	0	0	0
	N/10 HCl; pH = 1; $m_n = m'$	1562	11,4	K_1	0,214	1,214
	N/100 HCl; pH = 2; $m_n = m''$	1040	7,6	K_2	0,476	1,213
	N/1000 HCl; pH = 3; $m_n = m'''$	510	3,72	K_3	0,740	1,216
Aminostyrolène polymère ([8]). Densité apparente 0,55.	N/1 HCl; pH = 0; $m_n = m$	870	6,35	0	0	0
	N/10 HCl; pH = 1; $m_n = m'$	720	5,26	K_1	0,172	1,172
	N/100 HCl; pH = 2; $m_n = m''$	515	3,76	K_2	0,405	1,177
	N/1000 HCl; pH = 3; $m_n = m'''$	345	2,51	K_3	0,603	1,173

(*) 1 °L = 73 mg HCl.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'hydrolyse des esters phosphoriques d'aldéhydes-alcools et de cétones-alcools*. Note de MM. **Paul Fleury, Jean Courtois** et **André Desjobert**, présentée par M. Maurice Javillier.

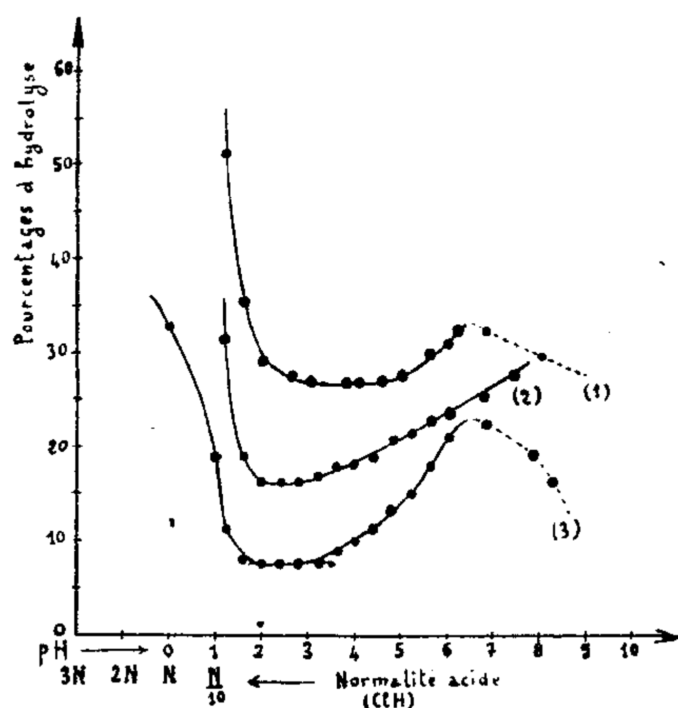
En 1939, P. Fleury et J. Courtois ([1]) ont montré que le diosephosphate (ester phosphorique de l'aldéhyde glycolique) $PO_3H_2—O—CH_2—CHO$ qui se forme en oxydant l'α-glycérophosphate par l'acide periodique, était rapidement hydrolysé en milieu acide. D'autre part, P. Fleury ([2]) et A. Desjobert ([3]) ont observé que la vitesse d'hydrolyse d'esters phosphoriques beaucoup plus stables en milieu acide (acides inositolhexaphosphorique, monoéthyl- ou éthyléne-glycol-orthophosphoriques) était très nettement influencée par la réaction du milieu.

Ayant pu obtenir sous une forme pratiquement pure le sel neutre de baryum de l'acide diosephosphorique, nous avons cru intéressant d'étudier, comme il a été fait pour les esters précédemment cités, l'hydrolyse de cet ester en fonction de la réaction du milieu, après avoir reconnu que la réaction était monomoléculaire. Les résultats de cette étude sont résumés sur le graphique ci-après.

([7]) *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 8, 1941, p. 546.
([8]) *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 6, 1939, p. 67.

([1]) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 219.
([2]) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 416.
([3]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 575.

Nous avons étudié parallèlement deux autres esters phosphoriques possédant également une fonction carbonylée libre : l'acide glucose-2-phosphorique (ester de Hatano) et l'acide fructofurannose-6-phosphorique (ester de Neuberg).



Hydrolyse en fonction du pH de l'acide diosephosphorique (1) pendant deux heures, et des acides glucose-2-phosphorique (2) et fructofurannose-6-phosphorique (3) pendant une heure.

Ces trois esters se comportent de la même façon : la vitesse d'hydrolyse diminue plus ou moins rapidement de pH 7,0 à pH 2,0 — 3,0, où elle passe par un *minimum*, puis, l'acidité continuant à augmenter, cette vitesse croît pour devenir très rapide dans un milieu de forte acidité.

Il est remarquable de constater que le comportement de ces trois esters est totalement différent et même presque inverse de celui des esters ne possédant pas de fonction carbonylée libre (P. Fleury, *loc. cit.*; A. Desjobert, *loc. cit.*). Ces auteurs, en effet, ont observé que la vitesse de réaction croît de pH 7,0 à pH 4,0 avec l'acidité du milieu, atteint un premier *maximum*, puis décroît au fur et à mesure qu'augmente l'acidité jusque vers pH 2,0, mais croît à nouveau très rapidement pour de fortes concentrations en acide.

Il a été possible par ailleurs de marquer une autre différence entre ces deux catégories d'esters. En milieu d'acidité N à 10N les acides éthyl et glycol-phosphoriques sont hydrolysés à des vitesses nettement différentes par les acides suivants que nous classons par ordre décroissant d'activité : iodhydrique, bromhydrique, chlorhydrique, sulfurique ([1]). Au contraire, à normalités égales, les trois hydracides hydrolysent les trois esters à fonction carbonylée libre à des vitesses sensiblement équivalentes, l'action des hydracides n'étant que faiblement supérieure à celle de l'acide sulfurique dans les mêmes conditions. Si les esters du diose, du glucose et du fructose se différencient ainsi nettement des esters phosphoriques ne possédant pas de fonction

([1]) A. Desjobert, *loc. cit.*

carbonylée libre, ils ne paraissent pas non plus pouvoir être rapprochés d'autres dérivés phosphorés qui comme eux cependant sont acido-labiles. C'est ainsi que la vitesse d'hydrolyse de l'acide pyrophosphorique, à 100° comme à 37°, croît d'une façon assez régulière avec l'acidité du milieu, ceci sans présenter ni le maximum signalé avec des esters phosphoriques sans fonction carbonylée libre, ni le minimum présenté par les esters d'oses.

D'autre part, les trois hydracides dédoublent l'acide pyrophosphorique à des vitesses identiques pour des normalités égales; les vitesses observées sont de peu supérieures à celles obtenues avec l'acide sulfurique dans les mêmes conditions.

Jusqu'ici, il ne nous a pas été possible d'interpréter d'une façon satisfaisante la considérable différence de comportement observée dans leur hydrolyse entre les esters d'aldéhydes-alcools ou de cétones-alcools étudiés et les esters phosphoriques d'alcools ne possédant pas de fonction carbonylée libre.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de la température sur l'adsorption aux interfaces. Cas de l'huile de vaseline activée par l'acide oléique.* Note [1] de MM. **Jean-Jacques Trillat** et **Jean Brigonnet**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Dans une précédente Note [2] nous avons indiqué la méthode et le dispositif expérimental utilisés pour l'étude de l'adsorption des molécules polaires à l'interface huile-eau en fonction de la température, et nous avons donné les résultats obtenus avec l'huile de vaseline activée par l'acide stéarique.

Dans le présent travail nous avons étudié une solution à 1/6000 d'acide oléique dans l'huile de vaseline pure. Le réseau des courbes obtenues avec le tensiomètre interfacial enregistreur Lecomte du Nouy-J.-J. Trillat, pour des températures comprises entre 20° C. et 65° C., est reproduit sur la figure 1. L'interprétation théorique de l'allure générale de ces courbes d'adsorption, ainsi que l'influence de la température sur leur déformation ont été indiquées dans la Note précitée [1]. En comparant les résultats relatifs à l'acide oléique et à l'acide stéarique à la même concentration, on constate que l'abaissement final relatif à la tension interfaciale Δ (voir *fig.* 1) pour chaque température est plus fort dans le premier cas que dans le second, ce qui confirme le fait bien connu que la présence d'une double liaison dans la chaîne d'un acide gras favorise l'adsorption de ce corps sur l'eau.

Étude des paliers des courbes. — La figure 2 montre l'influence de la température sur les temps nécessaires à l'obtention des paliers d'équilibre; on constate que ces temps décroissent d'une manière linéaire en fonction de la

(1) Séance du 23 février 1948.

(2) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1005.

température, comme pour l'acide stéarique. En ce qui concerne l'abaissement final relatif Δ de la tension interfaciale, la loi de variation avec la température

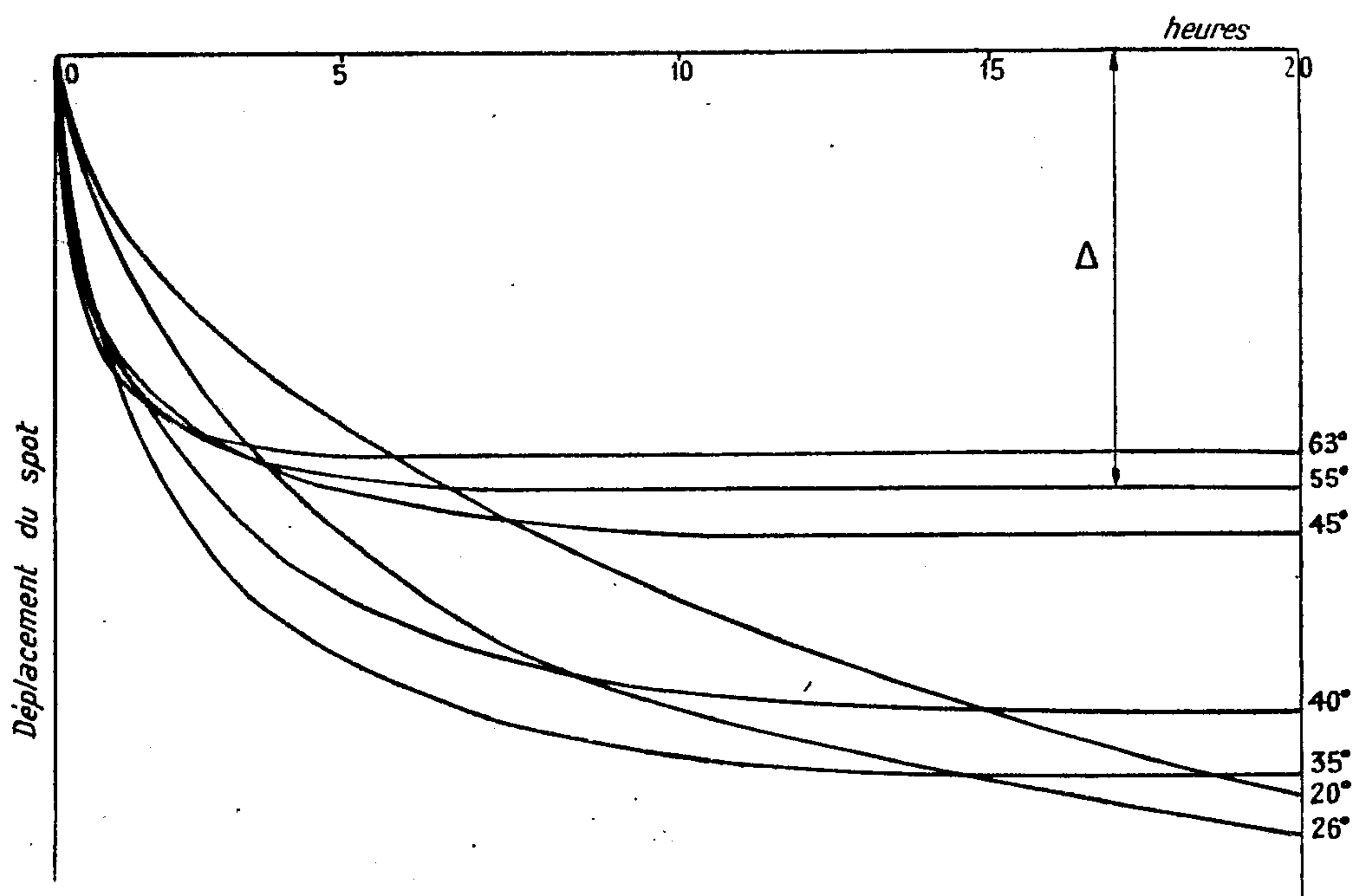


Fig. 1.

est moins simple que dans le cas de l'acide stéarique. De nombreux enregistrements effectués entre 40 et 45° (qui ne sont pas reproduits sur le réseau)

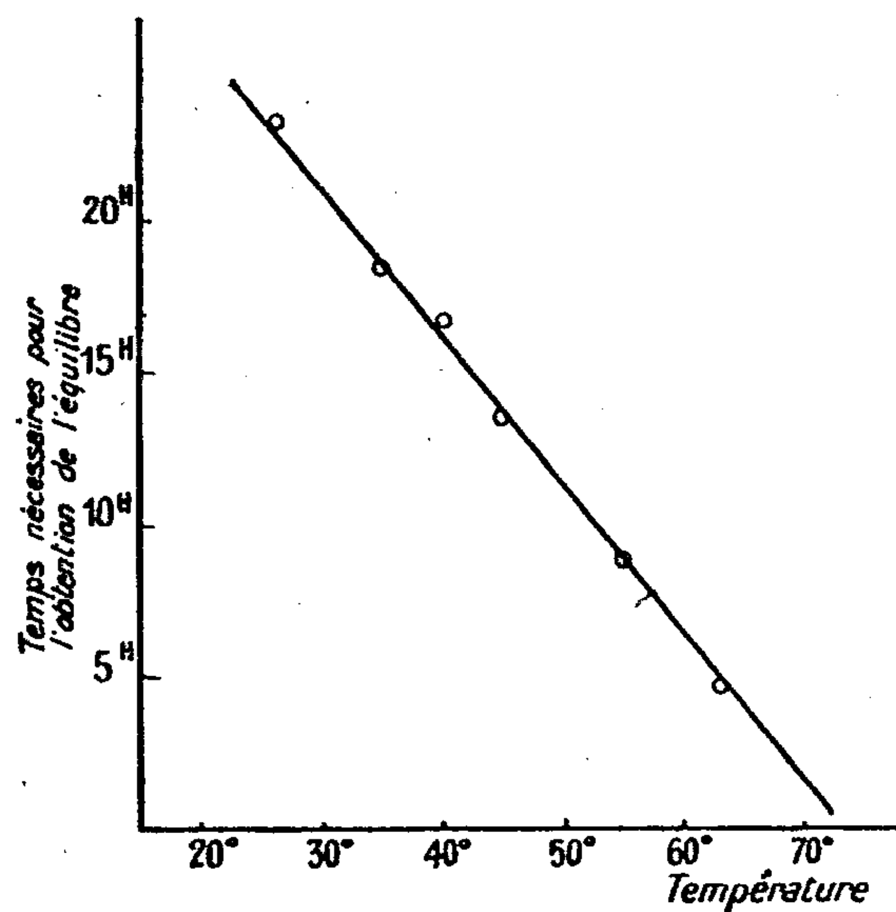


Fig. 2.

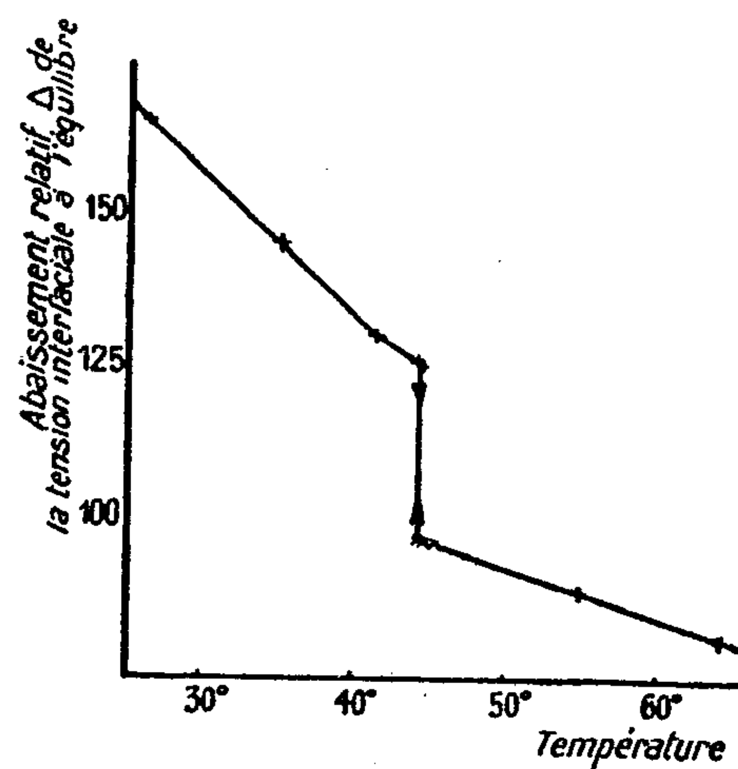


Fig. 3.

nous ont permis de tracer la courbe de la figure 3, qui indique une véritable

discontinuité de Δ à 44° C.; à cette température on obtient, suivant les essais, deux groupes de paliers, les uns élevés et les autres beaucoup plus bas. Ce résultat nous autorise à conclure à une brusque variation, pour la température de 44° C., du comportement des molécules d'acide oléique vis-à-vis de l'eau. On a sans doute affaire à un point de transition entre deux états du film interfacial : passage d'un état condensé aux basses températures (inférieures à 44°) à un état moins condensé à haute température (au-dessus de 44°). Nous avons vérifié ce phénomène, en opérant avec une solution beaucoup plus diluée d'acide oléique (concentration 1/30000), ainsi qu'en effectuant des mesures absolues des tensions interfaciales statiques et dynamiques. Ceci peut avoir une importance dans les phénomènes de lubrification où l'acide gras, additionné à l'huile, joue le rôle d'agent d'onctuosité.

En conclusion, la comparaison des résultats obtenus avec deux acides gras, dont les molécules ne diffèrent que par la présence d'une double liaison, nous indique que celle-ci favorise dans une mesure appréciable l'adsorption et peut provoquer des changements d'état du film interfacial, probablement en raison de la flexibilité de la molécule à sa hauteur.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La passivité des aciers inoxydables et les phénomènes d'adsorption.* Note [1] de M. **Louis Guitton**, présentée par M. Albert Portevin.

Nous avons montré récemment [2] qu'il était possible de renforcer considérablement la passivité des aciers inoxydables du type à 18 % de chrome et 10 % de nickel ou de manganèse, en faisant précéder le traitement oxydant de *passivation* proprement dit d'un traitement de *sensibilisation* par corrosion acide uniforme. La passivation se fait de préférence dans une solution d'acide nitrique à 10 %, la sensibilisation dans une solution fluonitrique, les deux traitements exigeant des conditions d'exécution bien déterminées. La sensibilisation agit quel que soit l'état de surface initiale du métal : sablé, recuit (sous vide) ou travaillé à froid. Elle permet ou accélère, jusqu'à la rendre instantanée, la passivation spontanée dans les milieux acides peu corrosifs et lui communique une passivité parfaitement stable dans un acide fort comme l'acide sulfurique.

Les courbes potentiel-temps (*fig.* 1) prises sur des éprouvettes d'acier à 18 % de chrome et 10 % de manganèse, passivées puis immergées dans une solution d'acide oxalique à 5 %, montrent de façon frappante l'influence de la sensibilisation sur la passivité. Lorsque le métal n'est pas sensibilisé avant d'être passivé, les courbes (1 à 3) présentent après une première branche descendante une chute brusque suivie d'une branche lentement ascendante; de plus les potentiels électropositifs à l'immersion, croissent avec la durée du traite-

(1) Séance du 16 février 1948.
(2) *Métaux et Corrosion*, avril-mai 1947.

ment passivant. Les phénomènes sont tout différents lorsque le métal a subi une sensibilisation avant la passivation : les courbes (courbe 4) sont parfaitement régulières et la partie initiale, à peu près indépendante de la durée du dernier traitement, se raccorde normalement avec la branche ascendante des courbes précédentes.

La courbe $C_1 C_2$ (*fig.* 2) est la résultante d'une courbe $C_1 C_1$, de dépassivation

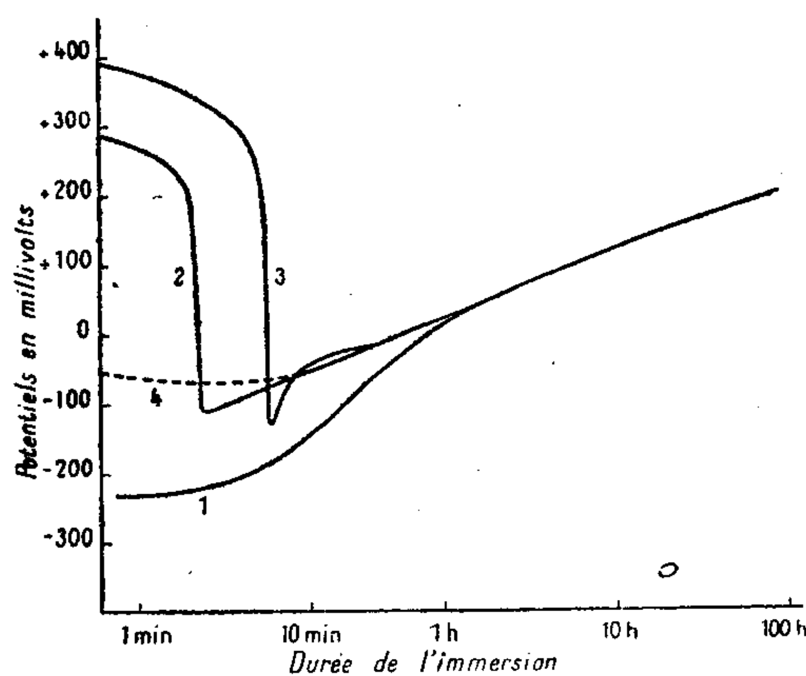


Fig. 1.

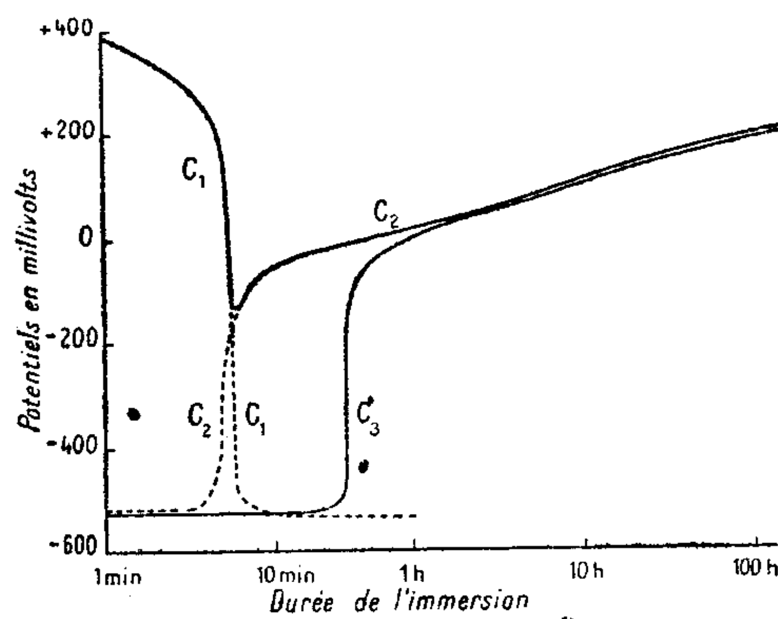


Fig. 2.

et d'une courbe $C_2 C_2$ de repassivation spontanée; la courbe C_3 analogue à la courbe $C_2 C_2$ peut être réellement obtenue à partir de l'état sablé actif par l'agitation de la solution. La forme de la courbe $C_1 C_2$ suggère le passage progressif d'une passivité préalable instable C_1 à une passivité C_2 spontanée et stable selon la courbe 4. Elle est par ailleurs tout à fait semblable à certaines isobares d'adsorption où l'élévation de la température transforme de façon irréversible l'adsorption physique initiale en adsorption chimique et l'on est tenté de considérer la courbe potentiel-temps comme une isotherme irréversible d'adsorption d'oxygène sur l'acier au chrome.

Par ailleurs la passivité *chimique* ne résiste pas à des traitements sous vide exécutés au-dessus d'une température critique relativement peu élevée, soit 625° C. pour l'acier Cr/Ni et 435° pour l'acier Cr/Mn. Quant à la passivité *physique*, elle serait [3] détruite sous vide dès la température ordinaire.

Il résulte de ces faits que la passivité des aciers inoxydables serait dans tous les cas due à des phénomènes d'adsorption; celle-ci serait de nature physique en l'absence de sensibilisation et de nature chimique dans l'autre cas, l'adsorption chimique apparaissant comme une propriété bien définie, voisine d'une combinaison chimique.

Il reste à définir le mécanisme de l'*activation* apportée par la sensibilisation.

---

(3) Fontana, *Métal Progress*, juin 1947.

Cette activation n'est pas un phénomène de surface, car un sablage au sable fin ne la détruit pas. Par ailleurs elle est détruite dans les mêmes conditions et à *la même température* que la passivité. Nous pensons en trouver l'origine dans l'*écrouissage atomique* ([4]) qui résulte à l'intérieur du métal de la pénétration de l'hydrogène provenant de l'acide sensibilisateur : cet écrouissage subsisterait après le départ de l'hydrogène et les atomes de chrome, déplacés de leurs positions d'équilibre stable, verraient leur affinité pour l'oxygène considérablement accrue.

Au cours du traitement de passivation, cet hydrogène est éliminé, au moins partiellement, par l'acide nitrique, puis l'oxygène est amené à l'état d'ions aux atomes de chrome par les courants dus aux couples locaux; les ions se déchargent et s'adsorbent sur les atomes de chrome.

La passivité chimique correspondrait parfaitement à l'*adsorption chimique* sur les catalyseurs : celle-ci atteint son équilibre à grande vitesse et est considérée comme insensible à la finesse de la division superficielle; elle est de plus stœchiométrique et bien définie. Par contre, la passivité physique participerait à la fois de l'*adsorption physique* et de l'*adsorption activée*, la première ne concernant que les molécules et atteignant son équilibre rapidement, la deuxième différant de l'adsorption chimique par une vitesse et une énergie d'activation mesurables : dans ces types d'adsorption, non stœchiométriques, les quantités adsorbées pourraient être plus élevées que dans le cas de l'adsorption chimique et l'on pourrait ainsi expliquer les potentiels élevés obtenus.

ÉLECTROCHIMIE. — *Équilibres entre ions, molécules simples et molécules condensées. I. Sur un point de concours remarquable : le point isohydrique.* Note ([1]) de M. **Georges Carpéni**, présentée par M. Louis Hackspill.

En étudiant, surtout à force ionique constante, la variation des courbes de neutralisation de certains acides, plus ou moins faibles, en fonction de la dilution, j'avais déjà précédemment observé que toutes les courbes se coupaient en un même point I ([2]). Dans une Note récemment publiée sur les acides germaniques ([3]), le point I ayant à nouveau été retrouvé, sa signification éventuelle a fait l'objet d'un examen plus serré. Or, un raisonnement simple conduit immédiatement à admettre que l'*apparition d'un tel point est conditionnée par l'existence, en solution, d'un équilibre entre deux espèces de*

([4]) Portevin, Chaudron et Moreau, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1252.

([1]) Séance du 23 février 1948.

([2]) *Voir* Carpéni et Souchay, *J. chim. phys.*, 42, 1945, surtout p. 159; Carpéni, *Bull.*, 14, 1947, en particulier p. 488.

([3]) Carpéni et Tchakirian, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 725.

molécules, et deux seulement. Il me semble intéressant d'établir, tout de suite, une comparaison entre le point de concours I qui vient d'être signalé et un point de concours analogue que l'on observe dans le domaine très différent de la spectrochimie. Tandis que le point de concours I *électrochimique* apparaît dans le diagramme représentant le faisceau des courbes de neutralisation d'acides faibles de concentrations variables $pH = f([AH], [BOH])$ (4), le point de concours I *spectrochimique* se trouve dans le diagramme des réseaux de courbes d'absorption à pH variable $(-\log J/J_0) = f(pH, \lambda)$ (5). Dans le premier cas, pour un rapport $([BOH]/[AH])_I$ déterminé, les solutions de l'acide AH ont, à toutes concentrations (6), une seule et même valeur du $pH : pH_I$. Dans le deuxième cas, pour une longueur d'onde λ_I déterminée, les solutions d'un colorant donné ont, toutes, quels qu'en soient les pH, une seule et même valeur $(-\log J/J_0)_I$ pour leurs *extinctions*. Thiel, Dassler, Wulffken (7)

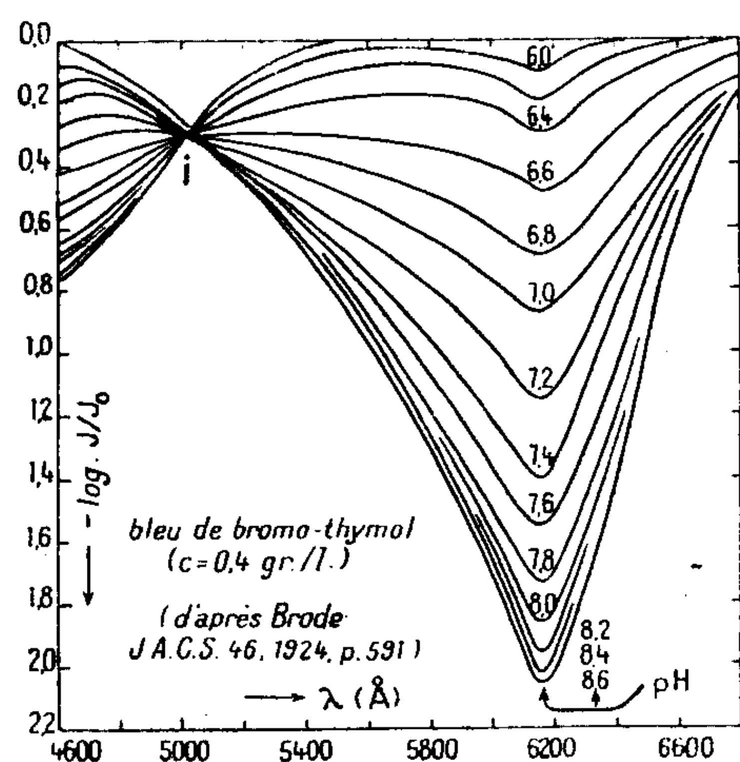


Fig. 1.

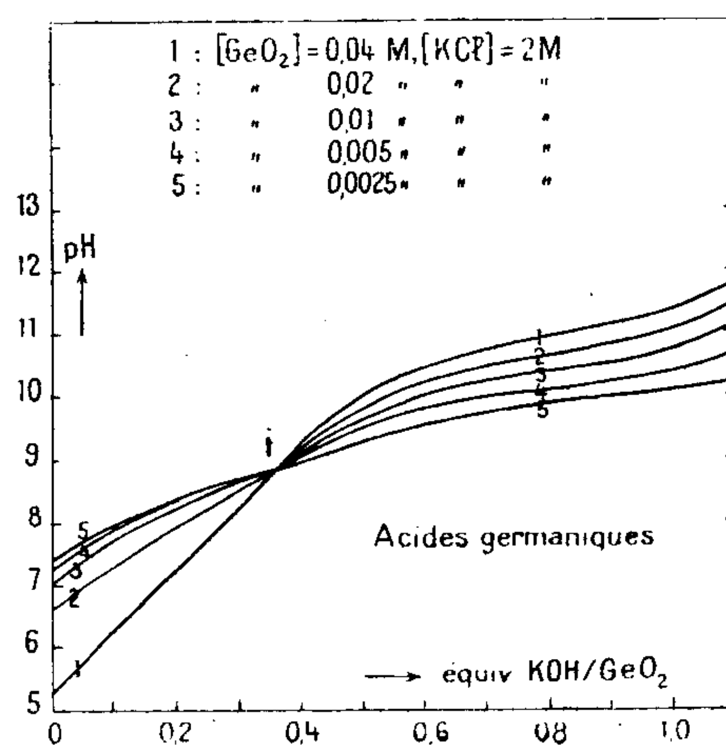


Fig. 2.

ont appelé ce point I spectrochimique : *point isobestique* (= d'égale extinction). Par analogie, j'ai appelé le point I électrochimique *point isohydrique* (= d'égale activité H^+) (8). Les figures 1 et 2 montrent, à titre d'exemple, les réseaux de

(4) [AH] = concentration de l'acide titré; [BOH] = concentration de la base titrante. Il est rappelé qu'on opère à force ionique constante et que celle-ci est *grande* par rapport à [AH].

(5) J_0, J : intensités lumineuses *avant* et *après* absorption de la radiation de longueur d'onde λ.

(6) Entre certaines limites, naturellement.

(7) *Ueber Azo-Indikatoren*, Berlin, 1924.

(8) Il est à peine utile d'indiquer que cette donnée n'a rien à voir avec les *solutions isohydriques* utilisées dans les mesures colorimétriques du pH de solutions non tamponnées (*cf.* par ex. Kolthoff, Kameda, *J. A. C. S.*, 53, 1931, p. 825.

courbes spectrographiques et électrochimiques faisant apparaître les points I respectifs.

Dans les deux cas, la présence de I révèle ainsi l'existence d'un équilibre entre *deux* composés chimiques différents, *et deux seulement, mais intimement liés*. Comme dans le domaine spectrochimique, où les conséquences résultant du point isobestique ont été, depuis la découverte de celui-ci en 1924, maintes fois utilisées (⁹), il apparaît, de suite, qu'en électrochimie, la présence d'un tel point isohydrique aura des conséquences *peut-être encore plus importantes*. En effet, comme la présence d'un point isohydrique indique l'existence, dans la solution en expérience, d'un équilibre se limitant à deux constituants seulement, la complexité apparente généralement admise, par exemple pour les solutions molybdiques, boriques et germaniques, devient très improbable. Il en résulte une remarquable simplification des équilibres que l'on y envisage habituellement. Si je n'ai indiqué ici que les composés pour lesquels j'ai pu personnellement [2] [3] observer un point isohydrique, c'est que, pour l'instant, on ne peut citer un autre exemple. Les problèmes liés aux équilibres entre ions, molécules simples et molécules condensées, n'ont été, en effet, encore jamais abordés, à ma connaissance, du point de vue présentement envisagé. *En ce sens, tout reste à faire.*

Le cadre restreint d'une Note ne me permettant pas un développement plus complet des diverses conséquences qui découlent du point isohydrique, je n'ai fait qu'en signaler l'existence et effleurer seulement le point de vue général. J'ajoute que c'est grâce au point isohydrique qu'il m'a été possible de déterminer avec précision les équilibres ayant pour siège les solutions germaniques, dont les résultats expérimentaux ont fait l'objet d'une Note récente [3]. J'examinerai ailleurs, prochainement, d'autres conséquences, avec application particulière au calcul des constantes de dissociation des acides germaniques.

PHOTOCHIMIE. — *Halochromie et halofluorie*. Note de MM. **Charles Dhéré** et **Ladislas Laszt**, présentée par M. Maurice Javillier.

Nous avons communiqué à l'Académie, il y a un an, les premiers résultats de recherches spectrochimiques faites sur les produits de la réaction de nombreux stéroïdes (hormones) avec le sulfate de méthyle [1]. Une étude plus approfondie nous a permis de constater que, dans tous les cas, on a essentiellement affaire à des réactions d'halochromie, comme l'avait d'ailleurs tout de suite supposé, après démonstration, le professeur L. Velluz. Par conséquent,

[9] Récemment, par exemple, par Ecker (*Koll. Z.*, 92, 1940, p. 54).

[1] *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 681

un certain degré d'acidité du sulfate de méthyle utilisé est toujours indispensable, nous avons eu depuis l'occasion de le dire ([2]), pour la réalisation de ces réactions, que nous avons étendues à d'autres stéroïdes et à plusieurs stérols. L'interprétation des réactions d'halochromie présente de grandes difficultés, comme l'a notamment bien exposé Mme P. Ramart-Lucas ([3]), difficultés que les récents travaux de M. Javillier et de P. Meunier ([4]) ont contribué à écarter.

Le point sur lequel nous désirons attirer l'attention est le suivant : Dans les réactions d'halochromie, il y a toujours naturellement formation d'une matière colorante, mais ce produit coloré peut ou non posséder la propriété de fluorescence et l'intensité de cette dernière propriété peut varier considérablement. Il existe même des cas (réactions avec la corticostérone, avec l'œstrone ou avec l'ergostérol, par exemple) où une fluorescence intense apparaît déjà (et est facile à déterminer spectroscopiquement) dans des liqueurs pratiquement incolores (contenues dans des tubes de quelques millimètres de diamètre) ([5]). Dès lors, on peut se demander s'il n'y aurait pas lieu de désigner par un terme spécial l'apparition, — pouvant même être prédominante — de la fluorescence. Nous proposons le nom d'halofluorie pour l'halofluorescence.

CHIMIE MINÉRALE. — *Décomposition par la chaleur de précipités obtenus par action de la soude sur une solution de nitrate de plomb.* Note ([1]) de M. **Albert Nicol**, présentée par M. Pierre Jolibois.

L'étude de la formation des précipités obtenus par action de la soude sur un sel de plomb a fait l'objet de nombreux travaux. Dans la plupart, ou la soude était versée dans la solution saline au moyen d'une burette ([2]), ou on agitait ensemble des volumes connus de réactifs ([3]).

Nous avons obtenu des précipités par l'emploi du mélangeur de M. P. Jolibois ([4]). Au cours de nos expériences la solution de nitrate de plomb avait la concentration constante N/10. La solution de soude employée avait successive-

---

([2]) Communication faite à la Réunion annuelle de la Société Helvétique des Sciences naturelles (août 1947). Résumé publié dans *Chimia*, 1, 1947, p. 203.

([3]) *Bull. Soc. Chimique* (5e série), 12, 1945, p. 481.

([4]) *Bull. Soc. Chimie biolog.*, 29, 1947, p. 16; Meunier et A. Vinet, *Chromatographie et Mésomérie*, Paris, 1947.

([5]) Ch. Dhéré et L. Laszt, *C. R. de la Société de Biologie*, séance du 10 janvier 1948 (sous presse).

([1]) Séance du 23 février 1948.

([2]) A. Berton, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 19.

([3]) J. Bye, *Bulletin de la Société Chimique de France*, mars-avril 1947.

([4]) *Comptes rendus*, 169, 1919, p. 1095.

ment les normalités : N/30, N/10, 3 N/10. L'eau distillée avait été longuement bouillie pour éviter la présence de CO_2.

Sur les précipités recueillis dans ces opérations, nous avons appliqué la méthode thermogravimétrique préconisée par Guichard et enregistré photographiquement la perte de poids en fonction de la température.

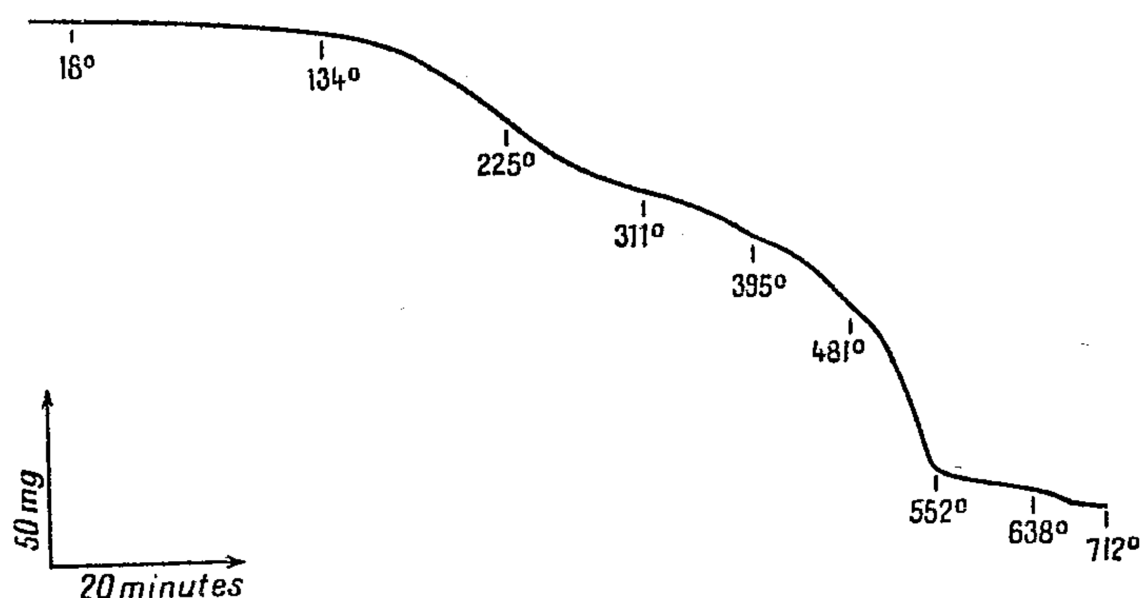


Fig. 1. — Analyse thermogravimétrique du précipité obtenu par la soude N/30.

L'action de la soude à N/30 donne naissance à un précipité blanc, très léger, qu'une filtration a permis d'isoler. Les différentes pertes de poids par élévation de température peuvent être identifiées ainsi (*fig.* 1).

Perte d'eau d'imbibition de 18 à 134°; perte d'eau d'hydratation en deux temps : 134 à 250° et 250 à 395°; décomposition du nitrate avec formation transitoire de minium de 395 à 552°; décomposition du minium avec passage à l'oxyde PbO de 552 à 660°; l'étude quantitative de ces pertes permet de donner au sel basique formé la formule $(NO_3)^2Pb$, $3\,Pb(OH)^2\,2\,H_2O$, en

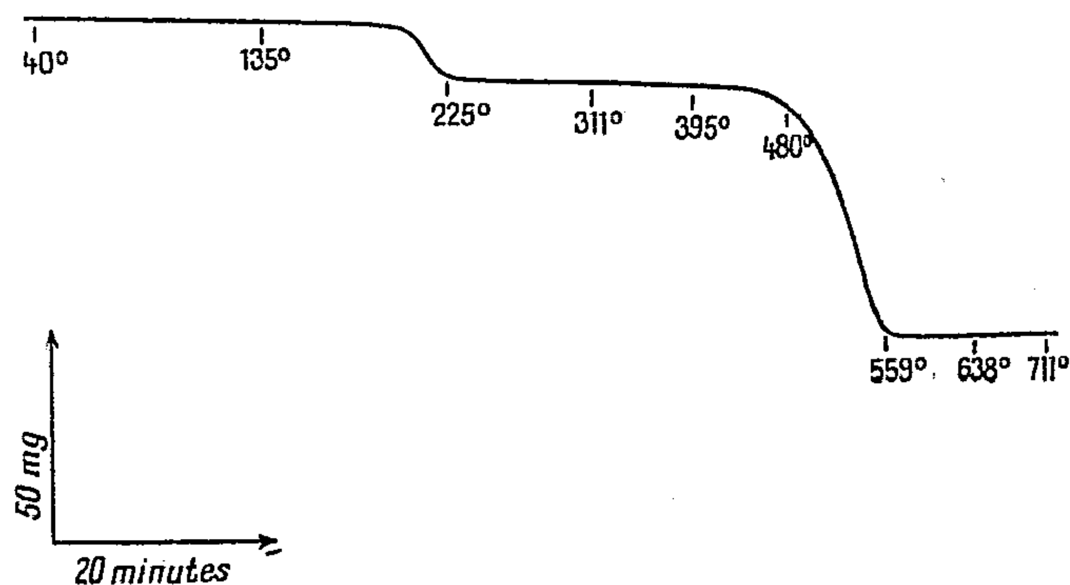


Fig. 2. — Analyse thermogravimétrique du précipité obtenu par la soude N/10.

indiquant que l'hydroxyde perd sa molécule d'eau de 134 à 250° avant l'eau d'hydratation qui ne serait éliminée que de 250 à 395°; l'analyse spectrale aux rayons X montre que ce précipité est amorphe.

L'action de la soude N/10 provoque un abondant précipité blanc. Par action de la chaleur on peut constater (*fig.* 2) : une perte d'eau d'imbibition

jusqu'à 135°, une perte d'eau de constitution de 135° à 225°, la décomposition du nitrate de 395° à 559°, suivie de celle du minium jusqu'à 638°.

La formule du précipité déduite de cette décomposition est $(NO_3)^2Pb$, $5PbO$, $2H_2O$. Le spectre X montre que ce corps est cristallisé.

Par action de la soude 3N/10 nous obtenons un précipité blanc important. La courbe thermogravimétrique obtenue (*fig.* 3) nous montre que le passage

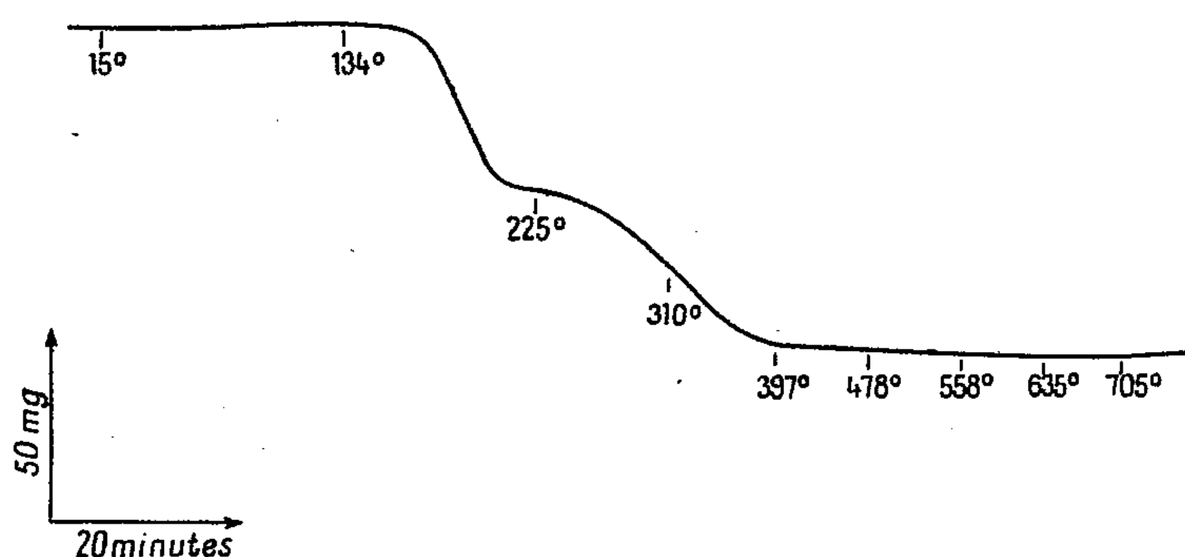


Fig. 3. — Analyse thermogravimétrique du précipité obtenu par la soude 3N/10.

au dessiccateur a suffi à éliminer l'eau d'imbibition. Nous ne relevons qu'un départ d'eau indiquant que nous sommes en présence d'un hydroxyde. Mais cette eau s'élimine en deux temps par parties égales de 134° à 200° et de 200° à 370°. La formule qui résulte de cette analyse est PbO, $1/2H_2O$. Le spectre X nous indique que le corps est cristallisé.

On remarquera que ce dernier précipité, dont l'existence a été signalée par Schaffner (1844) et Lüdeking (1891), et qui se forme en présence d'excès de soude, a peut-être, de ce fait, une importance plus grande que celle qu'on lui attribue. Sa formule pourrait également s'écrire $Pb\langle{}^{O}_{O}\rangle Pb$, H_2O, ce qui nous mettrait en présence d'un plombite de plomb, duquel par excès de soude le plomb pourrait être déplacé.

En résumé, par l'emploi du mélangeur cité plus haut nous avons pu déterminer des milieux réactionnels rigoureusement constants et définis, nous avons identifié les précipités qui se forment dans ces cas et indiqué leurs modes de décomposition par la chaleur, nous permettant entre autres de préciser leur hydratation.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la structure de la pyrodypnopinacoline et de ses dérivés.* Note (1) de M. TCHAVDAR IVANOFF.

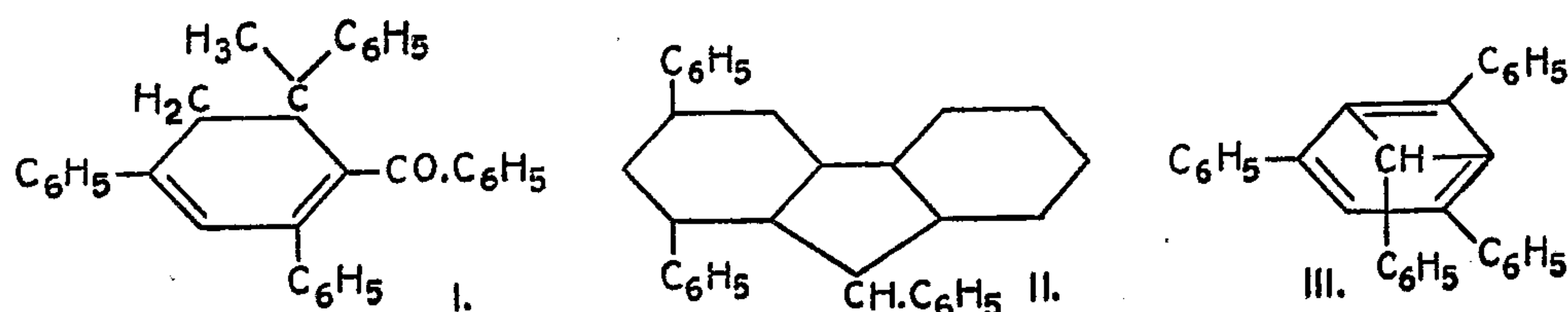
M. Delacre a établi que la *lutéodypnopinacoline* α distillée sous-pression réduite se décompose en triphénylbenzène-1.3.5 et en acétophénone (2). Le

(1) Séance du 16 février 1948.

(2) *Ann. de Chimie*, 9e série, 12, 1919, p. 398.

produit principal de la décomposition de l'*isodypnopinacoline* (*albodypnopinacoline*) dans les mêmes conditions est la pyrodypnopinacoline $C_{32}H_{22}O$ [3]. A partir de ce corps il obtient l'alcool pyrodypnopinacolique, le pyrodypnopinalcolène et l'alcool déshydro-pyrodypnopinacolique. Tous ces corps, comme d'ailleurs tous les composés du groupe du dypnopinacone, possèdent d'après Delacre un noyau cyclique à huit atomes de carbone [4].

Avec D. Ivanoff nous avons montré que la lutéodypnopinacoline α représente la triphényl-2.4.6-méthyl-2-dihydrobenzophénone-2.3 (I) et l'hydrocarbure $C_{25}H_{22}$-le triphényl-1.3.5-méthyl-1-dihydrobenzène-1.2 [5]. Soumise à la déshydrogénation avec du soufre, l'isodypnopinacoline donne, de même que la lutéodypnopinacoline, la triphénylbenzophénone-2.4.6 et au dédoublement alcalin l'hydrocarbure $C_{25}H_{22}$. Il en suit que l'albodypnopinacoline a la même structure que la lutéodypnopinacoline, la différence étant vraisemblablement dans la position de doubles liaisons du noyau hydroaromatique.



D'après la nature et la quantité des produits de la décomposition de l'isodypnopinacoline il faut admettre que ce processus s'effectue en deux sens. D'une part elle donne comme la lutéodypnopinacoline des quantités équimoléculaires de triphénylbenzène-1.3.5 et de l'acétophénone et d'autre part, de la pyrodypnopinacoline et un mélange d'hydrocarbures liquides qui, d'après Delacre, contient de l'éthylbenzène et de l'allylbenzène. Le même auteur obtient un pareil mélange d'hydrocarbures liquides en décomposant l'hydrocarbure $C_{25}H_{22}$, le produit principal de cette décomposition étant le triphénylbenzène-1.3.5 [6]. La molécule de l'isodypnopinacoline contenant le noyau de l'hydrocarbure $C_{25}H_{22}$, il est probable que ce noyau se décompose dans ces deux cas d'une même façon, en formant des produits analogues. Puisque l'isodypnopinacoline représente un dérivé benzoylé de l'hydrocarbure $C_{25}H_{22}$, il s'ensuit que la pyrodypnopinacoline sera la triphénylbenzophénone-2.4.6. En effet, la pyrodypnopinacoline (F d'après Delacre 166°, et d'après moi 167-168°) ne donne aucune dépression au point de fusion de la triphénylbenzophénone, F 167-168°, obtenue à partir du triphénylbenzène-1.3.5 et de chlorure de benzoyle. Les combinaisons moléculaires de la pyrodypnopinacoline avec de

(3) M. Delacre, *Bull. Acad. roy. de Belg.* (Cl. des Sciences), 4, 1902, p. 252.

(4) *Ann. de Chimie*, 9e série, 5, 1916, p. 169; 10, 1918, p. 125.

(5) D. Iwanov u. Tsch. Iwanow, *Ber. d. chem. Ges.*, 77, 1944, p. 173.

(6) *Bull. Acad. roy. de Belg.* (Cl. des Sciences), 8, 1903, p. 753.

l'acide acétique, de l'acétone, de l'acétate d'éthyle et du benzène, décrites par Delacre, sont alors celles de la triphénylbenzophénone-2.4.6.

L'alcool pyrodypnopinacolique, obtenu par réduction de la pyrodypnopinacoline avec de l'amalgame de sodium, sera donc le triphénylbenzhydrol-2.4.6. En effet cet alcool s'est montré identique avec le triphénylbenzhydrol-2.4.6 préparé par Kohler et Blanchard ([7]).

L'alcool pyrodypnopinacolique se déshydrate par le chlorure d'acétyle en *pyrodypnopinalcolène*, $C_{31}H_{22}$, qui d'après Delacre existe en deux modifications : F 136° et 156°. Kohler et Blanchard en déshydratant le triphénylbenzhydrol-2.4.6 au moyen d'acides hydrohalogénés ont obtenu l'hydrocarbure $C_{31}H_{22}$, F 149°, lui attribuant la structure du triphénylfluorène-1.3.9 (II), sans la démontrer ([7]). Tous mes essais d'obtenir le produit de Delacre en suivant strictement ses prescriptions sont restés vains, j'ai toujours obtenu un produit fusible à 149°, identique avec celui de Kohler et Blanchard.

On peut admettre pour $C_{31}H_{22}$ aussi la structure d'endobenzylidène-1.3-triphénylbenzène-2.4.6 (III). Pour démontrer la structure de $C_{31}H_{22}$, j'ai utilisé le rapport entre l'arrangement stérique des atomes dans la molécule d'un composé organique et sa chaleur moléculaire de fusion ([8]). L'endobenzylidènetriphénylbenzène ayant une molécule demi-sphérique doit avoir cette constante beaucoup plus basse que celle du triphénylfluorène avec une molécule presque coplanaire. La chaleur moléculaire de fusion du pyrodypnopinalcolène a été calculée par la dépression de son point de fusion en y dissolvant des hydrocarbures de poids moléculaire connu. (La cristallisation du pyrodypnopinalcolène étant très lente, il faut tenir les tubes 2-3 heures à 110-120°.) Si l'on porte la valeur obtenue $5^{cal},78$ sur un système d'axes en rapport avec le point de fusion, elle vient presque sur une droite avec la même constante d'autres composés à structure coplanaire, comme le naphtalène, l'anthracène et l'acénaphtène. La formule III doit donc être rejetée.

L'alcool déshydro-pyrodypnopinacolique que Delacre obtient en oxydant le pyrodypnopinalcolène, sera le triphényl-1.3.9-hydroxyfluorène-9, car il a le même point de fusion ([9]) que le produit obtenu par Kohler et Blanchard à partir de diphénylfluorénone-1.3 et de C_6H_5MgBr ([7]). D'autre part, le phénylfluorène-9 donne de même par oxydation le phényl-9-hydroxyfluorène-9 ([10]).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur de nouveaux amino-2 thiazols halogénés et méthylés.* Note de Mlle **Yvonne Garreau**, présentée par M. Marcel Delépine.

J'ai préparé un certain nombre de dérivés bromés ou iodés en (5), des amino-2 thiazols (I) (ou imino-2 thiazolones) (II) portant un groupe méthyle

---

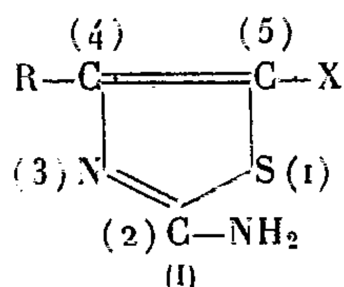
([7]) *J. Am. Chem. Soc.*, 57, 1935, p. 368.

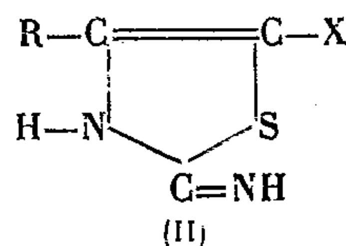
([8]) J. Pirsch, *Ber. d. chem. Ges.*, 70, 1937, p. 12.

([9]) Les points de fusion donnés par Delacre sont de 2 à 3° plus bas que ceux des produits correspondants de Kohler et Blanchard.

([10]) Kliegl, *Ber. d. chem. Ges.*, 38, 1905, p. 288.

soit sur l'azote fixé en (2), soit sur l'azote (3).





Pour cela, on peut, dans les deux cas, faire agir le brome ou le chlorure d'iode sur le thiazol correspondant non halogéné. Les modes opératoires que j'ai décrits antérieurement ([1]) peuvent être appliqués sans grandes modifications.

J'ai ainsi obtenu les chlorhydrates des : méthylamino-2 méthyl-4 bromo-5 thiazol, ([2]); méthylamino-2 méthyl-4 iodo-5 thiazol, petits prismes, F 180° (base, prismes, F 140°), et de l'imino-2 méthyl-4 bromo-5 thiazolone, aiguilles F 230° environ.

J'ai utilisé également un autre mode de préparation consistant à méthyler, par le sulfate de méthyle, un amino-2 thiazol déjà halogéné en (5). Dans ces conditions, le groupe méthyle se fixe en (3).

A la quantité calculée de sulfate de méthyle, on ajoute la base halogénée, par petites fractions, chaque fois la température s'élève fortement. Finalement on a un fluide homogène constitué par le méthylsulfate de la base, presque pur. En général, il cristallise par refroidissement. Après essorage, s'il y a lieu, on dissout dans l'eau, on additionne d'ammoniaque, pour isoler la base. A partir de celle-ci on prépare facilement divers sels. Ce procédé s'applique aussi à la méthylation en (3) de l'amino-2 thiazol et de l'amino-2 méthyl-4 thiazol non halogénés; dans ces deux derniers cas, on retrouve des produits déjà décrits et obtenus en méthylant par l'iodure de méthyle ([3]).

J'ai préparé les combinaisons suivantes : l'imino-2 méthyl-3 iodo-5 thiazolone, paillettes, F 108-110°; son chlorhydrate, F 200°; son méthylsulfate, prismes, F 180° (anhydre); l'imino-2 méthyl-3 bromo-5 thiazolone, huile soluble dans le chloroforme; son chlorhydrate, paillettes, F 210°; son méthylsulfate, aiguilles F 114-115°; l'imino-2 méthyl-3 méthyl-4 iodo-5 thiazolone, F 129°, courtes aiguilles; son chlorhydrate, aiguilles, F 190°; son méthylsulfate, prismes, F 133°; l'imino-2 méthyl-3 méthyl-4 bromo-5 thiazolone, huile soluble dans l'éther; son chlorhydrate, aiguilles, F 230°; son méthylsulfate, prismes, F 205-210°.

Les bases sont très peu solubles dans les solvants usuels, sauf l'éther et le chloroforme. Les sels des dérivés méthylés à l'azote (3) sont plus solubles dans

([1]) *Comptes rendus*, **208**, 1944, p. 597 et **222**, 1946, p. 963-964.

([2]) Préparé déjà par K. Ganapathi et Alamela Venkataraman, *Proc. Indian Acad. Sc.*, **22** A, 1945, p. 343-358.

([3]) A. Hantzsch et L. H. Weber, *Ber. d. Chem.*, **20**, 1887, p. 3122.

l'eau que les non méthylés. Les chlorhydrates et les méthysulfates se dissolvent dans l'eau, les alcools méthylique et éthylique (recristallisation) et sont peu ou pas solubles dans tous les autres solvants usuels.

J'ai admis que le groupe méthyle s'est fixé en (3) pour les raisons suivantes : il est peu vraisemblable qu'il soit porté par le soufre, car la molécule deviendrait sans doute bibasique, ce qui n'est pas; d'autre part ces produits diffèrent profondément, par leurs propriétés, des méthylamino-2 thiazols halogénés isomères.

La seule position possible reste l'azote (3).

D'ailleurs, j'ai vérifié l'identité du produit de méthylation de l'amino-2-méthyl-4-bromo-5 thiazol et de celui de bromuration de l'imino-2-méthyl-3-méthyl-4 thiazolone; la constitution de ce dernier avait été proposée par Traumann [4] en s'appuyant sur la nature de ses produits d'hydrolyse en milieu chlorhydrique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les esters cétoparaconiques. Hydrolyse de l'ester hexyl-chlorocétoparaconique. Acide hexylpyruvique.* Note de MM. **Henry Gault** et **Roger Ritter**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'obtention des esters alcoyl- et aryl-cétoparaconiques a déjà fait l'objet de plusieurs Communications antérieures [1]. La présente Note a trait à la formation et à l'étude du comportement chimique de l'ester *n*-hexyl-cétoparaconique dont il était intéressant de comparer les propriétés à celles de l'ester phénylcétoparaconique, ces deux esters ne différant, en effet, que par la nature des deux substituants du cycle cétolactonique, radical acyclique C_6H_{13} et radical aromatique C_6H_5.

L'ester hexylcétoparaconique se forme avec un rendement de 75 % par condensation directe, en milieu aqueux, de l'énanthol avec l'énolate oxalacétique de potassium. C'est un solide blanc, bien cristallisé (F 42°), très soluble dans les solvants organiques et recristallisable dans l'alcool étendu. Phénylhydrazone (F 98-99°).

Esters hexyl-halogéno-cétoparaconiques. — Les esters hexylchloro- et hexylbromo-cétoparaconiques (I) s'obtiennent facilement par action directe du chlore et, respectivement, du brome, en milieu aqueux, sur l'ester hexylcétoparaconique, avec des rendements presque quantitatifs. Ces esters sont tous deux des huiles visqueuses, indistillables sans décomposition, même sous pression très réduite.

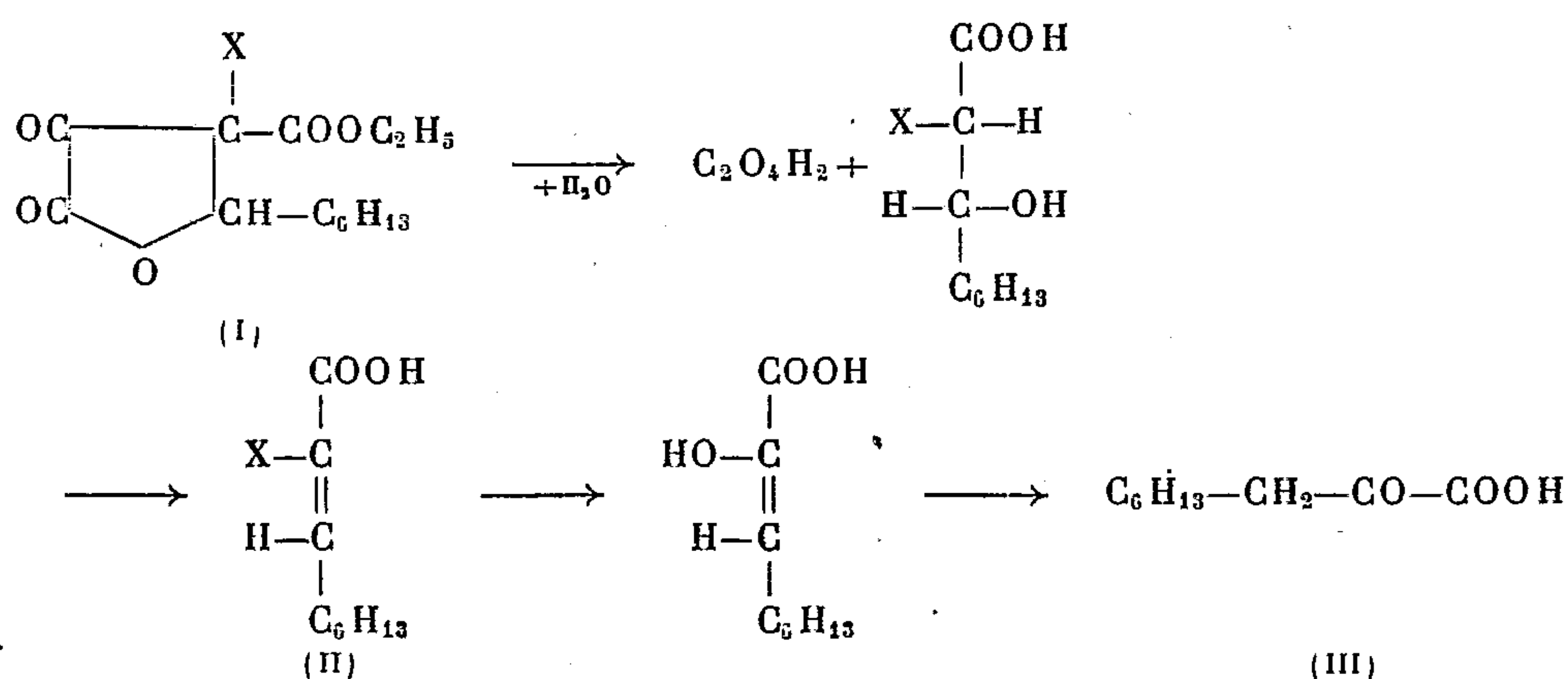
---

(4) *Ann. d. Chem.*, **249**, 1888, p. 43.

(1) H. Gault et Collaborateurs, *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 848; **222**, 1945, p. 86 et 185; **222**, 1946, p. 294, 396 et 1299.

Ils sont assez peu stables et, abandonnés à eux-mêmes à la température ordinaire, se décomposent plus ou moins rapidement.

Sous l'action des agents d'hydrolyse alcalins les plus faibles, le cycle cétoparaconique de ces esters halogénés s'ouvre par double hydrolyse, génératrice, en même temps que d'acide oxalique, d'acides-alcools dont la déshydratation spontanée conduit aux acides α-halogéno-acryliques (II) puis, par une nouvelle réaction d'hydrolyse, à l'acide hexyl-pyruvique (III)



1. *Ester et acide α-chloro-hexylacrylique* (II). — Par agitation, à la température ordinaire, d'une solution éthérée de l'ester hexyl-chlorocétoparaconique soit avec une solution saturée de bicarbonate de potassium, soit avec de l'ammoniaque, il se forme de l'acide oxalique et de l'ester α-chloro-hexyl-acrylique, liquide mobile, incolore, distillant à 128-130° sous 13^{mm}. Rendement 96 %.

En chauffant au bain-marie l'ester hexyl-chlorocétoparaconique avec une solution aqueuse de potasse caustique à 20 %, on obtient l'acide hexyl-choro-acrylique, liquide distillant à 167-168° sous 20^{mm}. Rendement 95 %.

2. *Acide hexylpyruvique* (III). — $C_6H_{13}—CH_2—CO—COOH$. — On chauffe à 110° l'ester-chlorohexyl-cétoparaconique avec un grand excès d'une solution aqueuse de potasse caustique à 33 %. Par acidification de la liqueur alcaline, on recueille un mélange formé d'un solide imprégné d'une huile. Ce mélange ne renferme plus de chlore et ne donne aucune coloration avec le perchlorure de fer. Les cristaux sont essorés et recristallisés dans l'éther de pétrole. Le produit ainsi obtenu est acide, ne décolore pas l'eau de brome, et fond à 67-68°. Malgré la divergence que nous avons relevée entre le point de fusion et ceux qui ont été indiqués par J. Smedley (2) (F 105-106°) et Adickes (3) (F 43-44°), nous sommes conduits à admettre, en nous basant sur

(2) J. Smedley-Maclean et Pearce, *Bioch. Journ.*, 28, 1934, p. 493.
(3) F. Adickes et G. Andresen, *Ann. der. Chem.*, 555, 1943, p. 41-56.

nos déterminations analytiques, que cet acide est l'acide hexylpyruvique. *p*-nitrophénylhydrazone : F 130-131°. Dinitro-2,4 phénylhydrazone : F 122-123°.

3. *Ester et acide α-bromo-hexylacrylique. — Acide hexylpyruvique.* — Dans des conditions d'hydrolyse sensiblement analogues à celles qui viennent d'être décrites pour l'ester chloré, l'ester hexyl-bromo-cétoparaconique donne naissance à l'ester α-bromo-hexylacrylique, liquide légèrement jaune, E_{13} 141-142°, à l'acide α-bromo-hexylacrylique, liquide mobile, E_{17} 174-174°,5, et finalement à l'acide hexylpyruvique.

En résumé, et comme on pouvait s'y attendre, la substitution sur le cycle cétoparaconique, du radical *hexyle* au radical *phényle* n'exerce pas d'influence notable sur les propriétés chimiques caractéristiques de ce cyle.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Hydrogénation catalytique des semicarbazones des acides cétoniques en présence de nickel de Raney.* Note de MM. **Pierre Chabrier** et **Aleš Sekera**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les produits de l'hydrogénation par l'amalgame de sodium des semicarbazones de quelques acides α, β, γ et ε cétoniques ont été décrits dans une récente Note (¹) par Bougault, Cattelain et Chabrier.

L'objet de cette Note est d'indiquer les résultats obtenus en hydrogénant catalytiquement ces mêmes semicarbazones en présence de nickel de Raney.

I. *Semicarbazones des acides α-cétoniques.* — Les semicarbazones des acides phénylglyoxylique $C_6H_5.CO.CO_2H$, phénylpyruvique $C_6H_5.CH_2.CO.CO_2H$ et benzylpyruvique $C_6H_5.CH_2.CH_2.CO.CO_2H$ ont été soumis à l'hydrogénation catalytique en présence de nickel de Raney. L'opération a porté sur le sel de sodium de ces combinaisons dissous en solution aqueuse (concentration M/8 environ).

Dans tous les cas la semicarbazone fixe deux atomes d'hydrogène et conduit aux acides semicarbazidiques [formule (I)] obtenus par J. Bougault (²) en hydrogénant ces composés au moyen de l'amalgame de sodium.

(I) 

Toutes choses égales d'ailleurs (concentration moléculaire, alcalinité, quantité de catalyseur), la vitesse d'hydrogénation varie selon la semicarbazone considérée. Elle s'accroît, dans les exemples choisis, d'autant plus que le groupement cétonique est plus éloigné du groupement aryl. Ainsi la

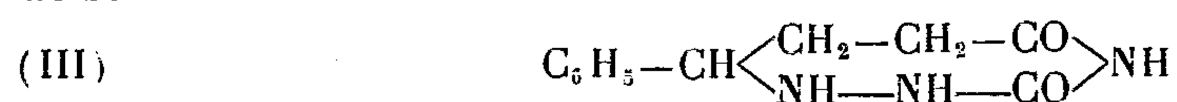
(¹) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 876.
(²) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 186.

semicarbazone de l'acide benzylpyruvique s'hydrogène environ deux fois plus rapidement que celle de l'acide phénylpyruvique, laquelle s'hydrogène une fois et demie plus vite que celle de l'acide phénylglyoxylique. Dans ce dernier cas l'hydrogénation n'affecte que 50 % environ de la semicarbazone engagée. La vitesse d'hydrogénation s'accélère encore si l'opération s'effectue en milieu alcalin; ainsi la semicarbazone de l'acide benzylpyruvique s'hydrogène quatre fois plus rapidement si l'on opère en milieu alcalin N/10 qu'en milieu neutre. Les dioxytriazines de J. Bougault ([3]) [formule (II)], produits de cyclisation des semicarbazones des acides α-cétoniques, ne s'hydrogènent pas en présence de nickel de Raney, ni en milieu neutre, ni en milieu alcalin, alors que l'amalgame de sodium les hydrogène facilement en conduisant après ouverture du cycle à l'acide semicarbazidique [formule (I)].

(II) 

II. *Semicarbazones des acides β-cétoniques.* — Les semicarbazones de deux éthers β-cétoniques (acétylacétate d'éthyle, benzoylacétate d'éthyle) ont été hydrogénées en milieu alcoolique vers 60°. Alors que la semicarbazone de l'acétylacétate d'éthyle fixe rapidement deux atomes d'hydrogène en donnant un mélange de composés visqueux non identifiés, ne réduisant pas le réactif de Nessler, la semicarbazone du benzoylacétate d'éthyle ne s'hydrogène pas mais se transforme en phénylpyrazol.

III. *Semicarbazone de l'acide benzoylpropionique* (γ-cétonique). — Ce composé s'hydrogène très lentement en milieu neutre en se décarboxylant partiellement; en milieu alcalin N/10, la vitesse d'hydrogénation est 4 fois plus rapide et conduit au dicéto-3.5-benzyl-8 triaza-1.24 cyclo-octane [formule (III)] déjà obtenu par hydrogénation de ce même produit au moyen de l'amalgame de sodium.

(III) 

IV. *Semicarbazone de l'acide pinonique* (ε-cétonique). — Ce composé n'a pu être hydrogéné catalytiquement en présence de nickel de Raney.

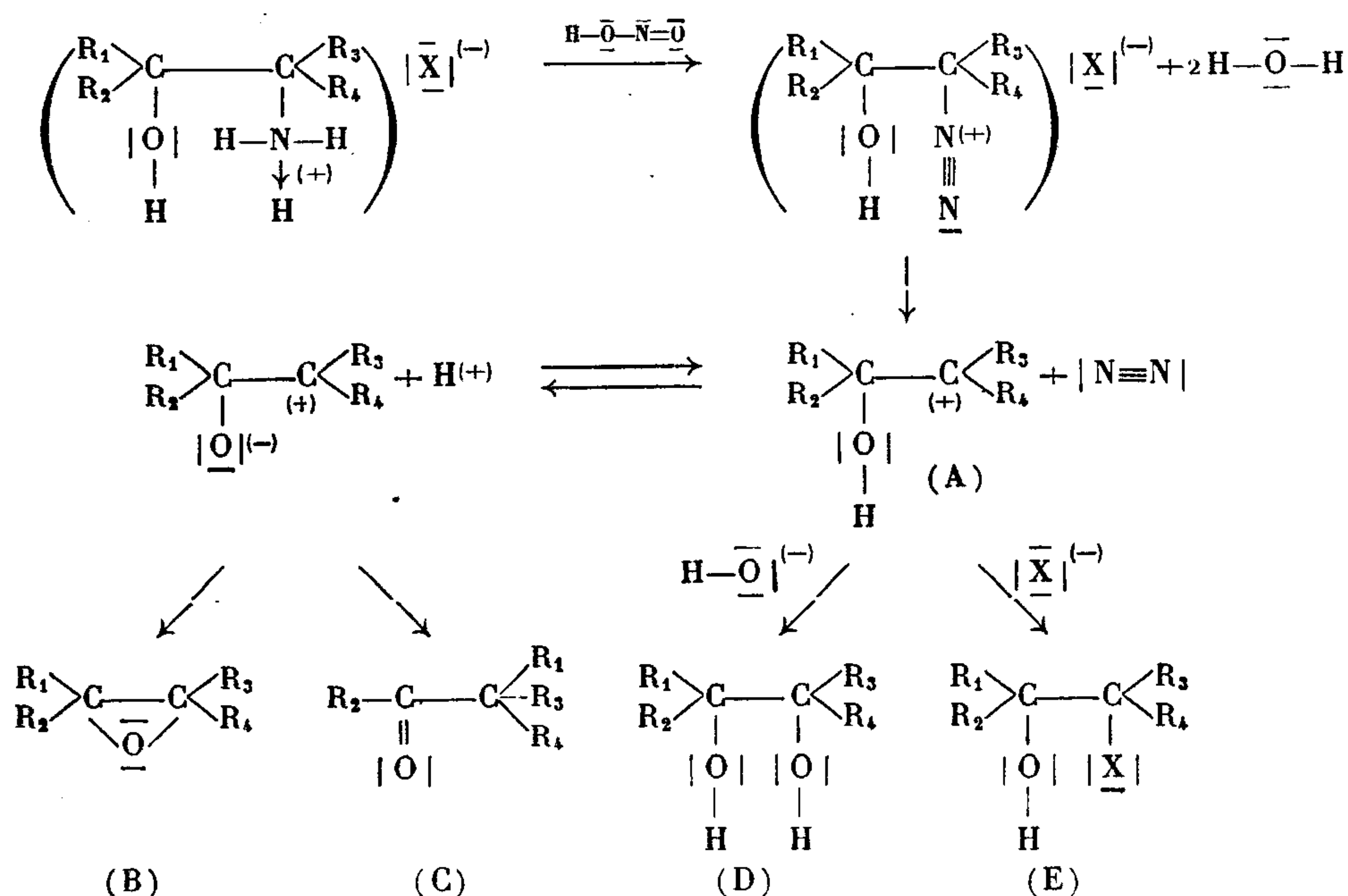
CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude du mécanisme de la désamination nitreuse des α-aminoalcools. Influence du milieu réactionnel. I. Formation de chlorhydrines.* Note ([1]) de M. **Hugh Felkin**, présentée par M. Pierre Jolibois.

On sait que la désamination nitreuse des α-amino-alcools conduit le plus souvent à des composés carbonylés par transposition, quelquefois à des glycols,

([3]) *Comptes rendus*, 159, 1914, p. 83.

([1]) Séance du 23 février 1948.

plus rarement à des époxydes, sans transposition. M[lle] B. Tchoubar ([2]) a donné une interprétation électronique de cette réaction, comportant la formation intermédiaire d'un ion carbonium A, qui laisse prévoir non seulement la formation d'un époxyde B, d'une cétone C, d'un glycol D, mais encore d'un monoester E du glycol par la réaction de l'ion carbonium avec l'ion acide X négatif se trouvant dans le milieu réactionnel ([3]).



Les conditions opératoires pouvant influencer le sens de la réaction, nous avons étudié la désamination nitreuse de certains α-amino-alcools en présence d'une proportion plus ou moins grande d'acide chlorhydrique.

Les α-amino-alcools suivants ont été étudiés :

(I) $C_6H_5CHOHCHNH_2C_6H_5$ ([4]),
(II) $(C_6H_5)_2COHCH_2NH_2$ ([5]),
(III) $(C_7H_{15})_2COHCH_2NH_2$,
(IV) $(C_2H_5)_2COHCHNH_2C_6H_5$ ([5]),
(V) $(C_6H_5)_2COHCHNH_2C_6H_5$ ([5]), ([6]),
(VI) $(C_6H_5CH_2)_2COHCHNH_2C_6H_5$ ([5]).

La plupart de ces amino-alcools ont déjà été décrits. Nous avons préparé le 1-*amino-2-heptylnonan-2-ol* (III) par la méthode de Thomas et Bettzieche ([5]) :

([2]) *Thèse doctorat Université*, Paris, 1946.

([3]) Cette réaction avait été observée par Hückel et Wilip (*J. Prakt. Chem.*, 158, 1941, p. 21) dans le cas des amines, mais n'a pas encore été signalée pour les amino-alcools.

([4]) Goldschmidt et Polonowska, *Ber.*, 20, 1887, p. 492.

([5]) *Z. Physiol. Chem.*, 140, 1924, p. 244.

([6]) Mc Kenzie et Richardson, *J. Chem. Soc.*, 123, 1923, p. 79.

E(3^{mm}) 156-159°; F 34-35°. *Picrate*, F 118-119°. *Dérivé N-benzoylé*, F 79-80°.

La désamination a été effectuée au moyen d'un excès de $NaNO_2$, vers 5°, avec agitation mécanique, le plus souvent en présence de dioxane. Les produits de désamination ont été soit identifiés directement, soit caractérisés par différentes méthodes : dosage des groupements acétylables, dosage du chlore, dosage des hydrogènes actifs.

La désamination, en milieu acétique ou chlorhydrique dilué, des amino-alcools (I), (IV), (VI), examinée par différents auteurs, a fourni un mélange de glycol et de cétone; celle des amino-alcools (II), (V) a fourni uniquement des cétones.

La désamination en milieu chlorhydrique plus concentré (37 mol-g par mol-g d'amino-alcool) nous a conduit à des résultats qui peuvent être groupés comme suit :

a. les amino-alcools (I), (III), (IV), (VI) fournissent des quantités plus ou moins grandes de chlorhydrines (respectivement 25, 55, 35 et 40 %) ainsi que de substances acétylables et de cétones. Les substances acétylables semblent être composées d'un mélange de glycols et d'époxydes, en proportions variables, d'après les dosages comparés de l'indice d'acétyle et des hydrogènes actifs;

b. Les amino-alcools (II), (V) fournissent presque uniquement des cétones.

La formation de chlorhydrines, en quantités notables, lors de la désamination de certains amino-alcools, apporterait une confirmation à la formation intermédiaire d'un ion carbonium, si la désamination nitreuse d'amino-alcools optiquement actifs n'avait pas conduit dans certains cas à des cétones (7), (8) et des glycols (8), (9) actifs ou partiellement racémisés. En effet, ces faits paraissent en contradiction avec l'existence réelle, pendant un temps aussi court soit-il, d'un ion carbonium A dont la configuration optique est instable (10) et qui devrait entraîner la formation d'un produit entièrement racémisé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'hydroxyphtalimidine et son « soi-disant dimère »*. Note de MM. **Albert Dunet** et **Antoine Willemart**, présentée par M. Charles Dufraisse.

I. L'hydroxyphtalimidine a été obtenu pour la première fois en 1913 par A. Reissert (1), en réduisant le phtalimide par le zinc et la soude (petites aiguilles fondant à 171-172°, solubles en particulier dans les solutions sodiques).

(7) Bernstein et Whitmore, *J. Am. Chem. Soc.*, 61, 1939, p. 1324; Kanao et Yaguchi, *J. Pharm. Soc. Japan*, 48, 1928, p. 252; Mc Kenzie, Roger et Wills, *J. Chem. Soc.*, 129, 1926, p. 779.

(8) Mc Kenzie et Mills, *Ber.*, 62, 1929, p. 284.

(9) Read et Steele, *J. Chem. Soc.*, 1927, p. 910; Mc Kenzie et Lesslie, *Ber.*, 62, 1929, p. 288.

(10) Wallis et Adams, *J. Am. Chem. Soc.*, 55, 1933. p. 3838.

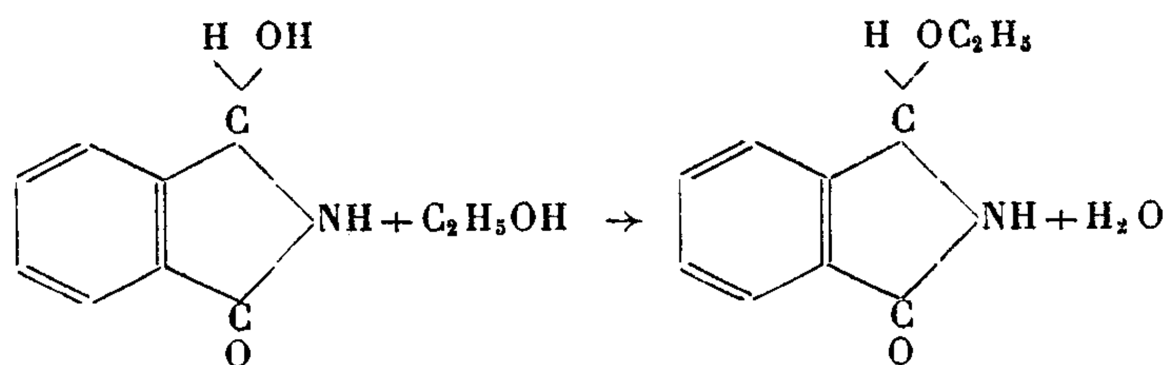
(1) *Ber. der Chem. Ges.*, 46, 1913, p. 1488.

En 1930, B. Sakuraï (²), étudiant la réduction électrolytique en milieu hydro-alcoolique du phtalimide, obtint un hydroxyphtalimidine différent de celui de Reissert (aiguilles fondant à 105°). D'après des déterminations de poids moléculaire, ce dernier auteur attribua une forme monomère à son composé et une forme dimère à celui de Reissert. De plus, il montra que son composé se transformait en celui de Reissert par chauffage avec de l'acide sulfurique 6 N.

Nous avons repris la réduction électrolytique de Sakuraï dans les conditions suivantes :

La solution cathodique est formée de 50^{cm^3} d'alcool éthylique, 50^{cm^3} d'eau, 10^{cm^3} d'acide chlorhydrique et 3^g de phtalimide. La cathode est une plaque de plomb de 1^{dm^2} préparée suivant Tafel. La solution anodique est une solution d'acide chlorhydrique à 5 %. L'anode est une plaque de platine. La réduction électrolytique s'effectue à 20-30° par passage d'un courant de 2 ampères pendant 4 heures en agitant la solution cathodique. Après neutralisation et évaporation de l'alcool, on obtient un précipité qui, après recristallisation dans l'alcool, fond à 108°. Rendement 25-30 %.

L'analyse élémentaire nous démontra que le composé obtenu était le dérivé éthoxylé résultant de l'action de l'hydroxyphtalimidine sur l'alcool éthylique du milieu réactionnel.



N % pour $C_{10}H_{11}O_2N$ 7,91; trouvé, 8,03.

En remplaçant dans l'expérience précédente l'alcool éthylique par l'alcool méthylique, il se forme un dérivé méthoxylé (petits prismes fondant à 99°; N % pour $C_9H_9O_2N$ 8,59 ; trouvé 8,75).

Il nous a paru naturel, pour obtenir de cette façon l'hydroxyphtalimidine, d'éviter l'emploi d'un milieu hydroalcoolique. En le remplaçant par un mélange dioxane-eau, l'expérience a fourni avec un rendement de 70 % un produit de point de fusion 178° (bloc Maquenne) qui s'est révélé identique à celui de Reissert.

La détermination du poids moléculaire ne nous a pas permis de confirmer les conclusions de Sakuraï : le produit de Reissert est incontestablement monomère (théorie, 149; trouvé : par ébullioscopie dans l'eau 153; par ébullioscopie dans l'alcool éthylique 156 ; par la méthode de Rast 173-177).

Ainsi, il résulte que l'hydroxyphtalimidine se forme comme produit primaire de réduction du phtalimide, mais qu'il est susceptible de réagir facilement avec

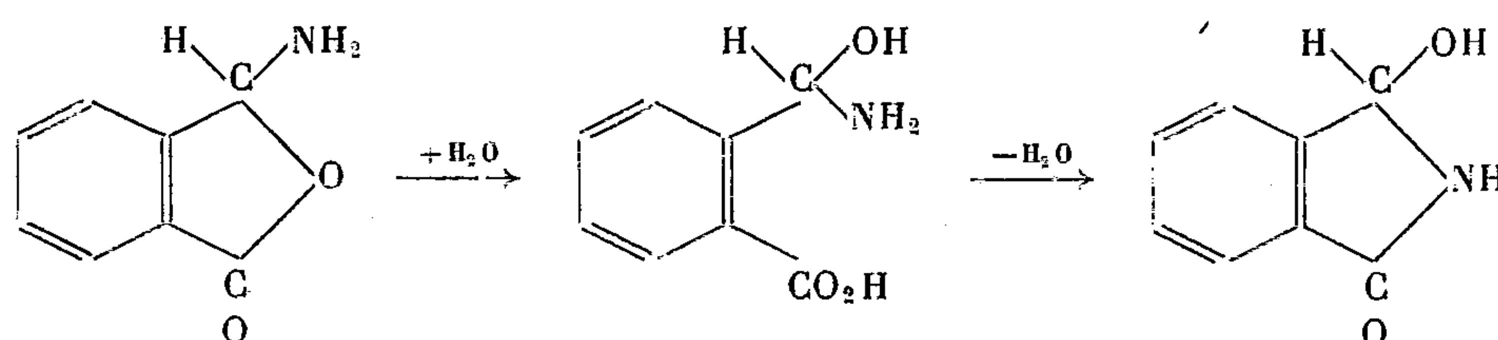
(²) *Bull. Chem. Soc. Japon*, 5, 1930, p. 184.

certaines molécules du milieu réactionnel (alcool éthylique, alcool méthylique), ainsi que d'ailleurs avec des produits de réduction du phtalimide tels que la phtalimidine ([3]) ou l'isoindoline ([4]).

Bien entendu, le courant électrique n'intervient pas dans ce genre de condensation : il suffit en effet d'abandonner quelques heures une solution hydro-alcoolique d'hydroxyphtalimidine en présence d'acide chlorhydrique pour séparer, après alcalinisation et concentration, les dérivés alcoxylés avec des rendements de 70-80 %. On peut même les obtenir plus rapidement par ébullition d'une solution alcoolique d'hydroxyphtalimidine en présence de quelques gouttes d'acide (chlorhydrique ou sulfurique). Ce procédé nous a permis de préparer toute une série de dérivés (propoxy F 102°; isopropoxy F 125°; *n*-butoxy F 93°; *n*-amyloxy F 85°; benzyloxy F 103°).

Le dérivé décrit par B. Sakuraï n'est autre que le dérivé éthoxylé de l'hydroxyphtalimidine de A. Reissert, et il donne effectivement l'hydroxyphtalimidine par simple hydrolyse en milieu sulfurique.

II. Nous avons été étonnés qu'un composé isomère de l'hydroxyphtalimidine, l'aminophtalide, possédât une solubilité dans les solutions alcalines. Ce corps, que S. Racine ([5]) obtenait par action de l'ammoniac sur le bromophtalide, avait des propriétés physiques (F 167°, solubilités dans le chloroforme, l'éther et le benzène) qui devaient le différencier de l'hydroxyphtalimidine. En reprenant le mode opératoire décrit par S. Racine, nous avons obtenu un produit fondant à 178° qui s'est révélé identique à l'hydroxyphtalimidine de A. Reissert. Comme le produit était finalement recristallisé dans l'eau, on pouvait admettre, par addition et élimination successives d'une molécule d'eau, l'ouverture du cycle oxygéné suivie d'une recyclisation sur l'atome d'azote :



En remplaçant l'eau par du dioxane anhydre (séché sur sodium), le résultat fut identique.

Il y a là un phénomène très caractérisé de tautomérie.

([3]) A. DUNET et A. WILLEMART, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1443.

([4]) A. DUNET, Expériences inédites.

([5]) S. RACINE, *Ann.*, **239**, 1887, p. 91.

GÉOLOGIE. — *Découverte de l'Ordovicien en Algérie atlasienne.* Note de MM. **Alexis Lambert, Henri Termier** et Mme **Geneviève Termier**, transmise par M. Paul Fallot.

Dans une Note précédente (1) l'un de nous a signalé l'existence de terrains paléozoïques fossilifères sur le versant septentrional du Djurdjura entre Azerou Agouni bou Amane et le pic 1865m. Jusqu'à présent, il n'avait pas été possible de dater ces formations d'une manière précise.

Les schistes calcareux et micacés correspondant au terme 5 d'une coupe donnée dans la publication citée, nous ont fourni les espèces suivantes : *Nicolella Actoniæ* Sow., *Heliocrinus Rouvillei* v. Koenen, *Juglandocrinus* cf. *crassus* v. Koenen, *Echinosphærites* sp., *Caryocystis* sp., ainsi que des Amphorides, des Orthidés et des Chætetidés indéterminables.

Les Cystoïdes de ce gisement se présentent, comme c'est souvent le cas, d'une part sous forme de calices bien dégagés, à test spathique d'une épaisseur considérable (atteignant 10mm), dans lequel se distinguent les rhombes de pores et les pectinirhombes, d'autre part en empreintes permettant d'observer, mieux que sur les calices toujours plus ou moins usés, la disposition des plaques et leur structure fine (ornementation transsuturale caractéristique des Rhombifères, diplopores des Amphorides),

La présence de *Nicolella Actoniæ* et d'*Heliocrinus Rouvillei* dans cette petite faune est suffisante pour que l'on puisse rapporter celle-ci à l'Ashgill. En outre, l'horizon considéré nous paraît d'un faciès biologique comparable à celui du niveau à *Nicolella Actoniæ* de la Montagne Noire (2), également riche en Cystoïdes, dont plusieurs formes sont identiques aux nôtres. Il s'agit d'ailleurs d'espèces voisines de celles qui sont représentées dans les pays scandinaves (3) (4), également au même niveau.

C'est, à notre connaissance, la première fois, que cette faune est signalée en Afrique du Nord. Dans la belle série ordovicienne du Maroc (5)(6) les schistes

(1) Alexis Lambert, *Sur les terrains primaires et infraliasiques du Djurdjura* (Algérie) (*Comptes rendus*, **209**, 1939, p. 414).

(2) Maurice Dreyfus, *Les Cystoïdes de l'Ordovicien supérieur du Languedoc* (*B. S. G. F.*, 5e série, **9**, 1939, p. 117-134).

(3) Öpik, *Brachiopoda Protremata des Estlandischen Ordovizichen Kubruse-Stufe.* Tartu, 1930.

(4) Gerhard Regnéll, *Non-Crinoid Pelmatozoa from the Paleozoic of Sweden.* (*Meddel. Lunds Geol. Miner. Inst.*, n° **108**, 1945).

(5) Henri et Geneviève Termier, *Les principaux niveaux paléontologiques de l'Ordovicien marocain* (*C. R. Somm. S. G. F.*, **13**, 1947, p. 254).

(6) Georges Choubert, Henri et Geneviève Termier, *Sur la stratigraphie de l'Ordovicien marocain* (*C. R. Somm. S. Fr.*, **16**, 1947, p. 335).

à *Chonetoidea radiatula* de la région d'Oulmès semblent bien ne correspondre qu'à l'Ashgill inférieur, tandis que les couches à Amphorides, assez fréquentes dans l'Anti-Atlas, appartiennent vraisemblablement au Llandeilo.

Le niveau à *Nicolella Actoniæ* du Djurdjura vient peut-être combler une lacune de la stratigraphie nord-africaine (s'il devait se ranger dans l'Ashgill supérieur); il montre en tous cas que l'extension géographique des Rhombifères est plus étendue qu'on ne le supposait jusqu'à présent ([7]).

D'ailleurs la répartition de ces organismes dans le monde ordovicien est bien différente de celles des Amphorides. Tandis que les premiers sont de beaucoup les mieux représentés en Amérique du Nord, en Grande-Bretagne, dans les Provinces Baltes et en Scandinavie, les seconds dominent nettement en Armorique et en Chine; enfin les deux groupes sont associés en Bohême, dans la Péninsule Ibérique et en Algérie. Cette distribution peut être due à l'établissement de conditions biologiques différentes, mais il serait prématuré de parler de provinces. Nos connaissances sur les niveaux et les biotopes relatifs à ces groupes sont en effet trop incomplètes pour nous permettre d'aboutir à des conclusions satisfaisantes.

Il est donc à souhaiter, au double point de vue stratigraphique et paléogéographique, que les géologues travaillant dans le Primaire africain recherchent systématiquement tous les ordres de Cystoïdes, organismes peu connus et souvent difficiles à distinguer, mais qui ont une valeur chronologique certaine.

TECTONIQUE.— *Sur la tectonique antéhercynienne, probablement précambrienne, de l'Auvergne et du Bourbonnais.* Note de M. **André Demay**, présentée par M. Emmanuel de Margerie.

En 1934 et 1937, j'ai distingué dans le Massif Central, au Nord, un *socle antéhercynien, probablement précambrien,* en partie couvert de Paléozoïque et qui comprend la zone morvano-roannaise, le Bourbonnais et l'Auvergne, au Sud, *la zone métamorphique hercynienne* des Cévennes méridionales et du Rouergue, enfin, entre les deux, une zone d'âge encore un peu douteux qui s'étend du Lyonnais à Brioude, Ussel et au Limousin méridional.

Au nord du massif granitique d'Ussel, j'ai observé, en accord avec une indication de M. J. Jung en 1946, le *renversement de paragneiss à biotite, avec cipolins, sur des paragneiss à biotite et muscovite et sur des micaschistes.* Mais une étude détaillée m'a permis de constater qu'il s'agit d'un *synclinal déversé vers le Sud,* parfois couché, réduit à une racine subverticale au nord-est d'Ussel, et que, d'autre part, les migmatites granitiques d'Eygurande s'enfoncent sous cet ensemble plissé.

([7]) Geneviève Delpey, *Bull. Soc. géol. Fr.*, 5e série, 14, 1944, p. 247-278.

Au sud de la zone renversée, on retrouve également une superposition normale. Les micaschistes de Singles se prolongent au Sud par ceux de la région de Thalamy, qui reposent, un peu décollés et laminés, sur des gneiss d'imprégnation granitique et sur le granite d'Ussel.

A l'est des migmatites d'Eygurande et Bourg-Lastic, affleurent, brusquement abaissés par l'accident antéstéphanien du grand sillon houiller, à la fois faille et flexure, des micaschistes et des gneiss micaschisteux à biotite et muscovite. Mes recherches récentes ont établi que, partout où ils viennent en contact avec des paragneiss à biotite ou avec des migmatites, *ils occupent, au-dessus d'eux, une position normale*. J'ai vérifié le fait, par exemple, près de Cisternes, dans le vallon du Besanton, et au sud-est de Pontaumur, où se dessine, à l'est du sillon, une bande synclinale, évidemment secondaire, identique à celle que j'ai décrite entre Mauriac, Bort et l'est d'Ussel.

A l'est du granite porphyroïde intrusif de Gelles, intact et probablement carbonifère, et jusqu'à la fosse tertiaire de Limagne, j'ai observé des plis à peu près symétriques, dont les axes sont orientés NNE ou NE, avec ennoyage axial vers le SSW. Dans ces plis, la répartition du degré métamorphique est normale : migmatites et gneiss d'imprégnation granitique, paragneiss à biotite, paragneiss à biotite et muscovite, micaschistes, schistes épimétamorphiques, probablement dévoniens, de Ceyssat et Nébouzat, partiellement transformés en cornéennes, au contact du granite d'Orcival et Saint-Genest.

Il semble bien, près de Ceyssat, qu'il y ait *discontinuité entre les schistes de Ceyssat et les paragneiss à biotite*, immédiatement voisins. Cette observation s'accorde avec celles qui conduisent à attribuer les uns au Dévonien, les autres au Précambrien. Les deux termes sont traversés par le *granite intrusif d'Orcival, probablement carbonifère*, puisqu'au contact des schistes et du granite, près de Pont-des-Eaux et de la Gorce, j'ai observé des gneiss leptynitiques de contact et des cornéennes.

Au nord du granite de Gelles et dans la région de Pontgibaud, la structure est analogue; mais on distingue un synclinal plus occidental, de même orientation; la répartition du degré métamorphique est normale à l'Est, tandis qu'à l'Ouest, près de Bromont, existe un léger déversement, peut-être un accident.

Enfin, plus au Nord, les migmatites de l'anticlinal de la Goutelle s'enfoncent sous les paragneiss et micaschistes, plus ou moins granitisés, des Ancizes et de Saint-George-de-Mons. Bien que le granite de Saint-Gervais masque la jonction, ceux-ci sont probablement liés aux micaschistes du substratum et du flanc inverse de la nappe de la Sioule.

Ainsi se trouve éclairé le problème des relations entre le renversement du Cristallophyllien dans la région de la Sioule, le renversement de la région d'Eygurande et celui que j'ai décrit, depuis longtemps, près de Mauriac et qui correspond, à mon sens, à la zone d'enracinement de la nappe de la Margeride.

M. J. Jung a admis en 1946 qu'il s'agit d'un seul phénomène. Il faudrait

alors envisager, pour la nappe de la Margeride, un charriage de 150^{km} et non plus seulement de 50^{km}, comme je l'ai indiqué, ou expliquer le renversement par une surface de poussée dont la trace serait orientée NNE, ce qui ne s'accorde pas avec l'ensemble des observations.

En fait, la *zone renversée d'Eygurande*, qui se prolonge d'ailleurs axialement par une racine subverticale, est séparée des terrains renversés de Mauriac par une région à superposition normale, l'anticlinal de Neuvic, simplement déversé au Sud sur les précédents. *C'est un synclinal, parfois déversé ou même couché vers le Sud,* qui correspond à ceux que j'ai décrits à l'est du grand sillon houiller et prolonge peut-être l'un d'eux. Il est probable que les micaschistes et paragneiss de ce synclinal sont précambriens. Lui-même peut être aussi précambrien ou représenter une structure hercynienne de l'arrière-pays précambrien.

D'autre part, les terrains renversés d'Eygurande sont séparés de ceux de la Sioule par une vaste région où la répartition du degré métamorphique est normale. A une tectonique précambrienne, qui, à l'Ouest, est une tectonique tangentielle profonde, se superposent des plis orientés NNE, qui semblent antérieurs au granite de Guéret et résultent probablement d'une phase hercynienne antéviséenne.

Le renversement de la région de la Sioule, comme je l'ai indiqué dans une Note antérieure, *correspond à une nappe antéhercynienne, probablement précambrienne,* en forme de pli couché, qui s'enracine au nord de la Bouble et dont le cheminement vers le Sud-Est n'a pas dépassé une vingtaine de kilomètres.

Dans les régions voisines, jusqu'au bord sud du bassin de Paris, au sud de Montluçon et entre Montluçon et Moulins, *l'ordre de superposition du Cristallophyllien semble normal.*

GÉOCHIMIE. — *Sur les variations du* pH *et du* rH *dans quelques tourbières du Jura français.* Note de M. **Fridolin Firtion**, présentée par M. Emmanuel de Margerie.

La mise au point d'une technique pour l'étude sur le terrain des variations du pH et du rH des tourbières jurassiennes, m'a conduit à entreprendre une campagne préliminaire dans les dépôts tourbeux de la région située entre Frasne (Doubs) et Andelot (Jura) le long de la voie ferrée Mouchard-Pontarlier.

Les recherches ont eu lieu :

1° dans la grande tourbière de l'Étang de Frasne, à environ 3^{km} au sud de l'agglomération, sur le côté Est de la route de Bonnevaux, altitude 850^{m}; 2° dans la tourbière de la gare de Boujeailles, sur le côté Sud de la ligne de Pontarlier, altitude 819^{m}; 3° dans la tourbière d'Andelot-Dessous, sur le côté Est de la route de Champagnole, altitude 625^{m}.

Le tableau ci-après résume les principaux caractères de chaque tourbière et donne les profondeurs sur lesquelles ont porté les mesures.

Tourbière.	Constitution.	Age.	pH. Profondeur étudiée	rH. Profondeur étudiée	Age de la tourbe étudiée.
Frasne profondeur 6m, 50	0m à 0m,75 Tourbe de Sphaignes puis caricière	Boréo-subatlantique	4m	3m	Subatlantique-atlantique
Boujeailles profondeur 6m, 90	Caricière plus ou moins argileuse	Atlantique-subatlantique	4m,25	1m,50	id.
Andelot profondeur 2m, 25	id.	Boréo-subatlantique	2m,50	2m,25	Boréo-subatlantique

Mesures. — Le pH a été déterminé par la méthode électrométrique. Le calcul du rH a été fait à l'aide de la formule

$$rH = \frac{Emes + 250 + 0{,}058\,pH}{0{,}029}$$ [1],

E mes. = potentiel du fil de Pt. Les mesures ont été faites tous les 25cm.

Résultats. — Dans les trois tourbières, le pH augmente régulièrement de la surface jusqu'à une certaine profondeur qui varie dans chacune des tourbières étudiées : 2m,25 (Frasne), 1m,50 (Boujeailles) et 0m,75 (Andelot). Au-dessus de ces niveaux, les variations du pH sont comprises entre les valeurs suivantes : 2,7 et 6,85 (Frasne), 2,5 et 7,12 (Boujeailles), 3,55 et 6,65 (Andelot).

Au-dessous de ces niveaux, les variations du pH deviennent irrégulières et sont comprises entre 5,75 et 6,90 (Frasne), 3,20 et 7,85 (Boujeailles), 5,75 et 7,80 (Andelot).

Le potentiel du fil de Pt, d'abord positif, diminue avec la profondeur et devient ensuite négatif. Les courbes de variation indiquent un abaissement rapide du potentiel à une faible profondeur (0m,25 pour Frasne et Boujeailles ; à Andelot le potentiel ne subit un abaissement appréciable qu'à 0m,75). Les valeurs obtenues pour chacun de ces niveaux font l'objet du tableau ci-dessous :

Tourbière.	Niveau (m).	Potentiel (mV).
Frasne	0	430
	0,25	195
Boujeailles	0	487
	0,25	94
Andelot	0	369
	0,25	354
	0,50	369
	0,75	−7

(1) F. Vlès, *Précis Chim. Phys.*, 1929, p. 233 et L. Meyer, *Thèse Univ. Strasb. Pharm.*, 1933, p. 234,

Le rH calculé est compris entre les valeurs suivantes :

Frasne..............	28 –18,5
Boujailles............	30,4–20,3
Andelot.............	29,3–19,5

Sur le front de taille de la tourbière de Frasne, les valeurs du rH sont comprises entre 32,3 et 25,6.

Conclusion. — Les mesures effectuées ont porté sur des tourbes de même âge, toutes trois de bas-marais, sauf les premiers 75^{cm} de la tourbière de Frasne où la tourbe est faite de Sphaignes. Il semble que les valeurs de pH obtenues soient en relation avec la teneur en matière minérale de chacune des tourbières examinées : la tourbe la plus pure donnant les valeurs de pH les plus basses et le changement de signe du potentiel de Pt s'effectuant à faible profondeur dans une tourbe riche en substance minérale, donc en cendres.

Le rH calculé donne des valeurs qui indiquent un milieu oxydé en surface, mais devenant rapidement réducteur à faible profondeur; sur front de taille, le rH est nettement oxydant.

PHYSIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur quelques expériences de pluie artificielle.* Note [1] de M. **René Eyraud**, présentée par M. Henri Villat.

Dix expériences de projection de neige carbonique granulée sur des nuages naturels ont eu lieu en France entre le 25 mars 1947 et le 9 février 1948. Les essais ont été faits dans des conditions variées, tant en ce qui concerne les types de nuages que les températures de leurs sommets.

Les résultats obtenus furent les suivants :

Sur tous les nuages, aussi bien du type cumulus que du type stratocumulus, dont les sommets étaient à une température voisine de 0°, aucune action n'a pu être constatée dans les cinq essais effectués.

Sur les cumulus à température de sommet très inférieure à 0°, pour quatre tentatives, trois donnèrent effectivement une précipitation de pluie sous le nuage. Il n'y a pas lieu de conclure après l'échec du 4e essai, imputable à des erreurs opératoires, que la réussite est subordonnée à d'autres conditions que celles dont nous nous servons ici pour classer les expériences.

Enfin un essai a été fait sur un nuage du type stratocumulus également en surfusion avec température de sommet très inférieure à 0°. La dissociation du nuage a été obtenue.

En moyenne 10^{kg} de neige carbonique étaient lancés sur les nuages dont certains atteignaient un volume de 60^{km^3} représentant une masse d'eau condensée de 90000 tonnes.

(1) Séance du 1er mars 1948.

Quant aux quantités d'eau recueillies au sol, il n'a pas encore été possible de faire des mesures quantitatives, mais nous nous réservons de prendre toutes dispositions pour remédier dans l'avenir à cette déficience.

Il serait prématuré de vouloir tirer de ces expériences un inventaire complet des possibilités d'action de l'homme sur les nuages; néanmoins il paraît se dégager de ces essais deux conclusions :

1° La neige carbonique n'a d'action que sur les nuages d'eau surfondue à température nettement inférieure à 0°;

2° Quand les conditions requises sont réalisées, la pluie artificielle peut être obtenue avec des quantités de neige carbonique très faibles par rapport à la masse nuageuse (10^{-4} milligramme de CO_2 par mètre cube de nuage).

Ceci confirme et complète les expériences de laboratoire faites sur ce sujet ([2]), ainsi que la théorie de Bergeron sur la pluie naturelle et nous permet de préciser le mécanisme de la pluie artificielle.

Bergeron juge nécessaire, pour qu'un nuage se résolve en pluie, l'existence de cristaux de glace dans sa partie supérieure, ceux-ci grossissent au détriment des gouttes d'eau, puis tombant, finissent par fondre s'ils passent dans une partie de l'atmosphère à température positive.

Les cristaux de glace ne peuvent se former dans un nuage naturel de gouttelettes surfondues que s'il existe des noyaux de congélation, à moins que la température ne soit suffisamment basse pour que les gouttelettes d'eau se congèlent spontanément. A ce sujet W. Rau ([3]) a montré que des gouttes d'eau soumises à des alternances de refroidissement et de réchauffement ont une température de congélation spontanée qui va s'abaissant jusque vers — 60°, et ceci étant précisément le cas des nuages du type cumulus à mouvements convectifs intenses, permet d'expliquer qu'ils ne précipitent que difficilement par voie naturelle.

Le gaz carbonique, dégagé par un grain de carboglace tombant dans l'air, provoque avant d'être mélangé à l'air humide un refroidissement local très intense (— 80°) mais extrêmement bref; la vapeur d'eau contenue dans l'air se transforme alors directement en un grand nombre de très petits cristaux de glace sans qu'il soit nécessaire de supposer la présence de noyaux de congélation préexistants, l'absence de pluie naturelle nous confirme d'ailleurs dans ce dernier point de vue et nous sommes ainsi ramené pour la suite au processus de formation de la pluie naturelle.

L'efficacité de la carboglace trouve son explication dans sa lenteur de sublimation, conséquence de sa chaleur latente et de sa compacité, car le nombre de cristaux de glace est proportionnel à la brièveté du refroidissement local et au temps total de sublimation de chaque grain de carboglace. D'autres

([2]) Brun et Démon, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 505 et 953, et 226, 1948, p. 589.
([3]) *Schrifft. d. deutsch. Akad. f. Luftfahrtforsch.*, 8, 1944, p. 65.

expérimentateurs ont proposé de lancer d'un avion des produits tels que l'air liquide, de l'eau, ou des cristaux d'iodure d'argent; aucun de ces produits ne paraît susceptible d'avoir un rendement, pour des causes diverses, aussi élevé que la neige carbonique.

Le déversement, depuis un avion, de grains de carboglace nous apparut présenter le défaut de ne disséminer la carboglace que dans un plan vertical, la dispersion horizontale se faisant très mal. Aussi avons-nous entrepris la réalisation des bombes à neige carbonique prévues pour éclater au sein du nuage.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Nouvelles observations sur l'inhibition de la croissance des organes du Prunier attaqués par* Anuraphis helichrysi. Note [1] de M. **François Nystérakis**, présentée par M. Joseph Magrou.

Pour étayer les conclusions de notre Note précédente [2] sur le rôle de l'acide indol-β-acétique, qui, injecté par les Pucerons dans les feuilles, y cause à la fois des désordres histologiques et un arrêt de la croissance, qui s'étend à la tige sur laquelle les feuilles sont fixées, nous avons eu recours à l'analyse chimique. Notre but était de montrer que la nutrition de l'Insecte aux dépens de son hôte, si souvent invoquée pour expliquer son action, est insuffisante à elle seule pour justifier les désordres produits, en particulier un très important arrêt de la croissance, évalué en poids frais, à $19^{g},6$, en poids sec, à $6^{g},029$, et, en longueur, à 82^{cm}, en un temps relativement court (35 jours).

Les tiges parasitées par les Pucerons du 10 avril au 15 mai ont été débarrassées de ceux-ci par un insecticide; elles ont repris leur développement et nous avons expérimenté sur la partie saine qui s'est formée du 27 mai au 10 juin.

Nous avons donc fait l'analyse, en ce qui concerne l'azote, le phosphore et la potasse, des tissus des Insectes qui se sont nourris sur les tiges infectées, de ceux des tiges saines, des tiges parasitées et de leur partie développée du 27 mai au 10 juin. Les chiffres sont exprimés en grammes. Les tableaux I et II sont relatifs aux tiges saines et aux tiges parasitées, qui se sont développées du 10 avril au 15 mai 1947; le tableau III vise la partie saine formée du 27 mai au 10 juin.

TABLEAU I.

	Poids frais.	Poids sec.	N^2.	Protéine.	P^2O^5.	K^2O.
Tige témoin........	19,7	6,064	0,063065	0,394160	0,044267	0,272880
Tige contaminée expérimentalement.	0,1	0,035	0,000588	0,003675	0,000560	0,001956
Insectes............	0,065	0,013	0,000884	0,005525	0,000379	0,000477

(1) Séance du 1er mars 1948.
(2) *Comptes rendus*, 222, 1948, p. 746.

TABLEAU II (pour 100 de matière sèche).

	N^2.	Protéine.	P^2O^5.	K^2O.
Tige témoin	1,04	6,50	0,73	4,50
Tige contaminée	1,58	10,50	1,60	5,59
Insectes	6,80	42,50	2,92	3,65

TABLEAU III.

Longueur.	Poids frais.	Poids sec.	N^2.	Protéine.	P^2O^5.	K^2O.
15	4	0,929	0,022295	0,139350	0,014864	0,069024
Pour 100 de matière sèche			2,40	15	1,60	7,43

Bien que nous n'ayons pas poussé l'analyse plus loin, les chiffres précédents font bien ressortir que les différences considérables existant entre la tige témoin et celle qui est infectée et même entre cette dernière et sa partie développée du 27 mai au 10 juin ne peuvent être attribuées à la nutrition seule de l'insecte. Par contre, les quantités importantes d'acide indol-β-acétique trouvées dans celui-ci et les résultats expérimentaux indiqués dans notre Note précédente nous permettent de penser que les perturbations affectant la croissance des organes du Prunier attaqués par *Anurephis helichrysi* seraient dues à l'influence de cet acide.

Les multiples actions des phytohormones sont étroitement liées, d'une part, à la quantité de substance active introduite dans la cellule végétale et, d'autre part, à la sensibilité de celle-ci vis-à-vis des hormones de croissance. Il est ainsi possible de comprendre les réactions variées, qu'une même plante peut manifester à la suite de l'attaque d'organismes différents, ou que des végétaux distincts offrent à la suite de la piqûre du même Insecte.

GÉNÉTIQUE VÉGÉTALE. — *Obtention d'une lignée de* Nicotiana Tabacum L., *héréditairement stable, présentant le syndrome tératologique* énation, *réduit à ses manifestations foliaires*. Note (¹) M. **Prosper Gisquet**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Cette lignée, dite *énation* 701, résulte d'un croisement effectué en 1934 entre deux variétés de N. *Tabacum*, Java-Isère et Cabot.

Dans la deuxième génération (F. 2) de l'hybride, le syndrome énation apparut sur quelques plantes. L'une d'entre elles fut autofécondée et sa descendance suivie.

En (F. 3) deux types furent observés : le type énation (701) et un type sans énation (711) absolument normal. Dès 1939, les deux types étaient isolés et

(¹) Séance du 1ᵉʳ mars 1948.

se montrèrent depuis parfaitement stables, la lignée 711 étant d'ailleurs cultivée dans un but industriel.

Le type énation 701 est caractérisé, par une taille assez haute, une tige plutôt grêle, des feuilles disposées horizontalement et des entre-nœuds assez longs. Les feuilles ont les marges fortement incurvées vers le haut; elles portent, sur leur face dorsale, des excroissances d'aspect foliacé, allongées, en général, selon la direction du rachis et des nervures secondaires, plus atténuées au niveau du limbe. Entre les nervures, le limbe présente des épaississements que l'on distingue nettement en regardant les feuilles par transparence.

Ce n'est qu'à partir de la 6e ou 7e feuille qu'on peut observer des ébauches d'excroissance; celles-ci s'accentuent au fur et à mesure qu'on s'élève sur la tige.

La fleur est toujours simple et la fécondité normale.

Les excroissances d'aspect foliacé observées chez l'énation 701 ressemblent à celles qui sont produites par certaines formes de *Krœpœck*, maladies à virus sévissant aux Indes Néerlandaises et qui peuvent se transmettre par la greffe ou par certains insectes.

Le cas semble différent pour l'énation 701, puisqu'il s'agit d'un caractère héréditaire, transmis par la graine de génération en génération et non transmissible par greffe ou par inoculation de sève.

L'étude anatomo-histologique, caryologique et génétique de ce cas typique d'énation à détermination génétique est actuellement en cours.

GÉNÉTIQUE VÉGÉTALE. — *Obtention de plantes polyploïdes par traitement a l'hexachlorocyclohexane et au sulfure de polychlorocyclane.* Note [1] de MM. **Pierre Quidet** et **Henri Hitier**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Au cours d'essais effectués en 1946 et 1947, à l'Institut expérimental des Tabacs de Bergerac, sur l'emploi d'insecticides à base d'hexachlorocyclohexane (H. C. H.) et de sulfure de polychlorocyclane (S. P. C.), nous avons constaté une influence marquée de ces produits sur la végétation du Tabac. Appliqués dans certaines conditions, ils provoquèrent des troubles de croissance graves.

De jeunes plantules de semis de *Nicotiana Tabacum* L. ($2n = 48$), traitées avec une poudre titrant 8 % de H. C. H., lorsqu'elles prenaient leur troisième ou quatrième feuille, subirent un ralentissement considérable de croissance et présentèrent, par la suite, des monstruosités rappelant celles des tabacs traités à la colchicine. Chez certaines plantes, des anomalies foliaires, plus ou moins accusées, persistèrent jusqu'à la floraison. L'étude caryologique des

---

[1] Séance du 1er mars 1948.

cellules mères du pollen au moment de la méiose montra que plusieurs de ces plantes avaient été rendues tétraploïdes ($4n = 96$).

Des traitements effectués sur des sujets plus âgés (8 à 10 feuilles), aussitôt après le repiquage en plein champ, par arrosage avec des bouillies contenant 0,2 % de H. C. H. ou 0,045 de S. P. C., entraînèrent la mort de nombreuses plantes et provoquèrent, chez celles qui subsistèrent, un retard dans la croissance et des déformations foliaires importantes. Toutefois, aucune d'elles ne fut rendue tétraploïde, le traitement ayant été fait trop tard pour que les modifications caryologiques eussent affecté l'ensemble du bourgeon terminal.

En vue de préciser le mode d'action du H. C. H. et du S. P. C. et de rechercher les conditions de leur emploi éventuel comme agents polyploïdisants, nous avons expérimenté ces produits sur les racines d'*Allium Cepa* ($2n = 16$).

Lorsqu'on plonge les extrémités de jeunes racines d'oignon, dont les méristèmes sont en voie de division active, dans une bouillie de H. C. H. ou de S.P.C. à 0,01 %, on observe, après fixation et coloration appropriées, des modifications des mitoses analogues à celles qui sont provoquées par un traitement effectué dans les mêmes conditions avec une solution de colchicine. Au stade de la métaphase, au lieu de se disposer en plaque équatoriale, les chromosomes restent dispersés dans la cavité cellulaire par suite de la destruction du fuseau. Puis ils se divisent et les chromosomes-fils, encore reliés par leurs centromères, forment une figure particulière caractéristique, la pseudo-métaphase. Au stade suivant, la pseudo-anaphase, les chromosomes-fils se séparent complètement, mais demeurent sur place et constituent, en définitive, un noyau à nombre double de chromosomes.

Si les racines sont traitées pendant un temps relativement court (1 heure 30 minutes par exemple), les cellules des méristèmes ne sont pas toutes modifiées. Pour rendre l'organe entièrement tétraploïde, le produit doit agir plus longtemps. A la concentration de 0,01 %, les bouillies ne sont d'ailleurs pas toxiques et le traitement peut, sans inconvénient, être poursuivi pendant plusieurs jours. Cependant, après une action prolongée, les racines sont fortement tuméfiées dans la région subterminale. L'examen caryologique montre que toutes les cellules sont polyploïdes. Certaines, même, ont été affectées au cours de plusieurs mitoses successives et comptent $4n$, $8n$, $16n$, ... chromosomes. Les noyaux au repos sont alors hypertrophiés et plus ou moins déformés et l'on peut observer des cellules multinucléées. En même temps les divisions deviennent plus rares.

Si, après un traitement modéré, on replonge les racines dans l'eau pure, les mitoses reprennent, en général, leur cours normal. Néanmoins, on observe encore quelques pseudométaphases, qui montrent la persistance de l'action des produits précédents.

Lorsque la concentration dépasse 0,05 % de H.C.H. ou S.P.C., les bouillies ont un effet toxique d'autant plus accusé que le produit est plus concentré et

que la température est plus élevée. Cette toxicité se traduit par le ramollissement et la mort des racines. L'examen caryologique montre des noyaux condensés sous forme de masses sphériques qui retiennent fortement les colorants (phénomène de pycnose).

Les mêmes produits, appliqués sous forme de poudres titrant 8 % de H.C.H. ou 14 % de S.P.C., à la base de bulbes d'oignon que l'on dispose ensuite sur des récipients contenant de l'eau pure, n'ont pas d'effet toxique sur les racines. Ces dernières, fortement tuméfiées, poussent lentement et sont rendues polyploïdes.

En résumé, le H.C.H. et le S.P.C. ont, sur les méristèmes d'*Allium Cepa* et des *Nicotiana*, une action polyploïdisante analogue à celle de la colchicine. Ils émettent des vapeurs qui favorisent leur diffusion et paraissent douées d'un pouvoir de pénétration considérable. Appliqués en poudrage ou en pulvérisation, à une dose convenable, sur des plantules suffisamment jeunes, ils permettent dans le cas des *Nicotiana* d'obtenir des mutants-polyploïdes par un procédé plus simple que l'emploi de la colchicine.

Les produits trop concentrés ont une action toxique sur les plantes et peuvent, dans certaines conditions (arrosage après repiquage par exemple), provoquer leur mort.

A cause des divers troubles qu'ils accasionnent, les insecticides à base de H.C.H. et de S.P.C. ne devront pas être employés, pendant le jeune âge, sur les plantes sensibles à leur action.

PHYTOCHIMIE. — *Cerbérine et nériifoline.*

Note de M. **Marcel Frèrejacque**, présentée par M. Richard Fosse.

La cerbérine, hétéroside du groupe des digitaliques, a été retirée pour la première fois des fruits de *Cerbera Odollam* Gaertn. par de Vry. Plugge [1], qui a étudié avec soin cet hétéroside, lui a attribué la formule $C_{27}H_{40}O_8$. Tamaki Matsubara [2], par contre, lui assigne la formule $C_{29}H_{44}O_8$. Selon ce dernier auteur, la cerbérine serait formée par l'union d'un méthylpentose, le *cerbérose*, avec une génine isomère de la thévétigénine. T. Matsubara n'a pas isolé le cerbérose, mais en a préparé l'osazone. En 1942, K. K. Chen et F. A. Steldt [3] ont retiré d'amandes noircies de *C. Odollam*, de la cerbérine pour laquelle ils proposent la formule $C_{29}H_{46}O_8$. Par contre, dans des amandes fraîches, ils n'ont pas trouvé de cerbérine, mais un digitalique plus riche en oses : le *cerbéroside*.

Ayant eu à notre disposition une petite quantité d'amandes de *C. Odollam*,

(1) *Archiv. der Pharmazie*, **231**, 1893, p. 10.
(2) *Bull. chem. soc. Japan*, **12**, 1937, p. 436.
(3) *J. Pharmacol. exper. Therap. U. S. A.*, **76**, 1942, p. 167.

nous en avons étudié les digitaliques en utilisant les méthodes que nous avions employées pour les amandes de *Tanghinia* et de *Thevetia*. Nous venons seulement maintenant d'avoir connaissance du travail de Chen et Steldt. Aussi croyons-nous devoir relater les résultats que nous avons obtenus.

I. Nous avons observé, comme ces auteurs, que les amandes blanches ne renferment pas de cerbérine mais un hétéroside riche en oses que l'on peut aisément isoler, soit par la méthode au tanin, soit par celle qui utilise l'alcool butylique (Rendement : 4 à 5 %). A côté de cet hétéroside, on trouve un hétéroside non digitalique, qui est hydrolysé par les acides minéraux avec production d'une matière colorante noire; ces faits sont en tous points analogues à ceux qui ont été observés dans l'étude des amandes de *Tanghinia* et de *Thevetia*. Cette hydrolyse peut avoir lieu sous l'action des diastases des amandes; elle provoque alors leur noircissement.

II. L'hétéroside digitalique obtenu est aisément soluble dans l'eau. L'étude de l'action du suc digestif d'escargot sur les solutions aqueuses obtenues est particulièrement instructive : en effet, les diastases de ce suc provoquent la formation d'un nouvel hétéroside qui cristallise directement du milieu fermentaire en même temps qu'il y a production d'environ 50 % de glucose. Ce nouvel hétéroside s'est révélé identique à la nériifoline que nous avons obtenue, en particulier, par l'action des diastases de l'escargot sur la thévétine [1]; les pouvoirs rotatoires de cet hétéroside sont identiques, dans l'alcool méthylique, le chloroforme, la pyridine à ceux de la nériifoline; il cristallise du chloroforme en retenant 30 % de solvant, comme la nériifoline. Nous avons d'ailleurs préparé à partir de cet hétéroside, la diacétylnériifoline ainsi que l'isonériifoline.

III. Nous avons alors provoqué artificiellement le noircissement des amandes de *Cerbera*. Du matériel obtenu, nous avons retiré sans difficulté une petite quantité de cerbérine identique à celle de Plugge, F 199-200°; $[\alpha]_D^{20} -78°$ ($CHCl_3$).

Or le dosage, par la potasse alcoolique de la fonction lactonique de cette cerbérine nous amènerait à lui attribuer un poids moléculaire d'environ 300, alors que T. Matsubara considère que son poids moléculaire (méthode de Rast) doit être voisin de 550. Il faut en conclure que, dans la cerbérine, il y a un groupement autre que la fonction lactonique qui est susceptible d'être saponifié.

Nous avons alors été amené à acétyler la cerbérine : le produit obtenu est identique à la diacétylnériifoline; il faut donc en conclure que la cerbérine n'est autre que la monoacétylnériifoline que nous avons décrite (*loc. cit.*). La cerbérine aurait donc pour formule $C_{32}H_{48}O_9$.

IV. Il résulte de ces conclusions que le cerbérose doit être identifié au thévétose. Nous avons comparé les constantes données par T. Matsubara pour

(1) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 695.

la cerbérosazone F 121°, $[\alpha]_D^{21}$ + 62,5 ($CHCl_3$), avec celles que nous avons obtenues pour la thévétosazone, elles sont identiques.

En résumé, on doit attribuer à la cerbérine la formule $C_{32}H_{44}O_9$; le cerbérose n'est pas un méthylpentose; mais un méthylméthoxpentose ([5]) identique au thévétose; la cerbérigénine est identique à la thévétigénine.

PHYSIOLOGIE. — *Efficacité comparée de la caséine et de ses acides aminés constitutifs pour la restauration physiologique du Rat blanc protéiprivé : Gain de poids.* Note ([1]) de Mlle **Janine Bourgeat**, présentée par M. Robert Courrier.

Les récents travaux américains ont attiré l'attention sur une nouvelle substance, la strépogénine, qui est un facteur de croissance, tant pour les microorganismes que pour les animaux supérieurs. La strépogénine présente pour le Rat et la Souris une action physiologique analogue à celle de l'arginine; elle n'est pas strictement indispensable au développement, mais sa présence conditionne la croissance maxima. Certains protides, comme la caséine, en sont riches; d'autres en sont presque dépourvus, c'est le cas pour l'ovalbumine, qui est effectivement un médiocre aliment de croissance. La strépogénine est détruite par l'hydrolyse acide ou alcaline; ceci expliquerait pourquoi les hydrolysats chimiques de caséine, même complétés et renfermant ainsi la totalité des aminoacides constitutifs du produit naturel, présentent pour la croissance une efficacité moindre que la caséine. La strépogénine a été étudiée dans la croissance normale; or il résulte des travaux de Roche et col. que l'aptitude des protides alimentaires n'est pas la même pour la croissance et pour la restauration des animaux préalablement soumis à l'inanition protéique. Il nous a donc semblé intéressant de rechercher si la strépogénine jouait également un rôle dans ce dernier cas. Deux lots de six rats ont été soumis au régime suivant, pratiquement dépourvu d'azote : saccharose 81, dextrine 11, huile végétale 5, mélange salin 3, aneurine, riboflavine, acide pantothénique, pyridoxine, acide nicotinique, choline, acide paraminobenzoïque, acide folique, vitamines A, D et E. Cette ration évite théoriquement toute réfection intestinale et, à l'exception de biotine et d'inositol, renferme la totalité des vitamines B identifiées.

C'est sans doute en raison de ce bon équilibre vitaminique que nous avons pu maintenir les animaux à l'inanition protéique pendant huit semaines et plus, alors que, de l'avis d'autres travailleurs français, la restauration des rats protéiprives ne serait plus possible après un délai de six semaines environ.

Après huit semaines la perte moyenne de poids atteignait 50 % (51 % pour le lot 1, 48 % pour le lot 2). Nous avons alors étudié la restauration physio-

([5]) On peut effectivement doser un méthoxyle dans la cerbérine.

([1]) Séance du 1er mars 1948.

logique de ces animaux soit par la caséine brute (12 % d'azote) riche en strepogénine, soit par un hydrolysat sulfurique de caséine complété en tryptophane et cystine. Ce dernier produit peut être considéré comme un mélange d'acides aminés libres à l'exclusion de tout peptide ([2]). Dans les deux cas on réalise, à partir du régime précédemment décrit, une ration à 2,3 % d'azote. Les résultats peuvent se résumer ainsi :

Variations moyennes des poids (g).

	Avant I. P.	Après I. P.	Restauration							
Jours.......			3e.	6e.	12e.	15e.	18e.	24e.	33e.	42e.
Caséine......	174	84,8	94	113	132	148	171	192	229	252
Hydrolysat...	172	88,7	97	117	132	147	159	182	192	218

Les premiers jours de la régénération, il y a identité d'efficacité entre la caséine et son hydrolysat : mais dès le neuvième jour, la supériorité de la caséine se manifeste et va croissant : ainsi au quarante-deuxième jour, la différence entre les poids moyens des deux lots est significative et atteint 15 %. Le phénomène est encore plus frappant si l'on rapporte les gains de poids au gramme d'azote ingéré :

Efficacité du gramme d'azote ingéré (g).

Jours..........	3e.	6e.	9e.	12e.	15e.	18e.	21e.	24e.
Caséine........	16	20	18	17	15	14	14	13
Hydrolysat.....	11	16	16	14	13	12	12	12

Cette efficacité pour la reprise du poids a été calculée selon la formule $(Px - P_0)/Nx$, P étant le poids en grammes, N l'azote ingéré en grammes, P_0 le poids au moment de la mise en restauration, x le nombre de jours.

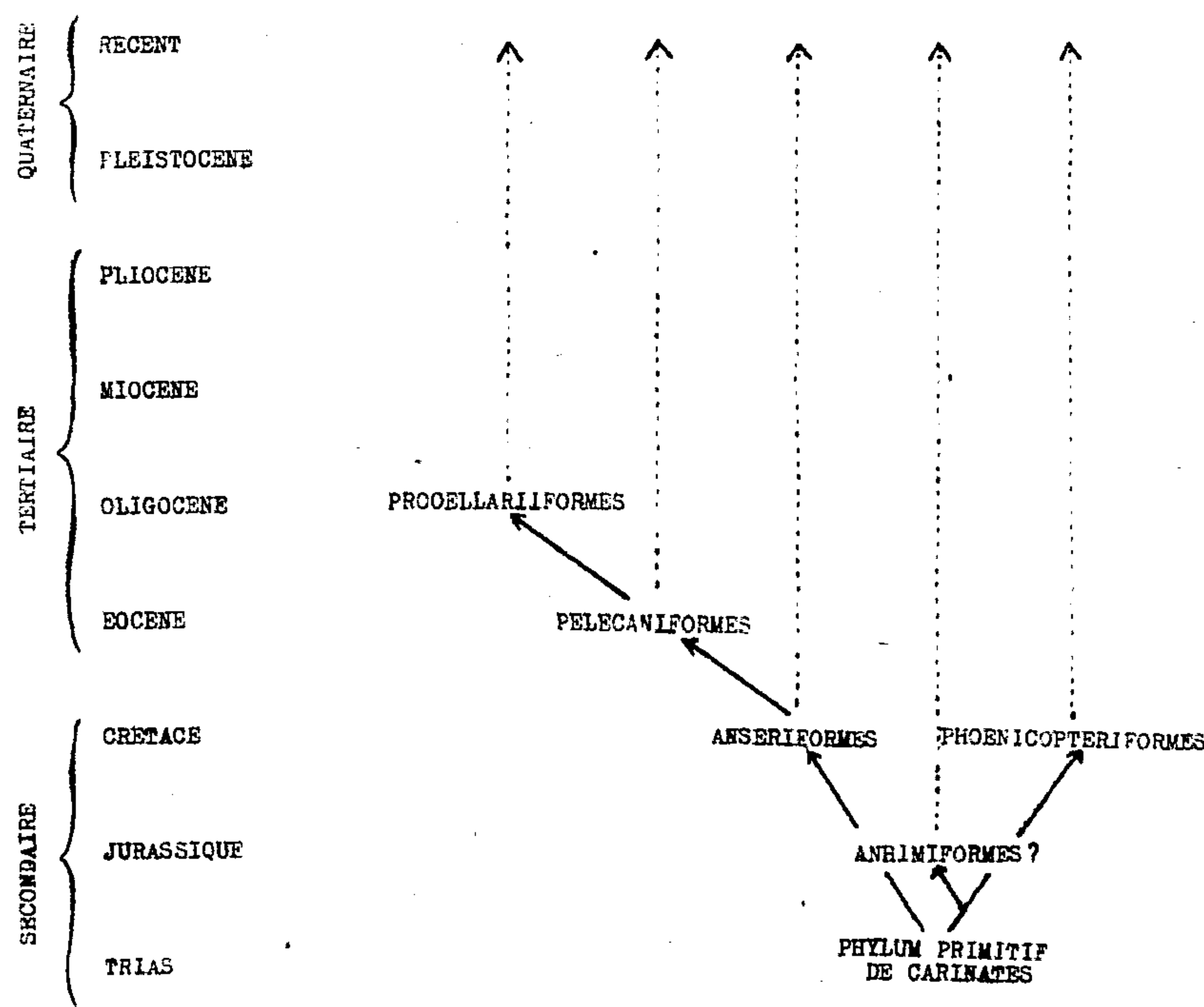
L'aptitude maxima du gramme d'azote se situe vers le sixième jour après un temps de latence, puis elle diminue progressivement; mais dans tous les cas, les valeurs observées avec la caséine sont supérieures à celles que donnent ses acides aminés constitutifs : la différence moyenne dépasse 20 %. La supériorité évidente de la caséine peut s'interpréter par la présence de strépogénine, qui serait donc un facteur de reconstitution tissulaire comme elle est un facteur de croissance proprement dit.

ORNITHOLOGIE. — *Sur les affinités de quelques groupes d'Oiseaux aquatiques.* Note de Mlle **Madeleine Friant**, présentée par M. Émile Roubaud.

J. E. Cornay (1847), T. H. Huyley (1867), W. K. Parker (1876) et P. R. Lowe (1926) ont montré l'importance de certaines parties du squelette

([2]) Ce renseignement et l'hydrolysat lui-même nous ont été fournis par M. A.-L. Bacharach des Glaxo Laboratories.

de la tête (le Palais et le Quadratum, surtout) dans la classification des Oiseaux. Les résultats des recherches ostéologiques que j'ai poursuivies, au Museum, me permettent de préciser les rapports de quelques groupes de Carinates primitifs adaptés à la vie aquatique ([1]) : Anhimiformes, Phœnicoptériformes, Ansériformes, Pélécaniformes (Stéganopodes), Procellariiformes (*Tubinares*).



Répartition stratigraphique et affinités de quelques groupes de Carinates adaptés à la vie aquatique. La stratigraphie est établie d'après K. Lambrecht (1933).

Il est certain que, parmi les genres actuels, l'*Anhima* (Kamichi) et sa proche alliée, la *Chauna*, seules à posséder des côtes sans apophyse uncinée, sont extrêmement archaïques. Par l'étude du *Quadratum*, j'ai montré, ici même (1947), la position de ce petit groupe sud-américain auprès des Phœnicoptères (Flamants). Il s'agit d'Oiseaux vivant dans les régions humides, adaptés au vol et à la nage, bien que leurs doigts, allongés, ne présentent pas trace, entre eux, de membrane palmaire. De ceci il résulte qu'un phylum très ancien semble avoir donné naissance, d'une part, aux Anhimiformes et aux Phœnicoptériformes, d'autre part, aux Ansériformes (*Cygnus*, *Anser*, *Anas*, etc.), qui diffèrent des précédents par leur aspect extérieur, mais possèdent, avec eux, une série de caractères anatomiques communs.

([1]) P. R. Lowe estime (1933) que les plus nageurs des Oiseaux, les Impennés (Pingouins antarctiques) représentent un phylum distinct, à la fois, des Ratites et des Carinates.

Ainsi que je l'ai établi également (1948), il convient de rapprocher des Ansériformes une famille de Stéganopodes, la famille des *Plotidæ* (*Plotus, Phalacrocorax, Sula*), alors que l'autre famille, celle des *Pelecanidæ* (*Phaeton, Fregata, Pelecanus*), montre des affinités évidentes avec les *Tubinares*, « les plus marins de tous les Oiseaux qui fréquentent les hautes mers » (Buffon).

En dépit des lacunes de nos connaissances paléontologiques, l'évolution de l'avifaune, au cours des époques secondaire et tertiaire, vient corroborer les données de l'Anatomie comparée et met en évidence l'adaptation d'Oiseaux voiliers à une vie de plus en plus aquatique.

ENTOMOLOGIE AGRICOLE. — *Action comparée de l'hexachlorocyclohexane* (H. C. H.) *et d'autres insecticides organiques de synthèse sur les chenilles processionnaires du Pin*. Note de MM. **Guy Viel** et **Pierre Grison**, présentée par M. Émile Roubaud.

Divers produits organiques de synthèse, récemment utilisés comme insecticides, présentent de remarquables propriétés toxicologiques vis-à-vis de nombreuses espèces. Il est important d'examiner, sur des insectes phytophages, l'intensité et les variations de cette action toxicologique, en fonction d'une série d'espèces diverses.

Dans ce but nous avons comparé sur les chenilles de la Processionnaire du Pin (*Thaumatopœa pityocampa* Schiff.), l'action des trois produits suivants : dichlorodiphényltrichloréthane (D. D. T.), ester mixte thiophosphorique diéthylique et de nitrophényl (S. N. P.) et hexachlorocyclohexane (H. C. H.). Ces chenilles, rencontrées en hiver au quatrième stade et à l'état de vie ralentie, pouvaient être rendues plus actives par un séjour à l'étuve à 20°-23° C. (humidité relative 25 à 35 %).

Dans nos essais, comprenant chacun 20 chenilles du dernier stade et s'alimentant normalement avant l'expérience, nous avons employé des poudres à 4,5 % de D. D. T., 2 % de S. N. P. et 5 % de H. C. H. Nous avons largement poudré les chenilles et les rameaux de Pin qui leur ont été donnés à consommer. Le tableau ci-contre indique les résultats obtenus.

L'action du D. D. T. se manifeste immédiatement, la mortalité totale n'est obtenue qu'après plusieurs jours. Avec le S. N. P., dont la toxicité sur les Vertébrés est élevée, la mortalité totale est plus rapidement obtenue, bien que, dans les premières heures qui suivent le traitement, certaines chenilles continuent à s'alimenter.

L'hexachlorocylochexane, qui possède une action insecticide de contact très forte vis-à-vis de nombreux parasites, n'a provoqué, au début de cet essai, qu'une très faible mortalité. Le développement et le comportement des chenilles survivantes s'est produit 23 jours après les essais dans les deux lots et nous avons obtenu 11 chrysalides dans le témoin et 14 dans le lot traité à

l'H. C. H. En ce qui concerne l'alimentation, il semble que ces dernières chenilles aient, relativement à celles du lot témoin, plus régulièrement et peut-être plus abondamment consommé les aiguilles de Pin qui leur étaient offertes.

Action de divers composés organiques sur la chenille de la Processionnaire du Pin.

Nature du produit.	Mortalité relative (%) (sur 20 chenilles) en : 24 h.	48 h.	3 jours.	6 jours.	Activité des chenilles après les traitements.
Témoin......	5	5	5	5	Consommation variable. Activité et groupements normaux.
D. D. T......	50	50	70	95	Consommation nulle. Les chenilles isolées, abandonnent les rameaux.
S. N. P......	70	95	100	–	Très faible consommation le premier jour. Les chenilles tombent rapidement des rameaux.
H. C. H......	5	10	10	10	Consommation homogène. Circulation et groupements normaux sur les rameaux.

En conclusion, dans les conditions de l'expérience, l'effet pharmacodynamique de l'hexachlorocyclohexane (H. C. H.), vis-à-vis des chenilles processionnaires du Pin, est très différent de celui qu'on observe le plus fréquemment et de celui des deux autres produits insecticides de synthèse étudiés (D. D. T. et S. N. P.). Ces chenilles se distinguent ainsi de nombreux autres insectes qui ont une sensibilité comparable aux trois composés organiques de synthèse considérés.

EMBRYOGÉNIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur la polyembryonie expérimentale résultant de fissurations en croix du blastoderme non incubé de Cane.* Note de M. **Hubert Lutz**, présentée par M. Maurice Caullery.

Nous avons récemment mis au point une technique de fissuration permettant d'obtenir la gémellité à partir de blastodermes non incubés de Cane ([1]), ([2]). Dans de nouvelles expériences, nous avons fait des fissurations en croix, c'est-à-dire une fissuration parallèle au grand axe de l'œuf, et la seconde perpendiculaire à la première. De cette façon, le blastoderme est divisé en quatre quartiers.

([1]) E. Wolff et H. Lutz, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1301-1302.
([2]) E. Wolff et H. Lutz, *C. R. Soc. Biol.*, **141**, 1947, p. 901-903.

Nombre d'opérations.	Non développés ou morts.	4 embryons.	3 embryons 2 ant. 1 post.	3 embryons 1 ant. 2 post.	1 ant. gauche 1 post. droit.	2 embryons parallèles.	1 embryon.
76.....	39	7	3	14	2	10	1

Sur 37 blastodermes qui se sont développés après opération, 24 présentent des formations embryonnaires multiples, 12 des formations embryonnaires doubles.

7 blastodermes ont donné 4 embryons à orientation céphalo-caudale variable; des combinaisons très diverses ont été obtenues; ainsi, dans un cas, 2 embryons sont opposés par la tête, tandis que les deux autres ont la même orientation. Les deux couples forment deux alignements parallèles. Dans un autre cas, deux des quatre embryons sont dirigés en sens inverse, et s'affrontent par leur extrémité caudale.

Dans 17 cas, 3 embryons se sont développés, à savoir : 2 embryons antérieurs et 1 postérieur dans 3 cas, 1 embryon antérieur et 2 postérieurs dans 14 cas. Leur orientation céphalo-caudale est variable.

Lorsque l'un des quartiers ne donne pas d'embryon, il se développe cependant une aire embryonnaire distincte avec des îlots sanguins. Dans 2 cas, 2 embryons se sont développés, à savoir : 1 embryon antérieur gauche et 1 postérieur droit. Dans 10 cas, 2 embryons parallèles se sont développés, les quartiers s'étant recollés deux à deux. Enfin dans un cas, un seul embryon s'est formé.

Il ressort de ces résultats que les 4 quartiers du blastoderme non incubé de Cane, aussi bien les secteurs antérieurs que les secteurs postérieurs, ont le même pouvoir organogène.

Conclusion. — La technique de fissuration en croix du blastoderme non incubé de Cane donne, dans les meilleures conditions, 4 embryons à orientation céphalo-caudale diverse.

BIOÉNERGÉTIQUE. — *L'énergétique de l'agonie.* Note de M. **Jean Giaja**, présentée par M. Paul Portier.

Quelle est la dépense énergétique de l'organisme homéotherme au cours de l'agonie et au moment de la mort? Quelle que soit la cause de celle-ci, on peut affirmer *a priori* que la consommation énergétique ne saurait baisser indéfiniment lorsque la vie est en train de s'éteindre, pour tomber à la valeur de zéro au moment du dernier souffle. Car tant que le cœur et l'appareil de la respiration fonctionnent, un certain minimum d'échanges énergétiques est exigé par ces fonctions; de plus il y a des échanges cellulaires (*l'énergie biologique fondamentale*), quantitativement de beaucoup les plus importants, et qui persistent même un certain temps après la mort. On doit s'attendre, par

conséquent, à ce que la vie s'éteigne à l'instar d'une flamme d'une certaine intensité que l'on souffle tout d'un coup.

Pour aborder cette question il est indispensable d'éliminer les effets que pourraient avoir sur l'intensité des échanges les variations de la température corporelle au cours de l'agonie, de l'hypothermie notamment, qui apparaît dans la plupart des cas. A cet effet on empêchera la température de l'organisme de sortir de ses limites normales par une température ambiante appropriée et l'on suivra la consommation d'oxygène, qui est une mesure suffisamment exacte des échanges énergétiques, au cours de l'agonie jusqu'à la mort produite par différentes causes.

Nous avons étudié de cette façon chez le Rat l'énergétique de l'agonie dans les cas suivants : asphyxie par diminution lente de la tension de l'oxygène, hémorragie, intoxication oxycarbonique, choc insulinique, urémie expérimentale, tumeurs expérimentales (benzopyrène).

Dans tous ces cas il ressort nettement que tant que la température du sujet est maintenue à son niveau normal, l'intensité des échanges énergétiques ne varie guère au cours de l'agonie, elle se maintient au niveau élevé de l'état normal jusqu'au dernier souffle ou jusqu'aux derniers moments précédant la mort. Dans les conditions de température corporelle normale le sujet ne peut s'accommoder d'échanges énergétiques réduits, et dès qu'il ne peut plus subvenir à ses besoins, la mort survient. Il y a dans ce cas un *tout ou rien* qui peut être formulé par la loi bioénergétique suivante : *tant que la température du substratum des réactions dont l'organisme est le siège est maintenue à son niveau normal, la vie de l'organisme homéotherme ne peut s'accommoder d'une consommation énergétique notablement inférieure à celle de l'état normal; aussi dans ces conditions, quelle que soit la cause de la mort, les échanges énergétiques se maintiennent à leur niveau élevé durant l'agonie, et la mort survient dès que l'organisme, pour une cause ou une autre, ne peut subvenir à cette exigence.*

Ces faits expliquent l'effet de défense qu'exerce l'hypothermie, effet que nous avons précédemment mis en évidence ([1]).

Dans tous les cas précédents l'hypothermie apparaît si l'on ne prend pas des mesures particulières pour l'empêcher, tandis que la consommation d'oxygène baisse constamment au cours de l'agonie en rapport avec le degré d'hypothermie. L'organisme pouvant dans ces conditions s'accommoder d'échanges énergétiques de plus en plus faibles, il peut subvenir à ce besoin réduit dans un état de déficience ne lui permettant pas de soutenir les échanges élevés imposés par la température du corps maintenue à son niveau normal. En effet, dans les cas étudiés (hémorragie, choc insulinique, urémie, tumeurs), suffisamment avancés, la suppression de l'hypothermie par réchauffement artificiel des sujets élève leur consommation d'oxygène et dès que celle-ci est

([1]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 436-437.

arrivée à son niveau normal, la mort ne tarde pas à se produire. La température corporelle normale ne permettant pas à l'organisme de fonctionner *au ralenti*, elle lui est devenue fatale.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *L'énergie de liaison de l'isohémagglutinine aux hématies.* Note [1] de Mme **Sabine Filitti-Wurmser**, Mme **Yvette Jacquot-Armand** et M. **René Wurmser**, transmise par M. Jacques Duclaux.

La réversibilité du phénomène d'isohémagglutination a été démontrée précédemment [2]. On peut donc chercher à déterminer la chaleur de cette réaction à partir du coefficient de température de la constante d'équilibre. Une difficulté provient de ce que les grandeurs susceptibles d'être mesurées, taux d'agglutination et teneurs relatives en agglutinine, ne donnent pas d'information directe sur la nature des combinaisons qui s'établissent entre les hématies et l'agglutinine.

On peut cependant obtenir à partir des données expérimentales une valeur très probable de l'enthalpie, en admettant simplement que les hématies qui s'agglutinent sont celles qui ont fixé en moyenne au moins un nombre l de molécules d'agglutinine et en appliquant un raisonnement classique. S'il existe à la surface de chaque hématie m groupes capables de réagir réversiblement avec l'agglutinine A, il y aura une distribution des hématies HA_n portant un nombre n de molécules d'agglutinine, n variant de 0 à m. Ces molécules sont différemment placées sur les hématies : il y a des hématies HA_{n1}, HA_{n2}, etc. Chaque sorte HA_{ni} par une suite d'équilibres avec des hématies portant $(n-1), (n-2)\dots$ molécules d'agglutinine, est en équilibre avec les hématies qui n'en portent pas, c'est-à-dire avec les hématies nues H toutes semblables à ce point de vue.

D'autre part les constantes de ces divers équilibres sont extrêmement voisines d'une certaine valeur K, car on peut se représenter les m groupes comme m molécules d'agglutinogène éparpillées à la surface de l'hématie.

La concentration des hématies HA_{ni} est

$$(HA_{ni}) = (H)[K(A)]^n,$$

(A) étant la concentration, supposée égale à l'activité, de l'agglutinine en solution, d'où, pour la concentration des hématies agglutinées, l'expression

$$(H)\sum_{n=l}^{n=m} \frac{m!}{n!(m-n)!}[K(A)]^n.$$

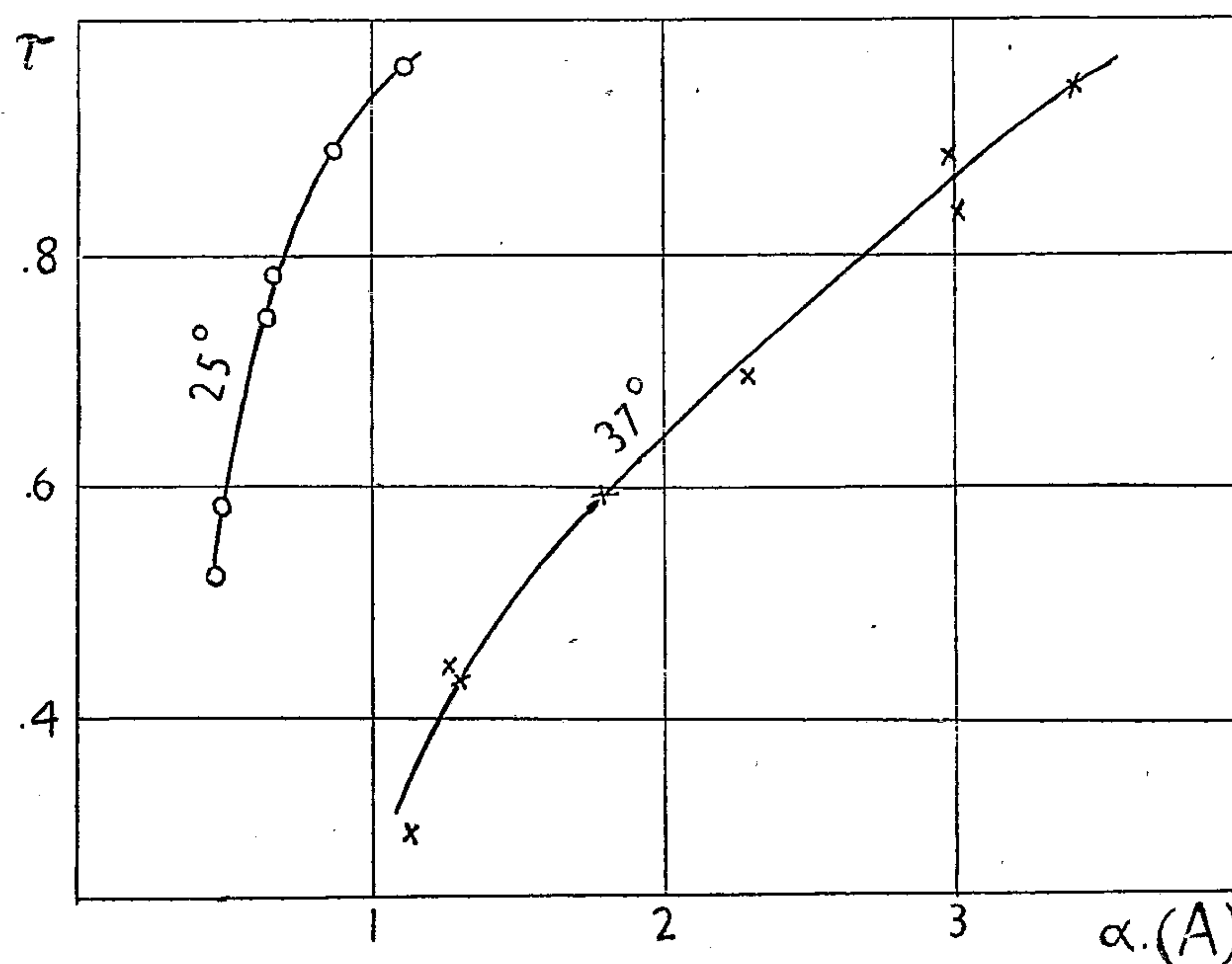
(1) Séance du 1er mars 1948.

(2) S. Filitti-Wurmser et Y. Jacquot-Armand, *C. R. Soc. Biol.*, **140**, 1946, p. 469. *Ibid.*, **141**, 1947, p. 575 et 577; S. Filitti-Wurmser et Y. Jacquot-Armand, *Arch. Sc. physiol.* (sous presse).

Quant à l'ensemble des hématies, leur concentration est exprimée par la même sommation, mais entre $n=0$ et $n=m$, soit $[1+K(A)]^m$, d'où pour le taux d'agglutination

$$\tau=[1+K(A)]^{-m}\sum_{n=l}^{n=m}\frac{m!}{n!(m-n)!}[K(A)]^n.$$

La variation du taux d'agglutination, en fonction de la concentration d'agglutinine à une température donnée, peut être obtenue expérimentalement. On sait titrer l'agglutinine en valeurs relatives $\alpha(A)$ d'après le nombre maximum d'hématies agglutinées. On obtient la courbe $\tau=f[\alpha(A)]$ de la manière suivante : les valeurs de τ sont déterminées directement dans une première agglutination par numération des hématies restées libres dans les mélanges constitués par une quantité fixe de sérum et des quantités croissantes d'hématies. Les valeurs $\alpha(A)$ proviennent du titrage effectué par une série d'agglutinations pratiquées cette fois sur le liquide obtenu en centrifugeant chacun des mélanges ayant servi à la mesure de τ, après que l'équilibre d'agglutination a été atteint.



Les courbes de la figure ci-dessus représentent les résultats obtenus pour des agglutinations d'un même sérum du groupe A, à 25°C. et à 37°C. Dans les deux cas, les titrages de l'isoagglutinine restant dans le centrifugat sont effectués à une même température, 4°C., afin que α soit une constante.

On détermine à partir de ces courbes le rapport des valeurs de K à 25° C. et à 37° C., en faisant comme seule hypothèse que le nombre l ne varie pas ou varie très peu avec la température. Ce rapport K_{25}/K_{37} est égal au rapport

$\alpha(A)_{37}/\alpha(A)_{21}$ des concentrations relatives d'agglutinines pour un même taux d'agglutination.

La valeur trouvée dans nos expériences est $3{,}5 \pm 0{,}2$, ce qui correspond à une enthalpie de — 19000 calories.

En supposant que la liaison de l'agglutinine à l'hématie se fait par des liaisons hydrogène, cette énergie correspond à 3 ou 4 de ces liaisons par molécule d'agglutinine.

MICROBIOLOGIE. — *Les propriétés bactériostatiques du paraaminobenzoate de sodium.* Note de MM. **Raoul Lecoq** et **Jean Solomidès**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

Les dérivés paraaminobenzoïques, capables de renforcer notablement l'action de la pénicilline et de la streptomycine sur le colibacille ([1]) et l'action de la pénicilline sur le bacille tuberculeux ([2]), jouissent aussi des propriétés bactériostatiques propres qui ont été signalées notamment sur le colibacille (Strauss, Lecoq et Solomidès), le typhus murin (Sydner), le bacille d'Eberth (Di Fonzo), etc. Il nous a semblé intéressant d'entreprendre une étude d'ensemble de l'activité antibiotique de ce corps qui, à doses minimes, stimule la croissance des microbes, mais qui à doses supérieures entrave leur développement. On sait que, par ailleurs, il est doué de propriétés vitaminiques H et qu'à ce titre il peut, comme la biotine, prévenir ou arrêter les troubles nutritifs dus à la présence d'une forte proportion d'albumine de l'œuf dans la ration ([3]); par sa présence dans le sang, il est capable de montrer une action acidosique, que ne possède pas la biotine, et qui est liée sans doute en propre au radical paraaminobenzoïque ([4]), dont les propriétés bactériostatiques peuvent être rapprochées de celles d'un corps de composition voisine, l'acide paraaminosalicylique ([5]).

Notre travail porte sur l'action antibiotique qu'exerce le paraaminobenzoate de sodium à diverses concentrations sur des microbes variés, sur le bacille tuberculeux et sur quelques moisissures. Voici d'ailleurs un bref résumé des observations faites :

1. *Microbes divers.* — Des bactéries qui ne prennent pas le Gram, telles que le bacille de Shiga, le bacille typhique et le vibrion cholérique ont d'abord été soumises à l'action du paraaminobenzoate de sodium. A cet effet, des tubes

---

(1) R. Lecoq et J. Solomidès, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1392.
(2) R. Lecoq (Observations inédites)
(3) R. Lecoq, *C. R. Soc. Biol.*, **140**, 1946, p. 274.
(4) R. Lecoq, *C. R. Soc. Biol.*, **14**, février 1948.
(5) J. Lehmann, *Rev. Gén. Sciences*, **54**, 1947, p. 222.

de bouillon ordinaire contenant respectivement 1/100, 1/130, 1/150, 1/250 et 1/500 de paraaminobenzoate de sodium ont été ensemencés avec $0^{cm^3},1$ d'une culture de 24 heures d'un des microbes cités, préalablement diluée à 10000 dans du bouillon ordinaire.

Les résultats des cultures furent ensuite notés après 18 à 20 heures d'étuve à 37° et l'on peut les résumer comme il suit :

	Dilution bactériostatique active :
Bacille de Shiga	1/150
Bacille typhique	1/250
Vibrion cholérique	1/130

D'autre part, nous avons étudié l'action du paraaminobenzoate de sodium sur le développement de quelques bactéries prenant le Gram : *Bacillus subtilis* et bacille diphtérique; mais nous n'avons pu mettre en évidence de pouvoir bactériostatique sensible vis-à-vis de ces germes.

Le staphylocoque et le streptocoque se sont également montrés réfractaires à l'action du paraaminobenzoate de sodium, même à des dilutions de l'ordre de 1/100.

II. *Bacilles tuberculeux*. — Des essais ont été effectués sur bouillon glycériné, par la méthode habituelle de la culture en surface, et sur les milieux de Besredka et de Dubos. Dans les trois cas, nous avons obtenu constamment une inhibition à peu près complète du développement des bacilles tuberculeux, du type humain ou bovin, à des concentrations de 1/1000 de paraaminobenzoate de sodium.

L'ensemencement des milieux de Dubos ou de Besredka, auxquels avaient été ajoutés des quantités variables d'antibiotique, fut toujours pratiqué avec $0^{mg},1$ de bacille tuberculeux. Le développement en milieux de Dubos semble un peu plus rapide qu'en milieux de Besredka; mais après 12 à 15 jours d'observation, les résultats des titrages faits dans les mêmes conditions et avec la même souche de bacille tuberculeux étaient identiques.

Ainsi se trouvent confirmées *in vitro* les observations faites *in vivo* sur le Cobaye, par Di Fonzo ([6]).

II. *Moisissures*. — Nous avons choisi l'*Actinomyces griseus* et l'*Aspergillus niger* qui furent repiqués sur milieux à l'extrait de viande glucosés à 1/100, renfermant des quantités variables de paraaminobenzoate de sodium allant de 1/100 à 1/500. L'ensemencement de tous les tubes contenant le milieu de culture, additionné ou non de paraaminobenzoate de sodium, fut effectué avec $0^{cm^3},1$ d'une suspension sporulaire obtenue avec 10^{cm^3} d'eau distillée et le produit de cultures faites sur milieux de Waksman gélosé (pour l'*Actinomyces griseus*) ou de Sabouraud (pour l'*Aspergillus niger*).

([6]) *Il Farmaco*, 2, 1947, p. 287.

Les résultats ont été notés après dix jours de séjour à l'étuve à 28° pour l'*Actinomyces griseus* ou à la température du laboratoire pour l'*Aspergillus niger*. Une inhibition à peu près complète fut encore observée pour l'*Actinomyces griseus* à une dilution de 1/250 de paraaminobenzoate de sodium; mais aucune action inhibitrice ne s'est manifestée sur l'*Aspergillus niger*.

Conclusions. — A des dilutions de 1/130 à 1/250, le paraaminobenzoate de sodium apparaît doué de propriétés bactériostatiques nettes qui ne s'observent pas seulement sur les cultures de colibacilles et de bacilles d'Eberth, mais encore sur les cultures de bacille dysentérique de Shiga et de vibrion cholérique, microbes à Gram négatif.

Par contre, les cocci et bactéries à Gram positif, tels que staphylocoque, streptocoque, *Bacillus subtilis* et le bacille diphtérique, ne sont pas influencés, même par des dilutions à 1/100.

Le développement du bacille tuberculeux, humain ou bovin, se trouve inhibé à des dilutions particulièrement faibles, de l'ordre de 1/1000.

Sur les moisissures, l'action du paraaminobenzoate de sodium est variable : la croissance de l'*Actinomyces griseus* est arrêtée avec des dilutions à 1/250 alors que l'*Aspergillus niger* se montre réfractaire.

La séance est levée à 16h5m.

L. B.

ERRATA.

(Séance du 22 décembre 1947.)

Note de M. *Gaston Dupouy*, Nouveau type de galvanomètre à cadre mobile à sensibilité réglable :

Page 1292, ligne 19, *au lieu de* (résistance interne : 350 Ω), *lire* (résistance interne : 35 Ω).

(Séance du 26 janvier 1948.)

Note de MM. *Pierre Auger*, *Jean Daudin*, *André Fréon* et *Roland Maze*, Sur l'explication d'un ensemble de faits expérimentaux par l'existence d'une particule intermédiaire légère dans les grandes gerbes du rayonnement cosmique :

Page 570, 2e ligne du tableau, *au lieu de* 10^{10}, *lire* 10^{9}.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 MARS 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** donne lecture du décret, en date du 3 mars 1948, publié au *Journal Officiel de la République Française,* portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Paul Fallot** pour occuper, dans la Section de Minéralogie, la place vacante par le décès de M. *Léon Bertrand.*

Sur son invitation, M. **Paul Fallot** prend place parmi ses Confrères.

MAGNÉTOCHIMIE. — *Magnétochimie du germanium et de ses dérivés.* Note (¹) de MM. **Paul Pascal**, **Adolphe Pacault** et **Arakel Tchakirian**.

Les mesures de susceptibilités magnétiques ont été faites par la méthode habituelle (²). Le tableau de la page suivante réunit les composés, leur mode de préparation, leur susceptibilité moléculaire K, la contribution magnétique ΣK_A, des atomes liés au germanium d'après la systématique de Pascal (³) et la valeur du coefficient magnétique K_{Ge} qui lui serait attribué par application de la loi d'additivité.

Il faut signaler certaines difficultés techniques qui se sont présentées au cours des mesures et qui tiennent à la nature des produits. Certains dérivés sont très facilement hydrolysables, et il est indispensable de les protéger de l'atmosphère extérieure, ce qui est aisé avec la technique employée (²). Des précautions particulières ont été prises cependant pour le tétrachlorure. Il a été distillé, en l'absence de toute humidité, dans le tube de mesure qui a été soudé. Les mesures ont donc été faites sur un liquide surmonté de sa vapeur, c'est dire que, dans le calcul, il n'a pas été tenu compte du terme relatif à l'air. Lorsque les dérivés sont facilement décomposables (cas du tétraiodure, par exemple), les mesures ont été faites aussitôt la préparation terminée. L'oxyde de germanium a été réduit par l'hydrogène jusqu'à susceptibilité constante. Les susceptibilités obtenues au cours des réductions successives sont les suivantes : 16,7 — 9,0 — 8,1 — 8,1. On remarquera que la valeur de Ramachandra Rao (⁴) (10,7) est plus élevée que celle donnée ici. Ces difficultés fréquentes expliquent que la précision des résultats ne soit que de 2 % environ.

(¹) Séance du 8 mars 1948.

(²) Pacault, *Ann. Chimie*, 12ᵉ série, 1946, p. 527.

(³) *Ann. Chimie*, 8ᵉ série, 1910, p. 5; 8ᵉ série, 1912, p. 289; 8ᵉ série, 1913, p. 218.

(⁴) *Curient Sci.*, 1945, p. 19-28.

Nos.	Composés.	Mode de préparation.	K (*).	Σ KA.	KGe.
1	Ge	Réduction par H_2 de GeO_2	8,1	—	—
2	GeO	(5)	28,8	4,6	24,2
3	GeO_2	Décomposition de l'oxalate par l'acide sulfurique	34,3	9,2	25,1
4	GeS	Action de SH_2 sur un sel germaneux en solution faiblement acide	40,9	15,0	25,9
5	GeS_2	Action de SH_2 sur un sel germanique en solution acide	53,3	30,0	23,3
6	$GeCl_4$	Action du chlorure mercurique sur le germanium	72,0	80,4	(— 8,4)
7	GeI_4	(6)	174,0	178,4	(— 4,4)
8	$GeCl_3Cs$	(7)	114,0	101,3	(12,7)
9	$Ge(C_2H_5)_4$	(7)	125,0	106,6	18,4
10	$i\,Ge(C_6H_{11})_4$	(7)	267,2	248,9	18,3
11	$Ge(C_6H_5)_4$	(8)	218,0	208,2	(9,8)
12	$Ge(C_6H_5S)_4$	(9)	295,0	268,4	26,8
13	Ge_3N_4	(10)	90,6 (10)	22,0	22,9

Nota. — Les valeurs entre parenthèses ne tiennent pas compte des contraintes structurales certaines, mais non encore chiffrables.

(*) Toutes les susceptibilités sont données au facteur -10^{-6} près.

Les études systématiques importantes sur les dérivés d'un même cathion sont peu nombreuses. On ne peut guère citer que les travaux de Hollens et Spencer sur le cadmium (11), de Trew sur le thallium (12) et de Grillot sur le plomb (13). Cette quatrième étude confirme les résultats déjà acquis : la loi d'additivité des susceptibilités atomiques ne s'applique pas en toute généralité en chimie minérale. Dans les composés de structure voisine, la contribution magnétique du cathion risque d'être égale, mais la dispersion de cette valeur est une marque concrète de la variété des structures.

Cependant, une règle, qui se dégage de l'étude magnétochimique des dérivés

(5) Bardet et Tchakirian, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 637.
(6) Tchakirian et Bardet, *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 1187.
(7) Tchakirian, *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 233.
(8) Tabern, Orndorff et Dennis, *J. Amer. chem. Soc.*, **47**, 1925, p. 2039.
(9) Backer et Stienstra, *Rec. trav. chim. Pays-Bas*, **52**, 1933, p. 1036.
(10) Hahn et Juza, *Z. Anorg. allgem. chem.*, **244**, 1940, III, p. 24.
(11) *J. chem. Soc.*, 1935, p. 495.
(12) *Trans. Far. Soc.*, 32, 1936, p. 1658
(13) *J. Chim. Phys.*, **43**, 1946, p. 169.

minéraux, se précise ici encore. Lorsqu'un dérivé ne présente pas de contrainte structurale, c'est-à-dire lorsque ses atomes ne s'interpénètrent pas, il n'y a pas recouvrement des orbites électroniques et la loi d'additivité des susceptibilités atomiques doit s'appliquer.

Il est à présumer que les dérivés 2, 3, 4, 5, 12 n'ont pas ou peu de contraintes. On ne peut le montrer que pour GeO_2 et GeS, dont l'étude aux rayons X ([14]) donne Ge — O = 1,86 Å, Ge — S = 2,47 Å, alors que la somme des rayons ioniques de Pauling donne respectivement 1,93 et 2,37.

Or, dans ces dérivés, le germanium a une susceptibilité moyenne d'environ 26, qui correspond approximativement à celle que donne la loi logarithmique de Pascal. La loi d'additivité, pour les raisons que nous avons vues, est, dans ces composés, seusiblement applicable.

Dans les autres dérivés, par contre, les interactions sont importantes; les ions s'interpénètrent et l'on peut considérer la dépréciation magnétique comme une mesure de la contrainte structurale. Malheureusement, les longueurs des liaisons des dérivés du germanium ont été le plus souvent déterminées sur les vapeurs, et il est un peu délicat de les utiliser pour la comparaison des formes condensées. Il est remarquable cependant qu'en adoptant ces caractéristiques sans correction elles permettent de montrer que l'*écrasement* mutuel des nuages électroniques est moins marqué dans l'iodure GeI_4 que dans le chlorure $GeCl_4$, contrairement à ce qui se passe pour les autres halogénures du même groupe. Ainsi s'explique la dépréciation moindre du diamagnétisme dans le premier dérivé halogéné.

PÉTROGRAPHIE. — *Genèses cristallines artificielles dans un magma siliceux sous haute pression*. Note ([1]) de MM. **Albert Michel-Lévy, Jean Wyart** et Mlle **Mireille Michel-Lévy.**

Dans les essais antérieurs, nous avons été arrêtés à une température d'environ 700° par la porosité de l'acier des enveloppes au rouge et la perte des gaz sous pression. Les minéraux obtenus dans ces essais provenaient uniquement de la *voie gazeuse*.

L'emploi d'enveloppes en alliage nickel-chrome RNC 3 d'Imphy, à haute ténacité, nous a permis de conserver des pressions de gaz d'environ 4000 kg/cm² jusqu'à 850°; dans ces conditions, un verre de liparite est entré en fusion pâteuse et nous avons observé l'existence de cristaux microlitiques nés dans son sein, c'est-à-dire dans un véritable *magma acide*.

([14]) Struck, *Ber.*, 1913-1939; *Chem. Abst.*, 1939-1947; Lister Sutton, *Trans. Far. Soc.*, 32, 1941, p. 393.

([1]) Séance du 8 mars 1948.

Alors qu'il y avait eu en premier lieu, pour la genèse des cristaux, circulation libre des éléments dissous dans les gaz, dans les derniers essais, les cristallisations se sont surtout manifestées dans des milieux liquides plus ou moins visqueux.

Deux expériences ont été faites au sein d'enveloppes en alliage nickel-chrome, avec des éprouvettes cylindriques de la même liparite qui nous avait servi précédemment, l'une avec recuit de 7 jours, dont 5 à 780°, 1 à 500°, 1 jour de refroidissement; l'autre, avec recuit de 29 jours, dont 4 à 850°, 11 avec descente lente entre 850 et 750°, 4 à 745°, 5 entre 745° et 680°, 2 à 670°, 3 jours de refroidissement.

Les éprouvettes ont passé par un état pâteux, avec un écoulement plus complet dans la deuxième expérience que dans la première; les plaques minces montrent, dans le premier cas, de petites vacuoles sphériques régulières disposées circulairement surtout au voisinage des parois du tube de cuivre intérieur et suivant une voûte d'étranglement au-dessus de la base; dans le deuxième cas, des vacuoles irrégulières et de véritables petites géodes. De fines perles et des cristaux natifs de cuivre provenant de concentrations gazeuses après la détonation de l'explosif, se retrouvent un peu partout au sein de la matière consolidée.

On distingue : 1° des *cristaux nés dans le magma*; ce sont des microlites d'anorthose (vérifiés aux rayons X).

Dans le premier essai, ils se rencontrent vers la périphérie et suivant la voûte riche en vacuoles gazeuses et en inclusions de cuivre; leurs contours sont rectilignes, rectangulaires; ils sont parfois entraînés dans une fluidalité. Le verre est encore très abondant, surtout au centre de l'éprouvette.

Dans le deuxième essai, de durée quatre fois plus longue et de température plus élevée, la cristallinité est bien plus considérable; le temps apparaît comme un facteur très important de la genèse cristalline. Les microlites d'anorthose ont des formes bien moins parfaites que dans le cas précédent; ils sont à queue d'aronde, comme brusqués dans leur genèse; ils s'accompagnent de cristallites longs, flexueux, bifidés à leur extrémité; la continuité entre les microlites et les cristallites est certaine; ils se sont développés en tous sens, parfois à angle droit, parfois en groupements parallèles; il naît alors des plages assez grandes qui tendent vers l'unité cristalline. Les parties restées vitreuses sont très réduites. C'est grâce à des plaques minces poussées jusqu'au centième de millimètre que ces détails ont pu être observés.

La forme régulière des microlites du premier essai semble aller avec leur naissance dès 780°, le recuit tranquille de 5 jours à cette température, et le refroidissement rapide qui l'a suivi. La forme à queue d'aronde et l'apparition des cristallites dans le deuxième essai tend à prouver des développements qui se sont prolongés pendant la descente lente de 11 jours jusqu'à 750°.

Dans le premier essai, des touffes de petits prismes d'augite probable se sont

formées auprès de perles de cuivre. Dans le deuxième essai, il ne s'en est plus formé; on ne voit que de fins grains de magnétite.

2° *Cristaux nés de produits de sublimation.* — Dans les deux expériences, nous avons recueilli des cristaux nés de l'exsudation du magma ou de la roche, soit sur la surface de celle-ci, soit en haut du tube de cuivre. Nombreux dans la première, ils le sont moins dans la seconde, mais ils abondent alors dans les géodes.

Dans le premier cas, c'est le quartz qui est apparu, en rares prismes bipyramidés, mais surtout en petits assemblages semblant maclés en croix.

Dans le deuxième cas, deux corps ont pris successivement naissance. D'abord un élément riche en fer, figuré par des lamelles hexagonales noires ayant un clivage micacé avec brillant spéculaire; observé sous lamelles très fines, il n'est plus opaque mais coloré en vert brun; quelques paillettes se présentant obliquement à ce clivage ont montré un polychroïsme en noir et en vert. Aux rayons X, on a pu préciser sur le clivage un intervalle des plans réticulaires de 2,84 Å. Cet élément est engagé dans des sphérules de cristobalite en tablettes imbriquées ou en secteurs, remplissant parfois les géodes.

La roche qui s'est faite en provenance de la liparite apparaît comme une sorte de trachyte ou de dômite quartzique, avec exsudat de cristobalite.

La conservation des gaz sous haute pression dans l'alliage nickel-chrome d'Imphy vers 850° ouvre des voies nouvelles pour l'étude des cristallisations dans les magmas acides. Il apparaît dès maintenant que pendant les durées brèves de nos expériences, les cristaux nés de ces magmas n'ont pas dépassé le stade de microlites, aplatis dans le plan g_1, alors qu'au sein des gaz, ils ont pu se développer en tous sens et prendre des formes isométriques.

GÉOLOGIE. — *Le Permien des zones externes des Alpes françaises.* Note (¹) de MM. Maurice Gignoux et Léon Moret.

Bien développé dans les zones internes (Briançonnais), le Permien ne joue réellement un rôle important qu'aux deux extrémités de l'arc des zones externes, d'une part dans les nappes helvétiques de la Suisse orientale (Glaris), d'autre part dans les Alpes-Maritimes où il est actuellement étudié par P. Fallot et ses collaborateurs. Nous ne parlerons ici que des régions intermédiaires.

Au nord des quelques gisements de végétaux de l'Estérel, on n'y a jamais signalé *aucun fossile*, hormis le *Walchia piniformis* (débutant d'ailleurs au sommet du Stéphanien) mentionné en 1877 par Oswald Heer aux Posettes (l'Aiguillette de la carte au 1/80 000), près du col de Balme (frontière franco-suisse au nord-est de Chamonix), et jamais retrouvé depuis. La délimitation

(¹) Séance du 8 mars 1948.

et les subdivisions de ce Permien ne pourront donc être basées que sur des critères lithologiques ou tectoniques.

Sa *limite inférieure* sera ainsi marquée par le contraste reconnaissable partout entre les *formations noires* du Houiller et les *formations rouges* du Permien ; car ce changement de faciès correspond, à l'avis unanime, à un changement de climat qui, à la période humide du Houiller, avec ses épaisses accumulations de vases et de sables dans des lacs ou des marécages d'eau douce, a fait succéder des alluvions torrentielles ou des limons d'épandage stockés dans des déserts, déserts secs dans notre région, lagunes salées dans l'Europe centrale. Une telle modification des conditions géographiques *générales* doit avoir affecté à peu près simultanément tout ce vaste domaine continental.

Au contraire, les mêmes conditions désertiques ont persisté pendant le Trias, de sorte que *la limite Permien-Trias* ne peut être définie que d'après des détails de faciès lithologiques *locaux*, des discontinuités, ou des discordances. De fait, nous allons montrer que, dans le domaine étudié, les formations attribuables au Permien se répartissent en deux groupes : suivant une expression familière, mais suggestive, l'un de ces groupes, que nous conviendrons d'appeler *Permien inférieur*, « marche » avec le Houiller, tandis que l'autre, ou *Permien supérieur*, « marche » avec le Trias. Il y a donc eu, au cours du Permien, des déformations orogéniques ou des plissements auxquels on pourrait appliquer le nom d'*allobrogiens* proposé autrefois par M. Lugeon.

Ainsi défini, ce Permien inférieur fera suite au Houiller qu'il accompagne dans des synclinaux allongés en « direction hercynienne » dans les massifs anciens, direction souvent oblique par rapport aux plis alpins post-triasiques. C'est ainsi qu'apparaissent les grès et schistes rouges à *Walchia piniformis* des Posettes, en noyau synclinal dans le Houiller du *Massif des Aiguilles-Rouges* (M. Lugeon, N. Oulianoff). En ce point, rapidement visité autrefois par l'un de nous, il y a même un passage progressif des schistes noirs du Houiller aux schistes rouges du Permien, comme entre Stéphanien et Autunien dans la partie est du Massif Central.

Plus au Sud, c'est à ce même Permien inférieur que nous attribuerons certaines parties du complexe des « bésimaudites du Prarion », dans lequel A. Michel-Lévy englobait autrefois, soit du Permien inférieur, soit des schistes cristallins antéhouillers. Un *affleurement typique* de ce *Permien inférieur du Prarion* a été récemment revu par nous sur le versant nord-ouest de ce petit massif (prolongement sud des Aiguilles-Rouges), le long de la route du Fayet à Chamonix, en face des Usines de Cheddes. Là, sur le bord sud-ouest du grand affleurement de schistes et grès micacés noirs du Houiller, on voit brusquement succéder à ces schistes (laminage ou discontinuité ?) des conglomérats quartzeux bariolés (carrière au bord de la route), avec des lentilles jaspoïdes rouges, dans lesquels on reconnaît sans hésitation le « Verrucano » caractéristique du Permien dans toutes les Alpes. Vers le Sud-Ouest ces

conglomérats passent à des grès-quartzites grisâtres, verdâtres, ou roses, que l'on pourrait être tenté d'attribuer (comme sur la feuille « Annecy »), à un Trias inférieur. Mais, à tout ce complexe, épais d'une centaine de mètres environ, que nous laisserons dans le Permien, fait suite au Sud-Ouest, sans que l'on puisse définir nettement le contact, oblitéré par des laminages, une série de roches très cristallines (amphibolites avec passées quartzeuses, micaschistes à grandes paillettes de mica blanc), qui appartiennent sûrement à la série antéhouillère. Et, d'abord masqué sous les éboulis et les moraines, c'est plus loin encore au Sud-Ouest qu'apparaît le *vrai Trias* de Saint Gervais, lequel s'étale sur le massif ancien du Prarion comme un immense manteau ondulé, dont l'allure contraste vivement avec le « style vertical » de ce Houiller et de ce Permien, qui, en direction hercynienne, fait ainsi partie intégrante du vieux massif.

Sous cette couverture, le socle ancien (granite, micaschistes) reparaît dans la minuscule *boutonnière de Mégève*, séparé du Trias par un mince (quelques centimètres) liséré de dépôts d'altérations désertiques, plus ou moins silicifiés (jaspes de Saint-Gervais), étudiés récemment (E. Paréjas, M. Lugeon, M. Gignoux) ([2]) dans la carrière du Feug, et où l'on peut voir, soit des témoins de notre « Permien supérieur », soit des couches de base du Trias.

Au contraire, dans la partie nord du *Massif de Belledonne* (Beaufortin), Ritter a signalé des formations rouges, liées vraisemblablement au Houiller des synclinaux hercyniens, et qui représenteraient notre « Permien inférieur ». Peut-être en est-il de même pour les énigmatiques *schistes verts de Bénétan*, dans le synclinal complexe Cevins-Col de la Bâthie, que Bunge ([3]) a classés avec beaucoup d'hésitation dans la série anté-houillère. Par contre, à la même latitude, mais un peu à l'est du massif ancien, dans notre zone « ultradauphinoise », au nord de Moutiers, les *schistes rouges de La Bagnaz*, à tort attribués au Trias par E. Roch et H. Schœller, représenteraient, d'après R. Barbier ([4]), un Permien régulièrement intercalé entre les schistes noirs du Houiller et les grès-quartzites de base du Trias, semblant ainsi annoncer la continuité qui, plus à l'Est, se manifestera entre ces deux systèmes dans la zone du Briançonnais (*s. l.*).

Plus au Sud, sur le versant ouest de Belledonne, entre Allevard et Revel, se développe la formation tout à fait insolite des *grès d'Allevard*, épaisse série (150 à 200^{m}) à faciès permien; Ch. et P. Lory ont montré sa liaison étroite avec le Trias sus-jacent et sa discordance avec le Houiller : c'est ce que montrent bien nettement les contours (dessinés par eux sur la feuille Saint-Jean-de-Maurienne) du Grand-Collet, à l'est d'Allevard; ainsi on aurait

([2]) M. Lugeon, *Bull. Soc. géol. France*, 16, 1946, p. 609; M. Gignoux, *ibid.*, p. 631.
([3]) *Travaux Labor. Géol. Univ. Grenoble*, 16, fasc. 2, 1932, p. 1.
([4]) *C. R. somm. Soc. géol. France*, 1er février 1943.

là, soit du Trias inférieur, mais avec des faciès lithologiques et une puissance inconnus ailleurs, soit bien plutôt un Permien supérieur. Il en serait exactement de même pour les *schistes et grès des Rouchoux*, découverts par P. Termier dans les montagnes de la Salette (au nord de Corps, en bordure sud du Pelvoux), puis revus rapidement par P. Lory et qui mériteraient d'être réétudiés en détail.

Plus au Sud, pour retrouver un Permien bien développé dans la zone alpine externe, il faut aller jusque sur la bordure du Mercantour que nous n'étudierons pas ici.

En terminant, nous voudrions attirer l'attention sur les *phénomènes orogéniques* survenus ainsi au cours du Permien, non seulement dans la zone alpine externe, mais aussi sur toute l'aire continentale de l'Europe occidentale (Massif Central en particulier) où le Saxonien se montre souvent stratigraphiquement indépendant de l'Autunien. Il n'y a aucune raison pour que ces mouvements tectoniques aient été partout *exactement contemporains*; nous ne chercherons donc pas à les identifier avec une de ces *phases* orogéniques que Stille et ses imitateurs s'efforcent de définir et de retrouver sur tout le globe, et dont la signification chronologique nous paraît aussi dénuée de sens que celle des *directions de plissements* définies autrefois, au degré près, par Élie de Beaumont. Nous noterons seulement que ces mouvements orogéniques se sont produits, non dans une fosse marine, plus ou moins *géosynclinale*, mais sur toute l'étendue d'un continent désertique soumis à l'érosion; ils n'ont point partout abouti à la formation d'une véritable chaîne plissée, mais seulement à des *rajeunissements locaux du relief*, ce dont témoignent à la fois des faciès conglomératiques et des apparences de *transgressions* résultant de la formation de nouveaux bassins de subsidence, dans lesquels venaient s'accumuler les matériaux provenant de la démolition des reliefs voisins nouvellement apparus.

MÉDECINE. — *Le curare en Médecine.* Note de M. Louis Lapicque.

Le curare a été appliqué en Médecine humaine dès l'époque de Claude Bernard, qui a personnellement présenté ici, en 1859 [1], trois observations de tétanos traité par ce poison; poison pas plus dangereux, fit-il remarquer en réponse à des craintes exprimées par Velpeau, que l'atropine, la strychnine et d'autres alcaloïdes usuels. Cette communication eut un grand retentissement et la littérature médicale des années qui suivirent relate de nombreux emplois du curare contre le tétanos. Mais cet enthousiasme ne dura pas. Je n'en entendis même plus parler lorsque, un quart de siècle plus tard, j'abordai l'étude de la matière médicale comme assistant de Gley, à l'Hôtel-Dieu, dans le service hos-

(1) *Comptes rendus*, 49, 1859, p. 330.

pitalier de Germain Sée, grand amateur pourtant de thérapeutique pittoresque; je n'en trouvai non plus pas trace jusqu'en 1940 alors qu'à diverses reprises j'étudiais le curare au pur point de vue physiologique. Et voici que la vogue du curare-médicament, si complètement oublié, refleurit à l'improviste sur initiative américaine, sans qu'on pense à rappeler les précédents français, sauf la découverte même de Claude Bernard cité d'une façon simpliste.

L'avortement de la première floraison s'explique fort bien; on avait espéré que le curare pourrait guérir le tétanos; il est seulement capable d'en amender les symptômes convulsifs, et encore, à condition de le manier à dose bien réglée; or, cette dose est largement variable d'échantillon à échantillon. On eut donc surtout des mécomptes. Le succès actuel, au contraire, s'explique d'abord parce qu'on ne demande plus à ce médicament que son action spécifique sur les muscles, encore qu'il soit nécessaire de comprendre cette action d'une façon qui déborde la description schématique de Bernard; ensuite parce qu'on utilise des curares *standardisés*; c'est même, semble-t-il, la standardisation d'une préparation pharmaceutique particulière et la réclame pour cette spécialité, qui a été le premier germe du large mouvement auquel nous assistons.

Il y a environ 10 ans, une firme de New-York lança, sous le nom d'*Intocostrin*, un extrait aqueux de la liane amazonienne *Chondodendron tomentosum*, titré en unités toxiques conventionnelles par essais en injection intraveineuse sur le Lapin. Quelques médecins américains, sur la foi simplement des données classiques, injectèrent, avec de bons résultats, cette préparation à leurs malades, notamment dans des cas de contracture spasmodique. Parmi ces praticiens hardis, il faut citer en première ligne le neuropathologiste Bennett (du Nebraska) qui ne tarda pás à donner à l'emploi du curare l'importante extension que voici. Depuis 1935 (Meduna), on traitait divers troubles mentaux en provoquant des crises épileptoïdes par injection de certains médicaments, notamment d'un dérivé du camphre, le cardiazol. On obtenait, comme on continue à obtenir, de nombreux succès psychiatriques avec cette méthode, si étrange qu'elle puisse paraître; mais la violence des convulsions était telle que, sous l'effort musculaire, il se produisait assez fréquemment des luxations et même des fractures.

Peu après (1938), Cerletti substituait au cardiazol la vertu épileptogène d'un bref passage de courant alternatif à travers le crâne (électrochoc), mais le danger des lésions squelettiques restait le même. Il est nécessaire, déclara Meduna lui-même, qu'on trouve le moyen d'adoucir les convulsions, sans interférer avec les effets bienfaisants de la crise.

Bennett remarqua (1940) que le principe de bloquer la jonction neuromusculaire par le curare, semblait théoriquement capable d'arrêter les *impulsions nerveuses excessives*. Par conséquent, il faut curariser les patients avant de déclencher la crise. Cette idée sommaire donna entre ses mains un

plein succès, qui éveilla de nombreux échos et l'*épilepsothérapie* psychiatrique se compléta par cette précaution.

D'autre part, des chirurgiens, probablement Griffith et Johnson (de Montréal) les premiers, encouragés par l'innocuité de ces emplois médicaux, eurent l'idée d'injecter à leurs opérés la même drogue, pour obtenir, au cours de l'anesthésie générale, une immobilité complète et particulièrement le relâchement du tonus des parois abdominales. Ici également, succès et généralisation rapide.

Bientôt, MM. Squibb and Sons pouvaient publier un petit livre constitué uniquement par la reproduction de centaines d'observations parues dans les revues médicales; ce recueil, très objectif, donne une forte impression du rôle utile du curare en Médecine et en Chirurgie.

C'était la guerre; en France, praticiens ou physiologistes, nous n'avons eu connaissance de tout cela, je crois, qu'à la fin de 1945 par un article de Pagniez dans la *Presse médicale* (2).

Après une étude purement bibliographique et d'ailleurs incomplète (beaucoup de publications de langue anglaise nous manquaient encore), je tins, toute interprétation physiologique réservée, à proclamer *l'utilisation thérapeutique du curare empiriquement justifiée* et *appelée à un large développement* (3). Le monde médical français resta dans l'expectative; le préjugé défavorable contre lequel s'était déjà élevé Cl. Bernard était toujours très fort, et d'ailleurs, bien que la pharmacologie anglaise, avec Harold King, eut identifié le principe actif de l'intocostrine avec la tubocurarine (un alcaloïde déjà isolé par elle, puis reconstitué synthétiquement), il n'était alors pas facile de se procurer l'une ou l'autre de ces préparations, équivalentes moyennant un coefficient de dosage. Les applications furent plutôt rares (4). En attendant la mise en pratique qui ne pouvait manquer de venir, il me parut nécessaire d'approfondir la théorie qui était insuffisante.

La pharmacologie anglosaxonne avait donné dans ses prospectus des explications classiques rudimentaires (5), et tous les auteurs, je crois, se sont contentés de cette donnée schématique; pourtant, ni en anesthésie, ni en psychiatrie, on ne pousse la curarisation jusqu'au stade où de telles explications sont réellement valables, avec la suppression de l'excitabilité indirecte, et par suite, l'arrêt durable de la respiration spontanée. L'an dernier, j'ai discuté le

---

(2) *Presse médicale*, 1945, p. 608.

(3) *Bulletin de l'Acad. de Médecine*, 130, 1946, p. 442.

(4) Je peux signaler parmi ceux que j'ai connus ainsi comme précurseurs dans notre pays, le chirurgien Louis Bazy et le psychiatre Jean Delay.

(5) « Interruption de l'influx nerveux vers le muscle squelettique à la jonction myoneurale (Squibb and Sons) ». Paralysie du muscle squelettique par le blocage de l'impulsion nerveuse à la jonction myoneurale (Burrough, Welcome and C°).

premier cas; j'ai rappelé les indications de Vulpian sur une phase préalable de l'intoxication curarique, où l'animal est paralysé bien que ses nerfs moteurs soient encore capables de répondre à la stimulation électrique; j'ai signalé surtout la belle étude de Bremer et de Titeca sur l'atonie curarique; je n'ai d'ailleurs pu arriver à une théorie satisfaisante, probablement parce que nous n'avons pas une bonne théorie du tonus musculaire ([6]).

Dans le second cas, l'arrêt des impulsions nerveuses excessives, comme dit Bennett, dans la convulsothérapie, se présente une difficulté différente. D'après tout ce que nous savons, le curare ne peut diminuer ni la grandeur de l'influx nerveux moteur, ni la force avec laquelle se contracte une fibre musculaire une fois que cet influx l'a mise en branle (loi du *tout ou rien*); que l'intoxication de la jonction myoneurale soit elle-même plus ou moins profonde, cela ne peut rien changer à cette loi ([7]); et pourtant il est certain que la force des contractions musculaires est diminuée par curarisation légère, comme le montre cliniquement l'atténuation des convulsions, et comme je l'ai constaté expérimentalement avec Mme Lapicque chez la Grenouille; certain aussi que le mécanisme de cette diminution est périphérique, puisque, dans ces dernières expériences, le nerf était coupé des centres ([8]). Ici, avec le concours de M. A.-M. Monnier, je pense pouvoir constituer une théorie qui résout la difficulté; on trouvera cette théorie dans la Note présentée ci-après sous nos deux noms.

GÉOMÉTRIE. — *Le concept de l'origine d'un nombre et les trigonométries hyperboliques*. Note de M. **Dimitri Riabouchinsky**.

I. *Géométrie d'une sphère d'origine imaginaire.* — Admettons que dans l'équation d'une sphère $x^2+y^2+z^2=r^2$, la coordonnée z, et consécutivement, lorsque $x^2+y^2+z^2<0$, le rayon r soient d'origine imaginaire ([1]). On l'exprime en remplaçant z par iz, r par ir, où $i=1=\sqrt{-1}$, et l'on obtient ainsi, évidemment, les équations d'hyperboloïdes conjugués. L'équation de la sphère imaginaire $x^2+y^2+z^2=-1$ n'acquiert un sens que si l'on admet qu'au moins l'une de ses coordonnées est d'origine imaginaire. Si, comme je l'ai déjà mentionné ([2]), on substitue iz à z dans *toutes les formules* exprimant les propriétés caractéristiques S d'une sphère, on obtient un ensemble de théorèmes et de formules définissant les *propriétés correspondantes* H des hyperboloïdes,

([6]) *Cf.* L. Lapicque, *Bull. de l'Acad. de Médecine*, **131**, 1947, p. 480; L. et M. Lapicque, *Soc. de Biol.*, **141**, 1947, p. 468 et 594.

([7]) *Cf.* L. Lapicque, *Bull. de l'Acad. de Médecine*, séance du 2 mars 1948.

([8]) Indications préalables dans la communication de L. Lapicque ci-dessus.

([1]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 552.

([2]) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 142.

géométriquement très différentes de celles de la sphère. Citons un exemple. Les géodésiques S d'une sphère étant des arcs de grands cercles dans les plans passant par le centre de la sphère, on peut prévoir que les *géodésiques* H des hyperboloïdes conjugués sont des arcs d'hyperboles ou d'ellipses dans les plans passant par le centre des hyperboloïdes. Démontrons qu'il en est effectivement ainsi. En choisissant l'axe OZ comme axe de symétrie des hyperboloïdes, il suffira de considérer leurs sections par des plans YOZ' passant par l'axe OY en faisant varier l'angle $ZOZ' = \omega$ de zéro à $\pi/2$. Les lignes que l'on obtient ainsi et le carré de leurs éléments de *longueur* H sont définis par les équations $x = z' \sin\omega$, $y^2 = r^2 + z'^2 \cos 2\omega$, $iz = iz' \cos\omega$ et

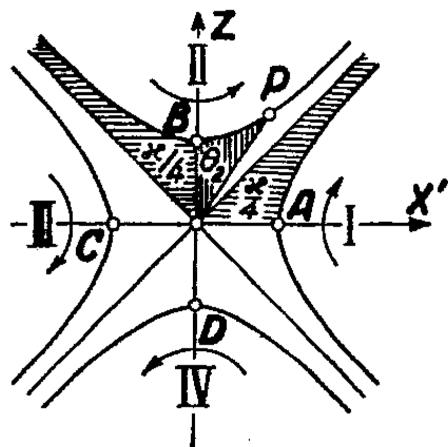
$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + d(iz)^2 = y^{-2} r^2 \cos 2\omega \, d(iz')^2.$$

On constate, que ces expressions vérifient effectivement les équations des géodésiques H,

$$\frac{d^2x}{ds^2} : \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{d^2y}{ds^2} : \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{d^2iz}{ds^2} : \frac{\partial f}{\partial iz} = -\frac{1}{2r^2}, \qquad f = x^2 + y^2 + (iz)^2 - r^2 = 0.$$

Le concept d'origine d'un nombre ne joue dans ces raisonnements que le rôle de fil conducteur. Le résultat cherché, une fois acquis et interprété géométriquement, peut être étudié par des procédés usuels.

2. *Coordonnées polaires hyperboliques.* — La figure ci-dessous donne la section d'hyperboloïdes équilatères conjugués par un plan X'OZ, l'axe OX' faisant un angle φ avec l'axe OX. Nous définissons l'amplitude θ comme rapport du double de l'aire Σ balayée par le rayon vecteur OP au carré de la *longueur* H de ce dernier, $\theta = 2\Sigma : x^2 + y^2 + (iz)^2$. L'intégrale qui donne l'aire de la surface Σ est prise dans les secteurs II, IV dans le sens inverse à celui qui est indiqué par des flèches dans les secteurs I, III. Il en résulte que le signe de Σ



change avec celui de r^2 et que, par conséquent, les quatre flèches de la figure indiquant le sens de l'augmentation de θ. r et θ subissent donc des discontinuités d'un type spécial au passage du cône asymptotique $x^2 + y^2 + (iz)^2 = 0$. On peut néanmoins définir tous les points de l'espace, à l'exclusion de ceux du cône asymptotique, en posant

(1) $x = x' \cos\varphi = r \operatorname{ch}\theta \cos\varphi, \qquad y = r \operatorname{ch}\theta \sin\varphi, \qquad z = r \operatorname{sh}\theta, \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2 - z^2},$

et en tenant compte de la période $2\pi i$ des fonctions hyperboliques. Nous conviendrons d'interpréter géométriquement cette période comme aire hyperbolique indéfiniment grande (voir la figure), en motivant cette interprétation comme suit. Soit θ_2 l'angle complémentaire d'un angle circulaire θ,

$$\sin\theta_2 = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta, \qquad \cos\theta_2 = \sin\theta.$$

Dans le cas des fonctions hyperboliques, on peut écrire en considérant la figure

$$\mathrm{sh}\,\theta_2 = \mathrm{sh}\left(\theta - \frac{\varkappa}{2}\right) = \mathrm{sh}\left(\theta - i\frac{\pi}{2}\right) = -i\sin\left(i\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -i\,\mathrm{ch}\,\theta,$$

et $\mathrm{ch}\,\theta_2 = -i\,\mathrm{sh}\,\theta$. De même, pour l'angle hyperbolique $\theta_3 = \theta - \varkappa$, il vient $\mathrm{sh}\,\theta_3 = \mathrm{sh}(\theta - \varkappa) = -\mathrm{sh}\,\theta$; $\mathrm{ch}\,\theta_3 = -\mathrm{ch}\,\theta$. En posant dans ces équations $\theta = 0$, on a $\mathrm{sh}(\varkappa/2) = i$, $\mathrm{ch}(\varkappa/2) = 0$, $\mathrm{sh}\,\varkappa = 0$, $\mathrm{ch}\,\varkappa = -1$. Notons aussi que

$$(2) \qquad \sin i\theta = i\,\mathrm{sh}\,\theta = i\,\mathrm{sh}\left(\frac{\varkappa}{2} + \theta_2\right) = -\mathrm{ch}\,\theta_2, \qquad \mathrm{ch}\,i\theta = \mathrm{ch}\left(\frac{\varkappa}{2} + \theta_2\right) = i\,\mathrm{sh}\,\theta_2,$$

$$(3) \quad x = \bar{r}\,\mathrm{sh}\,\theta_2\cos\varphi, \qquad y = \bar{r}\,\mathrm{sh}\,\theta_2\sin\varphi, \qquad z = \bar{r}\,\mathrm{ch}\,\theta_2, \qquad \bar{r} = ri = \sqrt{z^2 - x^2 - y^2}.$$

3. *Trigonométries hyperboliques.* — Considérons un triangle curviligne LMN dont les côtés sont des géodésiques H tracées sur la nappe supérieure d'un hyperboloïde équilatère à deux nappes. Admettons que L se confond avec le point B de la figure et soient x', y', z' et x'', y'', z'' les coordonnées des points M, N. En appliquant les formules (3), il vient

$$(4) \qquad (x'x'' + y'y'' - z'z'') : (\bar{r})^2 = \mathrm{ch}\,\theta'_2\,\mathrm{ch}\,\theta''_2 - \mathrm{sh}\,\theta'_2\,\mathrm{sh}\,\theta''_2\cos(\varphi' - \varphi'').$$

Les deux parties de cette égalité conservent leur valeur dans une transformation ou *rotation* d'Appolonius, transformant la quadrique en elle-même. J'ai présenté ([3]) cette transformation sous une forme permettant de placer les points M, N du triangle et, par conséquent, l'arc géodésique H qui les réunit, sur une hyperbole équilatère dans un plan passant par l'axe OZ. On a alors $\varphi' = \varphi''$, tandis que θ', θ'' prennent des valeurs imposées par l'invariance de (4). Il en résulte qu'en nommant a, b, c les côtés et α, β, γ les angles opposés du triangle LMN, on peut ramener (4) à la forme $\mathrm{ch}\,a = \mathrm{ch}\,b\,\mathrm{ch}\,c - \mathrm{sh}\,b\,\mathrm{sh}\,c\cos\alpha$ et l'on obtient des formules semblables pour $\mathrm{ch}\,b$ et $\mathrm{ch}\,c$. Ces formules fondamentales et celles qu'on en déduit ont été obtenues en 1826 par Taurinus dans la supposition que dans les formules fondamentales de la trigonométrie sphériques les arcs des cercles restent réels, tandis que le rayon de la sphère devient imaginaire, raisonnement pouvant susciter des objections.

Dans la trigonométrie de l'hyperboloïde à une nappe, on passe des ampli-

([3]) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 144.

tudes circulaires aux amplitudes hyperboliques, en remplaçant θ par $i\theta$, tandis que le rayon $\sqrt{x^2+y^2+(iz)^2}$ reste réel. Pour obtenir les formules fondamentales de la trigonométrie de l'hyperboloïde à une nappe, on peut remplacer dans celles de la trigonométrie sphérique a, b, α, β, γ par ia, ib, $i\alpha$, $i\beta$, $i\gamma$, et l'on obtient ainsi, en raison des équations (2),

$$(5)\quad \left\{\begin{array}{ll} \operatorname{ch} a = \operatorname{ch} b \cos c - \operatorname{sh} b \sin c \operatorname{sh} \alpha_2, & \operatorname{ch} b = \operatorname{ch} a \cos c - \operatorname{sh} a \sin c \operatorname{sh} \beta_2, \\ \cos c = \operatorname{ch} a \operatorname{ch} b - \operatorname{sh} a \operatorname{sh} b \operatorname{ch} \gamma, & \alpha = \frac{\pi}{2} + \alpha_2, \qquad \beta = \frac{\pi}{2} + \beta_2. \end{array}\right.$$

On en déduit ensuite les formules

$$(6)\quad \operatorname{sh} a : \operatorname{ch} \alpha_2 = \operatorname{sh} b : \operatorname{ch} \beta_2 = \sin c : \operatorname{sh} \gamma$$

$$(7)\quad \left\{\begin{array}{l} \operatorname{sh} \alpha_2 = -\operatorname{sh} \beta_2 \operatorname{ch} \gamma - \operatorname{ch} \beta_2 \operatorname{sh} \gamma \operatorname{ch} a, \qquad \operatorname{sh} \beta_2 = -\operatorname{sh} \alpha_2 \operatorname{ch} \gamma - \operatorname{ch} \alpha_2 \operatorname{sh} \gamma \operatorname{ch} b, \\ \operatorname{ch} \gamma = \operatorname{sh} \alpha_2 \operatorname{sh} \beta_2 + \operatorname{ch} \alpha_2 \operatorname{ch}_2 \beta \cos c. \end{array}\right.$$

Ces formules, et leurs généralisations, peuvent être soumises au contrôle des identités fondamentales des trigonométries à n dimensions ([4]).

M. **Roger Heim** fait hommage à l'Académie de son Ouvrage intitulé *Les Champignons. Tableaux d'un monde étrange*, illustré par Jean Vincent et Yvonne Jean-Haffen.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Pierre-Albert Juhan. *Étude sur le rôle anticancéreux et antimicrobien du muscle et sur le problème de l'immunité.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques considérations sur le problème des moments.* Note ([1]) de M. **Szolem Mandelbrojt**, présentée par M. Paul Montel.

Soit $\{\mu_n\}$ $(n \geq 0)$ une suite de nombres réels. On connaît des conditions nécessaires et suffisantes pour que le problème des moments de Stieltjes

$$(\mathrm{S})\qquad \int_0^\infty t^n\, d\mathrm{V} = \mu_n \qquad (n = 0, 1, \ldots)$$

admette une solution, c'est-à-dire pour qu'il existe une fonction de distri-

([4]) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 142-143 et 211; G. Darboux, *Principes de Géométrie analytique*, Paris, 1917, p. 208.

([1]) Séance de 8 mars 1948.

bution V satisfaisant les égalités (S). On connaît aussi de telles conditions pour que le problème de Hamburger

$$\text{(H)} \qquad \int_{-\infty}^{\infty} t^n \, dV = \mu_n \qquad (n = 0, 1, \ldots)$$

admette une solution.

Pour (S), cette condition est que, pour tout polynome à coefficients réels $P(x) = \sum_0^n a_m x^m$, non négatif sur $x \geq 0$, on ait $\sum_0^n \mu_m a_m \geq 0$. Ainsi, pour $\lambda > (1/2)$, il faut que

$$\mu_n \lambda \left(\frac{\mu_{n+2}}{\mu_n}\right)^{\frac{1}{2}} - \mu_{n+1} + \mu_{n+2} \lambda \left(\frac{\mu_n}{\mu_{n+2}}\right)^{\frac{1}{2}} \geq 0,$$

ce qui donne, lorsque $\lambda \to (1/2)$: $\mu_{n+1}^2 \leq \mu_n \mu_{n+2}$ et montre que la suite $\log \mu_n$ est une fonction convexe de n. On voit de même que si (H) admet une solution, $\log \mu_{2n}$ est une fonction convexe de n.

Dans cette Note nous nous occupons d'un problème d'unicité. Remarquons d'abord que les conditions (suffisantes) de Carleman pour l'unicité des problèmes (S) et (H) (c'est-à-dire pour que deux solutions, par exemple de (S), soient substantiellement égales ou équivalentes) peuvent s'énoncer respectivement de la manière suivante :

$$(C_S) \qquad \sum \left(\frac{\mu_n}{\mu_{n+1}}\right)^{\frac{1}{2}} = \infty,$$

$$(C_H) \qquad \sum \left(\frac{\mu_{2n}}{\mu_{2n+2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \infty.$$

Nous nous occupons du problème plus général suivant :

Soit $\{i_n\}$ $(i_0 = 0)$ une suite croissante d'entiers non négatifs, et soit $\{\mu_{i_n}\}$ une suite telle qu'il existe une distribution V satisfaisant les égalités

$$(S^*) \qquad \int_0^{\infty} t^{i_n} \, dV = \mu_{i_n} \qquad (n \geq 0),$$

indiquer des conditions à remplir par $\{i_n\}$ et $\{\mu_{i_n}\}$ pour que cette solution soit unique. Nous nous posons le problème analogue pour

$$(H^*) \qquad \int_{-\infty}^{\infty} t^{j_n} \, dV = \overline{\mu}_{j_n} \qquad (n \geq 0, j_0 = 0).$$

Le problème (S*) (avec les i_n non nécessairement entiers) a déjà été traité par Boas (¹) et Fuchs (²).

(¹) *Transactions of the American Math. Society*, 61, 1937, p. 54-68.
(²) *Bulletin of the American Math. Society*, 52, 1946, p. 1057-1059.

Posons $\tau_n = (\log \mu_{i_{n+1}} - \log \mu_{i_n})/(i_{n+1} - i_n)$ $(n \geqq 0)$, $\tau_0 = 0$. Si la suite $\{j_n\}$ contient une infinité d'entiers pairs $\{p_n\}$ $(n \geqq 0)$, nous posons

$$\bar{\tau}_n = \frac{\log \bar{\mu}_{p_{n+1}} - \log \bar{\mu}_{p_n}}{p_{n+1} - p_n} \quad (n \geqq 0), \qquad \bar{\tau}_0 = 0.$$

Si $\{\alpha_n\}$ est une suite réelle, on posera $\alpha_n^* =$ borne α_p $(p \geqq n)$.

Théorème I. — *Soit $\{i_n\}$ une suite infinie croissante d'entiers non négatifs et soit μ_{i_n} une suite telle que* (S^*) *admette une solution. Posons*

$$h_m = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{m} (\tau_n - \tau_{n-1}) \left(\frac{i_n}{n}\right)^* \quad (^3).$$

Si

$$\sum_{1}^{\infty} (i_{n+1} - i_n)\, e^{-h_n} = \infty,$$

cette solution est unique.

Autrement dit, si la suite $\{\mu_n\}$ admet une solution du problème (S), une suite partielle $\{\mu_{i_n}\}$ satisfaisant les conditions du théorème I détermine les autres μ_n.

Les conditions du théorème I sont différentes de celles de Boas et de celles de Fuchs.

Théorème II. — *Soit $\{j_n\}$ une suite croissante d'entiers non négatifs, contenant une infinité d'entiers pairs $\{p_n\}$ et telle, qu'en désignant par m_n le nombre des j_n positifs inférieurs à p_n, on ait $p_n < 2m_n$. Soit $\bar{\mu}_{j_n}$ une suite admettant une solution du problème* (H^*). *Posons*

$$\bar{h}_m = \sum_{n=1}^{m} (\bar{\tau}_n - \bar{\tau}_{n-1}) \left(\frac{p_n}{2m_n - p_n}\right)^*.$$

Si

$$\sum^{\infty} (p_{n+1} - p_n)\, e^{-\bar{h}_n} = \infty,$$

cette solution est unique.

En posant dans le théorème I : $i_n = n$, on obtient la condition (C_S) de l'unicité du problème (S). Le théorème de Fuchs contient également le théorème de Carleman concernant le problème (S). Celui de Boas ne le contient pas. De même, en posant dans le théorème II : $j_n = n$, on obtient la condition (C_H) de l'unicité du problème (H).

La démonstration des théorèmes de cette Note est essentiellement basée sur l'inégalité générale que j'ai démontrée dans un Mémoire récent [4].

---

[3] Un produit sera égal à $+\infty$ s'il contient le facteur $+\infty$. Même remarque pour le théorème II.

[4] *Sur une égalité fondamentale* [*Annales de l'École Normale Supérieure*, (3), 63, fasc. IV, 1946, p. 357-378 (Théorème F. Forme A)].

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Orthogonalité sur un domaine et sur son contour. Relations entre intégrales de lignes et intégrales de surface.* Note de M. **Noubar Arpiarian**, présentée par M. Paul Montel.

Dans une Note antérieure [1] nous observions que l'orthogonalité au sens de Szegö et l'orthogonalité au sens de Bochner semblaient être des propriétés indépendantes, puisqu'il existe, par rapport à un domaine et au contour qui le limite, des fonctions, orthogonales au sens de Szegö, et non orthogonales au sens de Bochner, et inversement, des fonctions, orthogonales au sens de Bochner, non orthogonales au sens de Szegö.

Cette remarque s'étend au cas de l'orthogonalité pondérée. Nous avons cherché la condition pour qu'une suite de fonctions $f_n(z)$ soit orthogonale de poids $\Pi(z)$ sur un domaine $\mathcal{D}$ et de poids $\varpi(z)$ sur le contour $\mathcal{C}$ qui limite ce domaine, et la relation devant exister alors entre $\Pi(z)$ et $\varpi(z)$.

Une voie naturelle est d'essayer d'établir une relation entre intégrales de ligne et intégrales de surface.

La formule de Riemann donne la relation

$$\int_{\mathcal{C}} f(z)\,\bar{h}(\bar{z})\,dz = 2i \iint_{\mathcal{D}} f(z)\,\bar{h}'(\bar{z})\,d\omega,$$

qui s'écrit, en prenant pour $h(z)$ une primitive $G(z)$ de $g(z)$,

$$\iint_{\mathcal{D}} f(z)\,\bar{g}(\bar{z})\,d\omega = \frac{1}{2}\int_{\mathcal{C}} f(z)\,\bar{G}(\bar{z})\,\Phi(z)\,ds,$$

où

$$\Phi(z) = \varphi(z)\,\frac{|\varphi'(z)|}{\varphi'(z)}$$

est une fonction non holomorphe de module *un* sur $\mathcal{C}$, qui ne dépend que du contour $\mathcal{C}[Z = \varphi(z)$, représente conformément le domaine $\mathcal{D}$ sur le cercle $|Z| \leq 1]$.

Cette formule permet de trouver des conditions (équations différentielles) auxquelles doivent satisfaire des fonctions $f_n(z)$, possédant des primitives et orthogonales au sens de Bochner sur un domaine $\mathcal{D}$ pour être pondérément orthogonales le long du contour $\mathcal{C}$ de ce domaine. Ces conditions, simplement suffisantes, ne s'appliquent qu'à un nombre restreint de suites de fonctions; en outre, la méthode ne s'étend pas à l'orthogonalité superficielle pondérée.

La relation générale entre les intégrales s'obtient par l'introduction des *isogrammes* [2] intérieurs $\mathcal{C}_r$ du contour $\mathcal{C}$ qui limite le domaine simplement

(1) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 387-389.

(2) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 771.

connexe $\mathcal{D}$. Elle s'écrit

$$\iint_{\mathcal{D}} f_m(z)\overline{f}_n(\overline{z})\Pi(z)\,d\omega = \int_0^1 dr \int_{\mathcal{C}_r} f_m(z)\overline{f}_n(\overline{z})\varpi(z)\,ds,$$

avec

$$\Pi(z) = \varpi(z)\,|\varphi'(z)|,$$

$Z = \varphi(z)$ étant la fonction qui réalise la représentation conforme du domaine $\mathcal{D}$ sur le cercle $|Z| \leqq 1$.

On en déduit : *une condition suffisante pour qu'une suite de fonctions, orthogonale de poids $\varpi(z)$ sur le contour $\mathcal{C}$ d'un domaine $\mathcal{D}$ simplement connexe, soit orthogonale sur le domaine $\mathcal{D}$ est qu'elle soit orthogonale le long de tous les isogrammes intérieurs du contour $\mathcal{C}$. Le poids superficiel est alors $\varpi(z)\,|\varphi'(z)|$.*

La réciproque peut être énoncée avec des hypothèses moins restrictives. Soit une suite de fonctions continues $f_n(z)$, orthogonales sur un domaine $\mathcal{D}$, et $\mathcal{D}_\alpha$ un domaine infiniment voisin (isogramme ou non), tendant continûment vers $\mathcal{D}$ lorsque le paramètre réel α tend vers α_0; on s'aperçoit que, par raison de continuité, l'intégrale

$$\iint_{\mathcal{D}_\alpha} f_m(z)\overline{f}_n(\overline{z})\,\Pi(z)\,d\omega$$

est en général un infiniment petit du même ordre que $|\alpha - \alpha_0|$. Nous arrivons alors au résultat suivant :

Théorème. — *Une condition nécessaire et suffisante pour qu'une suite de fonctions continues $f_n(z)$, orthonormée de poids $\Pi(z)$ sur un domaine simplement connexe $\mathcal{D}$, soit aussi orthonormée sur son contour $\mathcal{C}$ est, en désignant par $\mathcal{D}_\lambda$ un domaine isogramme infiniment voisin, que l'intégrale*

$$I(\lambda) = \iint_{\mathcal{D}_\lambda} f_m(z)\overline{f}_n(\overline{z})\,\Pi(z)\,d\omega$$

soit un infiniment petit d'ordre supérieur à un, lorsque l'on prend $|\lambda - 1|$ pour infiniment petit principal.

Le poids linéaire est alors $\Pi(z)/|\varphi'(z)|$.

λ peut être inférieur ou supérieur à *un*.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les produits d'inversion.*

Note de M. René Lagrange, présentée par M. Élie Cartan.

Avec les notations d'une Note récente ([1]) que celle-ci prolonge, deux points M, M', de masses h, h', sont transformés par $\overline{U_n U_{n-1} \ldots U_1}$ en M_n, M'_n de masses h_n, h'_n, de manière que le produit $M_n M'_n = MM'$; les distances eucli-

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 625.

diennes sont alors telles que $h_n h'_n \overline{M_n M'_n}^2 = hh' \overline{MM'}^2$. Pour que la transformation soit euclidienne, c'est-à-dire une similitude, il faut et il suffit que h_n/h soit une constante. La formule (8) de la première Note donne ainsi la condition nécessaire et suffisante $\sigma_1 = \vec{\alpha}_1 = 0$, qui se réduit à $\sigma_1 = 0$ pour les inversions réelles. h_n/h vaut alors $-R_1/R'_1$. Par exemple $\overline{U_3 U_2 U_1}$ est euclidien pourvu que les centres de U_1 et U_3 soient inverses par rapport à U_2. Ce rôle important de σ_1 et $\vec{\alpha}_1$ rend utile de savoir les exprimer à partir des U_i, par exemple à l'aide des R_i et des vecteurs consécutifs $\overrightarrow{A_i A_{i+1}}$. Considérons l'expression $\overrightarrow{A_1 A_2}\,\overrightarrow{A_2 A_3} \ldots \overrightarrow{A_{n-1} A_n}$; en lui ajoutant toutes celles qui s'en déduisent lorsqu'on y remplace de toutes les manières possibles un ou plusieurs couples de vecteurs consécutifs $\overrightarrow{A_{i-1} A_i}\,\overrightarrow{A_i A_{i+1}}$ par R_i^2, on forme une expression polynomiale $Q(A_1, A_2, \ldots A_n; R_2, R_3, \ldots R_{n-1})$, homogène et de degré n par rapport aux longueurs, et dont les monomes contiennent un nombre de vecteurs ayant la parité de n. On démontre alors que

$$R_1^2 R_2^2 \ldots R_n^2 \sigma_1 = Q(A_1, A_2, \ldots, A_n; R_2, R_3, \ldots, R_n)^2,$$

$$R_2^2 R_3^2 \ldots R_n^2 \vec{\alpha}_1 = Q(A_1, A_2, \ldots, A_n; R_2, R_3, \ldots, R_n) \times Q(A_2, A_3, \ldots, A_n; R_3, R_4, \ldots, R_{n-1}),$$

où les opérations s'effectuent suivant l'algèbre ordinaire, mais avec la lecture symbolique suivante : dans chaque monome, les vecteurs, ordonnés suivant les indices croissants, sont multipliés scalairement deux à deux à partir de la droite, ce qui donne un scalaire quand le nombre des vecteurs est pair, et un vecteur parallèle au premier vecteur quand ce nombre est impair. On détermine ainsi aisément tous les systèmes de $n \leq 6$ sphères fournissant une anallagmatie euclidienne; les calculs se compliquent nécessairement beaucoup pour les plus grandes valeurs de n.

On peut rechercher plus particulièrement les transformations $\overline{U_n U_{n-1} \ldots U_1}$ équivalentes à une homothétie. Outre la condition $\sigma_1 = \vec{\alpha}_1 = 0$ qui assure la nature euclidienne, il faut et il suffit que les deux systèmes de vecteurs $\overrightarrow{A_1 A_i}$, $\overrightarrow{A_n A'_i}$ soient associés de manière qu'ait lieu l'une ou l'autre des identités vectorielles.

$$(1) \qquad \frac{1-\varepsilon}{2}\vec{\xi} \equiv \sum_{i=2}^{n-1} \frac{(\overrightarrow{A_1 A_i} \cdot \vec{\xi})\,\overrightarrow{A_n A'_i}}{R_i R'_i} \qquad (\varepsilon = \pm 1).$$

D'après $\vec{\alpha}_1 = 0$, les vecteurs $\overrightarrow{A_1 A_i}$ déterminent un espace linéaire ayant au plus $n-2$ dimensions. L'espace des $\overrightarrow{A_n A'_i}$ est le même. Si les centres sont alignés, $\varepsilon = 1$ ou -1 suivant que n est pair ou impair et (1) découle de $\sigma_1 = \vec{\alpha}_1 = 0$. Dans l'autre cas extrême, il faut $\varepsilon = -1$ et $n = N + 2$; les

systèmes de $N+2$ sphères en question sont les solutions du système

$$(\overrightarrow{A_1 A_i}.\overrightarrow{A_n A'_k}) = \delta_{ik} R_i R'_k \qquad (i, k = 2, 3, \ldots, n-1),$$

où $\delta_{ik} = 1$ ou 0 suivant que $i = k$ ou $i \neq k$. La configuration générale en est simple : U_n et U_{n-1} étant quelconques, soit B_{n-1} l'intersection de $A_n A_{n-1}$ avec l'hyperplan polaire ϖ_{n-3} de A_n par rapport à U_{n-1}; ϖ_{n-3} contient tous les autres A_i; A_{n-2} y étant choisi arbitrairement, ainsi que R_{n-2}, soit ϖ_{n-4} l'hyperplan polaire de B_{n-1} par rapport à U_{n-2}, construit dans ϖ_{n-3}, donc ayant $n-4$ dimensions; $A_{n-3}, \ldots, A_1$ sont dans ϖ_{n-4} et l'on recommence le même genre d'opération dans ϖ_{n-4}, à partir du point B_{n-2} où ϖ_{n-4} coupe $B_{n-1} A_{n-2}$, et ainsi de suite jusqu'à B_2 qui coïncide avec A_1.

Le cas général où les $n-2$ vecteurs $\overrightarrow{A_1 A_i}(1 < i < n)$ sont liés par q relations $(1 \leqq q \leqq n-4)$ donne des calculs trop compliqués pour être exposés ici; avec $\varepsilon = 1$, (1) n'est possible que si $q \geqq (n-2)/2$; bien entendu, $q = n-2-N$ avec $\varepsilon = -1$. Après s'être donné les $n-q-2$ vecteurs linéairement distincts, il reste à déterminer $(n-q-2)q$ coefficients arbitraires pour compléter le système. (1) conduit à un système d'équations algébriques dont le degré est sûrement $\leqq 3q+1$ si $\varepsilon = 1$, $\leqq 3q+2$ si $\varepsilon = -1$; mais ce degré peut s'abaisser beaucoup, par exemple jusqu'à 3 ou 5 lorsque $q = (n-2)/2$ (n pair).

Les anallagmaties équivalentes à l'identité sont celles pour lesquelles on a $U_i V_k = \delta_{ik}(i, k = 1, 2, \ldots, n)$. La recherche de ces systèmes conduit à des systèmes d'équations algébriques analogues aux précédents. Signalons seulement que les seuls systèmes de sphères U_i linéairement distinctes sont les systèmes orthogonaux de $N+2$ sphères.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Analyse harmonique des fonctions aléatoires stationnaires d'ordre 2 définies sur un groupe abélien localement compact.* Note (1) de M. **Joseph Kampé de Fériet**, présentée par M. Henri Villat.

I. Une Note (2) précédente (C) a montré que la décomposition spectrale d'un groupe d'opérateurs unitaires, traduite en langage aléatoire, résolvait l'analyse harmonique des fonctions aléatoires strictement stationnaires; or le résultat le plus général dans ce domaine, dû à M. Loève (3), exige seulement la stationnarité d'ordre 2; je me propose de montrer que la décomposition spectrale permet d'atteindre un résultat aussi étendu que celui de M. Loève et même d'aller plus loin; en effet ses calculs ne s'appliquent qu'aux fonctions aléatoires $X(t)$ définies sur l'axe réel $-\infty < t < +\infty$; or, en se plaçant au point de vue

(1) Séance du 8 mars 1948.

(2) Kampé de Fériet, *Comptes rendus*, **225**, 1947 (A, p. 37; B, p. 428; C, p. 623).

(3) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 380.

de (B), on étend l'analyse harmonique à toutes les fonctions aléatoires stationnaires d'ordre 2 définies sur un groupe abélien localement compact, au moyen de la généralisation de la formule de M. H. Stone due (4), avec des variantes de détail, à M. Neumark, W. Ambrose, R. Godement et E. Arnous.

II. 1° Soit Ω un ensemble abstrait, dont ω désigne le point générique, sur lequel on a défini une mesure telle que $\text{mes}\,\Omega = 1$; 2° soit $\mathcal{H}$ l'espace de Hilbert des fonctions $f(\omega)$, à valeurs complexes, de carré sommable sur Ω; 3° considérons une catégorie d'épreuves aléatoires consistant à choisir un ω, avec une loi de probabilité telle que, pour tout $E \subset \Omega$ mesurable, $\text{Prob}[\omega \in E] = \text{mes}\,E$. Pour tout $f \in \mathcal{H}$, on définit une variable aléatoire en posant $X = f(\omega)$; elle a pour moment d'ordre 2, $\overline{|X|^2} = \|f\|^2$; pour tout couple de variables aléatoires $X = f(\omega)$, $Y = g(\omega)$, f et $g \in \mathcal{H}$, on a $\overline{XY^*} = (f, g)$; 4° Soit $U_\alpha f$ un groupe d'opérateurs unitaires de $\mathcal{H}$, α étant l'élément générique d'un groupe abélien G, à loi de composition notée $\alpha\beta$, $U_\alpha U_\beta = U_\beta U_\alpha = U_{\alpha\beta}$. *Pour tout $f \in \mathcal{H}$ l'ensemble de variables aléatoires $X(\alpha) = U_\alpha f$ constitue une fonction aléatoire, définie sur* G, *stationnaire d'ordre* 2; en effet, sa *covariance*

$$\overline{X(\alpha)X^*(\beta)} = (U_\alpha f, U_\beta f) = (U_{\alpha\beta^{-1}} f, f)$$

ne dépend que de $\alpha\beta^{-1}$; cette covariance est une *fonction définie positive* : quelles que soient les n constantes complexes c_j et les n éléments $\alpha_j \in G$, on a $\Sigma\Sigma c_j c_k^* \overline{X(\alpha_j)X^*(\alpha_k)} = \|\Sigma c_j U_{\alpha_j} f\|^2 \geqq 0$.

III. L'instrument de l'analyse harmonique étant l'intégrale de Fourier, on doit se restreindre aux groupes G auxquels on a su étendre celle-ci; pour utiliser les résultats les plus généraux, dus à André Weil (5), il faut donc supposer que le groupe abélien G est localement compact; soit $\hat{G}$ son dual.

En considérant réciproquement G comme le dual de $\hat{G}$, soit $\chi_\alpha(a)$ la valeur prise en $a \in \hat{G}$ par le *caractère* correspondant à $\alpha \in G$. E. Arnous a démontré qu'au groupe $U_\alpha f$ correspond un ensemble de projecteurs $E_A f$, définis sur une *tribu* $\mathfrak{T}$ de parties A de $\hat{G}$,

$$(E_A f, g) = (f, E_A g), \qquad E_{A \cap B} f = E_A E_B f, \qquad E_{\hat{G}} f = f,$$

au moyen desquels on obtient la formule de décomposition spectrale (6)

$$(1) \qquad (U_\alpha f, g) = \int \chi_\alpha(a)\, d(E_A f, g).$$

---

(4) Pour les références et la comparaison des résultats de ces auteurs, *voir* M. H. Stone, *Mathematical Review*, 8, 1947, p. 32; la forme de la décomposition spectrale utilisée ici est celle de Edmond Arnous, *Commentarii Math. Helvetici*, 19, 1946-1947, p. 50.

(5) *Actualités scientifiques*, n° 869, 1940.

(6) Le signe somme représente une intégrale de Radon-Stieltjes.

La traduction de celle-ci donne immédiatement pour l'analyse harmonique d'une fonction aléatoire stationnaire d'ordre 2 sur G

$$\overline{X(\alpha)Y^*} = \int \chi_\alpha(\alpha)\, d\overline{E(A)Y^*}, \tag{2}$$

où E(A) désigne la variable aléatoire définie pour tout $A \in \mathfrak{T}$ par $E(A) = E_A f$. En particulier, on en déduit pour la covariance

$$\overline{X(\alpha)X^*(\beta)} = \int \chi_{\alpha\beta^{-1}}(a)\, d\overline{|E(A)|^2}, \tag{3}$$

ce qui généralise complètement le théorème classique de A. Khintchine, établi seulement jusqu'à présent pour les fonctions aléatoires définies sur l'axe réel, qui correspondent au cas particulier où G est le groupe additif des nombres réels.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Statistique d'un champ homogène de vecteurs aléatoires de divergence nulle. Application à la turbulence homogène.* Note (¹) de M. **Pierre Casal**, présentée par M. Joseph Pérès.

Soit un champ de vecteurs $\vec{a}(x_1, x_2, x_3)$ (que nous noterons $\vec{a}(x)$).

Hypothèses. — I. $\vec{a}(x)$ est un vecteur aléatoire de x_1, x_2 et x_3, possédant en moyenne quadratique des dérivées partielles du second ordre continues.

II. Sur chaque épreuve

$$\operatorname{div} \vec{a} = 0. \tag{1}$$

III. *Homogénéité*

$$\overline{a_i(x)\, a_j(x')} = A_{ij}(y), \tag{2}$$

($a_i(x)$ = composante de $\vec{a}(x)$ suivant ox, $y = x' - x$, $\overline{f}$ = valeur probable de f).

IV. Les fonctions $A_{ij}(y)$ sont uniformes, définies dans tout l'espace et nulles ainsi que leurs dérivées à l'infini.

Nous poserons

$$\overrightarrow{b(x)} = \overline{\operatorname{rot} \vec{a}(x)}, \tag{3}$$

$\overrightarrow{b(x)}$ sera défini par ses moments

$$\overline{b_i(x)\, b_j(x')} = B_{ij}. \tag{4}$$

Conclusion. — *a.* $\vec{b}(x)$ forme un champ homogène de vecteurs aléatoires de

(¹) Séance du 6 mars 1948.

divergence nulle

(5) $$B_{ij} \equiv B_{ij}(y),$$

(6) $$b. \quad B_{ij}(y) = \Delta A_{ij} + \frac{\partial^2 U}{\partial y_i \partial y_j} - \delta_{ij} \Delta U$$

avec

(7) $$U = \sum_i A_{ii}, \quad \Delta = \text{laplacien}, \quad \delta_{ij} = 0 \text{ si } i \neq j \quad \text{et} \quad 1 \text{ si } i = j,$$

(8) $$c. \quad V \equiv \sum_i B_{ii} = -\Delta U.$$

d. Si

$$\vec{c} = \overrightarrow{\text{rot}\, b},$$

(9) $$C_{ij} = \Delta\Delta A_{ij}$$

et

(10) $$W = \sum_i C_{ii} = \Delta\Delta U.$$

Démonstration. — Les conclusions *c* et *d* sont des conséquences immédiates de *a* et *b*.

LEMME 1. — *En posant* $\overline{a_i(x)\, a_j(x')} = \mathfrak{A}_{ij}(x, x') \equiv A_{ij}(y)$, *il vient en vertu des hypothèses* I *et* III

(11) $$\overline{\frac{\partial a_i(x)}{\partial x_\alpha} \frac{\partial a_j(x')}{\partial x'_\beta}} = \frac{\partial^2 \mathfrak{A}_{ij}(x, x')}{\partial x_\alpha \partial x'_\beta} = -\frac{\partial^2 A_{ij}(y)}{\partial y_\alpha \partial y_\beta}.$$

LEMME 2. — *En multipliant par* $a_i(x)$ *l'équation* (1) *prise en* x', *et en prenant les valeurs probables, il vient*

(12) $$\sum_k \frac{\partial A_{ik}}{\partial y_k} = 0,$$

et de même

(13) $$\sum_k \frac{\partial A_{ki}}{\partial y_k} = 0;$$

(12) *et* (13) *sont équivalents car* $A_{ij}(y) \equiv A_{ji}(-y)$.

La conclusion (*a*) est une conséquence immédiate du lemme 1, B_{ij} est une somme de produits de dérivées partielles de $\vec{a}$ et est donc fonction de y.

Pour établir enfin l'égalité (6), calculons B_{12}, par exemple, d'après (11)

$$B_{12} = \overline{\left(\frac{\partial a_3}{\partial x_2} - \frac{\partial a_2}{\partial x_3}\right)\left(\frac{\partial a_1}{\partial x'_3} - \frac{\partial a_3}{\partial x'_1}\right)} = -\frac{\partial^2 A_{31}}{\partial y_2 \partial y_3} - \frac{\partial^2 A_{23}}{\partial y_3 \partial y_1} + \frac{\partial^2 A_{21}}{\partial y_3^2} + \frac{\partial^2 A_{33}}{\partial y_1 \partial y_2}.$$

Il suffit alors de constater que, d'après le lemme 2, cette expression est égale à celle donnée par la formule (6).

Inversion de la formule (6). — Calculons B_{ij} en fonction des C_{ij}, ce qui équivaut à calculer A_{ij} en fonction des B_{ij}.

La méthode consiste à passer par l'intermédiaire des A_{ij} que l'on calcule en résolvant l'équation (9) où A_{ij} est inconnu. C_{ij} étant une fonction régulière, ΔA_{ij} s'obtient par une intégrale de Poisson qui, étant elle-même régulière, s'intègre à nouveau

$$A_{ij}(M) = \frac{1}{16\pi^2} \iiint \left\{ \iiint C_{ij}(P) \frac{1}{r} d\omega(P) \right\} \frac{1}{r'} d\omega(P'),$$

M, P et P' étant trois points de l'espace des y, $r = |PP'|$, $r' = |MP'|$. Les intégrales sont étendues à tout l'espace.

Les A_{ij} étant ainsi déterminés, B_{ij} se calculera par la formule (6) (à noter que dans l'expression obtenue, il n'y aura qu'une intégrale sextuple portant sur la quantité $W = \sum_i C_{ii}$ et correspondant au terme $\partial^2 U / \partial y_i \partial y_j$).

De même, pour calculer A_{ij} en fonction de B_{ij}, nous introduirions un tenseur auxiliaire D_{ij} qui jouerait par rapport à A le rôle de A par rapport à B.

Application à la turbulence homogène en fluide incompressible. — Nous pouvons, pour ce cas de turbulence, assimiler le vecteur vitesse $\vec{u}(x)$ à un vecteur $\vec{b}(x)$. L'équation (6) permet de calculer le tenseur de corrélation des tourbillons C_{ij} en fonction de celui des vitesses B_{ij}. C'est l'analogue, pour ces tenseurs, de la relation $\vec{c} = \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{b}$ relative aux vecteurs.

L'inversion de la formule (6) nous permet de calculer le tenseur de corrélation des vitesses en fonction de celui des tourbillons, ce qui constitue, pour les tenseurs, l'analogue des formules de Poincaré-Lichtenstein donnant la vitesse en fonction du tourbillon.

MÉCANIQUE VIBRATOIRE. — *Sur le calcul des bases rayonnantes.*

Note de MM. **Maurice Parodi** et **Georges Pircher**.

De nombreux travaux ont été exécutés en Acoustique et en Radioélectricité en vue de déterminer des bases d'émission ou de réception ayant, dans une direction de plans déterminée, un maximum principal aussi aigu que possible et des maxima secondaires négligeables devant ce dernier, parmi lesquels il faut citer ceux de Menges (¹) et de Shelkunoff (²).

Nous nous proposons de montrer que les propriétés du produit de composition étudiées en calcul symbolique, permettent de donner une solution du

(¹) *Akustische Zeits.*, 6, 1941, p. 90.
(²) *Bell Syst. tech. Journ.*, 22, 1943, p. 80.

problème dans le cas d'une distribution continue ou discontinue des vibrateurs qui constituent les éléments de la base.

Considérons, en effet, une base d'émission linéaire résultant de la distribution continue ou discontinue sur une longueur finie ou infinie de centres vibrants en phase. L'amplitude de la vibration résultante à l'infini dans une direction faisant un angle β avec la normale à la direction du groupement (ou directivité de la base) est

$$(1) \qquad A(\beta)=\left|\int_0^\infty e^{j\frac{2\pi}{\lambda}x\sin\beta} f(x)\,dx\right|,$$

$f(x)$ étant l'amplitude de la vibration émise au point d'abscisse x (fonction de répartition), cette dernière étant comptée à partir de l'une des extrémités de là base, λ la longueur d'onde et j le symbole des imaginaires.

Si l'on compare l'écriture (1) avec celle qui donne le module de la transformée de Laplace $\varphi(p)$ de la fonction $f(x)$

$$|\varphi(p)|=\left|\int_0^\infty e^{-px} f(x)\,dx\right|,$$

il apparaît que $A(\beta)$ est égale au module de $\varphi(p)$ quand on y fait

$$p=-j\frac{2\pi}{\lambda}\sin\beta.$$

Supposons que l'on se donne alors une base linéaire de fonction de répartition $f(x)$ et de directivité $A(\beta)$ et que l'on veuille déterminer la base ayant la directivité $A(\beta)^n$, ce qui aura pour effet d'affiner le maximum principal, pris égal à l'unité, et de diminuer l'importance des maxima secondaires.

Il suffira de chercher la fonction $\varphi(p)$ qui correspond à $A(\beta)$ et qui n'est autre que l'image de $f(x)$ dans une transformation de Laplace; d'après le théorème du produit de composition, la fonction de répartition qui correspond à la directivité $A(\beta)^n$ sera

$$\overset{\star}{\overline{f(x)}}{}^n,$$

$\star$ étant le symbole du produit de composition.

On peut même se donner n bases de fonctions de répartition $f_k(x)$ et de directivités $A_k(\beta)$ connues $(k=1, 2, \ldots, n)$ et chercher la fonction de répartition d'un groupement ayant la directivité $\prod_1^n A_k(\beta)$ dans le plan de trace Ox; la fonction de répartition de la base cherchée sera

$$\prod_1^n \overset{\star}{f}(x),$$

$\star$ étant toujours le symbole du produit de composition.

Remarquons que la fonction de répartition $f(x)$ peut, au lieu de caractériser l'amplitude de la vibration au point d'abscisse x d'une distribution linéaire, représenter la largeur, comptée perpendiculairement à Ox, d'une base dont tous les points vibrent en phase avec la même amplitude; dans ces conditions $\overset{\star}{\overline{f(x)^n}}$ et $\prod_1^n \overset{\star}{f}(x)$ représentent la largeur d'un groupement ayant les propriétés demandées dans un plan normal à la surface et de trace parallèle à Ox.

A titre d'exemple, considérons une plaque rectangulaire de longueur l comptée parallèlement à Ox et de largeur unité. La fonction de répartition $f(x)$ est nulle quand x est extérieur à l'intervalle $(0, l)$ et égale à $+1$ quand x appartient à cet intervalle.

La fonction $f(x)$ a pour transformée de Laplace

$$\frac{1 - e^{-pl}}{p}.$$

Cherchons la forme de la base plane ayant une directivité égale au carré de celle de la base rectangulaire considérée. Ce sera une base dont la fonction de répartition aura pour image

$$\left(\frac{1 - e^{-pl}}{p}\right)^2.$$

On trouve sans difficulté que cette surface a la forme d'un triangle isoscèle de hauteur l et de base $2l$ parallèle à Ox.

Remarquons que l'on aurait pu considérer aussi une distribution constituée par n bases de formes données et disposées en ligne droite; le même procédé permet de déterminer la base linéaire ayant une directivité égale à une puissance donnée de celle de la distribution initiale.

MÉCANIQUE VIBRATOIRE. — *Sur le couplage de deux pendules de résonance.* Note de MM. **Constantin Sălceanu** et **Marius Borneas**, présentée par M. Aimé Cotton.

Dans une Note antérieure [1] sur deux pendules de résonance, l'un de nous a établi une relation donnant la période d'une amplitude d'oscillation d'un pendule; cette relation était valable seulement dans le cas des couplages très lâches.

Dans la présente Note nous nous proposons d'établir une formule valable pour toutes sortes de couplages. On sait [2] que si nous considérons deux

---

[1] *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 102.

[2] E. Autenrieth, *Technische Mechanik*, Berlin, 1922, p. 482. *Voir* aussi Föppl, *Grundzüge der Technischen Schwingungslehre*, Berlin, 1923, p. 70 et Müller-Pouillet, *Lehrbuch der Physik*, Band I, Teil I, 1929, p. 437.

pendules égaux, réunis par un fil élastique de masse négligeable étendu horizontalement, les équations du mouvement de ce système, en considérant l'amortissement comme négligeable, sont :

$$\mathrm{I}\frac{d^2\theta_1}{dt^2} = -c_1\theta_1 - c(\theta_1 - \theta_2) - mgl\theta_1,$$
$$\mathrm{I}\frac{d^2\theta_2}{dt^2} = -c_2\theta_2 - c(\theta_2 - \theta_1) - mgl\theta_2,$$

I étant le moment d'inertie d'un pendule, c_1, c_2 et c les constantes de torsion des trois portions de fil élastique considéré, m la masse d'un pendule, l sa longueur, g l'accélération de la pesanteur et θ_1 et θ_2 les angles faits à un moment donné par les deux pendules avec la verticale.

Ces équations peuvent se mettre sous la forme

$$\frac{d^2\theta_1}{dt^2} + p_1\theta_1 - q_1\theta_2 = 0,$$
$$\frac{d^2\theta_2}{dt^2} + p_2\theta_2 - q_2\theta_1 = 0.$$

En tenant compte des conditions initiales et de la symétrie, $p_1 - p_2 = p$ et $q_1 = q_2 = q$, les solutions du système seront

$$\theta_1 = \frac{\mathrm{M}}{2}\left[\cos\sqrt{p-q}\,t + \cos\sqrt{p+q}\,t\right], \qquad \theta_2 = \frac{\mathrm{M}}{2}\left[\cos\sqrt{p-q}\,t - \cos\sqrt{p+q}\,t\right].$$

En effectuant les transformations trigonométriques possibles, nous obtiendrons

$$\theta_1 = \mathrm{M}\cos\varphi t\cos\omega t, \qquad \text{où} \quad \varphi = \frac{\sqrt{p+q} - \sqrt{p-q}}{2},$$
$$\theta_2 = \mathrm{M}\sin\varphi t\sin\omega t, \qquad \text{où} \quad \omega = \frac{\sqrt{p+q} + \sqrt{p-q}}{2}.$$

Les deux pendules exécutent des oscillations de pulsation ω et d'amplitude variable $\mathrm{M}\cos\varphi t$ et $\mathrm{M}\sin\varphi t$. La pulsation de l'amplitude de l'oscillation sera

$$\varphi = \frac{\sqrt{\mathrm{GI}_p\left(\frac{1}{a_i} + \frac{2}{a}\right) + mgl} - \sqrt{\mathrm{GI}_p\frac{1}{a_i} + mgl}}{2\sqrt{ml^2}},$$

où G est le module de rigidité du fil à étudier, I_p est le moment d'inertie polaire de la section circulaire, a_i est la longueur de chacune des deux proportions du fil extérieur des pendules et a est la longueur du fil intérieur des pendules. La période cherchée est

$$\mathrm{T} = \frac{4\pi\sqrt{ml^2}}{\sqrt{\mathrm{GI}_p\left(\frac{1}{a_i} + \frac{2}{a}\right) + mgl} - \sqrt{\mathrm{GI}_p\frac{1}{a_i} + mgl}}.$$

Si nous supposons que les expressions $GI_p[(1/a_i)+(2/a)]$ et $[GI_p(1/a_i)]$ sont très petites, c'est-à-dire que a et a_i sont très grandes, donc que le couplage est très lâche, de sorte que nous puissions négliger les termes à partir de la seconde puissance, le dénominateur de l'expression précédente se réduit à $(GI_p/a\sqrt{mgl})$ et l'expression de T devient

$$T = \frac{4\pi\sqrt{ml^2a}\sqrt{mgl}}{GI_p} = \frac{4\pi a m l\sqrt{gl}}{G\frac{\pi d^4}{32}} = \frac{128\, a m l\sqrt{gl}}{G d^4},$$

formule qui a été établie dans la Note antérieure déjà citée, donnant le double du temps entre deux minima d'amplitude et restant valable seulement dans le cas des couplages très lâches. Les deux formules établies se vérifient expérimentalement.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la théorie cosmologique de E. A. Milne. Démonstration de la relation* $G(\xi) = -1$ *pour les systèmes cinématiques simples.* Note de M. **Maurice Causse**, présentée par Maurice de Broglie.

1. Rappelons d'abord les notations et les résultats essentiels de Milne (¹) :

$$P = \overrightarrow{OP}, \qquad V = \frac{dP}{dt}, \qquad X = t^2 - \frac{P^2}{c^2}, \qquad Y = 1 - \frac{V^2}{c^2}, \qquad Z = t - \frac{PV}{c^2}, \qquad \xi = \frac{Z^2}{XY}.$$

a. La distribution des particules fondamentales, calculées par un observateur fondamental est

$$n\,dx\,dy\,dz = \frac{Bt}{c^3\left(t^2 - \frac{P^2}{c^2}\right)^2}\,dx\,dy\,dz \qquad \text{(B arbitraire)}.$$

b. La distribution de particules quelconques, dans un univers *statistique*, est

$$f\,dx\,dy\,dz\,du\,dv\,dw = \frac{\psi(\xi)}{c^6 X^{\frac{3}{2}} Y^{\frac{5}{2}}}\,dx\,dy\,dz\,du\,dv\,dw.$$

c. L'accélération d'une particule libre, calculée par un observateur fondamental, est

$$\frac{dV}{dt} = (P - Vt)\frac{Y}{X}G(\xi).$$

d. Dans l'univers statistique, l'équation de continuité (Boltzmann) s'écrit, toutes réductions faites,

$$G(\xi) = -1 - \frac{C}{(\xi - 1)^{\frac{3}{2}}\psi(\xi)}.$$

(¹) *Relativity, Gravitation and World Structure*, 1935.

2. Milne a remarqué que, pour $\xi = 1$, nous avons nécessairement $\psi(\xi) \to \infty$, pour que l'accélération au voisinage des particules fondamentales ne soit pas infinie. D'où l'existence de condensations au voisinage des noyaux des nébuleuses. Milne a montré que les équations du mouvement étaient complètement intégrables. L'une de ces intégrales est, par exemple,

$$X = X_1 \exp.\left[\frac{1}{C}\int_{\xi_1}^{\xi}(\xi - 1)^{\frac{1}{2}}\psi(\xi)\,d\xi\right].$$

L'analyse de la singularité $\psi(1)$ a été faite par Milne. Il faut ici remarquer que $\psi(\xi)$ n'a pas d'autre singularité ($\xi > 1$), pour que X reste fini. Il s'ensuit que lorsque $\psi(\xi) \to \infty$, ξ tend nécessairement vers 1.

3. Ceci étant, nous considérerons le système cinématique simple, dont toutes les particules vérifient $\xi = 1$, obtenu en faisant tendre uniformément ξ vers 1, pour toutes les particules en mouvement. Nous avons, dans ces conditions,

$$du \sim \frac{dx}{t}; \qquad f\,dx\,dy\,dz\,du\,dv\,dw \sim \frac{\psi(\xi)\,t^2}{c_0^{\frac{3}{2}}\left(t^2 - \dfrac{P^2}{c^2}\right)^4}(dx\,dy\,dz)^2.$$

Nous voyons qu'on obtient approximativement la distribution cinématique simple, pour ξ voisin de 1,

$$n\,dx\,dy\,dz \sim \frac{\sqrt{\psi(1+\varepsilon)}\,t}{c^3\left(t^2 - \dfrac{P^2}{c^2}\right)}\,dx\,dy\,dz,$$

c'est-à-dire qu'on obtient le système cinématique simple en faisant tendre uniformément $\psi(\xi)$ vers l'infini, donc, d'après l'équation de continuité de Boltzmann, $G(\xi) = -1$. Nous savons d'ailleurs que la constante B de la distribution cinématique simple est arbitraire, et n'intervient jamais dans les formules; d'où l'identification avec $\sqrt{\psi(1+\varepsilon)}$.

On peut encore dire, pour l'identification, que $C/\psi(G)$ tend uniformément vers zéro dans cette formule, et en raisonnant soit sur C, soit sur $\psi(\xi)$, on voit que la distribution cinématique simple correspond à la condensation infinie de la matière au voisinage des noyaux fondamentaux.

4. Nous retrouvons ici le résultat de Milne ([2]) donnant $C/\psi(1)$ comme représentation de la masse gravitationnelle du centre d'attraction dans le problème des deux corps; il suppose par la suite ([3]) que dans le système cinématique simple la masse doit tendre vers zéro.

C'est là une supposition un peu arbitraire à notre avis.

a. Les particules fondamentales ne sont pas supposées habituellement de

---

([2]) *Proc. of the Roy. Society of London*, 156, 1936.
([3]) *Qual. G. of Math.*, 8, 1937.

masse nulle, et la masse apparente de l'univers leur est même entièrement attribuée.

b. La démonstration exige de plus de supprimer purement et simplement la singularité $\psi(1)$, ce qui est légitimé physiquement par le succès de la théorie des deux corps, mais incompatible avec les principes de Milne.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Les forces nucléaires et le principe des trièdres respectifs*. Note de Mme **Paulette Destouches-Février**.

1. Si l'on admet le principe des trièdres respectifs que nous avons énoncé dans une Note précédente (¹), les interactions directes entre corpuscules, qui sont des actions de contact par rapport au repère vrai, paraissent être des actions à distance obéissant à une loi de Gauss par rapport au repère moyen (repère qui est lié aux repères des observateurs). Comme l'interaction entre deux électrons est décrite par l'intermédiaire d'échanges de photons entre les deux électrons, la constante d'incertitude σ apparaît dans les formules donnant cette interaction, ce qui a pour effet de modifier par un facteur gaussien les éléments de matrice de transition habituels. Une correction semblable est à apporter dans toutes les formules d'interaction entre particules électriquement chargées. Si l'on admet que l'énergie massique de l'électron est égale à son énergie propre dans le champ électromagnétique, conformément aux conceptions classiques, on détermine de cette façon la constante σ et l'on obtient

$$\sigma = 2\sigma_1 = 2.5,627.10^{-14}\,\text{cm}.$$

2. Si l'on interprète les forces nucléaires comme s'exprimant par des échanges virtuels de mésons entre nucléons, il faut apporter à la théorie quantique des champs mésoniques une correction qui est analogue à celle apportée à la théorie des champs électromagnétiques quantifiés. Par exemple, l'indice ∂ caractérisant les quantités de la théorie quantique habituelle, les quantités que l'on obtient quand on tient compte du principe des trièdres respectifs sont, pour les éléments de matrice correspondant aux potentiels, en utilisant les notations de M. Louis de Broglie (²),

$$V_{l',0} = V_{\partial;l',0}\, e^{-\frac{k_l^2\sigma_1^2}{2}}, \qquad A_{l',0} = A_{\partial;l,0}\, e^{-\frac{k_l^2\sigma_1^2}{2}}.$$

Si l'on évalue les potentiels qui donneraient les mêmes éléments de matrice, on obtient des expressions dans lesquelles figure une fonction $\varphi(r;\, \mu,\, \sigma_1)$ de la distance r des nucléons considérés, de la masse μ des mésons virtuellement

(¹) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 635.

(²) *Une nouvelle théorie de la lumière*, t. II; et *De la mécanique ondulatoire à la théorie du noyau*, t. II.

échangés et de la constante σ_1, au lieu de la fonction $e^{-\gamma r}$ habituelle; soit par exemple pour le potentiel scalaire, $\varphi_1(r)$ désignant une toute première approximation pour $\varphi(r)$,

$$V(r) = g_1 \frac{\varphi(r)}{r}, \qquad \varphi(r) \sim \varphi_1(r) = \frac{e^{-\gamma r} - e^{-\frac{r}{\sigma_1}}}{1 - \sigma_1 \gamma^2}, \qquad \gamma = \frac{2\pi}{h} \mu c.$$

Comme γ est du même ordre que $1/\sigma_1$, l'expression des forces nucléaires est profondément modifiée. Les forces de contact, qui se traduisent par les expressions dépendant de σ_1 sont du même ordre de grandeur que celles dues aux effets mésoniques (environs 1/4); en particulier les arguments concernant les valeurs de la masse du méson tirés du domaine d'action des forces nucléaires cessent d'être valable si l'on admet le principe des trièdres respectifs. En outre, toutes les divergences de la théorie quantique des champs habituelle disparaissent et l'énergie propre d'un nucléon dans le champ mésonique est finie.

3. Les théories quantiques ne fixent que des conditions d'ordre cinétique et laissent indéterminées les valeurs des masses des corpuscules; pour fixer les valeurs des masses, il faut faire intervenir des principes d'un autre ordre. On sait qu'à chaque type d'interaction entre corpuscules d'une espèce C, on peut associer des corpuscules de spin maximum 1, les interactions se décrivant au moyen d'échanges virtuels de corpuscules de ce dernier type. Il nous paraît alors convenable de poser à titre d'hypothèse le principe suivant pour fixer partiellement les valeurs des masses des corpuscules, auquel nous donnerons le nom de *principe des corpuscules associés* : *Chaque type d'interaction entre corpuscules d'espèce* C *s'exprimant au moyen de corpuscules de spin maximum* 1 *est tel qu'un corpuscule d'espèce* C *a une énergie propre bien déterminée* $\mathcal{E}_C$ *dans le champ associé aux corpuscules de spin maximum* 1. *En outre, si pour la valeur* $\mathcal{E}_C$ *ainsi fixée il y a plusieurs valeurs de masse* μ *pour les corpuscules associés au champ telles que*

$$\mathcal{E}(\mu) = \mathcal{E}_C,$$

alors ces différents corpuscules sont réalisés et interviennent dans la description correcte de l'interaction considérée. (On peut d'ailleurs considérer ces corpuscules à diverses valeurs de masse comme différents états massiques d'un même corpuscule de spin maximum 1.)

Si l'on étudie la fonction $\mathcal{E}(\mu)$, $e^2 g^2$ comme l'a fait M. Cazin [3], on constate qu'à une valeur $\mathcal{E}$ fixée correspondent en général plusieurs valeurs μ. Le principe précédent signifie donc que si l'on fait intervenir un corpuscule de spin maximum 1 et de masse μ_1 déterminée, fournissant une certaine valeur pour $\mathcal{E}(\mu)$, alors on doit aussi faire intervenir des corpuscules de spin maximum 1 et de masse μ' fournissant la même valeur pour $\mathcal{E}$. Ainsi deux types de mésons

---

(3) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 641 et 880.

interviendraient pour exprimer les forces nucléaires par échanges virtuels, avec en outre actions de contact faisant jouer la constante d'incertitude σ. On constate que les masses mésons viennent se placer à proximité des minima de $\mathcal{E}(\mu)$. Ceci précise le schéma déjà envisagé par Jean-Louis Destouches ([4]) concernant des forces nucléaires à la fois mésoniques et de contact (et sans divergences).

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Relation entre les masses des mésons.* Note de M. **Michel Cazin**.

1. D'après le principe des trièdres respectifs énoncé par Mme Destouches-Février ([1]), une constante d'incertitude σ intervient dans les interactions directes entre corpuscules. Les interactions entre nucléons qui s'expriment au moyen d'échanges virtuels de mésons sont alors modifiées, et au lieu d'une fonction $e^{-\gamma r}$, il intervient une fonction définie par l'intégrale

$$\varphi(r) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\mathrm{K}\, e^{-\mathrm{K}^2\sigma^2}}{\mathrm{K}^2+\gamma^2}\sin \mathrm{K}r\, d\mathrm{K}, \qquad \gamma = \frac{2\pi}{h}\mu c.$$

Contrairement au cas des photons, $\sigma\gamma$ se trouve ici être une quantité de l'ordre de l'unité.

2. On peut calculer l'énergie propre d'interaction d'un nucléon avec le champ mésonique; on obtient cette fois une valeur finie. Si l'on se place dans un repère par rapport auquel le nucléon est au repos, on n'a à tenir compte que d'effets statiques, d'où comme énergie propre ([2])

$$\mathcal{E} = \frac{g^2}{8\pi}\iiint_{\mathrm{V}}\left(\vec{\mathrm{E}}^2 + \gamma^2 \mathrm{V}^2\right) d\tau.$$

En passant en coordonnées polaires et en intégrant sur les angles, il reste

$$\mathcal{E} = \frac{g^2}{2}\int_0^\infty (\varphi'^2 + \gamma^2\varphi^2)\, dr.$$

Cette expression de $\mathcal{E}$ est une fonction de γ, c'est-à-dire une fonction de la masse μ du méson; aucune constante nouvelle n'a été introduite par la modification apportée aux expressions quantiques habituelles, par conséquent la masse μ du méson est le seul paramètre qui figure dans l'expression de $\mathcal{E}$. On peut alors construire point par point la courbe donnant les valeurs de $\mathcal{E}.e^2/g^2$ en fonction de μ. La quantité $\mathcal{E}.e^2/g^2$, pour μ croissant à partir de zéro, part de la valeur m_0c^2 de l'énergie de l'électron, décroît jusqu'à un certain minimum voisin

---

([4]) *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 575; 220, 1945, p. 302.

([1]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 635.

([2]) Louis de Broglie, *De la mécanique ondulatoire à la théorie du noyau*, t. II.

de 0,37 m_0c^2 atteint pour une valeur de μ voisine de 255 m_0, et croît jusqu'à un certain maximum voisin de 6 m_0c^2 atteint pour une valeur légérement inférieure à 800 m_0, puis décroît à nouveau jusqu'à un minimum de l'ordre de 1,8 m_0c^2, atteint aux environs de 1000 m_0. On voit ainsi qu'à une valeur de $\mathcal{E}$ donnée ne correspond pas en général une seule valeur de μ. Dans la région des différentes valeurs de masses trouvées par les divers expérimentateurs, on constate que deux valeurs μ_1 et μ_2 sont associées à une même valeur de $\mathcal{E}$ et qu'elles sont assez proches des minima. Si l'on accepte à titre d'hypothèse le principe des corpuscules associés de Mme Destouches-Février (3), alors les deux valeurs μ_1 et μ_2 se trouvent toutes les deux réalisées, les deux mésons interviennent dans les forces nucléaires, et l'énergie propre d'un nucléon dans le champ mésonique a une certaine valeur déterminée $\mathcal{E}_C$.

3. A partir de la courbe donnant les valeurs de $\mathcal{E}$ en fonction de μ, on peut tracer la courbe donnant la valeur de μ_1 en fonction de celle de μ_2; cette courbe est symétrique par rapport à la première bissectrice et lui est orthogonale; elle fournit pour μ_1, μ_2 et leur rapport ρ les valeurs suivantes :

μ_1/m_0	0	100	108	127	158	180	190	200	207	225	250	255
μ_2/m_0	407	364	360	350	332	318	312	305	300	284	260	255
$\rho = \frac{\mu_1}{\mu_2}$	∞	3,64	3,33	2,75	2,09	1,77	1,65	1,52	1,45	1,26	1,04	1
$\mathcal{E}.e^2/g^2m_0c^2$	1	0,657	0,631	0,577	0,500	0,459	0,431	0,412	0,401	0,376	0,369	0,365

Si l'on admet le principe des corpuscules associés, on obtient donc une relation entre les deux masses de mésons : il semble que l'on pourrait les identifier aux mésons μ et π trouvés dans l'étude des rayons cosmiques. D'après Powell et ses collaborateurs (4), le rapport entre les deux masses du méson est environ de 1,8. Les valeurs des masses mésoniques qui s'accorderaient le mieux avec les données expérimentales et les considérations précédentes seraient 176m_0 pour le méson léger et 320m_0 pour le méson lourd. Les valeurs d'énergie qui interviennent dans ces cas particuliers sont très approximativement des multiples de $E_0 = m_0c^2/11$: 1° la valeur minimale de $\mathcal{E}(\mu)$ est $\mathcal{E}_m = 4E_0$, la valeur $\mathcal{E}(\mu)$ pour la masse μ d'un méson est $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_m + E_0$, en outre, $\mathcal{E}(0) = \mathcal{E}_1 + 6E_0 = m_0c^2$, enfin $\mathcal{E}(1000m_0) \simeq 20m_0$. Si le rapport ρ est 1,65 alors les masses μ_1 et μ_2 sont 190_0 et 212.

4. Ainsi les forces nucléaires peuvent être interprétées comme dues à la fois à des échanges de mésons de deux types; en outre, il faut tenir compte du principe des trièdres respectifs, de la constante d'incertitude σ qui en dérive, et des forces de contact. Cette théorie qui n'introduit aucune constante arbitraire nouvelle permet de lever certaines difficultés, notamment celle des divergences;

---

(3) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 878.

(4) *Nature*, **159**, 1947, p. 694.

elle fournit des valeurs plus faibles pour les sections efficaces de diffusion que les valeurs trop grandes fournies par certaines théories mésoniques; elle introduit des modifications dans les formules liées à la théorie des rayons β. Enfin la courbe donnant $\mathcal{E}.e^2/g^2$ en fonction de μ et le principe des corpuscules associés conduisent à poser l'existence de deux corpuscules de spin maximum 1 et de masse supérieure à 900 m_0, l'un de ces corpuscules pouvant être identifié avec celui qu'a trouvé expérimentalement M. Leprince-Ringuet.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'électricité de frottement.* Note de M. **Eugène Darmois**, présentée par M. Jean Cabannes.

La littérature concernant l'électricité de frottement est considérable; malgré cela, la provenance de cette électricité est encore douteuse. Helmholtz (1879) voyait la cause de cette électricité dans la force électromotrice d'hétérogénéité qui se produit au contact de deux corps quelconques. La couche double formée, d'épaisseur 10^{-8} cm environ, se divise en deux quand on sépare les deux corps, et le potentiel augmente dans la proportion où la capacité diminue. C'est cette théorie qui semble avoir le plus de faveur quand il s'agit d'expliquer la charge des diélectriques. Coehn (1898) a formulé une *loi* d'après laquelle la f. é. m. de contact entre un liquide peu conducteur et un solide isolant est de la forme $K(\varepsilon_1-\varepsilon_2)$, où K est une constante, les (ε) étant les constantes diélectriques des deux corps. Quelques auteurs ont essayé d'appliquer cette *loi* aux solides; ils ont trouvé des résultats assez décevants, la valeur de ε à attribuer à l'acier étant de l'ordre de 5. La théorie d'Helmholtz semble en contradiction absolue avec les expériences de Macky ([1]). Cet auteur applique contre un disque optiquement plan de métal un disque isolant optiquement plan de même axe; il suffit d'une rotation de 1/4 de tour de l'un des disques pour obtenir sur le métal la densité électrique maximum compatible avec le champ limite d'étincelle dans l'air. Le simple contact des deux disques ne donne pas le centième de cette densité maximum.

Signalons encore une théorie due à F. Michaud ([2]) qui croit que l'électricité est d'origine thermoélectrique; ce serait l'échauffement par frottement ou par choc qui créerait une f. é. m. Si l'on peut admettre cette théorie pour les métaux, il est difficile d'expliquer les résultats très variés obtenus avec des isolants. Il ne semble pas douteux que l'état de surface des deux corps frottés est très important; alors que le verre frotté avec du drap s'électrise d'habitude positivement, on peut obtenir une électrisation négative quand le verre a été chauffé assez longtemps.

Il m'a semblé que les expériences de Macky s'interprètent bien en admettant

---

(1) *Proc. Roy. Soc.*, **119**, 1928, p. 107.
(2) *J. Chim. Phys.*, 1936, p. 540.

que le frottement produit une abrasion réciproque des deux surfaces. La destruction de certaines liaisons dans les couches superficielles met en liberté les charges électriques qui assurent ces liaisons et c'est là l'origine de l'électricité de frottement. Nous donnerons seulement ici deux exemples.

1° D'après les travaux d'Astbury et ses élèves, les poils des mammifères sont constitués par des chaînes polypeptidiques avec liaisons covalentes déformables. *Ces liaisons sont assurées par des électrons;* leur rupture dans l'abrasion libère des électrons. Ces électrons sont pris par celui des deux corps au contact qui possède l'affinité électronique la plus grande; la peau de chat, la peau de lapin, s'électrisent positivement et le métal sur lequel on frappe s'électrise négativement.

Nous avons vérifié, avec un montage assez sensible, que, en coupant des cheveux avec une paire de ciseaux, les ciseaux se chargent négativement. Le même mécanisme jouera dans l'abrasion des composés organiques et en particulier des isolants synthétiques, du caoutchouc, etc.

2° Le deuxième exemple est relatif à la glace. D'après Bernal et Fowler (1933), les liaisons entre molécules dans la glace sont du type hydrogène, c'est-à-dire *assurées par des protons.* L'abrasion des cristaux de glace doit donc libérer des protons qui se porteront sur celui des deux corps qui a pour eux l'affinité la plus grande. Des expériences nombreuses ont montré que la glace *suffisamment froide* s'électrise positivement.

D'une façon générale, ce sera la pellicule superficielle des deux corps, ou de l'un des deux, qui fournira les charges. La vérification de notre explication est en cours; elle conduit à des expériences très variées.

ONDES CENTIMÉTRIQUES. — *Systèmes de fentes sur la paroi d'un guide circulaire ayant un diagramme de rayonnement en fuseau.* Note (¹) de M. **Zoltan Szepesi**, transmise par M. Aimé Cotton.

Nous décrirons divers systèmes de fentes taillées dans la paroi d'un guide circulaire, qui permettent d'obtenir un diagramme de rayonnement en fuseau. Cette étude complète celle qui a fait l'objet d'une précédente Note ici même (²).

Les fentes sont alimentées par l'onde E_{01} d'un guide d'ondes circulaire, dont le diamètre interne est de 10^{cm}. La longueur d'onde utilisée est de 9^{cm}. Les lignes de courant étant longitudinales, on incline les fentes par rapport aux génératrices du cylindre d'un angle de 15° à 30°. Pour fixer les idées, considérons un guide à axe vertical.

A. Obtention d'un faisceau a diagramme horizontal étroit. — 1° *Système de fentes alimentées.* — Afin d'obtenir un diagramme étroit dans le plan hori-

(¹) Séance du 1er mars 1948.

(²) J. Benoit, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1296-1297.

zontal, il est nécessaire de placer plusieurs fentes dans la même section droite. Mais les différentes fentes doivent être alimentées avec des déphasages correspondant à la différence de marche entre fentes successives, comptée dans la direction de rayonnement désirée. Comme on a des ondes progressives dans le guide, on obtiendra les déphasages convenables en déplaçant les fentes parallèlement à l'axe du guide. Par suite, les diverses fentes du système ne sont pas dans une même section droite du guide. Mais si le déplacement n'est pas grand, le diagramme de rayonnement n'en est pas sensiblement modifié. D'autre part, si le déphasage désiré est de 180°, on peut l'obtenir en donnant à la fente une inclinaison inverse sans la déplacer. Ainsi, l'on a un système de fentes résonnantes conformément à la figure 1 *a*.

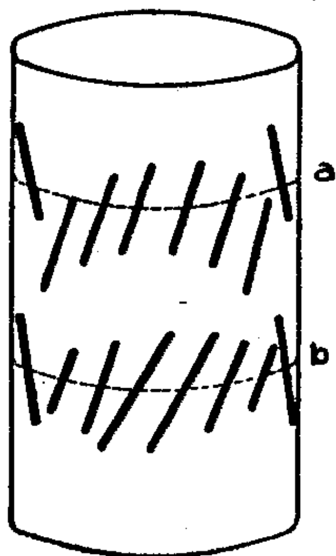


Fig. 1.


Fig. 2.

Mais, on peut éviter de déplacer les fentes en choisissant convenablement leur longueur. Le courant qui les alimente a, dans une section droite, la même phase. En outre, une fente plus longue que la fente résonnante est *capacitive*; plus courte elle est *selfique*. Par conséquent, entre deux fentes de longueurs différentes, le champ de la plus grande est en retard. Pour réduire l'importance des lobes parasites, on donne aux fentes du milieu une inclinaison plus grande qu'aux fentes extérieures. En outre, les fentes non résonnantes rayonnent elles-mêmes avec moins d'intensité que les fentes résonnantes. On est ainsi amené à constituer un système tel que celui de la figure 1 *b*.

2° *Système comprenant des fentes parasites*. — Des fentes longitudinales percées sur la paroi d'un guide E_{01} ne sont pas couplées au champ du guide; on obtient ainsi des fentes parasites. Une fente parasite plus longue qu'une fente résonnante se comporte comme un réflecteur, une fente plus courte comme un directeur. La figure 2 montre un système composé de deux systèmes YAGI et d'une troisième antenne alimentée.

B. Obtention d'un faisceau a diagramme vertical étroit. — Le champ électrique des systèmes décrits ci-dessus est polarisé perpendiculairement à la direction des fentes. On obtiendra un champ polarisé horizontalement en ajoutant un système équivalent sur la paroi du guide à une distance $\lambda_g/2$ du premier, avec

une inclinaison de fentes inverses. De plus, en disposant plusieurs systèmes le long du guide, on pourra obtenir un diagramme de rayonnement aussi étroit que l'on voudra dans le plan vertical ([2]).

C. Résultats pratiques. — On a obtenu avec deux étages de fentes identiques à celui de la figure 1 *b* ou 2 un diagramme en fuseau dans lequel *l'ouverture du faisceau* (mesurée pour la demi-valeur de la puissance maxima) est de 32° à 34° et *le gain* d'environ 25 (14 db). Les lobes parasites du champ horizontal dans le plan horizontal sont inférieurs à 3 % du lobe principal (en puissance), et, avec un réflecteur parabolique d'ouverture 16^{cm} placé en arrière du guide, inférieurs à 1 %. La puissance du champ vertical dans ce plan est inférieure à 1 %. Le diagramme du champ dans le plan vertical a des lobes parasites du champ horizontal dont la valeur en puissance est inférieure à 4 % du maximum du lobe principal. La puissance du champ vertical dans ce plan atteint 10 % de la valeur maximum de celle du champ horizontal, mais il y a des moyens en perspective pour la diminuer.

L'efficacité en puissance (gain comparé à celui d'une surface rayonnante alimentée uniformément, de même aire que le système considéré) est de 1,5. Avec le réflecteur parabolique il est de 1. Il en résulte qu'en utilisant ces systèmes comme récepteurs, on a une *surface équivalente d'absorption* 1,5 fois plus grande que la surface apparente de l'ensemble des deux étages de fentes, c'est-à-dire presque deux fois la *surface équivalente d'absorption* d'un cornet de même surface.

L'étude préliminaire des systèmes ci-dessus, complétée par celle d'autres systèmes, est poursuivie systématiquement en détail.

OPTIQUE. — *Le principe de Huygens et la diffraction.*
Note de M. **Jean-Pierre Vasseur**, présentée par M. Albert Pérard.

Les formules dont on dispose actuellement pour déterminer les sources élémentaires de Huygens sont principalement pour les ondes sonores la formule de Kirchhoff ([1]) et pour les ondes électromagnétiques la formule de Kottler ([1]) si l'écran est noir, et la formule de Bethe ([2]) si l'écran plan réfléchissant est percé d'un petit trou circulaire. Cette formule est basée sur une théorie entièrement différente de celle de Kottler et conduit à des résultats différents.

Dans le cas des ondes sonores, il est bien connu que le petit trou dans un écran noir contient une sphère pulsante et un doublet ([3]).

En interprétant les formules de Kottler j'ai obtenu les résultats suivants : quand des ondes électromagnétiques arrivent sur un écran noir percé d'un

([1]) L. de Broglie, *Problèmes de propagations guidées des ondes électromagnétiques.*
([2]) H. Bethe, *Phys. Rev.*, 66, 1944, p. 163-182.
([3]) Y. Rocard, *L'onde électrique*, 26, 1946, p. 288-298.

petit trou dS, ce petit trou contient deux doublets : un doublet électrique se déduisant de la projection du champ magnétique incident H sur le plan de la fenêtre par une rotation de $-\pi/2$, une multiplication par $\lambda\, dS/(8\pi^2)$ et vibrant avec un retard de phase de $\pi/2$ sur H; d'autre part un doublet magnétique se déduisant de la projection du champ électrique incident E sur le plan de la fenêtre par une rotation de $+\pi/2$, une multiplication de $\lambda\, dS/(8\pi^2)$ et vibrant avec un retard de phase de $\pi/2$ sur E. (Les rotations sont comptées autour de la normale à la fenêtre dirigée en sens inverse de la propagation.)

La fenêtre ne contient en aucun cas de sphère pulsante.

Dans le cas où l'écran est réfléchissant et percé d'un petit trou, on peut considérer que la réflexion se fait comme si l'écran était entier et que les ondes incidentes et réfléchies se diffractent séparément. Je trouve alors dans ce cas qu'il faut placer dans l'élément dS du trou un doublet magnétique seul, double de celui qui existerait si l'écran était noir. Les conditions aux limites sur l'écran sont remplies si l'écran est plan.

Ces résultats expliquent une expérience déjà faite ([4]) qui montre que la diffraction par une fente mince, dans un écran plan réfléchissant, parallèle au champ magnétique incident, donne un rayonnement diffracté de révolution. Les doublets magnétiques se mettent bout à bout et l'on observe le champ d'un courant magnétique linéaire.

Il est à noter que dans le cas d'une onde acoustique se réfléchissant sur un écran percé d'un petit trou, Y. Rocard ([3]) avait de même signalé que la source de Huygens se réduit à une sphère pulsante pour une raison analogue (ventre de pression, nœud de vitesse).

Dans le cas d'un petit trou dans un écran réfléchissant plan, la formule de Bethe fournit des résultats entièrement différents, puisqu'elle ajoute un doublet électrique perpendiculaire au plan du trou et que l'intensité de ses doublets n'est pas du même ordre que celle des doublets de Kottler.

Je rendrai compte dans un autre recueil de diverses expériences de vérification et de calculs qui permettent de les interpréter.

SPECTROSCOPIE. — *Spectre d'absorption ultraviolet de la vapeur de camphre.* Note ([1]) de MM. **Jean-Charles Pariaud** et **Raymond Ricard**, présentée par M. Jean Cabannes.

De nombreux auteurs ont montré par l'analyse spectrographique, que la combinaison entre deux molécules ne présente plus la même fréquence fonctionnelle que la molécule initiale.

([4]) J. Ortusi, *Thèse* et *Annales de Radioélectricité*, t. 1, oct. 1941, p. 87-133.

([1]) Séance du 1er mars 1948.

Taboury et Queuille (²) ont montré récemment, que dans le cas de l'acétone et du phénol, la fréquence fonctionnelle 1710 cm^{-1} de l'acétone libre disparaissait complètement pour une solution d'une molécule d'acétone pour deux de phénol.

Il nous a paru opportun de compléter par une étude spectrale les résultats que l'un de nous a établis pour le pouvoir rotatoire du camphre en solution (³), (⁴), (⁵), (⁶). Celui-ci est en effet fonction du solvant, de la concentration, de la température et, dans le cas d'un mélange de plusieurs solvants, de la concentration de chacun d'eux. Nous avons admis l'hypothèse d'une interaction entre la molécule de corps actif et le solvant.

Plusieurs auteurs (⁷), (⁸), (⁹) ont montré l'existence d'une bande d'absorption due au camphre en solution, dans la région 2850-2900 Å; dans le cas de l'oxime, cette dernière disparaît; elle est donc bien due à la présence du groupement carbonyle dans la molécule. L'étude du spectre d'absorption confirme cette hypothèse.

Nous avons étudié le spectre d'absorption des vapeurs de camphre, dans un tube Pyrex de 100^{cm} de longueur, cylindrique, portant deux appendices. Ce tube est fermé par deux fenêtres planes de quartz. Cette étude est faite dans la région ultraviolette à l'aide d'un tube à hydrogène qui émet un rayonnement donnant un spectre continu intense dans l'ultraviolet (tube de Chalonge). Nous avons photographié la région 4000-1900 Å, obtenant dans l'extrême ultraviolet les bandes de Schumann dues à l'oxygène de l'air ambiant.

Un des appendices du tube contient du camphre. On fait le vide dans le tube (10^{-4} mm). En opérant à 50° C., nous avons obtenu une série de bandes d'absorption présentant une structure que nous n'avons pu déceler. Les longueurs d'onde correspondantes sont les suivantes :

2515,5 Å; 2562 Å; 2575,5 Å; 2590 Å.

Ces quatre bandes sont étroites et présentent une arête du côté des petites longueurs d'onde; c'est la valeur correspondant à celle-ci que nous venons de donner. Puis nous trouvons une large bande (13,5 Å) de 2608,5 à 2622 Å. Puis trois nouvelles bandes étroites 2644,5 Å, 2671,5 Å, 2710,5 Å.

Le cliché porte une raie d'absorption à 2536,5 Å due à la présence de trace de mercure dans le tube. Nous n'avons trouvé aucune bande d'absorption dans

---

(²) *Bull. Soc. Chim.*, 15, 1947, p. 772.
(³) G. Chapas et J. C. Pariaud, *Bull. Soc. Chim.*, 14, 1946, p. 523.
(⁴) G. Chapas et J. C. Pariaud, *Bull. Soc. Chim.*, 15, 1947, p. 34.
(⁵) G. Chapas et J. C. Pariaud, *Bull. Soc. Chim.*, 15, 1947, p. 389.
(⁶) G. Chapas et J. C. Pariaud, *Bull. Soc. Chim.* (à paraître).
(⁷) Purvis, *Journ. Chem. Soc.*, 93, 1908, 961.
(⁸) Lowry et French, *J. Chem. Soc.*, 125, 1924, p. 1921.
(⁹) Lucas et Schwob, *J. Phys. et Rad.*, 3, 1932, p. 43.

la région 2700-4000 Å, en opérant à des températures comprises entre 15 et 60°C.

Nous avons alors fait une autre série d'observations en introduisant dans le second appendice du tube une ampoule contenant de l'alcool éthylique anhydre; une fois le vide dans le tube obtenu, l'ampoule a été brisée par choc et l'alcool s'est vaporisé. Deux clichés, sur lesquels nous avons observé la région 1900-4000 Å, nous ont permis de constater la présence de deux bandes : 2528,5 Å en coïncidence avec une raie du silicium; 2590 Å déjà trouvée pour la molécule de camphre.

Les trois bandes, 2644, 2671,5, 2710, dues au comphre, apparaissent très affaiblies et à peine perceptibles; il existe probablement des traces de camphre libre dans les vapeurs.

A 17° C., dans deux spectres pris sur la même plaque dans les mêmes conditions de pose, l'absorption non sélective est complète à partir de 2200 Å pour le camphre seul, et 2100 Å pour le mélange des vapeurs de camphre et d'alcool éthylique. Ce dernier milieu est donc moins absorbant.

Nous avons conclu de cette étude que les bandes d'absorption dues à la molécule de camphre disparaissaient ou se déplaçaient lorsqu'on introduisait des vapeurs d'alcool. Ces changements de fréquence sont dues à une interaction entre les molécules, provenant soit d'une action chimique, soit des forces d'attraction créées entre les atomes différents qui modifieraient la fréquence de vibrations.

Remarque. — La dispersion des spectres est assez grande : elle varie de 12 Å/mm vers 4000 à 3 Å/mm à 2000.

SPECTROSCOPIE. — *Longue durée de vie du spectre de Balmer de l'hydrogène.* Note de Mme **Renée Herman**, présentée par M. Jean Cabannes.

1. Dans un article paru sous ce titre en 1944 (1), Lord Rayleigh décrit ses expériences sur la phosphorescence de l'hydrogène pur, excité par une décharge sans électrodes. Le gaz, éjecté de la décharge par dilatation thermique, présente une émission intense des raies Balmer. De la mesure de la vitesse du jet gazeux et de la décroissance de la luminosité le long du tube, il déduit la durée approximative d'émission de ces raies. Dans certains cas, cette durée dépasse 10^{-5} seconde, soit un millier de fois celle calculée par la mécanique quantique ou mesurée dans les expériences sur les rayons positifs (2). Lord Rayleigh n'a émis aucune hypothèse pour expliquer ces expériences.

Jaboński discute les résultats ci-dessus et suggère que la longue durée de

(1) Lord Rayleigh, *Proceedings Royal Society*, A, **183**, 1944, p. 26.

(2) W. Wien, *Annalen der Physik*, **73**, 1924, p. 483.

vie observée par Lord Rayleigh est due à une émission par recombinaison entre ions et électrons ([3]). Born, Fürth et Ladenburg pensent que cette émission est plutôt due à des atomes d'hydrogène libres qui seraient réexcités par les électrons rapides diffusés ou par absorption du rayonnement intense provenant de la décharge ([4]). Le fait que la raie $H\beta$ est la plus intense est attribué à la sensibilité de l'œil.

2. Étant donné ces interprétations différentes, il était intéressant de refaire de nouvelles expériences permettant de décider laquelle de ces deux hypothèses est la meilleure. J'ai donc étudié de nouveau la phosphorescence de l'hydrogène en ayant soin de la séparer nettement de la décharge de façon à éliminer l'effet possible du rayonnement ou des électrons rapides provenant de la décharge. Le dispositif expérimental est le même que celui décrit précédemment ([5]).

L'excitation utilisable est faible et il ne nous a pas été possible d'observer la phosphorescence de l'hydrogène pur. Comme pour l'oxygène, il est nécessaire de le diluer fortement dans un gaz rare pour diminuer le nombre de chocs entre les électrons et les atomes neutres électronégatifs. Plusieurs tubes ont été étudiés dans le visible et l'ultraviolet. Les uns étaient remplis d'hydrogène dilué dans de l'hélium ou du néon, les autres renfermaient de l'hélium seul. L'hélium contient presque toujours des traces d'hydrogène suffisantes pour observer sa phosphorescence. Les impuretés carbonées ont un effet extincteur très prononcé sur la phosphorescence. Elles ont été éliminées, soit en faisant passer un arc entre deux électrodes de magnésium, soit en plongeant le tube à décharge dans l'azote liquide. Si l'on ne refroidit pas le tube, le gaz ne montre pratiquement aucune émission après la coupure de la décharge, en dehors de la bande 4315 Å de CH.

Les impuretés carbonées une fois éliminées, on observe dans le visible, pour des pressions partielles de l'hydrogène suffisamment faibles, une phosphorescence intense des raies d'hélium et d'hydrogène. L'intensité des raies d'hélium diminue sensiblement au moment de la rupture du courant alors que les raies d'hydrogène y sont très peu sensibles. Tout se passe comme si les atomes H étaient excités indirectement. Il est probable que les raies ultraviolettes de He I sont absorbées par les atomes d'hydrogène qui subissent une photoionisation. L'émission des raies de Balmer résulterait de la recombinaison entre les ions H^+ et les électrons, l'excitation électronique des atomes étant négligeable.

La répartition d'intensité des raies dans la série de Balmer n'est pas constante avec le temps. On constate un léger déplacement du maximum d'intensité vers les courtes longueurs d'onde lorsque le temps s'écoule, après la rupture

([3]) A. Jaboński, *Nature*, London, 155, 1945, p. 397.
([4]) M. Born, R. Fürth et R. Ladenburg, *Nature*, London, 157, 1946, p. 159.
([5]) L. Herman, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 112.

du courant. La mesure de la variation de l'intensité d'une raie avec le temps, au cours de la phosphorescence, permet d'évaluer l'ordre de grandeur de la durée de vie correspondante. Pour la raie Hα, on trouve une diminution d'intensité dans le rapport de e à 1 pour un temps de l'ordre de 10^{-4} seconde. Cette durée de vie varie assez rapidement avec le nombre quantique n : elle est nettement plus grande pour les raies Hγ et Hδ. Ce fait semble confirmer les résultats de Lord Rayleigh.

Pour montrer de façon certaine qu'il s'agit bien d'une recombinaison radiative, j'ai photographié les spectres de phosphorescence et de décharge dans l'ultraviolet à l'aide d'un spectrographe du type Arnulf-Lyot ouvert à f : 1,5. On observe alors les raies à termes élevés de la série de Balmer et le continu caractéristique de la recombinaison radiative. La comparaison des spectres de décharge et de phosphorescence montre que, même pendant la décharge, la recombinaison joue un rôle essentiel. Dans ce dernier cas, le spectre continu est plus intense qu'en phosphorescence en raison de la vitesse plus élevée des électrons; en même temps, la décroissance de l'intensité des raies dans la série est plus rapide.

Les résultats ci-dessus ne peuvent être comparés directement à ceux de Lord Rayleigh qui avait opéré sur l'hydrogène pur. Ils permettent toutefois d'affirmer que l'hydrogène peut émettre la série de Balmer en phosphorescence. L'observation de la limite de la série de Balmer, alors que toute excitation a cessé, est en faveur d'une émission par recombinaison entre les ions H^+ et les électrons.

SPECTROSCOPIE. — *Spectres d'absorption de l'acide bromhydrique gazeux et de l'acide iodhydrique gazeux dans la région de Schumann.* Note [1] de MM. **Jacques Romand** et **Boris Vodar**, présentée par M. Jean Cabannes.

Dans un travail précédent [2] nous avons étudié le spectre d'absorption de l'acide chlorhydrique gazeux dans la région de Schumann. Il nous a paru intéressant d'entreprendre une étude identique pour l'acide bromhydrique et l'acide iodhydrique, afin de préciser et prolonger les résultats obtenus précédemment par Goodeve et Taylor [3], [4] dans le proche ultraviolet.

L'acide bromhydrique a été préparé par chauffage (100°) sous vide d'un mélange d'acide phosphorique et de bromure de potassium. La purification a été effectuée par une série de trois distillations avec barbotage dans l'acide

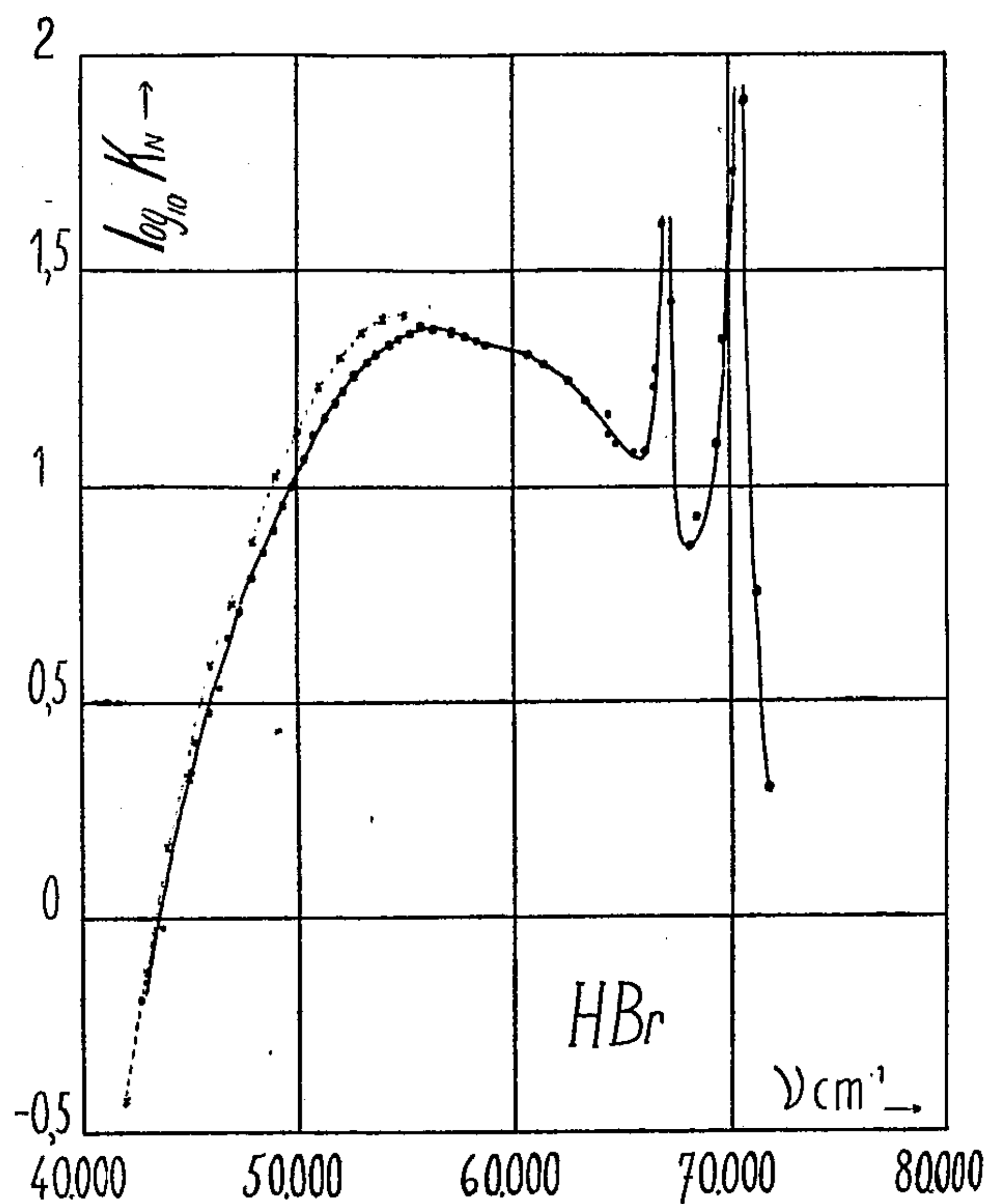
(1) Séance du 8 mars 1948.

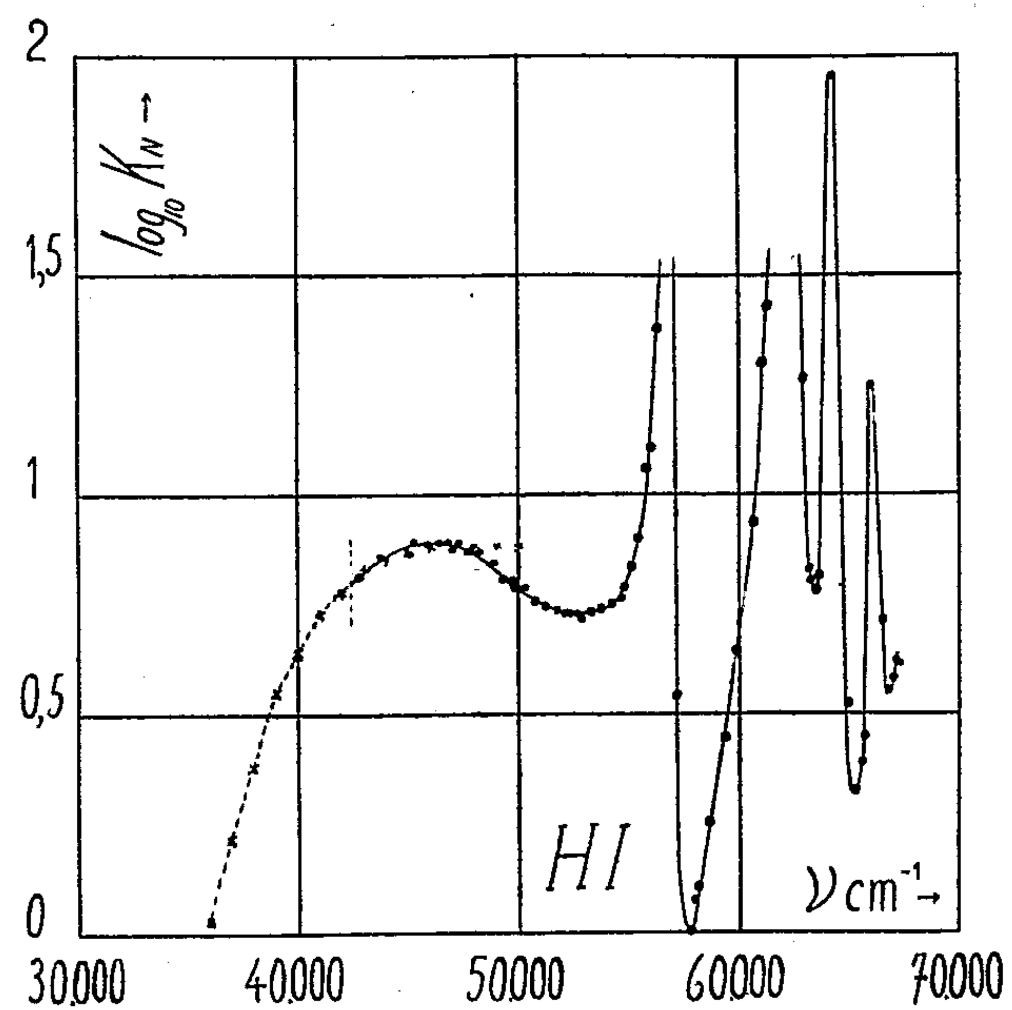
(2) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 238-240.

(3) *Proc. Roy. Soc. London*, **152**, 1935, p. 221-230.

(4) *Proc. Roy. Soc. London*, **154**, 1936, p. 181-187.

lui-même, liquéfié au moyen d'un mélange réfrigérant à température convenable. Deux distillations et deux barbotages suffisent pour obtenir un





liquide parfaitement incolore et exempt de neiges. Le gaz BrH est bien stable et nous avons vérifié directement par une irradiation prolongée (15 minutes)

que les effets de la dissociation sous l'influence du rayonnement ultraviolet étaient peu sensibles. Les spectres ont été pris en faisant circuler le gaz.

L'acide iodhydrique a été préparé et purifié comme l'acide bromhydrique. La purification est un peu plus difficile et les appareils doivent être très propres, sinon l'acide (liquide) se colore en rose (probablement par dissolution d'iode). L'attaque du mercure est assez rapide. Nous avons également fait des essais de dissociation et pour des irradiations de 15 minutes, nous n'avons constaté ni variation de pression, ni variation dans l'absorption.

Les figures 1 et 2 représentent pour HBr et HI respectivement la variation de $\log_{10} K_N$, où $K_N = K(1 + \alpha t) 760/H$, avec $K = (1/d) \times \log_{10}(I_0/I)$, ($d$ en cm), en fonction de ν. Sur les mêmes figures, nous avons marqué par des croix et en pointillé les résultats de Goodeve et Taylor. La concordance des résultats, bonne jusqu'à 45000 cm^{-1}, devient moins bonne au delà, la différence atteignant environ 15 % sur K_N au voisinage de 55000 cm^{-1}. Il est probable que la précision des mesures de Goodeve et Taylor, excellente dans tout l'ultraviolet moyen, devient moins bonne dans ce domaine, proche de la région de Schumann.

Le maximum de la bande d'absorption se situe à 56000 cm^{-1} pour HBr($K_N = 23,5$) et à 46000 cm^{-1} pour HI($K_N = 7,8$). Rappelons que pour HCl le maximum est à 65100($K_N = 40$).

Nous avons également observé les bandes discrètes signalées par W C. Price ([5]). Celles-ci sont très intenses et, ne disposant pas de cuve suffisamment mince, nous n'avons pas pu mesurer le coefficient d'absorption du maximum pour la plupart d'entre elles. L'interprétation de ces résultats sera donnée prochainement.

SPECTROSCOPIE. — *Sur l'analyse spectrographique de substances solides.* Note ([1]) de M. **Alain Berton**, présentée par M. Paul Lebeau.

Dans cette méthode d'analyse spectrographique, nous avons essayé d'allier la puissance de chauffe de l'arc électrique à la stabilité et à la maniabilité de l'étincelle condensée. En augmentant la température des électrodes, on facilite la volatilisation des substances analysées et l'on accroît la sensibilité de la spectrographie par étincelle.

Appareillage. — Les électrodes de graphite pur, entre lesquelles devra jaillir l'étincelle (5000 volts, 5^{mm} de long), sont verticales. L'électrode inférieure possède une cavité dans laquelle se trouve la substance en poudre (*fig.* 1). Elle peut être aussi constituée par une pâte de graphite enrobant d'une manière

([5]) *Proc. Roy. Soc. London*, 167, 1938, p. 216-227.

([1]) Séance du 8 mars 1948.

homogène cette dernière. Deux autres électrodes (*fig.* 2), en graphite également, mais horizontales, celles-là, sont connectées à une tension alternative de 110 volts avec, en série, une résistance variable de 20 ohms, 10 ampères.

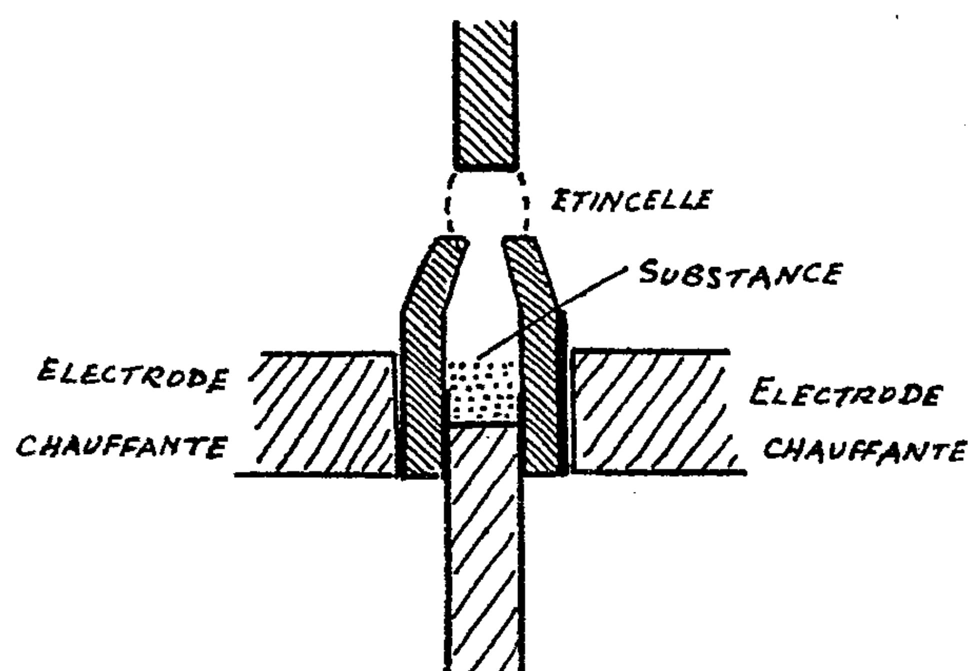


Fig. 1.

Elles viennent s'appuyer, par leurs extrémités, sur les parois de la cavité, de part et d'autre de l'électrode inférieure. Un système mécanique simple, mû par un bouton moleté, écarte d'une manière symétrique ces électrodes de l'électrode-

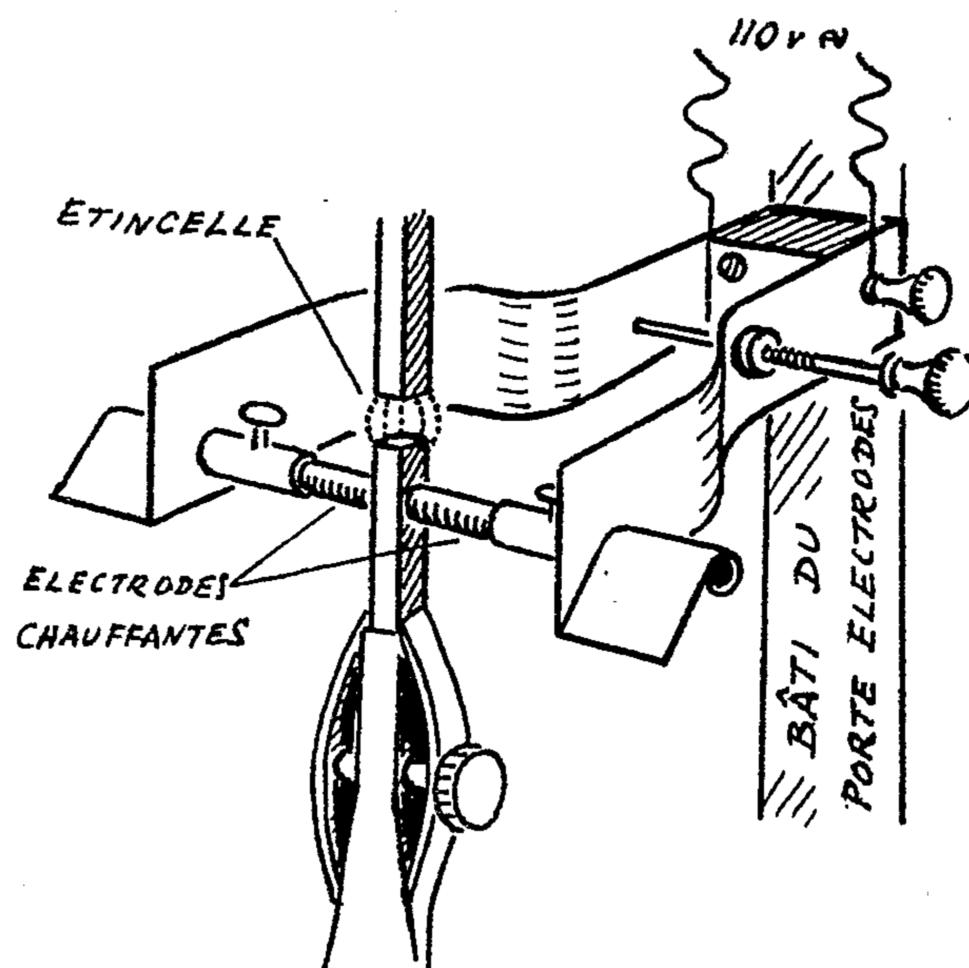


Fig. 2.

creuset, l'arc jaillissant alors et chauffant la substance dans la cavité. On fait en même temps éclater l'étincelle au-dessus de l'orifice et l'on prend une série de spectres, avec des temps de pose identiques, pour suivre la marche de la volatilisation de la substance.

Ce dispositif a l'avantage de donner, sur le spectre, les raies des éléments les plus volatils, comme le mercure, le bismuth, le cadmium, le plomb, etc., sans que viennent interférer les raies, généralement très nombreuses, des autres éléments plus réfractaires, fer, tungstène, par exemple. Ce n'est naturellement pas le cas quand l'électrode inférieure est pleine. L'excitation lumineuse ne se faisant plus d'une manière sélective, la sensibilité est alors augmentée en même temps pour tous les éléments présents. Cette augmentation est dans le rapport de 1 à 10 environ. Ainsi, pour des conditions opératoires données, on pourra déceler un minimum de 10 γ de fer dans le cas d'électrodes froides, alors que pour des électrodes chauffées cette valeur atteindra 1 γ.

DIFFUSION MOLÉCULAIRE. — *Spectre Raman des trifluorure, difluorochlorure, difluorobromure de thiophosphoryle.* Note de M[lle] **Marie-Louise Delwaulle** et M. **Félix François**, présentée par M. Jean Cabannes.

Spectre de PSF_3 (*liquide, à* 15°, *en tube scellé*). — Comme il fallait s'y attendre pour une molécule de symétrie C_{3v} le spectre est constitué par six raies : trois, δ_3, ν_1, ν_4 polarisées et trois dégénérées δ_{12}, δ_{45} et ν_{23}.

Les fréquences de déformation se présentent dans l'ordre δ_{12}, δ_{45}, δ_3 alors que pour les spectres de $POBr_3$, $PSBr_3$, $POCl_3$, elles se succèdent dans l'ordre δ_{12}, δ_3, δ_{45}. Nous attribuons cette inversion (δ_3, δ_{45}) au fait que dans PSF_3 l'atome de soufre est plus lourd que celui de fluor, alors que dans les trois autres cas l'atome Y ajouté à PX_3 est plus léger que X. Pour $PSCl_3$ (1) et PSF_3 (2), l'atome Y a une masse peu différente de celle de X, on n'observe, au lieu des trois raies prévues, que deux raies, dépolarisées comme le sont δ_{12} et δ_{345} du modèle T_d. La fréquence δ_3 plus élevée que δ_{45}, quand la masse atomique de Y est supérieure à celle de X, devient plus basse que cette fréquence quand la masse de Y est inférieure à celle de X. On peut penser que ces fréquences se confondent quand la masse de Y devient peu différente de celle de X. Pour leurs fréquences de déformation, les molécules POF_3 et $PSCl_3$ s'apparenteraient au modèle T_d.

La raie ν_4 caractérise la liaison $P \rightarrow S$, c'est la plus intense du spectre.

Les raies ν_1 et ν_{23} doivent être attribuées au groupement PF_3.

Spectres de PSF_2Br *et de* PSF_2Cl (*liquides, à* 15°, *en tube scellé*). — On trouve bien les neuf raies attendues pour un édifice de symétrie C_{1h}. L'anomalie observée dans les raies de déformation de POF_2Br et POF_2Cl (2) (trois raies au lieu de cinq) ne se retrouve pas. On ne peut donc l'expliquer par le fait que, les masses atomiques de l'oxygène et du fluor étant voisines, les molécules POF_2Br et POF_2Cl se rattacheraient pour ces raies au type C_{3v}.

(1) Gerding, *Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas*, 61, 1942, p. 842.

(2) Marie-Louise Delwaulle et François, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 550.

Parmi les cinq raies de déformation de ces spectres on classe : δ_1 pol. et δ_2 dépol., qui sont toujours les premières, δ_4 dépol.; on ne peut distinguer δ_3 et δ_5 toutes deux polarisées.

PSF_2Cl pour lequel les masses du chlore et du soufre sont voisines devrait, pour ces raies de déformation, se rattacher au type C_{2v} au lieu de C_{1h}, δ_5 devrait être dépolarisée au lieu de polarisée. Cette différence n'est pas considérable d'autant que des anomalies s'observent parfois dans certains facteurs de dépolarisation.

Parmi les raies de valence : ν_4 caractérise la liaison $P \rightarrow S$. Les raies ν_2 et ν_3 correspondent au groupement angulaire $\widehat{FPF}$. Elles se placent tout à fait dans la même région que les raies correspondantes de POF_2Cl et POF_2Br, mais elles sont plus rapprochées l'une de l'autre; elles possèdent à peu près la même intensité, alors que pour les dérivés de phosphoryle la première était toujours la plus intense; leur facteur de dépolarisation les distingue également moins. Les raies de valence du groupement $\widehat{FPF}$ dans les spectres de ces halogénures

Modes de vibration (fréquences en cm^{-1}).

		$\delta_{1,2}$.			$\delta_{3,4,5}$.		ν_1.		$\nu_{2,3}$.		$\nu_4\ (P \rightarrow O)$.
POF_3	$J = I + i$..	337			476		875		982		1395
	ρ.........	f			M		F		ff		M
		6/7			6/7		0,05		6/7		0,1
				$\delta_{4,5}$.	δ_3.	$\nu_4\ (P \rightarrow S)$.					
PSF_3		276		402	440	695	874		940		
	J.........	35		7	15	70	10		f		
	ρ.........	6/7		6/7	0,3	0,15	0,1		6/7		
POF_2Cl		274		410	424		618		895	948	1358
	J.........	10		17	7		10		M	f	M
	ρ.........	0,65		0,23	6/7		0,05		0,1	6/7	0,2
		δ_1.	δ_2.	δ_4.	δ_3 et δ_5.			$\nu_4\ (P \rightarrow S)$.		ν_2 et ν_3 $\left(P < \frac{F}{F}\right)$.	
PSF_2Cl		209	252	314	359	394	539	729	913	941	
	J.........	8,5	1	1	4	2,5	10	4,6	f	f	
	ρ.........	0,6	6/7	6/7	0,5	0,4	0,1	0,1	dépol.	pol.	
PSF_2Br		175	231	288	298	384	462-474	711	899	930	
	J.........	28	3	29	f	7	f 10	9	f	f	
	ρ.........	0,5	6/7	0,3	6/7	0,25	0,1	0,1	0,75	0,75	
				δ_3.	$\delta_{4,5}$.						
POF_2Br		241		320	411		554		888	940	1340-1360
	J.........	15		120	7,5		10		f	ff	M
	ρ.........	0,7		<0,35	6/7		<0,1		<0,3	6/7	<0,5

de thiophosphoryle sont peut-être perturbées par résonance avec des raies de combinaison ou des harmoniques : $\delta_1+\nu_4$, $\delta_3+\nu_1$, $\delta_5+\nu_1$ correspondent à peu près au doublet de PF_2 dans le spectre de PSF_2Cl et $2\nu_1$ et $\delta_5+\nu_1$ pour celui de PSF_2Br.

Nous avons fait figurer dans le tableau ci-dessus les spectres de PSF_3, PSF_2Cl et PSF_2Br et ceux de POF_3, POF_2Cl, POF_2Br.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la montée de la photoluminescence du sulfure de zinc soumis à une excitation constante.* Note (¹) de M. **Jean Saddy**, présentée par M. Frédéric Joliot.

De nombreux travaux photométriques ont été faits pour suivre le déclin de la luminescence des sulfures après leur excitation. En ce qui concerne la montée de la luminescence pendant l'excitation, il paraît n'exister qu'une publication de W. de Groot (²). Dans ce travail, il s'agissait d'un mode d'excitation spécial, par succession de faibles et brèves illuminations ultraviolettes (durée : 5 millisecondes). La luminescence du sulfure de zinc était étudiée au moyen d'un dispositif comportant un multiplicateur d'électrons, un amplificateur et un oscillographe cathodique. Pendant chaque illumination, il y a montée de la luminescence avec une indication déjà nette de tendance à une saturation; et après l'éclairement, la décroissance est plus rapide encore que la montée.

J'ai voulu suivre la montée de la luminescence du sulfure de zinc dans des conditions courantes, en particulier à la température ambiante et sous excitation constante; comme on le sait, la saturation, c'est-à-dire l'éclat maximum de luminescence, n'apparaît alors qu'au bout d'un temps prolongé.

J'ai opéré sur deux sulfures de zinc à luminogène cuivre, dont l'un avait une émission amoindrie par la présence de traces de nickel. L'excitation était produite par un arc au mercure avec écran de Wood, placé à environ 3 mètres de la substance. Dans ces conditions, les mesures, faites à l'aide d'un photomètre à glazebrook (³), sont satisfaisantes.

Pour les deux échantillons, les courbes de l'intensité en fonction du temps se laissent convenablement représenter par le type de formule simple :

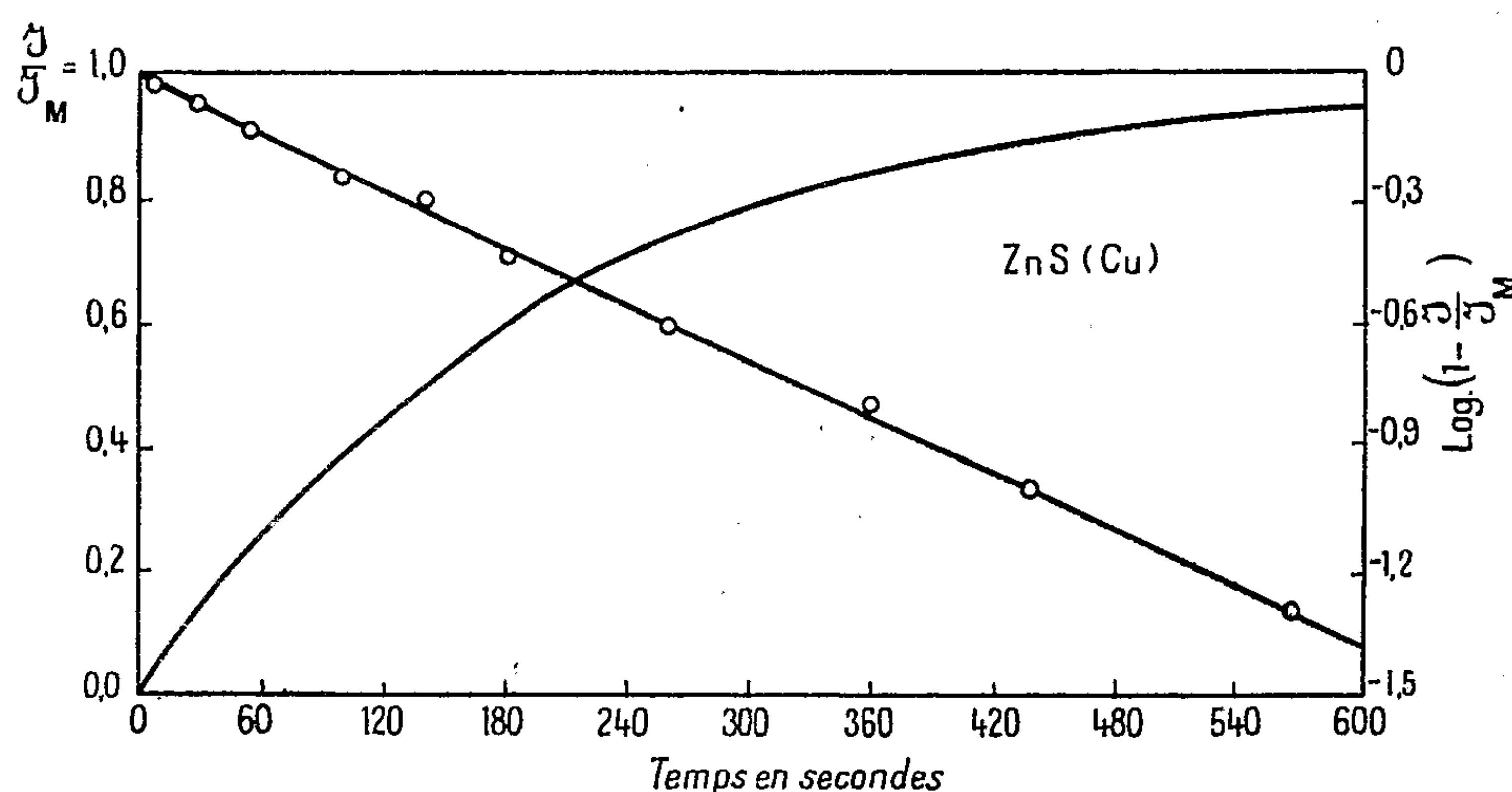
$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_M(1 - e^{-kt}).$$

Les points correspondant aux valeurs de $\mathrm{Log}[1-(\mathcal{J}/\mathcal{J}_M)]$ en fonction du temps se placent, en effet, convenablement sur une droite passant par l'origine.

Les essais d'interprétation théorique que l'on peut tenter pour représenter

(¹) Séance du 16 février 1948.
(²) *Physica*, 6, 1939, p. 275.
(³) J. Saddy, *Thèse*, Paris, 1946.

la montée de la luminescence ne sauraient conduire à un type de formule aussi simple. Celui-ci correspond en principe au cas d'un composé fluorescent, pour lequel on peut écrire, si n est le nombre de centres excités à l'instant t, et N le nombre de photons absorbés par seconde : $dn = \mathrm{N}\,dt - kn\,dt$ avec $\mathrm{I} = ckn$. Mais pour un sulfure phosphorescent, la question est fort complexe. Déjà W. de Groot avait été conduit à des systèmes d'équations dont la résolution avait nécessité l'emploi de méthodes graphiques, et il apparaît aujourd'hui que les systèmes d'équations sont encore plus complexes que ne l'envisageait ce physicien.



C'est ainsi que, même si l'on ne considère pas l'excitation par le réseau avec transfert d'excitation aux centres cuivre, ni les deux bandes distinctes d'émission bleue et verte et les transferts correspondants, on est amené à poser

$$dn = \mathrm{N}\,dt - \alpha n \mathcal{N}\,dt - \Sigma\beta n \mathcal{N}'\,dt + \Sigma\gamma n'\,dt - \delta n\,dt,$$

n, nombre d'électrons excités à l'instant t; N, nombre de photons absorbés par seconde par l'excitation (N est d'ailleurs variable au cours du temps pour l'absorption en dehors du réseau); $\mathcal{N}$, nombre de centres luminescents excités; $\mathcal{N}'$, nombre de niveaux discrets (pièges) de profondeurs différentes; n', nombre d'électrons qui sont fixés à l'instant t sur ces niveaux.

$\alpha n \mathcal{N} dt =$ recombinaisons avec les centres excités, produisant l'émission lumineuse; $\Sigma\beta n \mathcal{N}' dt =$ fixation d'électrons sur les niveaux discrets; $\Sigma\gamma n' dt =$ libération des électrons de ces niveaux par quanta thermiques; $\delta n dt =$ retour d'électrons vers les centres de cuivre sans émission lumineuse (raisons thermiques, par chocs multiples, par exemple) ([4])

On a, de plus, $\mathcal{J}_{(\text{sans excitation})} = c\alpha n \mathcal{N}$, en admettant qu'un électron porté dans

([4]) Ch. Peyrou, *Thèse*, Paris, 1947.

la bande de conductibilité se recombine avec la même probabilité avec un centre excité quelconque, ce qui paraît fort peu certain (⁵).

En conclusion, pour le sulfure de zinc à luminogène cuivre, la formule $\mathcal{J} = \mathcal{J}_M(1 - e^{-kt})$ me semble pouvoir être proposée à titre de formule empirique simple, car elle donne une bonne approximation jusqu'au voisinage immédiat de la saturation.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude réfractométrique dans la série du benzothiazole.* Note (¹) de MM. **Jacques Metzger** et **Claude Cherrier**, présentée par M. Jean Cabannes.

Poursuivant l'étude des alcoyl-2, benzothiazoles, nous en avons déterminé les réfractions moléculaires à 25°. Nous indiquons les exaltations moléculaires (E. M.) et spécifiques (E. Σ.) par rapport aux deux structures tautomères (I), (II) (²), (³), ainsi que l'exaltation de dispersion spécifique en %. Précision des mesures : $\Delta d \leqq 4.10^{-4}.d$; $\Delta n \leqq 8.10^{-5}.n$; $\Delta R \leqq 6.10^{-4}.R$.

1° *Benzothiazole* : $É_{759} = 230°$; $d = 1,2384$;

$n_C = 1,63305$; $n_D = 1,64041$; $n_e = 1,64761$; $n_F = 1,66033$; $n_g = 1,67752$.

Réfract. molécul.	R_C.	R_D.	R_e.	R_F.	R_g.	$R_F - R_C$.	
Calc. pr. $C_7H_5N'''S_3$	38,09	38,40	38,60	39,15	39,75	1,06	(I)
Mesuré	38,96	39,33	39,68	40,31	41,11	1,34	
E. M.	+ 0,87	+ 0,93	+ 1,07	+ 1,15	+ 1,37	+0,28	
E. Σ.	**+ 0,64**	**+ 0,69**	**+ 0,79**	**+ 0,85**	**+ 1,01**	**+26%**	

Pour mettre en relief l'exaltation apportée par la conjugaison des différents groupes alcoyles avec la double liaison N = C (forme I), nous prenons comme incrément du groupe benzothiazolyl- la valeur de R mesurée pour le benzothiazole à laquelle nous retranchons un H. Pour la forme tautomère (II) nous considérons la double liaison semi-cyclique C = C comme apportant un incrément normal auquel vient s'ajouter une faible exaltation λ dont la valeur est extraite d'une étude de K. v. Auwers (⁴).

2° *Méthyl-2, benzothiazole* : $É_{747}$ 240°; $d = 1,1703$;

$n_C = 1,60850$; $n_D = 1,61551$; $n_e = 1,62191$; $n_F = 1,63398$; $n_g = 1,65007$.

Calc. pr, BT. (mes), CH_2...	43,56	43,95	44,31	44,97	45,82	1,42	(I)
» $C_8H_7N''S_4$ λ	44,47	44,86	–	–	–	1,26	(II)
Mesuré	44,10	44,53	44,90	45,59	46,50	1,49	
E. M.	+ 0,54	+ 0,58	+ 0,59	+ 0,62	+ 0,68	+0,08	(I)
E. M.	— 0,37	— 0,33	–	–	–	+0,23	(II)
E. Σ.	**+ 0,36**	**+ 0,39**	**+ 0,40**	**+ 0,41**	**+ 0,45**	**+ 5%**	(I)
E. Σ.	**— 0,25**	**— 0,22**	–	–	–	**+18%**	(II)

(⁵) Maurice Curie, *Trans. of Faraday Soc.*, 35, 1939, p. 114.

(¹) Séance du 23 février 1948.

(²) Jacques Metzger, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 57; *C. R. du XIᵉ Congrès International de Chimie pure et appliquée*, Londres, 1947 (sous presse).

(³) Jacques Metzger, *Bull. Soc. Chim.* (sous presse).

(⁴) K. v. Auwers et P. Ellinger, *Lieb. Ann.*, 387, 1912, p. 200.

3° *Éthyl-2, benzothiazole* : $\dot{E}_{760}$ 252°; $d = 1,1368$;

$n_C = 1,59407$; $n_D = 1,60048$; $n_e = 1,60721$; $n_F = 1,61764$; $n_g = 1,63246$.

Calc. pr. BT. (mes), C_2H_4.	48,16	48,57	48,95	49,64	50,53	1,49	(I)
» $C_9H_9N''S,\lambda$......	49,06	49,48	–	–	–	1,34	(II)
Mesuré	48,73	49,13	49,56	50,25	51,21	1,52	
E. M..................	+ 0,58	+ 0,57	+ 0,62	+ 0,61	+ 0,68	+0,03	(I)
E. M..................	− 0,33	− 0,37	–	–	–	+0,18	(II)
E. Σ..................	**+ 0,35**	**+ 0,34**	**+ 0,38**	**+ 0,37**	**+ 0,42**	**+ 2%**	(I)
E. Σ..................	**− 0,20**	**− 0,23**	–	–	–	**+14%**	(II)

4° *n-propyl-2, benzothiazole* : $\dot{E}_7$ 122°; $d = 1,1058$;

$n_C = 1,58047$; $n_D = 1,58518$; $n_e = 1,59066$; $n_F = 1,60133$; $n_g = 1,61503$.

Calc. pr. BT. (mes), C_3H_6.	52,75	53,18	53,58	54,31	55,24	1,56	(I)
» $C_{10}H_{11}N''S,\lambda$....	53,66	54,10	–	–	–	1,41	(II)
Mesuré................	53,36	53,71	54,12	54,92	55,92	1,56	
E. M..................	+ 0,61	+ 0,53	+ 0,54	+ 0,61	+ 0,68	+0,00	(I)
E. M..................	− 0,30	− 0,39	–	–	–	+0,15	(II)
E. Σ..................	**+ 0,34**	**+ 0,30**	**+ 0,30**	**+ 0,34**	**+ 0,38**	**0,0%**	(I)
E. Σ..................	**− 0,30**	**− 0,25**	–	–	–	**+11%**	(II)

5° *Isopropyl-2, benzothiazole* : $\dot{E}_{745}$ 251°; $d = 1,1083$;

$n_C = 1,58239$; $n_D = 1,58860$; $n_e = 1,59516$; $n_F = 1,60480$; $n_g = 1,61876$.

Calc. pr. BT. (mes), C_3H_6.	52,75	53,18	53,58	54,31	55,24	1,56	(I)
» $C_{10}H_{11}N''S,\lambda$....	53,66	54,10	–	–	–	1,41	(II)
Mesuré	53,38	53,84	54,33	55,05	56,07	1,69	
E. M..................	+ 0,63	+ 0,66	+ 0,76	+ 0,74	+ 0,83	+0,13	(I)
E. M..................	− 0,17	− 0,22	–	–	–	+0,28	(II)
E. Σ..................	**+ 0,36**	**+ 0,37**	**+ 0,43**	**+ 0,42**	**+ 0,46**	**+ 8%**	(I)
E. Σ..................	**− 0,16**	**− 0,14**	–	–	–	**+20%**	(II)

6° *n-butyl-2, benzothiazole* : $\dot{E}_7$ 131°, $d = 1,0749$;

$n_C = 1,56600$; $n_D = 1,57125$; $n_e = 1,57624$; $n_F = 1,58714$; $n_g = 1,59875$.

Calc. pr. BT. (mes.) C_4H_8..	57,35	57,80	58,21	58,98	59,95	1,63	(I)
» $C_{11}H_{13}N''S,\lambda$.....	58,26	58,72	–	–	–	1,48	(II)
Mesuré................	58,07	58,54	58,96	59,87	60,84	1,80	
E. M..................	+ 0,72	+ 0,74	+ 0,74	+ 0,90	+ 0,89	+0,17	(I)
E. M..................	− 0,04	− 0,01	–	–	–	+0,30	(II)
E. Σ..................	**+ 0,38**	**+ 0,39**	**+ 0,39**	**+ 0,46**	**+ 0,46**	**+10%**	(I)
E. Σ..................	**− 0,10**	**− 0,09**	–	–	–	**+21%**	(II)

7° *Isobutyl-2, benzothiazole* : $\dot{E}_4$ 138°; $d = 1,0795$;

$n_C = 1,57034$; $n_D = 1,57619$; $n_e = 1,58142$; $n_F = 1,59171$; $n_g = 1,60492$.

Calc. pr. BT. (mes.) C_4H_8..	57,35	57,80	58,21	58,98	59,95	1,63	(I)
» $C_{11}H_{13}N''S,\lambda$.....	58,26	58,72	–	–	–	1,48	(II)
Mesuré................	58,22	58,71	59,14	60,00	61,08	1,78	
E. M..................	+ 0,87	+ 0,90	+ 0,93	+ 1,02	+ 1,13	+0,15	(I)
E. M..................	− 0,04	− 0,01	–	–	–	+0,30	(II)
E. Σ..................	**+ 0,43**	**+ 0,47**	**+ 0,49**	**+ 0,53**	**+ 0,59**	**+ 9%**	(I)
E. Σ..................	**− 0,02**	**− 0,01**	–	–	–	**+20%**	(II)

Le benzothiazole n'étant pas susceptible de se tautomériser, on peut tirer des exaltations indiquées ci-dessus la valeur de l'incrément de l'atome d'azote doublement lié du cycle benzothiazole (incrément de double liaison endocyclique compris), soit :

Incrément de —N=......	3,68	3,77	3,95	4,09	4,37	0,41

Les proportions relatives des formes tautomères présentes dans les autres composés ne peuvent être décelées au moyen des seules exaltations calculées, car ces dernières traduisent du même coup l'effet d'hyperconjugaison du groupe alcoyle avec le cycle thiazole.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Action catalytique des charbons argentés dans les réactions d'oxydation.* Note de MM. **René Dubrisay** et **Michel Favart**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les recherches entreprises par l'un de nous ([1]) nous ont conduits à étudier l'action catalytique des charbons actifs métallisés dans certaines réactions d'oxydation.

En ce qui concerne les alcools aucun résultat intéressant n'a pu être mis en évidence avec l'alcool méthylique. Il en a été de même pour l'alcool éthylique à chaud : la proportion totale de produits d'oxydation (aldéhyde, acide et ester) était à 250° peu différente, parfois même inférieure au taux obtenu avec le charbon vierge à même température. Par contre dans l'oxydation lente à l'air, les taux d'aldéhyde éthylique étaient, bien que toujours faibles, nettement plus élevés avec le charbon métallisé : 50^g d'alcool laissés pendant 146 jours au contact de 10^g de charbon ont donné comme taux d'aldéhyde avec le charbon vierge : 0,04 % ; avec le charbon à l'argent : 0,20 % et avec le charbon au cuivre : 0,27 % ([2]).

C'est avec le toluène que des résultats intéressants ont pu être obtenus, en faisant passer avec une vitesse de 5 litres à l'heure, de l'air saturé de vapeur de toluène par barbotage, à la température du laboratoire.

Le courant gazeux traversait ensuite une colonne contenant 50^g de charbon, soit vierge, soit imprégné de 0^g,175 de métal, maintenue à une température déterminée par chauffage électrique. Les taux d'acide benzoïque formé sont consignés dans le tableau suivant :

([1]) R. Dubrisay, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 300-302.

([2]) L'imprégnation était obtenue au moyen de solutions de nitrates de façon qu'il y ait chaque fois 0^g,035 de métal fixe sur les 10^g de charbon. Le tout était ensuite maintenu pendant 12 heures à l'étuve à 100°. Des résultats analogues ont été obtenus en utilisant comme liqueur d'imprégnation des solutions ammoniacales d'hydroxyde.

Température.	Charbon seul.	Charbon au nitrate d'argent.	Charbon au nitrate de cuivre.	Charbon au nitrate de plomb.	Charbon à l'hydroxyde d'argent ammoniacal.	Charbon à l'hydroxyde de cuivre ammoniacal.
(°C.).	(%).	(%).	(%).	(%).	(%).	(%).
150....	–	–	2,2	–	–	–
200....	–	–	5	5,9	–	3,6
250....	6,5	15	0,6	3	18,3	0,6

Ces expériences ont été conduites avec du toluène du commerce redistillé. Nous avons travaillé ensuite en désulfurant préalablement le toluène par la méthode de Haller (au moyen du chlorure d'aluminium); les rendements s'abaissaient alors pour le charbon imprégné d'hydroxyde d'argent ammoniacal à 0,13 % à 150° et à 0,35 % à 250°.

Si au contraire on ajoutait au toluène 2 % de sulfure de carbone le rendement s'élevait à 26 %.

Ceci peut s'interpréter, soit par le fait que l'argent sulfuré est le véritable catalyseur de la réaction, soit en admettant que l'empoisonnement du catalyseur s'oppose à une oxydation trop poussée. Cette dernière interprétation semble confirmée par le fait que, avec le produit désulfuré, la proportion d'eau formée est beaucoup plus forte.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les variations de dilatation et de conductibilité électrique présentées par le sesquioxyde de titane vers* 200°C. Note (¹) de MM. **Marc Foëx** et **Jean Loriers**, présentée par M. Paul Lebeau.

Le sesquioxyde de titane Ti_2O_3 possède une structure hexagonale type corindon, semblable à celle du sesquioxyde de l'élément suivant, le vanadium. Ce dernier oxyde, V_2O_3, présente, ainsi que l'un de nous l'a montré (²), une transformation de basse température, se traduisant essentiellement par un changement considérable des propriétés électriques : la conductibilité augmente brusquement de 100000 fois environ, vers —100°C., à température ascendante. Par analogie nous nous sommes proposé d'étudier le sesquioxyde de titane et de rechercher à l'aide de mesures dilatométriques et électriques les transformations qu'il est susceptible de présenter.

On prépare le sesquioxyde de titane sous forme d'une poudre violette (³) par action, à 1400°C., de l'hydrogène mélangé de tétrachlorure de titane sur le bioxyde TiO_2 (il se forme du titane métallique qui se combine au bioxyde). La réaction donnant des substances moins oxygénées que Ti_2O_3, il est

(¹) Séance du 1er mars 1947.

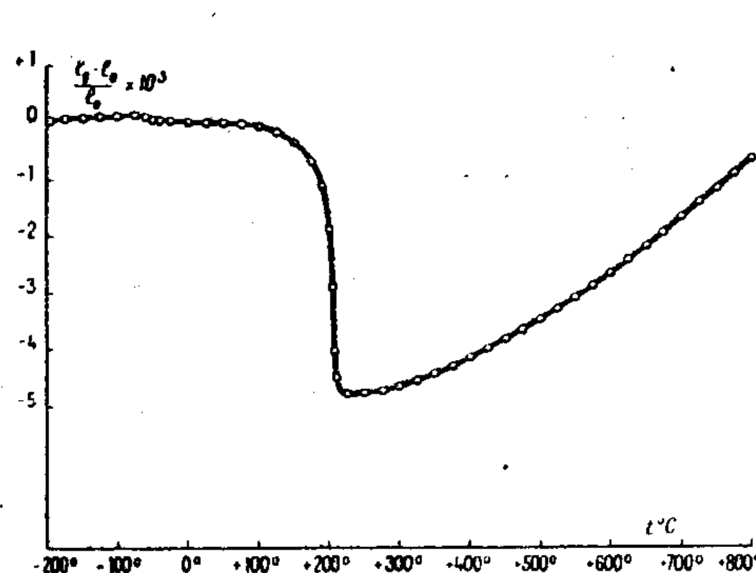
(²) Marc Foëx, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 1126.

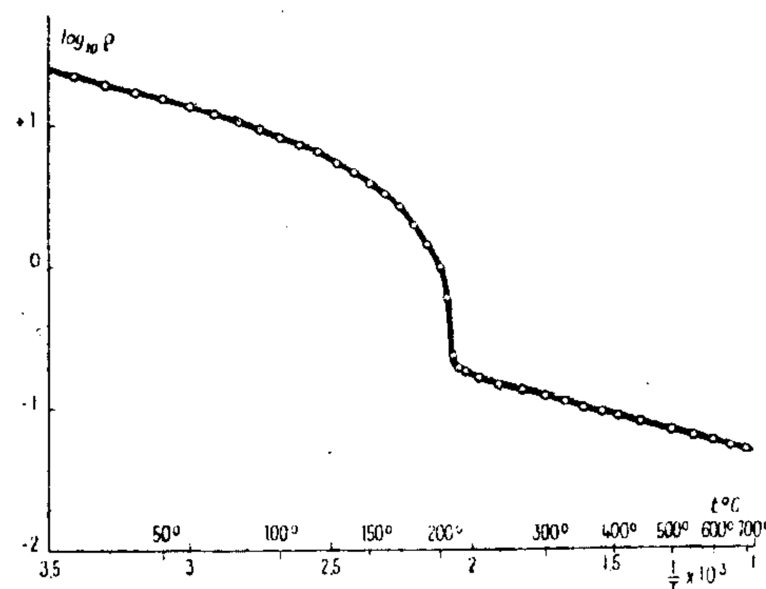
(³) Maurice Billy, *Annales de Chimie et de Physique*, 9e série, **16**, 1921, p. 5.

nécessaire pour obtenir le sesquioxyde pur de retraiter ces produits par une quantité convenable de TiO_2, dans le vide à 1400°C.

Les mesures dilatométriques et électriques sont effectuées, comme il a été précédemment indiqué ([2]), sur des éprouvettes d'oxyde agglomérées par compression et cuisson sous vide.

La courbe de la figure 1, relative aux dilatations, donne les valeurs des


Fig. 1.


Fig. 2.

allongements $(l_t - l_0)/l_0$ en fonction de la température t°C., l_0 et l_t étant les longueurs de l'échantillon à 0° et à la température t considérée. Par ailleurs, la résistivité ρ des semi-conducteurs évoluant généralement suivant la formule $\log\rho = M + N/T$ (M et N étant des constantes, T la température absolue), nous avons représenté (*fig.* 2) la variation du logarithme de la résistivité, en fonction de l'inverse de la température absolue.

Les courbes précédentes mettent en évidence une transformation un peu au-dessus de 200°C.; on observe, à température ascendante, une contraction des échantillons de l'ordre de 0,5 %, cependant que la conductibilité électrique augmente rapidement (de l'ordre de 10 fois). Ce phénomène, déjà sensible à 100°C., évolue progressivement et présente un maximum d'intensité entre 200 et 210°C.; aux températures supérieures, il n'existe qu'une zone de transition beaucoup plus restreinte. Le coefficient de dilatation, très faible aux températures inférieures à celle de l'anomalie, possède une valeur importante aux températures plus élevées. Les variations obtenues sont sensiblement réversibles pour la vitesse d'échauffement ou de refroidissement de 100° par heure utilisée.

Il existe une grande analogie entre les phénomènes observés dans ce cas et ceux établis antérieurement pour le sesquioxyde de vanadium. L'allure générale des courbes est à peu près la même, la transformation étant ici décalée de 300° vers les hautes températures; toutefois, les intensités relatives des phénomènes ne sont pas conservées; le changement de dimension linéaire est plus de deux fois plus important pour Ti_2O_3 que pour V_2O_3, alors que l'évolution de la conductibilité électrique est beaucoup moins considérable. Par

ailleurs, le sesquioxyde de titane conserve aux températures inférieures au point singulier, une conductibilité plus grande que celle du sesquioxyde de vanadium. Comme pour ce dernier oxyde, la faible inertie thermique observée ne paraît pas indiquer une transformation allotropique avec changement de forme cristalline; il pourrait s'agir d'une diminution de régularité dans la distribution des particules élémentaires constituant le réseau, sous l'influence de l'agitation thermique croissant avec la température.

En résumé, cette étude a permis de mettre en évidence, un peu au-dessus de 200° C., une variation nette de certaines propriétés du sesquioxyde de titane, semblable à celle présentée, à basse température, par le sesquioxyde de vanadium.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Relation entre la structure et les caractères physico-chimiques de stabilité dans les cristaux mixtes de carbonates alcalino-terreux.* Note ([1]) de MM. **René Faivre** et **Georges Chaudron**, présentée par M. Pierre Jolibois.

Nous avons déjà montré que les carbonates alcalino-terreux, pris deux à deux, syncristallisent soit totalement (CO_3Ba et CO_3Sr d'une part, CO_3Ca et CO_3Sr de l'autre), soit partiellement (CO_3Ba et CO_3Ca) sous la forme de cristaux mixtes isomorphes de l'aragonite ([2]). Tous ces cristaux mixtes forment du point de vue cristallographique une famille isomorphe homogène. Cependant, les termes les plus riches en calcium sont métastables comme l'aragonite et se transforment par chauffage en cristaux mixtes du type calcite. Les termes les plus riches en baryum ou en strontium sont stables comme CO_3Ba et CO_3Sr eux-mêmes.

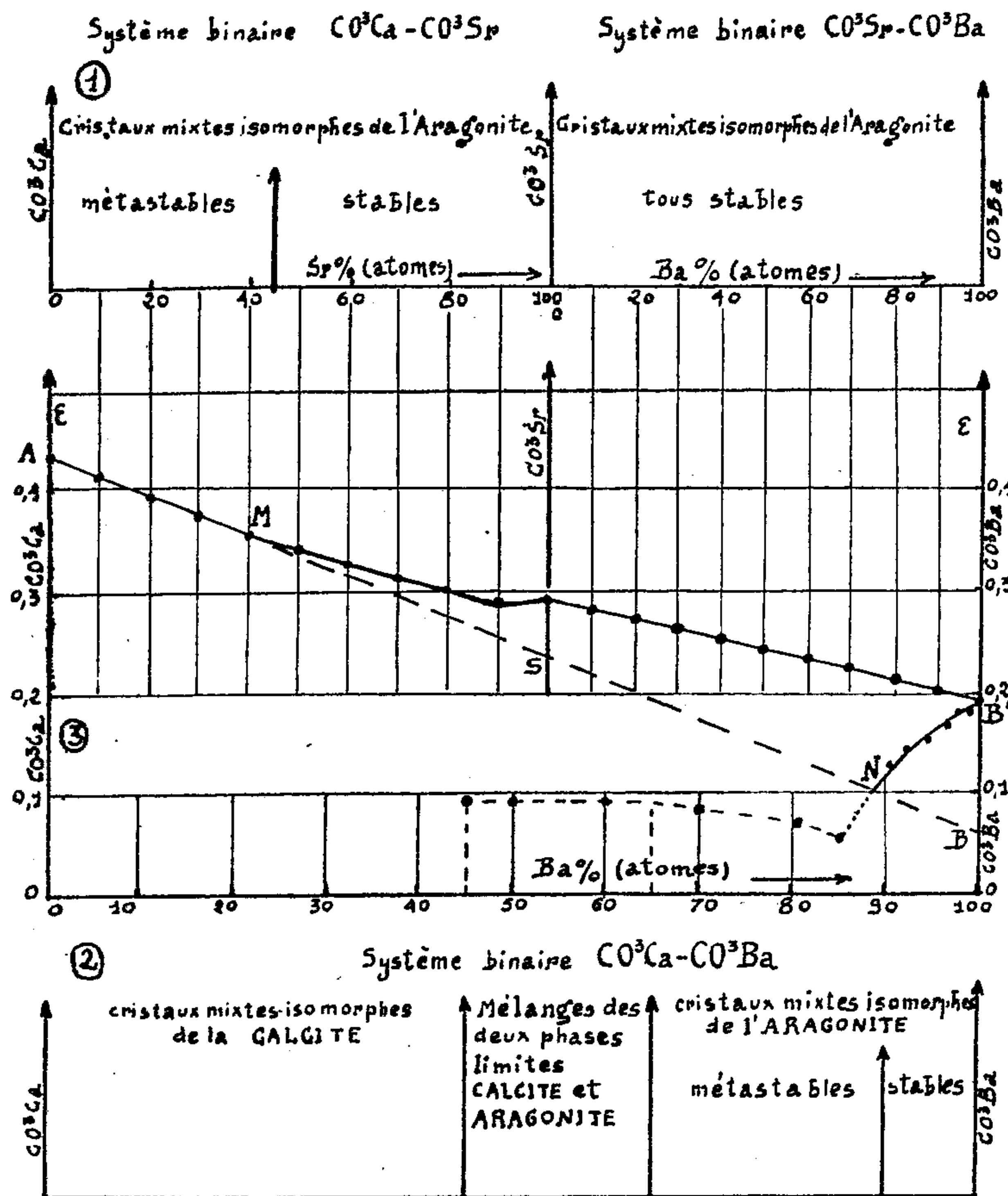
Nous avons pu relier cette diversité de comportement physico-chimique aux lois de variation, en fonction de la teneur, d'un paramètre cristallographique : l'écart ε de la structure pseudo-hexagonale de ces cristaux mixtes par rapport à la symétrie idéale. ε peut être mesuré directement sur les clichés de Debye-Scherrer à condition toutefois que la chambre de diffraction utilisée possède un pouvoir séparateur suffisant ([3]). Ce paramètre est en effet proportionnel à l'écartement de certaines raies très voisines qui seraient confondues si la substance soumise à l'analyse possédait très exactement la symétrie hexagonale. La mesure de ε est effectuée par interpolation linéaire dans l'étroit domaine angulaire (2 à 5°) qui sépare deux raies voisines d'une substance étalon. Son caractère différentiel lui confère une excellente précision.

([1]) Séance du 8 mars 1948.

([2]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 73; **222**, 1946, p. 227; **226**, 1948, p. 249; *Bull. Soc. Franç. Min.*, 13 fév. 1947.

([3]) *Métaux et Corrosion*, **258**, 1947, p. 21-27.

Les diagrammes (1) et (2) et la courbe (3) de variations de ε en fonction de la teneur permettent de décrire parfaitement les trois systèmes de carbonates.



Afin de définir des *concentrations correspondantes* qui permettent de comparer les trois systèmes de façon précise, nous avons adopté la convention suivante : sur l'axe des abscisses qui représente les concentrations nous prenons, pour les trois systèmes, des unités différentes u_{Ca}^{Sr}, u_{Sr}^{Ba}, u_{Ca}^{Ba} proportionnelles aux différences de rayons ioniques des cathions correspondants : $u_{Ca}^{Sr} = K(R_{Sr} - R_{Ca})$, $u_{Sr}^{Ba} = K(R_{Ba} - R_{Sr})$, $u_{Ca}^{Ba} = K(R_{Ba} - R_{Ca})$. Les axes CO_3Ca, CO_3Sr, et CO_3Ba sont les mêmes dans tous les systèmes, pris deux à deux, par suite de la relation évidente $u_{Ca}^{Ba} = u_{Ca}^{Sr} + u_{Sr}^{Ba}$.

On voit immédiatement sur la figure que les cristaux mixtes appartenant au système CO_3Ca—CO_3Sr sont caractérisés par une variation linéaire de ε en fonction de la concentration (segment de droite AM). Prolongeons AM en AMSB au delà du point M. La droite ainsi obtenue divise le plan en deux régions : tous les cristaux mixtes dont le point représentatif est situé au-dessus de cette droite (calcium-strontium contenant plus de 40 atomes de strontium %, strontium-baryum et calcium-baryum contenant plus de 90 atomes de baryum %)

sont stables; tous ceux dont le point représentatif est situé sur cette droite ou au-dessous (calcium-strontium contenant moins de 40 atomes de strontium % et calcium-baryum contenant moins de 90 atomes de baryum %) sont métastables.

Les variations de l'écart à la symétrie hexagonale ε, c'est-à-dire les déformations des ions dans les cristaux, sont donc intimemeut liées à la stabilité du réseau. On retrouve ici le fait bien connu que les déformations, mêmes faibles, des ions mettent en jeu une énergie suffisante pour modifier de façon appréciable l'énergie interne.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la cinétique de l'oxydation du magnésium.* Note [1] de M. **Haldun N. Terem**, présentée par M. Paul Pascal.

Différents échantillons de magnésium en poudre calibrée et en ruban ont été étudiés à températures linéairement croissantes ou fixes, mais entre 400 et 530° seulement, le travail au-dessus et au-dessous de ces limites (variant d'ailleurs avec les échantillons) étant impossible par suite de la combustion du métal ou de son oxydation trop lente.

Les résultats obtenus montrent que m étant le taux d'oxydation, le métal en ruban (de $2,75 \times 0^{mm},15$) suit, à températures fixes, la loi d'oxydation linéaire de N. B. Pilling et de R. D. Bedworth [2]. Mais nous n'avons jamais observé l'activation brusque de la réaction allant jusqu'à la combustion, décrite par ces auteurs, et attribuée à l'augmentation rapide du rapport de surface à volume. Effectivement, la réaction progresse d'une façon normale et, à 530° par exemple, $m = 0,9$ est atteint au bout de 2 heures et demie, sans combustion (*fig.* 1). Le métal, en poudre calibrée entre les tamis n°s 250 et 300, vérifie également la loi linéaire, entre 420 et 480°, mais jusqu'à $m = 0,5$ environ. Les faibles valeurs atteintes par m semblent dues aux difficultés de tamisage. A températures linéairement croissantes cependant (120° à l'heure pour le magnésium en ruban et 240° à l'heure pour le métal en poudre), il y a bien activation brusque, mais cela est simplement dû au fait que la température, croissant lentement, finit par atteindre le *seuil de combustion* de l'échantillon étudié (470 à 500° pour la poudre calibrée et 540° pour le ruban). D'autre part, les échantillons étudiés sont, en général, le siège d'une accélération initiale de l'oxydation déjà signalée dans les cas du glucinium [3] et de l'aluminium [4] et se traduisant par une période d'induction dans les courbes (m, *temps*). Celles, a et b de la figure 2,

---

[1] Séance du 8 mars 1948.
[2] *J. Inst. of Met.*, 1, 1923, p. 529.
[3] H. N. Terem, *Rev. Fac. Sciences Univ. Istanbul*, 8, 1943, p. 9.
[4] H. N. Terem, *Rev. Fac. Sciences Univ. Istanbul*, 12, 1947, p. 299.

relatives au magnésium en poudre chauffé à 490 et 460° en donnent une idée très nette.

Ces résultats, obtenus par chauffage dans l'air, mettent aussi en évidence l'action catalytique de l'humidité sur l'oxydation du magnésium. Mais les essais faits dans l'*oxygène* pur et humide, obtenu par action du permanganate sulfurique sur l'eau oxygénée, tout en confirmant les résultats précédents quant à l'*allure générale* de l'oxydation, mettent en évidence une *action retardatrice* sur celle-ci. Effectivement, le magnésium en poudre, chauffé dans l'oxygène, à 480° par exemple, s'oxyde deux fois moins vite environ que le même échantillon, chauffé à la même température, dans l'air. Ce rapport est de 1/3 environ dans le cas du magnésium en ruban, à 530°. Notons, à titre de comparaison, que le glucinium et l'aluminium en poudre, chauffés à 900° dans les mêmes conditions et avec le même appareillage, s'oxydent *plus vite* dans l'oxygène que dans l'air, les rapports précédents prenant respectivement les valeurs 3/1 et 2/1 environ, au bout de 10 minutes d'oxydation. Nous avions déjà attiré l'attention sur l'accroissement considérable de l'oxydation du

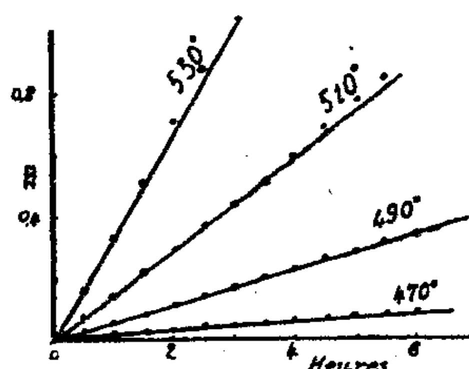


Fig. 1.

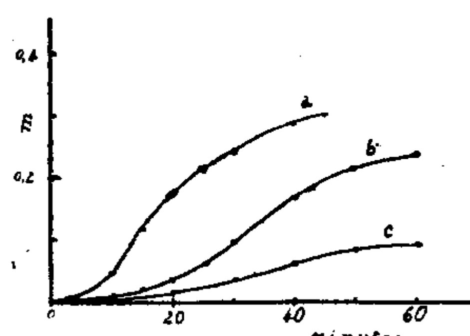


Fig. 2.

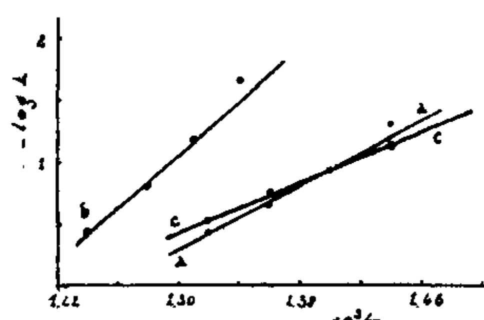


Fig. 3.

glucinium par action de l'oxygène humide ([2]). L'effet contraire observé avec le magnésium doit-il être attribué au manque d'azote, qui, dans l'air, exalterait l'oxydation par formation transitoire du nitrure, quoique, d'après Matignon et Lassieur ([5]), l'oxydation du magnésium soit plus rapide que sa nitruration? Nous continuons nos recherches dans ce sens. De toute façon, k étant la pente des droites (*m, temps*) et T la température absolue, les droites *a* et *b* de la figure 3 relatives au magnésium en poudre, et en ruban, chauffés dans l'air, vérifient la loi d'Arrhénius d'une façon moins satisfaisante que celle *d*, représentant l'oxydation de la poudre chauffée dans l'oxygène, ce qui invoque bien l'idée d'une action perturbatrice de l'azote de l'air. L'énergie d'activation de la réaction dans l'oxygène, que nous considérerons jusqu'à nouvel ordre comme la seule normale, donnée par l'équation $-\log k = 5.10/T - 6$, serait alors de 23000 cal/g environ. La période d'induction signalée plus haut se retrouve également par le chauffage dans l'oxygène, témoin la courbe *c* de la figure 2, relative au métal en poudre oxydée à 460°. Cette courbe donne également une idée de la différence entre les vitesses d'oxydation dans l'air et dans l'oxygène.

([5]) *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 11, 1912, p. 262.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les chaleurs d'adsorption de l'hydrogène et de l'oxygène par le charbon actif.* Note [1] de M. **Jean Perreu**, présentée par M. Paul Pascal.

Comme suite aux Notes précédentes [2], je communique les résultats trouvés dans la mesure à 0°C., des chaleurs d'adsorption de l'hydrogène et de l'oxygène par le charbon actif de noix de coco.

1. *Chaleurs intermédiaires d'adsorption.* — Sur un même échantillon préalablement désorbé de charbon actif, j'effectue une série de trois mesures calorimétriques successives; le premier essai amène la concentration [2] gazeuse du charbon de 0 à c, ce qui donne la chaleur intégrale Q_c; dans la deuxième mesure, la concentration croît de c à c' et l'effet thermique correspondant est la *chaleur intermédiaire d'adsorption* $Q_c^{c'}$; la teneur gazeuse passe, en dernier lieu, de c' à c'' et la chaleur intermédiaire est $Q_{c'}^{c''}$. Les chaleurs intégrales $Q_{c'}$ et $Q_{c''}$ sont données par les relations :

$$Q_{c'} = Q_c + Q_c^{c'}, \qquad Q_{c''} = Q_{c'} + Q_{c'}^{c''}. \tag{1}$$

Si, au cours d'un essai, la variation de concentration, $c' - c$ par exemple, est très faible, on obtient la chaleur différentielle q_c, qui a pour expression :

$$q_c = \frac{Q_c^{c'}}{c' - c}. \tag{2}$$

2. *Durée de l'adsorption.* — Dans la mesure des chaleurs intégrales d'adsorption de l'hydrogène et de l'oxygène, la durée de la période calorimétrique principale, qui correspond à l'adsorption, atteint de 30 à 80 minutes. Les corrections calorimétriques sont parfois assez élevées; dans le cas de l'hydrogène, la chaleur dégagée étant faible, les résultats manquent de précision.

3. *Hydrogène.* — Voici, à titre d'indication, les nombres trouvés :

Concentrations.		Chaleurs intégrales (cal.).	
m.	$C.10^4$.	Q_c.	Q'_c.
0,049	0,245	0,04	1630
0,082	0,410	$0{,}05_4$	1320
0,106	0,530	0,08	1510
0,136	0,682	$0{,}09_5$	1390
0,170	0,850	$0{,}12_6$	1480
0,194	0,970	0,13	1340
0,256	1,280	0,17	1330
0,289	1,445	$0{,}18_6$	1290

(1) Séance du 8 mars 1948.

(2) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1157 et **226**, 1948, p. 492 (*voir* définitions et notations).

A partir de ces résultats, on n'obtient qu'une valeur assez grossière des chaleurs différentielles q_c. Elles décroissent de 1650 cal à 700 cal quand la concentration augmente.

4. *Oxygène.* — J'ai obtenu les résultats suivants :

Concentrations		Chaleurs intégrales		Chaleurs différentielles
m.	c.10⁴.	Q_c.	Q'_c.	q_c.
		cal	cal/g	cal/g (q_c^g)
0,227	0,071	0,56	78.870	78.870
0,512	0,160	1,08	67.500	67.820
0,848	0,265	1,80	68.000	
1,190	0,372	2,20	59.140	44.510
1,546	0,483	2,80	57.140	33.200
1,936	0,605	3,21	53.060	
2,419	0,756	3,50	46.300	13.660
2,947	0,921	3,74	40.610	
3,725	1,164	3,86	33.160	7.200
4,278	1,337	3,99	29.840	
5,027	1,571	4,02	25.590	
5,715	1,786	4,24	23.740	5.300
6,061	1,894	4,26	22.490	
6,429	2,009	4,30	21.400	5.100
8,256	2,580	4,58	17.750	
9,008	2,815	4,77	16.940	4.520
10,307	3,221	4,86	15.090	
11,434	3,573	5,02	14.050	4.240
13,014	4,067	5,23	12.860	4.200
13,890	4,340	5,44	12.530	

5. *Conclusions.* — Au-dessous de $c = 0{,}6.10^{-4}$, les chaleurs intégrales Q_c croissent très rapidement avec c; cette augmentation se ralentit ensuite peu à peu jusqu'à $c = 1{,}5.10^{-4}$ et devient régulière aux concentrations plus grandes.

Inversement, q_c diminue quand c croît; la valeur maximum de q_c s'observe au voisinage immédiat de $c = 0$; cette chaleur initiale mesurée entre $c = 0$ et $c = 0{,}071.10^{-4}$, atteint 78870^{cal}; q_c décroît très rapidement jusqu'à 7000^{cal}, pour c voisin de 10^{-4}, et tend vers 4000^{cal} aux concentrations élevées. Ces derniers résultats ont été signalés par Keyes et Marshall (³), puis par Marshall et Bramston-Cook (⁴).

Aux faibles et moyennes concentrations, on est en présence d'une *adsorption chimique* qui s'ajoute à l'adsorption physique proprement dite; cette dernière subsiste seule aux concentrations élevées où la chaleur q_c dégagée correspond à la chaleur d'adsorption physique de Van der Waals.

(³) *J. Am. Chem. soc.*, **49**, 1927, p. 156.
(⁴) *J. Am. Chem. soc.*, **51**, 1929, p. 2019.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Constante diélectrique statique du chlorure de polyvinyle.* Note (¹) de M. **Robert Charbonnière**, transmise par M. Jacques Duclaux.

On sait qu'une méthode de détermination de la constante diélectrique statique consiste à relever la courbe de dispersion de la constante diélectrique à température constante et fréquence variable. La courbe présente vers les grandes longueurs d'onde un palier correspondant à la constante diélectrique statique à la température de mesure. Son tracé exige une technique assez compliquée.

Certains auteurs envisagent aussi la courbe de dispersion à fréquence fixe et à température variable. Mais cette courbe d'allure générale comparable n'est cependant pas identique. En particulier elle ne présente pas un palier, mais un maximum correspondant à la constante diélectrique statique à la température où se produit ce maximum. En fait, il est difficile à partir d'une telle courbe de définir une constante statique à une température donnée.

Cependant, dans une étude sur les hauts polymères (²), R. M. Fuoss opère ainsi pour le chlorure de polyvinyle. Il constate que la courbe ainsi obtenue présente un *brittle point* pour une température de 70° et indique un changement complet dans les propriétés électriques à cette température. Il signale la réversibilité du phénomène et précise que la dispersion et l'absorption ne sont pas descriptibles par un simple mécanisme de Debye.

Néanmoins il détermine à partir de cette courbe un ordre de grandeur d'au moins 13 pour la constante statique du chlorure de polyvinyle.

Il nous est apparu que cette méthode prêtait à critique et nous avons essayé de mesurer directement la constante statique à la température de 20° en nous plaçant dans une région de fréquence telle que le plateau de la courbe de dispersion soit atteint. Pour plus de sécurité, nous avons effectué les mesures en courant continu pour des températures comprises entre 20° et 100°, en vérifiant simultanément qu'à la fréquence 50 périodes, le chlorure de polyvinyle subissait avec la température une transformation comparable à celle observée par Fuoss.

Les mesures en courant alternatif étaient faites au pont de Schering et galvanomètre à vibrations, les mesures en continu, par une méthode de comparaison au galvanomètre balistique, avec emploi d'interrupteurs charge et décharge très soigneusement isolés, précaution évidemment nécessaire pour des mesures convenables.

En fait, nous avons pu observer que la constante statique présentait un

(¹) Séance du 9 Février 1948.

(²) *Electrical Properties of Solids.* VI. *Dipole Rotation in High Polymers* (*J. Amer. Chem. Soc.*, 63, février 1941, p. 369-378).

accroissement brusque vers 65° (ainsi d'ailleurs que le supposait Fuoss), mais aucun mesurable entre 20° et 65°.

Dans ces conditions, il nous apparaît que le chlorure de polyvinyle au-dessous de 65° ne subit pratiquement pas de transformation et que la constante diélectrique statique à 20°, pour le chlorure de polyvinyle étudié (poids moléculaire 50 000), est de 3,2.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence des sels neutres sur la précipitation de l'hydroxyde de cadmium. Constitution du précipité.* Note (1) de Mlle **Marguerite Quintin**, présentée par M. Louis Hackspill.

Pour étudier complètement et avec sécurité la précipitation des sels de métaux lourds, j'ai montré (2) qu'il était nécessaire de suivre en même temps la variation de l'activité de chacun des ions constitutifs de la solution. Les mesures électrométriques effectuées sur SO_4Cd 0,1 M m'ont permis d'établir que, à la température ordinaire et en l'absence d'un excès de base, le précipité formé n'est ni un sel basique (puisque tous les ions SO_4^{--} se trouvent dans la solution surnageant le précipité), ni l'hydroxyde $Cd(OH)_2$ [puisque le rapport (Cd)/(OH) combiné est différent de 0,5].

Afin de préciser la constitution de ce précipité, j'ai déterminé les courbes de titrage des solutions de sulfate de cadmium à différentes concentrations et en présence de quantités variées de sel neutre (KCl ou NO_3K).

Le pH est mesuré à l'aide d'une électrode de verre soigneusement étalonnée; l'activité des ions Cd^{++} grâce à un amalgame de cadmium (12 % Cd); celle des ions SO_4^{--} à l'aide d'une électrode SO_4Pb, Pb-Hg (3 % Pb).

Les résultats obtenus montrent que le potentiel E_{SO_4} ne varie pas au cours de l'addition de base, donc que le précipité ne contient pas de groupements SO_4 combinés. D'autre part, si l'on désigne par

$$\alpha = \frac{b}{a} = \frac{(OH^-)\text{ ajouté}}{(Cd^{++})\text{ combiné}},$$

le palier de la courbe $pH = f(\alpha)$ se déplace d'autant plus vers les valeurs élevées que la proportion relative de sel neutre est plus grande. Mais ce déplacement est très supérieur à celui résultant de la variation de la force ionique de la solution. En outre, lorsque le temps t de contact des réactifs est court, le point d'inflexion des courbes $pH = f(\alpha)$ et $E_{Cd} = f(\alpha)$ est d'autant plus éloigné de 2 que t est plus petit.

Le pH et le potentiel E_{Cd} permettent de calculer, en tenant compte des coef-

---

(1) Séance du 8 mars 1948.

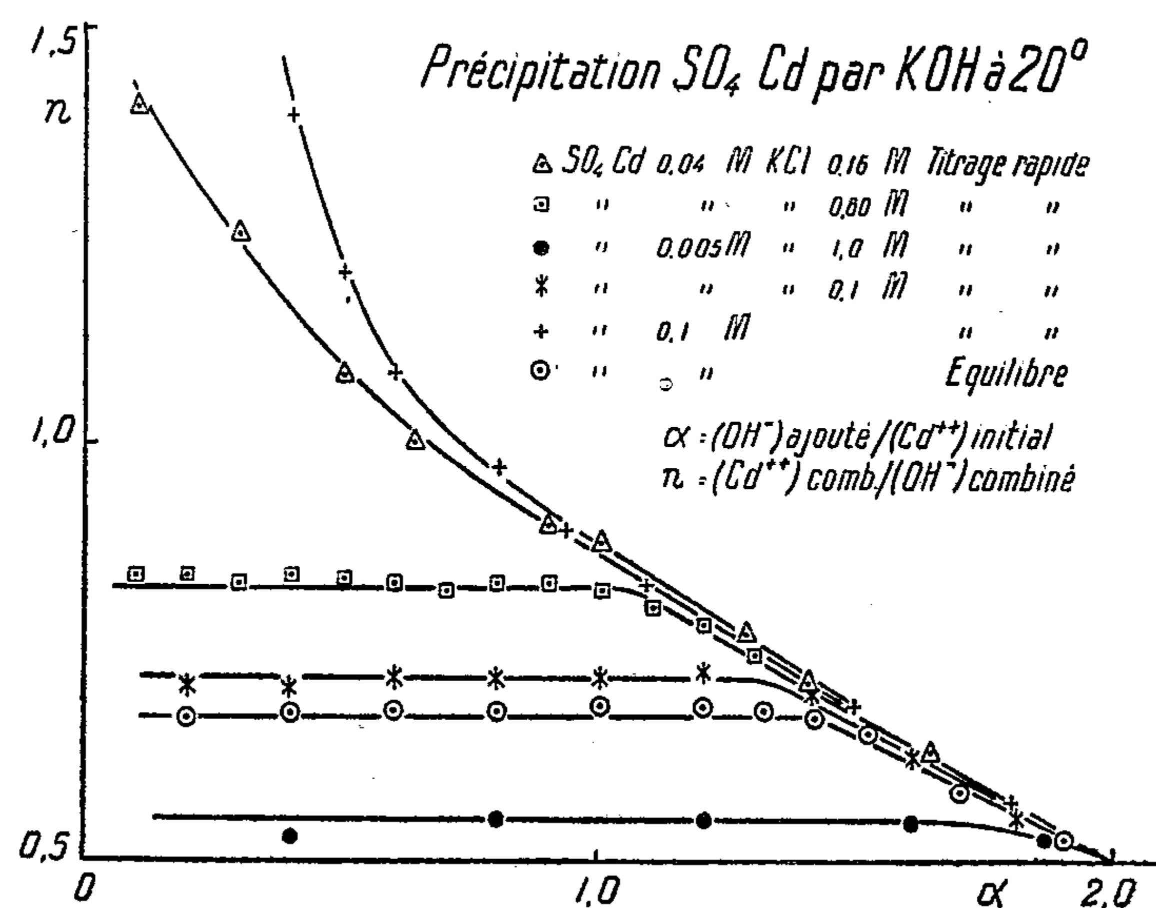
(2) *Comptes rendus*, 226, 1947, p. 494.

ficients d'activité, le rapport

$$n = \frac{(Cd^{++})\ \text{combiné}}{(OH^{-})\ \text{combiné}} = \frac{a - (Cd^{++})}{b - (OH^{-})},$$

où (Cd^{++}) et (OH^{-}) représentent les concentrations des ions correspondants dans la solution pour une addition b de base.

La figure ci-dessous donne quelques-uns des résultats obtenus et met en évidence les faits suivants :



1° Dans un titrage rapide ($t = 10$ minutes) et en l'absence (ou en présence d'une faible quantité) de sel neutre, le précipité évolue constamment, et n'atteint la composition $Cd(OH)_2$ qu'au delà du point d'inflexion de la courbe $pH = f(\alpha)$, c'est-à-dire lorsque la base est en excès.

2° A l'équilibre ($t = 4$ mois) ou en présence d'un excès de sel neutre, il y a formation d'un composé apparemment défini, mais différant suivant la quantité de sel neutre, et qui évolue à partir d'une valeur variable de α pour atteindre $Cd(OH)_2$ lorsque la base est en excès.

3° La composition initiale du précipité est d'autant plus voisine de $Cd(OH)_2$ que la proportion de sel neutre est plus grande.

Il semble donc que l'on doive considérer les particules du précipité comme constituant un système dispersé ayant une structure analogue à celle proposée par J. Duclaux ([3]) pour l'hydroxyde ferrique. La partie inerte de la micelle serait constituée par des molécules $Cd(OH)_2$, sur laquelle seraient fixés des ions Cd^{++} assurant la charge du granule. Au cours de l'addition de base, cette

([3]) *Les colloïdes*, 1925, et R. Audubert, *Propriétés électrochimiques des systèmes dispersés*, 1944.

charge diminue et il ne reste plus, en présence d'un excès d'alcali, que la partie inerte.

La façon dont la micelle évolue dépend essentiellement du temps de contact des réactifs et de la proportion de sel neutre présent dans la solution.

En résumé, l'étude électrométrique de la précipitation de SO_4Cd à différentes concentrations et en présence de quantités variées de sel neutre montre que le précipité formé ne contient pas de groupements SO_4, mais, outre les molécules d'eau, uniquement des atomes Cd et des groupements OH.

Le rapport (Cd)/(OH) variant très largement avec les conditions de précipitation, la seule image plausible est celle d'une micelle colloïdale, à partie inerte constituée par des molécules $Cd(OH)_2$ et dont la charge est assurée par des ions Cd^{++}.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Sur la cinétique de la réaction d'oxydation du fer dans sa phase initiale.* Note [1] de MM. **Jacques Bénard** et **Jean Talbot**, présentée par M. Paul Pascal.

On sait que la vitesse d'oxydation superficielle du fer aux températures élevées est soumise en régime au processus de diffusion du fer et de l'oxygène à travers le réseau cristallin des oxydes qui forment à la surface du métal une pellicule continue. Ce mécanisme doit se traduire par une loi d'oxydation parabolique si l'on admet, comme on le fait généralement, que la vitesse de croissance de la pellicule est reliée à son épaisseur par une relation de la forme $dy/dt = K/y$.

La question a été posée à plusieurs reprises [2] de savoir si la loi parabolique, qui est approximativement suivie en régime, l'est déjà dans les premiers instants de l'oxydation. Il paraît en effet difficile d'admettre, comme l'exigerait une application sans restriction de la relation ci-dessus, que la vitesse d'oxydation soit réellement infinie lorsque la pellicule est infiniment mince.

Afin de déterminer dans quelle mesure cette observation était fondée, nous nous sommes proposé de rechercher la forme exacte de la courbe oxydation-temps au cours des premières minutes de l'oxydation. La thermobalance Chévenard, associée à un cylindre enregistreur à grande vitesse de rotation (vitesse périphérique : 0,4 mm/sec.), permet de tracer avec une très grande précision la courbe dans sa partie initiale. Il suffit d'opérer sur des lames de fer de surface relativement importante (14^{cm^2}) pour obtenir une sensibilité suffisante, et d'épaisseur assez faible ($0^{mm},3$) pour réduire la période de

---

(1) Séance du 8 mars 1948.

(2) Miley, *Trans. Electrochem. Soc.*, 81, 1942, p. 390; Evans, *Trans. Electrochem. Soc.*, 83, 1943, p. 335.

déséquilibre thermique qui accompagne l'introduction de l'échantillon dans le four.

Les courbes obtenues dans ces conditions entre 850° et 1050° peuvent se décomposer en trois périodes successives (*fig.* 1) :

a. période OA d'établissement de l'équilibre thermique, dont la durée est de l'ordre de 20 secondes avec les échantillons utilisés;

b. période linéaire AB dont la durée est également de l'ordre de 20 secondes;

c. période d'allure parabolique amorçant la loi de régime.

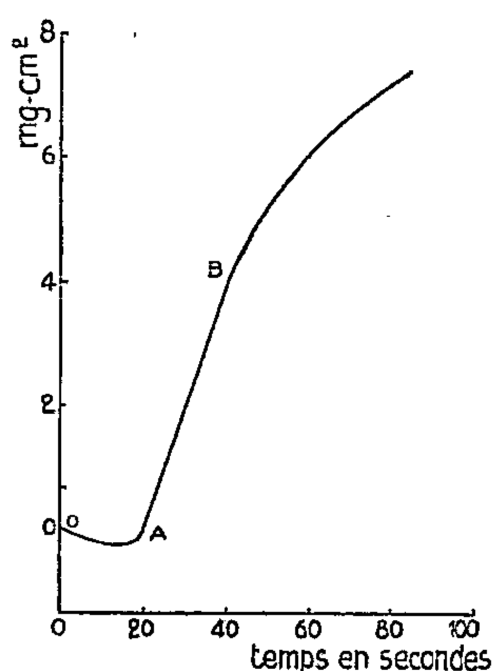


Fig. 1.

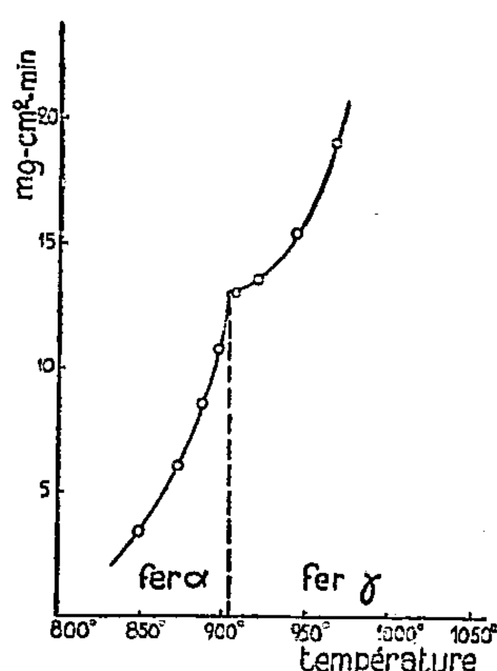


Fig. 2.

Il existe donc une période transitoire pendant laquelle la vitesse de fixation de l'oxygène est constante et indépendante de la loi de diffusion des éléments de la réaction. On peut admettre que l'on enregistre alors la vitesse réelle d'oxydation du métal dans les conditions de l'expérience. Ce processus reste valable tant que la vitesse réelle de réaction est inférieure à la vitesse de diffusion initialement très rapide. La vitesse de diffusion se ralentit ensuite progressivement du fait de l'accroissement de l'épaisseur de la pellicule en fonction du temps, et devient égale à un moment donné à la vitesse réelle d'oxydation. A partir de cet instant (B) la courbe s'infléchit et prend l'allure parabolique propre au phénomène de régime. La transition se manifeste lorsque la pellicule a atteint une épaisseur voisine de 1,3 micron à 850° et de 7 microns à 950°. Ces chiffres sont établis en la supposant constituée exclusivement par de l'oxyde FeO.

La pente de la partie linéaire qui représente la vitesse réelle d'oxydation du fer, non entravée par la diffusion, subit un accroissement important lorsque la température s'élève. La courbe de variation (*fig.* 2) présente une discontinuité prononcée vers 900°, température de transformation $\alpha \rightleftharpoons \gamma$ du fer, et la vitesse d'oxydation croît proportionnellement plus rapidement dans la zone α que dans la zone γ.

La chaleur d'activation correspondant à la réaction d'oxydation du fer α,

déduite de cette courbe, est trouvée égale à 59000 calories; elle est très voisine de la chaleur d'oxydation du fer à l'état de FeO (63000 calories). Ce résultat est à rapprocher de la valeur qui avait été antérieurement calculée par l'un de nous ([3]) dans le processus d'oxydation du fer α en régime, d'après la mesure des variations d'épaisseur de la couche d'oxyde FeO (36600 calories). La différence importante qui existe entre ces deux valeurs n'a rien de surprenant; elle doit être attribuée au fait qu'en régime le facteur régulateur est un phénomène de diffusion, tandis que dans la phase initiale il s'agit d'une véritable vitesse de réaction.

Des expériences analogues, faites sur le cuivre, mettent en évidence des périodes linéaires extrêmement réduites, sur lesquelles il est pratiquement impossible de faire aucune mesure. Cette différence entre le cuivre et le fer semblerait indiquer que comparativement aux vitesses d'oxydation réelles, les vitesses de diffusion sont plus faibles dans le cas du cuivre que dans celui du fer.

ADSORPTION. — *Vitesse d'adsorption des charbons actifs.* Note de MM. **André Mennessier** et **Raymond Boucher**, présentée par M. Gustave Ribaud.

L'étude des phénomènes de catalyse hétérogène nous a conduits à examiner l'influence des supports de catalyseurs. Le travail que nous avons entrepris a porté en premier lieu sur la détermination des propriétés spécifiques des charbons actifs, en particulier de celles qui découlent des lois générales de l'adsorption. Si, au cours de ces dernières années, on a tiré de nombreux enseignements de l'examen des courbes isothermes d'adsorption-désorption, il semble, par contre, qu'on se soit beaucoup moins occupé du problème des vitesses.

Nos travaux nous ont conduits à considérer, dans l'ensemble de la courbe des vitesses d'adsorption, le rôle de deux coefficients simples. Par la suite, nous essayerons de montrer la liaison existant entre l'un de ces coefficients expérimentaux et les hypothèses fondamentales de la théorie de Langmuir.

L'appareillage utilisé (au Service des Recherches des Houillères du Bassin du Nord et du Pas-de-Calais) est extrêmement simple; il permet de relever facilement la courbe $m = f(t)$ concernant une quantité *déterminée* de vapeur sèche de benzène mise en présence d'un échantillon de charbon actif.

Nous avons expérimenté sur une dizaine d'échantillons de différents charbons actifs et, pour tous, nous avons constaté que la masse adsorbée m croît presque linéairement avec le temps pendant les 60 premières secondes. La fonction prend ensuite une allure exponentielle dans l'intervalle s'étendant

([3]) Bénard et Coquelle, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 796 et 884 et *Rev. Métall.*, 43, 1946, p. 113.

de 60 à 800 sec. pour tendre après vers une asymptote m_0. Durant les 60 premières secondes, l'adsorption est si violente qu'il est difficile de suivre l'évolution du phénomène avec précision.

En examinant les équations des courbes expérimentales correspondant à un même échantillon de charbon actif et des masses de benzène différentes, nous en avons déduit que les courbes d'adsorption en fonction du temps peuvent, après 60 sec. de contact, être mises sous la forme :

$$\text{(I)} \qquad m = m_0 - e^{-\frac{t}{K} + b}.$$

Au point de vue cinétique, l'adsorption semble donc être un phénomène unimoléculaire. La vitesse (c'est-à-dire le nombre de molécules adsorbées en une seconde) est, à chaque instant, proportionnelle au nombre de molécules restant à adsorber. Si à $t = 0$, la masse des molécules pouvant être adsorbées (après 800 secondes de contact) est m_0, et si t secondes après il y a m grammes de molécules fixées sur le charbon en monocouche, on a l'équation différentielle

$$\frac{dm}{dt} = \frac{1}{K} e^{-\frac{t}{K} + b} = \frac{1}{K}(m_0 - m).$$

En intégrant entre les limites 0 et t, on obtient la masse des molécules fixées sur le charbon

$$m = m_0\left(1 - e^{-\frac{t}{K}}\right).$$

La masse des molécules non adsorbées est

$$\text{(II)} \qquad m_0 - m = m_0 e^{-\frac{t}{K}} \quad \text{ou} \quad \text{Log}_e \frac{m_0}{m_0 - m} = \frac{t}{K}.$$

Nous proposons d'appeler τ le temps au bout duquel la moitié de la masse correspondant à la saturation en monocouche est adsorbée physiquement. Si l'on pose $m = m_0/2$, l'équation (II) devient

$$\text{(III)} \qquad \tau = K\, \text{Log}_e 2 = 0{,}6931\, K.$$

La période τ est une grandeur entièrement indépendante de la masse m_0 correspondant à la saturation, puisque expérimentalement nous avons plusieurs fois constaté que K paraît constant quel que soit m_0. Elle peut donc servir à caractériser la vitesse d'adsorption, quelle que soit l'activité de l'échantillon, pourvu que la pression d'équilibre final p soit telle que $0{,}05 < p/p_0 < 0{,}4$ (p_0 désignant la pression de vapeur saturante de l'adsorbé).

Soit, par exemple, un échantillon de charbon actif pour lequel l'équation (I) s'écrit :

$$m = 230 - e^{-\frac{t}{177} + 4{,}86},$$

La période τ correspondante est d'environ 122 sec, ce qui signifie que toute masse adsorbable de vapeur sèche de benzène sera à moitié fixée après 122 sec de contact. La constante K (égale à 177) exprime qu'en l'espace d'une seconde la masse des molécules adsorbées est sensiblement le 1/177 de celles restant à fixer.

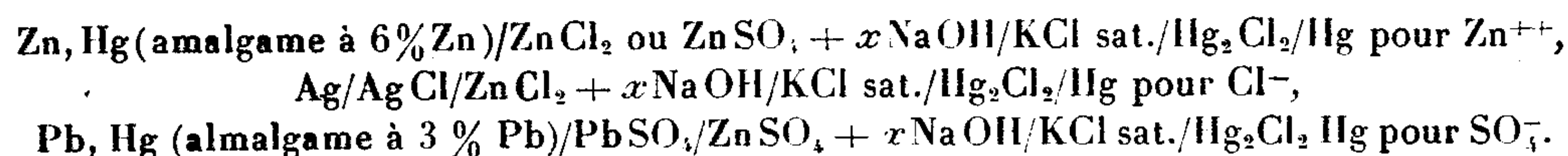
Dans tous les raisonnements précédents, nous avons admis que l'équilibre d'adsorption pour une monocouche entre charbon et vapeur sèche est presque atteint après 800 sec de contact. Cette hypothèse est vérifiée en général à quelques pour cent près et, pour tenir compte de ce fait, nous augmentons systématiquement de 3 % la valeur de m (abscisse 800 sec) servant à déterminer m_0.

En résumé, la fonction $V = \psi(t)$ peut être représentée comme une fonction discontinue comprenant tout d'abord une droite parallèle à l'axe des temps et définie jusqu'à l'abscisse 60 sec $-\varepsilon$ et ensuite une branche d'exponentielle décroissante de la valeur 60 sec $+\varepsilon$ jusqu'à $t = \infty$. L'ordonnée v de la droite caractérise le phénomène des vitesses pendant les 60 premières secondes et le coefficient τ le même phénomène au delà de 60 sec. Notons encore que pendant les 60 premières secondes la vitesse v est proportionnelle à m_0. Par la suite, nous avons cherché s'il existe un rapport entre ces valeurs caractéristiques et la nature physique du charbon actif.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude de l'hydrolyse des sels de zinc.* Note (¹) de M. **Serge de Mende**, présentée par M. Louis Hackspill.

Pour avoir une idée exacte du mécanisme de l'hydrolyse des sels de zinc, et mettre en évidence la formation éventuelle d'un sel basique, il faut tenir compte, non seulement de la variation du pH de la solution avec la quantité de soude ajoutée, mais aussi des variations possibles des activités de l'anion et du cation.

Les sels étudiés sont $ZnCl_2$ et $ZnSO_4$. L'activité des ions en solution est mesurée par la méthode potentiométrique. Pour la mesure du pH on utilise une électrode de verre. L'activité des ions Zn^{++}, Cl^- et SO_4^{--} se détermine par la mesure de la f. é. m. des piles :



Zn, Hg (amalgame à 6 % Zn)/$ZnCl_2$ ou $ZnSO_4 + x\,NaOH$/KCl sat./Hg_2Cl_2/Hg pour Zn^{++},

Ag/AgCl/$ZnCl_2 + x\,NaOH$/KCl sat./Hg_2Cl_2/Hg pour Cl^-,

Pb, Hg (almalgame à 3 % Pb)/$PbSO_4$/$ZnSO_4 + x\,NaOH$/KCl sat./Hg_2Cl_2 Hg pour SO_4^{-}.

Toutes les courbes de titrage ont été faites de deux façons différentes.

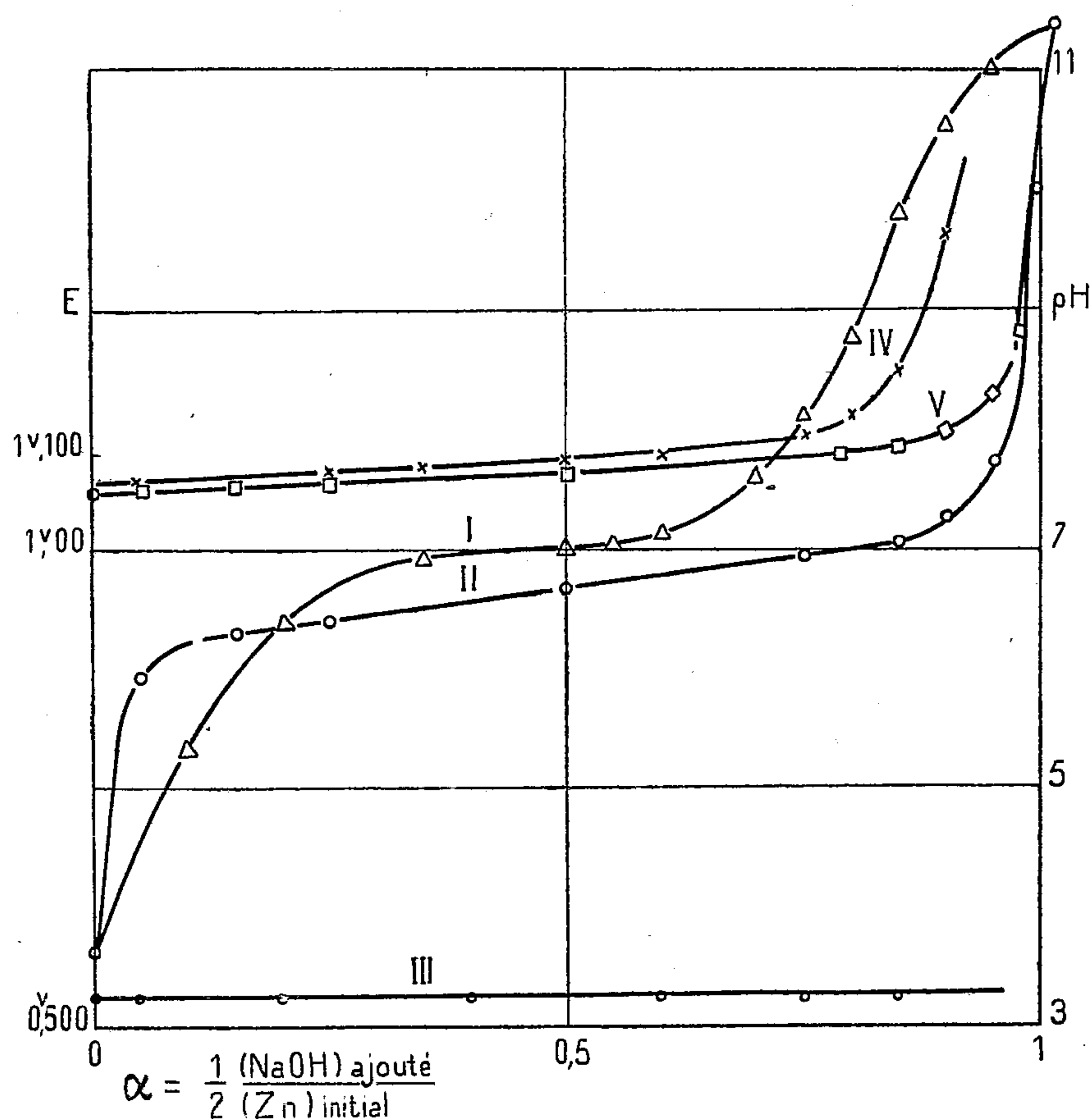
1° Des quantités croissantes de soude sont ajoutées dans les vases où se trouvent les électrodes. Toutes les mesures sont donc faites en présence du

(¹) Séance du 23 février 1948.

précipité. Après chaque addition on agite par un courant d'azote et l'on attend que le potentiel mesuré prenne une valeur stable.

2° On prépare une série de flacons contenant des quantités de plus en plus grande de soude. Ces flacons sont paraffinés pour éviter l'attaque du verre. Les mesures sont faites un mois après l'addition de soude et après filtration.

Les courbes de la figure résument les résultats expérimentaux obtenus pour une solution de $ZnSO_4$ 0,0508 M. Les courbes de titrage de $ZnCl_2$ ont une allure très voisine.



Résultats expérimentaux pour SO_4Zn.
I, pH « titrage immédiat »; II, pH titrage à l'équilibre; III, potentiel SO_4, titrages immédiat et à l'équilibre; IV, potentiel Zn « titrage immédiat »; V, potentiel Zn titrage à l'équilibre.

La figure montre une différence très nette entre les courbes de titrage obtenues par les deux méthodes. Malgré la stabilité apparente des potentiels mesurés, les courbes obtenues dans le premier cas ne sont pas des courbes à l'équilibre.

Les potentiels E_{Cl^-} et E_{SO_4} sont constants dans toute l'étendue de la courbe de titrage, aussi bien pour la courbe de titrage immédiat que pour la courbe

à l'équilibre, il ne peut donc pas y avoir d'ions Cl^- ou SO_4^{--} engagés dans le précipité.

Si, pour les courbes à l'équilibre, l'hypothèse de l'existence d'un sel basique était vérifiée, le rapport Zn combiné/NaOH combinée devrait conserver une valeur constante dans toute la zone de pH dans laquelle ce sel peut exister.

Le tableau montre que ce rapport varie d'une façon continue et ne prend une valeur constante que pour les derniers points des courbes de titrage. Dans ce dernier cas ce rapport est égal à 0,5, ce qui permet de conclure que le précipité, à partir d'une valeur déterminée du pH, se trouve entièrement sous la forme $Zn(OH)_2$.

$ZnCl_2$			$ZnSO_4$		
α.	pH.	$\frac{(Zn)_0-(Zn)}{b-(OH^-)}$.	α.	pH.	$\frac{(Zn)_0-(Zn)}{b-(OH^-)}$.
0,027.......	6,45	0,70	0,150.......	6,24	0,72
0,492.......	6,76	0,68	0,615.......	6,70	0,68
0,703.......	6,96	0,64	0,730.......	6,82	0,64
0,905.......	7,25	0,53	0,890.......	7,20	0,55
0,955.......	7,60	0,51	0,950.......	7,60	0,52
1,00........	19,20	0,50	1,00........	10,40	0,50
1,05........	11,15	0,49	1,06........	11,25	0,49

En résumé la précipitation des sels de Zn par la soude n'est pas une réaction immédiate. L'équilibre est atteint au bout de 48 heures pour les points les plus longs à s'équilibrer. Il n'y a pas formation de sels basiques de composition définie et le précipité passe par une succession d'états difficiles à préciser. Lorsque le pH de la solution atteint une valeur suffisante, tout le précipité se trouve sous la forme $Zn(OH)_2$.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur l'existence de l'oxyde mercureux.* Note (1) de M. Jules Lamure, présentée par M. Paul Pascal.

Les plus anciens auteurs affirmaient déjà qu'il ne peut être obtenu isolé. En effet, en décomposant, même à l'abri de l'air, à l'obscurité comme à la lumière, un sel mercureux par une base, on obtient un précipité noir qui, desséché, prend peu à peu une teinte verdâtre. Cependant, si le produit présente alors les caractères chimiques d'un mélange d'oxyde mercurique et de mercure finement divisé, il n'en est pas de même s'il n'est pas déshydraté. En opposant de l'oxyde mercureux ainsi isolé et de l'oxyde jaune à une solution normale de soude, Allmand (2) n'avait pas observé de potentiel définie. D'autre part les diagrammes X du produit, même encore humide, ne contiennent que les raies

(1) Séance du 8 mars 1948.

(2) *Z. Electrochemie*, **16**, 1910, p. 254.

de OHg et un fond noir attribuable au mercure. Bien qu'admettant que le rayonnement X peut le décomposer (ce qui n'est pas douteux), R. Fricke et P. Ackermann ([3]) en conclurent qu'on ne peut plus affirmer désormais l'existence de l'oxyde mercureux. Enfin A. et N. Pacault ([4]), mesurant la susceptibilité magnétique de l'oxyde desséché, trouvèrent qu'elle correspond à celle d'un mélange équimoléculaire de OHg ($\chi_s = -0,183 . 10^{-6} \pm 0,004$).

Ayant cependant de bonnes raisons de croire que l'oxyde mercureux est bien le premier produit de l'action des bases sur les sels mercureux, et que les résultats négatifs devaient provenir d'une transformation possible au cours de la dessiccation, j'ai essayé de le mettre en évidence au moyen de la formation de piles et de mesures de susceptibilité magnétique.

J'ai constitué la chaîne Hg/OHg/ClK, 0,1 N/O_2Hg_2/Hg en opposant une demi-pile formée d'une pâte d'oxyde jaune fraîchement précipité et de mercure à une autre demi-pile formée d'oxyde mercureux : 1° préparé à partir du nitrate, lavé, séparé et introduit aussitôt; 2° précipité dans la cellule elle-même en traitant un poids connu de nitrate ou de chlorure par la quantité équivalente de potasse. Pour que les concentrations restent rigoureusement identiques des deux côtés, j'ai introduit dans l'autre demi-pile une quantité de ClK correspondant à celle formée au cours de la précipitation; 3° préparé plusieurs jours auparavant, mais conservé sous l'eau froide.

Dans tous les cas une f. é. m. voisine de 0,25 volt apparaît : l'oxyde mercureux constituant le pôle positif. Il en est de même si l'on substitue de l'oxyde complètement desséché à l'oxyde mercurique de l'expérience précédente et qu'on l'oppose à de l'oxyde frais. L'apparition de cette f. é. m. manifeste évidemment une dissymétrie des deux compartiments qui s'expliquerait mal si l'oxyde mercureux n'était qu'un mélange équimoléculaire de OHg et Hg. Elle se maintient constante pendant un ou deux jours, puis diminue et enfin s'inverse. La lumière, les alcalis hâtent cette évolution. Sans interpréter les raisons de cette variation, on peut certainement assurer que le précipité résultant de l'action d'une base sur un sel mercureux n'est pas au début un mélange de mercure et d'oxyde mercurique.

En remplaçant l'oxyde frais par de l'oxyde complètement desséché à froid et à l'abri de l'air on ne constate plus de f. é. m., ce qui confirme l'observation de Allmand. Il est donc certain que la décomposition se fait au cours de la dessiccation. En traçant la courbe de perte de poids à la température constante de 15° à l'exsiccateur, on constate, en effet, à un moment, un court palier suivi d'une diminution de la pente. L'observation au microscope qui a suivi chacune des pesées a montré à ce moment sur la surface de chaque grain l'apparition de très petits globules de mercure qui grossissent au cours de l'élimination

([3]) *S. anorg. Chem.* (211), 4, 1933, p. 233.
([4]) *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 673.

totale de l'eau. Il est visible que le corps se décompose, mais la déshydratation n'évoluant pas de la même façon à la surface et à l'intérieur de la masse assez compacte, il n'a pas été possible d'évaluer si l'eau encore incluse est d'hydratation ou de constitution. Il ressort cependant de la comparaison des courbes qu'il est probable qu'elle appartient à la molécule et que le produit initial est de l'hydroxyde mercureux. Ceci paraît encore appuyé par le fait que si la précipitation est effectuée en milieu alcoolique anhydre, le produit obtenu opposé à OHg ne donne pas de f. é. m. appréciable, alors que celle-ci apparaît si l'alcool est hydraté.

J'ai voulu confirmer ce point de vue par l'étude de la susceptibilité magnétique. Les mesures ont été faites sur des produits venant d'être précipités, rapidement lavés et sommairement essorés. La quantité d'eau qu'ils contenaient a été évaluée ensuite, après exsiccation totale. La correction afférente à celle-ci ayant été faite, on a trouvé des valeurs de susceptibilité spécifique s'échelonnant entre $-0,233$ et $-0,229.10^{-6}$, alors que la valeur trouvée par additivité est $-0,230.10^{-6}$ en admettant pour $(HO)_2Hg_2$ une structure ionique. On a pris pour susceptibilité ionique, à 10^{-6} près, $(Hg^{++})_2 : -2.41,7$; $(HO)^- : -7,53$ d'après P. Pascal ([5]). Cette valeur diminue régulièrement au cours de la dessiccation et s'établit vers $-0,180.10^{-6}$ pour le produit desséché, valeur trouvée par Pacault, qui correspond bien alors à un mélange équimoléculaire de OHg et de Hg.

Malgré les causes d'erreurs introduites par les conditions des mesures, celles-ci confirment les résultats obtenus par l'étude des piles. L'action d'une base sur un sel mercureux donne de l'hydroxyde mercureux, stable dans l'eau, à l'abri de la lumière, mais se transformant au cours de la dessiccation. Le manque d'accord entre les constantes données par différents observateurs n'est donc pas étonnant.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les fluorures de chlore* FCl *et* F_3Cl. Note de MM. Louis Domange et Jean Neudorffer, présentée par M. Paul Lebeau.

D'après les travaux de Moissan ([1]) et de Lebeau ([2]), le fluor et le chlore ne se combinent pas entre le point de liquéfaction du fluor et la température ordinaire. Plus tard, Otto Ruff a montré qu'à une température suffisamment élevée ces deux gaz pouvaient réagir en donnant naissance à des fluorures de chlore. En 1928, cet auteur ([3]) indiqua la préparation et les propriétés

([5]) *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 175

([1]) *Ann. Chim. Phys.*, (6), 24, 1891, p. 240.

([2]) *Comptes rendus*, 143, 1906, p. 425; *Ann. Chim. Phys.*, (8), 9, 1906, p. 241.

([3]) Ruff et ses collaborateurs, *Z. anorg. Chem.*, 176, 1928, p. 258.

d'un fluorure FCl, puis, en 1930 ([1]), il isola le composé F_3Cl dont il avait entrevu l'existence au cours de son étude sur le corps précédent. Ces composés sont tous deux doués d'une activité chimique supérieure à celle du fluor. Ils ont été obtenus industriellement par les Allemands en vue de leur utilisation pour le chargement d'engins incendiaires ([5]).

Les constantes physiques de ces deux fluorures sont, d'après Ruff ([6]), les suivantes :

	TF (°C).	TÉ 760mm (°C).
FCl	$-154 \pm 0,5$	$-100,6$
F_3Cl	-83	$+11,3$

Sur la demande de M. Lebeau, nous avons réalisé leur préparation dans le but d'étendre nos connaissances sur les propriétés remarquables de ces dérivés fluorés.

Pour obtenir ces composés, Otto Ruff faisait réagir le fluor et le chlore à 250°C. dans un bloc de cuivre, dans la proportion de $3F_2$ pour $2Cl_2$. Il recueillait un mélange des deux fluorures dont la séparation était réalisée par fractionnement.

L'appareillage que nous avons utilisé est entièrement constitué par des tubes en cuivre dont les différentes parties sont reliées entre elles par des joints coniques de même métal. En faisant réagir les gaz dans la proportion de un volume de fluor sur un volume de chlore à 220-230°, on obtient le fluorure FCl. Ce dernier, chauffé dans un appareil semblable, faisant suite au premier, en présence de deux autres volumes de fluor à 270-280°, fournit le fluorure F_3Cl. Le fluorure FCl est recueilli dans un condenseur plongeant dans l'air liquide et le fluorure F_3Cl dans un récipient refroidi par de la neige carbonique.

Le fluorure FCl que nous avons obtenu contient un léger excès de fluor qui, lors du réchauffement, s'élimine en premier lieu avec ses caractères habituels, en particulier il ne provoque contrairement à F_3Cl ni l'inflammation du bois, ni celle du coton. Dans nos premiers essais de séparation, nous avons toujours produit en même temps une petite quantité de F_3Cl apparaissant sous forme d'un solide blanc, se vaporisant en un gaz incolore et enflammant non seulement le coton, mais encore le papier et le bois, propriétés que nous avons d'ailleurs constatées également lors de la préparation spéciale de F_3Cl.

C'est avec ce dernier composé que nous avons déjà pu répéter la plupart des expériences indiquées par Otto Ruff et vérifié sa grande réactivité, à savoir : attaque avec incandescence du coton, du coton de verre, du papier, de divers tissus, du bois, des huiles minérales, etc. Si l'on projette le corps liquide sur

([4]) Ruff et Krug, *Z. anorg. Chem.*, 190, 1930, p. 270.
([5]) *Industrial and Engineering Chemistry*, mars 1947, Reports, p. 8 A.
([6]) Ruff et Laas, *Z. anorg. Chem.*, 183, 1929, p. 214.

ces différentes substances, ces réactions ont le plus souvent un caractère explosif.

Le fluor utilisé a été préparé à l'aide des cellules Lebeau-Damiens; le chlore provenait d'un tube de chlore liquéfié.

Pouvant maintenant disposer des fluorures FCl et F_3Cl, nous nous proposons de poursuivre l'étude de ces composés d'une réactivité véritablement exceptionnelle.

CHIMIE DES COMBUSTIBLES. — *Altération bactériologique des pétroles.* Note de M. **Boris Imelik**, présentée par M. Paul Pascal.

Pour étudier l'action des bactéries sur les pétroles, nous avons ensemencé avec des bactéries du sol, d'une part un milieu synthétique (expériences série 1), d'autre part de l'eau de distribution à laquelle a été ajouté 0,1 % de $ClNH_4$ (expériences série 2). Le milieu de culture a été recouvert d'une couche de gasoil. Les témoins ont été maintenus dans des conditions aseptiques.

Déjà, au bout de 7 à 10 jours, nous avons pu constater la formation d'une émulsion dans l'huile, qui s'intensifie de plus en plus les jours suivants. Après 4 semaines, nous avons analysé les huiles et trouvé les résultats résumés dans le tableau ci-après.

	Série 1.	Série 2.	Témoins.
Densité à 20°	0,862	0,863	0,867
Indice de réfraction	1,4855	1,4854	1,4856
» brome	5,3	6,0	3,0
» saponification	18,2	14,2	13,2
Acides naphténiques : poids (%)	0,43	0,19	0,25
Distillation :			
Point départ	172°	170°	150°
10 %	204	205	183
30	230	229	223
50	262	260	258
70	295	296	300
90	335	337	345
Point final	341	342	362
Hydrocarbures aromatiques et éthyléniques : vol. (%)	25,2	24,8	28
Densité de la fraction	0,98	0,98	0,93
Hydrocarbures paraffiniques et naphténiques : vol. (%)	74,8	75,2	72
Densité de la fraction	0,816	0,812	0,842
Indice de réfraction	1,4513	1,4520	1,4506
Constante de Kurtz et Ward (¹)	1,043	1,046	1,03

(¹) *Ind. Eng. Chem.* (Anal. Ed.), 10, 1938, p. 559.

	Série 1.	Série 2.	Témoins.
Distillation :			
Point départ	172°	170°	190°
Jusqu'à 200°	7%	7%	3%
200-250°	33	32	25
250-300	68	66	60
300-340	79	76	90
Point final	342°	344°	362°

Nous constatons :

1° L'augmentation des acides naphténiques. Le fait qu'on trouve dans la série 2 moins d'acides que dans le témoin s'explique ainsi : le pH (de l'eau ou du milieu synthétique) est en fin d'expérience 8,0 pour la série 1, 9,2 pour la série 2 et 7,0 à 7,2 pour la série témoin. A la suite de l'action des bactéries, l'eau dans la série 2 est alcalinisée (formation de CO_2) et les acides naphténiques passent de l'huile dans l'eau comme naphténates.

2° L'augmentation de la densité et la disparition partielle des fractions légères dans la fraction des hydrocarbures aromatiques et éthyléniques.

3° L'augmentation de l'indice de brome, qui indique la conversion des hydrocarbures saturés en hydrocarbures non saturés.

4° La baisse considérable de la densité et du point d'ébullition dans la fraction des hydrocarbures paraffiniques et naphténiques. De plus, la constante de Kurtz et Ward (1) montre pour l'huile témoin la présence des hydrocarbures di- et tri-cycliques; par contre, pour l'huile altérée elle a la valeur typique des hydrocarbures paraffiniques, ce qui indique donc une disparition considérable des hydrocarbures cycliques.

De ces faits, nous croyons pouvoir déduire la possibitité d'un cracking des hydrocarbures lourds, particulièrement la possibilité de l'ouverture des cycles à la suite de l'action des bactéries.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Réduction condensatrice de l'oxyde de mésityle.* Note (1) de MM. **Joseph Wiemann** et **Charles Glacet**, présentée par M. Marcel Delépine.

La réduction de l'oxyde de mésityle a déjà été effectuée par de nombreux auteurs et dans des conditions très variées (2), (3), (4); mais l'un de nous (5)

(1) Séance du 8 mars 1948.

(2) Harries, Hübner, *Liebigs Annalen*, 296, 1897, p. 295.

(3) Law, *Jour. Chem. Soc.*, 101, 1912, p. 1016.

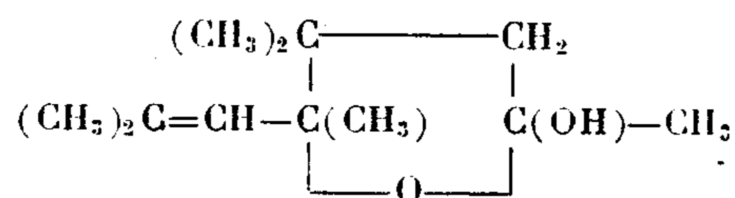
(4) Vogel, *Jour. Chem. Soc.*, 29, 1927, p. 598.

(5) J. Wiemann, *Bull. Soc. Chim.*, (5), 6, 1939, p. 1125.

ayant émis l'hypothèse que les aldéhydes α éthyléniques pouvaient être réduits en donnant des α hydroxy-tétra-hydrofurannes, l'un des noyaux fondamentaux des oses, cette idée s'est trouvée entièrement vérifiée ([6]); elle a pu être étendue au mélange d'acétophénone et d'aldéhydes α-éthyléniques ([7]); nous avons pu montrer que l'oxyde de mésityle donne facilement ce cycle.

Des réductions effectuées dans des conditions variables par le magnésium ou le zinc et l'acide acétique redonnent en moyenne 35 % de l'oxyde de départ, mais très enrichi en forme méthénique ([8]), ([9]); la fraction réduite se compose de 30 % de cétone saturée, 8 % d'alcool éthylénique, 42 % de produits furanniques et 10 % de glycol diéthylénique.

Parmi les produits furanniques, 16 % se trouvent sous la forme du composé primitif $C_{12}H_{22}O_2$ (C % 72,4; H % 11,2 pour 72,7 et 11,1 calc.; F 46°,25; $É_{14}$ 115-116°; n_D^{17} 1,4660; D_4^{17} 0,9667; d'où RM 56,73 pour 58,11) ou



A ce corps avaient été attribuées des formules variées ([2]), ([3]), ([4]) comportant des liaisons cétoniques, en particulier; or le spectre Raman ne donne qu'une raie éthylénique à 1686 cm^{-1}, en accord parfait avec la structure proposée; d'autre part l'indice d'iode de 125 pour 128 calc. ne révèle qu'une double liaison; la formation d'une oxime et d'une semicarbazone observée par les auteurs cités est en accord avec cette forme furannosique, comme on l'a déjà vérifié ([7]); l'obtention de l'acide tétraméthylsuccinique par oxydation chromique n'est pas en contradiction avec notre formule; car en milieu acide, même à froid, ainsi lors de la préparation, on obtient des produits de déshydratation transposés. Le produit isolé à 115-116° sous 14^{mm}, qui cristallise pratiquement entièrement, contient une très faible fraction fondant d'abord à 55°, difficile à purifier (F final 78°,5); c'est sans doute l'autre stéréoisomère pouvant être obtenu par cyclisation de la forme ouverte du furannose; il a même formule brute et ces isomères ont été obtenus aussi dans le cas des aldéhydes α-éthyléniques ([6]).

Les autres composés furanniques se trouvent pour 7 % sous la forme normale, 15 % sous la forme anormale; leur structure analogue à celle observée pour les α-hydroxytétrafurannes déjà étudiés ([6]) n'est pas encore complètement fixée.

Le glycol diéthylénique de même composition brute, mais donnant un

---

([6]) Ch. Glacet, *Ann. Chim.*, (12), 2, 1947, p. 293.

([7]) J. Wiemann, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 143.

([8]) Stross, Monger et Finch, *J. Am. Chem. Soc.*, 69, 1947, p. 1627.

([9]) G. Dupont et Mlle L.-M. Menut, *Bull. Soc. Chem.*, (5), 6, 1939, p. 1215.

indice d'iode de 254 pour 256 calculé passe bien plus haut vers 126° s : 15mm et doit correspondre au mélange de diastéréoisomères attendus par réduction en pinacols de l'oxyde de mésityle. Les détails expérimentaux paraîtront dans un autre Recueil.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le mécanisme de l'hydrolyse des triglycérides.* Note (1) de MM. **Charles Paquot** et **Henri Richet**, présentée par M. Paul Pascal.

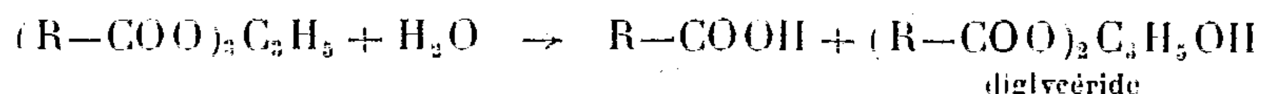
L'hydrolyse des triglycérides en acides gras et glycérol est une réaction qui, *a priori*, peut s'effectuer selon deux mécanismes possibles :

a. Hydrolyse directe

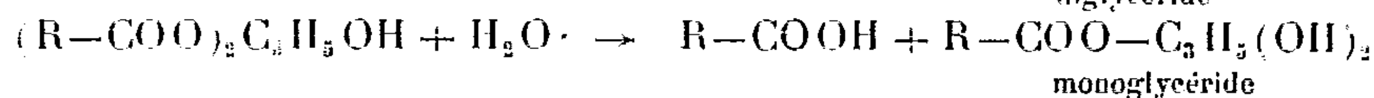


$$(R-COO)_3C_3H_5 + 3\,H_2O \rightarrow 3\,R-COOH + C_3H_5(OH)_3$$

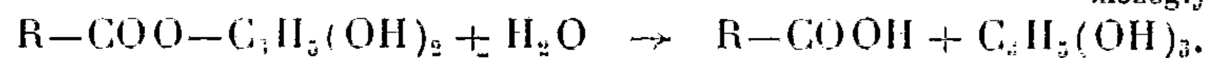
b. Hydrolyse par étapes avec formation transitoire de di- et de monoglycérides



$$(R-COO)_3C_3H_5 + H_2O \rightarrow R-COOH + \underset{\text{diglycéride}}{(R-COO)_2C_3H_5OH}$$



$$(R-COO)_2C_3H_5OH + H_2O \rightarrow R-COOH + \underset{\text{monoglycéride}}{R-COO-C_3H_5(OH)_2}$$



$$R-COO-C_3H_5(OH)_2 + H_2O \rightarrow R-COOH + C_3H_5(OH)_3.$$

Divers auteurs admettent que l'hydrolyse des triglycérides se fait par étapes, et non pas directement, mais jusqu'ici peu de preuves concluantes ont été données de ce fait : signalons seulement que E. Schlenker et J. Gnaedinger (2) ont mis en évidence de faibles quantités de monoglycérides dans les acides gras obtenus dans des hydrolyses industrielles d'huile de palme faites en présence d'oxyde de zinc, et que A. Frazer et H. Sammons (3) ont montré la formation de mono (ou de di) glycérides dans l'hydrolyse de l'huile d'olive catalysée par la lipase pancréatique.

Afin de mettre en évidence le mécanisme exact de l'hydrolyse des triglycérides nous avons effectué celle-ci sans catalyseur et à l'autoclave à haute température (de 200 à 275°), ce qui permet d'opérer en phase homogène, l'eau étant soluble dans les huiles et les acides gras à ces températures [à 260° le suif (4) dissout 14 % d'eau et les acides gras en dérivant 28 %]. Nous avons d'ailleurs vérifié ce résultat de la solubilité de l'eau dans les huiles à haute température, donc sous pression élevée.

Parmi les nombreux essais que nous avons effectués, et qui tous ont conduit

(1) Séance du 1er mars 1948.

(2) *J. Amer. Oil Chem. Soc.*, 24, 1947, p. 239.

(3) *Biochem. J.*, 38, 1944; *Proceedings.*

(4) Henkel, *B. F.*, 808-069, 1936.

à des conclusions analogues, nous citerons les deux suivants qui illustrent particulièrement bien les résultats obtenus.

1er *exemple.* — Hydrolyse d'une huile de coprah par 20 % d'eau (en poids) sans catalyseur, la température croissant régulièrement de 200 à 250° pendant la durée de l'expérience. Les indices d'acide et d'hydroxyle sont mesurés, après refroidissement et décantation, sur la phase grasse anhydre, et les teneurs en glycérol sur la phase aqueuse après deux filtrations et décantations. Les résultats sont résumés par les courbes de la figure 1.

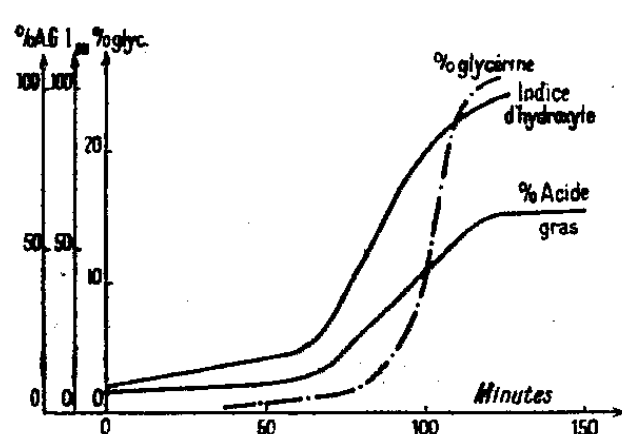


Fig. 1.

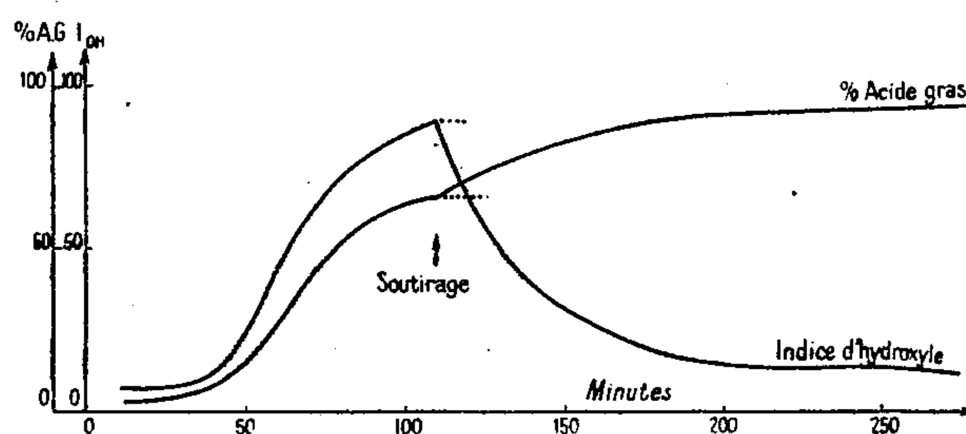


Fig. 2.

En prolongeant l'hydrolyse jusqu'à 150 minutes et à une température de 270°, le pourcentage d'acides gras libérés reste fixé à 61,3 % : nous avons atteint l'équilibre.

De ces courbes nous pouvons déduire que : 1° l'indice d'hydroxyle atteignant des valeurs importantes (98 à l'équilibre), la phase grasse contient des di- et monoglycérides; en outre l'apparition de ces corps se fait de façon progressive pour aboutir à un équilibre entre les 6 constituants du mélange. Cet équilibre d'ailleurs dépend de la quantité d'eau mise en jeu, comme le montre le tableau suivant se rapportant à une température de 275° et à une huile de palme fortement acide (indice d'acide initial : 35) :

Eau mise en jeu (%).	I. A. à l'équilibre.	Acides gras (%).
15.......	161	83,4
12.......	160	82,9
10.......	127	65,8
7.......	120	65,2

2° La libération du glycérol se fait d'abord extrêmement lentement, puis démarre brusquement et devient stationnaire, ce qui prouve encore que la réaction se fait par étapes puisque dans le cas contraire la quantité de glycérol libéré serait proportionnelle à la quantité d'acides gras formés, ce qui n'a pas lieu.

2e *exemple.* — Hydrolyse d'une huile de palme raffinée par 15 % d'eau (en poids) à la température de 275°.

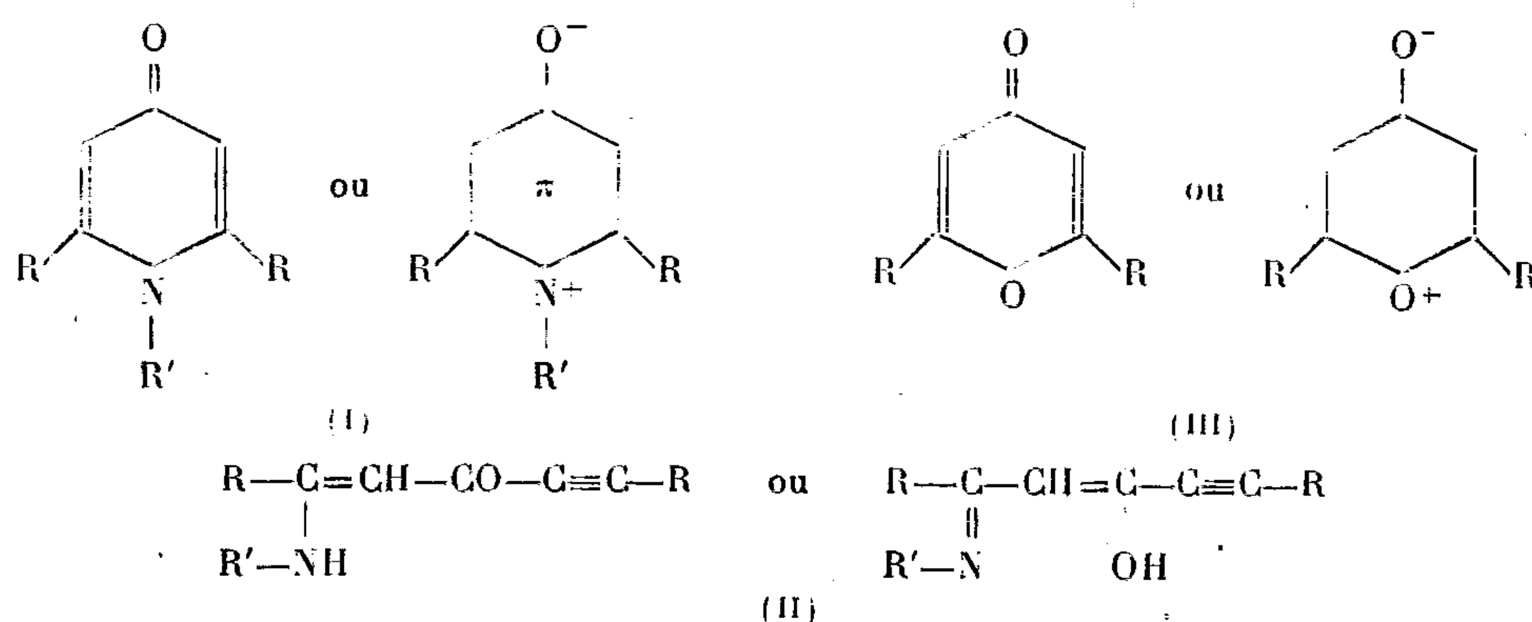
Une fois l'hydrolyse arrivée à son équilibre (ici 65,8 % d'acides gras), nous avons enlevé la phase glycérineuses (soutirage) et l'avons remplacée par la même quantité d'eau pure. Les résultats obtenus sont résumés par les courbes de la figure 2.

Les constatations que l'on peut faire dans cette deuxième expérience sont les mêmes que précédemment : il y a formation notable de di- et de monoglycérides au cours de l'hydrolyse, et l'on aboutit à un équilibre entre les divers constituants qui sont alors en phase homogène; d'autre part nous voyons que grâce au soutirage l'hydrolyse repart et devient presque totale (ici 98,4 %), alors que la proportion de di- et de monoglycérides diminue rapidement.

En conclusion nous pouvons dire que la réaction d'hydrolyse des triglycérides par l'eau seule, sans catalyseur, à haute température, est une réaction qui se fait par étapes avec passage par les di- et monoglycérides, et qu'elle aboutit à un équilibre entre les divers constituants.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une nouvelle synthèse des pyrones.* Note [1] de Mlle **Janine Chauvelier**, présentée par M. Paul Pascal.

Ayant montré [2] que l'addition de l'ammoniac ou des amines primaires sur les cétones diacétyléniques R—C≡C—CO—C≡C—R engendre des pyridones (I) par l'intermédiaire des composés d'addition (II), j'ai pensé que l'hydratation de ces mêmes cétones conduirait aux pyrones correspondantes (III)



Lorsqu'on chauffe la dipropynylcétone (R = CH_3), F 81°, avec de l'acide sulfurique à 10 %, on observe d'abord la fusion de la cétone en une huile incolore qui jaunit, puis se dissout lentement dans le milieu aqueux; ce dernier, neutralisé par l'ammoniac, renferme la diméthylpyrone, F 133°, extractible à

(1) Séance du 8 mars 1948.

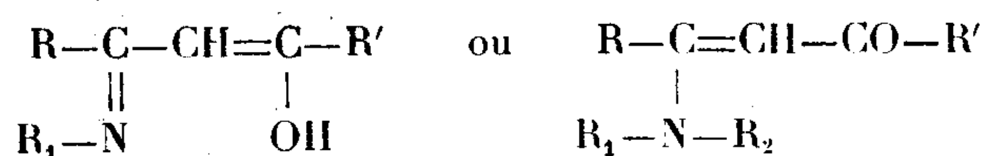
(2) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 476.

l'éther. Le rendement de la transformation, qui demande environ 1 heure d'ébullition, est sensiblement quantitatif.

Par contre, la bisphénéthynylcétone ($R=C_6H_5$), F 69°, sans doute du fait de sa grande insolubilité, ne s'hydrate pas dans ces conditions; elle se résinifie progressivement.

Mais chauffée quelque temps avec de l'acide sulfurique dilué, en présence de sulfate mercurique, elle engendre un précipité métallique que l'acide à 50 % à l'ébullition hydrolyse en diphénylpyrone avec de mauvais rendements.

On savait d'autre part que les dérivés d'addition des amines non tertiaires aux cétones monoacétyléniques :



s'hydrolysent, par ébullition avec l'acide chlorhydrique concentré en dicétones-β : $R—CO—CH_2—CO—R'$ (³), et que les dicétones-β acétyléniques : $R—CO—CH_2—CO—C\equiv C—R'$ se cyclisent spontanément en pyrone (⁴).

On pouvait donc espérer hydrater les cétones diacétyléniques par l'intermédiaires de leurs dérivés d'addition.

Les dérivés (II) obtenus par addition de l'ammoniac ou de la méthylamine sur la dipropynyl cétone ($R'=H$ ou $CH_3R=CH_3$) se dissolvent à froid dans l'acide sulfurique à 5 % vers 60°, la solution jaunit, et, si elle est suffisamment concentrée, il se sépare une huile fortement colorée en jaune.

A 100°, cette huile se redissout rapidement, et, du milieu homogène neutralisé, il est facile d'extraire la diméthylpyrone avec un rendement quantitatif.

Si l'on sépare l'huile jaune, elle subit, vers 180°, une cyclisation presque explosive et engendre quantitativement la diméthylpyrone; la réaction est à rapprocher de l'isomérisation explosive des dérivés (II) en pyridones correspondantes, et l'huile jaune est formée en grande majorité de la dicétone acétylénique dont toute purification semble impossible.

Les dérivés (II) de la bisphénéthynyl cétone s'hydrolysent bien plus lentement; toutefois par ébullition prolongée avec l'acide sulfurique à 10 %, ils sont transformés en diphényl pyrone (F 139°,5) avec des rendements à peu près quantitatifs.

La réaction est d'autant plus rapide que l'amine condensée à la bisphénéthynyl cétone est plus simple (15 minutes pour $R=H$, 30 minutes pour $R=CH_3$, 10 heures pour $R=C_6H_5$ ou $C_6H_5—CH_3$); il semble donc que c'est uniquement l'insolubilité du composé (II) qui paralyse la réaction.

(³) ANDRÉ, *Thèse*, Paris, 1912.
(⁴) RUHEMANN, *J. Chem. Soc.*, 93, 1908, p. 431.

Le résultat reste le même si l'on fait appel à des dérivés d'addition de l'ammoniac, d'une amine primaire ou d'une amine secondaire quelconque. Mais avec les dérivés (II) de la bisphénéthynylcétone, il n'a pas été possible d'isoler la dicétone acétylénique, celle-ci se cyclisant au fur et à mesure de sa formation.

L'emploi des dérivés d'addition des amines a donc pour double avantage de faciliter et de généraliser la réaction d'hydratation des cétones diacétyléniques en γ-pyrones.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Bishydroperoxyde de mésodiphényldihydroanthracène.* Note [1] de M. **Christian Pinazzi**, présentée par M. Charles Dufraisse.

J'ai décrit dans une précédente Note [2] quelques monohydroperoxydes dérivés du photooxyde de mésodiphénylanthracène [3]. La poursuite de ce travail m'a amené à préparer un bishydroperoxyde (I) dont la structure rappelle celle de l'hydroperoxyde de trityle [4], chacun des deux mésocarbones tritaniques portant une fonction — O — OH.

Ce peroxyde (I) s'obtient avec un rendement de 70 % par agitation prolongée d'une suspension du mésodichlorure diphényldihydroanthracénique [5] dans le dioxane, en présence d'un grand excès de perdydrol à 80 % et de la quantité théorique de pyridine. Il se forme encore par fixation d'une seule molécule de H_2O_2 sur le photooxyde [3] sous l'influence de 1 % de SO_4H_2. Le mécanisme doit être en relation avec l'ouverture du pont transannulaire par les acides, telle qu'elle a été suggérée antérieurement [2] pour expliquer l'action des hydracides sur le photooxyde; ici l'ion négatif est aussitôt remplacé par — O — OH. Le diquinol diphénylanthracénique n'est pas attaqué dans ces conditions. En utilisant une forte proportion d'acide, on provoque la formation d'anthraquinone, sans doute par dégradation du peroxyde (I) formé intermédiairement.

Bishydroperoxyde (I) ($C_{26}H_{20}O_4$) — Fusion instantanée vers 240°, avec décomposition. Chauffé en quantité notable, il explose déjà aux environs de 210° et laisse un résidu renfermant de l'anthraquinone. Cristallisé dans l'acétone, il donne un solvate avec deux molécules, lequel régénère le peroxyde (I) par simple chauffage sous vide à 90°. Il est relativement stable au-dessous de 120°, bien que doué de nettes propriétés oxydantes; il libère l'iode

(1) Séance du 8 mars 1948.

(2) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1012.

(3) Ch. Dufraisse et A. Étienne, *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 280.

(4) H. Wieland et H. Maier, *Ber. d. Chem. Ges.*, **64**, 1931, p. 1205.

(5) C. Pinazzi, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 1150 et **225**, 1947, p. 503.

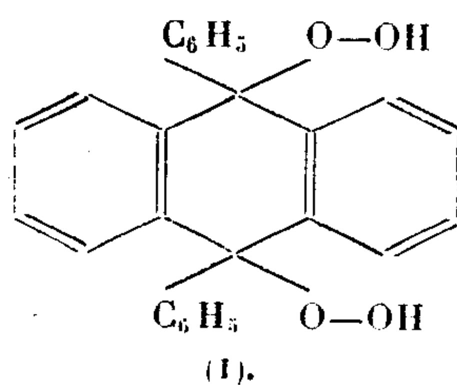
à froid des solutions acétiques d'iodures et attaque lentement l'acétone. Comme la plupart des peroxydes de cette série, il présente une halochromie vert foncé dans SO_4H_2, tandis que les dérivés non peroxydiques se colorent en bleu foncé.

J'ai isolé dans la réaction de formation à partir du dichlorure un corps qui est probablement le bishydroperoxyde stéréoisomère. Il ne se forme qu'en très faibles proportions; il est fort soluble et difficile à extraire. Il fond vers 135-138°, bouillonne vivement sur le bloc et présente l'halochromie vert foncé.

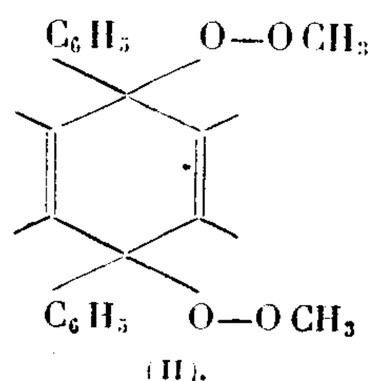
Diéthreméthylique (II) ($C_{28}H_{24}O_4$). — F_{inst} 223-225° avec décomposition et bouillonnement. Il est obtenu par action du sulfate de méthyle, en milieu alcalin, sur le peroxyde précédent. Le méthanol à 1 % de SO_4H_2 agit différemment et donne surtout le diéther méthylique non peroxydique, correspondant au diquinol ([5]) : deux méthoxyles se fixent sur les mésocarbones, tandis qu'il s'élimine deux H_2O_2.

Diester acétique (III) ($C_{30}H_{24}O_6$). — Il se fait à partir du peroxyde (I) par action prolongée du complexe pyridine-chlorure d'acétyle dans un excès de pyridine à froid. Il est peu soluble et se décompose de façon explosive, instantanément vers 210°, et au bout d'un temps plus ou moins long au-dessous de cette température.

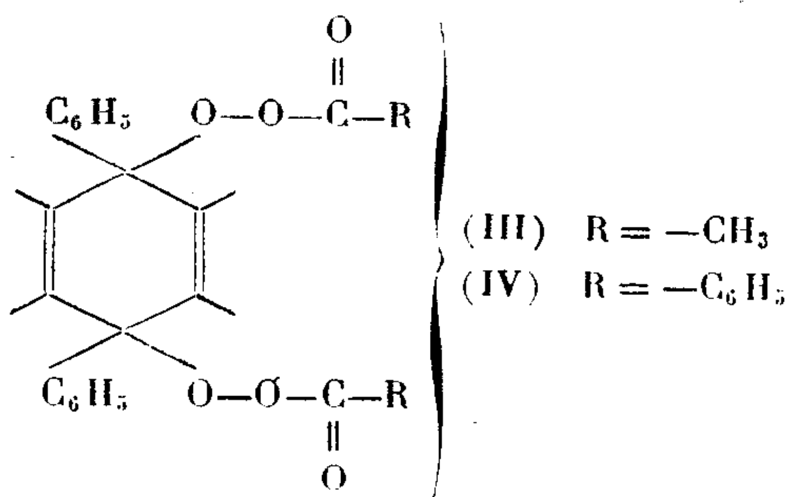
Diester benzoïque (IV) ($C_{40}H_{28}O_6$). — Il s'obtient en traitant à froid le peroxyde (I) par le chlorure de benzoyle en solution pyridinique. Il est caractérisé par une solubilité presque nulle dans les solvants usuels, même à l'ébullition. Il se décompose instantanément, de façon explosive, vers 200°.



(I).



(II).



Le chlorure d'acétyle en solution chloroformique ou sulfocarbonique agit sur le bishydroperoxyde (I) et provoque la formation d'anthraquinone par arrachement des deux mésophényles que l'on retrouve sous forme d'acétate

de phényle. Il se fait une double dégradation rappelant celle mise en évidence par H. Wieland ([1]) dans la pyrolyse de l'hydroperoxyde de trityle, et ici même dans la décomposition thermique du peroxyde (I).

Le chlorure de benzoyle dans les mêmes conditions n'attaque guère le peroxyde (I). Pour une plus forte proportion de réactif, il se forme surtout des résines, mais très peu d'anthraquinone.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'instabilité des benzhydrylamines N-substituées.* Note ([1]) de M. **Roger Cantarel**, présentée par M. Louis Hackspill.

Les benzhydrylamines N-substituées $(C_6H_5)_2{>}CH{-}NH{-}R$ sont considérées comme des bases stables. On a cependant signalé un cas d'isomérisation pour l'une d'elles, la N-phénylbenzhydrylamine, qui, dans certaines conditions, donne naissance au *p*-aminotriphénylméthane ([2])



$$(C_6H_5)_2{>}CH{-}NH{-}C_6H_5 \rightarrow (C_6H_5)_2{>}CH{-}C_6H_4{-}NH_2.$$

Cette isomérisation peut rentrer dans le cadre des transformations connues des anilines N-alcoylées, mais rappelle curieusement les transpositions analogues si souvent observées pour les *imines*.

Divers résultats spectrographiques m'ont amené, par ailleurs, à étudier la stabilité de ces bases secondaires et à tenter sur elles une réaction d'hydrolyse. J'ai ainsi examiné un certain nombre de benzhydrylamines N-substituées (N-arylées et N-alcoylées), que j'avais eu l'occasion de préparer par voie catalytique à partir des diphénylcétimines N-substituées ([3]). L'expérience montre que ces bases, chauffées en présence d'eau, à l'abri de l'air, sous pression réduite, subissent une scission analogue à celle que l'on observe pour les imines; il y a rupture de la liaison C—N du carbone méthanique avec mise en liberté de l'amine primaire $R{-}NH_2$ correspondant au radical substitué R et formation de produits plus ou moins complexes résultant de réactions secondaires.

La vitesse de cette décomposition est accrue par addition d'acide chlorhydrique : c'est ainsi que la N-phényl benzhydrylamine chauffée en présence d'eau à 150° pendant 38 heures ne libère que peu d'aniline; en présence d'acide chlorhydrique normal, et à la même température, cette dernière base apparaît nettement en quelques minutes.

La scission est, d'autre part, beaucoup plus rapide pour les benzhydrylamines N-*arylées* que pour les benzhydrylamines N-*alcoylées* : au bout de 5 heures,

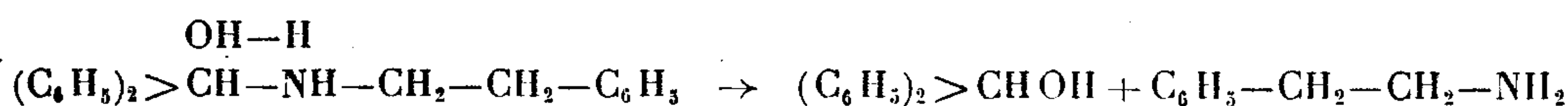
([1]) Séance du 8 mars 1948

([2]) Busch et Rinck, *Ber. dtsch. chem. Ges.*, 38, 1905, p. 1767.

([3]) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 403.

à 150°, en présence d'acide chlorhydrique normal, la proportion de N-phényl benzhydrylamine décomposée est de l'ordre de 50 % ; pour la N-β-phényléthyl benzhydrylamine, elle est seulement de 27 % au bout de 48 heures.

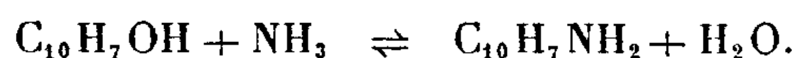
Dans le cas des benzhydrylamines N-alcoylées, les réactions secondaires sont particulièrement simples. La N-β-phényléthyl benzhydrylamine, par exemple, se dédouble uniquement en β-phényléthylamine et *benzhydrol*. Cette scission semble donc bien être le résultat d'une hydrolyse et pourrait s'interpréter globalement par le schéma :



$$\overset{\text{OH—H}}{(C_6H_5)_2{>}CH{-}NH{-}CH_2{-}CH_2{-}C_6H_5} \rightarrow (C_6H_5)_2{>}CHOH + C_6H_5{-}CH_2{-}CH_2{-}NH_2$$

Dans le cas des benzhydrylamines N-arylées, au contraire, les réactions secondaires sont très importantes et l'on ne retrouve pas le benzhydrol à côté de l'arylamine, mais des composés pouvant résulter de réactions entre le benzhydrol et cette arylamine. C'est ainsi que la N-phényl benzhydrylamine fournit, en plus de l'aniline, le *p-amino triphénylméthane* et un corps cristallisant dans l'alcool en fines aiguilles blanches ($F_{corr.}$ 177°,5), reconnu identique au N-*dibenzhydryl p-amino triphénylméthane* précédemment décrit [4].

Pour les benzhydrylamines N-*naphtylées*, il intervient une autre réaction secondaire : l'hydrolyse de la naphtylamine libérée. Après scission de la N-α-naphtyl benzhydrylamine en effet, on ne retrouve pas trace d'α-naphtylamine; par contre il s'est formé de l'*α-naphtol* et de l'*ammoniaque*, suivant la réaction classique, mais ici cette hydrolyse est *quantitative*. De même, la décomposition de la N-β-naphtyl benzhydrylamine conduit au *β-naphtol* et à l'*ammoniaque*. Ce dernier résultat est plus surprenant, car c'est la réaction inverse (amination du β-naphtol par l'ammoniac) que l'on observe habituellement, en opérant d'ailleurs sous pression [5]. La désamination de la β-naphtylamine n'a pas été signalée, à ma connaissance; mais il est normal de déplacer l'équilibre vers la formation du naphtol en opérant sous pression réduite :



$$C_{10}H_7OH + NH_3 \rightleftharpoons C_{10}H_7NH_2 + H_2O.$$

Tendance à l'isomérisation, fragilité de la liaison carbone-azote, tels sont donc les caractères singuliers des benzhydrylamines N-substituées, caractères classiques de la liaison iminique. Cette instabilité est si marquée pour les *benzhydrylamines* N-*arylées* qu'on peut la rapprocher de celle des *diphénylcétimines* N-*arylées* $(C_6H_5)_2{>}C{=}N{-}Ar$ dont elles dérivent.

---

(4) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 638.
(5) *Badische Anilin und Sodafabrik*, D. R. P. 14612, 1881.

RADIOCRISTALLOGRAPHIE. — *Quelques précisions sur l'analyse quantitative par les rayons X de mélanges binaires et ternaires de carbonate de calcium anhydre.* Note ([1]) de M. **Joseph Stolkowski**, présentée par M. Charles Mauguin.

L'étude quantitative des mélanges d'aragonite et de calcite a été faite par M. R. Faivre à l'aide d'une chambre à focalisation associée au monochromateur ([2]). Avec un appareillage similaire, en utilisant la méthode de transmission de M. Guinier, j'ai repris cette étude sur les mélanges binaires d'aragonite et de calcite, de vatérite ([3]) et d'aragonite, de vatérite et de calcite. Les diagrammes obtenus ([4]) ont été enregistrés au microphotomètre électronique Leeds et Northrup qui donne des enregistrements logarithmiques ([5]).

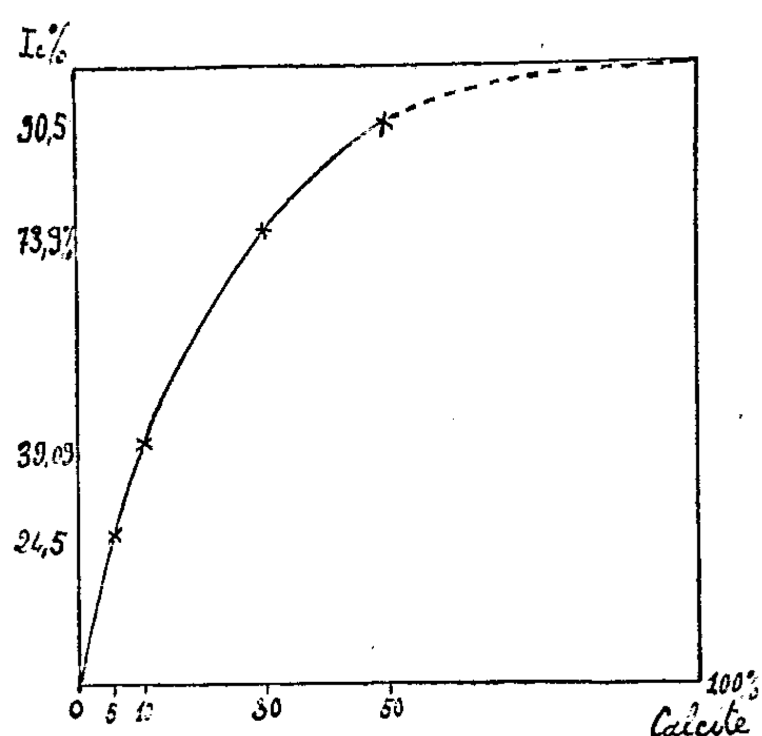


Fig. 1.

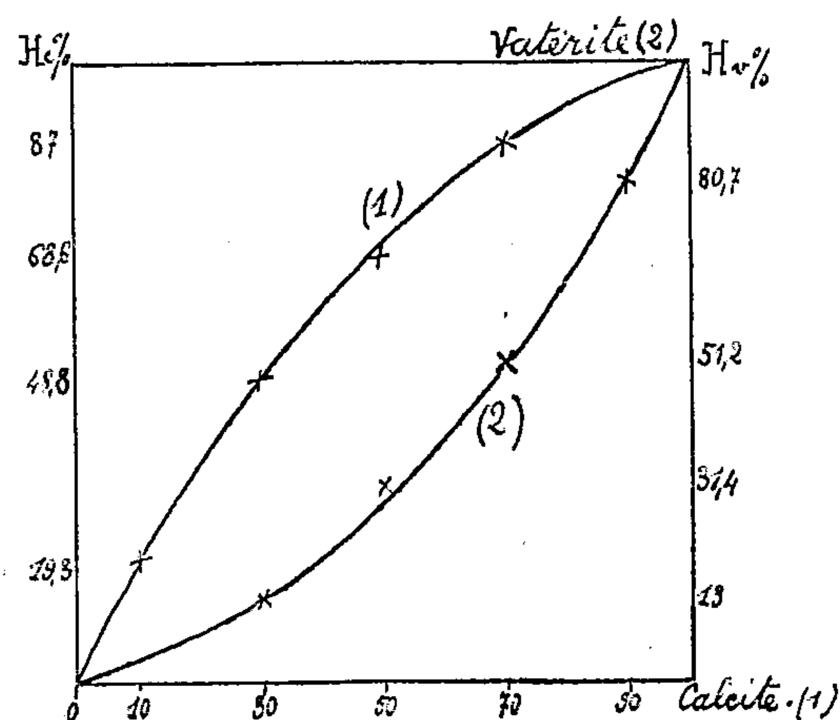


Fig. 2.

La zone d'utilisation la plus favorable se limite à 50 % de calcite.

Pour chaque série de diagrammes, on trace une courbe : on porte en abscisse le pourcentage en poids d'un constituant; en ordonnée (suivant le principe qui m'a été suggéré par M. Guinier) le pourcentage correspondant des intensités mesurées en évaluant soit la surface des raies enregistrées, soit la hauteur maxima de ces mêmes enregistrements. La figure 1, qui se rapporte à des mélanges aragonite-calcite, a été construite en utilisant les surfaces, avec, en ordonnée

$$I_c\,\% = \frac{\text{Int. calc.} \times 100}{\text{Int. calc.} + \text{Int. arag.}}.$$

([1]) Séance du 8 mars 1948.

([2]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 140; *Métaux et corrosion*, 1947; p. 21-27.

([3]) J. Stolkowski, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 312.

([4]) Une partie des diagrammes a été réalisée par M. Guinier.

([5]) Je dois à M. Morpain les enregistrements au microphotomètre du Laboratoire Central des Poudres.

La figure 2 (mélanges de vatérite et de calcite) utilise les hauteurs maxima. Nous avons donc en ordonnée :

(Courbe 1) $$H_c\,\% = \frac{\text{Haut. calc.} \times 100}{\text{Haut. calc.} + \text{Haut. vat.}},$$

ou

(Courbe 2) $$H_v\,\% = \frac{\text{Haut. vat.} \times 100}{\text{Haut. calc.} + \text{Haut. vat.}}.$$

Un mélange déterminé de vatérite-calcite, analysé à deux reprises, donne pour H_c la même valeur à 2 % près. Pratiquement la précision des dosages est de 3 %.

J'ai choisi pour ces comparaisons, dans les mélanges vatérite-aragonite, les raies qui donnent les intervalles : $d = 3{,}57$ Å pour la vatérite et 3,40 pour l'aragonite; $d = 3{,}30$ pour la vatérite et 3,04 pour la calcite dans les mélanges vatérite-calcite. Il suffira donc, pour analyser un mélange de composition inconnue, de reporter sur la courbe-étalon le pourcentage des hauteurs évalué sur l'enregistrement des raies choisies pour la comparaison, et de lire la composition en abscisse.

On peut étendre cette étude au cas de mélanges ternaires : aragonite-calcite-vatérite. Soient 4 mélanges contenant les pourcentages suivants :

Aragonite....................	15	25	35	45
Calcite......................	15	25	35	45
Vatérite.....................	70	50	30	10

c'est-à-dire des quantités équivalentes d'aragonite et de calcite (50 % de l'une par rapport à la somme des deux). Si l'on reporte le pourcentage des hauteurs, précédemment défini, sur les courbes des mélanges binaires correspondants, on retrouve cette même valeur de 50 % avec une erreur qui varie de 1 à 3 %. Par conséquent, en étudiant les composants deux à deux, on peut établir un système d'équations qui permet de retrouver la proportion de chacun des trois constituants dans le mélange.

Ces résultats sont applicables dans certains cas, soit à des études chimiques (*cf.* Faivre, *loc. cit.*), soit à des études biologiques : j'expérimente pour ma part sur des coquilles de mollusques. J'ai mis ainsi en évidence chez *Helix aspersa* que la première calcification de la coquille en voie de régénération se fait sous forme de calcite (pure ou mêlée de 3 à 7 % d'aragonite dans les premières 48 heures, avec des variations individuelles), et j'ai pu suivre ainsi l'enrichissement en aragonite en fonction du temps. On connaissait depuis longtemps ([6]) l'existence de rhomboèdres dans les régénérats d'*Helix aspersa*, mais on n'avait pas pu en préciser la nature. On retrouve cette calcite en petite quantité dans la coquille (qui est formée essentiellement d'aragonite), spécialement vers l'apex.

([6]) Moynier de Villepoix, *Journ. anat. et phys.*, 28, 1892, p. 461-674.

RADIOCRISTALLOGRAPHIE. — *Sur le mécanisme de formation des complexes montmorillonite-acétone.* Note de M[lle] **Rachel Glaeser**, présentée par M. Charles Mauguin.

Objet du travail. — Étude de l'absorption en phase vapeur de l'acétone par la montmorillonite en fonction : 1° de la pression relative p/p_0 de l'acétone; 2° de l'état d'hydratation du minéral.

Méthode expérimentale. — Dans la première partie de ce travail la montmorillonite était maintenue aussi anhydre que possible (il n'est pas possible d'enlever la totalité d'eau absorbée de l'argile sans altérer celle-ci) ([1]). La déshydratation a été effectuée à 250° C. dans le vide, ce qui laissait subsister dans le minéral 0,5 à 1 % d'eau; dans l'enceinte où s'opérait l'absorption de la vapeur d'acétone, l'humidité relative était de l'ordre de 1 %.

Résultats. — 1° *Milieu presque anhydre.* — *a.* L'absorption de l'acétone en fonction de la pression relative p/p_0 varie suivant une courbe en S de forme classique. La surface totale d'absorption déterminée à 40° C. par la méthode de Brunauer, Émett et Teller ([2]) (en admettant pour la densité de l'acétone absorbée celle de l'acétone liquide) est de 350 m^2/g; le chiffre théorique de la surface totale des feuillets de silicate est de 400 m^2/g. *b.* Les diagrammes de rayons X permettent de mesurer l'épaisseur Δ de l'espace élémentaire occupé par les molécules organiques [notation de Mac Ewan ([3])]. On constate que Δ reste constant pour toutes les valeurs de p/p_0 comprises entre 0,1 et 1 inclus. $\Delta = 3{,}7$ à 3,9 Å, chiffre correspondant à la fixation d'une couche moléculaire d'acétone par feuillet élémentaire.

2° *Rôle de l'humidité.* — *a.* En exposant la montmorillonite à l'action simultanée de la vapeur d'acétone saturante et de l'humidité relative de 50 %, on observe $\Delta = 8{,}0$ à 8,2 Å, valeur obtenue par Mac Ewan ([3]) sous l'action de l'acétone liquide sur la montmorillonite séchée à l'air et correspondant à la fixation de deux couches moléculaires d'acétone. *b.* L'action simultanée des deux vapeurs saturantes (eau et acétone) a donné $\Delta = 15{,}1$ Å, épaisseur un peu inférieure à celle de quatre couches moléculaires d'acétone. Cette épaisseur est bien supérieure à celle que donne la vapeur d'eau saturante seule. En *a* et *b* on obtient en réalité des mixtes montmorillonite-eau-acétone, probablement analogues à ceux qu'a décrits Mackensie ([4]) dans le cas du glycol. On constate toutefois que Δ reste inchangé lorsqu'on élimine l'eau en traitant la substance par un grand excès d'acétone.

([1]) J. Mering, *Faraday Soc. symposium on « Swelling and shrinking »*, 1946 (sous presse).

([2]) *J. Am. Ch. Soc.*, **60**, 1938, p. 309.

([3]) *Trans. Faraday. Soc.* (sous presse).

([4]) Communication personnelle de l'auteur.

Pour préciser le sens de ces observations, il faut noter que : 1° dans l'absorption en milieu presque anhydre la montmorillonite était faiblement hydratée et comportait une faible proportion (de l'ordre de 1/10 à 1/5) d'intervalles occupés par une couche moléculaire d'eau; 2° dans l'humidité relative de 50 % le minéral comporte une proportion notable (suivant le cation) d''intervalles à deux couches moléculaires d'eau; 3° dans la vapeur d'eau saturante les rayons X révèlent une certaine proportion d'intervalles hydratés à quatre couches d'eau.

Influence de l'hydratation préalable sur l'action de l'acétone liquide. — La méthode de MacEwan (action d'un large excès d'acétone liquide) a été appliquée : 1° à la montmorillonite déshydratée dans les limites possibles; 2° à la montmorillonite hydratée au maximum. Dans le premier cas, on observe soit $\Delta = 3,9$ Å, soit $\Delta = 8,1$ Å, on ne trouve pas d'états intermédiaires. Il semble que le complexe à 8,1 Å se forme lorsque l'acétone n'est pas suffisamment anhydre. Dans le deuxième cas, on observe les valeurs suivantes : $\Delta = 8,1$ Å (complexes à 2 couches), $\Delta = 12,5$ Å (3 couches), $\Delta = 15,1$ Å (complexe irrégulier à 3 et 4 couches), $\Delta = 17,6$ Å (complexe irrégulier à 4 et 5 couches). On se trouve en présence de deux effets contraires ; d'une part, l'acétone tend à pénétrer dans le complexe montmorillonite-eau pour former un mixte avec accroissement de Δ; d'autre part, l'acétone liquide agit comme déshydratant et abaisse le degré d'hydratation préalable, diminuant ainsi le nombre de couches moléculaires dans le complexe mixte. La prépondérance de l'un ou de l'autre des deux effets doit dépendre d'une manière très sensible de la vitesse de diffusion de l'acétone dans l'eau entourant les particules d'argile. Le second effet ne se produit pas en phase vapeur parce que le degré d'hydratation élevé y est maintenu par la présence de la vapeur d'eau saturante.

Conclusions. — 1° On peut affirmer que l'hydratation préalable de la montmorillonite est nécessaire à la formation d'un complexe avec l'acétone ;

1° La formation des complexes semble passer par les stades suivants : *a.* hydratation du minéral; *b.* dissolution de l'acétone dans l'hydrate et formation d'un mixte montmorillonite-acétone-eau. La valeur Δ caractérisant ce mixte dépend du degré d'hydratation préalable; *c.* éventuellement, élimination de l'eau, Δ demeurant inchangé;

3° L'état d'hydratation de la montmorillonite n'est jamais homogène ; à côté d'intervalles hydratés à n couches, existent un certain nombre d'intervalles hydratés à $n+1$ couches. C'est l'intervalle le plus hydraté qui semble déterminer le nombre de couches dans le complexe d'acétone formé.

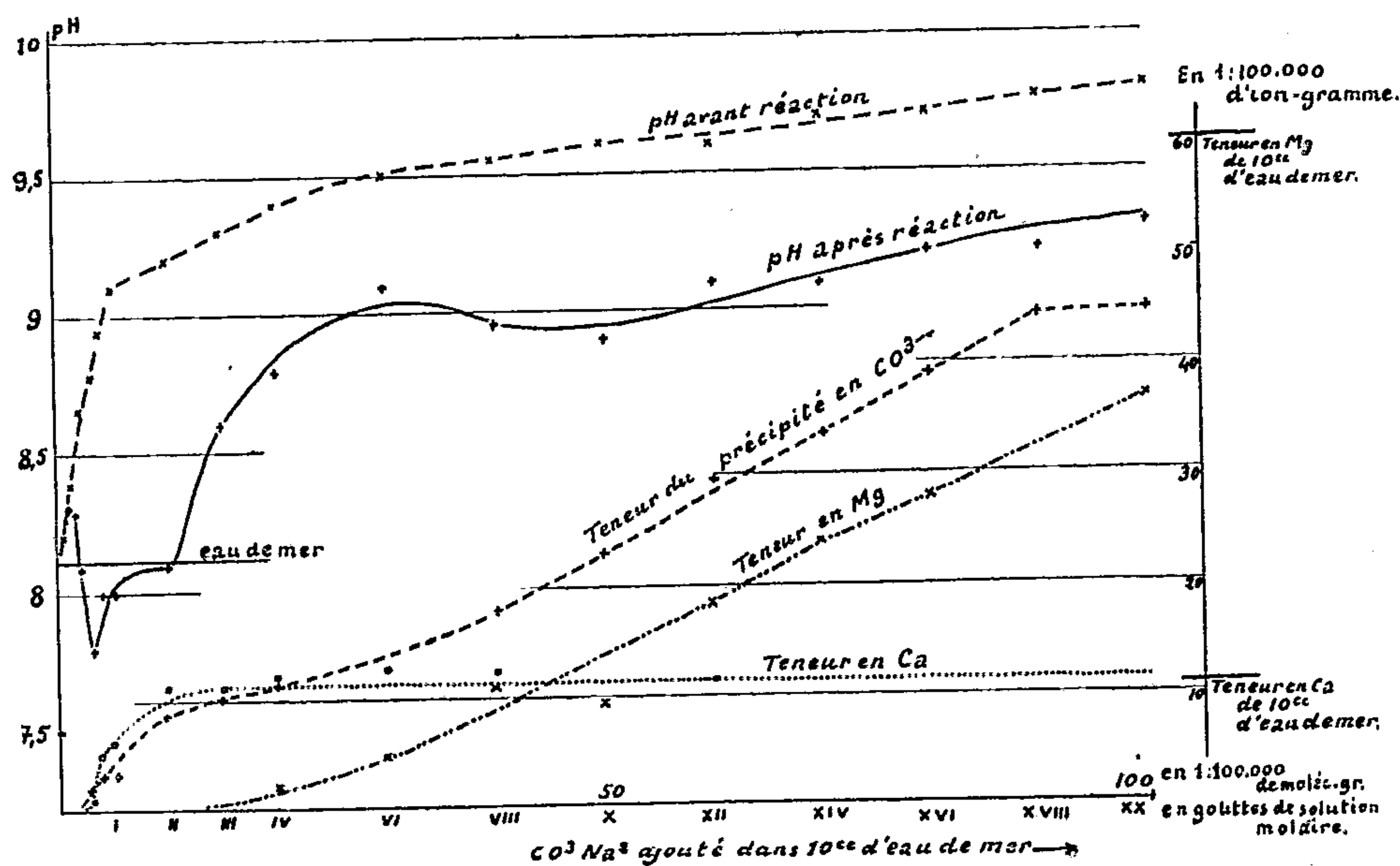
Pour préciser : dans une montmorillonite très peu hydratée comportant par exemple 1/10 d'intervalles à une couche de molécules d'eau, ces couches ne sont pas fixes; elles se détruisent à chaque instant pour se reformer ailleurs. De cette façon l'ensemble du minéral est rendu accessible à la pénétration de l'acétone.

4° Le complexe à deux couches d'acétone semble avoir le plus large domaine d'existence. Il est toutefois possible que ce fait provienne de ce que les hydrates à deux ou trois couches d'eau existent dans un domaine d'humidité très étendu.

PÉTROGRAPHIE. — *La sédimentation calcaire. Action du carbonate de sodium sur l'eau de mer*. Note (1) de M. GABRIEL LUCAS, présentée par M. Charles Jacob.

Les essais relatés ici ont été effectués, au cours des étés 1940 à 1947, d'abord au Laboratoire Arago, à Banyuls, puis à Concarneau, au Laboratoire maritime du Collège de France, dirigé par M. L. Legendre. Leur but était de préciser nos connaissances sur les processus chimiques de la sédimentation calcaire en milieu marin (2).

J'utilise l'action du carbonate neutre de sodium sur l'eau de mer, pour augmenter à la fois le pH et la teneur en ions CO_3, sans changer par ailleurs sensiblement les caractères chimiques de l'eau. Trois séries identiques de tubes à essais sont constituées ; chacune



comporte 18 tubes où l'on verse 10$^{cm^3}$ d'eau de mer, puis, respectivement, 1, 2, 3, 4, 6, etc., gouttes de solution décimolaire, puis molaire, de Na_2CO_3. Sur une des séries, le pH est mesuré immédiatement, au potentiomètre Jouan. Le précipité obtenu disparaît au bout de 10 jours environ à 20°, se transformant en un matériel cristallin. On procède alors, sur la seconde batterie de tubes, à une nouvelle mesure de pH. Enfin, sur la troisième, on

(1) Séance du 8 mars 1948.

(2) A. RIVIÈRE, *C. R. somm. S. G. F.*, 1940, p. 40.

entreprend une analyse sommaire du précipité; celui-ci est dissous dans une quantité connue de HCl décinormal, puis le volume de la solution est ramené à 10^{cm^3}. Sur une partie de la liqueur, on titre en retour l'excès de HCl, qui permet de calculer la teneur du précipité en CO_3; une autre partie, traitée par H_2SO_4 et le méthanol, sert à un dosage néphélométrique du calcium; le reste, additionné d'eau de chaux, donne, par néphélométrie, la teneur en magnésium, en l'absence de tout autre ion précipitable par la chaux. Dans ces conditions, on obtient les résultats que traduisent les courbes ci-dessus :

Ce système de courbes, plus complet que ceux d'Irving (³) et de Kapp (⁴), appelle quelques remarques :

1° Sauf dans le tronçon initial, commun aux deux courbes de pH et qui correspond à une absence de dépôt, il apparaît que la précipitation des carbonates amène un abaissement général du pH : la réserve alcaline est diminuée par la fixation de Ca et Mg dans le précipité; 2° la courbe du pH final descend ensuite jusqu'à 7,6, bien au-dessous du pH normal de l'eau de mer (8,15); un dépôt très léger d'aragonite aciculaire se forme alors. Puis la courbe monte jusqu'à un palier voisin de 8; le précipité d'aragonite augmente et tend à prendre une structure de très fins sphérolites épineux, ne dépassant pas 20 μ de diamètre. Une nouvelle ascension de la courbe accompagne l'apparition du Mg dans le précipité; on y trouve alors des sphérolites en forme de perles, constitués par un corps très biréfringent, à allongement négatif, et qui augmentent rapidement de diamètre jusqu'à un maximum d'environ 100 μ atteint à peu près au moment où le précipité contient autant de Mg que de Ca. Peu après, et correspondant à une légère dépression de la courbe, apparaissent des perles plus petites, d'allongement encore négatif, mais peu biréfringentes; alors l'examen des précipités, fait avant la disparition de la phase gélatineuse, révèle souvent la présence d'aiguilles de nesquéonite, $MgCO_3, 3H_2O$, qui semble n'être qu'un corps transitoire.

Sans doute peut-on interpréter ainsi ces résultats : à un pH assez bas, le $CaCO_3$ pur précipite sous forme d'aragonite. Les perles, très biréfringentes, doivent être un carbonate double de Ca et Mg, de composition peut-être variable; une étude aux rayons X, faite par M. Faivre, et une analyse thermique exécutée par Mlle Caillère, ont montré que ce corps est différent de la dolomite. Les perles, peu biréfringentes, sont peut-être du carbonate basique de Mg : en effet, la courbe de teneur du précipité en CO_3 amorce un palier au moment où ce corps prend quelque importance, alors que jusqu'à ce moment, ses ordonnées correspondaient très nettement à la somme des ordonnées des courbes de Ca et Mg.

Les perles obtenues présentent souvent des zones concentriques rappelant de très près la structure oolitique la plus typique (⁵); ces zones sont dues sans

(³) *Journ. mar. biol. Ass.*, **14**, 1926, p. 441-446.

(⁴) *Biol. Bull.*, 55, 1928, p. 453-458.

(⁵) L. Cayeux, *Les roches sédimentaires de France, Roches carbonatées*, p. 212 et 220.

doute à la précipitation périodique, alternante, du produit très biréfringent et et du corps peu biréfringent.

Ces essais montrent aussi l'interdépendance étroite entre le pH final, la teneur en ions CO_3 et la nature des précipités. Ils démontrent : 1° qu'à un pH peu élevé, inférieur de plusieurs dixièmes à celui de l'eau de mer normale, un dépôt d'aragonite peut se produire; 2° qu'à un pH plus élevé, mais encore voisin de celui de l'eau de mer normale, le magnésium apparaît dans le précipité; cependant, c'est vers le pH 9 qu'il prend une grande importance. A la température modérée de 20° seulement, le Mg et le Ca donnent alors naissance à un carbonate double qui peut, dans certains cas, présenter la composition chimique de la dolomite.

PÉTROGRAPHIE. — *Sur les éléments volcaniques des brèches de Montoume (Haute-Vienne).* Note de M. **François Kraut**, présentée par M. Paul Fallot.

Parmi les brèches fort curieuses qui recouvrent, en de nombreux endroits, le substratum cristallin de la région de Rochechouart, celles de Montoume présentent à l'étude des difficultés particulières. Toute la formation d'une longueur de 1^{km},5 est, en effet, imprégnée d'une matière ferrugineuse à laquelle elle doit sa coloration rouge et qui rend malaisée l'observation microscopique de ses éléments. Un grand nombre de ceux-ci ont, en outre, subi une silicification et leurs caractères initiaux se trouvent ainsi masqués par deux phénomènes secondaires.

Le Verrier et Ph. Glangeaud ont considéré ces brèches comme faisant partie d'un complexe volcanique d'âge permien ou carbonifère ([1]). En réalité, elles sont constituées par des fragments anguleux arrachés au substratum (granites, gneiss, schistes) et par des débris microscopiques résultant de la pulvérisation de ces éléments. Elles englobent, d'autre part, quelques galets roulés ayant la même nature lithologique. A l'exception de ces derniers, la plupart des fragments sont enveloppés par une carapace rouge d'une épaisseur moyenne de 1^{cm} qui présente au microscope les propriétés d'un verre volcanique.

L'analyse chimique de ce produit ([2]), isolé avec soin, à donné les résultats ci-après d'où les paramètres magmatiques I.4.1.1 d'une rhyolite dans la classification de Washington-Lacroix.

En général, le quatrième paramètre des roches issues du magma granitique varie entre 2 et 4; il a ici une valeur exceptionnelle due à la forte teneur en potasse. Remarquons que dans l'Ouvrage de H. S. Washington, (*Chemical Analyses of Igneous Rocks*) les analyses donnant les paramètres I.4.1.1 et voisins sont celles de roches volcaniques.

([1]) Ph. Glangeaud, *Bull. Service de la carte géologique*, **20**, 1910, p. 93.

([2]) Exécutée au Centre technique d'analyse chimique de minéraux et de roches du C. N. R. S.

SiO_2	64,90		Composition minéralogique virtuelle.	
Al_2O_3	14,95			
Fe_2O_3	2,85			
FeO	0,22			
MnO	tr.	Q	20,52	
MgO	0,65	Or	63,38	Densité déterminée à l'aide de la balance de Westphal. 2,48
CaO	0,30	Ab	2,62	
Na_2O	0,27	Am	1,39	
K_2O	10,65	C	2,24	
TiO_2	0,70	$MgSiO_3$	1,60	
P_2O_5	0,04	Ilm	0,46	
H_2O^+	1,00	Hém	2,88	
H_2O^-	2,90	TiO_2	0,48	
	99,43			

En dehors de ce verre, la brèche de Montoume ne renferme aucun produit d'épanchement. Il n'existe d'ailleurs ni coulée, ni autre vestige d'un appareil volcanique dans la région.

Quoi qu'il en soit, on peut admettre que la plupart des matériaux ont été fournis par une éruption vulcanienne. On sait que les volcans de ce type projettent, par un mécanisme comparable à une explosion, à la fois des éléments du substratum de dimensions extrêmement variables et *des portions de magma imparfaitement consolidées ou même complètement solidifiées* ([3]). Cette hypothèse explique d'une façon satisfaisante le fait que les fragments sont enveloppés par la lave. Mais s'il est relativement aisé d'entrevoir la première phase de la genèse de ces roches, les étapes ultérieures sont plus difficiles à suivre. Nous avons vu, en effet, qu'elles renferment des galets roulés; d'autre part, elles passent à leur pourtour, pour ainsi dire sans transition, à des brèches tectoniques constituées uniquement par des fragments de formations immédiatement voisines.

On peut dire que les brèches de Montoume ont été édifiées par une série de phénomènes dont le premier et le plus important était sûrement volcanique. Enrichies, par la suite, d'éléments roulés transportés à des distances peut-être considérables, elles accusent certains caractères d'un dépôt sédimentaire. Enfin, des facteurs tectoniques sont venus compliquer encore leur évolution.

GÉOLOGIE. — *Remarques sur la sédimentation dans le sillon tertiaire albano-thessalien.* Note de M. **Jan Houghton Brunn**, présentée par M. Paul Fallot.

La stratigraphie du sillon oligo-miocène qui, de l'Albanie à la Thessalie, sépare la chaîne dinarique tertiaire, au Sud-Ouest, du massif ancien pélagonien

([3]) A. Lacroix, *Remarques sur les matériaux de projection des volcans et sur la genèse des roches pyroclastiques qu'ils constituent* (*Livre Jub. Soc. Géol. Fr.*, Paris, 1930, p. 431).

au Nord-Est, est assez bien connue, en particulier depuis les travaux de M. Jacques Bourcart. Aussi est-ce plutôt un essai d'interprétation des caractères lithologiques des terrains que je veux présenter ici, en vue de préciser leurs conditions de sédimentation.

Sauf variations de détail, les couches oligocènes et miocènes du sillon présentent des caractères constants : grande épaisseur de sédiments (environ 1500^m), composés d'alternances de conglomérats, grès et marnes, avec quelques bancs de calcaires et, par places, de lignites. Le pendage est très régulier, malgré quelques failles locales : les couches sont inclinées vers le Nord-Est jusqu'aux abords des marges orientales du sillon, d'où elles remontent, assez disloquées, moins épaisses et coupées de cônes de déjection, vers le massif pélagonien. Le sillon a donc la forme d'un synclinal dissymétrique dont l'axe serait déporté vers le Nord-Est.

De la bordure sud-ouest du sillon, en allant vers le Nord-Est, on peut relever dans la région d'Eptachorion (Nord-Ouest de Grevena) la coupe suivante, de bas en haut :

1° Sur les serpentines de la chaîne dinarique tertiaire, l'Oligocène débute par des conglomérats serpentineux rouges (puissance, 100^m; pendage, 40° Nord-Est), surmontés de marnes rouges ou verdâtres (avec bancs de grès), puis de marnes grises. Toutes ces marnes, fossilifères, avec *Megatylotus Bourcarti* Cossm, *Barbatia Albanica* Opp., représentent le Stampien [1]; le pendage est peu à peu réduit à 8 ou 10° Nord-Est, valeur qu'il conservera désormais. C'est dans les marnes grises que sont creusées, à 800-900^m d'altitude, les vallées subséquentes du Sarandaporos et de son affluent de gauche, le Zuzelitikos.

2° Sur les marnes, viennent des grès jaunes en bancs épais de plusieurs mètres donnant lieu, à environ 1000^m d'altitude, aux premiers replats qui dominent Eptachorion. Dans ces grès s'intercalent des bancs de marnes d'abord minces, mais qui, peu à peu, envahissent toute la formation vers le haut où les grès sont très réduits.

3° Banc de conglomérats (3^m), concordants sur les marnes précédentes, mais séparés d'elles par un contact nettement tranché; galets ronds, à éléments surtout cristallins provenant du massif pélagonien qui constitue la rive opposée nord-est du sillon, ceux qui proviennent de la chaîne tertiaire voisine étant fort rares. Ces conglomérats, surmontés de grès en gros bancs, indiquent le début d'un nouveau cycle de sédimentation analogue au précédent, les marnes y envahissant graduellement le haut de la formation.

4° Nouveau banc de conglomérats (2^m) : début d'un nouveau cycle sédimentaire semblable (grès passant graduellement à des marnes).

5° Conglomérats épais d'une dizaine de mètres, entrecroisés de lits de graviers et contenant des galets cristallins atteignant 30^{cm} de diamètre. C'est ce niveau qui forme les principaux éperons du versant obséquent vers 1400^m.

Après ce niveau, la régularité des cycles est interrompue. Les conglomérats font place à des marnes à bancs de grès, lesquels passent à des grès dominants (200^m) qui forment la crête principale monoclinale, à 7-8^{km} de la bordure sud-ouest du sillon. Un nouvel épisode, plus marneux, fait place graduellement à des grès à *Pecten miocænicus* Opp (Aquitanien), surmontés eux-mêmes, avec ici une légère discordance, par 5^m de calcaires burdigaliens,

---

(1) *C. R. S. G. F.*, 1938, p. 186-188.

niveau assez constant dans le sillon. Des grès tendres et des marnes à Huitres recouvrent ces calcaires tandis que l'axe du sillon est occupé par des sédiments pliocènes horizontaux, transgressifs, discordants sur tous les précédents.

Quelles conclusions tirer de ces observations?

1° Les dépôts tertiaires du sillon albano-thessalien rappellent le flysch des chaînes géosynclinales en voie de formation; le sillon fut donc le siège de mouvements semi-permanents entre les paroxysmes de plissements post-éocènes et post-miocènes.

2° Les marnes n'indiquent pas un approfondissement de la mer étant donnée leur alternance constante avec des grès; elles témoignent plutôt d'un état de stabilité relatif du fond du sillon et d'une érosion réduite sur ses marges émergées; tandis que les grès et surtout les conglomérats indiquent une rupture de cet équilibre, due sans doute à une reprise momentanée des mouvements. Les cycles de sédimentation décrits plus haut montrent que ces mouvements étaient animés d'un certain rythme : ébranlements brusques accompagnés de répliques d'intensité décroissante, suivies d'une période relativement calme qu'une nouvelle secousse venait troubler à nouveau.

3° La prédominance dans les conglomérats, jusqu'au voisinage de la bordure sud-ouest du sillon, de galets parfois très gros, provenant du massif pélagonien, indique que le fond du sillon était, au moment de leur dépôt, incliné en sens contraire du pendage actuel. Les mouvements qui affectèrent le sillon furent donc d'abord des mouvements de subsidence, tout au moins de la bordure sud-ouest qui suivait ainsi l'affaissement de la chaîne voisine, lequel se poursuivit d'une manière intermittente pendant tout l'Oligocène. En même temps la mer du sillon dut s'étendre vers l'Ouest, ce qui explique la rareté dans ses dépôts, dès la fin du Stampien (marnes grises à *M. Bourcarti*), des produits originaires de la chaîne dinarique.

Ce n'est qu'à l'Aquitanien que se firent sentir les mouvements prémonitoires des plissements post-miocènes, la discordance des calcaires burdigaliens étant le premier indice du pendage actuel.

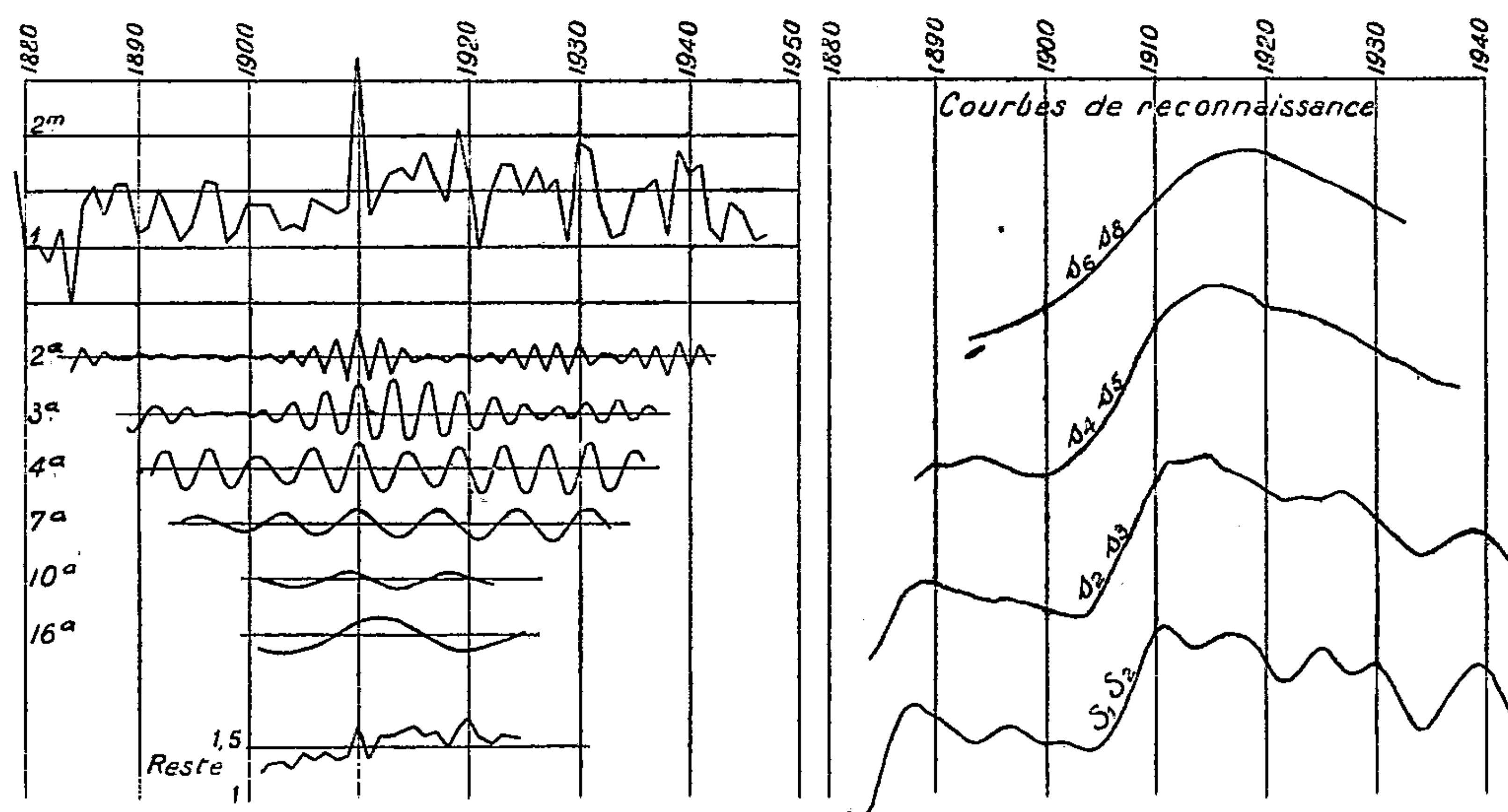
HYDROLOGIE. — *Analyse de la série des niveaux moyens annuels de la Seine au pont d'Austerlitz.* Note [1] de M. **Vladimir Frolow.**

Le niveau de la Seine à Paris est influencé pendant l'étiage, et même en eaux moyennes, par le barrage de Suresnes. L'intervention de l'homme consiste ici à substituer à la cote qui aurait été réalisée par le fleuve si son régime était libre, une cote supérieure et maintenue sensiblement constante depuis le printemps jusqu'en automne. On ne saurait restituer par le calcul la cote naturelle,

[1] Séance du 8 mars 1948.

car on ne connaît pas les débits, d'une part, et d'autre part, il n'y a pas d'échelles en amont où le régime naturel serait observé.

Le contrôle des niveaux qui vient d'être rappelé et qui s'exerce dans une mesure variable et en durée et en altitude suivant les années, influence les résul-



tats d'analyse, comme cela est évident *a priori*. En étudiant les niveaux moyens annuels, on doit donc s'attendre à des résultats différents de ceux que l'on obtient à partir d'une série exempte de cette influence, comme celle des maxima annuels analysée précédemment.

C'est sous cette réserve qu'il a été procédé à l'analyse par la méthode de M. et Mme Labrouste de la série des moyennes annuelles des niveaux de la Seine au pont d'Austerlitz à Paris. La figure accompagnant cette Note en reproduit les résultats qui appellent les remarques suivantes :

1° Les composantes dégagées ont des périodes de valeur très proches de celles de la série des maxima annuels de la Seine au pont d'Austerlitz publiée dans le Cahier n° 1 de la Commission du bassin de la Seine (graphique page 15).

2° La marche de l'amplitude de toutes les composantes des séries des maxima et des moyennes est très comparable (sauf une boucle de période 4 ans dont le sommet tombe en 1910). En ce qui concerne l'importance de l'amplitude des composantes dégagées, on voit que ce sont les trois ayant les périodes les plus courtes qui l'emportent sensiblement sur les plus longues; mais l'amplitude varie beaucoup pour les premières. Donc, les composantes longues définissent les conditions favorables à un degré d'abondance donné, mais sa réalisation dépend de l'intensité des composantes courtes.

3° Les courbes de reconnaissance (pour les maxima, voir page 13 du Cahier cité) ont une allure analogue. Cependant, pour avoir une courbe supprimant toutes les composantes reconnues et d'allure régulière, il a fallu adopter la

combinaison multiple d'addition $s_6 s_8$ au lieu de $s_6 s_7$ des maxima. Ce qui vient d'être dit aux trois points précédents montre que l'influence du contrôle des niveaux est perçue par l'analyse, mais qu'elle n'a qu'une importance secondaire vis-à-vis de l'ampleur des variations naturelles.

4° Il est visible sur le dessin que les quatre courbes de reconnaissance reproduites peuvent être utilisées pour la prévision de la valeur prochaine du niveau moyen annuel. De même, l'extrapolation des composantes permet de situer dans le temps la probabilité des années d'abondance très forte, ou très faible. Les deux techniques de prévision (courbes de reconnaissance et extrapolation des composantes) conduisent à l'annonce d'un niveau moyen élevé (de l'ordre de 2^m) pour 1948, ce qui rend probable une crue abondante pour l'hiver prochain, étant donné l'état actuel des eaux.

La série des moyennes annuelles apporte donc un élément nouveau qui complète les possibilités déjà trouvées pour les maxima annuels. En effet, une crue de hauteur donnée peut être plus ou moins abondante, ainsi la crue haute de 1924 était courte, donc peu abondante, tandis que celle de 1910 cumulait la hauteur et l'abondance.

N. B. — Les moyennes annuelles ayant servi pour la construction des derniers points des courbes de reconnaissance sont (de 1931 à 1947 inclus) : 1,85; 1,33; 1,06; 1,11; 1,48; 1,48; 1,59; 1,11; 1,85; 1,65; 1,72; 1,16; 1,05; 1,39; 1,29; 1,05; 1,09.

PALÉOBOTANIQUE. — *Analyse pollinique de tourbes de l'archipel Kerguelen.* Note [1] de M. **Georges Dubois** et Mme **Camille Dubois**, présentée par M. Emmanuel de Margerie.

Nous avons effectué l'examen microscopique et l'analyse pollinique d'échantillons de tourbes provenant de l'archipel Kerguelen, récoltés par M. E. Aubert de la Rüe [2] et communiqués par M. G. Deflandre. Ce sont les mêmes échantillons qui ont servi aux recherches d'organismes siliceux fossiles de M. B. Andrieu (Chrysostomatacées) [3] et de M. H. Germain (Diatomées) [4].

Des spores et pollens, provenant de l'Herbier du Muséum National d'Histoire Naturelle, ont pu être étudiés et comparés aux précédents.

Nous avons observé dans la tourbe 19 types de spores, pollens ou organismes non siliceux, dont 8 ont pu être identifiés comme spores et pollens, se rapportant selon toute vraisemblance à des plantes vivant toutes actuellement aux

---

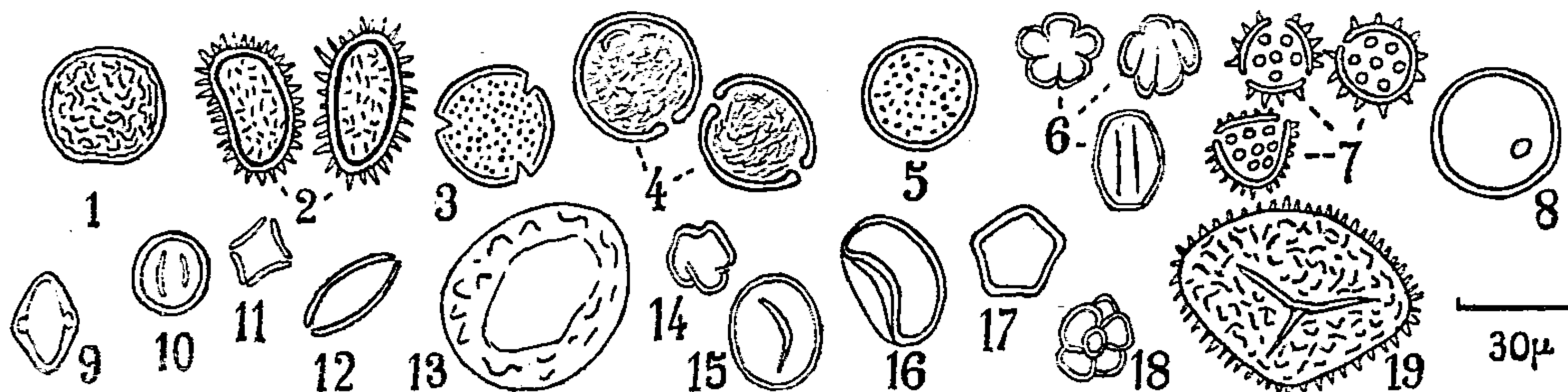
(1) Séance du 8 mars 1948.

(2) *Rev. Géogr. Phys. et Géol. Dynam.*, Paris, 5, 1932, p. 109-111 (*fig.* 20, *Pl.* XV, *fig.* 1).

(3) *Bull. Soc. Fr. Microsc.*, 5, 1936, p. 51-60 (*fig.* 1-28).

(4) *Ibid.*, 6, 1937, p. 11-16 (*Pl.* I).

Kerguelen ([5]). En voici la liste avec numéros d'ordre reproduits sur la figure ci-jointe, noms conformes aux dénominations de l'Herbier du Muséum, dimen-



sions des grains et coloration après traitement potassique de la tourbe.

1. Polypodiacée, *Polypodium australe* Mett., 30 à 42 µ, pâle;
2. Polypodiacée, *Cystopteris fragilis* Bernh., 30 à 40 µ, jaune, bordé de brun;
3. Renonculacée, *Ranunculus crassipes* Hook. f., 30 µ, pâle;
4. Rosacée, *Acæna ascendens* Valh., 30 µ, pâle;
5. Ombellifère, *Azorella Selago* Hook. f., 27 µ, très pâle, sphérique, différent d'aspect des pollens d'Ombellifères en général;
6. Rubiacée, *Galium antarcticum* Hook. f., 25 µ, pâle;
7. Composée, *Cotula plumosa* Hook. f., 20 µ, jaune brun;
8. Graminée, *Poa Cookii* Hook. f., 28 µ, très pâle.

Notre figure représente en outre les 11 formes non identifiées, avec désignations numériques : 9 (Ombellifère?), pâle; 10, brun foncé; 11, très pâle; 12, brun foncé; 13, brun jaune; 14, pâle à enveloppe brune; 15, brun foncé; 16, assez pâle; 17, jaune très pâle; 18, brun à enveloppe brun foncé; 19 (Lycopodium?), brun jaune.

Signalons que cinq espèces des Kerguelen dont nous avons pu étudier les pollens ou spores en herbier, n'ont pas été reconnues polliniquement dans la tourbe. C'est le cas notamment du chou des Kerguelen *Pringlea antiscorbutica* R. Br.

Nous disposions de quatre échantillons de tourbe se superposant à des différences de hauteurs non précisées. La tourbe y est pure, pratiquement sans restes minéraux.

D. Partie supérieure zone supérieure : tourbe brun jaunâtre à feutrage très serré. Diatomées nombreuses, cellules végétales présentes, spores et pollens absents.

C. Partie supérieure zone inférieure : tourbe brun clair, à feutrage assez serré, cellules végétales, pollens rares (fréquence relative 21).

B. Partie moyenne : tourbe brun roux, assez feutrée, vaisseaux scalariformes, cellules végétales, spores et pollens nombreux (fréquence relative 130).

([5]) Les exemplaires d'Herbier consultés sont originaires des Kerguelen : *R. crassipes*, *A. ascendens*, *A. Selago*, *G. antarcticum*, *P. Cookii*, de la Nouvelle Zélande : *C. fragilis*, de Patagonie : *P. australe*, de l'île Campbell : *C. plumosa*.

A. Partie profonde : tourbe brun foncé, compacte, spores et pollens nombreux (fréquence relative 127).

Pourcentages de restes non siliceux.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.
D	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
C	–	–	–	–	–	–	–	24	–	–	–	–	–	5	10	24	–	32	5
B	–	8	–	–	–	1,5	79	2,25	–	–	–	0,75	1,5	1,5	0,75	4	0,75	–	–
A	2	–	4,5	1,5	2	5,5	–	8	16,5	7,5	2	4	4	21	15	6,5	–	–	–

Remarques générales et conclusions. — L'analyse pollinique des tourbes des Kerguelen traduit une histoire postglaciaire florale que nous ne pouvons pas traduire climatiquement, mais qui se révèle être uniquement herbacée. Nous n'avons pu en effet reconnaître aucun pollen forestier dénotant la présence d'arbres postglaciaires.

La flore arborescente découverte dans les lignites tertiaires de Port Jeanne d'Arc, par M. E. Aubert de la Rüe, et récemment étudiée au point de vue pollinique par Mlle I. C. Cookson ([6]) est disparue sinon déjà au Tertiaire, au moins aux temps glaciaires.

Signalons aussi que notre analyse ne confirme pas l'opinion avancée par E. Werth ([7]), que l'action tourbifiante des *Azorella* est plus ancienne que celle des *Acæna*, plantes dont les pollens se trouvent, également en faible proportion, au même niveau profond.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *L'ontogénie de l'appareil conducteur du* Calendula officinalis *L.* Note ([1]) de M. ALBERT DUCHAIGNE.

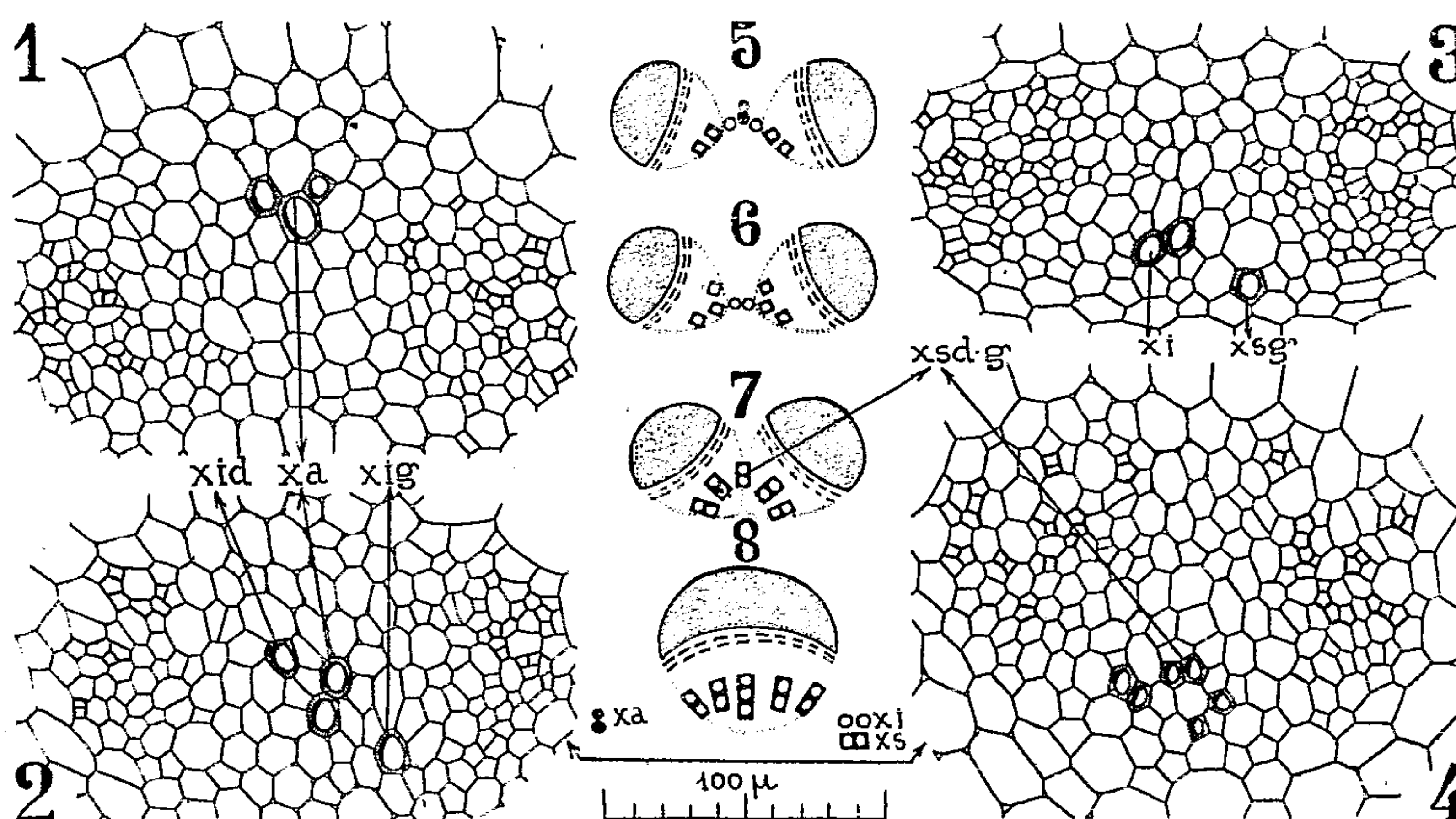
Actuellement on donne pour le *Calendula officinalis* des descriptions contradictoires au sujet des transformations qui se produisent quand on passe de la structure vasculaire de la racine à celle de la tige. Les vaisseaux alternes, intermédiaires et superposés représentent d'après Chauveaud ([2]) les stades successifs de l'évolution vasculaire, tandis qu'Elisei ([3]) affirme l'identité des xylèmes; des vaisseaux cotylédonaires, alternes ou intermédiaires, deviendraient superposés par torsion de 180° ou par mouvement radial et il y aurait des vaisseaux alternes centrifuges. Gravis ([4]) soutient, au contraire, l'existence, dans cette plantule, de deux structures différentes qui se raccorderaient par

([6]) *Nature*, London, 157, 1946, p. 658.
([7]) E. AUBERT DE LA RÜE, p. 109.

([1]) Séance du 10 mars 1948.
([2]) *Ann. Sc. Nat.*, 9e série, 13, 1911, p. 408.
([3]) *Atti Ist. Bot. Univ. Pavia*, 4e série, 9, 1936, p. 102.
([4]) *Lejeunia Rev. Bot.*, Liége, 3, 1943, p. 121.

des triades et, alléguant la différenciation basipète des faisceaux, il ajoute que la structure de la racine ne représente point le départ de l'évolution ontogénique.

Or, comment découvrir la cause de ces descriptions contradictoires ? Il n'y a qu'une seule méthode : suivre l'ontongénie du Calendula d'une façon rigoureuse comme l'a indiqué M. P. Becquerel ([5]). Cette nouvelle étude que nous avons entreprise nous a permis de constater les faits suivants : d'abord le méristème cribro-vasculaire se poursuit sans discontinuité d'une extrémité à l'autre de la plantule dès le début du développement; il ne peut donc être question de raccord d'un appareil conducteur de la racine à celui du cotylédon. De la racine à la base cotylédonaire, les premiers vaisseaux qui apparaissent sont alternes; ils se différencient plus tard des vaisseaux intermédiaires puis superposés et, comme cet ordre ne s'inverse jamais, il représente donc des étapes ontogéniques successives c'est-à-dire l'évolution vasculaire de Chauveaud. Lorsqu'on s'élève de la racine aux cotylédons, les vaisseaux alternes, de moins en moins nombreux, finissent par disparaître (*fig.* 1 à 8); il y a suppression progressive de l'étape ontogénique initiale et ce phénomène constant a été appelé accélération basifuge.



Calendula officinalis. — Figure 1, nœud cotylédonaire; figures 2, 3, 4, base cotylédonaire, plantule de trois jours; figures 5, 6, 7, 8, schémas de la fusion des deux ailes d'un convergent; *xa*, xylème alterne; *xi*, xylème intermédiaire (*xid*, droit; *xig*, gauche; *xs*, superposé; *xsdg*, commun aux ailes droite et gauche du convergent).

D'ailleurs les premiers vaisseaux alternes apparaissent dans les cotylédons avant la vascularisation de la racine; ils ne représentent donc pas le prolongement dans les cotylédons des faisceaux de la racine ni, par conséquent, les pôles centripètes de triades. Leur différenciation précoce résulte seulement de l'accélération basifuge.

([5]) *Bull. Soc. Bot.*, Paris, 60, 1913, p. 178.

D'autre part, la structure de la base cotylédonaire se voit difficilement parce que la disparition du xylème alterne coïncide avec le début de la fusion des deux ailes des convergents; l'axe médian de chaque aile s'oriente tangentiellement et les deux pointes ligneuses s'inclinent l'une vers l'autre; la fusion affecte d'abord le xylème avant de s'étendre au phloème (*fig.* 7 et 8). Il en résulte que des vaisseaux superposés placés suivant la ligne de contact des deux ailes du convergent (*xsd-g, fig.* 4 et 7) puissent être communs à ces deux ailes et paraître alternes centrifuges, mais ce n'est qu'une illusion. En outre, la présence d'un plus grand nombre de vaisseaux au collet qu'au sommet de l'hypocotyle chez les jeunes plantules démontre qu'il n'existe pas de différenciation basipète de l'appareil conducteur. Enfin il y a également une évolution du phloème qui a échappé à ces auteurs.

Nous pouvons ainsi conclure : qu'il n'y a pas de vaisseaux alternes centrifuges, ni identité entre le xylème alterne centripète et le xylème superposé centrifuge, ni raccord de deux appareils différents et que par conséquent *on ne peut plus parler du « passage de la racine à la tige » puisqu'il s'agit des différentes phases de l'évolution vasculaire d'un même système conducteur dans toute l'étendue de la plantule.*

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *L'évolution du concept de G. Chauveaud sur l'accélération basifuge.* Note de Mlle **Madeleine Fourcroy** et M. **Fernand Pellissier**, présentée par M. Roger Heim.

L'étude de l'évolution vasculaire dans les trois organes, racine, tige et feuille, a permis à Chauveaud d'énoncer le principe de l'*accélération basifuge*. Grâce à cette notion, le concept statique de van Tieghem, opposant une structure fixe de tige à une structure fixe de racine fondamentalement différente, s'efface devant la réalité dynamique d'une évolution vasculaire dans le temps et dans l'espace, dont Chauveaud énonce les lois. Les structures ne s'opposent plus; elles correspondent à des modalités diverses touchant l'établissement de phases successives. Chez une plante à évolution vasculaire complète, les vaisseaux des deux premières phases se *différencient* et *demeurent* dans la racine; ils peuvent se différencier *puis se résorber*, dans l'ordre même de leur apparition, dans la tige épicotylée et les cotylédons; ils *ne se forment jamais*, ni dans la tige épicotylée, ni dans la feuille. De ce fait, la structure superposée qui apparaît comme définitive et stable, commune aux trois membres végétatifs, s'établit avec des vitesses variables et d'autant plus rapides que l'on considère une région plus élevée du végétal. C'est ce que traduit Chauveaud en créant le vocable *accélération basifuge*.

Quittant le terrain anatomique pour envisager l'ontogénie, Chauveaud n'emploie plus ce vocable, il dit « accélération et condensation du développement ». Ainsi montre-t-il que « l'apparition des phyllorhizes successives

comporte dans le temps et dans l'espace un raccourcissement progressif »; que, par ailleurs, les « unités morphologiques ont une taille et une complexité croissantes avec leur ordre d'apparition »; et il justifie la constitution du bourgeon terminal uniquement par la *condensation et l'accélération du développement.*

Dès lors, deux voies sont ouvertes à l'utilisation du concept d'accélération suivant que l'on considère l'apparition de l'appareil conducteur ou celle des unités successives. Dans les deux cas, l'accélération est d'autant plus marquée que l'on s'élève davantage dans le végétal; et pourtant, tous les élèves de Chauveaud *réservent le qualificatif de basifuge à la seule accélération qui s'exerce sur l'appareil conducteur.* Au cours de nos recherches, il nous a paru indispensable, à nous aussi, de *consacrer cette réserve,* mais non moins indispensable de *généraliser le concept.*

Dans les limites de cette Note, nous ne pouvons qu'énumérer les aspects divers sous lesquels se révèle la tendance de la plante à accélérer son développement. L'accélération *traumatique* (Dauphiné-Fourcroy), l'accélération *réductionnelle* (Tronchet-Fourcroy) s'adressent encore à l'appareil conducteur. Mais la subordination des unités constitutives dans la feuille, de la base au sommet et du centre à la périphérie, ne se traduit pas seulement dans leur appareil conducteur, mais tout autant dans leur appareil de soutien — sclérification — (Bouvrain). Ainsi, on ne suit plus une unité, vasculaire ou morphologique, de sa base à son sommet, mais on compare les unités successives entre elles. Envisageant alors le temps et l'espace, nous n'osons plus écrire que l'accélération est toujours basifuge. Pourtant, *c'est le même phénomène* qui atteint des unités *situées plus haut* et *plus tardives* à la fois; il faut confondre les deux caractères. Dans les feuilles épicotylées où subsiste exclusivement la troisième phase superposée et secondaire, Pellissier a récemment montré que la trachéogénèse accuse de façon analogue, la subordination des nervures, tant en progression basifuge qu'en progression centrifuge. Et ceci, non seulement en ce qui concèrne l'ordre d'apparition de leurs points nodaux, mais encore en ce qui concerne le raccourcissement concomitant de leurs parties infra et supra-initiales, à tel point que les dernières unités vasculaires différenciées sont les plus *raccourcies,* les plus *accélérées,* jusqu'à se réduire à leur point initial.

Sans aucun doute, ces faits traduisent un seul et même phénomène de condensation, de raccourcissement, d'accélération évolutive. Cependant, nous ne croyons pas devoir étendre le terme, en généralisant son acception; il nous semble nécessaire de garder intact le concept de Chauveaud relatif à l'accélération basifuge qui concerne l'appareil conducteur seul et s'appuie sur la succession ordonnée de trois phases évolutives. Chauveaud a découvert l'*aspect fondamental* pour lequel nous gardons le terme consacré d'accélération basifuge. Mais pour éviter des confusions ou des périphrases inutiles, nous proposons de créer, pour tout l'ensemble, le terme général *d'accélération ontogénétique*

qui puisse régir, avec l'établissement de l'appareil conducteur et ses modifications pathologiques, la trachéogénèse, l'apparition de l'appareil de soutien et l'ontogénèse des unités successives.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action de l'hétéroauxine sur le dimorphisme de Candida albicans.* Note (1) de MM. **René Morquer** et **François Nystérakis**, présentée par M. Joseph Magrou.

Le *muguet*, affection buccale et pharyngée, est déterminé généralement par *Candida albicans* (Robin) Berkhout, champignon levuriforme anascosporé que son appareil blastosporé fait ranger parmi les Mycotoruloïdées. Il présente un dimorphisme caractérisé : 1° par une forme levure; 2° par un pseudomycélium.

Divers facteurs déterminent cette variation. Les substrats solides favorisent le développement de la levure. Les milieux liquides, une anaérobiose relative, une température de 37° favorisent la filamentisation (Roux et Linossier, 1890). L'amidon soluble, la dextrine, la peptone isolée et plus généralement encore les solutions protéidiques ou purement hydrocarbonées détermineraient le développement du pseudomycélium (Talice, 1930). Cet auteur le considère comme une forme de jeunesse, caractéristique de conditions de vie précaire.

Nombreux sont les chercheurs qui ont expérimenté l'action des substances de croissance et, plus spécialement chez les Angiospermes, sur l'élongation cellulaire et sur la formation de nouveaux organes Went : (1928-1934), Kögl (1934), Thimann (1935), Lefèvre (J.) (1937-1939), Castan (1940), Gautheret (1942-1947).

Gautheret a démontré, en outre, la sensibilisation, plus rarement l'accoutumance, des tissus de carotte cultivés en présence d'hétéroauxine.

La culture de *Candida albicans* sur milieux glucosé ou maltosé bien définis, en présence d'azote ammoniacal, et à une dose initiale de 20^{mg} par litre d'acide indole-β-acétique, favorise la filamentisation et la blastosporogénèse.

Une concentration plus élevée en hétéroauxine exerce une action retardatrice, une inhibition partielle (à partir de 50^{mg}), puis totale (en présence de 500^{mg}). Lorsque la culture se prolonge au delà du 18e jour, il se manifeste une accoutumance à des doses grandissantes de phytohormone : on observe alors une augmentation diamétrale des colonies et un relèvement de l'optimum de filamentisation (à 50^{mg} par litre).

L'hétéroauxine stimule à la fois l'allongement des cellules (entre certaines limites de concentrations) et l'extension du pseudomycélium. Les fortes doses provoquent une inhibition caractérisée, puis une accoutumance du champignon à des concentrations supérieures à celles que tolèrent les Phanérogames.

Nous pensons que l'acide indole-β-acétique stimule l'élongation cellulaire de *Candida albicans* et favorise par conséquent la filamentisation à une

(1) Séance du 1er mars 1948.

concentration initiale de 20ms, puis ultérieurement en présence de doses plus élevées, en modifiant la nature de la membrane cellulaire. Cette hormone augmenterait la viscosité des constituants de cette partie de la cellule, d'où résulterait une plus grande plasticité de sa paroi.

Cette plasticité s'accentuerait aux pôles de chaque article cellulaire où la membrane mitoyenne resterait plus mince et plus visqueuse. Ainsi se trouveraient facilités du même coup l'allongement individuel des cellules et leur adhérence dans une file de ces éléments, ce qui préviendrait la désarticulation du pseudomycélium. On s'explique ainsi que la formation des filaments puisse être interprétée comme une modalité particulière du bourgeonnement. Le bourgeon, au lieu de se séparer de la cellule-mère (comme il le ferait dans la forme levure), reste accolé avec celle-ci et s'allonge en bâtonnet (au lieu de devenir ovoïde), formant ainsi un nouvel article. La continuation de ce processus (exclusif de toute désintégration) engendre un filament continu qui conserve cependant une propriété fondamentale du *Candida* : celle de former des blastospores à l'extrémité distale du pseudomycélium ou, latéralement, au sommet de chaque article.

Mais si la modification physique de la membrane permet de comprendre l'adhérence des articles entre eux et celle de leurs bourgeons, elle ne suffirait pas à expliquer l'allongement individuel des cellules.

Nous sommes portés à admettre que l'apport de quantités croissantes d'hétéroauxine jusqu'à une limite déterminée (300ms) provoque une augmentation de la perméabilité de la membrane, favorisant ainsi la pénétration des glucides et des sels dissous à l'intérieur de la cellule. L'élévation de la pression osmotique déterminerait un appel d'eau qui gonflerait le protoplasme, et un apport de substances nutritives qui stimulerait la croissance.

Cette élongation se manifesterait surtout au voisinage des pôles, partie de la cellule supposée plus plastique (la formation de blastospores en ces mêmes points constitue un argument en faveur de cette interprétation).

CYTOPHYSIOLOGIE. — *Influence de l'acide salifiant l'ammoniaque sur les qualités nutritives ou toxiques des sels ammoniacaux vis-à-vis du* Saccharomyces cerevisiæ. Note de **Mlle Suzanne Lambin** et **M. René César**, présentée par M. René Souèges.

Dans une Note précédente (1) nous avons rapporté les résultats d'essais entrepris à l'instigation de J. Régnier et destinés à rechercher l'influence de l'acide salifiant l'ammoniaque sur le pouvoir nutritif de cet élément vis-à-vis de la cellule bactérienne. Les essais présentés ici ont été entrepris dans le cadre

(1) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 446.

de ces mêmes travaux, pour étudier cette influence vis-à-vis d'une cellule vivante de Levure.

Le *Saccharomyces cerevisiæ* a été mis en expérience et cultivé dans un milieu synthétique d'une constitution voisine de celle du milieu de Czapek (PO_4KH_2, 2g; ClK, 1g; $SO_4Mg, 7H_2O$, 1g; SO_4Zn, 0g,10; $SO_4Fe, 7H_2O$, 0g,02; eau distillée, 1000cm³). La concentration initiale en cellules levures était de 2 millions par centimètre cube. Certains essais étaient réalisés dans ce milieu additionné de glucose (30g pour 1000cm³) ou de glycérine, (30g pour 1000cm³). (Le pH du milieu oscillait entre 3,8 et 6,4.)

Les sels ammoniacaux mis en expérience et qui représentaient la *seule source d'azote* offerte à la Levure, étaient ajoutés aseptiquement à ce milieu de base tyndallisé, à doses croissantes, de façon à réaliser des concentrations en ammoniaque de 0g,085, 0g,17, 0g,425, 0g,850 pour 1000cm³. Après 72 heures de culture à + 37°, la récolte était déterminée par *numération directe* à l'hématimètre de Malassez, par *mesure photométrique* à l'électrophotomètre de Meunier, cet appareil ayant été préalablement étalonné à l'aide de suspensions titrées de cellules levures, et par *pesée*, après dessiccation.

Les *acides* utilisés pour salifier l'ammoniaque étaient, comme dans les précédents essais, d'une part des acides minéraux (ClH, NO_3H, SCNH), d'autre part des acides organiques pourvus ou non de fonctions polaires supplémentaires (COOH ou OH alcoolique), et appartenant à la série aliphatique ou à la série aliphatique-cyclique.

Les résultats suivants ont été obtenus :

I. *Les sels ammoniacaux des acides minéraux* n'ont fourni de récolte appréciable qu'en présence de glycérine, et surtout de glucose [en milieu glycériné : augmentation de récolte de 0g,20 [2] pour le *chlorure* et de 0g,11 pour le *nitrate*]. En milieu glucosé, augmentation de récolte de 0g,28 pour le chlorure et de 0g,22 pour le nitrate). Seul, le *sulfocyanure* a présenté une certaine valeur nutritive, en l'absence de toute autre source carbonée (récolte accrue de 0g,04), valeur fortement augmentée d'ailleurs par la présence de glycérine (0g,35) ou de glucose (1g,93). Il faut noter que ce dernier sel est doué d'une forte toxicité vis-à-vis de la cellule bactérienne de *Pseudomonas æruginoca* [1], et d'un certain pouvoir inhibiteur envers *Aspergillus niger* [3].

II. Ont été *favorables* à la nutrition de la Levure, en toutes conditions expérimentales :

Les sels ammoniacaux d'acides aliphatiques à chaîne linéaire ou ramifiée pourvus de groupements polaires supplémentaires (*tartrates, succinates, gluconate*). L'addition de glycérine et surtout de glucose, augmentait sensiblement les

(2) Les augmentations de poids s'entendent pour 1000cm³ de milieu de culture.

(3) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 465.

récoltes (augmentation de $0^g,20$ à $4^g,56$ en milieu de base, de 1^g à $5^g,70$ en présence de glycérine, et de $1^g,75$ à $9^g,13$ en milieu glucosé).

La *ramification* de la chaîne carbonée de l'acide salifiant entraînait une diminution du pouvoir nutritif; cette influence nocive augmentait avec la dose employée (augmentation de récolte : $1^g,04$ pour le *succinate* monobasique, et de $0^g,29$ pour l'*isosuccinate* monobasique, bien que les pH initiaux fussent absolument identiques).

III. Se sont comportés comme des aliments *médiocres :*

a. Les sels d'acides aliphatiques à chaîne linéaire dépourvus de groupements polaires (*caproate, butyrate, propionate, valérate*) qui se montrèrent déjà toxiques pour des concentrations de $0^g,50$ à $0^g,70$ ‰. Seul l'*acétate* se montra moins toxique aux fortes concentrations.

b. Les isomères de ces sels, à chaîne ramifiée (*isobutyrate, méthyléthylacétate, triméthylacétate, diéthylacétate*) qui se montrèrent nettement moins favorables, surtout aux très faibles concentrations (augmentation de récolte moyenne de $0^g,01$ à $0^g,20$ en milieu simple).

IV. On été nettement *défavorables* : les sels ammoniacaux d'*acides alicycliques*, dépourvus de groupements polaires, qui se sont montrés d'autant plus toxiques que la chaîne linéaire de l'acide était plus longue, et encore plus toxiques lorsque la chaîne carbonée était ramifiée (augmentation de récolte de $0^g,01$ à $0^g,03$ pour les derniers termes).

Conclusion. — Ces résultats, rapprochés de ceux qui ont été antérieurement obtenus avec le *Pseudomonas æruginosa* d'une part, et l'*Aspergillus niger* d'autre part, permettent de constater les faits suivants : 1° Pour les trois micro-organismes mis en expérience, et pour les divers groupes de sels étudiés, la ramification de la chaîne carbonée de l'acide a entraîné une diminution de la valeur nutritive et une augmentation de la toxicité; 2° Dans tous les cas, les dérivés alicycliques ont manifesté une toxicité nette; 3° La cellule bactérienne semble se comporter de façon particulière, alors que les cellules de Levure et d'Aspergillacée sont influencées de façon sensiblement identique par la structure des acides salifiant les sels ammoniacaux qui leur sont offerts comme aliments.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les acides nucléiques au cours du développement des inflorescences de* Ginkgo biloba *L.* Note de Mme **Cécile Sosa-Bourdouil**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Les inflorescences ♂ de *Ginkgo biloba* sont uniquement composées d'étamines insérées sur un axe. Le rapport % du poids des sacs polliniques au poids total de l'inflorescence est 79,8 à la maturation. Les analyses effectuées sur la totalité

de l'inflorescence expriment donc des résultats dûs en grande partie à la composition des étamines.

Nous avons suivi le développement à partir d'octobre 1946, époque à laquelle les cellules-mères du pollen sont déjà formées sous le climat de Paris. Les étamines restent sensiblement au même stade durant tout l'hiver, et c'est seulement au début du printemps que la vitesse du développement s'accroît rapidement (après le 20 mars en 1947) pour aboutir à la formation et ensuite à la libération du pollen (du 23 au 28 avril).

Les inflorescences sont épuisées à l'alcool à 95°, à l'acétone et à l'éther. Le traitement à froid à l'acide trichloracétique à 10 % donne une portion insoluble qui contient les nucléoprotéides. Cette portion est traitée par l'acide trichloracétique à 5 % à chaud suivant la méthode de Schneider.

La solution contient les acides nucléiques qui sont alors dosés suivant la technique de Vendrely et Sarciron ([1]). L'acide thymonucléique est évalué suivant la réaction colorée de Dische à la diphénylamine (réaction du désoxyribose).

Dans les inflorescences ♂ de Ginkgo, le taux d'acide nucléique ainsi déterminé est de 3,27 % du poids sec dès octobre. Il s'accroît au cours de l'hiver et atteint sa valeur maximum le 20 mars (3,57 %) à la veille du printemps.

Après le 31 mars (3,55 % à cette date), sa valeur décroît (2,75 le 8 avril), époque à laquelle la division en tétrades est déjà réalisée pour la grande majorité des étamines de l'inflorescence.

Le 12 avril, il est de 2,36 et tombe à 1,51 au moment où le pollen mûr va être libéré.

Le rapport entre le *taux* d'acide thymonucléique et le taux d'acide nucléique total subit des variations importantes au cours du développement. Entre le 20 mars et le 31 mars, il diminue de plus de la moitié de sa valeur initiale; il remonte après la formation des tétrades, le 8 avril, jusqu'au 7/8 de sa valeur initiale, et il retombe ensuite de 1/7 le 23 avril.

L'étude de la *quantité* d'acide nucléique relative à une inflorescence montre une augmentation rapide de cette quantité après le 20 mars; l'augmentation qui se poursuit jusqu'au 18 avril, époque de maturation des pollens. En plus du stock d'acide nucléique constitué dès octobre dans l'inflorescence, il y a, surtout après le 20 mars, une synthèse active d'acide nucléique qui doit s'effectuer principalement aux dépens des substances accumulées dans les rameaux et dans l'arbre l'été précédent (l'assimilation chlorophylienne ne s'établit que plus tard). En quantité, il s'agit donc d'une synthèse parallèle à l'édification des tissus.

([1]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 651.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la nature de l'hétéroside flavonique des fleurs de* Forsythia viridissima Lindl. Note [1] de MM. **Antonio Sosa** et **Victor Plouvier**, présentée par M. Richard Fosse.

Les espèces du genre *Forsythia*, étudiées à ce jour au point de vue chimique, sont [2] : *F. corcana* Nagai, *F. Fortunei* Rehd., *F. intermedia* Zab., *F. viridissima* Lindl. et *F. suspensa* Vahl (= *F. pendula* ?). Il apparaît que le pigment hétérosidique trouvé dans les fleurs de ces espèces est identifiable au *rutoside* (*quercétol-rhamnoglucoside*). Les applications médicales récentes de cet hétéroside contre les accidents de rupture des capillaires (vitamine P) augmentent l'intérêt de son étude.

Chez les *Forsythia*, le *rutoside* a été trouvé pour la première fois par Gollan (1929) sur les indications de Bridel, dans *F. pendula*. Tout récemment, Naghski, Porter et Couch l'ont extrait de *F. suspensa* et *F. Fortunei*. D'autre part, Czimmer isola en 1936 du *F. viridissima* un *flavonol-glucoside* (F 172-180°, $[\alpha]_D = 0°$) auquel Schindler attribua en 1945 la formule $C_{27}H_{29}O_{17}$ (?) d'un *quercétol-diglucoside* (F 170-180°, $[\alpha]_D = -51°,8$ dans CH_3OH) (ces auteurs semblent ignorer le travail de Gollan).

Ayant commencé l'étude des fleurs de *F. suspensa* et de *F. viridissima* en 1942, nous avons remarqué les ressemblances entre les hétérosides jaunes obtenus, l'hétéroside de Gollan et le rutoside de *Ruta graveolens* L. Pour mieux comparer ces corps, nous les avons extraits de *Forsythia* par la méthode au Pb employée par Schindler et par une technique beaucoup plus simple décrite ci-après. Ce travail a pour but d'expliquer les discordances de la littérature sur le P. F. et le $[\alpha]_\lambda$ du rutoside, d'identifier le rhamnose et d'établir que l'hétéroside flavonique du *F. viridissima* est bien le *rutoside*.

I° La *détermination du* P. F. du rutoside donne des résultats beaucoup plus nets au bloc de Maquenne qu'au tube capillaire : F_{inst} 208° dans tous les cas, sauf un échantillon préparé par la méthode au Pb (F 205°). Au tube capillaire, le P. F. est aux environs de 190° (corr.); mousse et déc. vers 180°.

II. Le *pouvoir rotatoire* est plus facilement déterminable à la lampe à Hg qu'en lumière de Na et varie fortement avec la nature du solvant : 1° Il est dextrogyre dans les milieux neutres ou acides peu hydratés, tandis qu'il est lévogyre dans les solvants neutres dilués ou basiques (pyridine); 2° L'addition d'eau provoque un déplacement net dans le sens lévogyre. Le rapport α_V/α_J oscille entre 1,2 et 1,4. Voici les $[\alpha]_\lambda^{20}$ du produit anhydre :

---

(1) Séance du 8 mars 1948.

(2) A. Sosa, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **29**, 918.

	C_2H_5OH 95° (c = 0,61).	C_2H_5OH 50° (c = 0,58).	CH_3OH à 50 %. (c = 0,56).	Dioxane (c = 0,40).	C_2H_5OH à 95° + CH_3—CO_2H (1 : 1) (c = 0,81).	Pyridine anhydre (c = 1).
λ = 578 mμ...	+6°,6	— 8	—10°,5	+12°,4	+17°,6	—37°,7
λ = 546 ...	+8,5	—10°,7	—13,7	+17,9	+25,6	—48,8

Le solvant polarimétrique de choix pour le rutoside est la *pyridine* contenant 10-40 % *d'eau, de préférence* 20 %. On a alors une exaltation d'environ 17° vers la gauche, ce qui permet de bonnes mesures de $[\alpha]_\lambda$ même avec quelques milligrammes de substance. Dans ces *conditions optima* (*pyridine à* 80 %) on a : $[\alpha]_{578}^{20} = -53°,5$; $[\alpha]_{546}^{20} = -66°,5$; $\alpha_V/\alpha_J = 1,25$ ($c = 1$, $l = 2$). Une augmentation du degré d'hydratation de la pyridine (75 % d'eau) fait retomber les valeurs de $[\alpha]_\lambda$ au voisinage de celles que fournit le solvant anhydre.

Extraction et purification. — 100g de fleurs sèches sont traitées 3 fois par C_2H_5OH à 95° bouillant et 2 fois par CH_3OH. Les alcoolatures réunies sont concentrées sous vide (50°) à 130cm³ et l'extrait encore tiède est lavé 3 fois à l'éther. L'hétéroside cristallisé se sépare dans la liqueur aqueuse : 4,32 g/s pour *F. suspensa* (c'est le plus fort rendement trouvé dans le genre *Forsythia*), 3,13 pour *F. viridissima*; par la méthode au Pb, le rendement n'est que 0,7 chez ce dernier. Pour purifier : 1° on fait cristalliser l'hétéroside dans l'eau bouillante; 2° on le dissout à chaud dans l'acétone + CH_3OH et l'on verse le filtrat sur l'eau froide; 3° on fait recristalliser dans 200 p. d'eau : Aiguilles jaunes microscopiques semblables dans tous les cas.

Analyses (%). — Eau de cristal., 8,03; calc. pour $C_{27}H_{30}O_{16} + 3H_2O = 8,13$. Trouvé pour les hétérosides de *F. viridissima* : *a.* méthode au Pb : C 53,21, H 5,3; *b.* méthode décrite ci-dessus : C 53,05, H 5,2; *F. suspensa* : C 53,15, H 4,94. Calculé pour $C_{27}H_{30}O_{16}$: C 53,12, H 4,95.

Hydrolyse de l'hétéroside. — Essai de Charaux : temps d'apparition de l'aglycone, 10-11 minutes dans les 3 cas. Avec 100 p. de SO_4H_2 à 5 % sur B. M. (4 h.) : après refroidissement, on sépare 49,9 % d'aglycone (calc. 49,5 %); le filtrat donne les réactions des méthylpentoses et possède une déviation polarimétrique de + 0°,34 à + 0°,38 ($l = 2$; calc. pour 1 *d*-glucose + 1 *l*-rhamnose : + 0°,36; pour 2 mol. de glucose, on aurait + 0°,60).

L'aglycone ici récupérée est bien du *quercétol* (F_{inst} 321° au bloc).

A partir du filtrat ci-dessus on a séparé par la méthode à l'acétone une *d-glucosazone* (balais typ., F 228°) et une *l-rhamnosazone* (oursins, F 190°).

On n'a observé aucune dépression dans le P. F. (inst. au bloc) de ces combinaisons avec des produits purs de référence correspondants.

Dérivé acétylé du rutoside. — $C_{27}H_{20}O_6(OH)(OCO\text{-}CH_3)_9$. Ce corps ne paraît pas avoir été obtenu jusqu'à présent à l'état cristallisé. Nous l'avons eu dans les 3 cas par acétylation pyridinée à froid, en cristaux presque incolores (F 142° au bloc et vers 127°, corr., au t. cap.). donnant réaction positive

avec ClH + Mg, mais ne se colorant pas avec Cl_3Fe. *Analyse* (%) : tr., C 54,61, H 5,1, C_2H_3O 38,5; calc. pour $C_{45}H_{48}O_{25}$: C 54,66, H 4,89, C_2H_3O 39,1.

En résumé : 1° Nous avons mis en évidence quelques *anomalies* de *point* de *fusion* et de *pouvoir rotatoire* du rutoside; 2° cette étude a permis, avec la caractérisation du *l-rhamnose*, d'identifier l'hétéroside de *Forsythia viridissima* Lind. avec le *rutoside*.

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur la nitrification dans les sols calcaires*. Note de MM. **Gustave Drouineau**, **Pierre Gouny** et **Guy Lefèvre**, présentée par M. Albert Demolon.

On admet généralement que dans les sols en place normalement aérés le stade azote nitreux passe inaperçu au cours de l'oxydation biologique de l'azote ammoniacal en azote nitrique.

L'examen fortuit d'échantillons de terre provenant d'une exploitation florale nous a permis de constater la présence de quantités d'azote nitreux dosables, pouvant atteindre jusqu'à 6^{mg} par kilogramme de terre.

A la suite de cette constatation nous avons observé la présence de nitrites dans des sols agricoles variés dont le caractère commun était leur richesse en calcaire actif ([1]).

Nous avons effectué l'étude systématique au laboratoire de l'oxydation biologique de l'azote ammoniacal dans les sols de cette nature, en comparant deux terres calcaires aussi semblables que possible au point de vue de leur constitution générale, mais, l'une A, ne renfermait que des traces de calcaire actif et l'autre B, en renfermait 58°/₀₀. Des échantillons de 100^g de terre additionnés de $21^{mg},4$ d'azote sous forme d'une solution de sulfate d'ammoniaque ont été placés en couche mince, à l'étuve à 28°. L'humidité a été constamment maintenue à une valeur correspondant aux 2/3 de la capacité de saturation et le cours de la nitrification a été suivi régulièrement par le dosage des nitrites et des nitrates formés.

Les résultats obtenus, exprimés en milligammes pour 100^g de terre sèche, sont rassemblés dans le tableau ci-dessous :

	Terre A.		Terre B.	
Nombre de jours d'incubation.	Azote nitreux.	Azote nitrique.	Azote nitreux.	Azote nitrique.
2.............	0,5	2,6	1,3	3,8
4.............	0,4	5,6	3,8	7,5
6.............	0,6	9,5	9,0	12,2
8.............	0,7	13,3	6,0	16,5
10.............	0,2	17,6	0,6	20,4
12.............	0,0	20,5	0,1	21,0

([1]) Le calcaire dit *actif* correspondant à l'indice de pouvoir chlorosant était mesuré par la méthode à l'oxalate d'ammonium (*Annales agronomique*, 12, 1942, p. 441-450).

Des essais parallèles à la température de 15° permettent de faire des constatations identiques. La durée de transformation complète des $21^{mg},4$ d'azote est est plus élevée (18 jours). Elle est sensiblement la même dans les deux terres, mais le dixième jour la terre B renferme $6^{mg},1$ d'azote nitreux pour 100^{g}, alors que la terre A n'en contient que 0,74. Dans des essais effectués avec des doses d'azote ammoniacal inférieures, les différences entre les deux terres se maintiennent.

Il est donc évident que dans la terre B la vitesse de formation des nitrites est plus grande que leur vitesse de transformation en nitrates. S'il est difficile d'admettre que le comportement des nitrificateurs dans la terre B est la conséquence d'une distribution différente à l'origine entre les deux groupes de nitrificateurs, par contre l'existence à l'intérieur de chaque groupe de genres ou de souches ayant des exigences de pH particulières pourrait avoir une influence. Il ne paraît pas en être ainsi, car après des ensemencements de la terre A, préalablement stérilisée, par des extraits de la terre B, et inversement, il n'y a aucun changement dans la nature des phénomènes constatés. Nous avons vérifié également que l'accumulation des nitrites dans la tere B n'est pas due à une aération insuffisante.

C'est principalement à la présence dans la terre B d'une plus grande quantité de calcaire fin qu'il faut attribuer les différences observées. En effet, dans la terre A additionnée de quantités variables de carbonate de calcium précipité, nous avons pu doser au 7e jour d'incubation à 28° les quantités de nitrites suivantes pour 100^{g} de terre :

	mg
Terre sans carbonate de calcium	0,4
» avec 20 % de carbonate de calcium	4,5
» » 30 % » »	5,6
» » 40 % » »	6,4
» » 50 % » »	7,9

Conclusion. — La présence dans le sol de carbonate de chaux facilement attaquable entraîne des modifications dans la vitesse relative des phases nitreuses et nitriques. Les nitrites peuvent s'accumuler provisoirement et l'azote nitreux peut ainsi constituer, pendant quelques jours, près de la moitié de l'azote existant sous forme minérale dans le sol.

ZOOLOGIE. — *Affinités structurales des bourgeons migrateurs d'Infusoires Acinétiens.* Note de Mlle YVETTE GUILCHER, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans son travail désormais classique, Collin (1912) présente les Acinétiens comme des Ciliés péritriches dérivés des Vorticellides, dont les caractères et l'aspect particulier sont liés à un mode de vie subparasitaire. Par ailleurs, Collin a cru également pouvoir prendre, comme base de classification des Aci-

nétiens, les caractères morphologiques de la forme fixée et du bourgeon migrateur, ainsi que le mode de bourgeonnement.

L'application systématique de la méthode des imprégnations argentiques de Chatton et Lwoff nous a permis de reprendre cette étude sur une base nouvelle, et nous sommes désormais en mesure de réviser les conclusions de Collin.

Le cinétome du migrateur. — Les imprégnations argentiques ne révèlent pas de cinétodesme chez les Acinétiens. De ce fait, l'application de la règle de la desmodexie, formulée par Chatton et Lwoff, n'étant pas possible, nous avons défini l'orientation de l'embryon par le sens de la nage chez la forme vagile. L'organe de fixation est alors antérieur et l'embryon est lié au parent par son pôle postérieur. Par ailleurs, nous convenons de prendre comme face ventrale, la face ciliée des migrateurs.

Ceci posé, nous avons pu tout d'abord mettre en lumière le fait que la ciliature du migrateur n'est jamais péritriche. Sur cette observation fondamentale, les formes étudiées jusqu'ici peuvent alors se grouper en trois séries simples et caractéristiques.

1. La première série comprend les migrateurs considérés par Collin comme *monaxones*; par exemple, les bourgeons de *Tokophrya quadripartita* Cl. et L. et de *Tokophrya infusionum* Stein. Leur ciliature embryonnaire est réduite à quatre ou cinq cinéties transversales qui ne se referment pas sur elles-mêmes; au pôle antérieur, on remarquera une fossette de fixation formée d'un amas de cinétosomes et, au pôle postérieur, une *frange adorale*. A ce type se rapportent non seulement les migrateurs des *Acinetidæ*, mais aussi tous les embryons monaxones de différentes espèces, que la classification de Collin disperse dans plusieurs familles.

2. La seconde série comprend les embryons de forme dite *bilatérale par compression*. L'organe de fixation est encastré dans une écharpe ciliaire entre les deux côtés de laquelle se dispose un second champ ciliaire généralement réduit. Les différents termes de cette série seraient :

a. L'embryon des *Podophrya*, avec un seul champ ciliaire, formé de cinétosomes très espacés. *b*. *Periacineta linguifera* Cl. et L., avec les deux champs typiques. *c*. Les divers embryons discophryens, tels que *Discophrya piriformis* n. sp., comparable à *P. linguifera*, mais de taille supérieure (80 μ); *D. Steinii* Cl. et L. et *D. acilii* Coll., cylindriques et présentant un plus grand nombre de cinéties que *D. piriformis* n. sp.; *D. ferrum-equinum* Ehr., aplati en raquette et comportant, au milieu de la face ventrale, toute une série d'amas de cinétosomes situés obliquement; *D. astaci* Cl. et L. qui rappelle l'embryon précédent, avec un seul amas de gros cinétosomes enfoncés dans le cytoplasme et qui pourrait être l'indice d'une bouche vestigiale. — *d*. *Ephelota gemmipara* Hertw., dont un segment du premier champ ciliaire effectue une translation suivie d'une invagination, pour constituer une sorte de cytostome très régressé, comparable à celui de *D. astaci*.

En outre, de nombreux migrateurs, reconnaissables à leur aspect *in vivo*, ou tels que les présentent les images des traités classiques, s'intègrent dans cette importante série, par exemple *Metacineta mystacina* Ehr. C'est aussi dans cette série qu'il faudra rechercher les éléments susceptibles de nous renseigner sur les formes de passage de ces espèces vers les Infusoires en général.

e. Un autre type comparable à l'ensemble des précédents, mais encore plus modifié, est fourni par l'embryon de *Dendrocometes paradoxus* Stein. La scopula est remplacée ici par une vaste aire ciliée, entourée de cinéties elliptiques. Il n'est pas sans intérêt de noter que ce migrateur a une structure comparable à celle d'un embryon monaxone qui serait aplati suivant l'axe antéro-postérieur.

3. Enfin nous pouvons former une troisième série avec les *Vermiformes*. Jusqu'ici l'étude n'a porté que sur *Dendrosomides paguri* Coll. A l'un des pôles se situe la scopula; à l'autre une dépression couverte de cinétosomes, qui n'est pas sans analogie avec une bouche vestigiale. Les cinétosomes qui couvrent le corps ne sont orientés longitudinalement qu'autour de cette fossette buccale.

Le problème de la classification. — L'étude attentive de *D. piriformis* n. sp. et de *T. infusionum* Stein montre que la morphologie externe de l'adulte est fonction de différents facteurs. Les caractères tirés du mode de bourgeonnement lui-même sont sans valeur systématique réelle. Seule, la morphologie du migrateur reste constante pour une espèce déterminée et, par suite, elle seule peut fournir une base solide de classification.

Précédemment, Chatton et Lwoff avaient déjà montré que les *Hypocomidæ* ne pouvaient être considérées comme des Acinétiens. De la même façon et grâce aux mêmes techniques, les résultats obtenus montrent la nécessité d'une révision complète du groupe. Le fait que la ciliature de ces migrateurs se ramène toujours à un type Holotriche nous autorise donc à intégrer directement les Acinétiens dans l'ordre des Holotriches.

Signalons, par ailleurs, que nous procédons à un reclassement identique à propos des *Chonotriches*, dont jusqu'à présent nous avons étudié l'espèce *Chilodochona quennerstedti* Wall.

PHYSIOLOGIE. — *Note préliminaire sur la physiologie du décubitus latéral.* Note de Mme **Madeleine H. Paillard-Varin**, présentée par M. Joseph Magrou.

Les études physiologiques et physiopathologiques humaines sont généralement poursuivies en habitus vertical, en position assise ou en décubitus dorsal. Depuis longtemps déjà nous nous intéressons aux modifications du fonctionnement physiologique des organes en décubitus latéral. Rappelons brièvement que Henri Paillard a étudié tout particulièrement la physiologie du muscle diaphragme en décubitus latéral; on sait depuis longtemps que l'évacuation

gastrique est différente suivant que le pylore occupe la région déclive de l'estomac (en décubitus latéral droit) ou le plafond de l'estomac (en décubitus latéral gauche), ceci dit sans méconnaître que les contractions péristaltiques ont une action prééminente indiscutable quelle que soit la position de l'estomac; on sait que l'examen objectif du foie et de la rate permet de bénéficier d'une exploration faite en décubitus latéral; on sait que les cardiopathes supportent généralement plus mal le décubitus latéral gauche que le décubitus latéral droit; enfin il est important de connaître les détails de la physiologie en décubitus latéral, lorsqu'on pratique une intervention chirurgicale dans cette attitude (les opérations portant sur le rein par exemple).

Mais, nous ne voulons, dans la présente étude, approfondir aucun des points précédents; nous nous proposons seulement, dans cette Note préliminaire, d'étudier *avec quelle fréquence est adopté le décubitus latéral par des sujets normaux pendant le sommeil normal*.

Une collectivité normale est représentée par les dortoirs des pensionnats. C'est là que nous avons poursuivi notre enquête; elle eût été possible dans une salle d'hôpital, mais alors, il ne s'agit plus de sujets normaux et telle ou telle attitude peut être imposée par l'état pathologique; au surplus, chez la plupart de ces sujets le sommeil est léger et nous voulions surtout étudier le sommeil profond avec attitude stable. Cette attitude peut assurément changer d'un moment à l'autre de la nuit ou d'une nuit à l'autre, mais ainsi que le prouvent les chiffres que nous allons citer, il se dégage de notre travail quelques constantes importantes.

Nous avons pratiqué 2130 numérations sur des enfants ou jeunes gens, garçons ou filles, de 8 à 18 ans.

			(%).
Décubitus dorsal	559	soit	26,24
» latéral droit	935	»	43,89
» latéral gauche	619	»	29,06
» ventral	17	»	0,79

Donc, dans 72,9 % des cas, les sujets examinés adoptent le décubitus latéral avec une prédominance manifeste pour le décubitus latéral droit.

Prenons des résultats fractionnaires : 171 filles ont été examinées :

			(%).
Décubitus dorsal	33	soit	19,29
» latéral droit	74	»	43,27
» latéral gauche	60	»	35,08
» ventral	5	»	2,92

Donc, sur 171 filles examinées, 78,35 % adoptent le décubitus latéral avec prédominance manifeste encore pour le décubitus latéral droit.

Autre résultat fractionnaire : les enfants de 8 à 12 ans (garçons ou filles); 707 examens ont été pratiqués.

			(%).
Décubitus dorsal	195	soit	27,42
» latéral droit	294	»	41,58
» latéral gauche	213	»	30,12
» ventral	9	»	1,27

Autre résultat fractionnaire : les sujets de 16 à 18 ans (garçons ou filles); 975 examens ont été pratiqués.

			(%).
Décubitus dorsal	280	soit	28,71
» latéral droit	415	»	43,58
» latéral gauche	277	»	28,41
» ventral	3	»	0,30

Donc, chez les enfants de 8 à 12 ans, 71,7 % adoptent le décubitus latéral; chez les adolescents de 16 à 18 ans, 72 % adoptent le décubitus latéral; dans les deux cas, prédominance manifeste pour le côté droit.

Telles sont nos constatations, elles valaient, on le voit, la peine d'être chiffrées; elles vaudraient d'être aussi contrôlées chez l'adulte normal; mais nous ne pensons pas que les résultats en soient sensiblement différents.

La conclusion pratique à en tirer, c'est que plus des 2/3 des sujets normaux passent le tiers de leur vie dans le décubitus latéral (8 heures de sommeil en moyenne sur 24 heures). Il convient donc de s'intéresser au décubitus latéral et à sa physiologie.

PHYSIOLOGIE. — *Efficacité comparée de la caséine et de ses acides aminés constitutifs pour la restauration physiologique du Rat blanc protéiprive : Hématopoïèse.* Note (¹) de M[lle] JANINE BOURGEAT et M. ALEXANDRE ASCHKENASY, présentée par M. Robert Courrier.

La régénération sanguine du Rat protéiprive nécessite la présence dans la ration alimentaire de tous les acides aminés indispensables. D'autres facteurs alimentaires peuvent-ils activer cette régénération ? C'est ce qui nous a paru intéressant de rechercher en comparant l'efficacité de la caséine, protide riche en strépogénine (facteur accessoire de croissance), et celle de ses acides aminés constitutifs présentés sous forme d'un hydrolysat acide *astrépogénique*. Comme nous l'indiquons par ailleurs, nous avons placé des rats à l'inanition protéique en utilisant un régime qui fournissait des calories, des sels et la totalité des vitamines connues, y compris l'acide folique (1[mg] par kg de ration). En huit semaines environ, une telle alimentation détermine chez les animaux une anémie accentuée, comme le prouvent les chiffres moyens suivants :

(¹) Séance du 1[er] mars 1948.

	Hémoglobine (g p. 100cm³).	Hématies (par mm³).	Valeur (²) globulaire (mγ).	Réticulocytes (par 100 G. R.).
Lot 1 (6 rats) (avant I. P.).....	14,4	8,630000	16	3,5
» » (après I. P.).....	6,65	4,430000	15	9,4
Lot 2 (6 rats) (avant I. P.).....	13,16	8,210000	15,5	3,7
» » (après I. P.).....	7,22	5,110000	13,7	4

Ainsi préparés, ces animaux étaient soumis à un régime renfermant 2,3 % d'azote, soit sous forme de caséine, soit sous forme d'hydrolysat de caséine complété. Nous avons suivi le cours de la régénération sanguine à l'aide de prélèvements faits à heure fixe tous les trois jours : l'hémoglobine était évaluée au Sahli (³) et les numérations effectuées avec la cellule de Thomas. Les tableaux suivants résument l'essentiel de nos observations :

1. *Gain d'hémoglobine calculé par gramme de N ingéré.*

Jours................	3ᵉ	6ᵉ	9ᵉ	12ᵉ	15ᵉ	18ᵉ	21ᵉ	24ᵉ
Caséine..............	0,73	1,6	1,3	1,1	0,33	0,23	0,8	0,18
Hydrolysat..........	0,78	1,2	1,6	0,36	0,43	0,38	0,65	0,82

Ces taux ont été calculés selon la formule $(Hb_{x+3} - Hb_x)/(N_{x+3} - N_x)$ dans laquelle $x =$ nombre de jours, Hb = hémoglobine évaluée en g. par 100 cm³ de sang, N = azote ingéré en g. On ne peut noter aucune différence significative dans la régénération par la caséine ou par ses aminoacides.

2. *Variations du taux globulaire* (millions d'hématies par mm³ de sang) *et crise réticulocytaire* (réticulocytes par 100 G. R.).

Jours		3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.	24.
Caséine	N ingéré.....	0,57	1,47	2,62	3,78	4,93	6,12	7,13	8,33
	Hématies....	4,13	4,39	4,15	6,02	6,18	6,16	7,33	7,50
	Réticulocytes.	22	30,9	32,7	17,8	10,8	8,2	7,6	7,4
Hydrolysat.	N ingéré.....	0,75	1,76	2,81	3,96	5,00	6,01	7,08	8,10
	Hématies....	4,77	5,26	6,07	5,98	6,04	6,47	6,74	7,61
	Réticulocytes.	21	28,2	20,8	15,4	10,3	7,1	7,2	4,4

Bien que partie d'un niveau nettement plus bas, la réparation globulaire des rats à la caséine atteint dès le douzième jour le taux des animaux à l'hydrolysat pour évoluer ensuite de manière sensiblement parallèle.

Toutefois, un temps de latence dans l'efficacité érythropoiétique de la caséine est à enregistrer. Cela explique l'hyperchromie plus accentuée trouvée au sixième et neuvième jour de la réparation par la caséine. A partir du douzième jour l'hyperchromie est identique pour les deux régimes (valeur globulaire absolue = 18 mγ environ).

(²) Valeur globulaire absolue = quantité d'hémoglobine par hématie en mγ.
(³) Sahli, 100 = 14ᵍ d'hémoglobine. Lecture faite après 5 minutes.

D'autre part, la crise réticulocytaire apparaît comme plus intense et plus prolongée avec la caséine. Étant donné que la quantité d'azote ingérée dans les mêmes délais est moindre avec le régime à la caséine, l'efficacité érythropoiétique de cette dernière semble légèrement supérieure à celle de ses amino-acides constitutifs.

Ces observations laisseraient penser que la strépogénine, présente dans la caséine et absente dans l'hydrolysat, joue un rôle dans l'érythropoièse. Mais on ne saurait tirer une conclusion définitive avant d'avoir montré le rôle de la strépogénine isolée dans la régénération sanguine; il faudrait également tenir compte de la masse totale du sang circulant et non seulement du pourcentage des éléments figurés qu'il contient.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Les caractéristiques d'absorption des substances colorantes dans l'extrémité rouge du spectre visible.* Note de M. **Jacob Segal**, présentée par M. Armand de Gramont.

En examinant des colorants organiques en solution concentrée ou sous une certaine épaisseur et par transparence à l'aide d'une forte source de lumière, on constate que, à de rares exceptions près, la couleur vire vers le rouge à mesure qu'on augmente la densité optique du filtre liquide, et que la toute dernière couleur que l'on perçoit avant l'extinction totale de la lumière est toujours un rouge pur et saturé. L'examen de ces solutions au spectroscope révèle dans tous ces cas l'existence d'une bande rouge assez brillante, naissant vers 680 ou 700 mμ et s'étendant jusqu'à la limite de la visibilité spectrale. Aux concentrations moindres, cette bande paraît moins claire que, par exemple, la partie jaune ou verte du spectre, mais lorsqu'on augmente la densité du filtre, la brillance de cette dernière partie baisse plus rapidement que celle de la bande rouge et celle-ci reste seule visible aux concentrations élevées.

Pour traduire ces impressions sensorielles en données physiques, il faut tenir compte du fait qu'aux grandes longueurs d'onde, la sensibilité de l'œil tombe rapidement à mesure que l'on s'avance vers l'infrarouge. Si, pour toutes les substances colorantes, on peut, avec une concentration suffisante, éteindre complètement le rouge proche tout en maintenant une sensation dans le rouge extrême, il faut que, dans la zone critique, la transparence du colorant augmente plus rapidement que ne baisse la sensibilité de l'œil.

Les coefficients d'absorption dans cette zone du spectre doivent être très bas. En effet, aux environs de $700^{m\mu}$, la sensibilité de l'œil n'est qu'un centième environ de celle qu'il a pour le vert jaune. Si, par suite de la densité croissante du filtre, le jaune vert et le rouge s'éteignaient simultanément, il en résulterait une transmission 100 fois plus grande dans le rouge. Or, le plus souvent, après l'extinction du reste du spectre, le rouge reste encore assez lumineux, et il faut diminuer sa brillance 10, 100 et même 1000 fois pour le faire disparaître. Il

en résulte que, suivant la nature du colorant, le coefficient d'absorption pour une densité éteignant le reste du spectre visible, est dans le rouge extrême 1000 à 100000 fois plus faible que dans la zone de la plus grande transparence des ondes plus courtes. Le tableau ci-dessous donne, à titre d'exemple, les coefficients d'absorption d'une solution de vert malachite à 0,1 % sous 10^{mm} d'épaisseur.

Coefficients d'absorption α d'une solution de vert malachite à 0,1 %.

λ en mμ.	α.	λ en mμ.	α.
430......	$2,8 \times 10^{17}$	610......	$1,5 \times 10^{02}$
470......	$2,5 \times 10^{3}$	680......	16,6
500......	$2,4 \times 10^{3}$	720......	1,59
530......	$2,4 \times 10^{12}$	780......	1,28
570......	$5,2 \times 10^{47}$		

On comprend pourquoi, aux concentrations plus faibles, la transparence pour le rouge ne peut plus augmenter notablement, et pourquoi les autres couleurs prennent le dessus grâce à la plus grande sensibilité de l'œil, même si la transmission n'y atteint jamais les valeurs qu'elle a dans le rouge.

En somme, pour toutes les substances colorantes examinées, le coefficient d'absorption accuse une baisse importante vers l'extrémité rouge du spectre et y atteint ses valeurs absolues les plus basses. Tandis qu'il est possible, par un assemblage judicieux d'atomes qui, par eux-mêmes, n'absorbent pas dans le visible, de réaliser des substances à couleur de structure ayant un maximum d'absorption dans n'importe quelle région du spectre, une limite infranchissable semble exister au-dessous de 680 mμ. Il ne nous est pas possible de préciser davantage cette valeur, notre spectromètre ne permettant que des mesures relatives à 9 longueurs d'onde déterminées. La zone critique se situe, d'après nos données, entre 610 et 680 mμ. La signification de l'existence d'une telle limitation, aussi bien du point de vue physiologique que du point de vue physique, nous a incité à étendre les observations sur un grand nombre de substances.

Après avoir vérifié l'exactitude des constatations ci-dessus sur une quarantaine de colorants organiques, nous avons utilisé les spectres d'absorption de plus de 700 substances colorantes, réunis dans l'atlas de colorants de Lazareff. Ces spectres sont établis à des concentrations trop faibles pour faire ressortir nettement le phénomène, mais les substances qui n'accusent pas une baisse nette du coefficient d'absorption dans le rouge ont été réexaminées par nous aux concentrations plus élevées. Le même comportement fut, en outre, constaté pour des matières colorantes naturelles, l'hémoglobine, le pourpre rétinien, la chlorophylle. On le retrouve aussi chez certaines substances minérales colorées, comme le permanganate de potasse.

Il a pourtant été possible de trouver quelques rares substances qui ne se conforment pas, apparemment, à la règle générale. Nous nous proposons de

traiter dans une prochaine Communication le problème que pose l'existence de ces exceptions.

M. Francis Perrin à observé, en 1931, lors de ses travaux sur la fluorescence, un phénomène semblable sur plusieurs colorants. Il n'a pas, à l'époque, publié ses observations.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *La survie expérimentale aseptique des grands fœtus de Mammifères.* Note de MM. **J. André Thomas**, **Louis Salomon**, Mme **Léone Salomon** et M. **François Lamy**, présentée par M. Robert Courrier.

L'appareil automatique de l'un de nous permet d'effectuer avec du sang oxygéné et chaud (1) dans des conditions physiologiques, la perfusion aseptique et prolongée d'organes pesant plusieurs kilogrammes.

Nos résultats ont trait à la survie expérimentale de 18 gros fœtus extraits de l'utérus, principalement de Bovins (longs de 35 à 55^{cm}, pouvant dépasser le poids de 8^{kg}), et accessoirement d'Ovins. Nos procédés techniques sont maintenant codifiés de telle sorte que nos expériences, d'abord hérissées de grandes difficultés, sont simplifiées et renouvelables dans des conditions connues.

Les problèmes que nous nous sommes proposé de résoudre n'ont pas exigé, jusqu'ici, que nos perfusions soient prolongées au delà d'une cinquantaine d'heures : nous les avons interrompues volontairement. Mais il nous semble que la survie beaucoup plus longue de gros organes dépende seulement de conditions matérielles.

L'utérus gravide, prélevé après l'abattage de la vache, est ramené rapidement de l'abattoir, de préférence dans une étuve portative, vaisseaux pincés; il est aseptisé extérieurement. L'expérience prouve que le sang du fœtus reste sans se coaguler pendant plusieurs heures, si le fœtus reste dans l'utérus fermé, à la température normale du corps.

Le fœtus est extrait stérilement de l'utérus, après section du cordon ombilical, sans que cet organe ait été serré à la pince. Les quatre vaisseaux ombilicaux sont dégagés et l'ombilic incisé. Sans ces précautions, un spasme de ces vaisseaux gêne considérablement le lavage préalable de la circulation fœtale. Pour ce lavage, destiné à chasser complètement le fibrinogène, les liquides salins anticoagulants doivent être formellement rejetés. Nous obtenons de bons résultats en utilisant, sous basse pression et tiède, du sérum sanguin pur, éventuellement glucosé et, peut-être mieux, une solution de polyvinyl-pyrrolidone à 3,5 %, dans le liquide physiologique tamponné de l'un de nous (pH 7) (2). Dans ces conditions, le fœtus se décolore progressivement et

(1) J. André Thomas, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1090-1092 et un Mémoire, à paraître.

(2) J. André Thomas, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 148-150.

devient exsangue. Sa circulation est alors branchée, sans bulles d'air, sur celle de l'artère de l'appareil.

Le milieu de perfusion (5 litres) est constitué par du sang défibriné de Vache, dilué à 50 % dans notre liquide physiologique tamponné; on peut y ajouter, par précaution, des antibiotiques, par exemple 100000 U. O. de pénicilline.

Dès que la circulation artificielle commence, le fœtus reprend rapidement les couleurs de la vie.

De nombreux essais préliminaires ont montré qu'il est difficile d'établir la circulation artificielle dans le sens physiologique. En effet, à la suite des veines ombilicales, peu résistantes, la fragile circulation du foie embryonnaire est un obstacle sérieux. C'est pour cela que nous pratiquons le lavage préalable, puis la perfusion rythmique automatique par une des deux artères ombilicales; le sang circule à contre-courant dans le trajet aortique. Néanmoins, les particularités anatomiques de la vascularisation embryonnaire permettent d'obtenir la perfusion totale : des injections témoins, colorées par le bleu de méthylène, le prouvent.

En définitive, la canule artérielle pénètre dans une artère ombilicale, tandis que, pour faciliter le libre retour veineux, une sonde en gomme est introduite par une des deux veines ombilicales, jusqu'à l'origine du canal d'Arantius; la deuxième artère ombilicale est liée.

Les conditions des expériences sont, en général, les suivantes : pressions basses, avec différentielle faible, comme dans l'organisme fœtal (pression au minimum, 1,5 à 2; au maximun, 4 à 5 cm Hg); le rythme de 85 pulsations à la minute suffit; température 38° C.; le mélange respiratoire pur qu'employait Carrel pour de petits organes est satisfaisant (oxygène 80 %, azote 17 %, gaz carbonique 3 %).

Le fœtus, de couleur rose, reste d'abord d'aspect inchangé. Il reçoit du sang rutilant et rejette du sang foncé : sur les viscères, des artérioles sont rouges et des veinules bleuâtres. Cependant, un œdème, réaction physiologique, apparaît plus ou moins tardivement, parfois seulement après 29 heures; il peut être faible et se stabilise.

En fin d'expérience, le fœtus prend une coloration plus rougeâtre, particulièrement ses extrémités qui portent des pétéchies. Le milieu sanguin circulant est utilisé pendant plus de 30 heures, sans qu'il soit nécessaire de le renouveler; son pH demeure aux environs de la neutralité; il a l'odeur de sang de fœtus, n'est pas hémolysé, contient des lymphocytes, des monocytes et des granulocytes; il est stérile. Les divers organes du fœtus restent résistants et de bon aspect; leur structure histologique générale est conservée, même après plus de deux jours de perfusion. *Des cultures de tissus, faites avec certains d'entre*

eux, donnent des nappes de croissance, soit du type conjonctif, soit du type épithélial.

De tels fœtus en survie expérimentale aseptique pendant plus de deux jours peuvent servir à diverses recherches théoriques et appliquées.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur le mode d'action du thiouracile sur la croissance de* Lactobacillus casei. Note (¹) de M. **René Wolff**, présentée par M. Maurice Javillier.

L'action antagoniste de l'uracile et du thiouracile sur la croissance de *Lactobacillus casei* présente un caractère compétitif (²). Pour des doses d'uracile, de 10 à 100 %, la croissance microbienne ne dépend que du rapport uracile/thiouracile. Dans ce travail nous recherchons : 1° si l'antagonisme du thiouracile se manifeste envers l'uracile seul ou également envers certains des chaînons possibles de la synthèse des nucléoprotéides renfermant de l'uracile (acide ribonucléique, acide uridylique, uridine); 2° si, le cas échéant, un tel antagonisme présente ou non un caractère compétitif. Suivant Woods (³) et Woolley (⁴), un antagonisme compétitif révèle soit une tendance à former une combinaison directe, soit une affinité concurrente de l'antagoniste et de l'inhibiteur pour un métabolite essentiel, qui aboutit, suivant le cas, soit à une combinaison active, soit à un blocage du métabolite. Si l'on ajoute au milieu nutritif la combinaison active préformée, la croissance microbienne est assurée, quelle que soit la dose d'inhibiteur; le caractère d'antagonisme compétitif ne subsiste plus.

Une analyse du caractère de l'antagonisme de certains métabolites et des corps auxquels ils sont supposés donner naissance doit donc permettre d'identifier certaines étapes du métabolisme intermédiaire. Ce sont ces raisons qui nous ont incité à étudier l'effet du thiouracile sur l'acide ribonucléique et ses produits d'hydrolyse partielle. Nous l'avons fait avec *Lactobacillus casei* (souche ATCC, n° 7469) en raison de certaines de ses aptitudes aux synthèses biochimiques. Les teneurs en uracile des produits préparés à partir de l'acide nucléique furent déterminées par une méthode microbiologique personnelle. Dans les tableaux figurent les résultats obtenus en absence et en présence de thiouracile et, à titre comparatif, ceux obtenus avec l'uracile libre.

1° *Action de l'acide nucléique et de ses produits d'hydrolyse partielle.* — L'uracile n'étant qu'un stimulant de la croissance, il n'est pas surprenant de noter, après 16 heures d'étuve, même en l'absence d'uracile ou d'un des produits d'hydrolyse partielle de l'acide nucléique, une croissance notable de *L. casei*,

(¹) Séance du 8 mars 1948.

(²) R. Wolff et R. Karlin, *C. R. Soc. Biol.*, 1948 (sous presse).

(³) *Brit. Journ. exptl. Path.*, 21, 1940, p. 74.

(⁴) *Physiological Reviews*, 27, 1947, p. 308.

mais dont l'importance varie d'une expérience à l'autre. La croissance est stimulée par l'acide nucléique et par le mélange des mononucléotides, comme elle l'est par l'uracile libre, mais, en raison de l'inconstance des résultats, on ne peut procéder à des comparaisons numériques utiles. Ainsi, l'acide nucléique et ses produits d'hydrolyse partielle semblent se comporter comme l'uracile. L'étude de l'effet du thiouracile montre cependant que cette analogie n'est qu'apparente.

Croissance microbienne. Influence du thiouracile.

Acide nucléique.			Mononucléotides.				
	Croissance			Croissance			
Teneur uracile	thio.	thio.	Teneur uracile	thio.	thio.	Effet uracile	
γ.	0γ.	10γ.	A γ.	B 0γ.	C 10γ.	D γ.	D/A (%).
0	516	66	0	443	28	0	–
36	569	92	72	497	55	0	–
360	634	98	144	546	105	4,7	3,2
721	629	109	288	581	123	6	2,1
–	–	–	432	617	189	8,9	2
–	–	–	577	635	192	9	1,5

Acide uridylique.			Nucléosides.		Uridine.		Uracile.	
	Croissance							
Teneur uracile	thio.	thio.	Teneur uracile	Croissance thio.	Teneur uracile	Croissance thio.	Teneur uracile	Croissance thio.
γ.	0γ.	10γ.	γ.	10γ.	γ.	10γ.	γ.	10γ.
7,5	477	34	70	75	2	25	0	36
11,3	489	36	140	98	6	23	2	54
15	526	33	210	81	12	26	4	91
30	557	45	280	96	17	22	6	125
45	618	52	350	89	34	24	8	165
–	–	–	–	–	–	–	10	224
–	–	–	–	–	–	–	20	428

Croissance bactérienne mesurée par opacimétrie avec l'appareil de Meunier; densité optique 0,25 = 100 unités de l'appareil; thio. = thiouracile; teneur uracile = uracile libéré par hydrolyse complète; effet uracile = dose d'uracile libre ayant, en présence de 10γ de thiouracile, le même effet stimulant sur la croissance que le composé étudié, en présence de thiouracile; uracile exprimé en γ/10$^{cm^3}$ de milieu.

2° *Effet du thiouracile.* — Dans toutes nos expériences, sauf celles avec l'uracile, la croissance microbienne est totalement arrêtée par 10 γ de thiouracile en présence de quantités d'acide nucléique ou de ses produits d'hydrolyse partielle, ayant une teneur en uracile de beaucoup supérieure à celle qui neutralise, à l'état libre, l'effet du thiouracile. Pour l'acide nucléique on note un effet antagoniste égal à 1/400 de celui que laisserait prévoir sa teneur en uracile. Pour le mélange des mononucléotides, l'effet antagoniste est de 1/30 à 1/60. Pour l'acide uridylique à des taux équivalents à 45 γ d'uracile, nous n'avons noté aucune croissance. Pour le mélange des nucléosides, contenant jusqu'à

350 γ d'uracile ainsi que pour l'uridine, on n'observe qu'une croissance faible ou nulle. Ainsi, l'acide nucléique, les nucléotides et nucléosides uraciliques sont incapables de s'opposer à l'action inhibitrice du thiouracile. Seul, l'uracile est susceptible de s'y opposer et cela d'une manière compétitive. Conformément à l'hypothèse formulée, on peut conclure que le métabolisme de l'uracile chez *L. casei* suit une voie autre que celle qui aboutit à la synthèse biochimique des nucléoprotéides. Cette conclusion s'accorde avec les résultats obtenus chez les êtres supérieurs par la méthode aux isotopes lourds, qui montre que les bases pyrimidiques ingérées ne se retrouvent pas dans l'organisme sous forme d'acide nucléique, de mononucléotides ou de nucléosides.

MICROBIOLOGIE. — *Effet de l'association d'un sulfamide avec du phénol sur la croissance d'un microorganisme.* Note [1] de M. **Fernand Kayser**, Mlle **Suzanne Besson**, M. **André Ehrwein** et M. **Jacques Pouchol**, présentée par M. Maurice Javillier.

Si l'on utilise fréquemment des associations médicamenteuses en thérapeutique, il faut remarquer que les sulfamides sont généralement employés seuls, bien que l'association sulfamide-pénicilline soit parfois utilisée. Nous avons pensé pourtant que pourrait être tentée une potentialisation des effets pharmacologiques présentés par deux agents antiseptiques dont les modes d'action sur la cellule paraissent être radicalement différents. C'est effectivement ce que nous avons pu obtenir en associant, à doses appropriées, un sulfamide avec du phénol. Si cette propriété de potentialisation devait se retrouver *in vivo*, elle permettrait peut-être l'emploi en médecine humaine de doses de sulfamides inférieures à celles qui sont habituellement utilisées [2].

Nous avons pris comme test la vitesse de multiplication de *E. Coli* et nous avons suivi le développement de la culture par opacimétrie au moyen de l'électrophotomètre de P. Meunier. Notre milieu de culture comportait le glucose comme seule source carbonée, l'azote provenant du sulfate d'ammonium.

Les conditions où l'association phénol-sulfanilamide nous a donné les meilleurs résultats sont réalisées lorsque le milieu de culture est additionné de 1/10000 de sulfanilamide et de 1/2500 de phénol. Les résultats obtenus sont indiqués dans le graphique ci-contre.

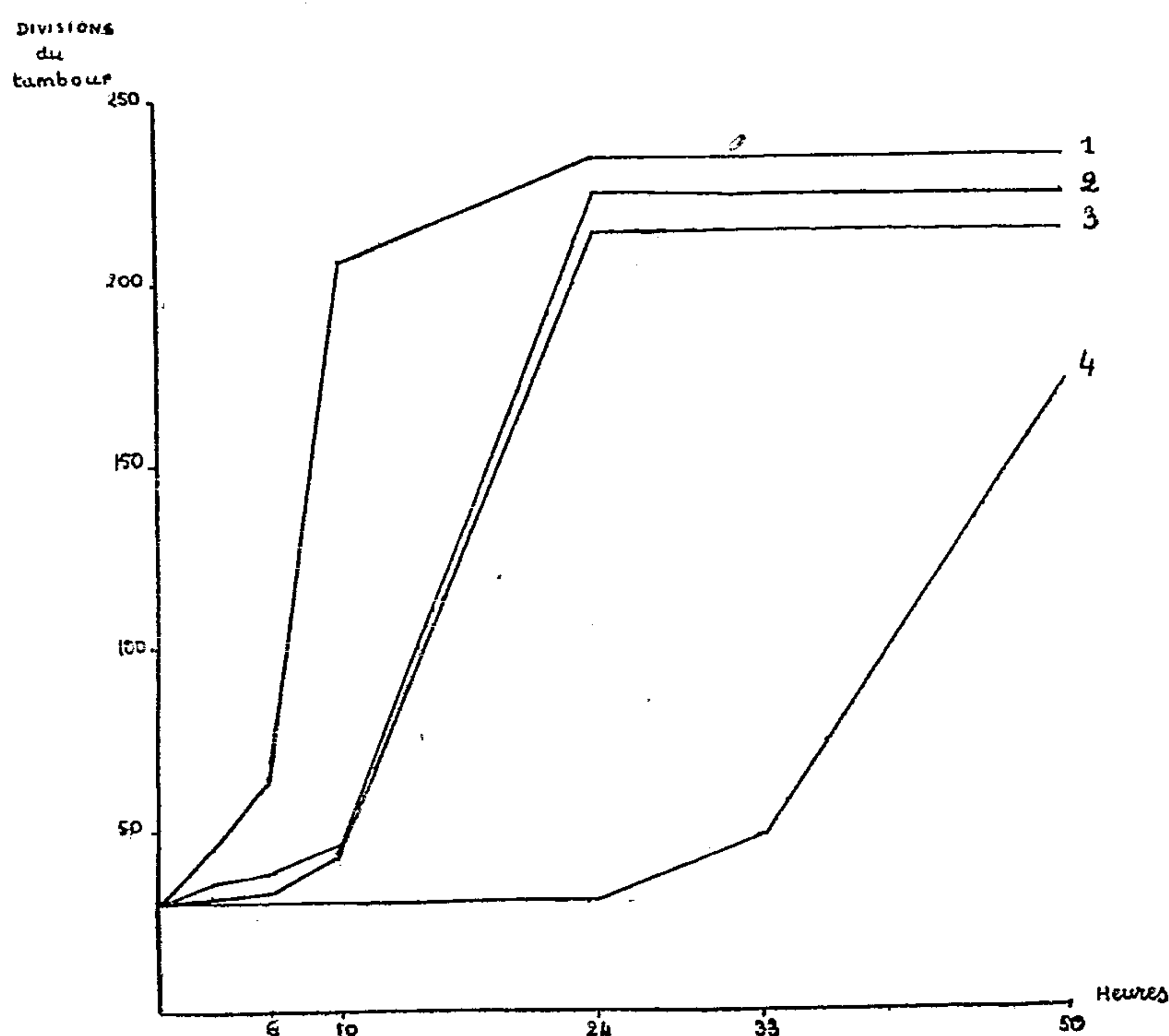
---

(1) Séance du 8 mars 1948.

(2) Les résultats que nous publions étaient déjà obtenus lorsque nous avons lu dans le *Canadian Pharm. J.* (1947, p. 714) qu'à un récent congrès, le Dr Martin indiquait les bons résultats obtenus *in vitro* par l'association sulfamide-acridine. Le Dr Martin espérait que la thérapeutique entrerait de ce fait dans une ère nouvelle, celle des associations médicamenteuses.

Ils montrent que le phénol ou le sulfamide employés seuls n'ont plus d'effet inhibiteur sensible au bout de 24 heures, tandis qu'au même moment la culture faite en présence de ces deux agents associés n'a pas encore commencé à proliférer.

Si, conservant la même concentration en sulfamide (1/10000), on fait varier la dose de phénol de 1/800 à 1/3500, l'effet synergique varie peu.



La courbe 1 indique la croissance d'un témoin sur le milieu de culture. La courbe 2 représente le développement de E. Coli sur le milieu additionné de 1/10000 du seul sulfamide. La courbe 3 se rapporte à la croissance sur un milieu additionné de 1/2500 du seul phénol, et la courbe 4 représente l'association.

Une concentration en sulfamide deux fois plus faible (1/20000) n'a plus qu'un effet inhibiteur modeste et l'association avec diverses doses de phénol ne modifie guère l'action des mêmes doses de ce dernier agent employé seul.

Les résultats sont différents si l'on emploie une concentration en sulfamide de 1/5000 qui, à elle seule, suffit à empêcher tout développement de micro-organisme. En effet, l'emploi simultané de phénol à une concentration inférieure à 1/1000 provoque une prolifération tardive mais nette de *E. Coli* dans le milieu.

En résumé, une inhibition considérable de la croissance de *E. Coli* sur milieu synthétique peut être obtenue par l'association de doses de phénol et de sulfamide qui, employées seules, n'auraient qu'une action insignifiante.

CHIMIOTHÉRAPIE. — *Propriétés acaricides des dérivés chlorés terpéniques.* Note [1] de M. JEAN GUILHON, présentée par M. Émile Roubaud.

Nous avons montré, en mars et octobre 1947, qu'au moins deux dérivés chlorés des carbures terpéniques : le chlorure de bornyle, et le méthyl-isopropyl-1.8 dichlorocyclohexane sont toxiques, par contact, à des degrés divers, pour les Anoploures et les Mallophages des animaux domestiques. Leurs propriétés insecticides ont été confirmées en France, en novembre 1947, par Desalbres et Labatut. Nous avons pensé que ces deux corps, quoique très instables (surtout le chlorure de bornyle), devaient jouir aussi de propriétés acaricides. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons utilisé comme matériel d'expériences plusieurs centaines de *Psoroptes communis* var. *cuniculi* (Delafond, 1859), à leurs divers stades évolutifs (larves, nymphes, mâles et femelles). Les Acariens ont été constamment maintenus, *in vitro*, aux températures de 30-35°, en contact avec les deux dérivés chlorés à étudier. En suivant leur comportement, d'abord à l'œil nu, puis à la loupe et enfin au microscope, on observe qu'ils perdent assez vite la faculté de se déplacer rapidement. Leurs mouvements deviennent de plus en plus lents et, au bout de temps différents, pour chaque corps, ils s'immobilisent progressivement.

Les Acariens sont soustraits au contact toxique, puis minutieusement débarrassés des fines particules qui pourraient continuer à exercer une action nocive, et leur immobilité est contrôlée, plusieurs fois, pendant 24 heures, avant de conclure à la mort réelle, si difficile à différencier de la mort apparente chez ces arthropodes. Dans ces conditions expérimentales, les *Psoroptes* résistent en moyenne 1 heure 30 dans le chlorure de bornyle et 30 minutes dans le méthylisopropyl-1.8 dichlorocyclohexane. Si l'on compare ces chiffres à ceux que nous avons obtenus, dans les mêmes conditions, avec l'hexachlorocyclohexane et le dichlorodiphényltrichlorométhylméthane (D. D. T), on peut conclure que la valeur acaricide des deux dérivés chlorés des carbures terpéniques que nous avons étudiés, se situe entre celle de l'H. C. H, qui est au moins deux fois plus actif que le méthyl-isopropyl-1.8 dichlorocyclohexane et six fois plus que le chlorure de bornyle, et celle du D. D. T., qui est beaucoup moins toxique pour les Acariens que les deux dérivés chlorés de la série terpénique.

La séance est levée à 16h.

L. B.

---

[1] Séance du 8 mars 1948.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 22 MARS 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Vous savez tous déjà le deuil immense qui frappe notre Académie, — deuil cruel; hélas! trop prévu depuis quelques semaines. Notre illustre Confrère **Alfred Lacroix**, notre secrétaire perpétuel depuis 34 ans, nous a été enlevé le 16 mars dernier. La perte que subit aujourd'hui l'Académie est de celles qui ne peuvent se mesurer.

Si la compétence nécessaire manque aujourd'hui à votre Président pour retracer dignement la complexité et la portée des travaux du disparu, c'est d'un cœur ardent, et du plus profond d'une respectueuse et fidèle amitié, que j'essaierai de retracer les mérites, non seulement du savant, mais du guide sûr, et de l'homme au grand cœur que nous avons perdu.

François-Antoine-Alfred Lacroix était né à Mâcon en 1863, dans un milieu singulièrement favorable, où le culte des sciences naturelles était installé de longue date : l'un des grands-pères du disparu avait réuni une superbe collection pétrographique, dont la contemplation ne fut probablement pas étrangère à la vocation d'Alfred Lacroix. Après des études de pharmacie, celui-ci s'oriente aussitôt vers les sciences minéralogiques et géologiques. Presque immédiatement il est désigné comme préparateur au Collège de France, et collabore au Service de la Carte Géologique de France. En 1889 il soutient ses thèses de doctorat à la Faculté des Sciences; il est chargé de conférences de Pétrographie à l'École des Hautes Études et à la Faculté des Sciences. Enfin, avant d'avoir atteint l'âge de 30 ans, il devient professeur de Minéralogie au Muséum d'Histoire Naturelle où il devait demeurer jusqu'à la fin de sa magnifique carrière.

Le nombre des travaux publiés par Alfred Lacroix dépasse l'imagination : plus de mille volumes, articles, mémoires, tous de haute valeur, écrits dans un style que bien des littérateurs de profession pourraient envier, tel est le bilan de cette production incomparable.

Pour exprimer d'un mot la carrière de notre grand Confrère, on peut dire qu'Alfred Lacroix a été « l'homme des pierres » : il est l'un des savants qui ont le plus *cherché*, et le mieux *trouvé*, dans les domaines de la pétro-minéralogie et de la pétro-volcanologie. Dans ces disciplines il s'était trouvé déjà d'autres hommes illustres : Dolomieu, Haüy, Daubrée, des Cloizeaux, Fouqué, Michel-Lévy. Lacroix a su réunir en lui *toutes* les éminentes qualités qui appartenaient à ses devanciers : on a pu dire justement de lui, qu'il était le « philosophe des minéraux et des roches ».

Pour étudier et utiliser les pierres et les minéraux, Lacroix, pendant toute sa vie scientifique, a parcouru les cinq continents : à pied, à cheval, en filanzane, en automobile, en avion, et même en pirogue. Il escalade les montagnes, il marche droit sur les volcans en activité, il erre dans les déserts, restant pendant des semaines isolé des hommes dans des lieux sauvages et inaccessibles. Il parcourt ainsi, en voyages d'études ou en missions scientifiques, les contrées du monde entier.

De l'ensemble de ces recherches, et de ces efforts inlassables, est née la nouvelle science, logique et ordonnée, de la Minéralogie : le monde apprend par lui à connaître des roches et des minéraux nouveaux, en nombre incroyable; 88 nouveaux types, de l'Algarvite à la Vésuvite, sont décrits et étudiés. Et Lacroix ne se contente pas de *décrire* les minéraux qu'il examine, il étudie en détail le rôle qu'ils jouent dans la constitution des roches, supprimant ainsi les barrières jadis maintenues entre la Minéralogie et la Pétrographie. Sa méthode de travail détermine le rapprochement de ces deux sciences, car elle conduit à envisager les minéraux en fonction de leurs conditions de gisement, soigneusement examinées, pour en déduire des conclusions sur leur genèse probable.

Immenses sont donc les conquêtes scientifiques d'Alfred Lacroix. Non moins considérables les publications qu'il en a faites; d'autres que moi-même les étudieront ailleurs, et mieux que je ne saurais le faire. Citons seulement les têtes de chapitres les plus essentiels : Minéralogie descriptive, Géologie, Pétrographie, Volcanologie, Géophysique, mode et formation des minéraux, roches d'origine éruptive, schistes cristallins, métamorphisme, minéraux formés en dehors de l'action des roches éruptives, mécanisme des éruptions, latérites, météorites et tectites.

Le retentissement de tous ces travaux a été considérable; aussi était-il tout naturel qu'après avoir déjà souligné, par mainte récompense, la valeur de ces découvertes, l'Académie des Sciences consacrât définitivement la portée de cette œuvre, en élisant Alfred Lacroix dans sa section de Minéralogie, le 11 janvier 1904. Je ferai à ce propos une citation qui, peut-être, ne manque pas de piquant : « Le 11 janvier 1904, écrivait un auteur dont je dirai plus loin le nom, l'Académie revint à l'étude des minéraux. Son choix se porta sur un minéralogiste étudiant les propriétés physiques et chimiques de la

matière minérale, non plus comme une fin, mais comme un moyen de spécification pour des buts d'Histoire naturelle, trouvant sa voie sur le terrain et au laboratoire, dans l'union de la Minéralogie, de la Physique du Globe et de la Géologie, un naturaliste vivement attiré par les recherches dans les colonies lointaines, et courant volontiers le monde à la poursuite des volcans, de leurs éruptions et de leurs produits... »

L'auteur de ces lignes si pertinentes n'est autre qu'Alfred Lacroix lui-même; je me ferais un reproche d'ajouter quelque commentaire à ce si discret exposé...

Après cette brillante élection, une autre n'allait pas tarder à intervenir. En 1914, Lacroix devenait Secrétaire perpétuel. Nous savons comment il a su remplir ici les devoirs de sa haute charge, et comment sa droiture et sa bonté ont fait merveille, ainsi que mon cher ami Louis de Broglie vous le dira tout à l'heure plus en détail. De partout, d'ailleurs, et spontanément, les honneurs et les reconnaissances sont venus récompenser l'infatigable créateur. Grand officier de la Légion d'honneur, il est membre de toutes les Académies des Sciences du monde entier; il est membre honoraire et docteur *honoris causa* d'une soixantaine d'Universités et d'Instituts étrangers et de Sociétés savantes. Il reçoit des médailles renommées, celles de Wollaston, Hayden, Ducrot-Aubert, Gaudry, et celle de *Penrose*, qui, avant lui, n'a été décernée qu'à deux savants, — distinctions bien dues à l'homme qui a sans doute été le plus grand minéralogiste du monde.

Cette vie de fécond labeur a été étayée, affectueusement suivie par une admirable compagne qui savait réaliser autour d'Alfred Lacroix l'atmosphère paisible, le dévouement éclairé, qui sont pour l'homme de science le plus précieux talisman. Il y a quelques mois, notre Confrère avait eu le malheur de perdre cette compagne. Par cette cruelle épreuve, sa bonté naturelle et son grand cœur n'avaient pas été altérés, mais nous l'avons vu, peu à peu, depuis, sensible à une fatigue qu'il ne ressentait pas autrefois. Nous l'avons tous suivi avec une ardente sympathie, dans sa lutte émouvante et quotidienne contre le « tragique silence et la massive nuit », — jusqu'à ce jour néfaste où nous avons appris sa fin.

Cependant nous ne saurons oublier notre grand et illustre Confrère. Que dis-je, il est encore, — il demeurera longtemps encore parmi nous,

Tel qu'en lui-même enfin l'Éternité le change.

Nous ne saurons nous tourner vers cette place du bureau, qui a été sienne pendant si longtemps, sans revoir sa haute stature, son sourire indulgent et bon, sa noble figure tranquille, — figure d'un homme qui a donné à la Science sa vie entière, et qui restera dans la mémoire comme un des représentants les plus admirables de ce que peut donner, dans notre race, l'association d'un génie scientifique de premier ordre, avec un de ces caractères incorruptibles qui sont l'honneur de l'humanité.

M. L. de Broglie s'exprime en ces termes :

Messieurs,

Notre président, M. Villat, vient de vous rappeler quel grand homme de science nous avons perdu en la personne d'Alfred Lacroix. Ayant été pendant les six dernières années de sa vie le collègue de M. Lacroix dans ses fonctions de Secrétaire perpétuel de notre Compagnie, je voudrais vous présenter un autre aspect de son activité car, s'il fut au sens le plus complet du terme un savant de haute classe, il fut aussi un homme d'action, un organisateur et un administrateur éminent, un grand Secrétaire perpétuel entièrement dévoué au service de l'Académie des Sciences.

Je ne reviendrai pas sur son rôle au Muséum où il fut très longtemps professeur et auquel il a consacré la presque totalité de son activité scientifique. Mais il faut noter que les fonctions de professeur au Muséum comportent des obligations qui exigent des talents d'animateur et d'organisateur. Ces talents, Alfred Lacroix les a là déployés d'une admirable façon. Le Laboratoire de Minéralogie du Muséum a été dirigé par lui de main de maître et est devenu grâce à lui un centre de recherches scientifiques de grand rayonnement. Poursuivant patiemment et avec continuité son œuvre, il a su par des achats successifs outiller ce laboratoire d'une manière très complète. Chargé aussi de l'organisation de la galerie de Minéralogie du Muséum, il l'a considérablement augmentée, entièrement reclassée et rendue plus accessible à la curiosité des visiteurs.

Très actif, ne craignant pas les aventures et les aléas des grands voyages, Alfred Lacroix, dont c'était la carrière d'étudier les entrailles de la Terre et les minéraux qu'elles contiennent, a parcouru de grandes régions du Globe, multipliant les observations de toutes sortes et s'intéressant particulièrement aux manifestations du volcanisme. Même lorsque ses fonctions de Secrétaire perpétuel l'obligèrent davantage à séjourner à Paris, il accomplit encore quelques grands périples, notamment il y a une vingtaine d'années en Extrême-Orient où il représenta l'Académie à des Congrès de l'association scientifique du Pacifique.

Président du Conseil d'administration de l'Institut Pasteur, s'intéressant activement au développement de la Bibliothèque nationale, de l'École coloniale, de bien autres institutions encore, membre ou président de nombreuses commissions ministérielles, M. Lacroix avait un goût naturel pour l'organisation et l'administration. Ces qualités, il devait les mettre pendant de longues années au service de notre Académie dans ses fonctions de Secrétaire perpétuel.

Élu membre de la section de Minéralogie en 1904, il devait dix ans plus tard, à l'âge de 51 ans, être appelé par ses Confrères au poste de Secrétaire perpétuel pour les sections physiques et l'occuper ensuite pendant 34 ans. Seul, Flourens qui l'avait précédé dans ce poste, de 1833 à 1868, avait de peu

battu ce record de durée dans les fonctions de Secrétaire perpétuel de notre Académie depuis la fondation de l'Institut de France. Alfred Lacroix a été un grand Secrétaire perpétuel : il a toujours apporté dans l'accomplissement de cette haute tâche académique une minutieuse attention et un entier dévouement. Son impartialité et son zèle lui ont toujours assuré le respect et l'affection de tous ses Confrères. S'intéressant avec précision à tous les détails du fonctionnement de notre Académie, il a, avec l'aide de ses collègues Gaston Darboux, Émile Picard et de notre dévoué Secrétaire administratif M. Gauja, réorganisé entièrement notre secrétariat et l'a étendu de façon à le mettre à la hauteur de sa tâche. Il a toujours veillé avec vigilance au maintien de l'activité, des prérogatives, des traditions et de la renommée de notre Compagnie.

Les archives de l'Académie des sciences ont été, sous sa direction, classées et considérablement enrichies. A bien des occasions, il a su acquérir pour elles de nombreux documents d'un haut intérêt pour la bibliographie et l'histoire des sciences. C'est qu'en effet la bibliographie et l'histoire des sciences furent toujours au nombre de ses plus chères préoccupations. Il n'a pas cessé de travailler au développement des bibliothèques et des archives, portant naturellement sa principale attention sur l'enrichissement de leurs collections en documents scientifiques. C'est à lui que l'on doit notamment la première idée de faire établir un inventaire général de tous les périodiques scientifiques reçus dans toutes les bibliothèques de Paris et la réalisation de cet inventaire a rendu les plus grands services à tous les chercheurs.

Très curieux comme je l'ai dit de toutes les questions concernant l'histoire des sciences, Alfred Lacroix a fait à ce sujet de nombreux travaux personnels. Dans les notices que ses fonctions de Secrétaire perpétuel l'amenaient à consacrer à la vie et à l'œuvre d'Académiciens disparus, il a donné des biographies extrêmement vivantes et colorées de toute une série de naturalistes des XVIII et XIXe siècles. Les plus anciennes de ces notices ont été réunies dans un ouvrage intitulé *Figures de savants* : il faut souhaiter que les plus récentes soient aussi publiées sous une forme analogue. Lacroix savait admirablement choisir les figures les plus attachantes, celles qui se détachaient par quelques particularités de leur caractère ou par les aventures qui avaient marqué leur existence. Ses récits biographiques vifs et alertes étaient parsemés de fines remarques et d'anecdotes piquantes : ils resteront des modèles du genre. Il savait en quelques mots caractériser l'œuvre d'un savant et cette faculté d'évoquer brièvement l'essentiel de l'activité d'un homme, il l'a un jour appliquée à sa propre personne. Étudiant dans une notice tous ceux qui avaient avant lui occupé le fauteuil de la section de Minéralogie dont il avait été titulaire, il a terminé par un résumé de sa propre vie scientifique et il a écrit les quelques lignes que M. Villat vous citait tout à l'heure. Pouvait-on d'une

façon plus alerte tracer en quelques mots la silhouette de la personnalité scientifique d'un savant?

Durant toute sa vie, M. Lacroix fut secondé très efficacement par Mme Lacroix qui ne cessa pas de lui apporter le plus précieux concours et dont la mort en 1944 fut pour lui une terrible épreuve. Mme Lacroix était la fille d'un grand géologue Ferdinand Fouqué, professeur au Collège de France et membre de notre Compagnie de 1881 à sa mort en 1904. Élève de Fouqué, admis dans l'intimité de sa famille, Alfred Lacroix devint le fiancé de Mlle Fouqué. Diverses circonstances l'obligèrent avant de l'épouser à faire un grand voyage d'études aux États-Unis dans l'été de 1888. Peu de temps avant sa mort, il m'a donné à lire les lettres que pendant ce voyage il écrivait à sa fiancée. Ces lettres du jeune homme de 25 ans qu'il était alors sont charmantes, pleines d'élan et de jeunesse : elles mériteraient elles aussi d'être publiées. On y trouve de curieuses descriptions de l'état de l'Amérique du Nord à cette époque déjà lointaine : incidents de voyage, conditions de séjour sont narrés d'une manière pittoresque. Géologue écrivant à la fille d'un géologue, Lacroix consacre à la description géographique et géologique du Canada et des États-Unis de grands développements qui paraîtraient étranges dans les lettres d'un autre fiancé. Parsemées d'anecdotes amusantes, ses récits sur sa visite aux chutes du Niagara et au parc national de Yellowstone sont des plus vivants et intéressants.

Alfred Lacroix nous a quittés discrètement comme il avait vécu. Il a laissé les dernières volontés suivantes : « Je rappelle que je veux être inhumé sans cérémonie d'aucune sorte en présence des miens seulement. Cela ne veut pas dire que je suis indifférent vis-à-vis de mes Confrères, élèves et amis, mais je n'attache que peu de prix aux manifestations extérieures. Je leur demande seulement de me conserver une petite place dans leur souvenir, ce qui peut se faire sans quitter son travail et sa vie normale ». Telles furent ses ultimes volontés. Lui qui si souvent, pendant près d'un demi-siècle avait, avec l'exactitude qu'il apportait à l'accomplissement de tous ses devoirs, assisté aux obsèques de tant de Confrères disparus n'a pas voulu, Messieurs, vous déranger un instant de vos travaux pour lui rendre ce dernier hommage. Mais suivant son souhait suprême, nous lui réserverons tous non pas une petite place, mais une grande place dans notre souvenir. L'Académie des sciences se souviendra toujours qu'Alfred Lacroix fut non seulement un grand savant dont les travaux ont hautement honoré notre pays, mais aussi un homme d'une haute conscience et d'une absolue intégrité, un Secrétaire perpétuel actif et vigilant qui pendant de longues années l'a fidèlement, et même passionnément, servie.

M. le **Président** informe l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de Pâques, la prochaine séance publique aura lieu le mercredi 31 mars au lieu du lundi 29.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Papavéracées. Développement de l'embryon chez le* Rœmeria violacea *Medic.* (R. hybrida *DC.*) Note (*) de M. René Souèges.

Les recherches dont le *Papaver Rhœas* L. ([1]) a été l'objet, en 1926, ont permis de reconnaître, chez cette plante, des caractères embryogéniques tout nouveaux. Les lois qui président au développement de l'embryon se sont montrées particulièrement précises et constantes, traduisant des différences extraordinairement précoces des parties du corps et une organisation parfaite des éléments constitutifs des formes embryonnaires jusqu'aux stades les plus avancés. Dès les premiers cloisonnements, les destinées des blastomères se trouvent bien fixées, définitivement déterminées. En aucun cas, des processus aussi nets et aussi rapides d'individualisation n'avaient été observés.

Ces résultats vraiment remarquables n'avaient encore pu être confirmés, plus exactement, étendus à d'autres exemples. Le *Papaver Rhœas* était ainsi resté le seul représentant d'un type embryonomique bien défini offrant avec l'archétype de l'*Hyosyamus* ou des Solanacées en général des analogies évidentes, mais s'en écartant par des différences vraiment essentielles. Deux Illécébracées, le *Herniaria glabra* L. ([2]) et le *Polycarpon tetraphyllum* L. ([3]) ont présenté des caractères reproduisant ceux du *Papaver*. Mais cette reproduction ne s'est pas montrée parfaite. Elle n'a lieu, d'ailleurs, qu'à l'échelle de la cellule apicale, la cellule basale ne prenant nulle part à la construction de l'embryon, de sorte que les deux Illécébracées sont devenues les représentants d'un type embryonomique de la deuxième période de la classification embryogénique, fort éloigné par conséquent du type du *Papaver Rhœas*.

Les *Rœmeria* sont très étroitement apparentés aux *Papaver;* ils appartiennent à la même tribu, celle des Papavérées. Les deux genres diffèrent par la couleur des fleurs et surtout par la nature du fruit : celui-ci est une capsule courte, poricide, chez les *Papaver*, une capsule allongée s'ouvrant en long à partir du sommet chez les *Rœmeria*. Le *Rœmeria violacea* et le *Papaver Rhœas*, deux espèces morphologiques, par conséquent bien distinctes, ne représentent en réalité qu'une même espèce embryogénique; les lois du développement dans les deux cas sont foncièrement les mêmes.

Comme le montrent les figures 1 à 4, puis 4 à 8, la tétrade et le proembryon dodécacellulaire se constituent chez le *Rœmaria* comme chez le *Papaver*. Les destinées des blastomères qui composent ces formes sont les mêmes dans les deux espèces. On peut voir,

(*) Séance du 15 mars 1948.

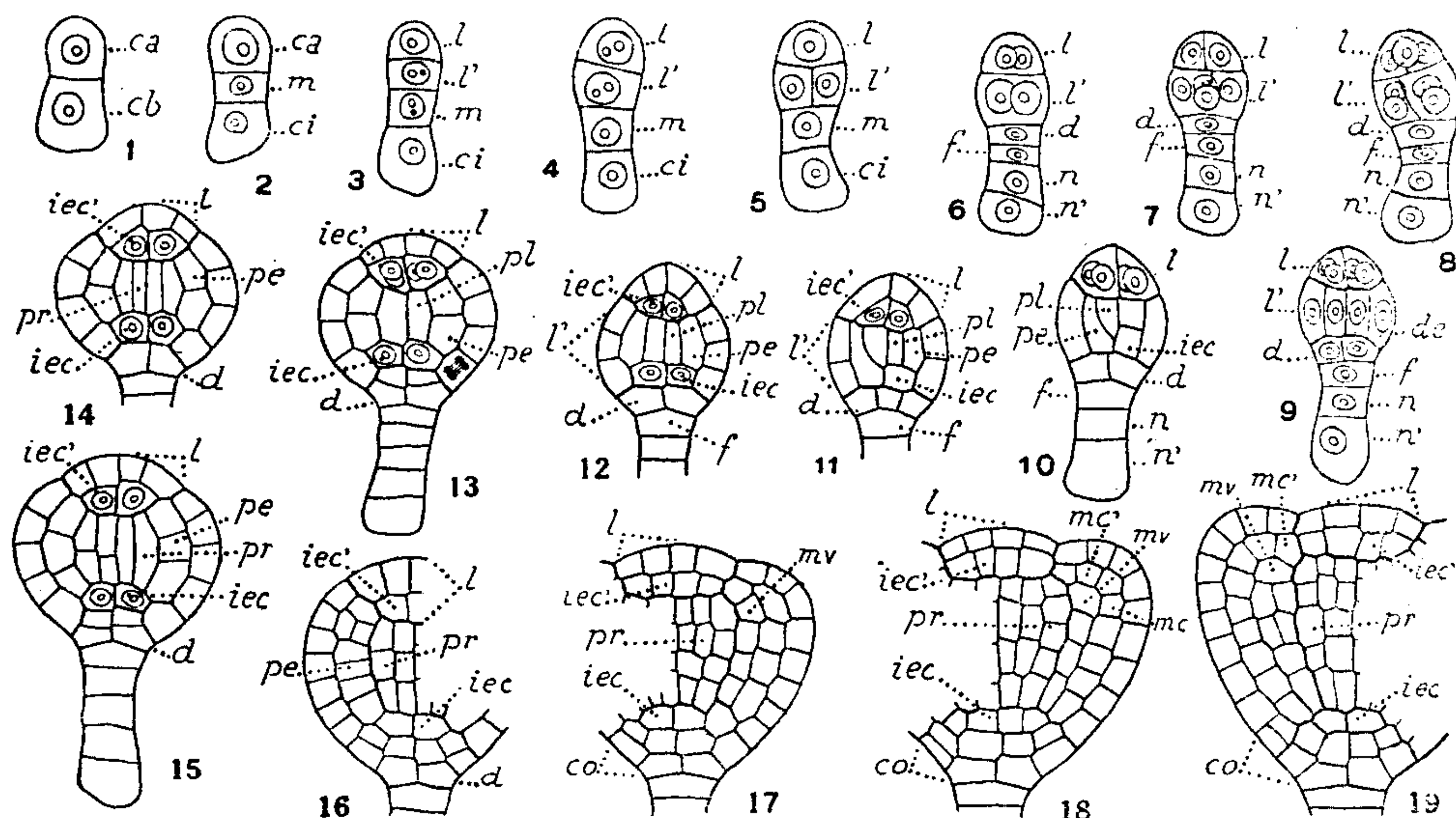
([1]) R. Souèges, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 902 et p. 1119; *Bull. Soc. bot. Fr.*, 75, 1928, p. 452.

([2]) R. Souèges, *Bull. Soc. bot. Fr.*, 85, 1938, p. 353.

([3]) R. Souèges, *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 41.

de 5 à 10, comment le blastomère *l* se divise pour engendrer 4 octants supérieurs, comment ceux-ci, par divisions tangentielles (*fig.* 11), donnent naissance aux initiales du dermatogène et du périblème du côté de la tige. On peut voir aussi (*fig.* 9) comment, en *l'*, les premières cloisons longitudinales isolent d'abord le dermatogène, puis comment, dans les cellules intérieures, des cloisons courbes (*fig.* 10, 11 à gauche) séparent deux éléments dissemblables, l'un intérieur, plus petit, étant une cellule-mère de plérome, l'autre, plus grand, une cellule-mère de périblème. Une paroi radiale dans cette dernière cellule (*fig.* 10 à droite), isole, vers le bas, les initiales de l'écorce de la racine. Une cloison verticale dans la cellule-mère de plérome (*fig.* 14) sépare extérieurement le péricycle. Des parois transversales peuvent précéder ces dernières cloisons verticales.

Les figures 6 et 7 démontrent que la cellule *m*, fille supérieure de la cellule basale, se segmente transversalement pour donner *d* et *f*; *d* produit le primordium de la coiffe (*fig.* 12, 13) en se divisant par cloisons verticales cruciales d'abord, puis tangentielles. Un suspenseur court, sans signification apparente, est produit par l'élément *f* et les cellules *n* et *n'*, dérivées de *ci*, fille inférieure de la cellule basale.



.Fig. 1 à 19. — *Rœmeria violacea* Medic. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *l*, cellule-fille supérieure de *ca*, octants supérieurs ou épicotyle; *l'*, cellule-fille inférieure de *ca*, octants inférieurs donnant la partie cotylée *s. stricto* et la partie hypocotylée; *m* et *ci*, cellules-filles de *cb*; *d*, cellule-fille supérieure de *m* ou primordium de la coiffe; *f*, cellule-fille inférieure de *m*; *n* et *n'*, cellules-filles de *ci*; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *iec* et *iec'*, initiales de l'écorce de la racine et de la tige; *pr*, péricyle; *co*, coiffe; *mv*, *mc* et *mc'*, méristèmes vasculaire, cortical externe et interne des cotylédons. G. = 330.

Dans le mode de séparation des cellules-mères des méristèmes cotylédonaires, on observe, chez le *Rœmeria*, plus de régularité que chez le *Papaver*. En 16, dans la couche cellulaire, correspondant au-dessus du plan équatorial, à la partie cotylée *s. stricto*, on remarque nettement que le périblème s'est cloisonné tangentiellement; la cellule intérieure ainsi produite, voisine du péricycle, peut être considérée comme cellule-mère du méristème, vasculaire cotylédonaire; elle se retrouve aisément dans les figures 17, 18, 19 qui se rapportent à des stades plus âgés et qui permettent, en même temps, de se rendre compte de la différenciation, extérieurement à la cellule-mère du méristème vasculaire, des premiers éléments des méristèmes corticaux, externe et interne, des cotylédons. Dans les

mêmes figures, on peut assister à la multiplication des cellules du périblème dans la partie hypocotylée et aux premiers cloisonnements tangentiels du dermatogène présidant à l'édification des portions latérales de la coiffe (*fig.* 19).

C'est en vain que l'on chercherait à découvrir entre le *Rœmeria* et le *Papaver* des différences de quelque valeur dans leurs caractères embryogéniques. Les observations qui viennent d'être résumées viennent ainsi confimer pleinement mes précédentes investigations sur le *Papaver Rhœas*. Celui-ci, dès lors, ne se trouve plus le seul représentant d'un type embryonomique bien caractérisé qui a été placé, à juste titre, à côté de celui de l'*Hyoscyamus* dans la classification périodique, attendu qu'il répond, par la forme de la tétrade, à la définition du même groupe embryogénique et, par les fonctions histogéniques de la cellule basale, à la définition du même mégarchétype. Mais on sait que le type du *Papaver* se sépare de l'archétype de l'*Hyoscyamus* par les destinés des éléments l et l' de la tétrade, l produisant seulement l'épicotyle dans le premier cas, à la fois l'épicotyle et les cotylédons dans le deuxième cas, et l' engendrant les cotylédons et la partie hypocotylée chez le *Papaver*, la partie hypocotylée seule chez l'*Hyoscyamus*. Étant données ces différences essentielles, le type du *Papaver* a été élevé, dans la famille embryogénique de l'*Hyoscyamus*, au rang de sous-archétype, de même que le *Capsella Bursa-pastoris*, pour des raisons de même ordre, a été rattaché, à titre de sous-archétype, à l'archétype du *Myosurus minimus* (⁴).

MYCOLOGIE. — *Symbiose morphogène entre deux champignons* (Rhodotorula rubra *et* Sphærocybe concentrica). Note (*) de MM. **Joseph Magrou** et **François Mariat**.

L'un de nous, avec M. H. Marneffe (¹), a décrit, sous le nom de *Sphærocybe concentrica* n. g. n. sp. Magrou et Marneffe, 1945, un champignon du groupe des Stilbacées qui ne produit ses corémies caractéristiques que sur des milieux renfermant de l'aneurine (thiamine ou vitamine B_1), ou l'un des constituants de l'aneurine, le thiazole. Sur milieux dépourvus d'aneurine ou de thiazole, le mycélium se développe abondamment, donnant un thalle à surface brune, plus ou moins cérébriforme et sillonné de plis radiés, mais les fructifications corémiées font complètement défaut. L'aneurine ou le thiazole agissent donc en ce cas non comme facteurs de croissance, mais comme facteurs morphogènes, en rendant possible la production d'appareils conidiens spéciaux, formés d'un stipe fibreux brun surmonté d'une tête sporifère sphérique, d'abord jaune, puis verte.

(⁴) R. Souèges, *Embryogénie et Classification*, fasc. 2, Paris, 1939, p. 81.

(*) Séance du 15 mars 1948.

(¹) *Bull. Soc. Mycol. de France*, 61, 1945, p. 5.

D'autre part, MM. Müller et Schopfer ([2]), en associant, sur des milieux synthétiques, sans facteurs de croissance, une levure rouge (*Rhodotorula rubra*) et une Mucorinée (*Mucor ramannianus*), ont obtenu le développement normal de ces deux champignons qui, cultivés séparément, exigent, pour se développer, le premier de la pyrimidine, le second du thiazole. Ces auteurs en concluent que chacun des partenaires fournit à l'autre le constituant manquant, *Rhodotorula rubra* synthétisant le thiazole et *Mucor ramannianus* la pyrimidine. « Il s'agit donc, écrivent-ils, d'un cas parfaitement caractérisé de symbiose artificielle, conditionné uniquement par les facteurs de croissance. »

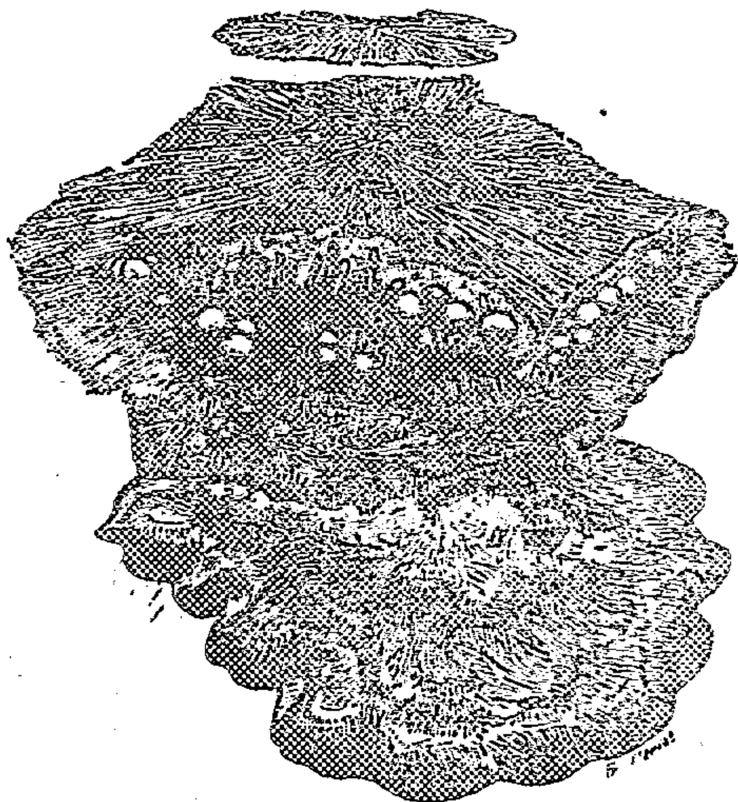
Nous inspirant de cette expérience, nous avons cultivé simultanément, sur un milieu synthétique dépourvu de thiazole, *Rhodotorula rubra* et *Sphærocybe concentrica*, avec l'espoir que le thiazole synthétisé par la levure entraînerait la formation des corémies de la Stilbacée. Les résultats de l'expérience se sont montrés conformes à cette prévision.

Après tâtonnements, nous avons adopté le milieu de culture suivant, également favorable à la croissance des deux champignons : asparagine : $0^g,250$; SO_4Mg7H_2O : $0^g,50$; $SO_4Na_2 10H_2O$: $0^g,40$; NO_3K : $0^g,40$; PO_4KH_2 : $0^g,40$; $CaCl_2$: $0^g,40$; tartrate neutre de K : $0^g,40$; $FeCl_3$: traces; glucose : 24^g; gélose lavée : 15^g; eau bidistillée : 1000^g. Bien que la souche de *R. rubra* que M. Schopfer a bien voulu mettre à notre disposition, à la différence de celle qu'il a utilisée dans ses expériences avec M. Müller, se développe en l'absence de pyrimidine, nous avons trouvé avantageux, pour hâter sa croissance, d'ajouter au milieu ci-dessus de la pyrimidine à la concentration de 10^{-6}.

Les cellules de la levure et les conidies du *Sphærocybe* ont été ensemencées soit en mélange, en un point unique du tube de culture, soit séparément, en deux points distants de quelques centimètres, sur une même plaque de gélose coulée en boîte de Pétri ou en boîte triangulaire de Pinoy. Dans le premier cas, la levure se développe d'abord, formant une belle colonie rouge, à la surface de laquelle le mycélium du *Sphærocybe* ne tarde pas à apparaître; ce mycélium développe au bout de quelques jours des corémies, sous forme d'aiguillons bruns à pointes jaunes qui s'épanouissent en une tête jaune virant au vert au moment de la sporulation. Dans le second cas, les colonies des deux champignons, par suite de leur croissance, progressent l'une vers l'autre; quand le *Sphærocybe* n'est plus distant de la levure que de 1^{mm} environ, son mode de végétation change : le mycélium devient duveteux dans la région de la colonie la plus proche du *Rhodotorula*. Enfin, quand les deux colonies se rejoignent, des corémies typiques se développent, suivant le mode ordinaire, tout le long de la ligne où la jonction s'est accomplie (*fig.* 1). Dans les cultures témoins, où chacun des deux champignons est cultivé isolément à l'exclusion de l'autre, le *R. rubra* se développe normalement, et le *Sphærocybe* croît sous forme de mycélium stérile, sans trace de corémies.

([2]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 687.

On peut conclure que, dans les conditions de l'expérience, le thiazole synthétisé par la levure rouge suffit à provoquer chez le *Sphærocybe* une production normale de corémies. Il s'agit là d'un cas de symbiose morphogène, où l'un des partenaires fournit à l'autre le produit nécessaire à sa fructification.



En bas, colonie de *Rhodotorula rubra*. *En haut*, colonie de *Sphærocybe concentrica*. Les corémies stipitées à tête sphérique du *Sphærocybe* se sont différenciées le long de la ligne où le contact s'est établi entre les deux colonies. Par la suite, la croissance continuant, les deux champignons ont empiété l'un sur l'autre.

On connaît dans le règne végétal de nombreux exemples de biomorphose en liaison avec des phénomènes de symbiose : formation de nodules radicaux ou foliaires chez les plantes associées à des bactéries symbiotiques; particularités morphologiques du thalle des Lichens; racines coralloïdes des arbres à mycorhizes ectotrophes; production de tubercules ou d'autres organes pérennants chez les plantes à mycorhizes endotrophes. Des mécanismes physicochimiques variés ont été invoqués en ces cas pour expliquer l'action morphogène des organismes symbiotiques. L'expérience rapportée ci-dessus suggère qu'à ces mécanismes il convient sans doute d'ajouter éventuellement l'apport par l'un des partenaires de composés de la nature des vitamines, capables d'agir sur l'évolution morphologique de l'organisme conjoint.

PHYSIOLOGIE. — *Mécanisme théorique de la diminution de puissance musculaire sous l'influence d'un début de curarisation.* Note (*) de MM. Louis Lapicque et Alexandre-M. Monnier.

Une curarisation légère, inférieure à la dose paralysante, diminue considérablement la force maximale que peut déployer un muscle dans le tétanos

(*) Séance du 15 mars 1948.

physiologique. Ce fait est important, car il est utilisé médicalement comme précaution dans la convulsothérapie psychiatrique. Voici comment on peut l'expliquer malgré la loi du *tout ou rien*.

Soit un phénomène passager quelconque A, astreint à se dérouler dans le temps suivant sa loi propre; par exemple, la variation électrique dénommée en physiologie : potentiel d'action, que ce soit une onde d'influx nerveux, ou le premier acte d'une contraction musculaire.

Pour que sous la même cause excitatrice puisse se reproduire un phénomène semblable, il faut que le processus du premier se soit accompli jusqu'au bout avec retour à zéro. Il résulte de là que si la cause provoquant l'apparition de A est elle-même un phénomène périodique B, un retour trop rapide de B restera inefficace; A attendra le passage suivant de B. C'est l'effet connu en Physique sous le nom de démultiplication de fréquence.

Une application physiologique remarquable de cette loi générale a été récemment constatée sur le nerf acoustique en face des sons aigus (1).

La démultiplication de fréquence doit être applicable aux fibres (myones) constituant un muscle lorsque celui-ci est soumis aux influx qui lui arrivent par le nerf moteur dans la commande volontaire, dans le réflexe, comme lors d'une stimulation électrique du nerf. A l'état physiologique, dans un muscle frais, chaque myone est capable de suivre le rythme rapide qui suffit à déployer toute la force de contraction tétanique. Mais il n'en va plus de même dans un muscle légèrement curarisé; en effet, la période réfractaire est alors nettement augmentée (2). Le myone qui vient de fonctionner peut donc ne plus se trouver en état de répondre lorsque lui parvient l'influx moteur suivant; on est ramené au cas d'un élément soumis à des stimulations trop fréquentes pour son rythme propre; il doit se produire çà et là des *ratés d'allumage* du processus contractile unitaire, c'est-à-dire une démultiplication de fréquence et pour le muscle une diminution statistique de puissance.

En fait, une telle défaillance momentanée dans un myone soumis à une stimulation périodique a été objectivement constatée, sans théorie préconçue, non dans le cas de la curarisation, il est vrai, mais dans le cas de la fatigue qui lui est très analogue, sinon identique. Steiman (3) a voulu étudier la fatigue sur le myone individuellement. Il a employé le procédé d'enregistrement de Pratt; sur une fibre musculaire isolée, soit naturellement dans la membrane rétrolinguale de la Grenouille, soit par la dissection de Kato dans le couturier, on dépose une fine gouttelette de mercure; celle-ci, vivement éclairée, est prise dans le champ d'un appareil à photographie microscopique, au foyer duquel une surface sensible se déplace d'un mouvement uniforme; la fibre nerveuse

(1) *Cf.* STEVENS ET DAVIS, *Hearing*, New-York, 1938.
(2) BREMER et TITECA, *Arch. intern. de Physiol.*, 42, 1935, p. 244.
(3) *Americ. J. Physiol.*, 140, 1943, p. 274.

motrice correspondante étant alors stimulée électriquement plusieurs fois par seconde, chaque secousse de la fibre musculaire produit un bref déplacement du point lumineux qui s'enregistre sous forme d'un court tracé photographique, s'éloignant de la ligne de base pour y revenir aussitôt; jusqu'à 5 par seconde, le graphique donne une série de traits parallèles égaux entre eux, équidistants et reproduisant le rythme de la stimulation. Mais lorsqu'on prolonge l'expérience, la fatigue intervient, ce qu'on reconnaît à l'apparition de lacunes dans la série; cà et là, on voit une place vide à l'endroit où la secousse musculaire aurait dû laisser sa trace. La fatigue augmentant par la continuation même de l'expérience, les lacunes s'élargissent et se multiplient, jusqu'à ce qu'on n'ait plus que de rares secousses isolées et finalement l'arrêt complet.

Nous pouvons être assurés que nous avons là une image fidèle de ce qui se passe à l'échelle unitaire dans un muscle plus ou moins curarisé et soumis à une excitation tétanisante par son nerf. Ce phénomène nous rend parfaitement compte de ce que nous observons au dynamomètre. En même temps, on comprend que la vivacité du réflexe puisse paraître inchangée, si ce réflexe n'a pas à s'exercer contre une forte résistance; or, dans la pratique physiologique, on ne demande au réflexe que de déplacer à vide un membre ou segment de membre, travail léger et bref; il suffit pour cela du fonctionnement, à l'instant considéré, d'un nombre relativement petit de myones.

Au contraire, les crampes violentes du cardiazol ou de l'électrochoc sont comparables au tétanos maximum des expériences de L. et M. Lapicque [4], c'est-à-dire impliquent, pour chaque muscle, la contraction soutenue de tous ses myones commandée par l'influx rapidement répété de toutes les fibres de son nerf moteur; nous sommes donc exactement dans la condition des dites expériences, et si le muscle est semi-curarisé, nous devons attendre de même des ratés d'allumage; c'est-à-dire, malgré la loi du tout ou rien, une diminution de l'effort du muscle.

Pas plus que sur la force de contraction des fibres musculaires le curare n'agit sur la grandeur des influx nerveux, grandeur soumise, elle aussi, à la loi du *tout ou rien*; ni vraisemblablement sur le nombre de ces influx, émis au rythme maximum par des centres surexcités. Mais il condamne à l'inefficacité une certaine proportion de ces influx.

Mlle Simone De Wildeman fait hommage à l'Académie d'un Mémoire de son Père, Émile De Wildeman, publié en collaboration avec M. L. Pynaert et intitulé *A propos de médicaments antilépreux d'origine végétale*. VIII. *Sur des espèces du genre* Acacia *L.*

---

(4) *Bull. de l'Acad. de Médecine*, séance du 2 mars 1948, dans la communication de M. Lapicque.

DESIGNATIONS.

MM. Albert Portevin et Gustave Ribaud sont désignés pour représenter l'Académie aux manifestations organisées à Paris, en avril 1948, à l'occasion du soixante-quinzième anniversaire de l'Union des Ingénieurs sortis de l'Université de Louvain.

CORRESPONDANCE.

M. Edmond Sergent, Membre de l'Académie, M. Marc de Selys Longchamps, Secrétaire perpétuel de l'Académie Royale de Belgique, au nom de cette Académie, M. Henri Charrier, au nom de l'Académie des sciences, arts et belles-lettres de Dijon, M. Paul Mus, au nom de l'École nationale de la France d'Outre-mer, adressent l'expression de leurs sentiments de condoléances à l'occasion du décès de M. *Alfred Lacroix*.

M. le Maire de Chevilly-Larue informe l'Académie que le Conseil municipal de cette localité a décidé d'attribuer le nom de Paul Langevin à une rue de la commune.

M. le Secrétaire perpétuel signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Raoul Cerighelli. *Bernard Palissy promoteur des applications de la science expérimentale à l'agriculture* (présenté par M. Albert Demolon).

2° F. Ghilardi. *Technique de l'Automatisme appliqué au chauffage, à la réfrigération et au conditionnement de l'air.*

3° T. J. J. See. *Wave-Theory. Discovery of the cause of gravitation.* Book X, Parts I, II, III.

4° Sture Hedenstedt. *Elliptocyte transfusions as a method in studies on blood destruction, blood volume, and peritoneal resorption* (Thèse).

5° Björn Petersen. *Die geographische Variation einiger Fennoskandischer Lepidopteren* (id.).

6° Vilhelm Hallberg. *A new method for staining tubercle bacilli, applicable also to the micro-organism of leprosy and other acid-fast germs* (id.).

7° Åke Lögdberg. *Studier över förlagsinteckningsinstitutet* (id.).

8° Olof Mellander. *On chemical and nutritional differences between casein from human and from cow's milk* (id.).

9° Sven Erik Björkman. *The splenic circulation, with special reference to the function of the Spleen Sinus Wall* (id.).

10° Hans Höglund. *Foraminifera in the Gullmar fjord and the Skagerak* (id.).

11° ARNE BROMAN. *On two classes of trigonometrical series* (id.).
12° BENGT LUNDHOLM. *Abstammung und Domestikation des Hauspferdes* (id.).
13° GÖSTA FÅHRAEUS. *Studies in the cellulose decomposition by cytophaga* (id.).

THÉORIE DES RELATIONS. — *Sur la comparaison des types de relations.* Note (*) de M. **ROLAND FRAÏSSÉ**, présentée par M. Gaston Julia.

Introduisons les définitions suivantes, qui précisent des définitions classiques :

Soit B un ensemble appelé : *ensemble de base*; et soit un système de 2 valeurs n'appartenant pas à B et désignées par les signes respectifs + et —. Nous dirons qu'une relation à 2 arguments $R(x, y)$ est *définie sur son ensemble de base* B lorsqu'à chaque système de 2 éléments a_1, a_2 *distincts* appartenant à B, R associe soit la valeur $R(a_1, a_2) = +$, soit la valeur $R(a_1, a_2) = -$.

Soient R et R′ deux relations définies respectivement sur les ensembles équipotents [1] B et B′; R et R′ seront dites *isomorphes* s'il existe une correspondance biunivoque Φ entre B et B′, de telle sorte qu'on ait $R(a_1, a_2) = R'(a'_1, a'_2)$ pour tout système d'éléments a_1, a_2 extraits de B auxquels Φ associe respectivement les éléments a'_1, a'_2 de B′. Nous dirons que deux relations isomorphes possèdent même *type de relation* T [2]. T sera dit *fini* ou *dénombrable* si les ensembles B correspondants sont respectivement finis ou dénombrables. Un type de relation T′ sera dit *inférieur* à un type T ($T' < T$) si, pour une relation R de type T définie sur B, il existe une relation R′ de type T′ définie sur un sous-ensemble B′ de B (B′ éventuellement ≡ B) et telle que $R'(a_1, a_2) = R(a_1, a_2)$ lorsque a_1 et a_2 appartiennent à B′. On pose alors $T > T'$ (T *supérieur* à T′).

Un ensemble de types n'est pas ordonné par >, car on voit aisément que l'on peut avoir $T > T'$ et $T' > T$ sans avoir $T \equiv T'$. Deux types T et T′ seront dits *similaires* ($T \approx T'$) si $T > T'$ et $T < T'$. Nous obtenons ainsi une « équivalence » [1] entre types de relations. Tout ensemble de classes de types similaires est ordonné (totalement ou non) par <, en posant « classe $C <$ classe C′ » si un type appartenant à $C <$ un type appartenant à C′.

On écrira enfin $T' \gg T$ (T′ strictement supérieur à T) si l'on a $T' > T$ sans avoir $T' < T$; définition analogue pour $T' \ll T$.

On démontre les propositions suivantes concernant les types de relations finis ou dénombrables à deux arguments :

(*) Séance du 1er mars 1948.

(1) Termes définis par N. Bourbaki (*Actualités scientifiques et industrielles*, n° 846, p. 22, 29 et 38.)

(2) La notion de type de relation a déjà été utilisée sous le nom de *réseau*, dans le cas particulier des relations symétriques à deux arguments (*cf.* G. CHOQUET, *Jour. Math.*, 25, 1946, p. 161 et G. KREWERAS, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1025).

1. Il existe 4 types dénombrables, dits types *simples*, tels que tout type dénombrable soit supérieur à l'un d'eux.

2. Il existe des types dénombrables T tels que chacun soit supérieur à tout type dénombrable ([3]); ces types T (dont l'ensemble possède la puissance du continu) seront appelés : *riches*; un type non riche sera dit : *pauvre*.

3. Si le type T de R est riche, le type T′ de la relation R′ obtenue à partir de la relation R par suppression d'un élément de son ensemble de base est riche.

4. Tout ensemble fini ou dénombrable de types pauvres T_i admet un type pauvre $T \gg T_i$ pour tout i.

5. Soit R une relation et soit une partition ([1]) de son ensemble de base B en : B′ et B″ ($B' \cup B'' \equiv B$, $B' \cap B''$ vide). Soient T′ et T″ les types des relations R′ et R″ définies respectivement sur B′ et B″ et confondues, sur leur ensemble de base, avec R. T′ et T″ seront dits : types résultant d'une *partition de* T *en* 2. L'un au moins des types résultant d'une partition quelconque en 2 d'un type riche est riche.

6. Un type T sera dit *indécomposable* si, pour toute partition en 2, l'un des types résultants est $\approx$ T. Tout type pauvre T admet un type indécomposable pauvre $T' > T$.

Les démonstrations, utilisant l'axiome du choix, paraîtront ultérieurement.

Hypothèses. — Nous considérons comme vraisemblables les propositions suivantes :

I. Soient deux types de relations finis : T et $\mathfrak{T}$ avec T non $> \mathfrak{T}$; il existe alors un type fini $T' \gg T$ avec T′ non $> \mathfrak{T}$.

II. Soit E une famille finie ou dénombrable de types t; T(E) un type $> t$ quel que soit t; $\mathfrak{T}$ un type inférieur à tout T(E); alors $\mathfrak{T}$ est inférieur à l'un des types t.

III. Tout type indécomposable T admet au moins une partition telle que les deux types résultants T′ et T″ soient $\approx$ T.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur un problème de M. P. Montel et les intégrales pseudo-abéliennes.* Note (*) de M. **Nicolas Baganas**, présentée par M. Paul Montel.

1. Dans une précédente Note ([1]) nous avons énoncé des théorèmes concernant le nombre maximum des branches distinctes d'une fonction algébrique exceptionnelle pour une fonction transcendante algébrique donnée.

([3]) Un résultat analogue a été indiqué, sans démonstration, par M. A. Lindenbaum (*Ann. Soc. Pol. de Math.*, 17, 1938, p. 124-126.)

(*) Séance du 15 mars 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 545.

On peut leur ajouter les théorèmes suivants :

THÉORÈME I. — *Soit $u(z)$ l'algébroïde, d'ordre fini, définie par l'équation*

$$f_0(z)u^n + f_1(z)u^{n-1} + \ldots + f_n(z) = 0.$$

Supposons qu'il existe, entre les coefficients $f_i(z)$, $\lambda(\lambda < n)$ relations linéaires et homogènes indépendantes dont les coefficients sont des branches algébriques.

Si la fonction algébrique $b(z)$, à m branches distinctes, est exceptionnelle pour la fonction $u(z)$, on a

$$m \leqq n + \frac{n}{n-\lambda}.$$

En supposant que les m branches de la fonction $b(z)$ soient m constantes distinctes, on retrouve le théorème pressenti par M. Ghermanescu et démontré par J. Dufresnoy ([2]).

THÉORÈME II. — *Si la fonction algébrique $b(z)$ à m branches, définie par une équation irréductible et dépourvue de points de ramification d'ordre supérieur à 1, est exceptionnelle pour la fonction transcendante algébroïde $v(z)$ à n branches, on a*

$$m \leqq n + 1.$$

2. Le Mémoire de P. Montel, cité dans notre précédente Note, est à l'origine de ce qui suit.

Remarquant que les seules fonctions entières qui ne peuvent jamais prendre les valeurs d'une fonction algébrique admettant au moins deux branches, sont des polynomes, P. Montel pose et résout le problème de trouver les polynomes exceptionnels pour une algébrique donnée.

Ce problème est un cas particulier du suivant : Étant donnée une fonction algébrique, trouver les algébriques qui lui sont exceptionnelles au sens strict.

On peut poser aussi les problèmes suivants, analogues à celui-ci :

I. Étant donnée l'algébrique $b(z)$, trouver les algébroïdes $u(z)$, pour lesquelles elle est exceptionnelle.

II. Étant donnée l'algébroïde $u(z)$, trouver les algébriques $b(z)$ qui lui sont exceptionnelles.

Est-il possible de les résoudre par des opérations en nombre fini ?

Il y a un lien intime entre ces problèmes et quelques problèmes qui concernent les intégrales que nous appelons pseudo-abéliennes. Ce sont des intégrales abéliennes qui s'expriment par une somme de logarithmes de fonctions algébroïdes ou algébriques.

Ce lien nous a amené à conclure que la solution cherchée ne peut être obtenue, dans le cas général, par un nombre fini d'opérations. Nous nous contentons de signaler ici les résultats suivants :

([2]) *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 61, 1944; M. GHERMANESCU, *Les combinaisons exceptionnelle des fonctions entières*, Paris, 1940.

Soient

(1) $$F(u, z) = 0$$

une équation algébrique irréductible, de degré m en u; T la surface de Riemann correspondante, composée de m feuillets étendus sur le plan des z, $R(z, u)$ une fonction rationnelle de z et de u, u étant la fonction algébrique définie par l'équation (1).

Théorème III. — *Si l'intégrale abélienne* $A = \int_{(z_0, u_0)}^{(z, u)} R(z, u)\,dz$ *s'exprime au moyen du logarithme d'une fonction transcendante algébroïde* $v(z)$, *on a :*

a. Cette intégrale s'exprime au moyen du logarithme d'une algébroïde d'ordre fini uniforme sur la surface T;

b. Il existe une fonction transcendante algébroïde, à $m-1$ *branches, d'ordre fini, qui admet comme fonction exceptionnelle la fonction algébrique u.*

Réciproquement, à chaque fonction algébroïde, d'ordre fini, admettant comme fonction exceptionnelle la fonction algébrique u, correspond une intégrale abélienne attachée à la courbe $F(z, u)$ *qui s'exprime au moyen du logarithme d'une algébroïde.*

4. Supposons que l'intégrale $A = \int_{(z_0, u_0)}^{(z, u)} R(z, u)\,dz$ s'exprime au moyen d'une somme de logarithmes de fonctions algébroïdes $v_i(z)$ d'ordre fini, uniformes sur la surface T. On a alors le théorème suivant :

Théorème. — *a. Le nombre minimum des fonctions* $v_i(z)$ *est égal au nombre minimum des constantes dont les résidus de* $R(z, u)$ *sont des combinaisons linéaires et homogènes;*

b. Si l'une des $v_i(z)$ *est transcendante, il existe une fonction transcendante, à* $m-1$ *branches, d'ordre fini, qui admet la fonction algébrique* $n(z)$ *comme fonction exceptionnelle.*

MÉCANIQUE. — *Sur le mouvement asymptotique d'un pendule après un très grand nombre de chocs successifs du pendule avec des corpuscules.* Note (*) de M. **Bohumil Hostinský**, présentée par M. Henri Villat.

1. Soit μ la masse d'un point matériel suspendu par un fil sans masse et soit τ_1 la période de ce pendule mathématique. Nous ne considérons que des mouvements infiniment petits de μ le long de la droite horizontale q passant par sa position d'équilibre O. Le pendule est en repos à l'époque $t = 0$. Un corpuscule de masse μ_0 ($\mu_0 < \mu$) se meut le long de q avec la vitesse u_0 et choque le pendule à l'instant $t = \tau$. Un second choc a lieu à l'instant $t = 2\tau$, un troisième à l'instant $t = 3\tau$, et ainsi de suite. Nous supposons que les corpus-

(*) Séance du 8 mars 1948.

cules lancés le long de q contre le pendule possèdent tous la même masse μ_0 et la même vitesse u_0 avant le choc. Le déplacement $y(t)$ du point μ à un instant t entre le $n^{\text{ième}}$ et le $(n+1)^{\text{ième}}$ choc est égal à

$$(1)\qquad y(t)=\sum_{i=1}^{n} g^{(i)}\frac{\tau_1}{2\pi}\sin\frac{2\pi}{\tau_1}(t-i\tau),\qquad n\tau<t<(n+1)\tau;$$

$g^{(i)}$ représente l'accroissement de la vitesse de μ dû au $i^{\text{ième}}$ choc.

Pour calculer $g^{(i)}$ il faut d'abord écrire les lois du choc; la quantité de mouvement totale du corpuscule et du pendule ne change pas au cours du choc; l'énergie cinétique totale ne change pas non plus. Il en résulte que, $u^{(j)}$ étant la vitesse du pendule avant le $j^{\text{ième}}$ choc (à l'instant $t=j\tau-\varepsilon$, $\varepsilon>0$, $\lim\varepsilon=0$),

$$(2)\qquad g^{(j)}=\frac{2\mu_0}{\mu+\mu_0}[u_0-u^{(j)}].$$

Pour obtenir $u^{(j)}$, remplaçons, dans la formule (1), n par $j-1$, dérivons par rapport à t, substituons $t=j\tau-\varepsilon$ à la place de t et faisons $\lim\varepsilon=0$. Si nous substituons, dans (2), la valeur ainsi trouvée à la place de $u^{(j)}$, il vient

$$(3)\qquad g^{(j)}=\frac{2\mu_0}{\mu+\mu_0}u_0-\frac{2\mu_0}{\mu+\mu_0}\sum_{i=1}^{j-1} g^{(i)}\cos\frac{2\pi(j-i)\tau}{\tau_1}.$$

Il résulte de (3) *qu'il y a une relation linéaire et homogène entre* $g^{(n)}$, $g^{(n+1)}$, $g^{(n+2)}$ *et* $g^{(n+3)}$ *dont les coefficients ne dépendent pas de* n. Nous avons en effet

$$(4)\qquad g^{(n+3)}-\frac{2\mu}{\mu+\mu_0}\cos 2\pi\frac{\tau}{\tau_1}(g^{(n+2)}-g^{(n+1)})+\frac{\mu-\mu_0}{\mu+\mu_0}(g^{(n+1)}-g^{(n)})=0.$$

2. Pour calculer $g^{(n)}$ en fonction de n, on emploie la méthode connue. $g^{(n)}$ s'obtient comme une combinaison linéaire de termes de la forme Ax^n, x étant une racine de l'équation du troisième degré en x.

$$(x-1)\left[x^2-\frac{2\mu_0}{\mu+\mu_0}\cos 2\pi\frac{\tau}{\tau_1}x+\frac{\mu-\mu_0}{\mu+\mu_0}\right]=0.$$

Introduisons la formule pour $g^{(i)}$ dans l'équation (1), qui donne, pour une valeur très grande de n, le mouvement asymptotique cherché. Voici les résultats du calcul.

3. Si la période de chocs τ diffère de celle des oscillations du pendule τ_1, nous avons, pour n très grand et pour une époque t comprise entre $n\tau$ et $(n+1)\tau$,

$$y(t)=\frac{\mu_0}{\mu}\,\frac{\tau_1}{2\pi}\,\frac{\cos\frac{2\pi}{\tau_1}\left[t-\left(n+\frac{1}{2}\right)\tau\right]}{\sin\pi\frac{\tau}{\tau_1}}+\varepsilon,$$

où $\lim\varepsilon=0$ pour $n\to\infty$. La courbe qui donne y en fonction de t se compose

des arcs de cosinusoïde égaux (abstraction faite de ε). Le mouvement asymptotique du pendule est un *mouvement oscillatoire redressé;* la valeur moyenne de $y(t)$ est

$$\frac{1}{\tau}\int_0^\tau y(t)\,dt = \frac{1}{2\pi^2}\,\frac{\mu_0}{\mu}\,u_0\,\frac{\tau_1^2}{\tau};$$

elle est inversement proportionnelle à τ.

4. Si les deux périodes sont égales entre elles, $\tau = \tau_1$, on trouve, n étant très grand,

$$y(t) = \frac{u_0\tau}{2\pi}\sin\frac{2\pi}{\tau}t + \varepsilon,$$

avec $\lim\varepsilon = 0$ pour $n \to \infty$. C'est un mouvement harmonique autour de la position d'équilibre O.

5. Les résultats précédents s'appliquent aux *mouvements oscillatoires des électrons*. Supposons qu'un électron soit attiré à sa position d'équilibre O par une force proportionnelle à sa distance de O et qu'une onde électromagnétique agisse sur lui.

La théorie classique donne le résultat suivant : si le champ électrique produit en O par l'onde varie comme $A\sin(2\pi/\tau)t$, le mouvement contraint de l'électron est un mouvement harmonique autour de O synchrone avec le champ. Admettons au contraire que l'onde soit un train de photons qui choquent successivement l'électron aux époques $t = \tau$, $t = 2\tau$, $t = 3\tau$, ... et que les lois de choc soient celles d'un choc mécanique (comme on l'admet dans la théorie de l'effet Compton). Si la période propre τ_1 de l'électron diffère de τ, l'électron prend un mouvement oscillatoire redressé autour d'un point O', la distance OO' étant inversement proportionnelle à τ. Si $\tau = \tau_1$, le mouvement de l'électron est une vibration harmonique autour de O.

MÉCANIQUE VIBRATOIRE. — *Sur quelques expériences faites avec deux pendules de résonance.* Note (*) de MM. **Constantin Sălceanu** et **Marius Borneas**, présentée par M. Aimé Cotton.

En nous référant à une Note ([1]) publiée antérieurement, concernant la variation en fonction de la traction de la période de deux pendules de résonance couplés sur un même fil métallique, nous rapporterons de nouvelles données expérimentales. En travaillant avec deux pendules de masse $m = 25^g$ et de longueur (du pendule simple équivalent) $l = 45^{cm}$, écartés à une distance intérieure $a = 20^{cm}$ et extérieure $a_1 = a_2 = a_i = 35^{cm}$, nous avons obtenu les valeurs suivantes des temps compris entre deux minima d'amplitude, toutes exprimées en secondes

(*) Séance du 15 mars 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1756.

Matériel.	Diamètre. (cm).	Traction (g) 500.	1470.	2500.	4590.	5470.	Valeur théorique.
Aluminium......	0,053	70	100,1	116	–	–	136
Argent..........	0,053	65,2	88	110	114	–	128
Laiton..........	0,05	71,6	104,4	119,2	130,2	132	136
Cuivre..........	0,05	66	87	103,4	113,5	115,2	119
Fer.............	0,046	53,2	68,4	71	73	73	86
Nickel..........	0,052	46	53,1	55,1	56	56	54
Acier...........	0,052	43,1	52	53,5	54	54	51

Ces valeurs en secondes représentent les temps entre deux minima d'amplitude, c'est-à-dire la moitié de la période de l'amplitude considérée. Ce tableau permet de tracer des courbes semblables à celles publiées dans la Note citée. Elles montrent une saturation, d'autant plus tardive que le matériel est moins rigide, saturation que nous avons attribuée à un phénoméne semblable à celui de la viscosité de liquides.

Les valeurs théoriques indiquées dans le tableau ont été calculées à l'aide de la formule générale établie dans une Note précédente. On observe que ces valeurs sont voisines des valeurs expérimentales obtenues sur le palier, ce qui nous conduit à affirmer que la formule s'applique justement pour ce domaine. Les différences constatées doivent être attribuées au fait que les valeurs du module de rigidité introduites dans la formule ne correspondent pas exactement aux échantillons étudiés. En ce qui concerne les différences, plus notables, constatées dans le cas de l'aluminium et de l'argent, celles-ci sont dues au fait qu'on n'a pas pu atteindre le palier.

Les petites valeurs de la période obtenues pour des petites tractions semblent être dues à la courbure que présente le fil, provoquée par le poids des pendules.

Cela peut être mis en évidence dans le tableau suivant, où les fils de nickel, cuivre et aluminium de $0^{mm},5$ diamètre soumis à une même traction de $0^{kg},5$, donnent des valeurs différentes pour leurs périodes suivant le poids des pendules. Les constantes sont les suivantes : $a = 20^{cm}$, $a_i = 19^{cm}$ et $l = 45^{cm}$.

Matériel.	Nickel.					Cuivre.					Aluminium.					
Masse du pendule (g.)............	15	30	55	75	105	15	30	55	75	105	15	30	50	55	75	105
Temps entre deux minima (sec.)...	30,2	48	57	58	54,4	56	75	81	72,2	55,8	56,3	76	81,2	86	75	60
Flèche max. (cm.).	2,4					3,2					4					

Le tableau montre une variation de la période en fonction des poids des pendules. Elle présente un maximum qui est atteint plus tôt pour le matériel moins rigide. La branche montante de la courbe est due au poids des pendules.

En même temps, la flèche due à la courbure a un effet inverse qui pour la position maxima annule l'effet du poids des pendules. Il est donc naturel que le matériel le moins rigide ayant la flèche la plus grande, présente plus tôt le maximum. La dernière ligne du tableau montre la grandeur de la flèche pour les pendules de plus grande masse.

Une preuve de plus de l'effet de la courbure du fil sur la valeur de la période est montrée dans le tableau suivant, obtenu en travaillant avec un fil de cuivre ayant les constantes suivantes : $m = 15^{g}$, $l = 40^{cm}$, $a = 18^{cm}$, $a_i = 20^{cm}$.

Diamètre (cm).	Traction (g).	Demi-périodes (sec).	Diamètre (cm).	Traction (g).	Demi-périodes (sec).
0,05	500	45	0,07	500	16,5
	1 500	50		1 500	»
	2 500	51,4		3 500	»
	3 500	52		4 500	»
	4 500	52		5 500	»
0,06	500	25,3	0,09	500	8
	1 500	25,8		1 500	»
	2 500	26		3 500	»
	3 500	26		5 500	»
	4 500	26			

Le tableau montre que l'effet de traction disparaît au fur et à mesure que le diamètre du fil croît.

ASTRONOMIE. — *Sur la détermination du convergent d'un courant d'étoiles, application au Scorpion-Centaure.* Note de MM. **Pierre Guintini** et **Marcel Mayot**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Nous avons étudié les méthodes de détermination du convergent d'un courant d'étoiles, et leur application aux étoiles B de la région du Scorpion-Centaure (700 étoiles environ de type spectral B0 à B5).

En utilisant uniquement les mouvements propres, on a, par exemple, en coordonnées galactiques, avec les notations classiques :

$$(1)\qquad \mu_l \cos b = X'_0 \frac{1}{r} \alpha_2 + Y'_0 \frac{1}{r} \beta_2, \qquad \mu b = X'_0 \frac{1}{r} \alpha_3 + Y'_0 \frac{1}{r} \beta_3 + Z'_0 \frac{1}{r} \gamma_3.$$

L'équation de condition obtenue par élimination de r entre les deux équations (1) s'écrit à un facteur près :

$$(2)\qquad \cos V_i = a_i x + b_i y + c_i z = 0;$$

a_i, b_i, c_i sont les coordonnées du pôle du grand cercle portant le mouvement propre pour l'étoile considérée; x, y, z est la direction inconnue du convergent (au sens près), V_i est l'angle du pôle et du convergent.

La détermination de x, y, z à l'aide des équations (2) relatives à toutes les étoiles peut être effectuée par la méthode des moindres carrés. Les différents auteurs, parmi lesquels nous citerons Rasmusson ([1]), Bertaud ([2]), Smart ([3]), opèrent tous sur des moyennes, les étoiles étant groupées d'une certaine manière, ce qui réduit considérablement les écarts. Leurs résultats dépendent donc de la façon d'associer les étoiles et aussi du système de coordonnées employé.

On peut obtenir une condition indépendante du système de coordonnées en imposant le minimum de

$$R = \Sigma \cos^2 V_i, \qquad (a)$$

tenant compte uniquement de la direction du mouvement propre; pour tenir compte de la grandeur du mouvement propre, il faut considérer

$$R = \Sigma \mu_i^2 \cos^2 V_i, \qquad (b)$$

ce qui revient à attribuer un poids μ_i à chaque équation (a).

On est ramené à la résolution d'une équation en S du troisième degré dont la plus petite racine fournit la direction cherchée.

Mais, pour obtenir les écarts entre les valeurs observées B_i et calculées B_c, des angles de position du mouvement propre, il faut partir de

$$\sin^2(B_i - B_c) = \frac{\cos^2 V_i}{\sin^2 \theta_i},$$

θ_i étant l'angle des directions de l'étoile et du convergent.

Le minimum de $\Sigma \cos^2 V_i$ ne correspond donc pas en général à celui de $\Sigma \sin^2(B_i - B_c)$.

Pour obtenir le minimum de cette dernière quantité nous avons procédé par approximation, en cherchant les différentes directions correspondant respectivement au minimum de $\Sigma \cos^2 V_i$, au maximum de $\Sigma \sin^2 \theta_i$, au minimum de

$$\frac{\Sigma \cos^2 V_i}{\Sigma \sin^2 \theta_i}.$$

En utilisant les 99 étoiles B0 à B5 de la liste de Rasmusson, nous sommes arrivés aux résultats suivants :

Apex.	A. D.	$\Sigma \sin^2(B_i - B_c)$.
1. Classique	90°-30°	4,35
2. Rasmusson (Scorpion-Centaure)	100 -40	4,69
3. Intermédiaire	95 -35	4,50
4. Correspondant au minimum de $\Sigma \sin^2(B_i - B_c)$	96 -46	4,00

([1]) *Lund Meddelanden*, **26**, 2e s., 1921, p. 1.

([2]) *Bulletin astronomique*, **9**, 1933, p. 483.

([3]) *Monthly Notices*, **100**, 1940, p. 60.

Nous poursuivons cette étude avec toutes les étoiles B0 à B5 de la région incluses dans notre fichier, ce qui nous permettra de discuter la précision des résultats.

ASTROPHYSIQUE. — *Observation de la structure des « canaux » de la planète Mars.* Note (*) de M. AUDOUIN DOLLFUS, présentée par M. Bernard Lyot.

1° La vision télescopique des détails de la surface des planètes est limitée théoriquement par la diffraction de la lumière, produite par le contour de l'objectif. En pratique, les remous de l'air dans le tube et au voisinage de l'instrument et surtout l'agitation de l'atmosphère terrestre, dont l'effet perturbateur s'accroît avec le diamètre de l'objectif, imposent à la visibilité des détails une limite généralement beaucoup moins bonne que la précédente.

2° On sait que, dans les conditions usuelles d'observation, on aperçoit sur la planète Mars des traînées singulières que l'on appelle *canaux*. Certains observateurs (Lowell) leur ont prêté un aspect tout à fait filiforme et géométrique. Elles se dédoublent parfois en deux composantes parallèles. Avec la grande lunette de 83^{cm} de Meudon, Antoniadi (1909) a su utiliser quelques très courts instants de stabilité atmosphérique relative pour observer ces traînées et les trouva constituées de taches alignées.

3° J'ai utilisé, pour étudier les canaux, la lunette de 60^{cm} de l'Observatoire du Pic du Midi (2860^{m}). A cette altitude, l'agitation atmosphérique est généralement très réduite.



Les traînées apparaissent alors floues et régulières. Elles ont été photographiées avec facilité par M. H. Camichel. Elles sont quelquefois dédoublées. En outre, l'observation visuelle révéla un autre type de *canaux*, filiformes et presque géométriques, souvent dédoublés, mais généralement courts. Le dessin de gauche montre l'aspect usuel de ces deux types de traînées; à gauche, le *Thoth* flou; en bas, le *Nilosyrtis* filiforme.

(*) Séance du 15 mars 1948.

4° Mais lorsque l'atmosphère est particulièrement calme, la vision n'est plus limitée que par la diffraction; les régions sombres de Mars sont alors résolues en toutes petites taches en semis. Le 12 février 1948, en particulier, avec un grossissement de 900, on ne voyait plus *à l'emplacement des traînées précédentes que quelques petites taches alignées*. Cet aspect a été contrôlé par M. Gentili; on pouvait compter, décrire et dessiner individuellement ces plus petits détails; ils sont restés constamment visibles, pendant une heure. Dans le dessin de droite, les détails des régions *Nilosyrtis*, *Syrtis Major* (*nord*), *Moeris L.* sont fidèlement reproduites, ceux de *Syrtis Major* (*sud*) et de *Thoth* restituent seulement l'aspect d'ensemble. Le diamètre angulaire de Mars n'était que de 13″, 7.

5° La comparaison d'observations effectuées au Pic du Midi et à Paris, en 1945, 1946 et 1948, conduit aux conclusions suivantes. La structure de la surface de la planète Mars est un semis irrégulier de taches diversement groupées. Cet aspect est révélé, par de grandes lunettes, dans des conditions atmosphériques parfaites; certaines taches sont plus ou moins alignées.

Avec une lunette trop peu puissante, ou surtout lorsque l'atmosphère est agitée, ces taches alignées se brouillent; on observe à leur place des traînées souvent doubles, que l'on peut photographier.

Certaines traînées plus petites exigent, pour être decelées, un effort de vision; des phénomènes parasites d'illusion physiologiques se superposent alors à l'aspect réel; on observe des traînées ayant un aspect géométrique.

Il resterait à étudier dans quelle mesure les accidents locaux de la topographie sont la cause des taches alignées constituant les *canaux*.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la périodicité de quelques caractéristiques des noyaux atomiques*. Note (*) de M. **Paul Chanson**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Un noyau atomique est caractérisé par le nombre Z de charges unité et le nombre A de nucléons qui le constituent. Pour une valeur donnée de Z il existe S isotopes stables et R isotopes radioactifs, soit en tout $I = S + R$ isotopes. L'étude systématique des isotopes a surtout été entreprise jusqu'ici en considérant la parité de Z ou de A. Nous nous sommes attaché à noter les périodicités relatives à S et I en fonction de Z de la manière suivante :

1° La courbe I(Z) présente une série de maxima pour Z pair et de minima pour Z impair. On peut la rendre plus régulière en la pondérant, par exemple en traçant la courbe $I'(Z+1/2) = [I(Z) + I(Z+1)]/2$. On obtient alors une courbe présentant des maxima et des minima très accusés. Il est naturel d'attribuer les maxima aux Z pairs les plus voisins de $Z+1/2$ et les maxima

(*) Séance du 15 mars 1948.

aux Z impairs les plus voisins de $Z+1/2$. On obtient alors 4 maxima pour les valeurs de Z_M suivantes : 20, 36, 54, 82 et 3 minima pour les valeurs de Z_m : 27, 45, 73.

On notera que les produits de fission de l'uranium les plus probables se situent au voisinage immédiat des maxima 36 et 54. De plus les maxima 36 et 54 correspondent aux gaz rares krypton et xénon qui ont des Z remarquables pour la saturation des niveaux électroniques.

2° Pour Z impair, il y a, soit un isotope stable ($S=1$), soit $2(S=2)$. Pour Z plus grand ou égal à 17, ces valeurs de Z se rangent dans un tableau régulier qui fait ressortir des intervalles $\Delta Z_1 = 18$ et $\Delta Z_2 = 28$.

3° Les corps 43 et 61 n'ont pas d'isotopes stables ($S=O$) et sont tels que $\Delta Z_1 = 18$.

4° Pour Z pair il y a toujours une série continue d'isotopes stables de A voisins en nombre impair. Pour $Z=22$ on rencontre pour la première fois 5 isotopes stables voisins et pour $Z=50$, 7 isotopes stables voisins; ces 2 corps sont séparés par $\Delta Z_2 = 28$.

L'ensemble de ces résultats est condensé de la manière suivante :

Remarque n° 4.	S=2.	S=2.	S=1.	S=1.	S=2. S=0.	Z_m. S=1.	S=2.	S=2.	S= .	S=2.	Z_M.	S=0.
–	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	36	43
22...	35	37	39	41	(43)	45	47	49	51	53	54	61
50...	63	(65)	67	69	71	73	75	77	79	81	82	

Nota. — Il y a entre les valeurs de Z d'une même colonne, un intervalle $\Delta Z_1 = 18$ entre la première et la deuxième ligne, et un intervalle $\Delta Z_2 = 28$ entre la deuxième et la troisième ligne.

Note 1. — Le corps 43 pouvant figurer dans la colonne 25, 43, 71, c'est alors la parité de S qui caractérise cette colonne.

Note 2. — Le corps 65 fait exception, il n'a qu'un isotope stable connu, mais il n'est pas sûr qu'on ne puisse en trouver un autre.

On retrouve donc des noyaux présentant des propriétés semblables lorsqu'ils sont séparés par un intervalle $\Delta Z_1 = 18$ ou $\Delta Z_2 = 28$. On est tenté d'en conclure que les ensembles de nucléons possédant 18 ou 28 protons sont à certains égards saturés à l'intérieur du noyau. Or, on sait que les nombres $18 = 2+8+8$ et $28 = 2+8+18$ correspondent à deux stades de saturation par application du principe de Pauli.

Il se trouve de plus que le nickel ($Z=28$, $A-Z=36$) est le corps le plus stable relativement à toute désintégration possible, d'où peut-être le rôle privilégié de l'ensemble 28.

Ces considérations sont en faveur de l'application du principe d'exclusion aux charges seules à l'intérieur du noyau.

CHALEUR. — *Facteur d'émission des cavités de formes géométriques simples.* Note (*) de M. **Marcel Michaud**, présentée par M. Gustave Ribaud.

On peut apporter une modification à la formule classique approchée qui fixe le facteur d'émission d'un corps noir imparfait ([1])

$$\varepsilon_0 = 1 - \rho\frac{\Omega}{\pi} = 1 - (1-\varepsilon)\frac{\Omega}{\pi}, \tag{1}$$

et à celle qui tient compte des réflexions multiples à l'intérieur de la cavité ([2])

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon\left[1 + (1-\varepsilon)\left(\frac{s}{S} - \frac{\Omega}{\pi}\right)\right]}{\varepsilon\left(1 - \frac{s}{S}\right) + \frac{s}{S}}, \tag{2}$$

en remplaçant Ω/π par $\sin^2\theta$.

s/S, rapport entre la surface d'ouverture (cercle) et la surface totale de la cavité, dépend de la forme géométrique de celle-ci; c'est une fonction simple du rapport L/R entre la profondeur de la cavité et le rayon de son ouverture; θ est l'angle plan engendrant l'angle solide Ω.

En effet, si la substance, de facteur d'émission propre ε, constituant la cavité, obéit à la loi de Lambert, un calcul simple montre que le flux diffusé par le fond de l'enceinte à travers l'ouverture est

$$\Phi_\rho = \int_0^\theta \mathcal{J}_n \cos\alpha \, d\Omega = \rho\Phi \sin^2\theta,$$

où $\mathcal{J}_n$ est l'intensité normale diffusée, Φ le flux incident, et $0 < \alpha < \theta$.

Par suite, en première approximation, nous déduisons que

$$\varepsilon_0 = 1 - \rho \sin^2\theta. \tag{3}$$

Et, si l'on tient compte des réflexions multiples diffuses à l'intérieur de l'enceinte,

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon\left[1 + (1-\varepsilon)\left(\frac{s}{S} - \sin^2\theta\right)\right]}{\varepsilon\left(1 - \frac{s}{S}\right) + \frac{s}{S}}. \tag{4}$$

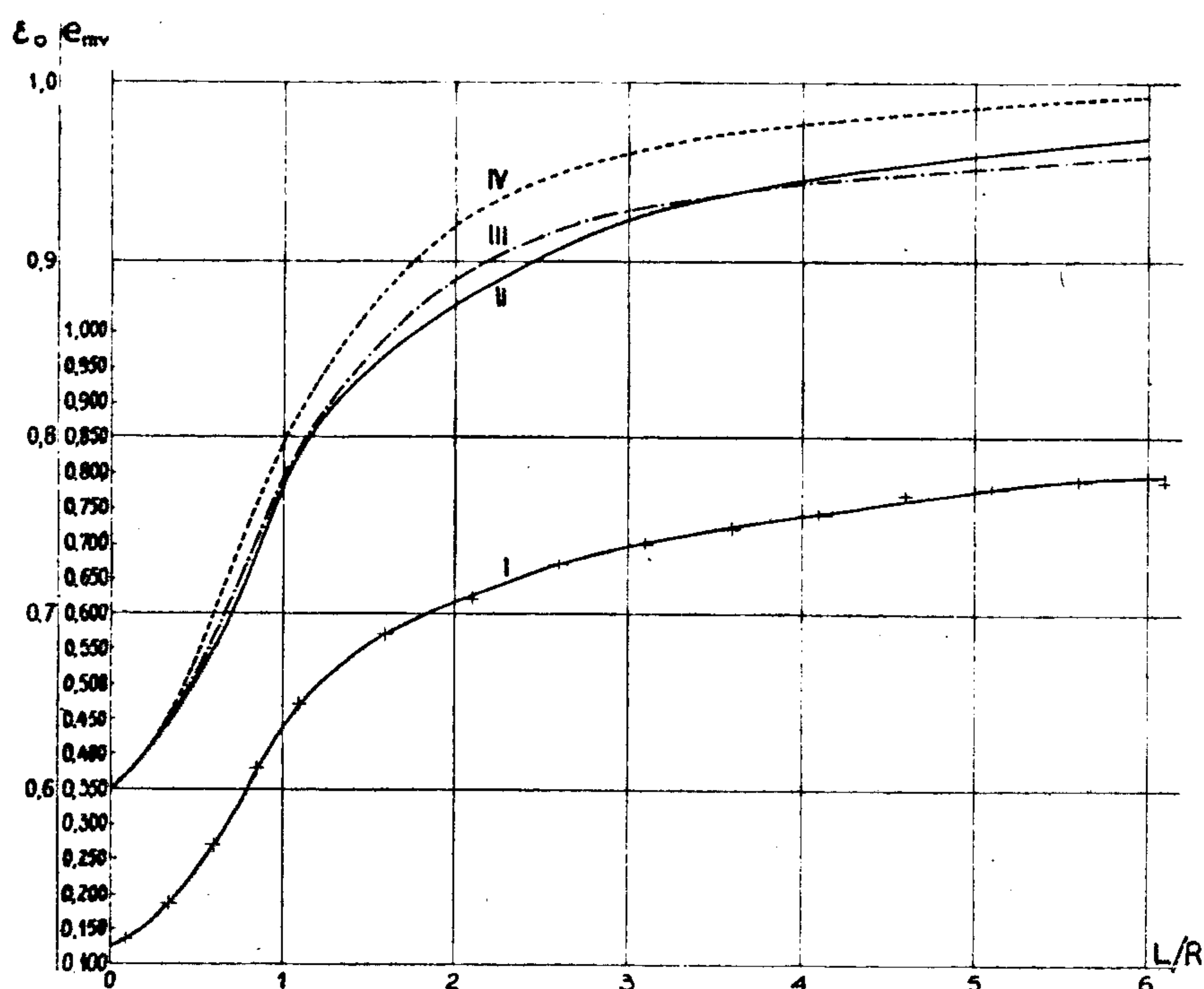
Pour différents rapports L/R, diverses formes géométriques simples et $\varepsilon = 0{,}5$, le tableau joint donne les valeurs de ε_0 calculées d'après les formules (3) et (4). Dans les deux cas, la courbe de variation de ε_0 avec L/R présente un point d'inflexion, fonction uniquement de ε et facilement calculable.

(*) Séance du 15 mars 1948.

([1]) G. Ribaud, *Traité de Pyrométrie optique*, p. 232.

([2]) A. Gouffe, *Revue d'Optique*, 24e année, nos 1-3, janvier-mars 1945.

Nous avons vérifié expérimentalement la formule (4) en constituant une cavité au moyen d'un cylindre de laiton mat, chauffé très régulièrement par une circulation d'eau ($T = 337°K$); un piston chauffé par la même circulation d'eau se déplaçait à l'intérieur de ce cylindre; un index soudé à ce piston glissait sur une régle graduée. Une pile thermoélectrique diaphragmée et maintenue à température uniforme donnait pour différents rapports L/R une force électromotrice linéairement proportionnelle à la température de radiation de la cavité (courbe I, échelle de droite). D'après ces indications nous avons construit la



courbe de variations du facteur d'émission en fonction de L/R (courbe II, échelle de gauche) et l'avons comparée aux formules (4) (courbe III) et (3) (courbe IV). Le point d'inflexion apparaît très nettement et l'accord avec la formule (4) est très satisfaisant.

L/R.	ε_0 Sphère.	Cylindre.	Cône.	Formule $\varepsilon_0 = 1 - \rho \sin^2\theta$.
0	0,500	0,500	0,500	0,500
0,2	0,513	0,513	0,513	0,520
0,5	0,570	0,575	0,567	0,600
1	0,686	0,700	0,675	0,750
2	0,844	0,845	0,804	0,900
5	0,967	0,964	0,897	0,981
10	0,990	0,990	0,955	0,995
20	0,998	0,998	0,977	0,999

CHALEUR. — *Chaleurs spécifiques d'un composé chimique à l'état liquide et à l'état solide au voisinage du point de fusion ; chaleur de fusion et chaleur d'association.* Note (*) de M. **Stéfan Procopiu**, présentée par M. Aimé Cotton.

Dans deux Notes antérieures ([1]) j'ai montré que le rapport entre la chaleur moléculaire LM de fusion et la température T de fusion est égal à 2 dans le cas des éléments simples et à n dans le cas de certains composés chimiques, n étant le nombre des atomes dans la molécule.

Considérant que l'énergie calorique de fusion par degré sert au corps pour qu'il passe de l'état solide à l'état liquide, et désignant par c_l et c_s les chaleurs spécifiques de ces deux états au voisinage du point de fusion, on peut écrire alors

(1) $$\frac{\mathrm{LM}}{\mathrm{T}} = \mathrm{M}(c_l - c_s) \doteq \Delta\mathrm{C} \quad \text{ou} \quad \mathrm{L} = \mathrm{T}(c_l - c_s),$$

(2) $$\Delta\mathrm{C} = 2$$

ou

(3) $$\frac{\Delta\mathrm{C}}{n} = 1,$$

avec la condition $c_l > c_s$. Cette condition est vérifiée sans exception par les composés chimiques, mais non par la plupart des éléments simples.

La relation (3) nous indique que pour faire passer une substance de l'état solide à l'état liquide, il faut lui fournir une quantité de chaleur de 1^{cal} par atome, ce qui représente l'énergie correspondant à un degré de liberté

Dans le cas des acides organiques et des alcools, substances considérées comme associées, il faut, pour satisfaire à la valeur KT de LM, où K est alors $< n$, introduire une chaleur supplémentaire A, qui est la chaleur d'association. On aura donc

$$\frac{(\mathrm{L} + \mathrm{A}_1)\mathrm{M}}{\mathrm{T}} = n \quad \text{et} \quad \frac{(\mathrm{L} + \mathrm{A}_2)\mathrm{M}}{\mathrm{T}} = \mathrm{M}(c_l - c_s).$$

La chaleur d'association, représentée par les valeurs A_1 et A_2, en calories par gramme, est donnée par

(4) $$\mathrm{A}_1 = \frac{(n - \mathrm{K})\mathrm{T}}{\mathrm{M}}$$

ou

(5) $$\mathrm{A}_2 = (c_l - c_s)\mathrm{T} - \mathrm{L}.$$

Ces deux valeurs seront égales si la substance vérifie la relation (3).

Comparaisons avec les données expérimentales. — I. Les relations (1) et (2)

(*) Séance du 8 mars 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 503 et **224**, 1947, p. 264.

sont vérifiées par les éléments Sn, Cd, Ar, les gaz (d'après les données Eucken), H_2, N_2, O_2, Cl_2, avec une approximation de 1 à 10 %. L'écart est plus grand pour S_2 (monoclinique)

Élément.	T° abs.	C_l.	C_s.	LM calc.	LM obs.	ΔC (= $C_l - C_s$).
Ar	84	10,5	8,5	167,6	267	2,0
Cd	593	8,65	6,74	1135	1528	1,91
Sn	505	9,02	6,88	1079	1661	2,13
H_2	14	3,22	1,35	26,2	28	1,87
N_2	63,1	13,1	11,3	113,6	170,5	1,8
O_2	54,7	12,8	10,6	123	105,6	2,2
Cl_2	170,8	16,2	14,0	376	1633	2,2
S_2	392	14,08	11,52	1004,8	844,8	2,5

II. Les relations (2) et (4) sont vérifiées par les composés suivants :

Substance.	T° abs.	c_l.	c_s.	L (par g). calc.	L (par g). obs.	$\Delta C/n$.
$o.C_6H_4Cl_2$	255,5	0,270	0,185	21,7	21	1,03
$m.$ »	248,6	0,270	0,186	20,8	20,5	1,03
$p.$ »	325,7	0,298	0,219	25,7	29,7	0,96
$m.C_6H_4I_2$	307,2	0,140	0,100	12,3	11,6	1,1
$m.C_6H_4BrCl$	251,8	0,212	0,150	15,6	15,3	0,99

De même encore pour les composés : *m*.diiodobenzène, acide benzoïque, α-naphtol, β-naphtol, acide palmitique, acide sulfurique, les valeurs du rapport $\Delta C/n$ sont les suivantes : 0,81; 1,1; 1,1; 1,14; 1,1; 0,99.

III. J'ai calculé les chaleurs d'association A_1 ou A_2, au moyen des formules (4) ou (5), pour quelques acides organiques et alcools. A titre d'exemple, voici les valeurs pour l'α-naphtol, $C_{10}H_7OH$:

$$n = 19; \quad K = 15,2; \quad T^{\circ}\text{abs.} = 368^{\circ}; \quad M = 144; \quad \Delta c = 0,149;$$
$$L = 38,9; \quad A_1 = 10; \quad A_2 = 15,9.$$

On trouve de la même façon la chaleur d'association des composés suivants : β-naphtol, $A_1 = 21$, $A_2 = 28$; C_6H_5OH, acide benzoïque, $A_1 = 15$, $A_2 = 20$; $C_{15}H_{31}COOH$, acide palmitique, $A_1 = 25$, $A_2 = 34$; $C_{17}H_{35}COOH$, acide stéarique, $A_1 = 19$, $A_2 = 3,3$.

On voit que dans l'étude de la fusion d'un élément ou d'un composé, il faut tenir compte de la chaleur spécifique à l'état solide et à l'état liquide, de la chaleur de fusion, de la température absolue, du nombre des atomes, de la masse moléculaire et de la chaleur d'association.

THERMOÉLECTRICITÉ. — *Variation du pouvoir thermoélectrique des métaux par dissolution d'éléments.* Note (*) de MM. **Charles Crussard** et **Francis Aubertin**, présentée par M. Pierre Chevenard.

Les impuretés d'un métal affectent ses propriétés thermoélectriques. Aussi nous a-t-il paru intéressant d'étudier systématiquement comment de faibles quantités d'atomes étrangers présentes dans un métal en modifient le pouvoir thermoélectrique, selon qu'elles se trouvent à l'état dissous ou précipité.

La présente Note résume nos mesures sur des solutions solides très étendues à base d'aluminium. Il nous semble possible d'en tirer une loi empirique, et de généraliser celle-ci en faisant appel aux résultats obtenus par d'autres auteurs sur divers métaux.

Les alliages étudiés constituaient, si l'on peut dire, des *aluminiums impurs synthétiques*, fabriqués à partir d'aluminium raffiné (99,995 %) additionné d'une quantité connue, le plus souvent très faible, d'un métal étranger : Sn, Si, Ti, Cr, Mn, Fe, Ni, Cu, Mg.

Le métal impur était étudié sous deux états. Le premier était obtenu par trempe après long recuit à 600° : dans presque tous les cas, le métal étranger était entièrement dissous (Ni et Fe faisaient exception). L'autre état résultait d'un refroidissement très lent, réalisé en 48 heures, de telle sorte que presque tout le métal non soluble à température ambiante se trouvait précipité. Un couple était formé en soudant un fil d'alliage à un fil d'aluminium raffiné, puis essayé au galvanomètre double enregistreur :

Métal dissous.	Concentration dans l'échantillon.	Concentration en solution à 600° % (1).	Pouvoir thermoélectrique à 20° rapporté à l'aluminium pur, en 10^{-9} volt/degré. État précipité.	État trempé.	Variation due à une dissolution de 0,1 %.
Sn.....	**0,20**	20	− 8,5	− 8,5	− 4,25
Si......	**0,18**	1	− 55	− 57	− 32
Ti.....	**0,10**	0,28	+ 55	+ 180	+180
Cr.....	**0,03**	0,45	− 42,5	− 44,5	−148
Mn....	0,05	1	− 6,6	− 270	−540
Fe.....	0,13	**0,03**	− 65	− 143	−480
Ni.....	0,15	**0,025**	+ 3,4	− 10,5	− 42
Cu.....	**4,02**		+ 360	+ 680	+ 17
Mg.....	**12**		+1440	+6000	+ 50

N.-B. Les concentrations en chiffres gras indiquent les quantités effectivement dissoutes à 600°.

1° Le pouvoir thermoélectrique à l'état refroidi lentement n'est jamais supérieur en valeur absolue à celui de l'état trempé; il est souvent notablement

(*) Séance du 8 mars 1948.

(1) *Voir* A. S. M., *Metals Handbook*, 1939.

inférieur, et parfois presque nul, comme dans le cas du manganèse et du nickel très peu solubles à froid. A faible teneur, les impuretés précipitées ne modifient donc pas de façon appréciable le pouvoir thermoélectrique; et la fraction demeurée en solution peut être évaluée d'après l'amplitude même de la modification observée.

2° A l'état dissous, les impuretés accroissent le pouvoir thermoélectrique de l'aluminium si elles précèdent ce métal dans le tableau périodique des éléments (tableau à huit colonnes); elles le diminuent dans le cas contraire. Pour les éléments d'une période de transition, l'action, négative et très forte au milieu de la période, diminue vers les extrémités et change de signe pour le titane et le cuivre.

Pour éprouver la généralité de cette deuxième conclusion, nous avons cherché, parmi les résultats publiés, ceux qui concernent les solutions solides étendues formées à partir de métaux de base variés : le peu de précision de ces documents ne permet guère que des indications qualitatives, cependant intéressantes à noter :

	Cu Ag Au	Zn	Al					Fe	Co	Ni Pd				
	Ag Cu Au		Al							Pd				
	Au Cu Ag			Ti		Cr				Pd				
		Mg	Al											
Ti	Cu Ag	Mg Zn	Al	Si (Sn)		Cr	Mn	Fe		Ni				
		(Zn)		Sn (Pb)										
						Cr W Mo		Fe		Ni		Al	C Si	Mn
	Cu								Co					
					V	Cr W Mo				Ni	Cu	Al		Mn
										(Pd) Pd	Cu Au Ag			
									Rh Ir	(Pd) Pt				

Dans ce tableau, le symbole du métal de base, entouré d'un cadre, est inscrit dans la colonne correspondante du tableau périodique. Son pouvoir thermoélectrique se trouve diminué par les éléments situés sur la même ligne à droite; il est augmenté par ceux qui sont situés à gauche. Le symbole du métal dissous est souligné si son action est très forte, mis entre parenthèses si elle est très faible.

La loi énoncée plus haut se vérifie, à quelques rares exceptions près, à condition de la généraliser de la façon suivante : le métal dissous augmente ou diminue le pouvoir thermoélectrique du métal de base, selon qu'il se trouve à gauche ou à droite de celui-ci dans le tableau périodique des éléments à huit colonnes (la règle se vérifie moins bien avec le tableau à 18 colonnes). Quand les deux métaux sont dans la même colonne, l'action est très faible.

L'action est très forte pour les éléments de transition du milieu d'une période.

Cette règle subit quelques exceptions : Ti en solution dans Al; Al, Si, Mn dissous dans Fe et Ni; Cu, Ag ou Au dissous dans Ni, Pd ou Pt, comme si Cu, Ag et Au devaient, dans certains cas, se placer dans les colonnes à droite du tableau.

MAGNÉTISME. — *Sur l'absorption de l'énergie par les ions négatifs.* Note (*) de M. **Théodore V. Ionescu**, présentée par M. Aimé Cotton.

Supposons que des ions négatifs d'hydrogène [1] se trouvent dans un champ variable H_e produit par une spire où passe un courant de haute fréquence, de pulsation ω. Soient H_0 le champ magnétique produit par les noyaux dans la position parallèle, dirigé suivant l'axe Oz, α l'angle que fait dans le plan xOz, H_e avec H_0, que nous supposerons beaucoup plus grand que lui. Sous l'action de la composante $H'_e = H_e \sin\alpha$, l'électron attaché à la molécule d'hydrogène exécutera un mouvement de précession de fréquence $\omega_H/2\pi$, dans le champ magnétique des noyaux. Soient $h/4\pi$ le moment cinétique de l'électron attaché à la molécule, $(h/4\pi).(e/m) = M$ son moment magnétique qui fait avec H_0 l'angle de précession θ. Soit encore r un coefficient de frottement défini de telle manière que le produit $r.(h/4\pi)$ soit égal au moment d'une force de frottement.

Dans ces conditions on peut écrire

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{dM_x}{dt} + r.M_x = \frac{e}{m}(M_z H_y + M_y H_0),\\ &\frac{dM_y}{dt} + r.M_y = \frac{e}{m}(M_z H_x - M_x H_0),\\ &\text{const.} = M_x H_y - M_y H_x;\end{aligned}\right.$$

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned} &H_x = \pm \frac{H'_e}{2}\cos\omega t,\\ &H_y = \pm \frac{H'_e}{2}\sin\omega t;\end{aligned}\right.$$

$$(3)\quad \left\{\begin{aligned} &M_x = \frac{1}{2} M \sin\theta_\pm \cos(\omega t + \varphi_\pm),\\ &M_y = \mp \frac{1}{2} M \sin\theta_\pm \sin(\omega t + \varphi_\pm),\\ &M_z = \frac{1}{2} M \cos\theta_\pm.\end{aligned}\right.$$

Dans les relations (2) on a décomposé le champ H'_e en deux champs de sens contraires. La composante de H_e suivant la direction de z ne produit qu'une faible perturbation de ω_H; elle ne change pas les valeurs de M_x, M_y, M_z.

(*) Séance du 17 novembre 1947.

(1) Th. V. Ionescu, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 232.

On trouve en même temps

$$(4)\qquad \sin\theta_{\pm}=\frac{\frac{1}{2}\frac{e}{m}H'_e}{\sqrt{r^2+(\omega_H\mp\omega)^2+\left(\frac{H'_e}{2}\frac{e}{m}\right)^2}},$$

$$\operatorname{tg}\varphi_+=\frac{r(\omega_H^2-\omega^2+r^2)-2r\omega(\omega_H+\omega)}{(\omega_H+\omega)(\omega_H^2-\omega^2+r^2)+2r^2\omega},\qquad \operatorname{tg}\varphi_-=-\frac{r(\omega_H^2-\omega^2+r^2)+2r\omega(\omega_H-\omega)}{(\omega_H-\omega)(\omega_H^2-\omega^2+r^2)-2r^2\omega}.$$

Des relations (3) et (4) on peut déduire M_x. Puisque les ions ont leurs H_o distribués d'une façon quelconque dans l'espace, on peut calculer la projection de M_x sur la direction du champ variable H_e pour les N ions se trouvant dans un centimètre cube. On trouve

$$\mathfrak{M}_{H_e}=\frac{MN}{2}\int_0^{\pi}\frac{\sin 3\alpha\, d\alpha}{\sqrt{\frac{b^2}{a^2}+\sin 2\alpha}}.$$

Si l'on pose

$$a^2=\frac{1}{2}\left(\frac{e}{m}H_e\right)^2,\qquad b^2=(\omega_{H+}\mp\omega)^2+r^2,\qquad K^2=\frac{b^2}{a^2}+1,$$

on a

$$\mathfrak{M}_{H_e\pm}=\frac{MN}{2}\left[\left(\frac{K}{2}-1\right)\arcsin\left(\frac{\cos\alpha}{K}\right)-\cos\alpha\sqrt{K^2-\cos^2\alpha}\right]_{\alpha=0}^{\alpha=\pi}$$
$$=\frac{MN}{2}\left[(2-K^2)\arcsin\frac{1}{K}+\sqrt{K^2-1}\right].$$

Supposons que r soit grand par rapport à $(e/m)H_e$, ce qui est en accord avec les résultats de l'expérience ([2]); dans ce cas, par développement en série, on pose

$$\mathfrak{M}_{H_e+}=\frac{1}{3}\,\frac{MN\frac{H_e}{2}\frac{e}{m}}{\sqrt{(\omega_H-\omega)^2+r^2}}\qquad\text{et}\qquad \mathfrak{M}_{H_e-}=\frac{1}{3}\,\frac{MN\frac{H_e}{2}\frac{e}{m}}{\sqrt{(\omega_H+\omega)^2+r^2}}.$$

Considérons maintenant les ions compris entre deux cylindres coaxiaux, de rayons ρ et $\rho+\Delta\rho$ et de longueur l, on peut calculer deux courants I_+ et I_-, circulant entre les deux cylindres et qui produisent des moments égaux à $\mathfrak{M}_{H_e+}$ et $\mathfrak{M}_{H_e-}$, car on peut écrire

$$\pi\rho^2 I_+=\mathfrak{M}_{H_e+}2\pi\rho\,\Delta\rho\, l$$

de même pour I.

Si nous posons

$$L=\frac{m\rho}{Ne^2 l\Delta\rho},\qquad R=\frac{rm}{Ne^2}\,\frac{\rho}{l\Delta\rho}\qquad\text{et}\qquad E=\frac{1}{3}\,\frac{\mathfrak{M}H_e}{2e},$$

on a

$$I_{\pm}=\frac{E}{\sqrt{L^2(\omega_H\mp\omega)^2+R^2}}\qquad\text{et}\qquad \operatorname{tg}\psi_{\pm}=\frac{L(\omega_H\mp\omega)}{R}.$$

([2]) TH. V. IONESCU, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 230.

Les ions négatifs, dans un champ magnétique périodique, se comportent donc comme deux circuits dont la self-induction L, la résistance R, la force éléctromotrice E sont données plus haut et de fréquence

$$\frac{\omega_{\text{H}}-\omega}{2\pi} \quad \text{et} \quad \frac{\omega_{\text{H}}+\omega}{2\pi}.$$

RADIOÉLECTRICITÉ. — *Influence du déplacement vertical des couches ionisées sur la fréquence des ondes radioélectriques* (*). Note de M. **Dag Romell**, présentée par M. Camille Gutton.

Dans une Note récente ([1]) M. Jouaust propose, comme explication des résultats de M. Decaux ([2]), l'effet Döppler produit par des vents dans la haute atmosphère.

Or, un déplacement des particules récepteurs-émetteurs et l'effet Döppler en résultant doivent être considérés non seulement par rapport au poste récepteur, mais également par rapport au poste émetteur, de sorte qu'en cas de vents horizontaux la longueur totale du trajet et par cela la fréquence doivent rester sensiblement constantes.

Nous croyons trouver une autre explication en admettant un mouvement vertical, non pas du gaz même, mais de la région où se produit l'ionisation, effet vraisemblable d'ailleurs, car on sait qu'en général les couches se trouvent plus haut la nuit que le jour.

Pour rendre compte des résultats de M. Decaux sur le trajet États-Unis France, il suffit d'admettre une vitesse de déplacement de la hauteur virtuelle de réflexion de 10 m/s environ.

En étudiant par exemple le déplacement de la couche F (F_2) pendant 24 heures en hiver, on trouve qu'elle descend assez rapidement (environ 10 m/s) vers 7^h et monte plus lentement entre 14^h et 22^h (maximum 5 m/s environ) ([3]), ce qui doit donner des modifications de fréquences en bon accord avec les résultats de M. Decaux (maximum rapide vers 8^h et minimum plat entre 13^h30 et 21^h).

En outre, les différences relatives entre les diverses fréquences (rapportées à un facteur commun) pourraient être expliquées par les mouvements relatifs des diverses couches ionisées. On sait par exemple que la couche F_2 descend vers la couche E le matin.

(*) Séance du 8 mars 1948.
([1]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 329.
([2]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 328.
([3]) *J. Res. Bur. Stand.*, 21, 1938, p. 835.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur les phénomènes produits dans l'émulsion sensible par les rayons cosmiques au niveau de la mer.* Note de MM. **Max Morand, Pierre Cüer, Jean Edmont** et **Hassan Moucharafyeh**, transmise par M. Jean Cabannes.

Au moment où la production de mésons vient d'être découverte à Berkeley, précisément grâce à un emploi judicieux des plaques photographiques, il nous paraît utile de résumer nos résultats généraux actuels, qui continuent à confirmer pleinement les interprétations déjà publiées par certains d'entre nous ([1]).

Traces isolées. — Elles ont été, en partie, trouvées et mesurées par M[lles] Briot, Wahba, MM. Arnaud, Carré, Champeaux, Duverney, Gauthé, Jacquemart, Lestel, Margerand, Vatinel. $\sim$200 traces isolées ont été bien identifiées par leur granulation. Il y a : $\sim$75 % de protons, $\sim$ 1 % de deutérons (nombres de grains correspondant à des traces non affaiblies), $\sim$15 % de tritons. Quelques traces présentent une ionisation intermédiaire entre celle d'un proton et celle d'un électron; un méson certain a été observé; il a provoqué une étoile déjà signalée. D'autres traces présentent une ionisation particulière non interprétée. La proportion de particules α varie de $\sim$5 à $\sim$15 %, suivant les conditions de développement qui permettent de corriger plus ou moins l'affaiblissement. 10 à 15 % des traces de protons finissent dans l'émulsion, 2 à 3 % seulement y prennent naissance; nous continuons à admettre que la majorité des protons provient du choc de neutrons rapides (de distribution presque isotrope) dans les substances hydrogénées qui sont dans l'émulsion ou qui entourent la plaque (une épaisseur de $\sim$50.30 μ suffit). La répartition angulaire des protons, par rapport au plan de l'émulsion, présente entre 10 et 20°, un maximum très net, qui ne peut s'expliquer que par la direction de neutron la plus efficace dans les substances hydrogénées d'épaisseur limitée entourant la plaque. Par étoile observée, nous trouvons 12 à 15 protons traversant l'émulsion; nous examinons en détail si la différence entre ces nombres et celui donné par Perkins ($\sim$30), peut s'expliquer par l'affaiblissement ou mieux par la différence des matériaux voisins de l'émulsion. Il existe souvent des nappes où les traces de protons sont plus nombreuses et semblent associées à des étoiles, mais nous n'avons pu mettre en évidence aucune corrélation certaine de position ou de direction entre ces traces; cependant les considérations précédentes permettent d'expliquer ces groupements apparents.

Étoiles. — Elles ont été, en partie, trouvées et mesurées par M[lle] Derobert, MM. Bocquet, Jannot, Lévêque, Villeneuve. Les étoiles de désintégration ont, en majorité, de 2 à 7 branches, avec une moyenne de $\sim$3,5. La proportion des

---

([1]) Cüer et Morand, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1146; **226**, 1948, p. 659; Cüer, Morand et Moucharafyeh, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 713.

particules de $z = 1$ à celle de $z = 2$ croît de 0,5 pour les étoiles de petite énergie (2 branches) à 1 pour celles qui ont 7 branches. Étant donnée la composition chimique de nos émulsions sensibles, nous avons jugé utile de classer les étoiles en deux groupes principaux, d'après les masses atomiques des noyaux dont la désintégration est possible : *légers*, les plus nombreux étant, en croissant, Na, B, N, C, O, et *lourds*, Br, Ag; dans ce dernier cas, les désintégrations sont partielles; elles sont, le plus souvent accompagnées de noyaux de recul; l'énergie d'excitation est insuffisante pour expulser tous les nucléons. Sur une trentaine d'étoiles bien identifiées, contenues dans 50^{cm^2} de $C_2 + B$, de 50 μ d'épaisseur, 18 se classent dans la première catégorie (moyenne de trois branches) et 12 dans la seconde. La désintégration la plus fréquente de noyaux légers semble être la tripartition bien connue de B, avec des énergies totales variant de 10 à 40 MeV. Les cas favorables au calcul de la masse de la particule incidente donnent une valeur comprise entre 1 et 4; compte tenu des erreurs expérimentales assez importantes dans ces mesures, ces nombres sont compatibles avec l'hypothèse de neutrons ne s'arrêtant pas, généralement, dans un noyau léger. Malgré la faible proportion de B, la fréquence relative plus importante de sa désintégration pourrait s'expliquer par le petit nombre de réactions possibles avec, O, C, N, pour des énergies cédées de quelques dizaines de MeV, en raison des $Q \ll O$

Pour les étoiles du second groupe, les énergies totales cédées par la particule incidente au noyau varient de 80 à 130 MeV. Il est toutefois probable que quelques étoiles classées dans le premier groupe sont des désintégrations partielles de noyaux lourds, ceux-ci étant favorisés par leur σ (proportionnel à $A^{2/3}$). Outre l'étoile ayant 18 branches, déjà décrite, nous avons observé une étoile ayant 12 branches : 8 protons bien identifiés, 2 particules α, 1 triton et probablement 1 proton. En supposant autant de neutrons émis que de protons, avec même énergie moyenne, son énergie totale est ~ 330 MeV. La plupart des traces sortant de l'émulsion, le calcul de la masse de la particule incidente est peu favorable; il donne $0{,}3 < m < 1{,}3$. Nous avons observé un cas de désintégration en 4 particules α, très favorable pour le calcul de l'impulsion; l'énergie cinétique totale est ~ 27 MeV; on trouve $1{,}3 < m < 2$. L'hypothèse qui nous paraît la plus plausible, parmi plusieurs autres (méson neutre hypothétique avec O, ou deutéron avec N), est celle d'un neutron de grande énergie cédant seulement ~ 30 MeV (dont 11 MeV d'énergie de liaison) à un noyau O_8^{16}. Nous avons observé, sortant des étoiles, quelques particules très peu ionisantes, dont la granulation est supérieure à celle qu'on peut attendre d'un électron de faible énergie (~ 4 grains pour 30 MeV), et inférieure à celle de petites traces de mésons lents.

Ces faits expérimentaux nous semblent compatibles avec le schéma général, déjà cité, pour l'interprétation des étoiles dues aux rayons cosmiques et aux particules accélérées artificiellement : désintégration totale ou partielle par

nucléons rapides, généralement sans amalgamation de la particule incidente au noyau; pour les grandes énergies de la particule incidente, il y a création de mésons réels, absorbés ou non dans le noyau rencontré, et susceptibles de provoquer de nouvelles étoiles en pénétrant dans un autre noyau. Lors de cette éventualité, la considération du pouvoir d'arrêt dans l'émulsion indique qu'un méson chargé doit s'arrêter deux fois plus souvent dans BrAg que dans la gélatine. Une désintégration à petit nombre de branches est très probable, avec sortie du neutron qui emporte une énergie importante.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de la valence du rhénium sur son spectre* X *d'absorption*. Note de Mlle **Ioana Manescu**.

Dans le cadre de recherches effectuées au Laboratoire de Chimie physique de Paris, les unes sur les modifications des spectre X d'un élément en fonction de son état physicochimique ([1]), ([2]); les autres sur les propriétés du rhénium ([3]), j'ai été amenée à étudier les spectres d'absorption L du rhénium. Les conditions de travail sont les mêmes que pour l'uranium ([2]).

Les composés minéraux du rhénium les plus stables sont ceux de la valence VII et ceux de la valence IV. J'ai pu disposer de perrhénate de potassium cristallisé (ReO_4K anhydre) et d'oxyde : ReO_2, $2H_2O$ ([4]). J'ai comparé leurs spectres à celui du métal. Ce dernier avait déjà été mesuré par Mlle Cauchois ([5]). Mais afin de me placer dans des conditions d'observation identiques pour les trois cas, j'ai repris des spectres d'absorption du métal. Les moyennes de mes mesures pour la discontinuité et pour la raie blanche qui l'accompagne sont en bon accord avec celles de Mlle Cauchois; j'ai gardé dans le tableau les valeurs qu'elle avait publiées. Une bande noire (α) apparaît au delà de la raie blanche; j'y ai pointé deux maxima d'intensité.

Les positions des discontinuités des deux composés se trouvent déplacées vers les grandes fréquences par rapport à celle du métal; comme pour l'uranium. La fréquence d'absorption augmente ici du métal à Re^{IV} et de Re^{IV} à Re^{VII}. L'oxyde et le perrhénate montrent, comme le métal, des *raies blanches* sur L_{III} et sur L_{II}, mais non sur L_I; celle donnée par l'oxyde est la plus large. Les structures d'absorption comprennent deux bandes noires complexes qui ne sont pas identiques pour l'oxyde et pour le perrhénate. L'oxyde donne une première bande noire α à 2 maxima; le sel une première bande noire α, plus large,

---

([1]) Y. Cauchois, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1556.
([2]) I. Manescu, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 537.
([3]) S. Tribalat, *Thèse*, mars 1948, Paris.
([4]) Ces produits ont été préparés par Mlle Tribalat.
([5]) *Journ. Phys.*, S. VII, **8**, 1937, p. 267.

dissymétrique, à 3 maxima. La deuxième bande noire β est beaucoup plus floue dans les deux cas. Un minimum d'intensité (maximum d'absorption) sépare les deux bandes noires.

D'après les règles de sélection, le mécanisme de parution de la discontinuité d'absorption L_{III} du rhénium mettrait en jeu dans l'atome, le niveau final $O_{IV,V}(5d)$. Dans le métal, la transition doit se faire vers les niveaux $5d$ libres les plus profonds. La raie blanche correspondrait aux transitions vers toute la partie non occupée de cette bande. En réalité il faut sans doute considérer une bande complexe comprenant les états d, s et peut-être p de la bande de conductibilité du rhénium métallique, qui doit s'étendre sur quelques e.volts et dont une partie seulement est occupée par les 7 électrons de valence. Le premier maximum d'absorption sur la discontinuité apparaît comme une raie blanche contrastée, de largeur bien définie; cela confirme l'interprétation indiquée et l'existence d'une partie étroite non occupée de la bande $5d$, à grande densité d'états possibles.

					α.							
	L_{III} disc.		R. B.		1er max.		2e max.		3e max.		β	
	λ u.x.	Δ e.v.	λ u.x.	δ e.v.	λ. u.	δ e.v.	λ u.x.	δ e.v.	λ u.x.	δ e.v.	λ u.x.	δ e.v.
Re métal.....	1174,63	0	1174,05	5,3	1172,9	14,9	1171,6	27,2	–	–	–	–
$ReO_2\,2H_2O$...	1174,26	3,39	1173,79	4,21	1172,7	13,6	1171,4	25,6	–	»	1163,2	100,2
ReO_4K.......	1174,08	5,01	1173,67	3,66	1172,6	12,2	1171,2	25,6	1169,2	43,3	1160,3	124,6

Δ e. v. : Différences d'énergie entre les discontinuités des composés et celle du métal.
δ e. v. : » » structures et les discontinuités respectives.

Les bandes noires qui suivent la raie blanche du côté des courtes longueurs d'onde font intervenir, selon les vues de Kronig [*cf.* ([6])], des bandes d'énergie interdites du réseau cristallin. Le minimum d'intensité compris entre les bandes noires donnerait la position d'une bande d'états d'énergie permise. Un dépouillement des structures lointaines d'absorption en rapport avec les structures cristallines n'a pu être fait; la structure de l'oxyde n'est d'ailleurs pas connue.

J'ai établi le schéma des bandes $5d$, $6s$ et $6p$ pour le rhénium métallique. La différence entre la largeur de L_{III}, déduite de la courbe d'absorption relative à la discontinuité proprement dite et la largeur de la raie blanche, représente la largeur de la partie non occupée de la bande d, s. Elle est de 6 eV environ. D'après la largeur de l'émission $L\beta_5$, la partie occupée s'étend sur environ 3 à 3,5 eV. J'ai corrigé approximativement les largeurs brutes pour tenir compte du pouvoir de résolution du spectrographe, à l'aide des largeurs des raies de structure cristalline voisines. La différence d'énergie entre L_I observé et L_I calculé ([7]) situe le niveau le plus bas de la bande $6p(P_{II,III})$ à environ 5 eV de la surface de la bande (d, s) occupée.

([6]) Y. Cauchois, *Conférences Rapport* (sous presse), 1946.
([7]) Y. Cauchois et I. Manescu, *Disqu. Mat. et Phys.*, 1, F. I., 1940, p. 117.

Les spectres d'absorption M n'étant pas connus, je ne peux achever le tracé des niveaux. De même il ne m'a pas été possible d'établir un schéma des niveaux d, s et p, pour les deux composés, car leurs spectres L d'émission n'ont pas été mesurés. La différence d'énergie entre les discontinuités d'absorption de chaque composé et celle du métal montre que la bande des états d'excitation d est plus extérieure dans les deux sels étudiés que dans le métal, et cela d'autant plus que la valence du rhénium y est plus grande.

Des structures d'absorption apparaissent encore vers les grandes longueurs d'onde par rapport aux discontinuités.

PHYSIQUE DES SOLUTIONS. — *Variation thermique des propriétés physiques de solutions concentrées. Discontinuités* C_4. Note (*) de Mlle **Marie-Claire Ollivier**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Soit t la température d'une solution concentrée. Parmi les propriétés examinées, je considère d'abord la densité $d = a - bt.10^{-4} + y.10^{-5}$ mesurée à 2.10^{-5} près (a, b, constantes; y, fonction de t restant souvent inférieure à 50). La courbe $y(t)$, tracée au mieux d'après des points espacés de 2° ou 3°, peut présenter à des températures $t_1, t_2, \ldots$, déterminées à 1° ou 2° près, des discontinuités d'ordre supérieur à 1, ce qui est en relation avec les phénomènes déjà signalés dans le cas de l'eau pure ([1]). On peut ensuite, au voisinage de $t_1, \ldots$, multiplier des mesures plus précises (200 en 5°). J'ai ainsi trouvé dans les cas indiqués, non pas un simple point anguleux, mais une étroite région bouleversée présentant plusieurs cassures et ressauts. J'appellerai clastie ce phénomène et j'écrirai clastie C_4 pour indiquer qu'il porte sur la 4e décimale et que pour l'observer il faut connaître la 5e. Je n'ai pas vu de clastie C_3, ni pu chercher de clastie C_6.

Je n'ai pas trouvé de clastie C_4 dans les variations : 1° du volume d'un flacon à capillaire, jaugé à l'eau pure; 2° de la densité d'un échantillon de 7g d'eau lourde; 3° de la densité d'une solution non électrolyte (solution d'antipyrine de titre 0,4). Étudiées avec le même dispositif, les solutions suivantes en ont présenté; j'ai retrouvé ces clasties dans les variations des autres propriétés physiques.

Dans l'eau, toutes de titre 0,342 en ion NO_3 [acide azotique : $N_2O_5 + 14,135 H_2O$]. Solution T [$NO_3H + (NO_3)^3Fe$, eau] ([2]). Solution N [$NO_3H + 3NO_3Na$, eau].

Solution N′ (sursaturée) [1g NO_3Na + 7g de solution C].

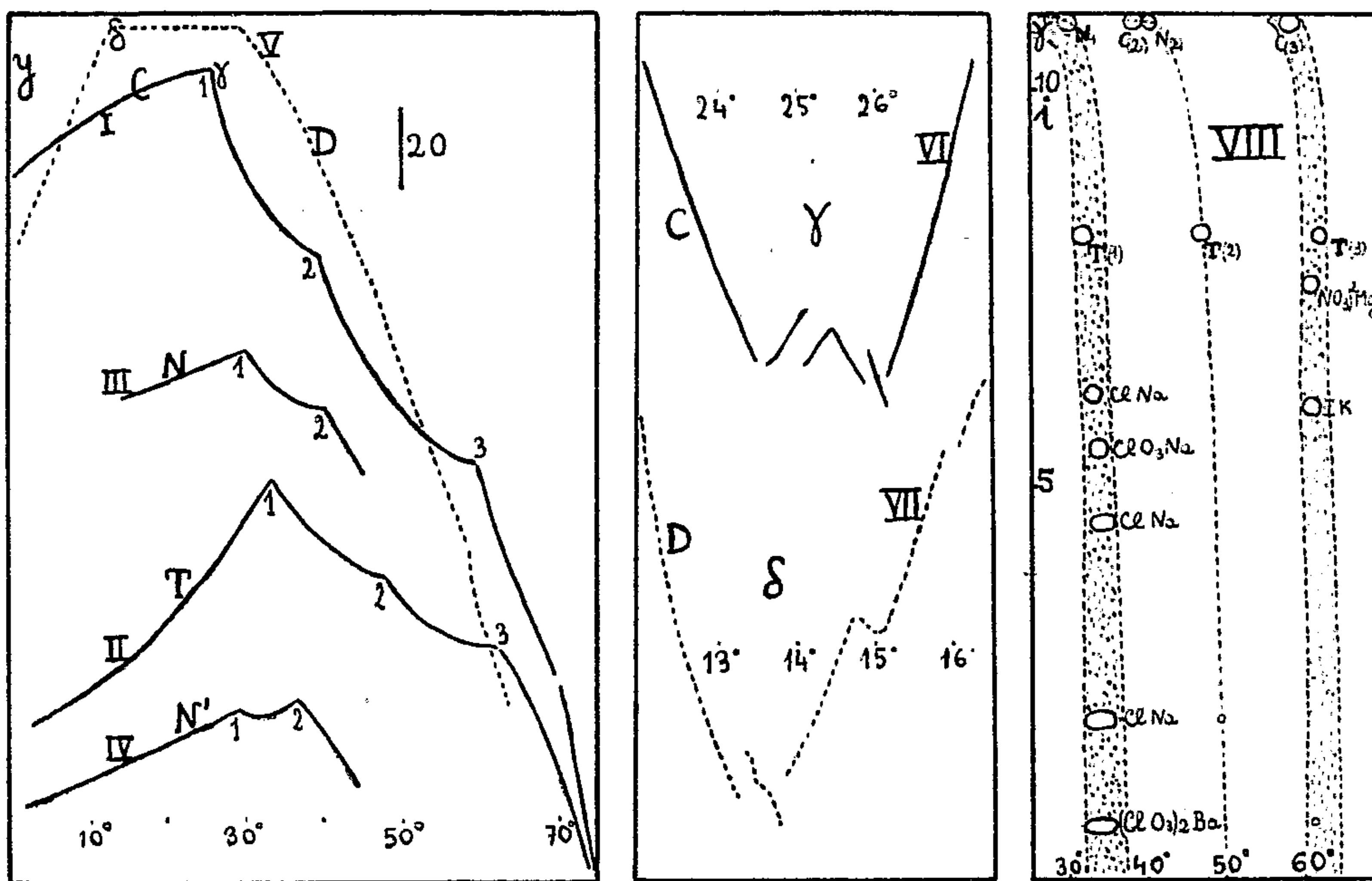
(*) Séance du 15 mars 1948.

([1]) *Cf.* Magat, *J. de Phys.*, 6, 1935, p. 179; Coket et Ferguson, *Philos. Magazine*, 29, 1940, p. 185; H. Ollivier, *Ann. de Phys.*, 11, 1939, p. 461 et suiv.; Pesteil, *J. de Phys.*, 8, 1947, p. 14 S.

([2]) L'étude de ses propriétés magnéto-optiques est le point de départ de ce travail.

Solution D, dans quelques grammes d'eau lourde : $N_2O_5 + 14,135 D_2O$.

Les valeurs adoptées sont, pour a : 1,22770; 1,41100; 1,35500; 1,30900; 1,31090; et pour b : 8,40; 7,90; 7,88; 9,35; 9,00; les courbes I à V montrent les variations de $y(t)$ et les régions des clasties C_i. Les structures de deux clasties : γ (solution C, vers 25°) et δ (solution D vers 14°), données par des dilatomètres très sensibles, sont représentées avec un fort grossissement par les courbes VI et VII, où leur complexité apparaît.



Les températures des plus fortes clasties C_i sont voisines de 25° pour C, 32° ou 33° pour T, 30° pour N et pour N'; d'autres se montrent vers 37 ou 39°, puis vers 56 à 59° pour C; vers 47°, et vers 62° pour T; vers 39 ou 40° pour N; vers 36° pour N'.

Le graphique VIII, relatif à des solutions aqueuses, réunit divers résultats. Soit i le nombre d'ions-gramme de soluté par kilogramme de solution. Les valeurs de i sont portées sur l'axe vertical, les températures des clasties sur l'axe horizontal, à 2° près.

Les points figuratifs trouvés sont compris dans trois bandes ou allées, qui vont aboutir, pour $i = 0$ (eau pure) :

la première (où sont des clasties très marquées) aux environs de 36°, dans la région si connue où changent les propriétés de l'eau;

la seconde aux environs de 50°;

la troisième (où se trouve notamment la forte clastie de l'iodure de potassium) aux environs de 60°, dans une région à réexplorer.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude de l'effet de température de l'électrode à hydrogène.* Note (*) de M. MAURICE BONNEMAY, présentée par M. Louis Hackspill.

La mesure du coefficient de température d'une seule électrode est jusqu'à présent impossible. Pour faire une telle mesure on oppose en effet une électrode réversible par rapport à l'ion A à une électrode à hydrogène ([1]) plongeant dans la même solution et l'on mesure la f. é. m. de la pile, ainsi constituée, en fonction de la température. La variation de cette force électromotrice est alors *par définition* le coefficient de température de l'électrode réversible par rapport aux ions A, l'électrode à hydrogène ayant *par convention* un effet de température nul.

Cette manière d'opérer élimine les potentiels de jonction, mais elle fournit des valeurs qui comprennent le coefficient de température de l'électrode à hydrogène, car la convention indiquée plus haut ne correspond pas nécessairement à la réalité.

Dans ce travail on a tenté de déterminer le coefficient de température de l'électrode à hydrogène seule.

Pour effectuer cette mesure on a opéré comme suit :

On a monté deux électrodes semblables en opposition; ces électrodes sont placées dans deux thermostats différents. Au cours de l'expérience, on fait varier la température de l'un des thermostats et lorsque l'équilibre est atteint, on mesure la différence de potentiel qui est apparue entre l'électrode froide et l'électrode chaude.

Si l'on porte en ordonnées la différence de potentiel et en abscisses la variation de température à laquelle elle correspond, on obtient une droite passant par l'origine dont la pente représente le coefficient de température brut (*fig.* 1).

On corrige cette valeur :

1° de l'erreur introduite par la variation de pression partielle de l'hydrogène, due au changement que subit la tension de vapeur de la solution, en raison de l'élévation de température de l'électrode chaude;

2° de l'erreur due à la variation de concentration consécutive à la dilatation de la solution. La valeur ainsi corrigée sera appelée coefficient de température global γ_g.

Cette dénomination répond en fait que γ_g est la somme de plusieurs termes :

1° Un terme γ que nous appellerons coefficient de température vrai;

2° Un terme γ_j dû au potentiel de jonction liquide qui prend naissance entre la solution froide et la solution chaude.

(*) Séance du 8 mars 1948.

([1]) On a une électrode de référence repérée par rapport à l'électrode à hydrogène.

Exprimons γ. On a, d'une manière générale,

$$E = E_0 + \frac{R}{T} \ln H^+,$$

$$\frac{dE}{dT} = \frac{dE_0}{dT} + \frac{R}{F} \ln H^+ + \frac{RT}{F} \frac{1}{H^+} \frac{dH^+}{dT},$$

et finalement on mesure

$$\gamma_g = \frac{dE_0}{dT} + \frac{R}{F} \ln H^+ + \frac{RT}{F} \frac{1}{H^+} \frac{dH^+}{dT} + \gamma_j.$$

Dans cette expression les trois premiers termes sont indépendants de la nature de l'acide. Ils ne dépendent que de l'activité des ions H^+.

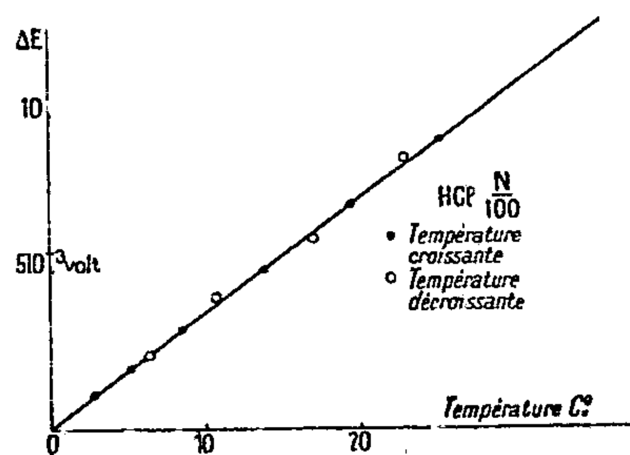


Fig. 1.

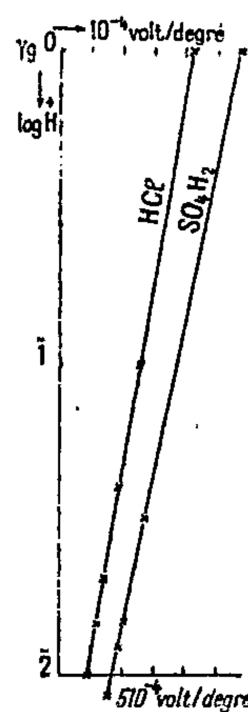


Fig. 2.

Si donc γ_j était négligeable, on devrait observer que la quantité γ_j ne dépend que de l'activité des ions H^+ de la solution, et qu'elle est, à même activité, indépendante de l'acide.

La figure 2 montre la variation de γ_g en fonction du logarithme de l'activité. Cette variation est sensiblement linéaire et la pente de la droite est très voisine de R/F (0,00018 au lieu de 0,00019 à 300 K.) dans le cas de HCl. Dans le cas de SO_4H_2, cette relation est encore linéaire, la pente s'éloigne d'une manière assez sensible de la valeur R/F.

Ces valeurs qui devraient être égales, quel que soit l'acide, présentent des écarts importants suivant qu'on opère sur l'acide sulfurique ou sur l'acide chlorhydrique.

Ces écarts pourraient s'interpréter en admettant que les valeurs des potentiels γ_j qui naissent au contact des solutions à températures différentes ne sont pas négligeables devant les coefficients de température des électrodes.

Le calcul de la jonction est possible si l'on remarque que, dans ce cas, le potentiel γ_j est indépendant de la structure de la jonction. Toutefois ce calcul

est assez imprécis et ne donne qu'un ordre de grandeur; effectué, dans le cas qui nous intéresse, il rend effectivement compte, dans les limites de sa précision, des écarts observés pour les différents acides; et la valeur de dE_0/dT à laquelle il conduit est

$$\frac{dE_0}{dT} = +55.10^{-5} \pm 8.10^{-5} \text{ volts/degré } (^2).$$

MAGNÉTOCHIMIE. — *Susceptibilités magnétiques moléculaires des acétophénones substituées sur le groupe méthyle.* Note (*) de M. **Claude Cherrier**, présentée par M. Paul Pascal.

Poursuivant notre étude de la liaison C=O des cétones et en particulier des acétophénones substituées sur le groupe méthyle ([1]), nous avons mesuré les susceptibilités magnétiques de ces composés et les avons comparées avec les susceptibilités calculées par la systématique de Pascal pour les formes cétoniques et énoliques. Les mesures ont été effectuées avec l'appareillage de MM. Pascal et Pacault ([2]).

	É.	$d_{16°}$.	$K.10^6$.	$K_I.10^6$.	$K_{II}.10^6$.	Δ.	ε.
Acétophénone	$É_{12}$ 83°,5	1,0315	72,2	72,7	74,7	0,5	0,7
Propiophénone	F 18,6	1,0139	84,5	84,6	86,2	0,1	0,1
Éthylacétophénone	$É_2$ 80	0,9928	95,5	96,5	98,1	1,0	1,0
Diméthylacétophénone	$É_{18}$ 106	0,9870	96,8	97,8	98,6	1,0	1,0
Triméthylacétophénone	$É_{12}$ 100	0,9722	108,2	109,9	–	1,7	1,6
Méthylallylcétone	–	–	111,9	112,9	–	1,0	0,9
Éthylallylacétophénone	$É_5$ 115	0,9739	122,5	124,3	124,7	1,8	1,5
Méthyléthylallylacétophénone	$É_{4,5}$ 123	0,9758	133,3	136,3	–	3,0	2,2
Diméthylallylacétophénone	$É_8$ 115	0,9770	122,4	124,4	–	2,0	1,6
Diéthylallylacétophénone	$É_4$ 133	0,9806	146,2	148,2	–	2,0	1,3
Éthyldiallylacétophénone	$É_5$ 143,5	0,9846	147,4	151,0	–	3,6	2,4
Triallylacétophénone	–	–	152,5	153,9	–	1,4	0,9

K_I est la susceptibilité magnétique calculée pour la forme cétonique; K_{II} celle calculée pour la forme énolique

$$K_I - K = \Delta; \qquad \varepsilon = \frac{K_I - K}{K} 100.$$

On constate que la loi d'additivité, en application de la systématique de Pascal, reste vraie à 2 % et ce, même pour des corps où s'introduisent dans le

(2) Le signe + indiquant que l'électrode chaude est positive, on a une électrode de référence repérée par rapport à l'électrode à hydrogène.

(*) Séance du 23 février 1948.

(1) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 930, 997, 1063.

(2) A. Pacault, *Ann. de Chimie*, sept.-oct. 1946, p. 527.

calcul des incréments de structure de l'oxygène combiné peu précis et déterminés sur un petit nombre de substances ([3]).

Cependant il est intéressant de remarquer dans cette série les anomalies du deuxième ordre ([4]) pour en tirer certaines interprétations structurales. Le fait que la susceptibilité mesurée soit inférieure à la susceptibilité calculée pour la forme cétonique et *à fortiori* à celle calculée pour la forme énolique laisse penser que la forme cétonique est la plus probable.

De plus, on constate une corrélation entre l'accumulation des groupes alcoyles sur l'atome de carbone en α du CO et la dépréciation du diamagnétisme. On peut en indiquer deux causes :

1° L'empêchement stérique qui peut éventuellement modifier les orbites électroniques et diminuer les surfaces moyennes qu'elles recouvrent.

2° Les propriétés nucléophiliques du groupe CH_3 interviennent également comme le montre Pacault ([5]) dans un travail d'ensemble et en particulier pour la série des méthyl-pyridines. Nous pouvons interpréter cela par une variation du caractère ionique de la liaison $C = O$; l'influence du groupe méthyle, situé en α du CO ou du groupe méthyle substitué, sur le caractère ionique de la liaison $C = O$ semblant supérieure à l'effet inductif apporté par le CO sur le cycle, du moins quand le groupe méthyle n'est pas trop substitué; la dépréciation magnétique croît dans la série dans l'ordre méthyl, éthyl, isopropyl, butyltertiaire et quand on substitue des groupes allyles. Ces résultats sont à rapprocher de ceux obtenus dans la détermination des moments dipolaires de ces acétophénones ([6]). L'accumulation des groupes alcoyles sur l'atome de carbone situé en α du CO ayant pour effet de faire diminuer le moment dipolaire qui, dans ces molécules, est dû uniquement à la liaison $C = O$ (dans le cas des composés allylés l'influence due au groupe allyle dans la valeur du moment dipolaire est négligeablepar rapport à celle due à la liaison $C = O$).

Les variations dans les résultats de ces deux séries de mesure ont donc leur cause dans une variation de la densité électronique pour ces différentes acétophénones. On arrive aussi aux mêmes conclusions par l'étude réfractométrique des exaltations spécifiques dans cette série d'acétophénones substituées sur le groupe méthyle ([7]).

([3]) P. Pascal, *Ann. de Chimie*, 1910, p. 5; 1912, p. 289; 1913, p. 228.

([4]) A. Pacault, *Ann. de chimie*, 1946, p. 569.

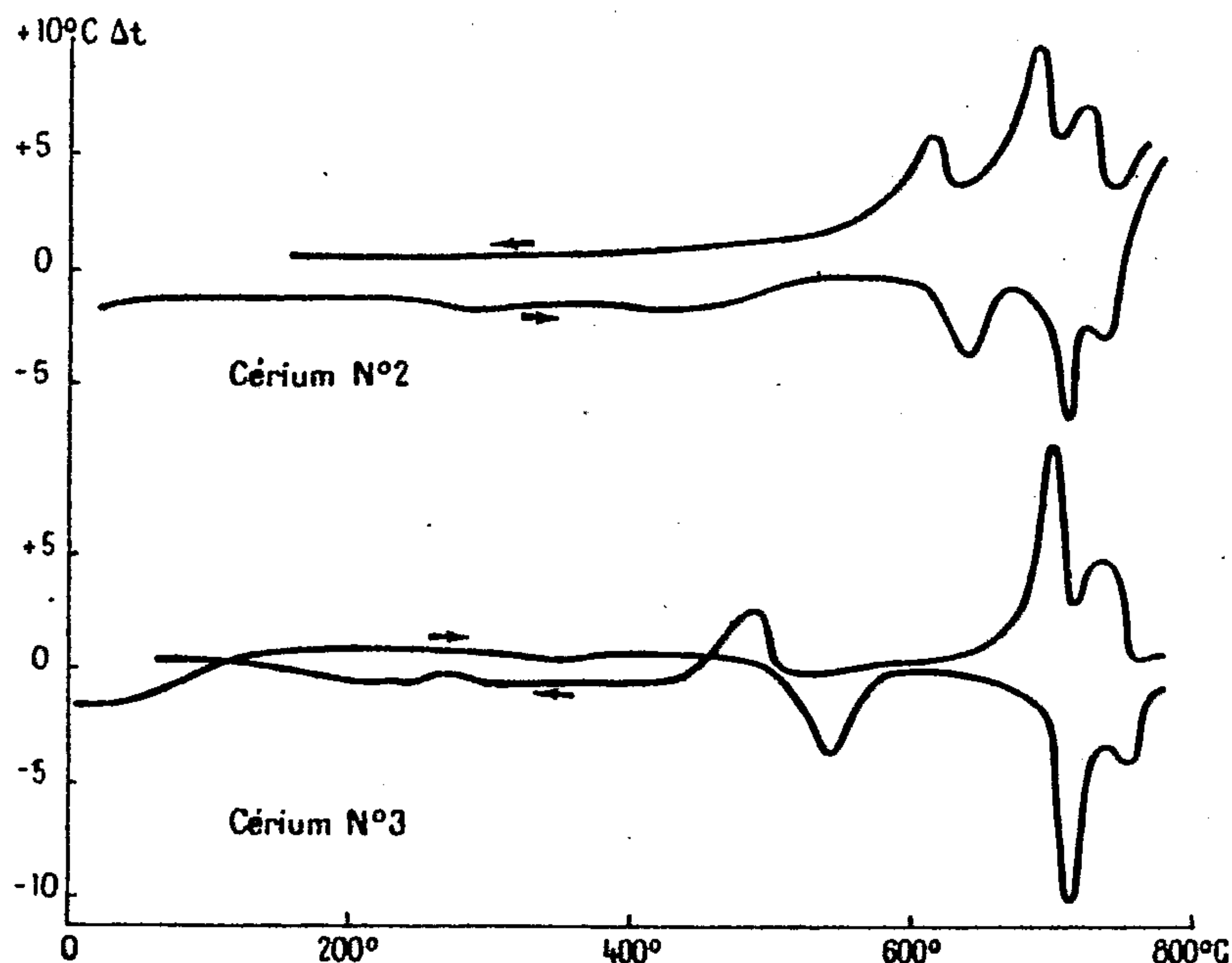
([5]) A. Pacault, *La magnétochimie et les répartitions électroniques* (en préparation).

([6]) C. Cherrier, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1306 : Une détermination plus précise du moment dipolaire de l'acétophénone, en tenant compte des résultats obtenus pour des dilutions très faibles dans le solvant, donne comme valeur 2,92 au lieu de 2,96 unités Debye comme il était indiqué.

([7]) C. Cherrier, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 000.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les transformations du cérium à haute température.* Note (*) de M. **Jean Loriers**, présentée par M. Paul Lebeau.

Les travaux de F. Trombe et M. Foëx ([1]) établissent l'existence de trois états du cérium : l'état α stable à basse température, l'état β qui prend naissance par refroidissement très lent entre +200° et −20°C., l'état γ obtenu par trempe du métal pur. Jæger, Bottema et Rosenbohm ([2]) pensent avoir mis en évidence un état δ du cérium, vers les hautes températures. Ces auteurs, travaillant sur un cérium à 98,8 %, trouvent deux points de transition à 362°C. et 503°C., et un troisième point plus douteux à 530°C. Hanaman ([3]) note un palier à 490°C. dans la courbe de refroidissement d'un cérium à 96,7 % et Vogel ([4]) observe une anomalie à 497°C. dans le refroidissement d'alliages cérium-magnésium, riches en cérium.



Les anomalies précédentes peuvent être attribuées à la présence de grandes quantités d'impuretés formant avec le cérium des eutectiques à bas point de fusion. Je me suis donc proposé d'étudier par analyse thermique des cériums

(*) Séance du 8 mars 1948.

(1) *Annales de Chimie*, **19**, 1944, p. 417.

(2) *Rec. trav. Chim. Pays-Bas*, **57**, 1938, p. 1137.

(3) *Über der legierungen Habilitationsschrift*, Wien, 1915.

(4) *Z. Anorg. Chem.*, **31**, 1917, p. 277.

de diverses provenances, ne contenant que de faibles quantités d'impuretés, d'ailleurs très différentes suivant les échantillons :

Cérium n° 1 : 99,6 %, Fe : 0,0005 %, Si : 0,40 %.
Cérium n° 2 : 99,6 %, Fe : 0,03 %, Si : 0,35 %.
Cérium n° 3 : 99,55 %, Fe : 0,22 %, Ca : 0,15 %, Al : 0,08 %, traces Mg, C, Pr.

Les mesures ont été faites sous vide par analyse thermique différentielle. Les courbes ci-dessous montrent la variation de la différence de température Δt entre le cérium et le corps de référence, de 20°C. au point de fusion du cérium (815°C.) ([5]). Elles font apparaître trois effets endothermiques dans le sens des températures croissantes. Le premier a son maximum ($\Delta t = 2°,5$) à température variable, 540°C. ou 640°C. suivant le cérium étudié. Pour les deux autres, le maximum est fixe, 710°C. pour le deuxième ($\Delta t = 10°$), 740°C. environ pour le troisième; au refroidissement, les effets inverses (exothermiques) se produisent avec un léger retard. Les courbes ne décèlent rien d'appréciable avant 540°C. Ce fait, conforme aux observations dilatométriques de F. Trombe et M. Foëx ([1]) sur le cérium exempt de fer, est en contradiction avec les travaux de Jaeger et ses collaborateurs ([2]).

Il semble que l'on puisse expliquer les effets obtenus en tenant compte de la teneur en fer des échantillons de cérium étudiés. Le premier point de transformation étant d'autant plus bas que la teneur en fer est plus élevée (voir tableau ci-dessous), l'anomalie thermique indiquée par Jaeger et ses collaborateurs à 362°C. pour un cérium à 1 % de fer se produit à 640°C. pour un cérium pratiquement exempt de fer. La variation dilatométrique de ce cérium ne présente donc, entre 0° et 500°C., aucune anomalie.

Origine de l'échantillon.	Teneur en cérium. (%).	Teneur en impuretés — Fer. (%).	Teneur en impuretés — Autres éléments. (%).	Températures des effets thermiques. (°C.).		
Cérium n° 1	99,6	0,0005	Si, 0,40	635	715	730
» 2	99,6	0,03	Si, 0,35	640	710	740
» 3	99,55	0,22	Ca : 0,15, Al : 0,08 Mg, C, Pr	540	710	750
Cérium de Vogel ([3])	93,5	?	Si, métaux rares	497	–	–
» Hanaman ([2])	96,7	0,5	Métaux cériques 2,49	490	–	–
» Jaeger ([2])	98,8	1,0	Si, C, Al, Mg	362	503	530

Les résultats précédents paraissent bien mettre en évidence une transformation du cérium qui en l'absence de fer, aurait lieu vers 640°. Par ailleurs, l'analogie des courbes obtenues avec des échantillons de cérium ne contenant pas les mêmes impuretés permet de conclure à l'existence très probable de plusieurs transformations du cérium pur entre 600° et son point de fusion.

([5]) F. Trombe, *Annales de Chimie*, 6, 1936, p. 349.

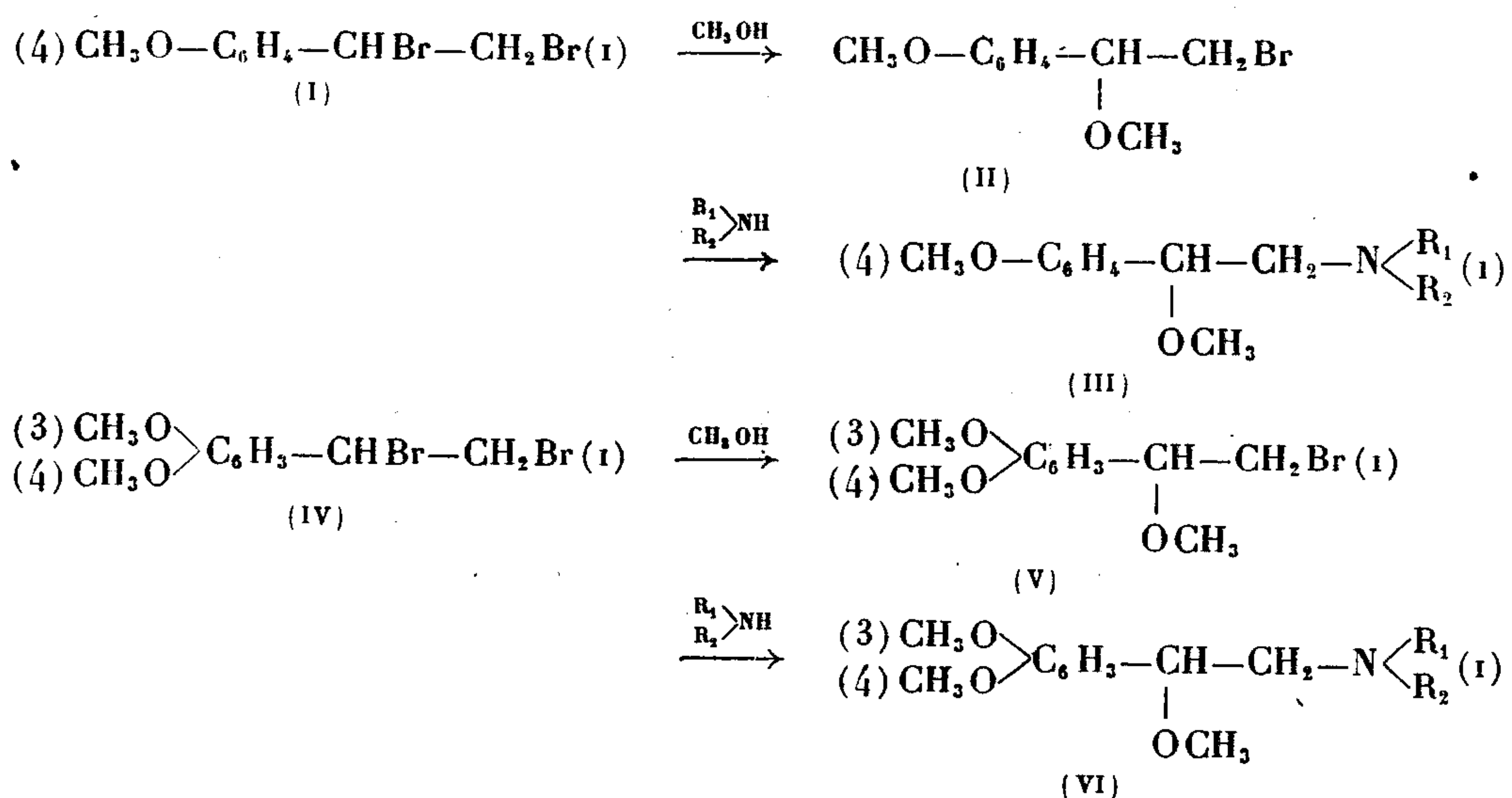
CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse des α-méthoxy β-amino phényl éthanes dérivant de l'anisole et du vératrole.* Note (*) de MM. **Raymond Quelet** et **Pierre Bapseres**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'un de nous a indiqué précédemment ([1]) que l'oxyde d'éthyle 1.2-dibromé se condense sur les éthers-oxydes phénoliques, en présence d'acide acétique, pour donner les alcoxyphényl α-β-dibromo éthanes.

La réaction s'effectue d'une façon particuliérement satisfaisante avec l'anisole et le vératrol et fournit, avec d'excellents rendements, le para-méthoxy α-β-dibromo éthylbenzène (I), et le diméthoxy-3.4 α-β-dibromo éthylbenzène (IV) qui se séparent par simple filtration du mélange réactionnel, dans lequel ils cristallisent.

Ces bromures réagissent sur l'alcool méthylique en donnant les dérivés α-méthoxylés correspondants (II) et (V).

A partir de ces derniers qui constituent des produits intermédiaires facilement accessibles, on peut préparer, par action de l'ammoniaque et des amines primaires ou secondaires, les éthers méthyliques du nor-sympathol et de la nor adrénaline, ainsi que leurs dérivés N-alcoylés (III) et (VI).



Nous avons ensuite essayé, mais sans succès, de déméthyler ces composés dans le but de passer aux dérivés hydroxylés correspondants, dont les propriétés thérapeutiques sont bien connues.

Synthèse de l'éther diméthylique du nor-sympathol : (paraméthoxyphényl)-1 amino-2 méthoxy-1 éthane ($C_{10}H_{15}O_2N$). 10 parties d'α-méthoxy β-bromo-

(*) Séance du 15 mars 1948.

([1]) R. Quelet et E. Calcagni, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 88.

éthylanisole (II) sont dissoutes dans 120 parties d'alcool à 95° saturé d'ammoniac, on ajoute 0,5 partie d'iodure de potassium et l'on chauffe pendant six heures à 115-120°. Après réaction on chasse l'alcool par distillation ; le résidu pâteux est lavé à l'éther et traité par la soude à 15 %. L'huile qui surnage est extraite à l'éther et l'amine isolée par distillation fractionnée. Huile E/20 : 158-160° se concrétisant à froid, mais ne cristallisant pas dans les solvants usuels — chlorhydrate F 170-171°. (Rendement : 35 à 40 %) ([2]).

Des essais de préparation de cette amine par mise en œuvre de la méthode de Gabriel n'ont pas abouti. Le bromure (II), chauffé à 170-180° en milieu acétonique avec la phtalimide potassée, a donné, avec un rendement de 40 %, le produit attendu : (para-méthoxyphényl)-1 méthoxy-1 phtalimido-2 éthane ($C_{18}H_{17}O_4N$), plaques nacrées F 225-226°, mais ce dernier n'a pu être hydrolysé convenablement, tant en milieu acide qu'en milieu alcalin.

Partant de l'anisole, nous avons préparé en outre :

1. *Éther diméthylique du sympathol* (paraméthoxyphényl)-1 méthoxy-1 méthylamino-2 éthane ($C_{11}H_{17}O_2N$), formule (III) avec $R_1 = H$, $R_2 = CH_3$.

Action de (II) sur la quantité théorique de monométhylamine en solution alcoolique à 110-120° (Rdt 80 %); huile incolore, $É_5$ 129-130°; d_4^{20} 1,042; n_D^{20} 1,5160; R_m : trouvé, 56,50; calculé, 56,31; chlorhydrate F 120-121°; chloroplatinate F 155-156°.

2. (*Paraméthoxyphényl*)-1 *méthoxy*-1 *éthylamino*-2 *éthane* ($C_{12}H_{19}O_2N$), formule (III) avec $R_1 = H$, $R_2 = C_2H_5$.

Par action de (II) sur la monoéthylamine (Rdt 34 %); huile incolore, $É_8$ 125-126°; d_4^{20} 1,020; n_D^{20} 1,5150; R_m : trouvé, 61,6; calculé, 60,92.

3. (*Paraméthoxyphényl*)-1 *méthoxy*-1 *diméthylamino*-1 *éthane* ($C_{12}H_{19}O_2N$), formule (III) avec $R_1 = R_2 = CH_3$.

Par action de (II) sur la diméthylamine (Rdt 40 %); huile, $É_{18}$ 146-147°; d_4^{20} 1,016; n_D^{20} 1,5115; R_m : trouvé, 61,6; calculé, 61,26.

A partir du vératrole, nous avons préparé :

1. *L'éther triméthylique de l'adrénaline :* triméthoxy-1_1.3.4 méthylamino-1_2 éthylbenzène ($C_{12}H_{19}O_3N$), formule (VI) avec $R_1 = H$, $R_2 = CH_3$.

Action de la monométhylamine sur (V) (rendement 40 %), huile E_8 168-170°, chlorhydrate F 179-180°, chloro-aurate F 185-186°.

Cette amine avait déjà été obtenue par Mannich, par ce même procédé, en partant du diméthoxy-3.4 styrolène ([3]).

2. *Le triméthoxy*-1_1.3.4 *éthylamino*-1_2 *éthylbenzène* ($C_{13}H_{21}O_3N$) formule (VI) avec R-= H, $R_2 = C_2H_5$. Action de la monoéthylamine sur (V) (ren-

---

([2]) ROSENMUND, *Ber. deutsch. Chem. Ges.*, **46**, 1913, p. 1047, par réduction de l'α-méthyl éther du *p*-méthoxyphényl ω-nitro-éthanol.

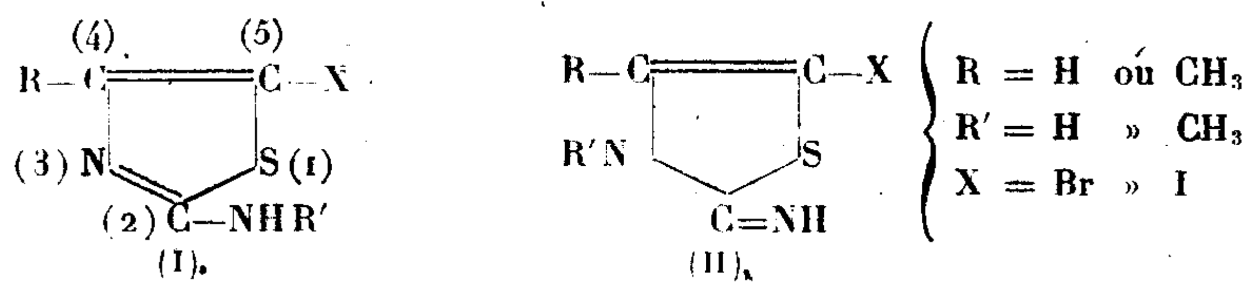
([3]) *Arch. der Pharm.*, **248**, 1910, p. 148.

dement, 44 %), huile visqueuse E_5 155-156°, chlorhydrate F 155-156°, chloroplatinate F 148-149°.

3. *Le triméthoxy-1₁.3.4 diméthylamino-1₂ éthylbenzène* ($C_{13}H_{21}O_3N$), formule (VI) avec $R_1 = R_2 = CH_3$. Action de la diméthylamine sur (V), (rendement 43 %), huile visqueuse, faiblement colorée en jaune E_4 146-148°, le chlorhydrate n'a pu être obtenu à l'état cristallisé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Stabilité comparée de quelques thiazols halogénés.* Note de Mlle **Yvonne Garreau**, présentée par M. Marcel Delépine.

Je dispose maintenant d'une série complète ([1]) d'amino-2 thiazols (I) (ou imino-2 thiazolones) (II) halogénés, de formules générales :



J'ai préparé également quelques combinaisons qui sont représentées par ces mêmes formules, à condition d'étendre la signification de R à CO_2H, C_6H_5, CH_3-CO, et celle de X à Cl.

Au point de vue de leur stabilité en milieu aqueux (à l'état de base ou de chlorhydrate), ils se partagent avec une parfaite netteté en deux groupes; ceux dont l'azote (3) ne porte pas de radical méthyle, sont décomposés par l'eau, surtout à chaud avec une extrême facilité, qu'ils soient méthylés ou non sur l'azote fixé en (2). C'est ainsi que le méthylamino-2 méthyl-4 iodo-5 thiazol perd tout son iode, rapidement à l'ébullition, comme l'amino-2 méthyl-4 iodo-5 thiazol.

L'acidité des solutions aqueuses des dérivés bromés correspondants augmente à chaud et, en quelques minutes, son maximum est atteint, il correspond à l'apparition d'environ une molécule d'hydracide pour une molécule du thiazol. La labilité des dérivés bromés peut être mise en évidence; plus facilement encore, en ajoutant de l'iodure de potassium à la solution, une coloration très forte, due à l'iode, apparaît lentement à froid, plus rapidement à chaud. L'iode peut d'ailleurs être dosé de la façon habituelle.

Cette réaction ne se produit pas avec les dérivés chlorés, bien que ceux-ci, chauffés en solution aqueuse donnent rapidement de l'acide chlorhydrique.

Si l'on évapore une solution de chlorhydrate d'amino-2 méthyl-4 thiazol iodé, préalablement chauffée jusqu'à cessation de dégagement de vapeurs

([1]) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 597; **222**, 1946, p. 963-964; **224**, 1947, p. 841-842; **226**, 1948, p. 814.

d'iode, on peut extraire un des produits de décomposition, le chlorhydrate d'amino-2 méthyl-4 thiazol, caractérisé par l'insolubilité de sa base en milieu sodique concentré et la formation d'un dérivé acétylé (F 134-135°).

Cela veut dire sans doute que HI, formé par hydrolyse du thiazol iodé, réduit une molécule intacte suivant la réaction



$$\mathrm{ThI} + \mathrm{IH} \rightarrow \mathrm{Th} + 2\mathrm{I} \qquad (\mathrm{Th} = \text{Thiazolyle}).$$

Les dérivés halogénés méthylés en (3) présentent au contraire une très grande stabilité en solution aqueuse. Celle-ci peut être portée à l'ébullition pendant plusieurs heures sans que l'halogène soit libéré. Chauffés longuement dans une solution d'iodure de potassium, les dérivés bromés ne provoquent pas la formation d'iode.

De nouvelles recherches permettront peut-être de donner une explication structurale de ces différences.

Par exemple, il est possible que l'introduction d'un radical méthyle en (3) ne laisse subsister, parmi les tautomères des amino-2 halogéno-5 thiazols, que la forme (II), dont les doubles liaisons ne sont pas conjuguées. D'ailleurs, il ne peut en être autrement pour les bases sèches, sinon ce seraient des bases ammonium quaternaires et elles contiendraient une molécule d'eau supplémentaire.

PÉTROGRAPHIE. — *La sédimentation calcaire. Quelques modalités de l'alcalinisation de l'eau de mer en présence d'ions carboniques.* Note (*) de M. **Gabriel Lucas**, présentée par M. Charles Jacob.

J'ai exposé (1) les procédés expérimentaux utilisés pour étudier la précipitation des carbonates de l'eau de mer par le carbonate neutre de sodium à température ordinaire. Voici quelques variantes de ces recherches, ainsi que des résultats plus généraux.

L'action du carbonate neutre de sodium, à 60°, donne des résultats assez différents de ceux obtenus à 20°. Le fait principal est qu'à chaud, et à un pH de 9 environ, il se forme, d'une part, des perles de carbonate de calcium (calcite), d'autre part, des perles volumineuses, atteignant 130μ, sans doute formées d'un carbonate double de Na et Mg, peut-être identique à celui (Na_2CO_3, $MgCO_3$) obtenu par Sainte-Claire Deville, puis A. de Schulten, en 1896 (2). Ainsi, à haute température, le magnésium abandonnerait le calcium pour s'associer plus volontiers au sodium. Si ce fait était général, on serait amené à écarter décidément, dans la recherche des conditions de genèse

(*) Séance du 8 mars 1948.

(1) *Comptes rendus*, **226**, 1947, p. 745.

(2) A. de Schulten, *Comptes rendus*, **122**, 1896, p. 1427.

de la dolomie, l'action d'une élévation anormale de la température, dans des lagunes côtières, par exemple.

Les autres essais ont tous été faits à la température estivale normale d'un laboratoire, soit environ 20°.

Le sesquicarbonate d'ammonium, employé seul, acidifie l'eau de mer jusque vers 7,8, et amène un dépôt d'aragonite aciculaire analogue à celui obtenu par l'action du carbonate de sodium au même pH, au niveau de la partie descendante de la courbe de pH après réaction ([1]).

L'emploi comme réactif d'un mélange de quatre parties de carbonate d'ammonium à $1\,CO_3$ au litre et d'une partie de carbonate de sodium en solution molaire (mélange utilisé, tel quel ou étendu 10 fois, de la même manière que l'était le Na_2CO_3 dans les essais précédents) donne une courbe de pH identique à la descente à 7,6 et au premier palier vers 8 de la courbe du Na_2CO_3, mais plus étalée. Les précipités sont aussi les mêmes : de minuscules ébauches de perles très biréfringentes apparaissent à peine au milieu de sphérolites épineux d'aragonite.

Enfin, le mélange de quatre parties de la même solution de carbonate d'ammonium et d'une partie d'ammoniaque 10 N donne un tableau à peu près semblable à celui du carbonate de soude; mais le pH ne dépasse guère 8,6. Les précipités sont les mêmes qu'avec le Na_2CO_3; tout au plus peut-on noter, sans l'expliquer pour le moment, l'apparition plus hâtive de petites perles peu biréfringentes, et la grande fréquence de très belles structures oolithiques, dues sans doute à l'alternance du produit très biréfringent et de celui qui constitue les perles peu biréfringentes.

Il faut noter que tous ces corps sont nettement instables dans leurs eaux-mères; j'ai souvent observé que, si on les y abandonne quelques jours, surtout au soleil, ils tendent à donner une poussière très biréfringente, qui s'agglomère en une matière cryptocristalline; je n'ai pas encore eu la possibilité de déterminer ces nouveaux produits, ni de préciser leurs conditions de formation.

Ces essais mettent deux choses en évidence : d'abord que la qualité des dépôts dépend avant tout de la valeur de l'alcalinité et de la forme de la courbe de pH après réaction; ensuite, que, mise à part la présence d'ions CO_3, nécessaire pour obtenir un précipité de carbonate, la nature du réactif n'entre pas en jeu. On est donc en droit de chercher quels pourraient être, dans la nature, les corps capables d'élever ainsi le pH malgré la présence de CO_3. Seule, parmi les bases minérales, l'ammoniaque semble devoir être prise en considération; or le carbonate d'ammonium est susceptible de précipiter de l'aragonite à un pH relativement bas. Peut-être est-ce l'explication des dépôts d'aragonite observés dans les mangroves à palétuviers, et qui se répandent tout autour, par exemple aux Bahama ([3]).

([3]) E. M. Thorp, *Journ. Sed. Petrol.*, 9, 1934, p. 111; J. P. Todd, *ibid.*, 1939, p. 8.

Mais le monde vivant possède d'autres bases plus puissantes, avec ses amines, et en particulier ses amines quaternaires, qui, telle l'hydroxyde de tétraméthylammonium, peuvent être aussi fortes que la soude. On sait d'autre part combien sont fréquentes les dolomies fétides, très chargées en matières organiques; peut-être l'action conjuguée de manifestations vitales produisant du CO_2 et des bases organiques fortes permet-elle d'entrevoir une explication pour la genèse de certaines dolomies et de nombreuses roches calcaires. C'est ce que je m'efforcerai de préciser dans des recherches prochaines.

TECTONIQUE. — *Tectonique alpine et tectonique anté-triasique au nord-ouest du Massif de l'Argentera-Mercantour (Alpes-maritimes).* Note (*) de Mlle ANNE FAURE-MURET, présentée par M. Paul Fallot.

La feuille de Saint-Martin-Vésubie au 1/80000 porte au nord-est des lacs de Vens, des affleurements de Trias, dont le plus important forme la Tortissa, deux autres s'échelonnant sur la crête frontière (col de Fer, cime de Blancias).

L. Bertrand, en 1898 (1), a décrit ces accidents comme des plis déversés vers le Sud-Est. Dans la Tortissa, il a cru voir un double reploiement affectant le Trias moyen et supérieur.

S. Franchi, en 1907 (2), réunit en un seul affleurement ce Trias et le prolonge, en Italie, jusqu'au Mont Pieron; il y indique sommairement un pli couché s'insérant sous les gneiss, dans une zone micaschisteuse, sans en donner l'orientation.

Poursuivant, vers le Nord, l'étude tectonique du Trias pincé dans le massif cristallin, j'ai pu préciser la nature de cet accident dont la figure donne 4 coupes échelonnées sur $1^{km},4$ d'Ouest en Est. Nous voyons bien se dessiner, ici, un synclinal couché, unique, son axe est orienté Nord 75° Ouest et non Nord-Est-Sud-Ouest comme le voulait L. Bertrand. De plus son flanc renversé, en partie laminé, est chevauché en direction Sud 15° Ouest sur 5 à 600^m par le gneiss reposant directement sur le Muschelkalk calcaréo-dolomitique, sans intermédiaire de cargneules inférieures, ni de Werfénien.

Ce pli est comparable à ceux que j'ai décrits 14^{km} plus au Sud (3) dans les vallées de la Tinée et de Chastillon, mais ne paraît continuer aucun deux.

Fait essentiel, dans les gneiss sous-jacents apparaissent des zones d'écrasement intense décrites comme micaschites par L. Bertrand et S. Franchi dans

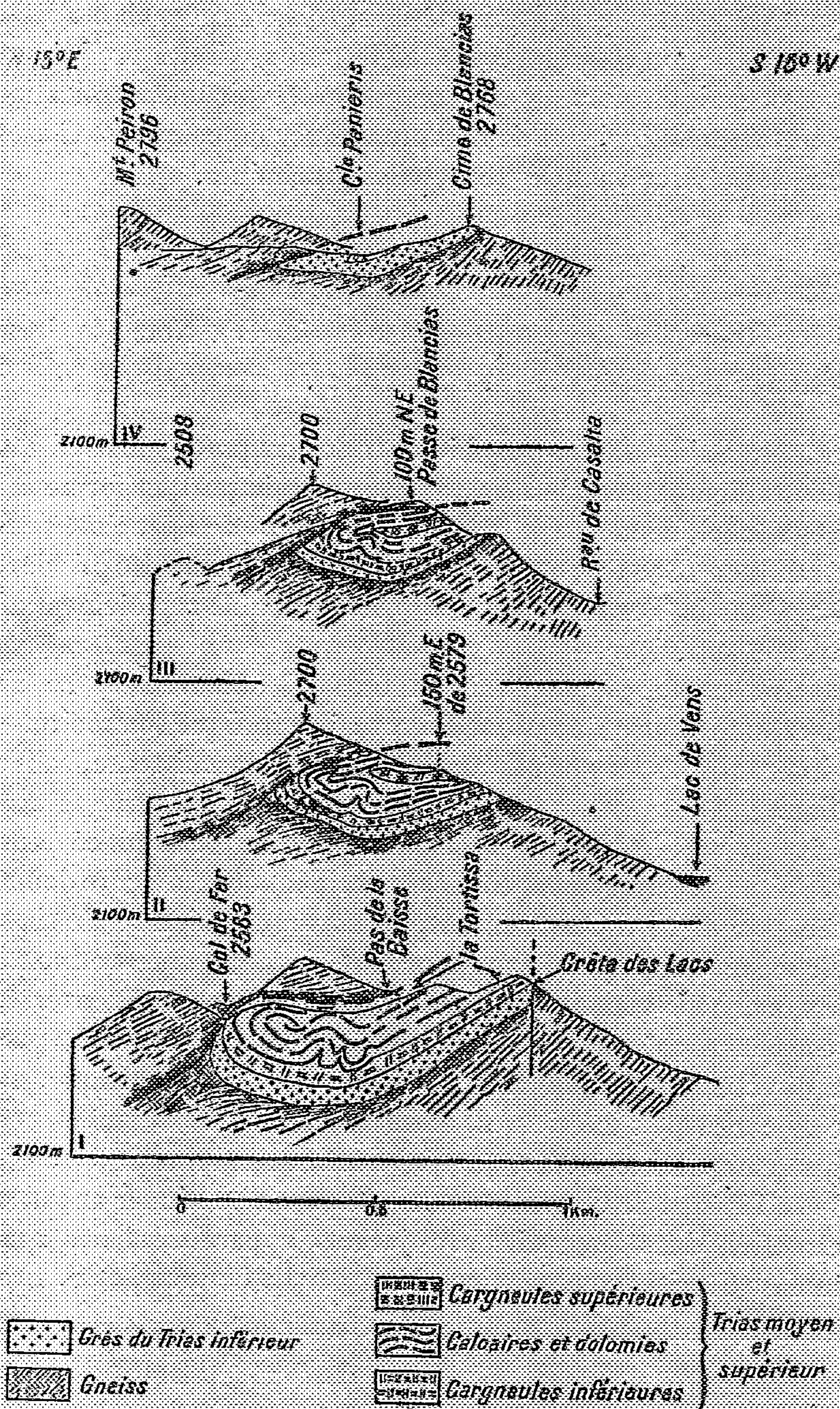
(*) Séance du 15 mars 1948.

(1) *Bull. Carte Géol. France*, n° 56, 9, 1897-1898, p. 140.

(2) *Boll. R. Comitato Géol. d'Italia*, 37, 1907, p. 157. Feuille géologique italienne de Demonte au 1/100000, 1933.

(3) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 205-207; 224, 1947, p. 941-942.

la crête de Pel Brun et celle du Morgon supérieur. Ces zones passent, en fait, sous le Trias qui les recouvre transgressivement; elles se poursuivent, en amont



des lacs de Vens, dans les vallées de Casalta et des Terres Rousses. Leur orientation Nord 45° à 55° Ouest est sensiblement la même que celle de la mylonite

que j'ai signalée au Sud-Est entre les vallons de Mollières et de Chastillon ([4]).

On voit donc se superposer, ici, deux tectoniques, l'une ancienne, anté-triasique, axée Nord 45° à 55° Ouest, l'autre, plus récente, alpine, axée Nord 75° Ouest; ces directions font entre elles un angle de 20° à 30°, comme dans le vallon de Chastillon.

TECTONIQUE. — *Sur des dislocations de la bordure du massif de l'Argentera-Mercantour au nord de Valdeblore (Alpes-Maritimes).* Note (*) de M. MARCEL LEMOINE, présentée par M. Paul Fallot.

La feuille géologique italienne Demonte au 1/100000 indique, sur la bordure sud-ouest du massif cristallin de l'Argentera-Mercantour, un important affleurement de Permien formant le sommet du Mont Giranda (Cime de Giraud sur la Carte française au 1/80000), et, plus au Sud-Est, une bande de Trias moyen intercalée entre les gneiss et le Permien. Des levés effectués dans ces deux zones, qui viennent de faire retour à la France, m'ont permis d'en préciser la tectonique :

1° Le soubassement du Mont Giranda est bien formé de Permien transgressif sur les gneiss, avec un pendage sud-sud-ouest. Mais son sommet est occupé par des replis de Trias inférieur, légèrement déversés vers le Sud-Ouest et dont la disposition implique un décollement local du Werfénien par rapport au Permien (coupe 1).

2° Sans relation visible avec ces accidents, au Sud-Est du Mont Giranda, entre la Testa Carigliera ([1]) et le vallon de Millefonts, on voit les gneiss, écrasés, chevaucher vers le Sud-Ouest une écaille de terrains triasiques plissés. Cette écaille, large de 500 à 600^m à la Cuesta Millefonts, chevauche à son tour les grès permiens. Ses bords sont fortement laminés au contact tant des gneiss qui la dominent que du Permien sous-jacent : les grès, pélites et cargneules du Trias inférieur, d'épaisseur réduite, sont écrasés et souvent débités en très petites écailles. Localement même, à la Cuesta Millefonts, ils ont complètement disparu, de sorte que le calcaire dolomitique du Trias moyen se trouve en contact mécanique avec les grès permiens. Ce calcaire est lui-même replié en deux synclinaux déversés au Sud-Ouest, séparés par de la cargneule (coupes 2, 3 et 4).

L'épaisseur du Permien à l'aplomb du mont Giranda peut être évaluée à 100 ou 150^m. Par contre, à la Cuesta Millefonts, moins de 2^{km} au Sud-Est, il manque totalement entre les gneiss et le Trias. On ne le retrouve que 500^m plus au Sud-Ouest, sous l'écaille de terrains triasiques. Il n'est pas encore possible de décider si cette suppression locale résulte d'un pli-faille ou de la transgression du Trias inférieur sur le massif cristallin.

En tout cas, le chevauchement des gneiss, poussés au Sud-Ouest, sur le

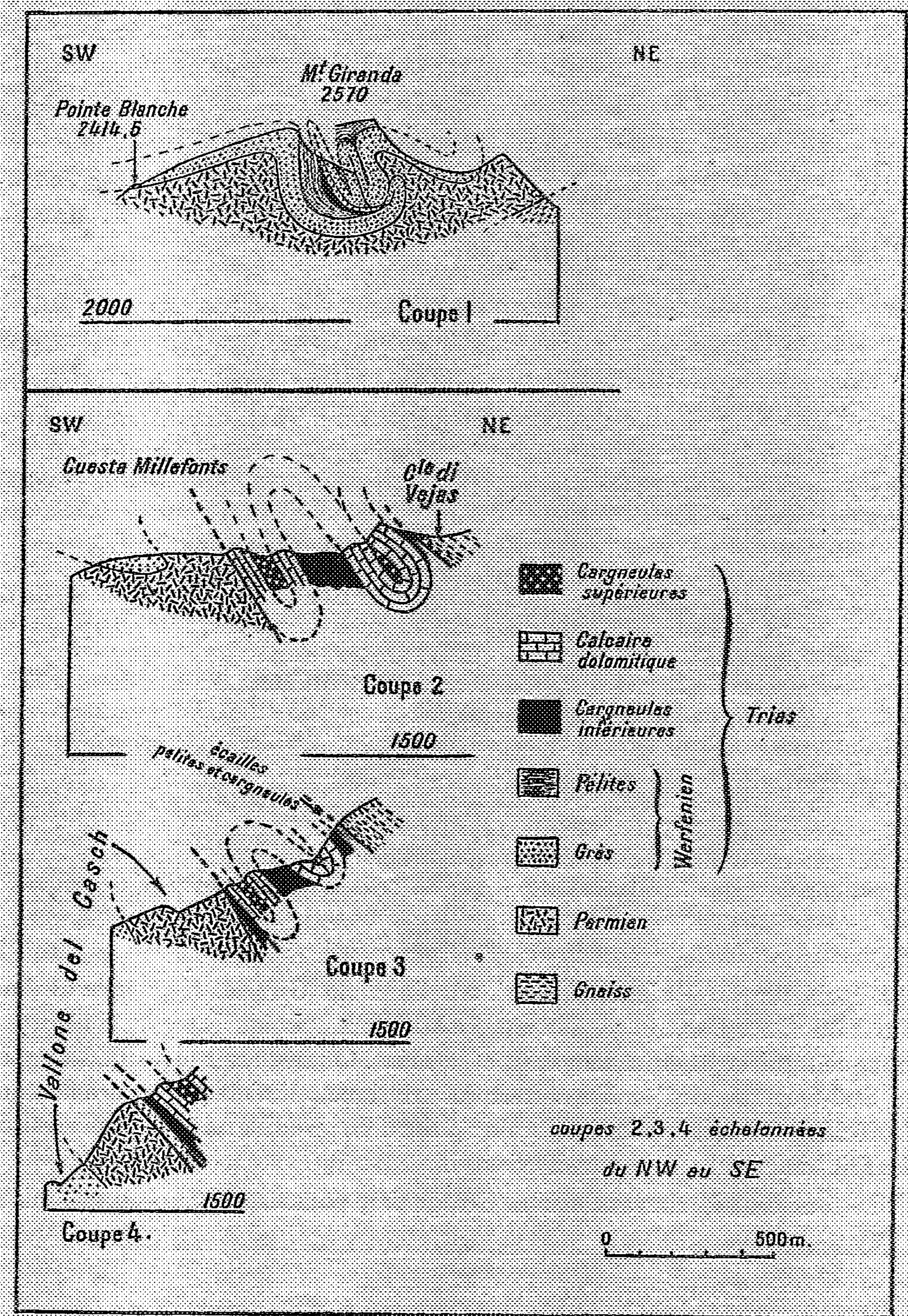
---

([4]) *Loc. cit.*, 224, 1947, p. 942.

(*) Séance du 15 mars 1948.

([1]) Carte régulière au 1/20 000 (Saint-Etienne-de-Tinée n° 8 et Puget-Théniers n° 4).

Trias, le violent écrasement du Trias inférieur le long des contacts et son



ablation locale, témoignent de l'ampleur des efforts orogéniques alpins qui ont

affecté ici la bordure externe du massif cristallin, comme 15^{km} au Nord dans les vallées de Chastillon et de la Tinée ([2]).

PALÉONTOLOGIE. — *Remarques sur l'évolution parallèle chez les Clyménies.* Note de M. **Henri** et M[me] **Geneviève Termier**, présentée par M. Paul Fallot.

Parmi les Céphalopodes à phragmocône spiralé, les Clyménies semblent former un bloc à part que la position de leur siphon, sur le côté dorsal, rend aussi différent des Nautiloïdés que des Ammonoïdés. En outre, le confinement stratigraphique de ces organismes au Famennien en Europe et en Afrique du Nord, est également fort curieux. Mais il faut remarquer qu'il n'y a pas unité parfaite entre les divers types de Clyménies, si bien que dès 1898, E. Haug inclinait à y voir un groupe polyphylétique : *Gonioclymenia* étant rapproché de *Beloceras*, *Discoclymenia* de *Mænioceras* ou de *Sporadoceræ*, et d'autres sous-genres se révélant voisins de *Prolecanites*. La plupart des Clyménies montrent des caractères de Céphalopodes primitifs : le siphon dorsal caractérise, d'après Branco, les stades jeunes de certains Ammonoïdés triasiques; de plus, un enroulement lent résultant souvent de tours seulement jointifs, comme celui des *Platyclymeniidæ*, est théoriquement antérieur à un enroulement rapide. Cependant, malgré ce que nous venons de dire, tout contribue à faire penser que les Clyménies proviennent d'ancêtres déjà évolués. Leur ornementation est, en effet, semblable à celle des Goniatites, et la position du siphon chez le jeune d'*Acanthoclymenia* est encore ventrale. Au reste, ce sont les Clyménies les moins évolutes qui sont apparues les premières, en Amérique du Nord dans le Frasnien, et en Europe dans la zone III (Famennien). Il nous semble donc que les Clyménies constituent un matériel de choix pour l'étude d'un type d'évolution complexe, mais bien délimité.

Dans le matériel abondant qui a été mis à notre disposition, deux caractères seulement nous ont paru offrir le mode d'évolution normal des Céphalopodes à phragmocône spiralé : l'ornementation et le dessin de la cloison. Ces caractères paraissent indiquer un polyphylétisme du groupe, et, en outre, rapprocher, dans son ensemble, ce groupe des Goniatites. Il y a plus. Deux faits nous inclinent à voir dans les Clyménies le résultat d'une évolution régressive : la fréquence des formes non embrassantes, qui, toutefois, n'offrent jamais de tours disjoints, et la disparition chez l'adulte du lobe externe de la cloison, lobe bien visible chez le jeune (*Platyclymenia*). Nous devons cependant donner le pas à la marque essentielle des Clyménies, qui est l'emplacement du siphon. Il est improbable qu'il s'agisse d'un cas de néoténie, car, si certaines Ammonites triasiques présentent cette particularité chez le jeune, il ne semble pas en

([2]) A. Faure-Muret, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 205 et 941.

être de même pour les Goniatites paléozoïques. L'apparition brusque d'un caractère aussi tranché que la position interne du siphon se présente donc typiquement à la manière d'une mutation. Si l'origine du groupe se révèle multiple, ainsi que tout le laisse supposer, il importe de souligner que cette mutation a dû se produire d'une manière à peu près synchronique et avoir duré aussi longtemps dans les divers phylums. Un tel phénomène, qu'il n'est pas chimérique de croire vérifiable, est susceptible d'apporter une vive lumière sur les modalités de l'évolution parallèle chez les Invertébrés. Ajoutons que la mutation qui affecta, selon nous, les Clyménies, a dû entraîner chez ces organismes un déséquilibre qui fut sans doute responsable de leur courte durée. Nous avons signalé le desserrement de leurs tours; il ne faut pas oublier non plus la forme triangulaire que prend la spire chez certains genres, forme que l'on peut voir apparaître d'une façon cœnogénétique au cours de certaines orthogenèses aboutissant au type *Wocklumeria*.

Essayons, pour terminer, d'indiquer les origines probables des ensembles majeurs de Clyménies. Par l'absence de constrictions et par la simplicité de leur cloison, les *Platyclymeniidæ* et les *Cymaclymeniidæ* ressemblent au groupe *Agoniatitidæ-Tornoceratidæ*. La forme évolute de *Platyclymenia* et d'*Oxyclymenia* ne se rencontre guère dans ce groupe et cependant on peut citer le genre *Archoceras*, qui, membre de la famille des *Tornoceratidæ*, possède aussi des tours non embrassants. Quant à la disposition des stries d'accroissement, si caractéristique des *Cymaclymenia*, elle est voisine de celle des *Agoniatitidæ* et aboutit aussi à la formation de côtes par fasciculation. La frappante similitude, observable dans les échantillons marocains, entre les cloisons de *Gonioclymenia* et celles de *Beloceras* nous permet de confirmer le rapprochement suggéré par E. Haug. L'ornementation de *Gonioclymenia*, fort accentuée et peu habituelle chez les Céphalopodes paléozoïques, n'est pas éloignée de celle d'un Prolécanitidé frasnien : *Sandbergeroceras*, qui paraît lui-même offrir quelques analogies avec les *Manticoceratidæ*. Seule, la région ventrale présente une disposition spéciale chez les Gonioclyménies. Le genre *Wocklumeria*, d'aspect exceptionnel, est le seul Clymenioïdé à ombilic ponctiforme qui soit pourvu de constrictions. Pour ce motif, Wedekind le plaça en 1918 parmi les *Prolobitidæ*.

On peut donc proposer de reconstituer comme suit la polyphylogénie des *Clymenioidæ* : les *Manticoceratidæ* (et *Sandbergeroceras*) (Frasnien) seraient à l'origine des *Gonioclymeniidæ* (zones I à V); *Agoniatitidæ* (Dévonien moyen) et *Tornoceratidæ* (zone II) auraient donné les *Platyclymeniidæ* (zone III-IV) et les *Cymaclymeniidæ* (zone III-V). Enfin des *Prolobitidæ* (zone III), il est possible que descendent les *Wocklumeriidæ* (zone VI).

MYCOLOGIE. — *Sur un extrait aqueux de Myxomycètes, empêchant la croissance de* Torulopsis histolytica. Note (*) de Mlle JOHANNA SOBELS, présentée par M. Joseph Magrou.

Nous avons fréquemment constaté, dans les cultures de Myxomycètes, le fait que les organismes associés à ceux-ci formaient très rarement des colonies.

(*) Séance du 15 mars 1948.

D'autre part, nous n'observons dans nos cultures que de très rares infections, même lorsque ces cultures sont conservées pendant longtemps. Par contre, dès la mort du plasmode, les infections se développent rapidement.

A la suite de ces observations, nous avons pensé que les plasmodes de Myxomycètes vivants produisaient dans le milieu de culture des substances qui entravaient la croissance des microorganismes.

Afin de mettre en évidence l'action de telles substances, il semblait nécessaire d'employer les extraits de plasmodes et de les faire agir sur un microorganisme donné servant de test.

Pour y parvenir, nous avons utilisé :

1° comme plasmode : des Myxomycètes (*Badhamia utricularis, Fuligo* species) cultivés sur flocons d'avoine gélosés en association avec des microorganismes prélevés sur les traces des plasmodes ([1]);

2° comme test : une levure pathogène pour l'homme et certains animaux de laboratoire (*Torulopsis histolytica*) ([2]), qui, en association avec *Badhamia*, avait donné une culture très riche de ce Myxomycète.

Environ 2^g du plasmode fraîchement récolté sont broyés pendant 10 minutes dans un mortier stérile en présence d'environ 10^{cm^3} d'eau stérilisée, puis maintenus pendant 3 heures à la température du laboratoire. Après centrifugation, le liquide surnageant est récolté dans un verre stérile, et considéré comme l'extrait aqueux du plasmode. Environ 10 blocs de gélose à l'eau (pH 6) mesurant 1^{cm} sur quelques millimètres d'épaisseur sont immergés dans l'extrait aqueux du plasmode et maintenus à la glacière pendant 48 heures.

Des tubes de gélose à 0,50 % d'extrait de malt, maintenus à 45°, sont ensemencés avec *Torulopsis histolytica* et versés dans des boîtes de Pétri stériles.

Sur la plaque solidifiée sont déposés délicatement, l'un sur l'autre, quatre des blocs imprégnés de l'extrait de plasmode.

Les témoins sont fournis par des plaques ensemencées dans les mêmes conditions, mais où sont déposés des blocs de gélose à l'eau, non imprégnés de l'extrait.

Les différentes boîtes de Pétri sont placées dans un endroit frais pendant 24 heures, pour permettre la diffusion de la substance dans la plaque, puis portées à l'étuve à 38°, température favorable au développement de *Torulopsis histolytica*.

Après 24 heures d'incubation, nous avons retiré stérilement les blocs de gélose et noté les résultats de l'expérience.

Sur les plaques traitées par les blocs de gélose imprégnés de l'extrait de plasmode, le *Torulopsis histolytica* s'est développé uniformément sur toute la surface de la gélose, à l'exception des parties recouvertes par les blocs, qui

---

(1) A. L. COHEN, *Bot. Gaz.*, 101, 1939, p. 243.

(2) G. SEGRETAIN et E. DROUHET, *Comptes rendus*, 221, 1947, p. 1783; *Ann. Inst. Pasteur*, 73, 1947, p. 1161.

demeurent vierges de toute culture, même après enlèvement de ces derniers (*fig.* 1).

Sur les plaques témoins, le *Torulopsis* se développe uniformément sur toute

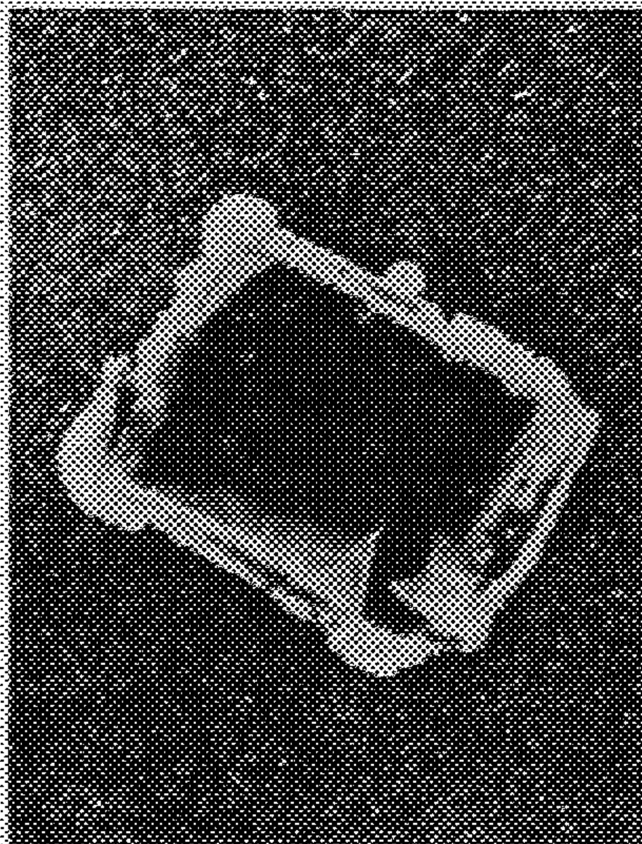


Fig. 1.



Fig. 2.

la surface de la gelée nutritive, aussi abondamment au-dessous des blocs de gélose que partout ailleurs (*fig.* 2).

Le phénomène s'observe encore longtemps après cette première observation; les photographies ci-jointes ont été prises 10 jours après la mise en expérience.

Une autre expérience avec des anneaux de Hitley, contenant, d'une part, des extraits de plasmode; d'autre part, comme témoin, de l'eau stérile, a donné des résultats superposables.

En conclusion, il nous paraît certain que l'extrait aqueux de plasmode de ce Myxomycète contient une substance qui empêche la croissance de *Torulopsis histolytica*. Cette substance, dont nous poursuivons l'étude, diffuse mal, est thermolabile (un chauffage de 15 minutes à 65° et 5 minutes à 100° arrête son action); gardée au frais, elle manifeste encore son activité un mois après son extraction.

MYCOLOGIE. — *Mutations provoquées par action directe ou indirecte sur la partie caroténoïde de l'insaponifiable des organismes fongiques.* Note de MM. **Philippe Jacques Luteraan** et **François Dieno**, présentée par M. Roger Heim.

Les expériences ont été faites avec des Champignons appartenant à des groupes très différents, mais principalement avec des Rhodotorulacées, à

pigments toujours caroténoïdes ([1]), ([2]), ([3]) et avec *Saccharomyces Cerevisiæ* dont l'insaponifiable aurait une teneur relativement élevée en squalène ([4]), mais chez qui, dans des conditions normales de milieu et de culture, on n'observe jamais de pigment caroténoïde visible.

Au cours d'une première série d'expériences, on soumet ces Levures à l'action de substances considérées comme constituées, en totalité ou en partie, par la condensation de molécules d'isoprène : terpènes dont l'action a été établie pour la première fois par Bauch ([5]) et qui sont des corps tensio-actifs, stérols, vitamines E et K qui sont surtout inhibitrices. Les terpènes essayés sont le camphre, le terpinéol, l'eugénol et le menthol. Les colonies de *Rhodotorula*, parvenues à leur pigmentation maximum, sont décolorées en 24-48 heures sous l'effet des vapeurs de menthol ou de terpinéol; mais si, après passage pendant 48 heures dans l'eau stérile pour les débarrasser de traces de ces substances étrangères, on ensemence ces *Rhodotorula* décolorés sur milieu gélosé, glucosé et peptoné, on observe une croissance particulièrement rapide et vigoureuse, une pigmentation anormalement précoce, intense et persistante. Dans ces mêmes conditions, il apparaît, en bordure et en zonation, une coloration rose vif sur les colonies de *Saccharomyces Cerevisiæ;* de plus ces colonies ont un contour frangé au lieu du contour arrondi normal. En culture sur lame, des techniques de coloration particulières ([6]) mettent encore mieux en évidence, chez l'une et l'autre Levure, des modifications morphologiques considérables dues en partie à la croissance rapide et à la multiplication cellulaire intense, mais aussi des aspects franchement anormaux : cellules géantes, bourgeonnement souvent multipolaire, pseudo-filamentisation avec pseudo-conidies, fragmentation du cytoplasme. Toutes ces modifications persistent et ont le caractère de véritables mutations. Les stérols, par contre, ne provoquent que des modifications morphologiques passagères.

Au cours d'une seconde série d'expériences, nous utilisons l'eau oxygénée forte (100^{vol}); l'augmentation de la teneur en oxygène d'une atmosphère déterminée a pour effet de provoquer et de favoriser la formation de corps très réduits chez les Champignons ([7]), ([8]); soumises à l'action de l'eau oxygénée, les colonies de *Saccharomyces Cerevisiæ* prennent une teinte rosée. Procédant ensuite comme il a été déjà indiqué, nous avons constaté que l'eau

---

([1]) DIDDENS et LODDER, *Die anaskosporegenen Hefen*, 1942.
([2]) LEDERER, *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1694.
([3]) FROMAGEOT et TCHANG-JOUE, *Archiv. f. Mikrob.*, **9**, 1938, p. 424.
([4]) TÄUFEL, THALER et SCHREYEGG, *Zeits. f. Unters. der Lebensmittel*, **72**, 1936, p. 394.
([5]) *Naturwiss.*, **29**, 1941, p. 503.
([6]) LANGERON et LUTERAAN, *Ann. de parasit.*, 1947 (sous presse).
([7]) SMEDLEY MAC LEAN et THOMAS, *Bioch. J.*, **17**, 1923, p. 720.
([8]) LUTERAAN, *Ann. de parasit.*, 1948 (sous presse).

oxygénée provoquait de véritables mutations chez les Levures étudiées; les modifications morphologiques ont paru encore plus considérables que celles obtenues par action des terpènes.

Bien d'autres substances peuvent provoquer des modifications morphologiques chez ces Levures, mais ici le caractère d'agent mutant ne paraît pas certain; citons la colchicine (Bauch), la théophylline (9), le diméthyl-amino-azobenzol ou *butter-yellow*, substance cancérigène qui provoque une fragmentation du cytoplasme (Langeron) et une augmentation de la capsule chez les Levures étudiées; le mécanisme d'action de ces substances paraît différent de celui des terpènes et de l'eau oxygénée.

De nos expériences, on peut tirer les conclusions qui suivent :

1° L'action des terpènes et de l'eau oxygénée sur la synthèse des carotènes *in vivo* chez les organismes fongiques se trouve directement démontrée;

2° On peut, en agissant sur l'élément caroténoïde de l'insaponifiable de ces organismes, provoquer des mutations;

3° La présence de carotènes est un caractère génotypique chez les Champignons étudiés;

4° Il y a un rapport entre la durée de la phase de latence et la formation des pigments caroténoïdes chez les *Rhodotorula*.

CRYPTOGAMIE. — *Sur un nouveau* Phyllosiphon *d'Afrique tropicale.* Note de M. **Georges Mangenot**, présentée par M. Roger Heim.

En 1945, M. Théodore Monod m'a remis des galles développées sur un limbe d'*Anchomanes difformis*, Engl. (Aracée), récoltées par lui au cours de l'été à Cosrou (Côte d'Ivoire): de ces galles, coupées à l'état frais, s'écoulait en abondance un liquide visqueux d'un vert intense, suspension de cellules chlorophylliennes très petites. L'étude de cette galle m'a montré qu'elle était provoquée par l'exubérant développement des filaments d'une Algue siphonée nouvelle du genre *Phyllosiphon*. En juillet et août 1947, j'ai retrouvé un grand nombre de ces galles sur les *Anchomanes* des bords de chemins, au voisinage de l'Institut de Recherches d'Abidjan-Adiopodoumé.

Le genre *Phyllosiphon* comprend actuellement cinq espèces, toutes parasites d'Aracées : trois d'entre elles sont d'Amérique du Sud, une d'Afrique orientale et la troisième, de beaucoup la mieux connue, méditerranéenne (*Phyllosiphon Arisari* Kühn, parasite des limbes d'*Arisarum vulgare*). Le *Phillosiphon* des feuilles d'*Anchomanes* se distingue immédiatement de ces cinq espèces par le développement exubérant de ses siphons, et par son pouvoir cécidogène. Les *Phyllosiphon* jusqu'ici connus se développent faiblement dans le mésophylle de leurs hôtes, sans y provoquer de tuméfactions; leur présence n'est révélée

(9) Mangenot et Carpentier, *C. R. Soc. Biol.*, 138, 1944, p. 105.

que par des taches blanches ou jaunes, orbiculaires, correspondant aux régions infestées : au contraire, le nouveau *Phyllosiphon* (*P. deformans* n. sp.) détermine les plus volumineuses algocécidies qui soient jusqu'ici connues.

Ces galles sont des gâteaux orbiculaires plans, recourbés ou même recroquevillés, d'un diamètre de 3 à 5^{cm}, sur 5 à 6^{mm} d'épaisseur; leur surface, rugueuse et marquée, le long des nervures, de sillons peu profonds, présente un ombilic central au niveau duquel la tuméfaction est moindre. Le bord de chaque cécidie est en pente raide et cette frontière est d'autant mieux marquée que le limbe resté normal y forme un pli dans lequel s'accumule, s'il s'agit d'une galle mûre, le suc vert exsudé. D'abord tout à fait blanches, les galles verdissent peu à peu, irrégulièrement, jusqu'à devenir, à maturité, entièrement vertes. Des coupes dans les galles définitivement formées, blanches ou vertes, révèlent qu'elles sont constituées d'un parenchyme dense, comprenant de grandes cellules sans chlorophylle, bourrées d'amidon, allongées perpendiculairement au plan de la tumeur. Les siphons de l'Algue forment, dans la région moyenne de ce mésophylle hyperplasié, c'est-à-dire dans le plan des faisceaux libéro-ligneux, un réseau dense sur les deux faces duquel s'élèvent, entre les files de cellules amylifères, de longues branches à ramification coralloïde.

Dès le début de l'infection, quand la future galle n'est qu'une tache jaunâtre sur un limbe encore mince, les siphons contiennent un protoplasme très dense, d'un jaune verdâtre : on peut y mettre en évidence (méthode de Regaud) de nombreux noyaux et un chondriome en apparence homogène, sans plastes nettement différenciés, semblable à celui d'un *Saprolegnia*; dans les cellules des parenchymes palissadiques et lacuneux, de nombreuses figures mitotiques marquent le début du processus hyperplasique.

Dans les galles blanches, les siphons ont d'abord le même contenu; mais bientôt on y discerne, sur le vivant, des éléments globuleux contenant quelques chloroplastes d'un vert jaunâtre : peu après, ces éléments sont remplacés par d'innombrables et très petites cellules, pourvues d'un chloroplaste très vert; c'est alors que les galles, vertes et mûres, exsudent, par des déchirures de leur surface, le suc vert visqueux : ce dernier n'est autre que le contenu des siphons, semblable à un latex expulsé au dehors, sous la pression d'un mucilage résultant de la gélification des couches internes de la paroi. L'étude cytologique révèle que les éléments globuleux à chloroplastes jaunâtres, formés tout d'abord au sein des siphons, sont des sporanges internes limités par une paroi cellulosique (kystes), semblables à ceux d'un *Botrydium*; le contenu de ces kystes est ensuite fragmenté et à l'intérieur de chacun d'entre eux, tandis que les chloroplastes deviennent plus verts, se forment quelques spores; toutes ces spores, libérées, constituent les éléments suspendus dans le suc exsudé; chacune contient un noyau, un chloroplaste, quelques gouttelettes huileuses et une vacuole à métachromatine.

CHIMIE AGRICOLE. — *Relation entre l'adsorption d'anions par les argiles et leur floculation.* Note (*) de MM. **Georges Barbier** et **Jean Chabannes**, présentée par M. Albert Demolon.

Dans une Note antérieure ([1]) nous avons montré que l'adsorption des anions par les argiles est favorisée par l'accumulation de cations diffusibles (échangeables) à leur surface. Nous établissons ici que la floculation d'argiles ainsi chargées s'accompagne d'un accroissement considérable de l'énergie d'adsorption des anions.

Des suspensions aqueuses de différentes argiles ont été additionnées de solutions diluées de phosphates ou de sulfates, puis d'un autre sel neutre floculant, chlorure ou sulfate dans le cas des sulfates. Le graphique indique la quantité d'anions, en milliéquivalents, adsorbée par 100 milliéquivalents d'argile (l'équivalence des argiles étant appréciée d'après leur capacité pour les bases à $pH = 7$), en fonction de la concentration en sel floculant, exprimée en milliéquivalents par litre. Deux des diagrammes concernent l'adsorption des sulfates et des phosphates par un sous-sol de limon privé de bases échangeables (désigné par terre H), les autres l'adsorption des phosphates par les argiles neutres.

Par addition d'une quantité croissante de sel floculant, l'adsorption des anions augmente d'abord rapidement en même temps que le degré de floculation de l'argile; puis, l'adsorption demeure à peu près constante, au delà d'une concentration qui correspond à la floculation complète de l'argile, soit 5 à 10 milliéquivalents de sel floculant par litre environ. Ce parallélisme entre la floculation et l'adsorption des anions est confirmé par le fait qu'en présence de cations alcalins, de faible pouvoir floculant, le maximum d'adsorption n'est obtenu qne pour une concentration relativement grande du sel floculant.

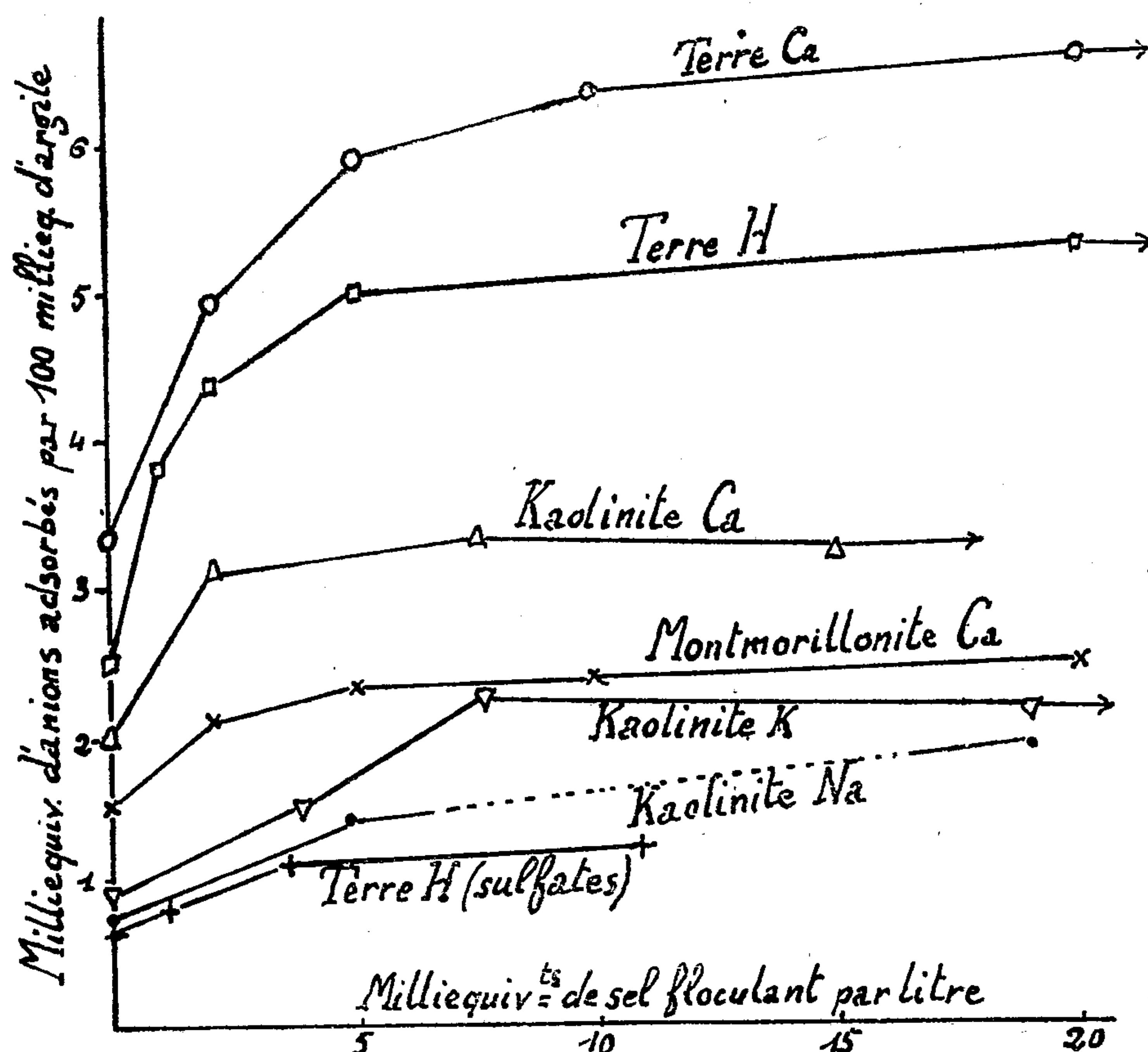
Dans le cas d'argiles privées de bases échangeables, par traitement acide de courte durée, l'adsorption des phosphates, après un court temps de contact (1 heure), est nulle, comme nous l'avons signalé antérieurement ([1]), et cela quelle que soit la concentration en sel floculant. Par contre, si l'on maintient une argile de sol, renfermant Fe_2O_3 libre, pendant un certain temps (quelques jours) au contact d'un acide dilué, elle devient capable d'adsorber instantanément des phosphates (sans doute par activation du fer), en l'absence complète d'électrolyte floculant; cette adsorption est considérablement favorisée par l'addition de SO_4Ca (terre H du graphique). L'adsorption des phosphates par un gel silico-ferrique est influencée de la même façon.

En ce qui concerne les anions colloïdaux, nous avons constaté que l'adsorption d'un hydrosol silico-ferrique électronégatif par une argile de sol, en milieu calcique neutre, est nulle en l'absence de sel floculant; elle augmente rapi-

(*) Séance du 15 mars 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 749.

dement par addition de traces de $CaCl_2$, jusqu'à 7 milliéquivalences par litre environ, et demeure à peu près constante au delà. L'un de nous a montré, autrefois, que l'argile n'adsorbe les anions humiques qu'en présence d'électrolytes floculants (²).



Par ailleurs, la dispersion de l'argile est susceptible de libérer des anions adsorbés. Après avoir lessivé une argile Ca par une solution de phosphate calcique et de $CaCl_2$, nous avons observé que les phosphates s'éluent par l'eau, sous une concentration beaucoup plus grande que celle de la solution utilisée pour l'adsorption.

Conclusion. — Les faits observés ne concernent que l'adsorption rapide d'anions par des argiles; nous venons de montrer que ce phénomène présente, d'une façon très générale, un parallélisme étroit avec leur floculation. Par contre, nous avons constaté que la fixation lente des phosphates par les argiles de sols n'est pas sensiblement influencée par l'addition d'électrolytes floculants.

Nos recherches expliquent pourquoi l'extraction des acides humiques des

(²) A. DEMOLON et G. BARBIER, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 654.

sols ne se fait facilement qu'en milieu susceptible de disperser l'argile; elles expliquent aussi pourquoi la désagrégation des floculants argilo-humiques libère des phosphates dans le sol.

PROTISTOLOGIE. — *Le discobolocyste, organite lanceur de projectile, chez la Chrysomonadine* Cyclonexis annularis *Stokes* 1886. Note de M. **Raymond Hovasse**, présentée par M. Joseph Magrou.

Cette forme, coloniale, est un élément du plankton hivernal des eaux douces légèrement acides (pH = 6 à 6,5), nouveau pour la faune de France. Elle figure à la fois une roue et une hélice multipale : roue, en ce qu'elle est formée de cellules cylindroconiques, disposées côte à côte, dessinant un véritable anneau, qui tourne autour de son axe, sous l'action de flagelles tangentiels; hélice, parce que d'autres flagelles, maintenus rigides, en direction radiale et externe, fournissent par leur extrémité incurvée, une composante dans le sens de l'axe. La colonie progresse ainsi comme un tore susceptible d'évoluer dans toutes les directions.

Excités expérimentalement, ses éléments se séparent et explosent. On en comprend la raison en constatant que chaque cellule est garnie d'organites dénommés ici *discobolocystes*, parce qu'ils éclatent en lançant un projectile discoïde.

La surface externe des cellules en activité normale montre des disques réfringents, mesurant de 1 à 2$^{\mu}$ de diamètre, épais de 0$^{\mu}$,5, en légère saillie et au nombre d'une dizaine. A la suite d'un contact, ou d'une variation de milieu, la saillie s'accentue brusquement, et il apparaît, en dessous du disque, une vacuole ovoïde, à gros bout externe, tendant à sortir de la cellule. A partir de cet instant, l'éclatement de l'organite peut se produire, instantané et imprévisible, et le disque est alors violemment projeté à plusieurs centaines de microns, selon la direction de son propre axe.

L'emploi du bleu de crésyle permet l'étude du phénomène. A très faible dose, il colore le disque; et, sans modifier l'explosion, permet de le retrouver après éclatement. A dose forte, celui-ci se déclenche instantanément, mais reste partiel, la substance *explosive* étant colorée et stabilisée. A l'aide de doses graduées, on peut donc suivre le phénomène.

La vacuole ovoïde du discobolocyste a une paroi mince, fermée antérieurement par le disque. Adhérant à celui-ci sur sa face interne et par sa base, se trouve un *cône explosif*, dont le sommet touche l'antipôle de la vacuole, marqué par un granule colorable. La paroi de la vacuole correspond ainsi au tube d'un canon, partiellement rempli par la charge, et qui serait obturé par le disque-projectile. Au moment de l'explosion, l'expansion de la charge est polarisée dans le sens de l'axe de l'organite, sans que le tube lui-même semble entrer en ligne de compte : allongée et stabilisée plus ou moins tôt par le

colorant, cette charge se montre toujours détendue en un cône beaucoup plus étroit que le calibre de la vacuole. La paroi de celle-ci se brise initialement, et ne se retrouve que dans les éclatements bloqués très tôt.

Lors de l'éclatement libre, les colorants ne décèlent aucune trace du cône, la charge se dissout donc totalement dans le milieu après une expansion longitudinale considérable.

En cellules observées à l'état subvital, le départ crée un recul balistique qui peut désorganiser l'élément : il est possible qu'à l'état normal, l'organite soit expulsé entièrement hors du cytoplasme, avant le départ du coup, vraisemblablement produit par l'entrée en contact de l'organite avec l'eau.

Dans l'Ordre des Chrysomonades, il n'a été jusqu'alors signalé de trichocystes que chez *Pleuromastix bacillifera* Scherfell, forme qui se relie peut-être, d'après Pascher, aux Cryptomonadines. On sait que dans ce dernier groupe les trichocystes sont fréquents, mais petits et simples. Ils n'ont jamais d'extrémité comparable au disque, et chez eux, *l'explosif* donne naissance à un filament glutineux. Le discobolocyste se rapprocherait plutôt des cnidocystes, le disque s'homologuant à l'opercule de ces derniers organites, classiques chez *Polykrikos Schwartzi*, depuis le travail de E. Chatton (1914).

BIOMÉTRIE. — *Sur des formules permettant l'estimation exacte de la variation des types structuraux dans l'espèce*. Note de Mlle **Germaine Cousin**, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans des publications antérieures (¹), j'ai mis en évidence que le meilleur critère de normalité d'un rapport individuel entre les mesures de deux organes ne peut être, ni les mesures primitives, du fait de l'allométrie de taille, leurs rapports géométriques bruts, mais la position, sur un tableau de corrélation, en coordonnées logarithmiques, du point représentatif A du couple de mesures, par rapport à la droite figurative et par rapport aux limites de normalité du groupe. Celles-ci sont calculées sur un échantillon homogène suffisamment important et représentatif du groupement auquel appartient l'individu : espèce, race, caste, stade, sexe, génotype ou mélange limité de génotypes voisins.

Si l'on abaisse, de ce point A, une perpendiculaire sur la droite figurative (grand axe de la population) de pente α — coefficient d'allométrie, et une autre sur le petit axe, on a un rectangle dont les quatre sommets ont pour coordonnées A (x_a, y_a); O (x_0, y_0); T (x_t, y_t); et P (x_p, y_p).

On appelle $R_a = y_a/x_a$ le rapport individuel, $R_0 = y_0/x_0$ — le rapport *moyen*, et $R_t = y_t/x_t$ — le rapport type théorique sur le grand axe correspondant à la taille des deux caractères. Enfin, $R_p = y_p/x_p$ le rapport correspondant à P, projection de A sur le petit axe.

(¹) *Mém. Ac. Sc.*, 64, 1940, p. 37-42.

Les rapports R_t et R_0, se trouvant sur la droite figurative, satisfont à la relation d'allométrie $y = bx^\alpha$, où b détermine l'ordonnée à l'origine de la droite figurative, sans signification biologique, et où α est le coefficient d'allométrie, d'une grande signification biologique.

Les distances logarithmiques entre les points A et T d'une part, et entre P et O, d'autre part, étant égales, il s'ensuit $(y_a/x_a) : (y_t/x_t) = (y_p/x_p) : (y_0/x_0)$; ainsi que $(y_a/x_a) : (y_p/x_p) = (y_t/x_t) : (y_0/x_0)$.

Des écarts à la droite figurative, indépendants de la taille de l'animal et compte tenu de la variabilité des deux caractères, sont calculés au moyen de la formule

$$(1) \qquad \frac{R_a}{R_t} = \frac{R_p}{R_0} = \left[\frac{y_a}{y_0}\left(\frac{x_0}{x_a}\right)^\alpha\right]^{\frac{\alpha+1}{\alpha^2+1}}.$$

Une expression de cette formule, plus simple et plus commode pour le calcul, s'écrit

$$(2) \qquad \log\frac{R_a}{R_t} = [\log y_a - \alpha \log x_a - \log b]\,D,$$

où les constantes sont

$$\log b = (\log y_0 - \alpha \log x_0) \qquad \text{et} \qquad D = \frac{\alpha+1}{\alpha^2+1}.$$

L'ensemble des rapports $R_a/R_t = R_p/R_0$, multipliés par 100, représente la distribution autour de la droite figurative de la variabilité fluctuante de la population des écarts individuels, projetés sur le petit axe et évalués en pour cent des rapports type correspondants. Ainsi, un rapport égal à 100 % indique que le point représentatif de l'individu se trouve sur la ligne figurative. Le nombre 104 % indique un écart de 4 % au rapport type correspondant.

Dans la plupart des cas, la distribution des écarts est toujours très proche de la normale et les limites de $\pm$ trois fois l'écart-type ne sont pratiquement jamais dépassées. La somme arithmétique des écarts autour de la droite figurative est généralement très proche de zéro.

Si l'on cherche en outre à faire connaître, avec plus de précision que ne le donne la méthode graphique, la répartition, *non plus autour de l'axe d'équilibre, mais le long de cet axe*, les rapports individuels $R_a/R_p = R_t/R_0$, peuvent être calculés au moyen de la formule analogue

$$(3) \qquad \frac{R_a}{R_p} = \frac{R_t}{R_0} = \left[\frac{x_a}{x_0}\left(\frac{y_a}{y_0}\right)^\alpha\right]^{\frac{\alpha-1}{\alpha^2+1}},$$

cette formule s'établit en soustrayant de l'expression

$$\log R_t = \left(\frac{\alpha-1}{\alpha^2+1}\right)\log x_a + \left(\frac{\alpha^2-\alpha}{\alpha^2+1}\right)\log y_a + \left(\frac{\alpha+1}{\alpha^2+1}\right)\log y_0 - \left(\frac{\alpha^2+\alpha}{\alpha^2+1}\right)\log x_0,$$

l'expression $\log R_0 = \log y_0 - \log x_0$.

Finalement, après simplification, on obtient la formule suivante :

$$\log\frac{R_t}{R_0} = (\log x_a + \alpha \log y_a - \log c)\, E, \tag{4}$$

où

$$\log c = (\alpha \log y_0 + \log x_0) \quad \text{et} \quad E = \frac{(\alpha - 1)}{(\alpha^2 + 1)}.$$

L'ensemble des rapports R_t/R_0 multipliés par 100 donneront la répartition des projections des points représentatifs sur le grand axe avec les écarts évalués en % de R_0.

La première formule (1) permet de définir les individus normaux (de M à $\pm 3\sigma$). La formule nouvelle (3) permet de classer les individus, qui satisfont au principal critérium de normalité, dans de grandes subdivisions, du type structural normal, soit : types moyens, petits ou grands, et enfin, au delà des limites de 3σ, de classer les individus anormalement grands ou petits. De tels individus exceptionnels peuvent être obtenus expérimentalement dans des élevages au moyen d'agents externes variés, par exemple des modifications anormales des facteurs généraux de croissance : température, humidité, régime alimentaire, qui agissent sur l'ensemble de l'organisme. Ils peuvent être également obtenus par l'action directe de facteurs physico-chimiques particuliers, ou par des actions hormonales exceptionnelles déclenchées, soit par greffes de glandes, soit par extraits glandulaires spécifiques, qui agissent sur tout ou partie de l'organisme. Il sera donc possible d'évaluer avec précision, à la suite d'une action expérimentale, toute variation morphologique portant sur l'ensemble des caractères ou sur chacun d'entre eux en particulier.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Emploi de la Grenouille mâle adulte indigène pour la recherche et éventuellement le dosage des gonadotrophines hypophysaires ou chorioniques. Application au bio-diagnostic de la gestation chez la Femme et chez la Jument.* Note de M. **Hermann Hinglais** et Mme **Marguerite Hinglais**, présentée par M. Maurice Javillier.

Dans un travail récent, De Robertis, Burgos et Breyter [1] ont constaté que les extraits d'hypophyse antérieure provoquaient le détachement et la migration des spermatozoïdes chez le Crapaud américain *Bufo Arenarum Hensel.* Carlos Galli-Mainini [2], à la suite de cette publication, a constaté que les gonadotrophines de l'urine de femme enceinte agissaient de la même manière que les gonadotrophines hypophysaires chez cet animal, à condition qu'il soit adulte et pèse au moins cent grammes; le test lui a paru assez sensible et assez fidèle pour servir au diagnostic de la grossesse chez la Femme. Dans le même esprit,

(1) *Proc. Soc. Exp. Biol. Med.*, 61, 1946, p. 20-22.

(2) C. Galli-Mainini, *Semana Medica*, 64, 1947, p. 337; *J. of. Clin. Endocr.*, 7, 1947, p. 653-658.

connaissant l'étroite analogie anatomo-physiologique des systèmes uro-génitaux chez la Grenouille et le Crapaud, nous avons supposé que l'action des gonadotrophines hypophysaires ou choriales chez la Grenouille mâle de nos pays pourrait être la même que chez le Crapaud américain.

L'expérience a pleinement confirmé cette hypothèse.

Les Grenouilles mâles adultes de toutes les espèces dont nous avons pu disposer jusqu'à présent, notamment *Rana esculenta* ou *temporaria* si abondantes dans toute l'Europe tempérée, répondent avec une rapidité et, semble-t-il, une fidélité remarquables à l'action des gonadotrophines hypophysaires ou choriales, humaine ou équine.

Principe. — Chez les espèces considérées, les spermatozoïdes mûrs restent normalement groupés en faisceaux serrés fixés à la paroi des tubes de Sertoli. Ils ne s'en détachent que sous certaines influences occasionnelles où la sécrétion antéhypophysaire joue un rôle déterminant. D'autre part, les canaux efférents testiculaires traversent le rein et le mélange des sécrétions rénale et testiculaire s'évacue directement dans le conduit uro-spermatique (uretère) aboutissant dans le cloaque. Il n'y a pas d'organe copulateur. Lorsque le sperme est émis, on le trouve dans le cloaque mélangé à l'urine.

Technique. — Le test est très simple. A une grenouille mâle de 30 grammes ou davantage, on injecte sous la peau, dans les sacs lymphatiques dorsaux, la dose convenable de principe gonadotrophe : par exemple, 3^{cm^3} d'urine de femme enceinte de bonne concentration (+).

Trois ou quatre heures plus tard, on prélève l'urine de la grenouille dans le cloaque à l'aide d'une petite pipette effilée à bords mousses. L'urine monte d'elle-même par capillarité dans le tube effilé. L'examen d'une goutte entre lame et lamelle révèle immédiatement la présence de nombreux spermatozoïdes dans l'urine si le résultat est positif. Souvent même, le trouble est macroscopiquement apparent dans l'urine, lorsque la réponse est forte.

Si le résultat est négatif, l'urine garde au contraire ses caractères normaux de liquide *eau de roche* et ne montre au microscope que quelques éléments cristallins ou cellulaires ou parasitaires banaux.

L'apparition du phénomène est très rapide. Les spermatozoïdes apparaissent souvent dans l'urine une heure à peine après l'injection efficace et deviennent de plus en plus nombreux dans les heures suivantes. Ils disparaissent ensuite, et vers la 15e ou 20e heure après l'injection, l'urine est de nouveau exempte de spermatozoïdes.

Une seconde injection d'hormone pratiquée dès le lendemain de la première provoque encore à la même dose une nouvelle décharge spermatique, mais beaucoup plus faible. En pratique, il faut attendre quelques jours (5 à 7) avant que la même grenouille puisse resservir.

Les caractères des spermatozoïdes sont variables suivant les cas. Parfois l'urine contient d'innombrables spermatozoïdes mobiles à l'état pur. Dans

d'autres, les spermatozoïdes sont moins mûrs et accompagnés de nombreux spermatocytes. Dans certains cas enfin, on trouve dans l'urine des massifs filamenteux formés de paquets non dissociés de cellules de Sertoli et de spermatozoïdes agrégés, sans aucun spermatozoïde mobile dans le liquide environnant.

En l'absence d'injection de gonadotrophines, nous n'avons pas encore, jusqu'à présent, observé chez les grenouilles mâles de passage spontané de spermatozoïdes dans l'urine, même en la saison présente, pourtant voisine de la ponte ([3]). Il est évident que ce point reste à étudier dans les mois à venir.

Le phénomène ici décrit chez la Grenouille présente le plus grand intérêt pratique au point de vue du diagnostic biologique de la gravidité.

Nous l'avons obtenu tout aussi nettement avec les extraits antéhypophysaires, avec les urines ou le sérum de femme enceinte, avec le sérum de jument gravide. Bien que la Grenouille mâle soit un peu moins sensible, en général, à l'action des gonadotrophines que les rongeurs habituellement employés, les premières applications que nous en avons faites sont extrêmement favorables.

Nous publierons avec détail ces résultats dans une autre Note ainsi que les expériences d'ordre quantitatif que nous avons déjà réalisées avec ce nouveau réactif indigène, dont les avantages d'ordre pratique sont certainement grands.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action de l'acide indol-3-acétique et de l'acide 2.4-dichloro-phénoxy-acétique sur le Rat en voie de croissance.* Note de M. **Yves Raoul** et Mlle **Christiane Marnay**, présentée par M. Maurice Javillier.

L'un de nous ([1]) a montré, en 1944, que l'acide indol-3-acétique exerce une action favorable sur la croissance du Rat. Pour mettre celle-ci en évidence, nous avons utilisé un régime de base ne permettant qu'une croissance médiocre grâce notamment à une carence en vitamine B2. L'action de l'acide indol-3-acétique sur le Colibacille ([2]) nous a permis également d'envisager une large tolérance (jusqu'à une concentration de 10^{-3} environ) et même une action favorable lorsque la croissance de la colonie est entravée par certains inhibiteurs tels que l'acide indol-3-acrylique. En 1946, Kodicek, Carpenter et Harris ([3]) ont avancé au contraire que l'acide indol-3-acétique à la dose de 1^{mg}, 5 pour 100^{g} de régime a une action dépressive sur la croissance du Rat, à laquelle l'addition,

---

([3]) *Rana esculenta* pond au début de juin; *Rana temporaria* en février; *Rana agilis* en mars-avril.

([1]) Y. Raoul, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 26, 1944, p. 487-506.

([2]) Y. Raoul, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 29, 1947, p. 183-192.

([3]) *Lancet*, 25, 1946, p. 491-492.

soit de tryptophane, soit d'acide nicotinique, permet de remédier. Rapprochant ce fait de la richesse assez grande du maïs en acide indol-3-acétique, ces auteurs émirent l'opinion que le facteur pellagrogène du maïs pourrait être l'acide indol-3-acétique. Plus récemment, Rosen et Perlzweig (4) n'ont pas été capables de retrouver cette action inhibitrice de l'acide indol-3-acétique, même à la dose de 10^{mg} pour 100^{g}, et ne constatent pas d'effet toxique pour une dose aussi massive que 200^{mg} administrée en deux jours. En même temps, Henderson, Tara Deodhar, Krehl et Elvehjem (5) aboutissent au même résultat et indiquent de plus une légère action favorable des acides indol-3-acétique, indol-3-butyrique et même indol-3-acrylique, ce qui confirme nos premières expériences.

Dans le présent travail, nous examinons l'action de l'acide indol-3-acétique (A.I.A.) par voies orale et parentérale et de l'acide 2.4-dichloro-phénoxy-acétique (2.4.D.) par voie parentérale sur de jeunes rats de 50^{g} soumis à des régimes très sévères avec lesquels la croissance est très faible.

1. *Voie orale.* — Régime de base pour 100^{g} : saccharose (73^{g}), caséine sans vitamine B et réchauffée dans le butanol à 80° (18^{g}), huile hydrogénée (5^{g}), mélange salin de Mc Collum (4^{g}), vitamine A (6000 U.I.), vitamine E (10^{mg}). En plus, par jour et par rat : vitamine B1, 10^{γ}; vitamine B6, 30^{γ}; *d*-pantothénate de calcium, 50^{γ}; choline, 2^{mg}. Les suppléments expérimentés sont indiqués dans le Tableau I où sont mentionnés les résultats moyens par lots de 4 rats.

TABLEAU I.

	Croissance en 21 jours.
Régime de base	-10^{g}
Régime de base + 50^{γ} A. I. A.	0
Régime de base + 20^{γ} vitamine B2	+12

2. *Voie parentérale.* — Régime de base analogue au précédent, mais caséine sans vitamine B *non réchauffée dans le butanol* et vitamines réduites par jour et par Rat à : vitamine B1 10^{γ}, vitamine B6 10^{γ}, *d*-pantothénate de calcium 10^{γ}, choline 2^{mg}. Les suppléments et résultats moyens sont indiqués dans le tableau II.

TABLEAU II.

	Croissance en 17 jours.	Survie.
Régime de base	2^{g}	17 jours
Régime de base + 150^{γ} A. I. A.	4	21 »
Régime de base + 150^{γ} 2-4-D	4,5	35 »
Régime de base + 10^{γ} vit. B2	14,5	> 35 »

(4) *Arch. Biochem.*, 15, 1947, p. 111

(5) *J. Biol. Chem.*, 170, 1947, p. 261-268.

Dans ces expériences, l'aspect des Rats, plus encore que les chiffres, montre une action favorable incontestable des *hormones* végétales et l'acide 2.4-dichlorophénoxy-acétique, composé synthétique, paraît tout aussi efficace, mais un peu plus toxique que l'acide indol-3-acétique si l'on dépasse les doses utilisées.

Le mécanisme d'action de ces substances est encore très obscur. L'acide indol-3-acétique, quoique éliminé normalement par l'urine, ne serait pas seulement un produit de déchet du métabolisme du tryptophane. Alors qu'il paraît pouvoir remplacer celui-ci dans un métabolisme bactérien ([2]), cette interprétation n'est pas à retenir dans les expériences sur le Rat où le tryptophane est fourni à dose suffisante par un apport de caséine de 18 %.

En conclusion, l'action relativement favorable des *hormones* végétales chez l'animal en voie de croissance est aujourd'hui acquise par des travaux concordants. Pratiquement, cette action peut être retenue, mais mérite plus ample examen en raison de l'utilisation projetée en agriculture de quantités importantes de ces substances.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Séparation et dosage des formes hydrosolubles de la choline.* Note de M. **Gaston Ducet**, présentée par M. Maurice Javillier.

Ernest Kahane et Jeanne Lévy ([1]) ont signalé la présence dans les tissus animaux de deux formes de la choline hydrosoluble : à l'état libre sous forme d'ion cholinium et à l'état combiné, vraisemblablement sous forme d'ester glycérophosphorique de choline ([2]). En même temps, ces auteurs indiquaient une méthode de dosage approché à l'aide de la technique par *dilution limite* de la réaction de Florence, directement pour la choline libre, après hydrolyse acide pour la choline combinée.

Le dosage de la choline libre ne peut pas être fait directement par précipitation sous forme d'enneaiodure dans les extraits aqueux, obtenus par défécation à l'hydroxyde de fer naissant, des tissus préalablement broyés en présence de sulfate ferrique à froid ou à chaud. Les précipités d'enneaiodure obtenus sont très impurs et leur redissolution dans l'alcool est toujours incomplète. Une amélioration notable résulte du traitement de ces extraits aqueux par le charbon actif; les periodures auxquels ils donnent alors naissance se dissolvent très bien dans l'alcool, mais ne sont pas purs, comme le montre l'oxydation permanganique par exemple.

G. Ducet et E. Kahane ([3]) ont montré que l'attaque des solutions complexes par l'acide nitrique dilué ne détruit pas la choline qu'elles contiennent. L'application de cette méthode aux extraits aqueux des tissus après défécation ferrique, permet de doser la totalité de la choline hydrosoluble. Dans ces conditions, le

---

([1]) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **19**, 1937, p. 959-975.
([2]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 431-433.
([3]) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **28**, 1946, p. 794-805.

réactif iodoioduré donne des précipités particulièrement propres, ne contenant pratiquement que de l'enneaiodure de choline. La choline n'est pas détruite au cours de cette attaque et les formes combinées sont totalement hydrolysées avec formation de choline libre. Nous arrivons ainsi à doser $0^{mg},2$ de choline totale à 2 % près et $0^{mg},1$ à 4 % près.

Dosage de la choline libre. — La choline hydrosoluble combinée ne précipitant pas par le réactif iodoioduré, il est possible d'en séparer la choline libre par précipitation. Le periodure impur ainsi formé est séparé, l'iode chassé au bain-marie, après addition de quelques gouttes d'alcool. Le résidu repris est amené après filtration à 5^{cm^3} environ et soumis à une nouvelle précipitation qui donne un enneaiodure de choline pur.

Dosage de la choline hydrosoluble combinée. — Ernest Kahane et Jeanne Lévy avaient signalé la possibilité d'adsorber la choline hydrosoluble combinée en solution alcoolique sur actigel. Nous avons constaté que dans des solutions aqueuses, dépourvues de sels minéraux, la choline libre est complètement adsorbée sur un gel de silice, alors que la choline hydrosoluble combinée n'est pas retenue. Cela permet de faire une séparation très facile et nous avons vérifié qu'elle est quantitative. L'opération est faite dans un tube d'Allihn coupé, rempli de gel de silice (granulé de 1^{mm}, opaque et blanc, broyé grossièrement au mortier) sur une hauteur de 2^{cm} environ (à peu près 4^{g} de gel). Nous avons fait passer à l'aide du vide, des solutions contenant choline libre et choline hydrosoluble combinée, puis de l'eau distillée en recueillant le filtrat par portions successives. L'hydrolyse des filtrats fait apparaître de la choline libre.

	Choline en mg					
	I.		II.		III.	
	libre	combinée	libre	combinée	libre	combinée
	2,12.	0,455.	2,12.	0,227.	0,25.	10,70.
1re portion, 40^{cm^3}..........	0	0,45	0	0,220	0	10,61
2e » 20	0	0	0	0	0	0,115
3e » 20	0	0	0	0	0	0

Le passage de la choline hydrosoluble combinée est rapide; 60^{cm^3} suffisent à recueillir la totalité. L'élution de la choline libre restée sur le gel, par une solution d'un sel minéral, n'a pas permis d'en récupérer la totalité, que l'élution soit faite à chaud ou à froid.

Les liquides de défécation concentrés contiennent des quantités importantes de sels minéraux qui empêchent la fixation de la choline libre. Une double précipitation à l'alcool de ces extraits élimine presque complètement les sels minéraux et après évaporation de l'alcool, la reprise par l'eau permet d'obtenir les solutions à faire passer sur gel.

Conclusion. — Nous avons maintenant la possibilité de doser séparément les différentes formes de la choline : choline libre, par double précipitation des periodures; choline hydrosoluble combinée, par adsorption sur gel de silice;

choline non hydrosoluble (vraisemblablement des phospholipides) par attaque sulfurique et nitrique du résidu de la défécation ferrique des tissus broyés, après élimination de l'oxyde de fer par l'acide chlorhydrique dilué.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur un pigment à fluorescence bleue des œufs de* Bombyx mori (1). Note de MM. **Michel Polonovski** et **René-Guy Busnel**, présentée par M. Paul Portier.

Des pigments fluorescents, de nature ptérinique, ont été décrits, chez les Invertébrés, dans les écailles des ailes des papillons Pierides, à l'état libre, par Hopkins, Wieland et ses collaborateurs, dans le tube de Malpighi de certains insectes (Busnel et Drilhon) et par nous-mêmes dans les mélanocytes des hypodermes de Crustacés, où nous avons montré qu'ils étaient inclus dans des complexes protidiques (2).

Nous avons retrouvé pour la première fois dans des œufs de Lépidoptère, chez le *Bombyx mori*, une substance fluorescente analogue, dont les caractères se rapprochent beaucoup de ceux de la fluorescyanine (3) des écailles de carpe, et qui est également associée à des copules protidiques.

Nous avons extrait ce pigment par le méthanol à 60 %, après broyage des œufs congelés dans l'air liquide et dessiccation par des extractions acétoniques qui éliminaient en même temps la plus grande partie des graisses et les pigments flavoniques et alloxaziniques; cette solution méthanolique présente une fluorescence bleue très intense tout à fait comparable à celle de la fluorescyanine.

Ces extractions peuvent également être opérées en milieu méthanol-ammoniacal dans lequel le pigment diffuse encore plus facilement; il se développe alors, d'une façon beaucoup plus intense qu'avec l'alcool seul, une coloration rouge-brique violine qui se fixe sur les cartouches d'extraction et qui semble correspondre à une transformation de pigments du type ommatine (Becker) (4).

Le pigment n'est pas soluble dans le chloroforme, ni dans l'éther; il est légèrement soluble dans l'eau et les acides faibles et très soluble dans les alcalis dilués; il est destructible par le permanganate en milieu acétique; sa fluorescence disparaît par l'adjonction d'hydrosulfite de sodium, mais réapparaît alors par simple autoxydation à l'air; les variations de pH entre 3 et 11 modifient peu l'intensité et la nuance de la fluorescence.

Le pigment, en solution aqueuse ou hydroalcoolique, est adsorbé aisément

(1) Les œufs nous ont été fournis par M. Schenck, directeur de la Station Séricole d'Alès (Gard).

(2) *Biochimie des Ptérines*, *Exposés annuels de Biochimie médicale*, 6e édition, 1946.

(3) M. Polonovski, R. G. Busnel et M. Pesson, *Comptes rendus*, **217**, 1943, p. 163.

(4) *Naturwiss.*, **16**, 1941, p. 237.

sur franconite, d'où l'on peut l'éluer par le méthanol-ammoniacal. Il ne s'adsorbe ni sur le carbonate de calcium, ni sur le talc ou l'alumine.

Les spectres de fluorescence et d'adsorption en ultraviolet ne présentent, comme ceux de la fluorescyanine, qu'une large bande sans caractéristiques spéciales.

Notre mode d'extraction isole le pigment sous forme d'un complexe de nature polypeptidique dont il est susceptible de se libérer par hydrolyse spontanée en milieu aqueux; nous avons pu nous en rendre compte par des modifications de fluorescence, observées lors d'un séjour prolongé (deux mois) de ces solutions, même à basse température. En effet, la fluorescence passe du bleu vif au jaune vert, en même temps que nous avons pu mettre en évidence la libération de groupements amino-acides.

L'étude des amino-acides libérables par hydrolyse décèle par chromatographie sur papier Whattman n° 1 et révélation à la ninhydrine, cinq amino-acides qui semblent identifiables à l'acide glutamique, la sérine, la valine, le glycocolle, et la leucine.

La réaction de diazotation, positive, laisse présumer la présence d'acide para-aminobenzoïque, dans les produits d'hydrolyse du pigment.

On peut rapprocher cette liaison polypeptidoptéridinique de celle du complexe bien connu de l'acide folique avec un nombre variable de molécules d'acide glutamique, mais contrairement aux différents pigments du groupe de l'acide folique déjà décrits, l'acide glutamique n'est pas ici le seul amino-acide qui semble faire partie de la copule polypeptidique.

La libération du groupement protidique est activée à 37°; un séjour de trois semaines à l'étuve suffit pour l'obtenir, alors que les solutions, laissées à la température ambiante, ne présentent pas encore de modifications.

En résumé, l'intérêt de ce nouveau pigment réside d'une part dans sa localisation systématique, et d'autre part dans la nature du complexe qu'il y affecte.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Absorption des ondes d'ultra-haute fréquence (longueur d'onde 21*^{cm}*) par les tissus organiques.* Note (*) de M. **Luc de Séguin** et Mlle **Monique Pelletier**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

L'absorption d'un champ électromagnétique par un corps produit une augmentation de température qui se rapproche d'autant plus de la loi simple $\theta = Ke^{-ax}$ (θ, élévation de la température d'un point; x, distance comptée dans le sens de la propagation, à partir du point par lequel pénètre le champ; a, coefficient d'absorption; K, constante dépendant des unités) que la conductibilité thermique du corps est plus petite et que les échanges de chaleur avec le milieu ambiant sont moindres. On pourrait, par un calcul long et complexe, déterminer, à partir des données expérimentales, une valeur approchée de la constante a.

(*) Séance du 8 mars 1948.

Si l'on construit, dans un échantillon de tissus, un volume élémentaire ayant une direction de propagation comme axe de symétrie, et que l'on coupe ce volume par un plan passant par le point d'abscisse A et perpendiculaire à cet axe, on pourra considérer deux volumes élémentaires de part et d'autre de ce plan. Nous appellerons $A_{1/2}$ le point pour lequel les deux volumes présentent la même augmentation de la quantité de chaleur, et $A_{9/10}$ le point pour lequel l'augmentation de chaleur est 9 fois plus grande dans le volume le plus proche de la source que dans le volume le plus éloigné, en fin d'irradiation.

Le premier problème pratique étant de connaître un ordre de grandeur et de classer les différents tissus selon leur plus ou moins grande absorption, nous nous sommes bornés à déterminer pour les principaux tissus ces distances A_n. Les repérages de température dont nous nous servons pour le calcul de A_n sont pratiqués dans le plan de champ maximum. Si l'on compare la loi de la variation de l'augmentation de température à la fin d'une irradiation : 1° selon une direction de propagation passant par le plan de champ maximum; 2° selon une direction ne passant pas par ce plan; on constate que la seconde se rapproche plus d'une fonction exponentielle, le champ étant plus faible, les différences de température sont moindres, et par conséquent, les échanges par conductibilité moins importants. On peut cependant vérifier expérimentalement que l'erreur commise en acceptant la même loi, à une constante près, pour toutes les directions qui sont dans le prolongement de l'ouverture du guide, ne dépasse pas dans nos conditions d'expérimentation l'ordre de grandeur des erreurs de mesures, et dire que le plan passant par $A_{1/2}$ partage le corps irradié en deux parties présentant la même augmentation de la quantité de chaleur en fin d'irradiation. A_n, pour un échantillon de tissus de dimensions et de densité données, dépend évidemment non seulement de a, mais aussi de la conductibilité thermique, de la durée d'exposition et de la puissance du champ.

Méthode. — Des fragments de tissus de forme parallélépipédique, découpés dans des organes de chevaux abattus le jour même ou la veille, sont exposés à la sortie d'un guide d'onde (longueur d'onde 21^{cm}). On prend un soin particulier de la taille de la face plane par laquelle pénètre le champ. Les températures sont repérées par un couple thermo-électrique dont la soudure chaude est fixée à l'extrémité d'une aiguille à injection. Le dispositif employé permet une lecture du cinquième de degré, facile et rapide (5 à 10 secondes). L'aiguille étant piquée de demi-centimètre en demi-centimètre dans le plan de champ maximum, l'extrémité portant la soudure à égale distance des faces supérieure et inférieure du parallélépipède, la température est repérée après la fin de l'irradiation plusieurs fois pour chaque point. L'extrapolation des courbes de variation de la température en fonction du temps écoulé après l'exposition donne la température des différents points en fin d'exposition. Sur la courbe représentant la variation de la température en fonction de la distance, on détermine graphiquement les points $A_{1/2}$, $A_{9/10}$.

Résultats. — Pour des irradiations ayant duré de cinq à sept minutes et pro-

duisant une augmentation de 20° environ à la surface, on a les résultats indiqués dans le tableau suivant :

Tissus.	$A_{1/2}$ (en cm.).	$A_{9/10}$ (en cm.).	Teneur en eau (1).
Poumon	1,2	3,1	79 %
Rein	1,2	3,4	77,8
Muscle	1,3	3,7	73,5
Rate	1,5	4,2	
Cerveau	1,65	4,3	76,2
Foie	1,7	4,2	70,8
Graisse	6,6		

Ces longueurs augmentent avec le vieillissement des tissus, c'est ainsi que le même tissu musculaire étudié à deux jours d'intervalle donnait $A_{1/2} = 1,33$ et $1,64$. Nous attribuons cette modification à la dessiccation des tissus. On peut remarquer que, à l'exception du tissu cérébral, l'ordre est le même, que l'on classe les tissus par teneur croissante en eau, ou par absorption croissante.

Les infrarouges les plus pénétrants perdent la moitié de leur énergie dans une épaisseur de tissus de l'ordre du dixième de millimètre, alors que pour les micro-ondes il faut une épaisseur de plus d'un centimètre. La pénétration tellement supérieure de ces ondes ne peut manquer d'avoir des applications.

IMMUNOLOGIE. — *Essais d'immunisation contre la peste aviaire.* Note (*) de Mlle **Georgette Cordier**, MM. **Jean Clavieras** et **Aziz Ounaïs**, transmise par M. Gaston Ramon.

La peste aviaire qui jusqu'en avril 1946 était inconnue en Tunisie, y a fait brusquement son apparition à cette époque et s'y est solidement implantée. L'affection posait, entre autres problèmes, la mise au point d'un procédé d'immunisation.

Sources de virus. — Dans la première série d'essais le virus vaccinal était représenté par un virus de rates récoltées sur des cadavres très frais ou sur des malades sacrifiés à la période ultime. Dans la deuxième série, il s'agissait d'un virus de culture en embryon de poulet.

La détermination du titrage comparatif de la virulence du virus rate et du virus de culture d'un troisième passage en série effectué sur embryons, selon une gamme de dilutions comprise entre 1/10 et 1/100000 a permis d'attribuer une valeur sensiblement comparable aux deux virus qui se sont révélés infectieux à $1/10^5$. La recherche du pouvoir virulent, pour le volatile, du virus de culture, ainsi que du virus de rate, a de même renforcé le parallélisme déjà admis à propos des embryons. Ce résultat devait apporter ultérieurement une amélioration considérable dans la préparation du vaccin, le milieu embryon réalisant à valeur virulente comparable, une source de virus, beaucoup plus abondante, moins onéreuse avec un matériel de production peu encombrant.

Procédés vaccinaux. — *a. Procédé Staub.* — L'impossibilité pour nous de conférer l'immunité à partir de broyages d'organes (rates) en suspension au

(1) M. Polonovski, *Biochimie médicale*, 1938, p. 433.

(*) Séance du 1er mars 1948.

1/5 ou au 1/10 en eau formolée, injectés même à forte dose (plusieurs centicubes), devait nous inciter à appliquer au virus pesteux deux procédés exploités par l'un de nous dans des essais d'immunisation contre la fièvre aphteuse ([1]).

b. Procédés par virus adsorbé par le carbone; c. par virus émulsionné en milieu gras. — Tout d'abord des tentatives préliminaires d'adsorption du virus pesteux par le carbone (virus rate dilué à des taux de 1 pour 10 à 1 pour 100 en eau distillée, additionné de carbone suractivé n° 200 Prolana, à 2 %) ont été couronnées de succès; le virus est parfaitement adsorbé par le carbone avec lequel il forme un complexe stable en milieu de pH voisin de 7.

Administré par voie digestive ou injecté par voie intramusculaire ou hypodermique, à des volailles, le complexe s'est comporté sensiblement de la même manière et a créé chez celles-ci un état pesteux dans les délais habituels. Ce complexe formolé à 2 ‰ s'est révélé capable d'immuniser les oiseaux de basse-cour déjà sur la base de 4 centigrammes de pulpe par kilo de poids. Après un certain nombre d'expériences la préférence a été accordée à la formule suivante :

Préparation du vaccin au carbone. — La suspension virulente obtenue d'une pulpe de rates ou d'embryons broyée à l'appareil de Latapie ou au mortier, étendue de 5 fois son poids d'eau distillée, est placée après filtration sur mousseline, à la glacière pendant 18-24 heures puis centrifugée, le liquide surnageant après addition de C à 2 % est fortement agité pendant 1/2 heure pour réaliser le complexe, puis formolé à 3-4 ‰. Le culot des débris cellulaires est également formolé dans les mêmes conditions et les deux préparations abandonnées à 81-20° pendant 48 heures, délai après lequel l'on procède à une vérification de leur stérilité. Le culot est alors incorporé au complexe et le vaccin est prêt à l'emploi.

Préparation du vaccin gras. — Le vaccin gras diffère du précédent par l'absence de C et par le fait que le virus formolé est émulsionné en excipient gras à raison d'une partie de virus pour 1 de lanoline et 3 d'huile de vaseline.

Expérience comparative de la valeur des différents vaccins.

	Lot n° 1.	Lot n° 2.	Lot n° 3.	Lot n° 4.
Nature du vaccin et dose injectée.	Vaccin C 1^{cm^3} en I. M.	Vaccin gras $2^{cm^3},5$ en I. M. ([2])	Vaccin pulpe formolée 1^{cm^3} en I. M.	Témoin
Nombre de volailles par lot.	5	5	5	5
	Après 16 jours les sujets des 4 lots sont éprouvés par contact avec des sujets atteints de peste.			
Résultats de l'épreuve.	0 malade 0 mort	0 malade 0 mort	1 malade après 5 jours mort le 6ᵉ jour 1 malade après 6 jours mort le 7ᵉ jour 1 malade après 11 jours mort le 13ᵉ jour	Tous malades du 5ᵉ au 7ᵉ jour Tous morts après 7 jours
Survivants.	5	5	2	0

([1]) G. Cordier, *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1364; *Réc. Méd. Vét.*, **115**, n° 10, 1939, p. 599, et **116**, n° 2, 1940, p. 69; *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 707, 771.

([2]) A noter que $2^{cm^3},5$ de vaccin gras ne referment que la moitié du virus contenu dans 1^{cm^3}, dose utilisée avec les autres vaccins.

Des essais analogues à l'aide des mêmes vaccins C et gras ont été tentés dans des élevages de l'extérieur où il a été possible périodiquement de choisir quelques sujets en vue de les soumettre au laboratoire, à des épreuves du même ordre que celle ci-dessus. Dans la dernière en date, entièrement satisfaisante dans ses résultats, il s'agissait d'animaux vaccinés le 28 octobre et transportés le 7 janvier au contact de volailles pesteuses.

Conclusions. — 1° Le virus pesteux aviaire est adsorbable par le carbone végétal; cette propriété peut être exploitée dans la préparation d'un vaccin; 2° Le virus formolé, adsorbé par le carbone ou émulsionné en milieu lanoline, huile de vaseline, réalise un vaccin capable de conférer un état de résistance à la peste aviaire, manifeste après 15 jours; après deux mois et demi l'immunité ne paraît pas s'être modifiée; 3° Le virus de culture est susceptible de remplacer le virus dans la préparation de ces vaccins.

A $15^h 50^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 30^m$.

L. B.

ERRATA.

(Séance du 16 janvier 1948.)

Note de M. *Panos Grammaticakis*, Remarques sur l'absorption dans l'ultraviolet moyen de quelques composés phénylés et vinylés :

Page 729, 12e ligne, *au lieu de*

$CH^3.CH{=}CH + CH{=}CH{-}$, *lire* $CH^3.CH{=}CH.CH{=}CH{-}$.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 31 MARS 1948.

PRÉSIDENCE DE M. GABRIEL BERTRAND.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL dépose sur le Bureau de l'Académie la *Connaissance des temps ou des mouvements célestes à l'usage des astronomes et des navigateurs pour l'an* 1948, publiée par le BUREAU DES LONGITUDES.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur des équations fonctionnelles caractérisant les polynomes.* Note de M. PAUL MONTEL.

1. Soit $f(x)$ une fonction continue de la variable x; désignons par

$$\Delta_h[f] = f(x+h) - f(x)$$

l'accroissement de $f(x)$ pour l'accroissement h de la variable et soit

$$\Delta_{h_2}\Delta_{h_1}[f] = \Delta_{h_2}\big[\Delta_{h_1}[f]\big] = \Delta_{h_1}[f(x+h_2)] - \Delta_{h_1}[f(x)]$$

et, de même,

$$\Delta_{h_n}\Delta_{h_{n-1}}\ldots\Delta_{h_2}\Delta_{h_1}[f] = \Delta_{h_n}\big[\Delta_{h_{n-1}}\Delta_{h_{n-2}}\ldots\Delta_{h_1}[f]\big].$$

La différence d'ordre n, $\Delta_{h_1}\Delta_{h_2}\ldots\Delta_{h_n}$ a une valeur indépendante de l'ordre des accroissements.

2. Tout polynome de degré $n-1$ d'une variable x vérifie l'équation

$$\Delta_{h_1}\Delta_{h_2}\ldots\Delta_{h_n} = 0.$$

Réciproquement :

THÉORÈME. — *Si la fonction $f(x)$, continue de la variable réelle x, vérifie le système d'équations fonctionnelles*

$$\Delta_{h_1}\Delta_{h_2}\ldots\Delta_{h_n} = 0, \qquad \Delta_{k_1}\Delta_{k_2}\ldots\Delta_{k_n} = 0,$$

dans lequel le rapport h_i/k_j $(i, j = 1, 2, \ldots, n)$ est irrationnel, $f(x)$ est un polynome de degré $n-1$ au plus.

L'hypothèse que tous les rapports h_i/k_j soient irrationnels est indispensable. En particulier, si $h_1 = h_2 = \ldots = h_n = h$, $k_1 = k_2 = \ldots = k_n = k$, on voit que

les équations

$$\Delta_h^n = 0, \qquad \Delta_k^n = 0$$

caractérisent, si h/k est irrationnel, les polynomes de degré $n-1$ [1].

3. Soient $f(z)$ une fonction analytique de la variable complexe z et h, k, l trois périodes indépendantes, c'est-à-dire telles qu'il n'existe entre elles aucune relation linéaire à coefficients entiers. Le théorème de Jacobi exprime que toute fonction analytique vérifiant le système

$$\Delta_h = 0, \qquad \Delta_k = 0, \qquad \Delta_l = 0$$

est une constante.

Tout polynome en z de degré $n-1$ vérifie l'équation

$$\Delta_{h_1}\Delta_{h_2}\ldots\Delta_{h_n} = 0.$$

Réciproquement :

Théorème. — *Si la fonction analytique $f(z)$ vérifie le système d'équations fonctionnelles*

$$\begin{cases} \Delta_{h_1}\Delta_{h_2}\ldots\Delta_{h_n} = 0, \\ \Delta_{k_1}\Delta_{k_2}\ldots\Delta_{k_n} = 0, \\ \Delta_{l_1}\Delta_{l_2}\ldots\Delta_{l_n} = 0, \end{cases}$$

dans lequel les accroissements h_i, k_j, l_s $(i, j, s = 1, 2, \ldots, n)$ sont indépendants, $f(z)$ est un polynome de degré $n-1$ au plus.

La condition relative aux accroissements est indispensable.

4. On obtient des résultats un peu différents pour les fonctions de plusieurs variables. Soit par exemple $f(x, y)$ une fonction continue de deux variables réelles x et y. Posons

$$\Delta_h[f] = f(x+\eta, y+\eta') - f(x, y), \qquad h = \eta + i\eta'.$$

On peut alors énoncer le théorème suivant :

Théorème. — *Toute fonction continue de deux variables réelles x et y vérifiant le système*

$$\Delta_{h_1}\Delta_{h_2}\ldots\Delta_{h_n} = 0, \qquad \Delta_{k_1}\Delta_{k_2}\ldots\Delta_{k_n} = 0, \qquad \Delta_{l_1}\Delta_{l_2}\ldots\Delta_{l_n} = 0,$$

dans lequel les accroissements h_i, k_j, l_s $(i, j, s = 1, 2, \ldots, n)$ sont strictement indépendants, est un polynome dont le degré par rapport à l'ensemble des variables ne dépasse pas $[(n-1)(n+2)/2]$.

La condition de stricte indépendance des accroissements est indispensable. Elle revient à dire que le corps de périodes ayant pour base h_i, k_j, l_s admet des périodes infinitésimales dont les directions sont partout denses par rapport à toutes les directions du plan.

---

[1] *Cf.* Paul Montel, *Sur quelques extensions d'un théorème de Jacobi* (*Prace Matematiczno Fisycne*, 1936, p. 315-329).

4. Tout polynome à deux variables dont le degré ne dépasse pas $n-1$ vérifie le système précédent. Si le degré $m=n+h$ est égal ou supérieur à n, le polynome doit remplir certaines conditions et, lorsque ce degré dépasse $3(n-1)/2$, les directions des accroissements doivent aussi être soumises à des conditions. Celles-ci n'agissant que sur les directions des vecteurs-accroissements, on peut toujours déterminer les grandeurs de ces vecteurs de manière à assurer leur stricte indépendance.

Pour exprimer ces conditions, rappelons que deux polynomes homogènes du même degré m, $f(x, y)$ et $\varphi(x, y)$ sont dit apolaires lorsque chacun d'eux est égal à la somme des m puissances $m^{\text{ièmes}}$ des facteurs du premier degré qui constituent l'autre. Si l'on écrit

$$f(x, y)=A_0x^m+A_1x^{m-1}y \quad +\ldots+A_{m-1}xy^{m-1} \quad +A_my^m,$$
$$\varphi(x, y)=B_0x^m+C_m^1B_1x^{m-1}y+\ldots+C_m^{m-1}B_{m-1}xy^{m-1}+C_m^mB_my^m,$$

les C_m^r désignant les coefficients de la puissance $m^{\text{ième}}$ d'un binome, la condition d'apolarité s'exprime par l'égalité

$$A_0B_m-A_1B_{m-1}+A_2B_{m-2}-\ldots\pm A_{m-1}B_1\mp A_mB_0=0.$$

Désignons par $\varphi_1(x, y)$, $\varphi_2(x, y)$, $\varphi_3(x, y)$ les polynomes admettant respectivement, comme facteurs du premier degré, les binomes en x et y qui, égalés à zéro, représentent les directions des vecteurs h_i pour φ_1, k_j pour φ_2, l_s pour φ_3.

Pour que le polynome $f(x, y)$, de degré n, vérifie le système, il faut et il suffit que f et φ_1, f et φ_2, f et φ_3 soient apolaires. Si $m=n+h$, $h>0$, $f(x, y)$ doit être égal à la somme des n puissances $m^{\text{ièmes}}$ des binomes constituant φ_1 et de même pour φ_2 et φ_3. Pour qu'il en soit ainsi, il faut et il suffit que chacune des $h+1$ dérivées partielles de $f(x, y)$ constitue avec φ_1, φ_2, φ_3 des groupes apolaires.

Lorsque le degré m est supérieur ou égal à $3(n-1)/2$, pour que le polynome $f(x, y)$ existe, il faut et il suffit que l'on puisse trouver trois polynomes ϖ_1, ϖ_2, ϖ_3, de degré h, satisfaisant à l'identité

$$\varpi_1\varphi_1+\varpi_2\varphi_2+\varpi_3\varphi_3\equiv 0.$$

5. On obtient des résultats analogues pour une fonction analytique de deux variables complexes z et z'. Il faut introduire dans ce cas un système de cinq équations fonctionnelles du type précédent et telles que tout groupe de cinq accroissements, dont chacun correspond à l'une des équations, forme, dans l'espace réel à quatre dimensions, un corps de périodes admettant des périodes infinitésimales dont les directions sont partout denses par rapport à toutes les directions de cet espace ou partout denses sur des variétés linéaires à trois dimensions.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la statistique des cas purs en Mécanique ondulatoire.* Note de M. **Louis de Broglie.**

Dans une Note précédente (¹) nous avons présenté quelques remarques sur l'application du théorème des probabilités composées en Mécanique ondulatoire. Nous voudrions ici préciser quelques aspects de cette importante question.

Rappelons d'abord la nature du problème en raisonnant sur le cas des probabilités discontinues. Soient par exemple deux variables aléatoires U et V susceptibles de prendre respectivement les séries discontinues de valeurs $u_1, u_2, \ldots$ et $v_1, v_2, \ldots$. On admet habituellement en statistique mathématique qu'il existe une probabilité P_{ik} de réalisation *simultanée* des hypothèses $U = u_i$ et $V = v_k$, et l'on prend comme probabilité de $U = u_i$ l'expression $\sum_k P_{ik}$ et comme probabilité de $V = v_k$ l'expression $\sum_i = P_{ik}$. Tout naturellement, on est aussi conduit à définir la probabilité $P_k^{(i)}$ de constater $V = v_k$ quand on a déjà constaté que $U = u_i$ et la probabilité $P_i^{(k)}$ de constater $U = u_i$ quand on a déjà constaté que $V = v_k$ par les formules

$$P_{ik} = P_k P_i^{(k)} = P_i P_k^{(i)}. \tag{1}$$

On en déduit que

$$P_i = \sum_k P_k P_i^{(k)}, \qquad P_k = \sum_i P_i P_k^{(i)}. \tag{2}$$

Il a été rappelé dans la Note précitée que ce formalisme ne s'applique pas à la statistique des cas purs en Mécanique ondulatoire, du moins quand U et V désignent des grandeurs non commutantes telles que l'abscisse x et la composante correspondante de quantité de mouvement p_x d'un corpuscule. Dans ce cas, en effet, l'on ne peut mesurer simultanément les grandeurs U et V, et cette impossibilité de constater les valeurs simultanées des deux grandeurs ne permet plus de définir la probabilité P_{ik}. Au fait qu'il n'y a plus de P_{ik}, correspond le fait que l'on peut avoir

$$P_i P_k^{(i)} \neq P_k P_i^{(k)}, \tag{3}$$

contrairement à ce qu'exigeait la formule (1). On peut ici encore définir les probabilités P_i, P_k, $P_k^{(i)}$, $P_i^{(k)}$, mais elles ne satisfont plus nécessairement aux relations (2).

La divergence que l'on constate ici entre les conceptions usuelles de la statistique mathématique et la statistique des cas purs en Mécanique ondulatoire a

(¹) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 874.

son origine dans le fait suivant : en statistique mathématique usuelle, on admet que les diverses grandeurs aléatoires U, V ont dans chaque cas particulier une valeur bien définie et que la constatation de cette valeur ne peut en aucune façon influer sur la valeur des autres grandeurs. Ce sont là des *postulats d'objectivité* qui s'imposent naturellement dans les problèmes de Physique macroscopique en vue desquels a été développée jusqu'ici la statistique mathématique. Ainsi, si l'on mesure en vue de comparaisons statistiques, la taille et le tour de poitrine d'un lot de conscrits, il ne viendra à l'idée de personne que la mesure de la taille d'un conscrit puisse faire varier son tour de poitrine ou inversement. Or ce sont ces postulats admis comme évidents par la statistique macroscopique qui cessent d'être valables dans les statistiques microphysiques. Pour préciser ceci, nous allons développer un exemple qui montre sous une forme frappante et instructive cette différence de points de vue.

Considérons un jeu de 32 cartes du type usuel. A chaque carte est attachée la valeur de 2 variables U et V : sa couleur $(\underset{1}{\text{cœur}}, \underset{2}{\text{pique}}, \ldots)$ et son grade $(\underset{1}{\text{as}}, \underset{2}{\text{roi}}, \ldots)$. Il y a donc 4 valeurs possibles de probabilité 1/4 pour U et 8 valeurs possibles de probabilité 1/8 pour V. On peut constater simultanément la couleur et le grade, ce qui permet de définir la probabilité P_{ik}. Par exemple, la probabilité pour qu'une carte choisie au hasard soit un roi de cœur sera $P_{12} = (1/32)$. On peut retrouver cette probabilité des valeurs simultanées de U et de V en supposant qu'ayant tiré au hasard une carte du jeu, on constate successivement sa couleur, puis son grade ou inversement : on retrouve ainsi la valeur de P_{12} soit sous la forme $P_1 P'^{(1)}_2 = (8/32).(1/8)$, soit sous la forme $P_2 P'^{(2)}_1 = (4/32).(1/4)$. On retrouverait aussi aisément les formules (2). Tout le formalisme habituel se vérifie donc ici sans difficulté.

Mais supposons maintenant que le fait de constater la couleur d'une carte puisse influer sur son grade ou inversement. Cette hypothèse entraîne logiquement que l'on ne puisse constater simultanément la couleur et le grade, les deux constatations ne pouvant plus avoir lieu que successivement dans un ordre d'ailleurs quelconque (impossibilité de mesurer simultanément U et V). De telles suppositions sont évidemment absurdes quand il s'agit d'un jeu de cartes au sens usuel qui est un objet macroscopique, mais les corpuscules de l'échelle atomique se comportent effectivement comme le feraient les cartes du jeu que nous imaginons. Avec des cartes douées de ces propriétés paradoxales, nous pouvons encore admettre que l'on ait $P_i = (1/4)$ et $P_k = (1/8)$, mais les probabilités P_{ik} n'ont plus de sens et l'on peut avoir l'inéquation (3). Pour préciser, supposons que le fait de constater la couleur « cœur » entraîne automatiquement pour le grade la valeur « roi », tandis que le fait de constater que la carte est un roi entraîne automatiquement pour la couleur la valeur « pique », ce qui revient à poser : $P'^{(1)}_k = 0$, sauf si $k = 2$ et $P'^{(2)}_i = 0$, sauf si $i = 2$. Alors la probabilité de trouver cœur et roi en constatant d'abord la couleur, puis le

grade, sera $8/32.1 = (1/4)$, tandis que la probabilité de trouver roi et cœur en constatant d'abord le grade, puis la couleur, sera $4/32.0 = 0$. D'ailleurs la probabilité de faire la constatation « roi » après avoir fait la constatation « cœur » ne serait pas égale à la probabilité de faire directement la constatation « roi » que nous supposons toujours égale à $4/32$.

Remarquons encore que si, après avoir fait la seconde constatation, nous voulions recommencer la première, nous ne trouverions plus nécessairement le même résultat qu'auparavant. Ainsi, avec l'exemple ci-dessus, ayant constaté successivement que la carte est un cœur, puis un roi, nous ne pouvons pas dire que c'est un roi de cœur puisqu'une nouvelle constatation de la couleur doit nous donner « pique ». Toutes ces circonstances sont entièrement analogues à celles que l'on rencontre en Microphysique pour les grandeurs non commutantes.

Il importe de souligner que, dans le jeu de cartes à propriétés étranges que nous venons d'imaginer, les cartes perdent au moins partiellement les caractères d'objectivité qu'elles possèdent dans les jeux usuels. Dans ceux-ci, les cartes ont des caractéristiques objectives bien définies : l'une d'elles, par exemple, étant roi et cœur, est un roi de cœur. C'est là ce qui permet de définir les probabilités P_{ik} et de poser les relations (1) et (2). Au contraire, dans le jeu que nous venons d'imaginer, les cartes n'ont plus de caractéristiques objectives : aucune d'elles n'est, à priori, un roi de cœur, et même quand on a fait sur l'une d'elles les constatations successives « cœur » et « roi », on ne peut pas, d'après ce qui précède, dire que ce soit un roi de cœur. Comme pour les cas purs de la Mécanique ondulatoire, on peut encore définir les probabilités P_i, P_k, $P_k^{(i)}$ et $P_i^{(k)}$, mais elles n'obéissent plus aux relations (2).

Cet exemple et d'autres analogues qu'on pourrait aisément former montrent la nécessité de construire, en écartant certains postulats suggérés par l'étude des problèmes statistiques de l'échelle macroscopique, une théorie statistique plus générale que celle qui est usuelle et susceptible de contenir comme cas particulier la statistique des cas purs de la Mécanique quantique avec son formalisme mathématique précis.

GÉOMÉTRIE. — *Sur le problème des géométries non euclidiennes.*

Note de M. **Dimitri Riabouchinsky**.

1. *Nouvelle interprétation et généralisation de la géométrie de Lobatchevsky.* — Soient ABC et A′B′C′ (*fig.* 1) deux triangles curvilignes dont les côtés *c*, *b*, *a* et *c′*, *b′*, *a′* sont des *géodésiques* H déterminées (¹) respectivement par

(¹) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 860.

l'intersection de l'hyperboloïde $x^2+y^2+(iz)^2=1$, avec les trois plans

$$z=0, \qquad y=0, \qquad (x-y\operatorname{cotg} c)z_3 - z\sqrt{1+z_3^2}=0$$

et de l'hyperboloïde $x^2+y^2+(iz)^2=-1$, avec les plans

$$x=0, \qquad y=0, \qquad xz'_3\sqrt{z'^2_2-1}+yz'_2\sqrt{z'^2_3-1}-z\sqrt{z'^2_2-1}\sqrt{z'^2_3-1}=0,$$

z_3 est l'ordonnée du point C de l'intersection des côtés a et b et z'_2, z'_3, celles des points B′, C′. La position des points C, C′ sur les hyperboles b et b' n'est pas précisée sur la figure, car c'est le cas limite où z_3 et z'_3 tendent vers l'infini

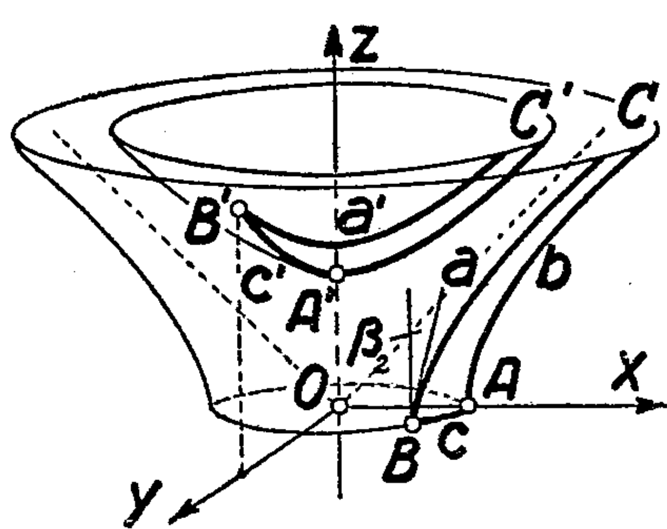


Fig. 1.

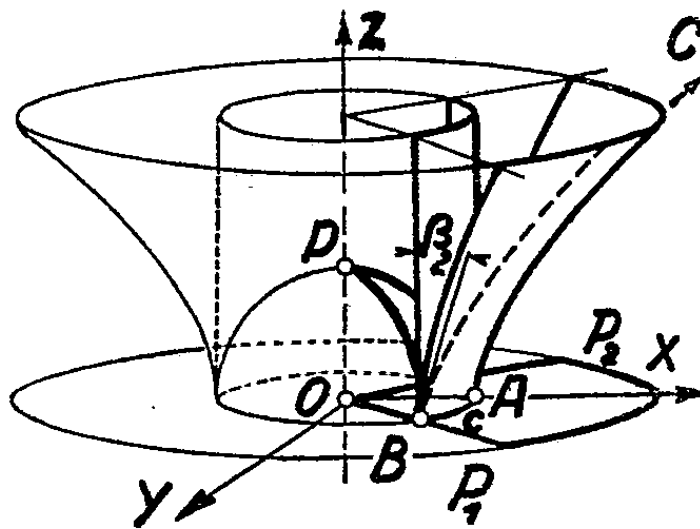


Fig. 2.

qui nous intéresse actuellement. Nous désignerons les angles opposés aux côtés a, b, c et a', b', c' respectivement α, β, γ et α', β', γ'. Sur la figure 1, α et α' sont des angles droits. On a ([2])

$$(1) \quad \cos\alpha \ (\text{ou } \operatorname{ch}\alpha) = -D_2D_3(a_2a_3+b_2b_3+c_2c_3), \qquad D_\nu = 1:\sqrt{a_\nu^2+b_\nu^2+c_\nu^2} \quad (\nu=2, 3)$$

et, en permutant les indices 1, 2, 3, on obtient des expressions analogues pour $\cos\beta$, $\cos\gamma$, ainsi que pour $\cos\alpha'$, $\cos\beta'$, $\cos\gamma'$. Les a_ν, b_ν, c_ν et a'_ν, b'_ν, c'_ν sont respectivement les mineurs des déterminants Δ, Δ' constitués par les coordonnées x_ν, y_ν, z_ν et x'_ν, y'_ν, z'_ν ($\nu=1, 2, 3$) des points A, B, C et A′, B′, C′

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \cos c & \sin c & 0 \\ \sqrt{1-(iz_3)^2} & 0 & iz_3 \end{vmatrix}, \qquad \Delta' = \begin{vmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & \sqrt{-(iz'_2)^2-1} & iz'_2 \\ \sqrt{-(iz'_3)^2-1} & 0 & iz'_3 \end{vmatrix}.$$

Il vient ainsi

$$a_1 = iz_3\sin c, \qquad b_1 = -iz_3\cos c, \qquad c_1 = -\sqrt{1-(iz_3)^2}\sin c, \qquad a_2=0,$$
$$b_2 = iz_3, \qquad c_2=0, \qquad a_3=0, \qquad b_3=0, \qquad c_3=\sin c \qquad \text{et} \qquad a'_1 = iz_3\sqrt{-(iz'_2)^2-1},$$
$$b'_1 = iz'_2\sqrt{-(iz'_3)^2-1}, \qquad c'_1 = -\sqrt{-(iz'_2)^2-1}\sqrt{-(iz'_3)^2-1}, \qquad a'_2=0,$$
$$b'_2 = -i\sqrt{-(iz'_3)^2-1}, \qquad c'_2=0, \qquad a'_3 = -i\sqrt{-(iz'_2)^2-1}, \qquad b_3=0, \qquad c_3=0.$$

([2]) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 143.

En substituant ces valeurs dans les équations (1) et en effectuant un passage à la limite pour $z_3 \to \infty$ et $z'_3 \to \infty$, on trouve *pour l'hyperboloïde à une nappe*

$$\operatorname{ch}\alpha = i \operatorname{sh}\alpha_2 = 0, \quad \operatorname{ch}\gamma = 1, \quad \operatorname{ch}\beta = i \operatorname{tang} c \quad \text{ou} \quad \operatorname{ch}\left(\frac{\pi}{2} + \beta_2\right) = i \operatorname{sh}\beta_2 = i \operatorname{tang} c$$

et, par conséquent, $\operatorname{ch}\beta_2 \cos c = 1$, et *pour l'hyperboloïde à deux nappes*

$$\cos\alpha' = 0, \quad \cos\gamma' = 1, \quad \cos\beta' = -\sqrt{(z'_2)^2 - 1} : z'_2 = -\operatorname{tgh} c' \quad \text{ou} \quad \operatorname{ch} c' \sin\beta' = 1.$$

Cette dernière équation est celle qui détermine *l'angle de parallélisme* β' de Lobatchevsky. De même que l'équation $\operatorname{ch} c' \sin\beta' = 1$ peut être déduite de l'équation de Taurinus $\cos\gamma' = -\cos\alpha' \cos\beta' + \sin\alpha' \sin\beta' \operatorname{ch} c'$ en y posant $\gamma' = 0$, $\alpha' = \pi/2$, l'équation $\operatorname{ch}\beta_2 \cos c = 1$ peut être déduite de l'équation

$$\operatorname{ch}\gamma = \operatorname{sh}\alpha_2 \operatorname{sh}\beta_2 + \operatorname{ch}\alpha_2 \operatorname{ch}\beta_2 \cos c,$$

obtenue précédemment ([3]), en y posant $\gamma = 0$, $\alpha_2 = 0$.

Il résulte de ces développements que la géométrie à deux dimensions de Lobatchevsky peut être interprétée comme trigonométrie de l'hyperboloïde à deux nappes et qu'elle apparaît alors comme cas particulier d'une trigonométrie plus générale, celle des hyperboloïdes conjugués.

2. *Quelques considérations sur les postulats* 4, 5, 6 *d'Euclide*. — En faisant varier dans l'équation $x^2 + y^2 + \varepsilon z^2 = r^2$ le paramètre ε de ∞ à $-\infty$ (*fig.* 2), on passe par continuité du disque ($\varepsilon = \infty$), aux ellipsoïdes ($\varepsilon > 0$), au cylindre ($\varepsilon = 0$), aux hyperboloïdes à une nappe ($\varepsilon < 0$), et comme cas limite ($\varepsilon = -\infty$), à l'anneau plat de largeur indéfiniment grande.

Limitons notre attention aux portions de ces surfaces comprises entre les plans P_1OZ et P_2OZ, et considérons les géodésiques H_1, H déterminées respectivement par l'intersection des quadriques avec le plan XOZ et avec le plan passant par la droite OP_1 en formant un angle β avec le plan $Z = 0$.

Si $\varepsilon > 0$, les géodésiques H coupent la géodésique H_1 pour toutes les valeurs de l'angle β comprises entre 0 et $\pi/2$ et, pour $\beta = \pi/2$ les arcs H et H_1 avec leurs arcs supplémentaires, symétriques par rapport au plan $Z = 0$, *contiennent un espace*.

Si $\varepsilon < 0$, les géodésiques H ne coupent pas la géodésique H_1, lorsque l'angle β est inférieur à $\pi/2$, mais supérieur à $\pi/2 - \beta_2$, β_2 figurant ici sous forme d'angle circulaire. Par conséquent, si, dans le cas d'un hyperboloïde à une nappe, la géodésique c (*fig.* 2) rencontre les géodésiques H_1(AC) et H(BC), situées dans le même *plan hyperbolique*, en faisant d'un même côté des angles intérieurs dont la somme $\pi/2 + \beta$ soit moindre que deux droits, *il n'en résulte pas nécessairement que les géodésiques* H_1 *et* H *prolongées indéfiniment se rencontrent du côté où cette somme est inférieure à deux droits.*

([3]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 862.

Dans les trigonométries elliptiques et hyperboliques ce sont les angles formés par deux quelconques des diamètres conjugués d'Apollonius qui jouent le rôle d'angles droits, et ces *angles droits* ne sauraient être considérés, du point de vue usuel, comme étant *tous égaux entre eux*.

Si l'on fait croître indéfiniment le rayon r des quadriques, les particularités des géométries elliptique, hyperbolique et euclidienne cessent d'être discernables dans des domaines finis, mais dans leur généralité chacune de ces géométries conserve son caractère propre.

Il semble résulter de cette discussion que les postulats 4, 5, 6 d'Euclide devaient préciser que les géométries elliptique et hyperbolique restent en dehors du cadre de ses *Eléments*. Il est important de rappeler à ce propos que, d'après le témoignage de Pappus et Proclus, commentateurs des *Eléments*, Euclide a écrit quatre livres sur les coniques, qu'on n'a pas retrouvés, et tout ce qu'on en connaît se trouve principalement dans les travaux d'Apollonius.

BIOCHIMIE DE L'HÉRÉDITÉ. — *L'acide désoxyribonucléique du noyau cellulaire, dépositaire des caractères héréditaires; arguments d'ordre analytique.* Note (*) de MM. **André Boivin**, **Roger Vendrely** et Mme **Colette Vendrely**.

Nous avons exposé antérieurement ([1]) comment l'analyse du phénomène des mutations (*dirigées*) chez les bactéries, par des principes actifs de nature désoxyribonucléique, conduit à faire de l'acide désoxyribonucléique du noyau cellulaire le dépositaire des caractères héréditaires de l'espèce. Chaque gène aurait pour constituant essentiel une macromolécule d'un acide désoxyribonucléique particulier. S'il en va bien ainsi, chez une même espèce vivante la quantité absolue d'acide désoxyribonucléique doit être la même pour tous les noyaux de toutes les cellules, à l'exception des gamètes (haploïdes) qui doivent en contenir deux fois moins. Nous avons entrepris de soumettre cette hypothèse au contrôle de l'expérience, en opérant sur des noyaux isolés provenant de cellules animales, et nous rapportons ici nos premier résultats.

Techniques employées : 1° *Isolement des noyaux*. — Nous inspirant spécialement des travaux de Stoneburg, nous avons eu recours au broyage des tissus en présence d'acide citrique (M/3), suivi de centrifugations différentielles répétées à basse température. Cela nous a permis d'obtenir des grammes de noyaux, absolument débarrassés de tous débris cellulaires.

2° *Numération des noyaux*. — Nous avons utilisé une *cellule* servant à compter les globules sanguins.

(*) Séance du 22 mars 1948.

([1]) A. Boivin, R. Vendrely et Y. Lehoult, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 646; A. Boivin, *Cold Spring Harbor Symp. quant. Biol.*, **12**, 1947, p. 7; A. Boivin, R. Tulasne et R. Vendrely, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 703.

3° *Dosage de l'acide désoxyribonucléique dans les noyaux.* — Nous avons commencé par priver les noyaux de leur acido-soluble par de l'acide trichloracétique froid, puis en avons retiré l'acide nucléique total par de l'acide trichloracétique chaud (selon Schneider), pour le doser par les purines qu'il libère à l'hydrolyse; nous en avons retranché l'acide ribonucléique estimé colorimétriquement (suivant von Euler) dans l'extrait trichloracétique obtenu à chaud. Nous avons contrôlé nos résultats, d'une part par une séparation de l'acide désoxyribonucléique à la soude (selon Schmidt et Thannhauser), suivie du dosage de cet acide par les purines, d'autre part par une évaluation colorimétrique (suivant Dische) du désoxyribose contenu dans l'extrait trichloracétique obtenu à chaud. Ces diverses méthodes ont fourni des résultats concordants. Un calcul aisé nous a permis ensuite de rapporter les données analytiques à un seul noyau.

Nous avons opéré sur des noyaux isolés du foie, du pancréas, du rein et du thymus provenant de veaux. Il s'agit là d'organes différant largement les uns des autres tant par la taille que par le degré de colorabilité de leurs noyaux et qui, au surplus, présentent des richesses fort diverses en acide désoxyribonucléique (le thymus est, par exemple, 10 à 20 fois plus riche que le foie, à l'unité de poids d'organe total). Certains de ces organes (foie, thymus) ne livrent guère qu'une seule catégorie de noyaux; d'autres (pancréas, rein) en livrent plusieurs en mélange. Or chose remarquable, lorsqu'on recherche la teneur absolue d'un noyau en acide désoxyribonucléique, on trouve très sensiblement la même valeur d'un organe à l'autre et d'un individu à l'autre, soit en moyenne $6,5 \times 10^{-6}\gamma$, avec des écarts ne dépassant pas 10 % et qu'expliquent largement les erreurs d'origine analytique. Nous avons opéré, d'autre part, sur des spermatozoïdes de taureaux et avons trouvé alors une teneur de $3,4 \times 10^{-6}\gamma$, c'est-à-dire très approximativement la moitié de celle qui répond aux organes.

Les noyaux isolés renferment une quantité d'acide désoxyribonucléique se situant autour de 25 à 30 % de leur poids sec. Ils sont par contre très pauvres en acide ribonucléique (par exemple 0,3 à $0,5 \times 10^{-6}\gamma$ par noyau, soit environ 20 fois moins que d'acide désoxyribonucléique). Mais nous nous sommes aperçus que l'acide citrique, à la concentration utilisée par nous, solubilise largement les ribonucléoprotéines s'il laisse insolubles les désoxyribonucléoprotéines. D'autre part, il a l'avantage d'inhiber totalement l'action des désoxyribonucléases (mais non des ribonucléases) éventuellement présentes.

Nous nous proposons d'étendre progressivement ces recherches à d'autres espèces animales : autres Mammifères (y compris l'Homme), Oiseaux, Vertébrés inférieurs et Invertébrés. Il sera intéressant de rechercher, sur du matériel approprié (gamètes d'échinodermes, par exemple) si, dans une même espèce, les ovules et les spermatozoïdes ont vraiment le même contenu en acide désoxyribonucléique. Les tissus végétaux et les microorganismes retiendront également notre attention. Nous pouvons déjà dire que chez les Bactéries (chez le Colibacille en particulier) le noyau bactérien, dont le diamètre est de l'ordre du demi-micron, renferme une quantité d'acide désoxyribonucléique de l'ordre de

$10^{-8}\gamma$, au lieu de $10^{-6}\gamma$ chez les bovidés. A la suite de ses expériences d'irradiation, D. E. Lea(²) évalue à quelques centaines le nombre des gènes chez les bactéries. Si l'on admet qu'il existe une proportionnalité, au moins grossière, entre la teneur d'un noyau en acide désoxyribonucléique et le nombre de ses gènes, cela conduit à plusieurs dizaines de milliers de gènes pour les bovidés, résultat tout à fait plausible. D'autre part, compte tenu de la valeur du nombre d'Avogadro fournie par les physiciens, des observations de Lea et des nôtres, on peut calculer la masse moléculaire du gène désoxyribonucléique bactérien; on arrive à un ordre de grandeur de 10000000, fort acceptable. Nous pensons que l'analyse du noyau à travers la série des êtres vivants ne pourra manquer d'apporter des données vraiment intéressantes concernant la biochimie de l'hérédité.

M. **Edmond Sergent** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage qu'il vient de publier en collaboration avec M. Étienne Sergent et intitulé *Histoire d'un marais algérien*.

DÉSIGNATIONS.

MM. **Camille Gutton**, **Pierre Lejay**, Membres de l'Académie, **Robert Bureau**, **Bernard Lecaux**, **Junior Gauzit**, **André Haubert**, **Édouard Picault**, **René Rivault**, **Étienne Vassy** sont désignés pour représenter la France à l'Assemblée générale que tiendra l'**Union Radioscientifique Internationale** à Stockholm, au mois de juillet 1948.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats au poste de Directeur de l'*Observatoire du Puy-de-Dôme*.

(Renvoi à la Commission des Instituts de Physique du Globe.)

M. **Robert Esnault-Pelterie** adresse l'expression de ses sentiments de condoléances à l'occasion du décès de M. *Alfred Lacroix*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Augustin Boutaric. *Au seuil de l'ère atomique*.

2° Raymond Decary. *Plantes et animaux utiles de Madagascar*.

3° B. M. Sen. *Light and Matter*.

(²) *Actions of Radiations on living Cells*, 1947, New-York.

4° ÉLIE SAVOFF. *The truth about the sun and the universe, the most beautiful discovery of the centuries.*

5° Union géodésique et géophysique internationale. Association de volcanologie. Septième Assemblée générale de Washington, septembre 1939. Commission géodésique et géophysique de l'État hellénique. *Étude sur le volcanisme de la région de Ferai (Thrace occidentale) pendant le Néogène*, par N. LIATSIKAS, présentée par D. HONDROS.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une identité d'Abel* (¹).
Note de M. **NICOLAS BAGANAS**, présentée par M. Paul Montel.

1. Soit $R(z)$ un polynome premier avec sa dérivée; nous avons démontré que : *le problème de trouver la forme générale d'un polynome $\rho(z)$ tel que l'intégrale $\int \frac{\rho\, dz}{\sqrt{R}}$ s'exprime par une somme de logarithmes de fonctions algébroïdes d'ordre fini ayant un nombre fini de points de ramification, est équivalent au suivant :*

Trouver la forme générale des fonctions entières $f_1(z)$, $f_2(z)$ d'ordre fini, qui vérifient l'identité

$$f_1^2(z) - f_2^2(z) R(z) \equiv 1. \tag{1}$$

Cette identité est analogue à celle d'Abel,

$$A^2(z) - B^2(z) R(z) \equiv 1, \tag{2}$$

où A, B désignent des polynomes.

Abel a été amené à l'étude de l'identité (2) en cherchant toutes les intégrales de la forme $\int \frac{\rho\, dz}{\sqrt{R}}$ qui peuvent s'exprimer par le logarithme d'une fonction rationnelle de z et de $\sqrt{R(z)}$; il est arrivé à la proposition suivante (²) :

Pour qu'il existe un polynome ρ, il faut et il suffit que le développement de $\sqrt{R}$ en fraction continue algébrique soit périodique.

Il est clair que, si deux polynomes A, B donnent lieu à l'identité (2), le degré du polynome R est *pair*, ce qui n'est *nullement nécessaire* pour l'existence de deux fonctions entières f_1, f_2 vérifiant l'identité (1).

Nous avons étudié l'identité (1) en distinguant deux cas suivant la parité du degré s de $R(z)$.

a. Supposons s *impair*

On a alors le théorème suivant :

THÉORÈME. — *Toutes les fonctions entières d'ordre fini qui vérifient l'identité* (1)

(¹) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 545 et p. 988.

(²) N.-H. ABEL, *Sur l'intégration de la formule différentielle $\rho\, dx/\sqrt{R}$, etc.* (*Œuvres complètes*, t. I).

sont de la forme

$$f_1(z) = \pm \operatorname{ch}(C\sqrt{R}), \qquad f_2(z) = \pm \frac{1}{\sqrt{R}} \operatorname{sh}(C\sqrt{R}),$$

C désignant un polynome.

b. Supposons s pair.

Théorème. — *Si le développement de* $\sqrt{R}$ *en fraction continue algébrique est* périodique, *toutes les fonctions entières d'ordre fini qui vérifient l'identité* (1) *sont de la forme*

$$f_1(z) = \pm \frac{1}{2} \left[(A + B\sqrt{R})^m e^{C\sqrt{R}} + (A - B\sqrt{R})^m e^{-C\sqrt{R}} \right],$$

$$f_2(z) = \pm \frac{1}{2\sqrt{R}} \left[(A + B\sqrt{R})^m e^{C\sqrt{R}} - (A - B\sqrt{R})^m e^{-C\sqrt{R}} \right],$$

A, B *étant deux polynomes fixes vérifiant l'identité* (2), C, *un polynome variable et* m, *un entier variable.*

Le cas où l'on ne peut affirmer la périodicité du développement de $\sqrt{R}$ en fraction continue algébrique paraît difficile. Les fonctions $f_1 = \pm \operatorname{ch}(C\sqrt{R})$, $f_2 = \pm (1/\sqrt{R}) \operatorname{sh}(C\sqrt{R})$ vérifient, quelle que soit la parité de s, l'identité (1), mais, étant donné $R(z)$, on ne sait pas, en général, reconnaître s'il existe d'autres fonctions entières d'ordre fini vérifiant cette identité.

2. Le problème de reconnaître par un nombre fini d'opérations s'il existe un couple de polynomes A, B vérifiant l'identité d'Abel se traduit comme suit. Étant donné le polynome $R(z)$, reconnaître par un nombre fini d'opérations s'il existe une fonction rationnelle qui admette comme fonction exceptionnelle au sens strict l'algébrique $u = \sqrt{R(z)}$.

La solution de ce problème n'est pas possible, du moins dans le cas général ([3]).

Je mentionnerai ici un théorème concernant des questions analogues :

Soit

$$F(u, z) = u^n + A_1(z) u^{n-1} + \ldots + A_n(z) = 0$$

une équation irréductible, dans laquelle $A_i(z)$ sont des polynomes, définissant une fonction algébrique $u(z)$ ayant le point $z = \infty$ comme point de ramification d'ordre $n - 1$.

Théorème. — *Toute fonction algébrique, exceptionnelle au sens strict pour* $u(z)$, *est définie par une équation de la forme*

$$E(u, z) F(u, z) + c = 0,$$

$E(u, z)$ *étant un polynome en* u, z, *et* c *une constante* $\neq 0$; *la réciproque est évidente.*

([3]) *Voir* P. Appell et É. Goursat, *Théorie des fonctions algébriques*, **1**, 1929, p. 354-358.

Ce théorème nous permet de résoudre le problème suivant :

Étant donnée une fonction algébrique $b(z)$, trouver les fonctions algébriques exceptionnelles au sens strict pour $b(z)$, dont les branches forment un seul système circulaire dans le domaine du point $z=\infty$; en particulier, trouver les polynomes exceptionnels pour l'algébrique $b(z)$: c'est le problème de M. P. Montel.

Ce théorème nous permet d'affirmer, dans certains cas, que deux courbes algébriques ont au moins un point commun à distance finie.

Exemple. — Soit $u(z)$ l'algébrique définie par l'équation $u^3 - au + bz = 0$ (a, b constantes); le point $z=\infty$ est un point de ramification d'ordre 2. Il n'existe pas de polynomes, de fonctions rationnelles, ni de fonctions algébriques à deux branches, exceptionnels pour $u(z)$.

Les courbes $u^3 - au + bz = 0$, $P(z)u^2 + Q(z)u + R(z) = 0$ (P, Q, R, polynomes) se coupent toujours à distance finie.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'approximation des fonctions continues.* Note (*) de M. **Marc Zamansky**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Nous signalons dans cette Note quelques propriétés de la suite $\{P'_n(x)\}$ des dérivées des polynomes $P(x)$ convergeant uniformément vers une fonction continue.

I. Soient $f(x)$ une fonction continue, de période 2π, $\omega(h)$ son module de continuité, $\{P_n(x)\}$ une suite de polynomes trigonométriques convergeant uniformément vers $f(x)$, $\pi_n(x)$ le polynome de meilleure approximation d'ordre n, E_n la meilleure approximation, $\mu_n = \max|\pi'_n|$.

Soit $\varphi(x)$ une fonction continue non croissante tendant vers zéro quand x devient infini.

Si $|P_n(x) - f(x)| < [\varphi(n)/n^{k-1}]$ *où* k *est entier* > 0, *il s'ensuit que*

$$|P_n^{(k)}| < A + n\varphi(n) + B\int_{n_0}^{n} \varphi(x)\,dx,$$

où A *est une constante ne dépendant que de* n_0 *et* B *une constante absolue.*

Il suffit en effet de prouver cette inégalité pour une suite de valeurs de n telles que a^p (a entier ≥ 2 fixe); on écrit

$$|P_{a^p} - P_{a^{p+1}}| < \frac{\varphi(a^p)}{a^{p(k-1)}} + \frac{\varphi(a^{p+1})}{a^{(p+1)(k-1)}}$$

et l'on applique le théorème de Bernstein. Ce résultat contient ceux démontrés précédemment (¹).

(*) Séance du 22 mars 1948.

(¹) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 704.

Dans le cas où *quel que soit n*, $|P_n(x) - f(x)| < K\omega(1/n)$, on a *quels que soient n et x*, $|P'_n(x)| < Cn\omega(1/n)$, où C est une constante indépendante de x et de n. Il suffit en effet de le prouver pour une suite particulière approchant $f(x)$ à moins de $K\omega(1/n)$ près et l'on peut alors utiliser les sommes de Jackson.

Nous démontrons que :

Les fonctions pour lesquelles $\mu_n = o(nE_n)$ *satisfont à l'égalité*

$$E_n = \frac{1}{2}\omega\left(\frac{\pi}{n}\right)\left[1 + \frac{\theta_n \pi}{\lambda_n}\right],$$

où $\lambda_n = nE_n/\mu_n$ et $-1/2 < \theta_n < 1$

Donc, quel que soit θ compris entre 1 et θ_0 fixe, $[\omega(\theta\pi/n)]/[\omega(\pi/n)]$ tend uniformément vers zéro pour $n\infty$. On en conclut que :

Si pour une seule valeur de θ, $\lim_{n\infty}[\omega(\theta\pi/n)]/[\omega(\pi/n)] > 1$, (nE_n/μ_n) *est borné par une constante indépendante de n.*

On peut encore voir que si $\lim_{n\infty}\lambda_n = +\infty$, quel que soit $r > 0$, $\lim_{n\infty}(\lambda_n/n^r) = 0$ et si de plus λ_n ne décroît pas quand n croît, $\lim_{n\infty}(\lambda_n/n^r) = 0$.

Enfin, si pour une suite d'entiers n_p tels que $(n_{p+1}/n_p) < +\infty$, $(n_p E_{n_p}/\mu_{n_p}) \to +\infty$, $f(x)$ ne satisfait à aucune condition de Lipschitz d'ordre $\alpha > 0$.

II. Soient $f(x)$ une fonction continue pour $a \leqq x \leqq b$, $\{P_n(x)\}$ une suite de polynomes convergeant uniformément vers $f(x)$ sur les segments (a, b), ρ_n l'approximation. Pour $x < x'$ quelconques sur (a, b) on a

$$\left|\frac{f(x') - f(x)}{x' - x} - \frac{P_n(x') - P_n(x)}{x' - x}\right| < \frac{2\rho_n}{x' - x}.$$

Soit σ_n une suite de longueurs tendant vers zéro avec $(1/n)$ et telles que $(\rho_n/\sigma_n) \to 0$. A tout n on peut associer un système d'intervalles l_n lieu des points ξ_n tels que $P'_n(\xi) = [P_n(x + \sigma_n) - P_n(x)]/\sigma_n$ quand x varie sur (a, b). Alors à tout point ξ d'un résiduel on peut attacher une suite de points x_{n_p} tels que

$$\frac{P_{n_p}(x_{n_p} + \sigma_{n_p}) - P_{n_p}(x_{n_p})}{\sigma_{n_p}} = P'_{n_p}(\xi).$$

On en conclut que

Si $f(x)$ possède une dérivée finie en tout point, quelle que soit la suite $\{P_n(x)\}$ de polynomes convergeant uniformément vers $f(x)$ sur (a, b), l'ensemble $L(x)$ des valeurs d'accumulation de $P'_n(x)$ pour $n\infty$, contient la valeur $f'(x)$ sur un résiduel R de (a, b) qui ne dépend que de f et de $\{P_n\}$; et il n'existe pas de suite $\{P_n(x)\}$ telle que $\{P'_n(x)\}$ diverge en tout point de (a, b).

Puis :

Si sur un résiduel toute suite extraite de $\{P'_n(x)\}$ diverge, sur un résiduel $f(x)$ n'a pas de dérivée.

D'ailleurs on sait que si $f(x)$ a en tout point une dérivée finie l'ensemble E

des points au voisinage desquels elle est non bornée est non dense ([2]). On en conclut que :

Si une suite de polynomes interpolateurs $P_n(x)$ à nœuds partout denses converge uniformément vers $f(x)$, l'ensemble des points de (a, b) ou $P'_n(x)$ n'est pas borné pour $n\infty$ est non dense sur (a, b).

TOPOLOGIE ALGÉBRIQUE. — *Sur les cycles limites des réseaux de courbe couvrant une surface de genre $p > 1$.* Note (*) de Mme **Pierre-Louis Dubois-Violette**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Nous étudions les familles F de courbes C tracées sur une surface S de genre p et telles que par tout point de S, non singulier pour F passe une courbe C et une seule. A tout point de S, singulier pour F, aboutit un nombre fini, au moins égal à 3, de courbes C. Ces points singuliers sont alors en nombre fini. De telles familles F n'existent que pour $p \geqq 1$.

A. *Lorsque* F *admet deux cycles limites* Γ_1 *et* Γ_2 *topologiquement équivalents,* on peut passer de Γ_1 à Γ_2 en balayant une aire A topologiquement équivalente à l'aire d'une couronne circulaire. Par suite, la partie de F couvrant A est équivalente à un faisceau de courbes couvrant une couronne circulaire et admettant les deux cercles frontières de la couronne comme cycles limites.

B. Nous étudions dans la suite les familles F qui n'ont que des cycles limites deux à deux topologiquement distincts.

Dans ces hypothèses nous avons établi les théorèmes suivants :

Théorème I. — *Le nombre maximum n de cycles topologiquement distincts et disjoints deux à deux que l'on peut tracer sur une surface de genre p est* $n = 3p - 2$ pour $p > 1$; $n = 2$ pour $p = 1$; $n = 1$ pour $p = 0$. Le principe de la démonstration est le suivant : Soit ν le nombre maximum de cycles que l'on peut choisir parmi les n sans que leur ensemble morcelle la surface S. Soient $C_1 C_2 \ldots C_\nu$ ces ν cycles.

Considérons le cycle C_1, on montre ([1]) que l'on peut toujours se ramener au cas où l'on peut faire passer par C_1 une aire simplement connexe ne coupant S que le long de C_1. Dans ce cas on pourra déformer C_1 de manière à réduire ce cycle à un point M_1, et séparer alors les deux nappes de S qui se rejoignent en M_1. On obtient alors une surface S_1 de genre $(p-1)$ sur laquelle sont donnés $(n-1)$ cycles deux à deux disjoints et tels que l'on ne puisse passer de l'un à l'autre de façon continue sans traverser l'un au moins des deux points M'_1 M''_1 provenant du point M_1 précédemment obtenu.

([2]) A. Denjoy, *Journal de Mathématiques*, 1915.

(*) Séance du 22 mars 1948.

([1]) Au cours de la démonstration du théorème I, nous sommes amenés à énoncer les théorèmes V et VI.

On recommencera la même opération pour les ν cycles. On arrive finalement à une surface S_ν de genre $(p-\nu)$ sillonnée par $(n-\nu)$ cycles qui morcellent tous la surface S_ν. On déduit de ce fait que si n est le nombre maximum répondant aux hypothèses, on a nécessairement $\nu = p$.

Il reste alors à étudier la figure formée par les $(n-p)$ cycles restants et les $2p$ points M'_i, M''_i, sur la surface S_p de genre o pour établir le théorème énoncé.

THÉORÈME II. — *Le nombre maximum de cycles limites topologiquement distincts d'une famille* F *est égal à* $(n-1)$, *c'est-à-dire à* $3p-3$ *pour* $p>1$; 1 *pour* $p=1$; o *pour* $p=0$.

Ce nombre coïncide dans tous les cas avec celui des modules d'une classe de courbes de genre p.

THÉORÈME III. — *Il existe des familles* F *n'admettant ni cycle limite ni courbe fermée, quel que soit le genre* $p\,(p \geqq 1)$ *de la surface* S.

THÉORÈME IV. — *Étant donné* n_1 *courbes fermées ne limitant pas d'aire simplement connexes, topologiquement distinctes et disjointes deux à deux, il existe toujours des familles* F *admettant ces* n_1 *courbes comme cycles limites à l'exclusion de toute autre courbe.*

THÉORÈME V. — *Lorsqu'un cycle* C *morcelle une surface* S, *il existe une nappe simplement connexe se raccordant à* S *le long de* C *et une nappe simplement connexe orthogonale à* S *le long de* C.

THÉORÈME VI. — *Lorsqu'un cycle* C *ne morcelle pas la surface* S, *il existe sur* S *un cycle* C' *rencontrant* C *en un seul point. Si le plan tangent à* S *le long de* C *ne peut être identifié avec le plan tangent le long de* C *à une nappe simplement connexe, on peut fendre* S *le long de* C' *puis faire glisser* C' *sur lui-même un nombre entier de fois de manière à se ramener au cas où le plan tangent à* S *le long de* C *peut être identifié avec le plan tangent le long de* C *à une nappe simplement connexe.*

GÉOMÉTRIE. — *Sur certains cônes quadratiques issus des points d'une hypersurface de l'espace euclidien à n dimensions.* Note (*) de M. **Paul Vincensini**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Soit S une hypersurface de E_n, en chaque point $M[u^i, i=1, 2, \ldots, n-1]$ de laquelle est attaché un repère orthogonal unitaire $R[\vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_n]$, $\vec{e}_n$ étant normal à S. Avec les notations usuelles (¹), S est définie par les formes de Pfaff (satisfaisant aux équations de structure) $\omega_{ij} = -\omega_{ji}$, $\omega_{ni} = -\omega_{in}$, où $i, j, \ldots, \neq n$, ω^n étant nulle. Si, S étant déformable et $\overline{S}$ désignant une

(*) Séance du 15 mars 1948.

(¹) E. Cartan, *Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann*, Paris, 2e édition, 1946, p. 221 et suiv.

déformée, on attache à $\overline{M}$ (homologue de M) $\overline{R}$ (homologue de R), on a $\overline{\omega}^i = \omega^i$, $\overline{\omega}_{ij} = \omega_{ij}$. Attachons *invariablement* et *arbitrairement*, à l'hyperplan tangent en M à S, un point P de coordonnées relatives $[x^i(u^1, \ldots, u^{n-1}), x^n(u^1, \ldots, u^{n-1})]$, et cherchons les directions des déplacements de M sur S orthogonales à celles des déplacements correspondants de P. Le déplacement absolu de M a pour composantes relatives ω^i; celui de P est défini par $Dx^i = dx^i + \omega^i + \omega^j\omega_{ji} + x^n\omega_{ni}$, $Dx^n = dx^n + x^j\omega_{jn}$, et l'orthogonalité se traduit par

$$(1) \qquad \sum_1^{n-1} (\omega^i)^2 + \omega^i dx^i + x^j\omega_{ji}\omega^i + x^n\omega_{ni}\omega^i = 0.$$

(1) représente un cône quadratique (Q_M) à $n-2$ dimensions du $(n-1)$-plan tangent en M à S, et à chaque point M est attaché un tel cône.

2. Supposons S déformable, chaque point M entraînant R et P. Les cônes (Q_M) varient en général par rapport aux hyperplans tangents de S, mais *ils sont invariants par déformation de* S *si chaque point* P *est dans l'hyperplan tangent correspondant* ($x^n = 0$). Cette propriété généralise un résultat donné pour E_3 ([2]).

L'équation du cône invariant (Q_M) est

$$(2) \qquad \sum_1^{n-1} (\omega^i)^2 + \omega^i dx^i + x^j\omega_{ji}\omega^i = 0.$$

On déduit de (1) que si les surfaces $[P(x^i, x^n)]$, $[\overline{P}(\overline{x}^i, \overline{x}^n)]$ définissent deux associations quelconques (M, P), (M, $\overline{P}$), les cônes (Q_M) relatifs à la loi d'association $[M, \lambda P + (1-\lambda)\overline{P}]$, $\lambda = \text{const.}$, forment un faisceau linéaire. Si P et $\overline{P}$ sont constamment sur une même parallèle à la normale en M à S le résultat subsiste *avec* λ *fonction arbitraire des* u^i, de sorte que si (P) est une surface quelconque en correspondance ponctuelle avec S, et si l'on remplace (P) par une autre surface (quelconque) en déplaçant arbitrairement chaque point P parallèlement à la normale en M à S, les cônes (Q_M) relatifs à un point M déterminé, et résultant des diverses associations (M, P), appartiennent à un même faisceau, de bases, le cône asymptotique en $M[\omega_{ni}\omega^i = 0]$ et le cône invariant (2) relatif à la projection commune (x^i) des divers points $P(x^i, x^n)$ sur l'hyperplan tangent en M à S. Il en résulte que si pour une (P) [non réduite à l'hyperplan ∞], les cônes (2) sont *asymptotiques*, tous les cônes (Q_M) relatifs aux diverses associations (M, P) précédemment définies le sont aussi. Cette circonstance exige que l'on puisse adjoindre aux x^i une fonction x^n des u rendant le cône (1) indéterminé, et s'exprime, pour $[x^i(u), x^n(u)]$, par un système aux dérivées partielles linéaire du premier ordre (Σ) se ramenant, par

---

([2]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 520-522.

élimination de x^n, à un système analogue (Σ') toujours compatible dont l'intégration fournit x^n *sans intégration ultérieure*. Σ exprime la fixité absolue du point (x^i, x^n) si S *n'est pas continûment déformable*, ou donne les variétés $\mathcal{V}$ *correspondant à* S *avec orthogonalité des éléments linéaires* dans le cas contraire (général si $n = 3$). (Σ') renseigne donc sur la déformabilité de S et fournit les $\mathcal{V}$ éventuelles.

3. Les surfaces de E_3 correspondant par orthogonalité des éléments à une S donnée interviennent dans l'étude des déformations infinitésimales de S, des congruences W, ou des congruences conjuguées à un réseau de leur surface moyenne. L'équation du deuxième ordre dont elles dépendent habituellement est avantageusement remplacée par le système complètement intégrable (Σ') aux inconnues (x^1, x^2). Ainsi, la congruence la plus générale conjuguée à sa surface moyenne se déduit d'une S arbitraire en intégrant (Σ') et menant, par chaque point x^i, la parallèle à la normale à S; et l'on obtient ainsi, *simultanément*, la congruence *et sa surface moyenne* lieu de P[x^i, x^3], x^3 étant donné par (Σ) sans intégration.

Toute surface $\bar{S}$, correspondant à S avec orthogonalité des éléments sur les asymptotiques de S et leurs homologues, livre (n° 2) une solution de (Σ') : [x^1, x^2] est la projection d'un point quelconque de $\bar{S}$ sur le plan tangent correspondant de S. On peut, par exemple, rattacher à cette remarque le fait que le problème des éléments orthogonaux peut être complètement résolu pour les quadriques. Si S est une quadrique et $\bar{S}$ une surface arbitraire, et si l'on associe *arbitrairement*, à chaque génératrice de l'un ou l'autre système de S l'un de ses plans normaux, la correspondance entre un point M de S, et l'un des points communs aux traces de $\bar{S}$ sur les plans π_1, π_2 associés aux génératrices issues de M, est du type indiqué. La droite [π_1, π_2] perce le plan tangent en M au point (x^1, x^2) et l'on en déduit, *sans quadratures*, x^3 définissant avec x^1 et x^2 la surface générale correspondant par orthogonalité des éléments à S.

RELATIVITÉ. — *Sur l'intégration du problème des conditions initiales en mécanique relativiste.* Note (*) de Mme **Yvonne Fourès-Bruhat**, présentée par M. Élie Cartan.

Écrivant la métrique de l'espace temps sous la forme

$$ds^2 = \omega_0^2 - \Sigma\omega_i^2, \qquad \omega_0 = v\, dx^0, \qquad \omega_i = a_{ih}\, dx^h + \lambda_i\, dx^0.$$

Les équations d'Einstein s'écrivent

$$(1) \qquad \mathring{R}_{0i} = \bar{\nabla}_i P - \bar{\nabla}_h P_{hi},$$

$$(2) \qquad \mathring{R}_{00} + \Sigma \mathring{R}_{ii} = H^2 - P^2 + \bar{R}, \qquad H^2 = \Sigma P_{hl} P_{hl},$$

$$(3) \qquad \mathring{R}_{ij} = \bar{R}_{ij} + \frac{\bar{\nabla}_j(\partial_i v)}{v} - \partial_0 P_{ij} - PP_{ij} + P_{il}\bar{Q}_{lj} + \bar{Q}_{il} P_{lj},$$

(*) Séance du 15 mars 1948.

on a posé

$$P_{ij}=\gamma^{0}_{ij}, \qquad \overline{Q}_{ij}=\gamma_{i}{}^{h},$$

le système est en involution, les quatre dernières équations forment le *système des conditions initiales*, si elles sont vérifiées sur une section d'espace elles sont vérifiées partout.

Je me propose de chercher, étant données sur une hypersurface les composantes du tenseur d'énergie S^{β}_{α} par rapport à trois lignes coordonnées quelconques, ce qu'il suffit de connaître de la surface elle-même et de la position des lignes coordonnées par rapport à des éléments géométriques de cette surface pour que les équations d'Einstein déterminent, d'une part le $\overline{ds}^2$ de la surface

$$\overline{ds}^2=\Sigma\overline{\omega}_i^2, \qquad \overline{\omega}_i=a_{ih}\,dx^h,$$

d'autre part le ds^2 d'un univers correspondant.

Je me donnerai donc sur l'hypersurface les $S^{\beta}_{\alpha}(x^1, x^2, x^3, x^4)$, et les quatre fonctions arbitraires v, λ_1, λ_2, λ_3 de x^1, x^2, x^3, qui représentent les paramètres par rapport à un repère mobile, encore à déterminer, de la tangente à la ligne de temps.

Je considérerai le repère mobile auxiliaire rectangulaire, dont les trois axes tangents à la surface sont dirigés suivant les tangentes aux lignes de courbure au point correspondant. Les inconnues devront satisfaire à la condition

$$P_{ij}=0 \quad \text{pour} \quad i\neq j, \qquad P_{ij}=\frac{1}{2v}\left[a^{jh}\frac{\partial a_{ih}}{\partial x^0}+a^{ih}\frac{\partial a_{jh}}{\partial x^0}-\overline{\nabla}_i\lambda_j-\overline{\nabla}_j\lambda_i\right].$$

Les P_{ii} représentent alors les courbures principales de l'hypersurface. Les a_{ih} déterminent à la fois la position des lignes de courbure par rapport aux lignes coordonnées (repère mobile par rapport au repère naturel) et la métrique de la surface.

Les équations (1) s'écrivent alors

$$(1) \qquad \nabla_i P-\overline{\nabla}_i P_{ii}=\mathring{R}_{0i},$$

or

$$\overline{\nabla}_i P_{ii}=\partial_i P_{ii}+P_{ii}\gamma_{lii}+P_{li}\gamma_{lii}=\partial_i P_{ii}.$$

Donc (1) s'écrit

$$\partial_i(P_{hh}+P_{jj})=\mathring{R}_{0i} \qquad (h, j, i \text{ permutations de } 1, 2, 3),$$

$$a^{ik}\frac{\partial(P_{hh}+P_{jj})}{\partial x^k}=\mathring{R}_{0i}.$$

Exprimons maintenant les composantes $\mathring{R}_{0i}=\mathring{R}^0_i$ du tenseur d'énergie dans le repère mobile en fonction des composantes dans le repère naturel

$$\mathring{R}^0_i=\frac{d\mathring{x}^0}{dx^\alpha}\,\frac{dx^\beta}{d\mathring{x}^i}\,R^\alpha_\beta$$

avec

$$d\overset{\circ}{x}{}^0 = V\,dx^0, \qquad d\overset{\circ}{x}{}^i = a_{ih}\,dx^h + \lambda_i\,dx^0,$$

d'où

$$\overset{\circ}{R}_{0i} = \overset{\circ}{R}{}^0_i = V a^{ik} R^0_k = V a^{ik} S^0_k,$$

(1) devient

$$V a^{ik} S^0_k = a^{ik} \frac{\partial(P_{hh} + P_{jj})}{\partial x^k}$$

et en prenant $a^{ik} = e^{\theta} a^{*ik}$, θ fonction arbitraire des trois variables x^1, x^2, x^3.

Les trois équations (1) déterminent alors les P_{hh} si l'on connaît leurs valeurs sur un contour. Considérons maintenant l'équation (2)

$$\overset{\circ}{R}_{00} + \Sigma \overset{\circ}{R}_{ii} = \overline{R} + H^2 - P^2 = 2 S^0_0, \qquad H^2 = \Sigma(P^2_{ii}), \qquad P^2 = (\Sigma P_{ii})^2,$$

$$\overline{R} - 2\Sigma P_{jj} P_{hh} = 2\overset{\circ}{S}{}^0_0 = 2\left(S^0_0 - a^{ih}\frac{\lambda_i}{V} S^0_i\right).$$

C'est une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre elliptique pour la seule inconnue θ (1). Je l'étudierai ultérieurement.

Les deux formes fondamentales ainsi déterminées permettent, sous certaines hypothèses, de trouver l'espace-temps dans lequel l'hypersurface initiale est plongée.

AÉRODYNAMIQUE. — *Condensation des résultats expérimentaux concernant les couches limites turbulentes.* Note (*) de M. **Raymond Gœthals**, présentée par M. Joseph Pérès.

Les courbes de vitesses dans les couches limites se présentent sous la forme $u = f(y)$; (u, vitesse locale; y, distance à la paroi). Une représentation classique ramène ces courbes aux coordonnées sans dimensions $u/V = f(y/\delta)$; (V, vitesse potentielle; δ, épaisseur de la couche limite).

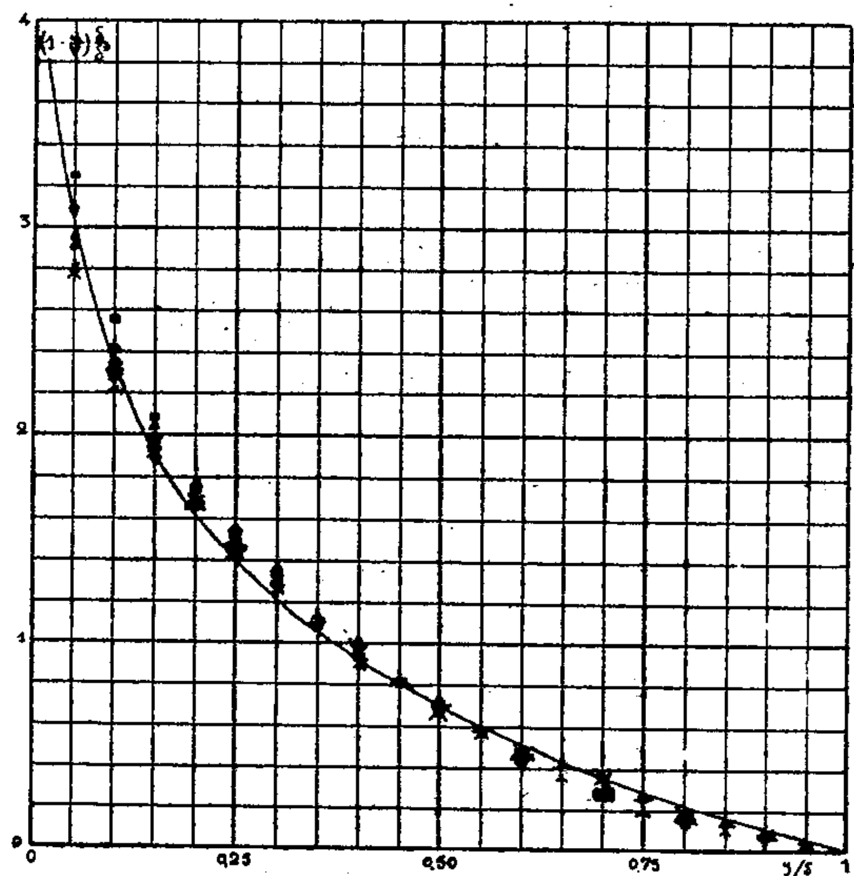
Nous avons utilisé une autre représentation qui a permis de grouper les résultats de nos travaux concernant les diffuseurs : nous portons en ordonnées le produit $(1 - u/V)\delta/\delta^*$; $\left[\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{V}\right) dy\right.$ étant l'épaisseur de déplacement$\Big]$ et en abscisses y/δ. Pour les diffuseurs, les courbes expérimentales, dont l'une est donnée plus loin, sont pratiquement confondues, du moins dans la zone non décollée.

Nous avons remarqué que cette représentation, à partir d'une courbe expé-

(1) Lichnerowicz, *Journ. de Math.*, XXIII, fasc. 1, 1944.

(*) Séance du 15 mars 1948.

rimentale quelconque des vitesses dans une couche limite turbulente donnait des résultats très voisins des premiers. Le graphique suivant (et le tableau numérique joint) groupe les résultats tirés de :



1° La courbe universelle des vitesses pour la plaque plane (d'après Nikuradse, traduction G. R. A. 644, p. 35), points △.

2° Une courbe de Nikuradse pour les tuyaux lisses pour R = 4.10³ (tirée de Bakhméteff, *Mécanique de l'écoulement turbulent des fluides*, p. 94), points ○.

3° Une courbe semblable pour un grand nombre de Reynolds : 3.240.10³ (même référence), points □.

4° Une courbe de Nikuradse pour les tuyaux rugueux (tirée de Bakhméteff, p. 106, pour $r/e = 15$), points +.

5° Une courbe de diffuseur (gradient de pression positif) (tirée de nos essais; diffuseur de 7°), points ×.

6° Une courbe de couche limite sur maquette du dirigeable Akron (N. A. C. A., Report n° 430, 1932, pour $x/c = 0,59$), points ⅄.

7° Une courbe dans un écoulement avec gradient de pression négatif (Gruschwitz, Ing. Arch., sept. 1931), pour $x = 59,3$, points ▽.

Il est à remarquer que ces courbes ont été prises au hasard et dans les cas les plus divers d'écoulement turbulent. On sait, d'autre part, que les mesures de vitesses dans les couches limites présentent toujours un certain caractère d'instabilité et que chaque point ne peut être obtenu qu'en amortissant l'appareil de mesure ou en faisant la moyenne des indications graphiques données par un enregistreur; aussi est-il certain qu'aux erreurs expérimentales près, les diverses courbes peuvent admettre une moyenne commune.

Sur le graphique a été également portée (en trait plein) la courbe logarithmique inspirée de la loi de Karman, et que nous avons par ailleurs utilisée

sous la forme simple

$$\frac{u}{V} = 1 + K \log \frac{y}{\delta},$$

le coefficient K étant déterminé à partir de la courbe expérimentale, on trouve ici immédiatement

$$\left(1 - \frac{u}{V}\right) \frac{\delta}{\delta^*} = \mathrm{Log}_e \frac{\delta}{y}.$$

On voit qu'à l'incertitude expérimentale près mentionnée ci-dessus, cette courbe théorique donne une bonne représentation des phénomènes, quoiqu'elle soit légèrement différente de la moyenne des résultats expérimentaux.

De cette représentation, on peut conclure qu'il existe une universalité dans la répartition des vitesses de tous les écoulements en régime turbulent au voisinage de parois que la loi logarithmique pourrait représenter avec une certaine approximation.

Tableau des valeurs de $\left(1 - \frac{u}{V}\right) \frac{\delta}{\delta^*}$ *en fonction de* $\frac{y}{\delta}$ *pour les sept documents précités.*

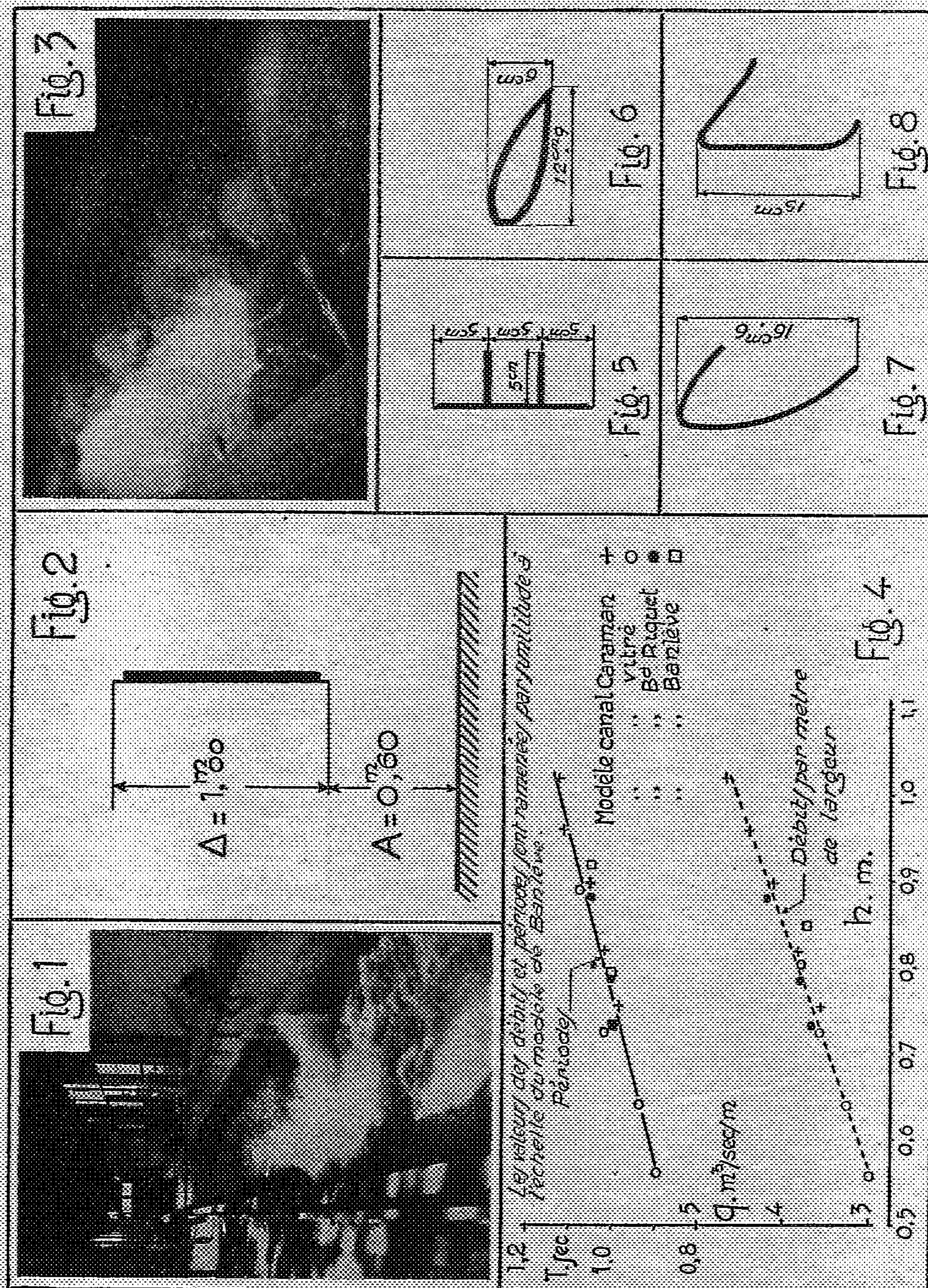
$\frac{y}{\delta}$.	1 △.	2 ○.	3 □.	4 +.	5 ×.	6 ¦.	7 ▽.
0,05.......	2,96	2,90	3,25	2,78	2,80	2,78	3,08
0,10.......	2,41	2,34	2,57	2,26	2,32	2,22	2,29
0,15.......	2,04	1,96	2,09	1,93	1,96	1,91	1,87
0,20.......	1,765	1,68	1,75	1,67	1,675	1,66	1,66
0,25.......	1,55	1,44	1,50	1,47	1,43	1,48	1,45
0,30.......	1,36	1,25	1,28	1,26	1,248	1,31	1,29
0,35.......	1,165	1,08	1,08	1,10	1,055	1,14	1,10
0,40.......	1,00	0,935	0,923	0,940	0,904	0,947	0,970
0,45.......	0,858	0,810	0,762	0,830	0,775	0,823	0,800
0,50.......	0,708	0,695	0,655	0,695	0,655	0,675	0,682
0,55.......	0,575	0,587	0,562	0,578	0,550	0,560	0,584
0,60.......	0,458	0,495	0,468	0,492	0,465	0,469	0,440
0,65.......	0,358	0,412	0,368	0,406	0,383	0,354	0,352
0,70.......	0,283	0,337	0,281	0,317	0,352	0,264	0,275
0,75.......	0,217	0,262	0,227	0,250	0,241	0,198	0,220
0,80.......	0,158	0,202	0,160	0,194	0,181	0,148	0,165
0,85.......	0,117	0,135	0,107	0,128	0,129	0,099	0,110
0,90.......	0,083	0,075	0,067	0,078	0,086	0,049	0,055
0,95.......	0,050	0,030	0,027	0,045	0,039	0,025	0,033

HYDRAULIQUE. — *Sur les phénomènes alternatifs intervenant dans le fonctionnement simultané des barrages mobiles en déversoirs et en vannes de fond.* Note (*) de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Dans une Note récente (1) nous avons signalé l'existence, dans certaines conditions que nous avons précisées, d'un phénomène alternatif particulièrement dangereux pouvant menacer les vannes déversoirs. Notre étude résultait de

(*) Séance du 15 mars 1948.

(1) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 781.



mesures faites avec un écran mobile constitué par une plaque verticale à minces parois, placée dans un canal de verre; l'écoulement s'effectuait sans aération et sans retenue aval.

Dans la présente Note, nous allons tout d'abord exposer comment de nouvelles

recherches nous ont permis d'étendre ce résultat à des ouvrages de dimensions industrielles et à procéder à une vérification étendue des lois de similitude de Reech Froude appliquées à ce phénomène; nous étudierons ensuite l'influence de la forme de la vanne sur les conditions d'écoulement.

1° *Expériences de Banlève et loi de similitude.* — Nous avons étudié quatre modèles géométriquement semblables dont les dimensions sont, entre elles, dans le rapport des chiffres 1-2,5-5-20 : le modèle le plus important est monté dans le canal de 4^{m} de largeur du laboratoire de Banlève (*fig.* 1) avec les dimensions indiquées sur la figure 2 : le débit utilisé atteint 14,800 m^{3}/sec, ces expériences nous conduisent aux conclusions suivantes :

a. Les phénomènes d'oscillation se produisent dans tous les modèles, dans des conditions tout à fait semblables : en particulier, lorsqu'on règle la retenue aval de telle sorte que le ressaut d'exhaussement se localise immédiatement après le barrage mobile, il se produit des vagues et des projections d'eau (*fig.* 1), qui, dans le modèle de Banlève, peuvent s'élever jusqu'à 4^{m} au-dessus du niveau moyen : la photographie de la lame déversante, prise depuis l'amont (*fig.* 3), montre le gonflement, d'ailleurs dissymétrique, qui caractérise la surface libre, à un stade déterminé des oscillations, avant que soit atteinte la zone tumultueuse des remous.

b. La mesure des débits et celle des périodes montrent que la loi de similitude de Reech Froude s'applique de façon quantitative aux phénomènes observés, avec une bonne approximation (*fig.* 4), malgré la valeur relativement élevée (20) atteinte par le rapport de similitude.

2° *Influence de la forme de l'écran.* — *a*. La présence de nervures pleines horizontales (*fig.* 5) contrarie la formation des tourbillons alternés et supprime presque totalement les oscillations.

b. Avec un profil carré, le phénomène alternatif subsiste, mais l'amplitude des oscillations est moindre que dans le cas de la plaque plane.

c. Avec un rectangle d'épaisseur moitié de la hauteur, on obtient des battements plus réguliers et d'amplitude plus forte, se rapprochant davantage de ceux qu'on observe avec le profil plan normal.

d. Avec un cylindre circulaire, l'écoulement se régularise beaucoup et il subsiste simplement un frémissement de la surface sans amplitude notable.

e. Nous avons réalisé un profil type (*fig.* 6) dont le tracé épouse à la fois la partie inférieure de la lame déversante et la partie supérieure de la veine issue de la lame de fond : aucun décollement appréciable ne se produit, quelle que soit la position de l'écran, et l'écoulement est parfaitement régulier.

f. Nous avons enfin étudié certains profils correspondant à des vannes industrielles (*fig.* 7 et 8) : les tourbillons n'existent pas, dans les limites de retenues prévues pour le fonctionnement de ces ouvrages, mais, par contre, pour des charges nettement plus fortes, correspondant à des valeurs de Δ/H inférieures à 0,60, le phénomène alternatif apparaît.

GRAVIMÉTRIE. — *Mesures gravimétriques dans l'Aurès, le Sahara sud-aurasien et le bassin du Chott Chergui*. Note (*) de M. **Jean Lagrula**, présentée par M. Pierre Lejay.

Le tableau ci-contre présente, avec les notations du Comité national de Géodésie, les résultats des mesures effectuées en Algérie, au cours de l'année 1947, au moyen du pendule Holweck-Lejay de l'Observatoire d'Alger. Une lacune importante de notre réseau gravimétrique a été comblée (Aurès et régions voisines), ainsi que des lacunes secondaires.

Au massif de l'Aurès correspondent, comme on s'y attendait, des anomalies de Bouguer négatives; mais, inférieures en valeur absolue à celles du bassin du Hodna, d'altitude nettement plus basse, ces anomalies sont appelées à être réduites par l'application des corrections topographiques : ces dernières ne seront calculables, dans une zone aussi tourmentée, que le jour où nous disposerons de cartes au 1/50 000ᵉ.

La singularité du Hodna, sur laquelle j'ai attiré l'attention des géologues et des géophysiciens, n'est donc pas dans la dépendance gravimétrique de l'Aurès. D'une façon générale le degré de régionalité, au sens de Uening Meinesz, paraît faible en Algérie. Dans une publication récente *The gravity field of the western and central Mediterranean*, Coster, tenant compte des anomalies isostatiques, conclut (pages 24 et suiv.) dans le même sens en ce qui concerne le littoral.

Il semble que la singularité du Hodna, ainsi que celle de la Mitidja et celle du littoral, c'est-à-dire les anomalies assez marquées pour résister à tout système de compensation, soient en corrélation avec des phénomènes géologiques assez récents. Or nous trouvons en Suède et en Finlande de sérieuses raisons de penser qu'un déplacement de masses superficielles (retrait de glace) peut avoir des conséquences (déséquilibre isostatique) dont le réajustement n'est pas terminé au bout de 200 siècles. Il serait du plus haut intérêt de connaître la limite, variable sans doute d'une région à l'autre, après laquelle les phénomènes géologiques sont morts pour la gravimétrie. Pour l'Algérie, j'adopte le principe suivant : Les déséquilibres isostatiques ne dépendent pas des transports de matière (érosion et sédimentation) antérieurs au pliocène. Les corrections isostatiques préciseront sa validité.

Il faut signaler, pour la première fois depuis 1935, un *saut* important de la période du pendule, suivi d'une variation rapide en sens inverse. Après quoi la dérive instrumentale est demeurée faible.

D'autre part, au cours des campagnes faisant l'objet de la présente communication, j'ai réoccupé, dans l'intention d'améliorer le réseau des bases

(*) Séance du 22 mars 1948.

Stations.	Longitude Est Greenwich.	Latitude.	Altitude.	Densité.	g.	g_0.	g''_0.	γ_0.	γ'_0.	$g_0-\gamma_0$.	$g''_0-\gamma_0$.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.
	° ′	° ′	m		gals	gals	gals	gals	gals	mgals	mgals	mgals	mgals
Branis.............	5 46,5	34 59,7	300	2,6	979,620	979,713	979,680	979,729	979,745	— 16	—49	—32	—65
M'Choumèche.......	6 00,6	57,2	342	2,6	602	708	670	726	742	— 18	—56	—34	—72
Zribet el Oued......	6 30,4	41,0	50	2,5	623	638	633	703	719	— 65	—70	—81	—86
Aïn Naga..........	6 05,5	41,3	2	2,5	648	649	648	703	719	— 54	—55	—70	—71
Ouled Djellal.......	5 04,0	25,5	194	2,6	623	683	662	681	697	+ 2	—19	—14	—35
Chaïba.............	4 55,5	50,5	433	2,6	599	733	686	716	732	+ 17	—30	+ 1	—46
Tolga..............	5 22,9	43,5	168	2,5	637	688	671	706	722	— 18	—35	—34	—51
Mac-Mahon.........	5 33,4	35 22,8	922	2,6	513	798	697	762	778	+ 36	—65	+20	—81
Arris..............	6 20,6	15,5	1200	2,6	454	824	693	751	767	+ 73	—58	+57	—74
Menaa.............	6 00,7	10,5	870	2,6	502	771	676	744	760	+ 27	—68	+11	—84
Mansourah.........	4 28,0	36 04,6	740	2,6	651	881	800	822	837	+ 59	—22	+44	—37
Zoui...............	7 21,6	35 17,2	1171	2,6	474	835	707	754	770	+ 81	—47	+65	—63
Ras el Heuch.......	7 37,4	34 50,7	783	2,6	520	762	676	716	732	+ 46	—40	+30	—56
Chéria.............	7 45,3	35 16,4	1103	2,6	488	828	708	753	769	+ 75	—45	+59	—61
Bir el Ater.........	8 03,3	34 44,2	868	2,6	492	760	665	707	723	+ 53	—42	+37	—58
Négrine............	7 31,0	28,6	323	2,6	570	670	635	685	701	— 15	—50	—31	—66
Elma el Abiod......	8 10,4	35 12,1	1022	2,6	506	822	710	747	763	+ 75	—37	+59	—53
El Méridj..........	8 13,8	47,9	630	2,6	674	868	799	799	814	+ 69	0	+54	—15
Aïn Beïda..........	7 23,4	47,9	999	2,6	571	880	771	799	814	+ 81	—28	+66	—43
Babar..............	7 06,6	09,8	1139	2,6	471	823	698	743	759	+ 80	—45	+64	—61
Djellal.............	6 53,4	34 55,2	1176	2,6	432	795	666	723	739	+ 72	—57	+56	—73
La Fayette.........	5 05,8	36 19,8	884	2,6	653	926	829	844	859	+ 82	—15	+67	—30
Oued Amizour......	4 54,3	38,5	80	2,6	887	912	903	871	886	+ 41	+32	+26	+17
Nili................	3 02,5	33 22,3	813	2,6	418	665	578	618	634	+ 47	—40	+31	—56
Berriane...........	3 45,9	32 49,9	533	2,6	433	598	540	548	564	+ 50	— 8	+34	—24
Kilomètre 42.......	3 50,2	14,2	457	2,6	407	546	497	500	516	+ 46	— 3	+30	—19
Zelfana............	4 13,1	23,2	350	2,6	425	533	495	512	528	+ 21	—17	+ 5	—33
El Hobra...........	4 44,4	10,3	240	2,6	423	494	469	495	511	— 1	—26	—17	—42
M'Raier............	5 55,9	33 57,5	—1	2,6	626	626	626	641	657	— 15	—15	—31	—31
Toual..............	0 50,3	34 43,9	1069	2,6	482	812	695	707	723	+105	—12	+89	—28
El Maï.............	0 25,4	24,5	1064	2,6	437	765	649	679	695	+ 86	—30	+70	—46
Médrissa...........	1 14,7	53,6	1111	2,6	470	812	691	721	737	+ 91	—30	+75	—46
Gueteifa...........	1 11,1	40,4	1037	2,6	465	785	672	702	718	+ 83	—30	+67	—46
Z'Raguet...........	0 45,3	37,3	1037	2,6	468	788	675	697	713	+ 91	—22	+75	—38
Aomar.............	0 30,7	33	1068	2,6	446	775	659	692	708	+ 83	—33	+67	—49
Hamiet Begar.......	0 45,2	26,7	1019	2,6	447	762	650	683	699	+ 79	—33	+63	—49

secondaires, 5 stations d'avant-guerre : Ghardaïa, Ouargla, Touggourt, Batna, Tébessa. Les résultats de ces contrôles semblant impliquer une variation, difficile à expliquer, de la sensibilité de l'instrument, j'ai exécuté en France une nouvelle campagne d'étalonnage qui a confirmé la modification présumée. Les présentes valeurs de g ont donc été calculées, à partir de la base Bouzaréa, avec la sensibilité $K = 195{,}6$ au lieu de l'ancienne valeur $197{,}9$.

OPTIQUE ÉLECTROMAGNÉTIQUE. — *Sur une nouvelle méthode de mesure des deux paramètres d'un milieu absorbant.* Note (*) de M. **Henri Arzelies**, présentée par M. Jean Cabannes.

Dans un Mémoire paru récemment ([1]), j'ai critiqué la méthode du point d'inflexion, et montré que son principe était inexact; j'ai proposé une nouvelle méthode qui permet la détermination de $\nu_0\chi_0$. La formule de l'intensité réfléchie à l'incidence normale fournit une deuxième relation entre les paramètres ν_0 et χ_0 à déterminer. Il est donc possible, en principe, de déduire ainsi ν_0 et χ_0 de la courbe de l'intensité réfléchie relative à l'onde 1 (vecteur électrique normal au plan d'incidence). La présente Note a pour but de signaler deux autres manières d'utiliser cette courbe (supposée tracée expérimentalement).

1° Considérons l'incidence i_k telle que $\sin^2 i_k = p:k$, k étant une constante positive fixée à priori. Pour cette incidence, nous avons ([2]) :

$$2\nu^2 = (k-1)\sin^2 i + \sqrt{(k-1)^2\sin^4 i + 4B^2},$$
$$2\chi^2 = -(k-1)\sin^2 i + \sqrt{(k-1)^2\sin^4 i + 4B^2}.$$

Portons ces valeurs dans l'équation $a^2 = f(i)$ relative à l'onde 1 ([3]); nous obtenons une expression ne contenant que i et B. Traçons la courbe correspondante en utilisant la valeur de B précédemment déterminée (relation donnant $\nu_0\chi_0$). L'intersection de cette courbe auxiliaire avec la courbe expérimentale des intensités correspond évidemment à l'incidence $i = i_k$, d'où le paramètre p, c'est-à-dire la différence $\nu_0^2 - \chi_0^2$. La constante k peut être choisie quelconque suivant les conditions de mesure, avec toutefois $k > p$. N'oublions pas que $p < 1$ est une condition nécessaire pour la méthode qui donne $\nu_0\chi_0$.

2° Un autre point intéressant de la courbe des intensités réfléchies pour l'onde 1 est $i = 90°$; la tangente à la courbe a pour équation, dans le cas des absorptions faibles,

$$f(i) = \frac{\sqrt{1-\nu_0^2} - 2\nu_0\chi_0\left(\frac{\pi}{2} - i\right)}{\sqrt{1-\nu_0^2} + 2\nu_0\chi_0\left(\frac{\pi}{2} - i\right)}.$$

Cette relation donne ν_0 si l'on connaît déjà $\nu_0\chi_0$. Il est à noter que la condition $p < 1$ s'écrit $\nu_0^2 - \chi_0^2 < 1$, soit encore ([4]) $\nu_{02}^2 - \chi_{02}^2 < \nu_{01}^2$.

(*) Séance du 15 mars 1948.

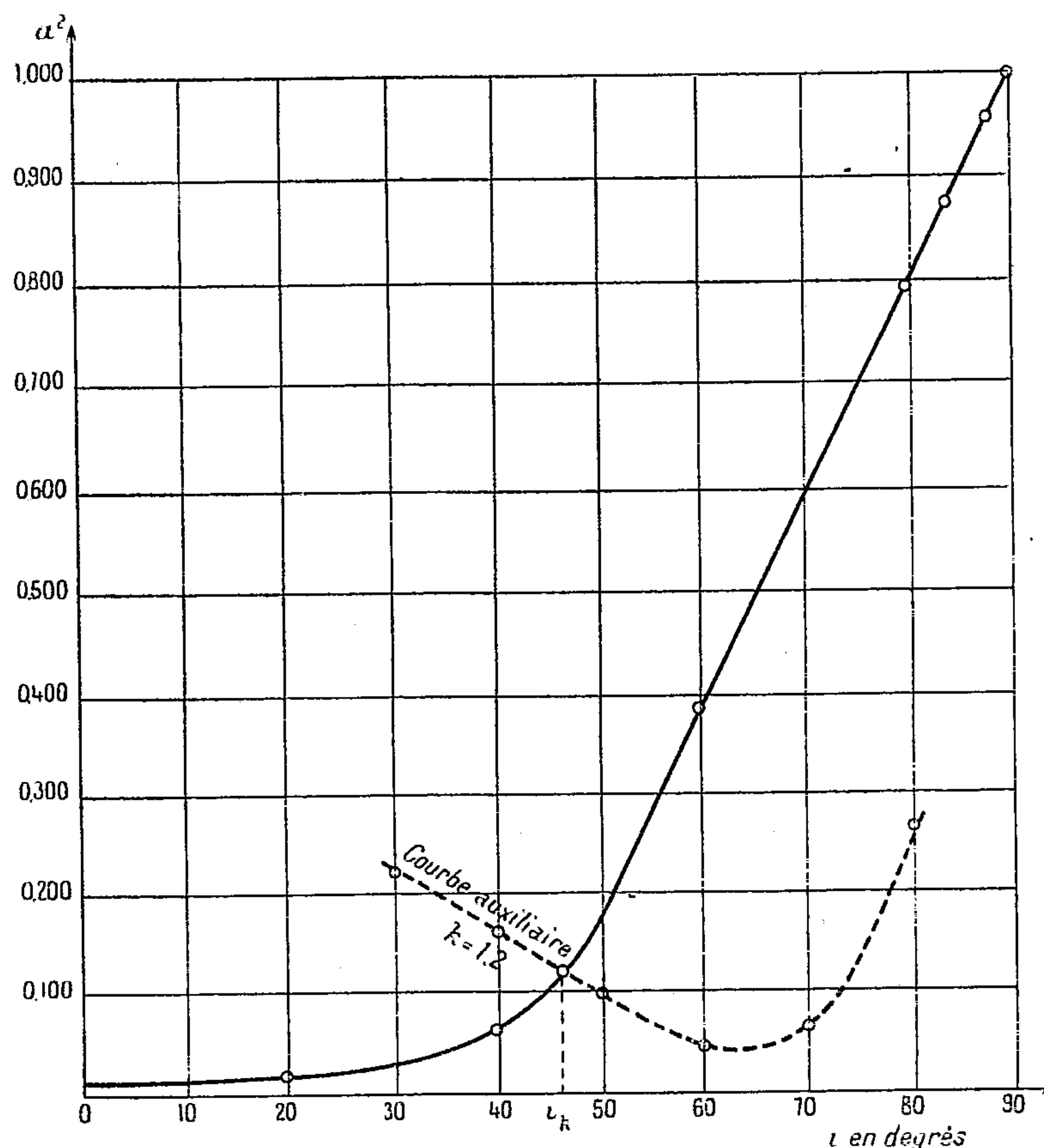
([1]) *Ann. de Phys.*, mars-avril 1947, § 44 *b.* et *c.*, p. 178-183. Je conserve les mêmes notations.

([2]) *Op. cit.*, § 19 *b.*, p. 154. Pour le sens de B, voir p. 148.

([3]) *Op. cit.*, p. 156.

([4]) *Op. cit.*, p. 155, Note 1.

Si $\chi_{02} < \nu_{02}$, il sera toujours possible de satisfaire à cette relation, en choisissant convenablement le premier milieu (indice ν_{01}); la méthode peut donc s'appliquer à tous les milieux diélectriques absorbants et à quelques métaux.



Si $\chi_{02} > \nu_{02}$, la méthode est inapplicable. En résumé, la courbe relative à l'onde I fournit quatre procédés de détermination pour les deux paramètres.

Remarque. — La figure donne un exemple d'application de la méthode du 1°.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Fluctuations de parcours dans l'aluminium et dans l'or d'un fragment de fission donné de l'uranium.* Note (*) de M. **Francis Suzor**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Nous avons déjà publié (¹) (²) les parcours moyens et maxima dans l'aluminium de plusieurs produits de fission donnés de l'uranium, obtenus avec une

(*) Séance du 15 mars 1948.

(¹) *J. Physique*, févr. 1947, p. 39.

(²) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1155.

méthode due à M. F. Joliot ([3]). Dans ces expériences nous utilisions une couche mince d'urane déposée électrolytiquement sur cuivre; la masse superficielle de 0,3 mg/cm² d'urane a été obtenue par mesure de l'ionisation totale des rayons α. Une statistique des α dans une plaque photographique *Ilford nuclear research* C2 a montré une pénétration de l'urane dans le cuivre et une épaisseur : $h = 5^{mm} \pm 1^{mm},2$ d'air. Avec une couche d'urane sur nickel de 0,3 mg/cm² préparée de la même façon : $h' = 1,^{mm}6 \pm 1^{mm},2$ d'air.

Afin d'obtenir une fluctuation de parcours moins grande des produits de fission, nous avons alors renouvelé avec les dépôts d'urane sur nickel les expériences donnant les parcours dans l'aluminium du ${}^{97}_{40}$Zr-17h- et du ${}^{(132)}_{52}$Te-77h-(irradiation aux neutrons thermiques). Les résultats sont donnés dans la figure 1 avec en pointillé les courbes précédemment obtenues ([1]) ([2])

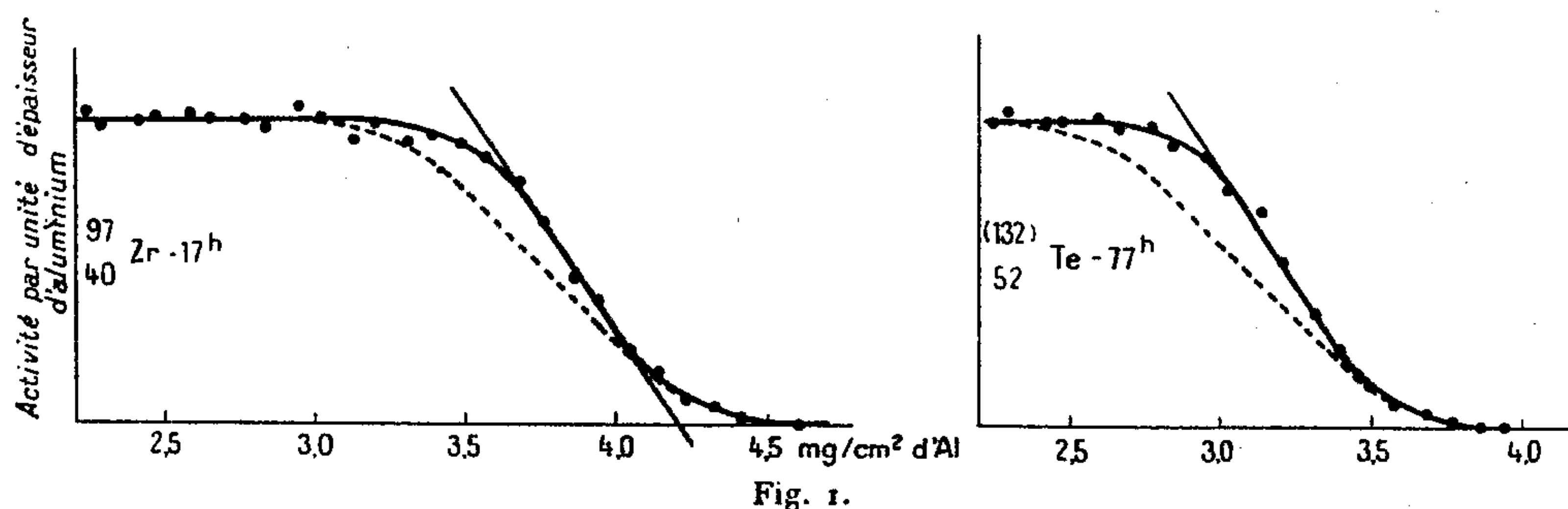


Fig. 1.

avec urane sur cuivre. Nous retrouvons bien les mêmes parcours maxima. Nous obtenons, en estimant d'après la courbe pour les parcours moyens π une précision de 0,05 mg/cm² d'Al et en y ajoutant les demi-épaisseurs apparentes des couches d'urane connues à $0^{mm},6$ d'air près :

${}^{97}_{40}$Zr-17 h-$\pi = 4,16 \pm 0,15$ mg/cm² d'Al (urane sur Cu).
$\pi = 3,99 \pm 0,15$ mg/cm² d'Al (urane sur Ni).
${}^{(132)}_{52}$Te-77 h-$\pi = 3,49 \pm 0,15$ mg/cm² d'Al (urane sur Cu).
$\pi = 3,34 \pm 0,15$ mg/cm² d'Al (urane sur Ni).

Les fluctuations sont les mêmes pour les deux produits de fission étudiés. Appelons λ la largeur à mi-hauteur de la courbe de Gauss des fluctuations de parcours données par l'expérience. λ_{Al} caractérisera la fluctuation de parcours proprement dite dans l'Al après soustraction de l'effet dû à la couche d'urane ($\lambda_u = h$) et de l'effet dû à la fluctuation de l'énergie cinétique initiale [$\lambda_E = 2^{mm}$ d'air, d'après les expériences de Flammersfeld-Jensen-Gentner ([4]) et celles de Fowler-Rosen ([5])]. Nous avons : $\lambda_{Al}^2 = \lambda^2 - \lambda_u^2 - \lambda_E^2$. Dans le cas de la couche d'urane sur Cu : $\lambda = 6^{mm},1$ d'air, d'où $\lambda_{Al} = 2^{mm},9$ d'air. Dans le cas de

([3]) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 488.
([4]) *Z. Physik*, **120**, 1943, p. 450.
([5]) *Phys. Rev.*, **72**, 1947, p. 926.

la couche d'urane sur Ni : $\lambda = 4^{mm},1$ d'air, d'où $\lambda_{Al} = 3^{mm},2$ d'air. En admettant une précision de $0^{mm},5$ sur λ, nous tirons de l'expérience avec couche d'urane sur Ni

$$\lambda_{Al} = 3^{mm},2 \pm 1^{mm},0 \text{ d'air.}$$

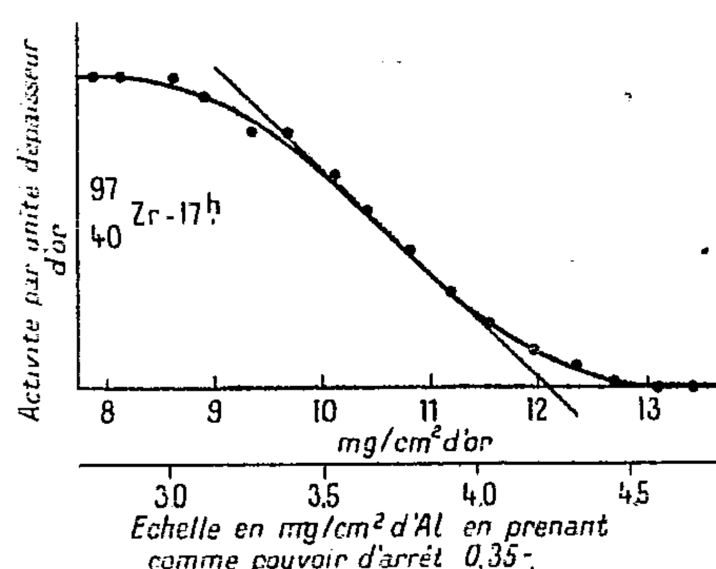


Fig. 2.

La même expérience a été faite dans l'or pour le $^{97}_{40}$Zr — 17h — en utilisant la couche d'urane sur Ni (*fig.* 2). Nous aurons alors : $\lambda_{or}^2 = \lambda^2 - \lambda_u^2 - \lambda_E^2 - \lambda_P^2$. λ_P caractérise la fluctuation de portée pour un parcours unique, car nous mesurons ici une portée et non un parcours. Cette distinction n'était pas nécessaire dans l'Al. Un calcul donnant les déviations moyennes dues aux chocs nucléaires en divers points du parcours nous a permis de dessiner un grand nombre de portées également probables pour un même parcours de $25^{mm},3$ d'air; nous avons trouvé ainsi $\lambda_P = 2^{mm}$ environ, la portée moyenne étant $23^{mm},6$.

Nous avons $\lambda = 6^{mm},6$ d'air, d'où

$$\lambda_{or} = 5^{mm},7 \pm 0^{mm},8 \text{ d'air.}$$

La théorie de Bohr (6) sur la fluctuation de parcours donnerait $\lambda_{Al} = 1^{mm},7$ d'air et $\lambda_{or} = 1^{mm},0$ d'air. Notons enfin que les fluctuations données par Bøggild-Arroë-Siggurgeirsson (7), pour l'ensemble des fragments lourds ou légers, sont du même ordre de grandeur que les nôtres; elles sont plus larges pour l'argon que pour l'hélium, et plus larges pour l'hélium que pour le deutérium ou l'hydrogène.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur les collisions élastiques des positons avec les négatons* (II). Note (*) de Mme **Ho Zah-Wei**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Dans un travail précédent (1) nous avons étudié expérimentalement les collisions élastiques des positons avec les négatons et nous les avons comparées,

(6) *Phys. Rev.*, 59, 1941, p. 270.
(7) *Phys. Rev.*, 71, 1947, p. 281.

(*) Séance du 15 mars 1948.
(1) W. Bothe et Ho Zah-Wei, *Nachrichten der Akademie der Wissenschaften in*

pour la première fois, avec les prévisions théoriques (²). Généralement l'accord entre la théorie et l'expérience est satisfaisant, cependant il semble que, pour l'échange d'énergie A,

$$A = \frac{E_0^+ - E_1^+}{E_0^+} = \frac{E_1^-}{E_0^+},$$

où E_0^+ est l'énergie de positon avant le choc, E_1^+ l'énergie de positon après le choc et E_1^- l'énergie de négaton après le choc;

1° $A < 0,5$, *la fréquence de choc est légèrement inférieure à celle de prévision théorique*, par contre, pour

2° $A > 0,5$, *la fréquence de choc est légèrement supérieure à celle de prévision théorique.*

Toutefois, la statistique n'est pas suffisamment grande pour affirmer cette anomalie.

Dans le but d'augmenter le nombre des observations, par conséquent augmenter la précision expérimentale, nous avons continué nos études en utilisant les positons du spectre continu de ${}^{18}_{9}F$. L'appareil Wilson utilisé est une chambre à long temps d'efficacité du type Joliot (³), remplie d'air à la pression atmosphérique. Le champ magnétique était 570 gauss. La source de ${}^{18}_{9}F$, préparée par la réaction ${}^{19}_{9}F(n, 2n){}^{18}_{9}F$, a été placée au centre de l'appareil et les trajectoires ont été photographiées stéréoscopiquement. Les énergies des électrons ont été déduites soit par les rayons de courbure soit par leurs vrais parcours (⁴) (pour les faibles énergies).

Dans une longueur totale de 153ᵐ de trajectoires réduites aux conditions normales, correspondant à 2700 positions dont les énergies initiales varient de 80 à 950 ekV, avec un maximum situé vers 200 ekV (⁵), nous avons observé 150 collisions avec l'échange d'énergie A supérieure à 10 %. Dans l'ensemble les conservations d'énergie et de quantité de mouvement sont maintenues dans les limites d'erreurs expérimentales.

Dans nos travaux antérieurs, nous avons utilisé les positions du spectre continu de ${}^{52}_{25}Mn$. Étant donné que les spectres de ${}^{52}_{25}Mn$ et ${}^{18}_{9}F$ sont semblables, nous pensons que nous pouvions rassembler les résultats des deux expériences et les comparer avec les calculs théoriques. La figure 1 représente le nombre de

---

Göttingen (*Mathem. Phys.* Klasse, avril 1946); Ho Zah-Wei, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1168; *Phys. Rev.*, **70**, 1946, p. 224; *Report of Cambridge Conference on Fundamental Particles*, **1**, 1947, p. 78.

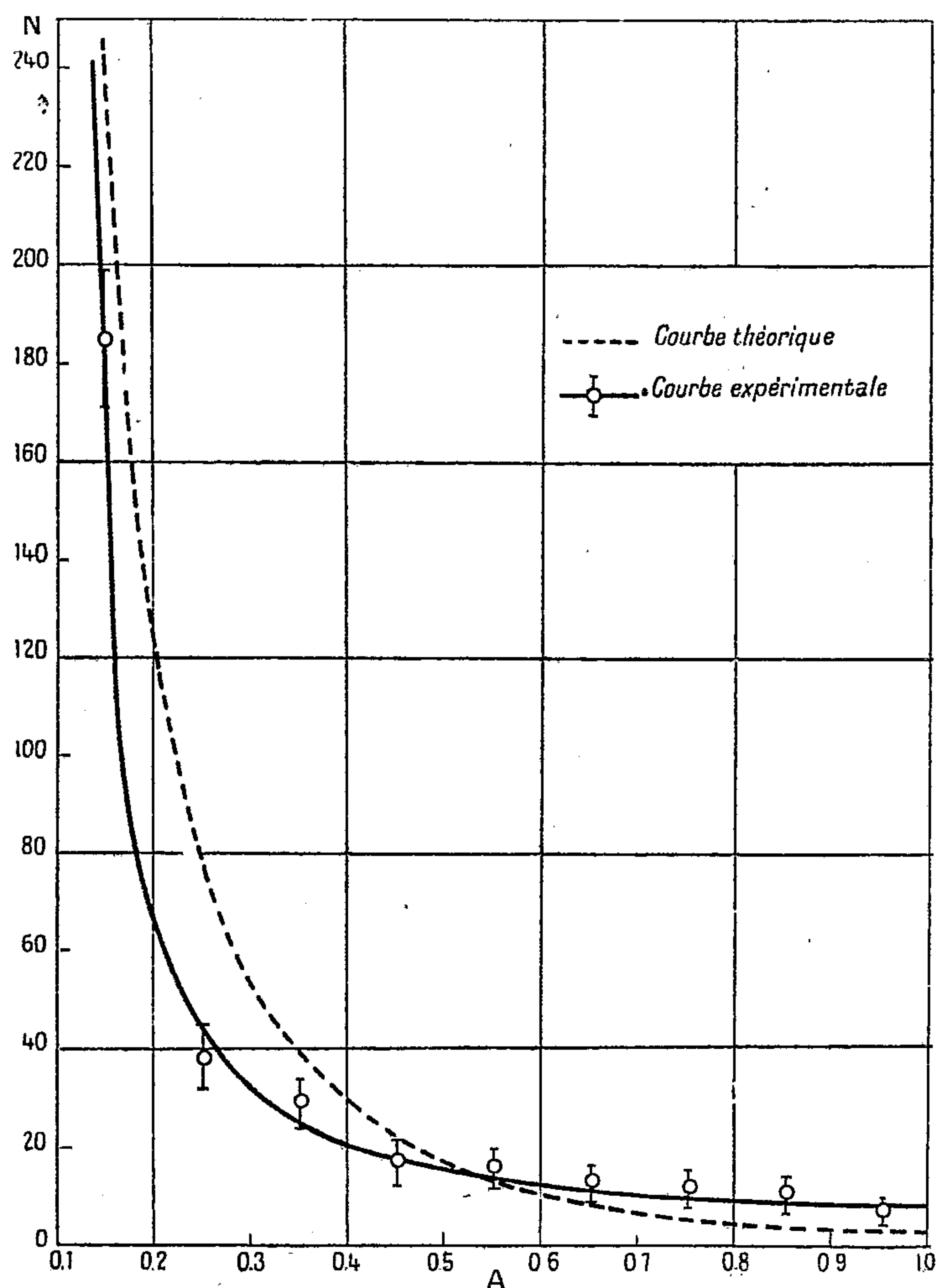
(²) H. J. Bhabba, *Proc. Roy. Soc.*, **154**, 1936, p. 195.

(³) Tsien San-Tsiang, *Journ. de Phys.*, **1**, 1940, p. 1.

(⁴) Tsien San-Tsiang, *Ann. de Physique*, **19**, 1944, p. 327; Tsien San-Tsiang, C. Marty et B. Dreyfus, *Journ. de Phys.*, **8**, 1947, p. 269.

(⁵) Ho Za-Wei, Travail inédit.

chocs N en fonction de A ; les valeurs expérimentales sont données avec les limites d'erreurs statistiques.



Dans l'ensemble, la courbe expérimentale ressemble beaucoup à celle obtenue précédemment et l'accord entre la théorie et l'expérience est assez satisfaisant. Cependant il semble que les anomalies constatées dans nos premières expériences existent toujours, bien qu'on ait doublé le nombre d'observations.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de la température sur un système colloïdal.* Note (*) de M. et Mme **Robert Darmois**, présentée par M. Jean Cabannes.

Au cours de deux publications antérieures (1), (2) on a souligné le fait que les courbes viscosité spécifique-concentration présentent, pour les solutions

(*) Séance du 15 mars 1948.

(1) R Darmois, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 659.

(2) R. Darmois, *Thèse*, Paris, 1946.

aqueuses d'alginate de soude, un point d'inflexion aux faibles concentrations ($1^{5}\,{}^0/_{00} < C < 2\,{}^0/_{00}$), autrement dit, le rapport η_{sp}/C présente un minimum. Nous avions donné de cette particularité une explication reposant sur la solvatation croissant avec la dilution et liée à la dissociation et la désassociation des particules colloïdales d'alginate.

Afin de mettre en évidence les facteurs prépondérants de ce phénomène, nous avons effectué, aux températures de 20 et 60°, des déterminations de η_{sp}/C, pour des concentrations comprises entre 0,5 et $5^{5}\,{}^0/_{00}$. Ce domaine de concentrations englobe la partie normale de la courbe ($C \geq 5\,{}^0/_{00}$) où η_{sp}/C croît avec C, et la partie anormale ($C < 1\,{}^0/_{00}$) où η_{sp}/C est une fonction décroissante de C. On a choisi la température élevée de 60°, de manière à voir si elle provoquait effectivement, pour des concentrations supérieures à $2\,{}^0/_{00}$, une désassociation des particules, ou la rupture d'un complexe eau-alginate qui aurait pu, à la rigueur, exister à la température ordinaire comme dans certaines macromolécules.

On constate qu'à 60° la courbe $\eta_{sp} = f(C)$ présente un point d'inflexion au même endroit qu'à 20°. Les deux courbes sont absolument analogues et aucun effondrement de viscosité ni décalage par rapport à l'axe des C n'apparaît. On peut en conclure que la désassociation est déjà réalisée à 20° pour $C < 5\,{}^0/_{00}$ et que la solvatation est pratiquement indépendante de la température.

Pour interpréter ces résultats, on peut utiliser l'équation de Smoluchowsky

$$\eta_{sp} = 2,5\varphi\left[1 + \frac{1}{k\eta_0}\left(\frac{\xi D}{2\pi r}\right)^2\right],$$

avec φ, volume actif total des particules dans l'unité de volume de solution; k, conductibilité spécifique de la solution; η_0, viscosité du solvant; D, constante diélectrique du solvant; ξ, potentiel électrocinétique de la double couche électrique; r, rayon moyen des particules.

Si d est la densité du corps dissous à l'état sec et V la voluminosité des particules, on a

$$\varphi = K\frac{C}{d}V \qquad \text{(K, constante de Staudinger)},$$

et l'équation de Smoluchowsky s'écrit

$$\frac{1}{KV}\left(\frac{\eta_{sp}}{C}\right)\frac{d}{2,5} = 1 + \frac{1}{k\eta_0}\left(\frac{\xi D}{2\pi r}\right)^2.$$

Si l'on admet en première approximation que l'alginate est pratiquement dissocié dans le domaine de concentrations étudié, la conductibilité k est due presque uniquement aux ions Na^+. Si M est la masse moléculaire de l'alginate et Λ la conductivité équivalente, on a $k = \Lambda C/1000M$ et

$$(1) \qquad \frac{1}{KV}\left(\frac{\eta_{sp}}{C}\right)\frac{d}{2,5} = 1 + \frac{1000M}{C\eta_0\Lambda}\left(\frac{\xi D}{2\pi r}\right)^2,$$

équation qui s'écrit à température constante et pour la concentration infiniment petite C

(2) $$\eta_{sp} = A\xi^2 V,$$

A étant une constante.

Le tableau donne pour les températures de 20° et 60° les valeurs de η_{sp} en fonction de C, ainsi que du rapport η_{sp}/C.

On sait que la voluminosité augmente et tend vers une limite quand C décroît. La formule (2) montre que le potentiel électrocinétique ξ de la double couche diminue et tend vers zéro en même temps que C, ce qui détermine la floculation du colloïde. Nous avons constaté effectivement que l'alginate très dilué précipitait de sa solution.

Appliquons maintenant l'équation (1) à l'effet de température. On peut

C (g ‰).	5.	4.	3.	2.	1.	0,5.
η_{sp} à 60°	11,171	11,156	8,437	5,336	3,008	1,898
η_{sp}/C à 20°	3,234	2,789	2,812	$2,668_{min.}$	3,008	3,796
η_{sp} à 60°	22,853	13,603	10,081	6,402	3,900	2,280
η_{sp}/C à 20°	4,570	3,400	3,360	$3,201_{min.}$	3,900	4,560
$V_{60°}/V_{20°}$	0,98	1,14	1,16	1,16	1,07	1,16

calculer le rapport des voluminosités à 20° et à 60°, pour une même concentration, en supposant que ξ soit indépendant de la température. On a

$$\frac{d}{2,5}\eta_{sp} = KV(C + \beta)$$

en posant

$$\beta = \frac{1000\,M}{\Lambda\eta_0}\left(\frac{\xi D}{2\pi r}\right)^2,$$

d'où

$$\frac{\eta_{sp} \text{ à } 60°}{\eta_{sp} \text{ à } 20°} = \frac{V_{60°}}{V_{20°}}\,\frac{C + \beta_{60°}}{C + \beta_{20°}}.$$

β étant grand vis-à-vis de C, on a sensiblement

$$\frac{\eta_{sp} \text{ à } 60°}{\eta_{sp} \text{ à } 20°} = \frac{V_{60°}}{V_{20°}}\,\frac{\beta_{60°}}{\beta_{20°}},$$

d'où

$$\frac{\eta_{sp} \text{ à } 20°}{\eta_{sp} \text{ à } 60°}\,\frac{V_{60°}}{V_{20°}} = \frac{\Lambda_{60°}}{\Lambda_{20°}}\,\frac{\eta_0 \text{ à } 60°}{\eta_0 \text{ à } 20°}\left(\frac{D_{20°}}{D_{60°}}\right)^2.$$

La conductibilité étant due presque uniquement aux ions Na^+, on peut remplacer $\Lambda_{60°}/\Lambda_{20°}$ par le rapport des mobilités de ces ions, soit $u_{60°}/u_{20°} = 2,09$. Les valeurs de η_0 et de D à 20° et à 60° étant connues, on trouve en remplaçant

$$\frac{\eta_{sp} \text{ à } 20°}{\eta_{sp} \text{ à } 60°}\,\frac{V_{60°}}{V_{20°}} = 1,39.$$

Des valeurs expérimentales de η_{sp} à 20° et à 60°, on déduit, pour les différentes

concentrations étudiées, le rapport $V_{60°}/V_{20°}$. On voit dans le tableau que ce rapport est sensiblement voisin de l'unité, ce qui montre que la solvatation est pratiquement indépendante de la température et confirme nos résultats expérimentaux.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Radiogrammes de Debye-Scherrer et spectres infrarouges des tartrates neutres droits de calcium.* Note (*) de M. **Jean Lecomte**, Mlle **Thérèse Pobeguin** et M. **Jean Wyart**, présentée par M. Charles Mauguin.

Dans une Note précédente [1] l'un de nous a mis en évidence l'existence, en dehors des deux tartrates de calcium à 6 et 4^{mol} d'eau, d'une série de produits de déshydratation et de réhydratation plus ou moins instables et transitoires. Ces produits ont été étudiés à l'aide des rayons X et des rayons infrarouges.

Rayons X : Diagrammes de poudre. — Le diagramme de l'hexahydrate (aiguilles instables) n'a rien de commun avec celui du tétrahydrate (cristaux orthorhombiques stables); les intervalles réticulaires sont, en Å, pour l'hexahydrate : $7{,}8_4$ (*i*); $5{,}8_9$ (*t.i*); $4{,}6_3$ (*m*); $3{,}8_1$ (*f*); $3{,}2_9$ (*m*); $2{,}8_7$ (*t.i*); $2{,}3_7$ (*t.i*); $2{,}1_5$ (*m*); $1{,}8_8$ (*f*); $1{,}6_8$ (*f*) [2].

Les aiguilles ayant perdu 2^{mol} d'eau à l'air libre ($4\,H_2O$) et le produit cotonneux (également $4\,H_2O$) obtenu par réhydratation d'aiguilles déshydratées, donnent le même diagramme que les cristaux isodiamétriques orthorhombiques stables. Le diagramme d'aiguilles ayant perdu environ $5^{mol},5$ d'eau et réhydratées à l'air libre, produit accusant 1^{mol} d'eau et relativement stable dans les conditions ordinaires, présente les raies principales du tétrahydrate si l'on fait une pose suffisamment longue. Un diagramme de cristaux orthorhombiques déshydratés, produit accusant $0^{mol},5$ d'eau environ, ne donne rien.

Par conséquent, au cours de la déshydratation, on constate qu'à partir de $4H^2O$ le diagramme reste le même quant à la position des raies, mais s'affaiblit considérablement à partir d'un sel à 1^{mol} d'eau : l'eau s'intercale entre les atomes du tartrate, mais sans en modifier profondément le réseau. Il s'agit donc d'eau zéolitique, fait que les expériences de déshydratation et de réhydratation nous avaient déjà laissé prévoir.

Spectres infrarouges. — Des spectres ont été faits sur des poudres dans la région du moyen infrarouge (région de 6 à 15^{μ}) : nous avons pu obtenir des spectres de corps même instables, en voie de déshydratation ou de réhydratation, ce qui nous a permis de suivre les phénomènes de plus près. Dans le cas de l'hexahydrate cependant, l'impossibilité de broyer les aiguilles (opération qui

---

(*) Séance du 22 mars 1948.

(1) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 719.

(2) Entre parenthèses, intensité des raies : très intense, intense, moyenne, faible.

provoque leur transformation en tétrahydrate) entraîne de grosses difficultés; les spectres, sinon beaux, sont néanmoins utilisables.

Les spectres des aiguilles à $6H^2O$ et des cristaux orthorhombiques à $4H^2O$ sont nettement différents. Le spectre du tétrahydrate comprend en particulier trois fortes bandes à $8^{\mu},8$, $10^{\mu},5$, et $12^{\mu},4$ (en dehors des deux bandes situées aux environs de $6^{\mu},5$ et $7^{\mu},3$ dues aux vibrations du carboxyle COO).

Le spectre des aiguilles broyées est identique à celui du tétrahydrate. Lorsqu'à partir des tétrahydrates on déshydrate ces corps, on constate que le spectre reste identique à lui-même jusqu'à 3^{mol} d'eau; dès que l'on arrive à $2^{mol},9$, il y a disparition de la bande de $8^{\mu},8$ et inversion des intensités des deux autres; de 3 à 1^{mol} d'eau apparaissent des modifications faibles et progressives : augmentation considérable d'intensité de la bande de $9^{\mu},5$, qui glisse en réalité de $9^{\mu},6$ à $9^{\mu},45$; diminution d'intensité de la bande de $12^{\mu},4$ et de la bande de $10^{\mu},5$ qui s'étale et se déplace vers $10^{\mu},8$; pour des quantités d'eau inférieures à 1^{mol}, toutes les bandes situées au delà de 10^{μ} tendent à disparaître : la seule bande qui persiste est celle de $9^{\mu},5$, très forte, celles du carboxyle mises à part. Les spectres des cristaux orthorhombiques déshydratés, étudiés tels quels ou réhydratés, se placent dans la série, suivant leur teneur en eau : d'après le spectre d'un produit, il est possible de dire avec une assez bonne approximation son pourcentage d'eau; il est même possible de constater l'existence d'un mélange : dans ce cas, on retrouve les bandes des deux constituants. Les spectres d'aiguilles déshydratées puis réhydratées s'intercalent également dans la série, d'après la quantité d'eau qu'elles contiennent. Par conséquent, les résultats donnés par les spectres infrarouges confirment les précédents, et de plus nous permettent de déceler un certain changement de constitution aux environs de 3^{mol} d'eau : il est vraisemblable que l'une des liaisons de l'eau avec le reste de la molécule se modifie (s'il s'agit des liaisons H, elles ne peuvent être mises en évidence par les rayons X). Par ailleurs, le déplacement progressif des bandes nous indique que la perte d'eau se fait sur l'ensemble du sel et non par la disparition d'un hydrate, corrélative de l'apparition d'un autre.

En conclusion, les deux tartrates à $6H^2O$ et $4H^2O$ sont nettement individualisés au point de vue structure. A partir de $4H^2O$, que les corps dérivent de l'hexahydrate ou du tétrahydrate, les diagrammes de rayons X deviennent identiques; les spectres infrarouges également, pour une même teneur en eau; cependant, la stabilité, en particulier pour les sels à 1^{mol} d'eau, peut ne pas être de même ordre; la texture diffère, mais le motif cristallin, à l'échelle atomique, reste le même. La perte d'eau s'effectue sur l'ensemble du produit, et le départ et le retour de l'eau ne modifient pas la structure du réseau; après déshydratation, il y a tendance plus ou moins marquée à revenir à l'état primitif; c'est bien à de l'eau zéolitique que l'on a affaire. Il n'y a donc vraisemblablement

pas d'hydrates définis, on tend, pour certaines quantités d'eau, vers des équilibres, et ceux-ci peuvent varier avec les conditions d'expérience ([3]).

ADSORPTION. — *Bases théoriques du coefficient τ des vitesses d'adsorption.* Note (*) de MM. **André Mennessier, Raymond Boucher** et **Pierre Montigny**, présentée par M. Gustave Ribaud.

En étendant la théorie de Langmuir au cas des charbons actifs, nous avons essayé de donner des bases théoriques au coefficient τ défini dans une Note précédente ([1]). Nous avons donc supposé que la vitesse d'évaporation du gaz adsorbé était proportionnelle à la quantité présente sur la surface. Langmuir ([2]), dans sa théorie, appelle θ la portion d'adsorbant découverte à l'instant t et θ_1 la portion recouverte

$$\theta + \theta_1 = S.$$

D'après lui, la masse des molécules qui frappent l'unité de surface nue dans l'unité de temps a pour valeur

$$\mu_1 = p\sqrt{\frac{M}{2\pi RT}}.$$

Par suite le taux de condensation exact est $\alpha\mu_1\theta$ (α étant un terme correctif voisin de l'unité). La vitesse d'évaporation des molécules existant sur θ_1 est donnée par $\nu_1\theta_1$ (ν_1 étant le nombre de molécules grammes du gaz qui quittent par seconde l'unité de surface). D'autre part on peut écrire

$$pV = nRT \qquad \text{ou} \qquad pV = \frac{m'}{M}RT \qquad \text{donc} \qquad m' = \frac{PV}{RT}M.$$

Si l'on appelle $\mathcal{M}$ la masse totale de benzène vaporisée au début de l'expérience

$$m = \mathcal{M} - m' = \mathcal{M} - \frac{PV}{RT}M \qquad \text{et} \qquad p = (\mathcal{M} - m)\frac{RT}{VM},$$

soient dmc/dt et dme/dt les vitesses de condensation et d'évaporation à l'instant t :

$$\frac{dmc}{dt} = \alpha\mu_1\theta = \alpha\sqrt{\frac{M}{2\pi RT}}\,\theta p, \qquad \frac{dme}{dt} = \nu\theta_1 \qquad \left(\nu_1 = \frac{\nu}{M}\right),$$

σ étant l'aire occupée par la molécule de C^6H^6 à la surface du charbon actif,

---

([3]) Les détails d'expérience, courbes et photographies seront publiés ultérieurement dans le *Bulletin de la Société française de Minéralogie*.

(*) Séance du 22 mars 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 914.

([2]) *Phys. Rev.*, **2**, 1913, p. 331; *J. Amer. Chem. Soc.*, **38**, 1916, p. 2221; **39**, 1917, p. 1885; **40**, 1918, p. 1361.

il vient

$$\theta_1 = \sigma m \frac{N}{M} \qquad \text{et} \qquad \theta = S - \theta_1 = S - \sigma m \frac{N}{M}.$$

En explicitant l'égalité

$$\frac{dm}{dt} = \frac{dmc}{dt} - \frac{dm\grave{e}}{dt},$$

on obtient

$$\frac{dm}{dt} = \left[\alpha\sqrt{\frac{M}{2\pi RT}}\left(S - \sigma\frac{N}{M}m\right)(\mathfrak{M} - m)\frac{RT}{VM}\right] - m\nu\sigma\frac{N}{M},$$

c'est-à-dire une équation du second degré :

$$\Phi(m) = \frac{dm}{dt} = Am^2 + Bm + C.$$

Cette équation admet deux racines m_0 et m'_0, la plus petite de ces racines, m_0, ayant une signification physique

$$\frac{dm}{dt} = A(m - m_0)(m - m'_0),$$

l'intégration donne

$$m_0 - m = \frac{m'_0 - m_0}{e^{\frac{t-t_0}{K}} - 1}.$$

Lorsque t est suffisamment grand, cette fonction $m = f(t)$ prend la forme

$$m_0 - m = (m'_0 - m_0)\, e^{-\frac{t-t_0}{K}}.$$

C'est bien là une fonction analogue à celle déterminée expérimentalement pour les temps de contact supérieurs à 60 secondes. Le coefficient K (et par conséquent τ) s'écrit

$$\tau = 0,6931\,K = \frac{0,6931}{\sqrt{B^2 - 4AC}}.$$

On voit immédiatement que τ dépend de M et σ (nature physique de l'adsorbé); de S et ν (nature physique de l'adsorbant); de T, V et $\mathfrak{M}$ (appareillage et conditions d'expérience).

En opérant toujours de façon identique et avec la même vapeur sèche, de façon à réaliser toujours une monocouche en fin d'adsorption, il paraît donc possible d'expliciter un coefficient représentatif de la variation des vitesses et de la nature de l'adsorbant. En résumé nos travaux semblent donc montrer que :

1° La théorie de l'adsorption monomoléculaire de Langmuir peut être étendue au cas des charbons actifs.

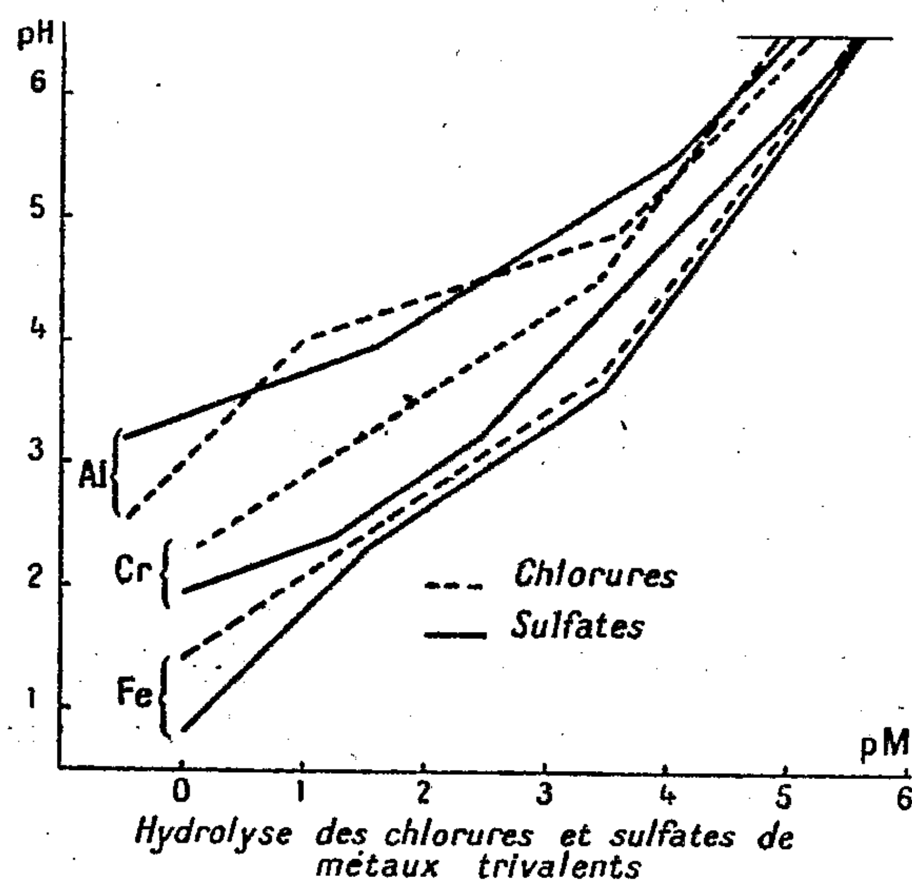
2° La variation des vitesses en fonction du temps peut être caractérisée par deux valeurs simples φ et τ.

3° Le coefficient τ peut, sous certaines conditions que nous avons précisées, servir à classer différents adsorbants ou catalyseurs en fonction de leur nature physique et par conséquent de leur éventuelle activité catalytique.

CHIMIE MINÉRALE. — *Hydrolyse des chlorures et sulfates de métaux trivalents.* Note (*) de M. **Henri Guiter**, présentée par M. Paul Lebeau.

La méthode d'étude de l'hydrolyse saline (¹), précédemment appliquée aux carbonates alcalins (²), est étendue aux chlorures et sulfates d'aluminium, de chrome et de fer (³).

Les courbes représentant le pH en fonction du pM à 15° C — sulfates en trait continu, chlorures en tirets — sont constituées par des segments de droite caractérisés par la variation du pH, ΔpH correspondant à une variation fixe, 0,3, du pM, c'est-à-dire à un dédoublement de la solution saline étudiée.



Hydrolyse des chlorures et sulfates de métaux trivalents

Les sulfates d'aluminium et de chrome présentent successivement les trois mêmes phénomènes :

I	$\Delta pH = 0,1$	$(SO_4M^+)_2 + 2H_2O \rightleftharpoons (SO_4MOH)_2 + 2H^+$	$\theta = 0,1$
II	$\Delta pH = 0,2$	$2SO_4M^+ + 2H_2O \rightleftharpoons (SO_4MOH)_2 + 2H^+$	$\theta = 0,01$
III	$\Delta pH = 0,3$	$SO_4^{--} + M^{+++} + H_2O \rightleftharpoons SO_4MOH + H^+$	$\theta = 0,0001$

(*) Séance du 1er mars 1948.

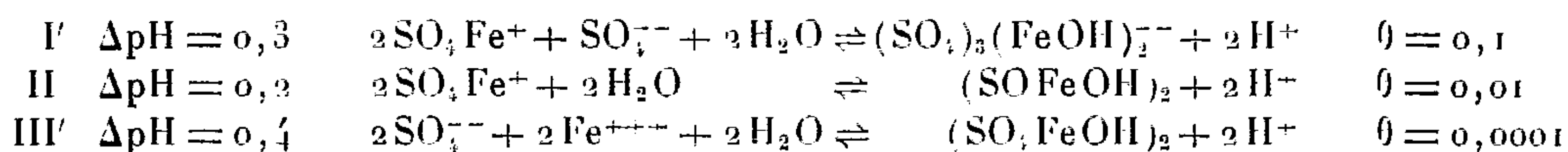
(¹) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 153 et **223**, 1946, p. 203; *Ann. Chim.*, **2**, 1947, p. 72.

(²) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1159.

(³) Les résultats détaillés font l'objet de mémoires en cours de publication au *Bulletin de la Société chimique de France*.

Il semble qu'il y ait monomérisation, puis dissociation, des cations hydrolysables, et monomérisation du produit d'hydrolyse, lorsque la dilution augmente.

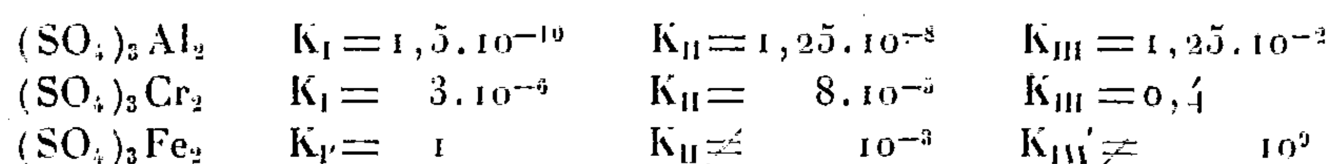
Le sulfate ferrique présente la réaction II, commune avec les autres sulfates.



$$\begin{array}{lll} \text{I}' \quad \Delta pH = 0,3 & 2SO_4Fe^{+} + SO_4^{--} + 2H_2O \rightleftharpoons (SO_4)_3(FeOH)_2^{--} + 2H^{+} & \theta = 0,1 \\ \text{II} \quad \Delta pH = 0,2 & 2SO_4Fe^{+} + 2H_2O \rightleftharpoons (SOFeOH)_2 + 2H^{+} & \theta = 0,01 \\ \text{III}' \quad \Delta pH = 0,4 & 2SO_4^{--} + 2Fe^{+++} + 2H_2O \rightleftharpoons (SO_4FeOH)_2 + 2H^{+} & \theta = 0,0001 \end{array}$$

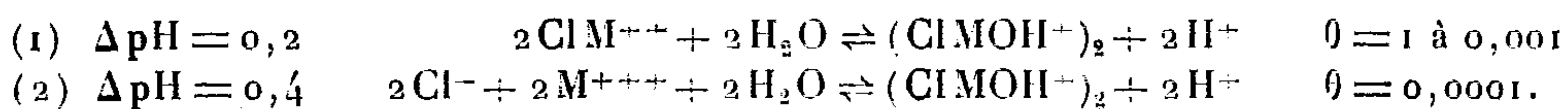
En solution concentrée, apparaît un anion $(SO_4)_3(FeOH)_2^{--}$ dont l'association avec les cations SO_4Fe^{+} correspond au sel $5SO_3$, $2Fe_2O_3$, Aq, (copiapite) reconnu par Applebey et Wilkes (¹) dans le système $SO_3—Fe_2O_3—H_2O$.

Les constantes d'hydrolyse sont :



$$\begin{array}{llll} (SO_4)_3Al_2 & K_I = 1,5.10^{-10} & K_{II} = 1,25.10^{-8} & K_{III} = 1,25.10^{-2} \\ (SO_4)_3Cr_2 & K_I = 3.10^{-6} & K_{II} = 8.10^{-5} & K_{III} = 0,4 \\ (SO_4)_3Fe_2 & K_{I'} = 1 & K_{II} \neq 10^{-3} & K_{III'} \neq 10^{9} \end{array}$$

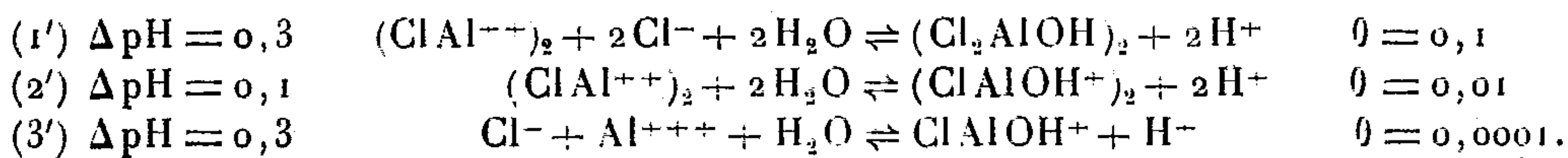
Nous constatons un parallélisme complet entre l'hydrolyse du chlorure ferrique et celle du chlorure chromique (sel violet), analogues aux phénomènes II et III′ du sulfate ferrique :



$$\begin{array}{lll} (1) \quad \Delta pH = 0,2 & 2ClM^{++} + 2H_2O \rightleftharpoons (ClMOH^{+})_2 + 2H^{+} & \theta = 1 \text{ à } 0,001 \\ (2) \quad \Delta pH = 0,4 & 2Cl^{-} + 2M^{+++} + 2H_2O \rightleftharpoons (ClMOH^{+})_2 + 2H^{+} & \theta = 0,0001. \end{array}$$

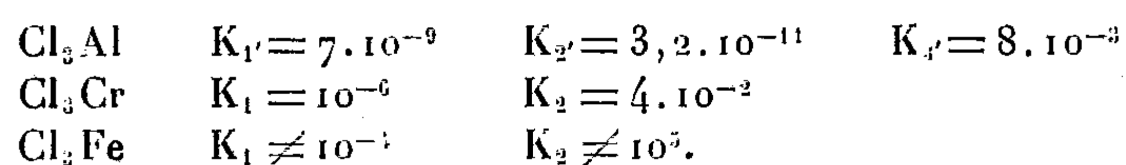
Nous ne faisons aucune hypothèse sur l'état d'hydratation des cations M^{+++} ou ClM^{++}.

La courbe relative au chlorure d'aluminium diffère des deux précédentes.



$$\begin{array}{lll} (1') \quad \Delta pH = 0,3 & (ClAl^{++})_2 + 2Cl^{-} + 2H_2O \rightleftharpoons (Cl_2AlOH)_2 + 2H^{+} & \theta = 0,1 \\ (2') \quad \Delta pH = 0,1 & (ClAl^{++})_2 + 2H_2O \rightleftharpoons (ClAlOH^{+})_2 + 2H^{+} & \theta = 0,01 \\ (3') \quad \Delta pH = 0,3 & Cl^{-} + Al^{+++} + H_2O \rightleftharpoons ClAlOH^{+} + H^{+} & \theta = 0,0001. \end{array}$$

Les constantes d'hydrolyse sont :



$$\begin{array}{llll} Cl_3Al & K_{1'} = 7.10^{-9} & K_{2'} = 3,2.10^{-11} & K_{3'} = 8.10^{-3} \\ Cl_3Cr & K_1 = 10^{-6} & K_2 = 4.10^{-2} & \\ Cl_3Fe & K_1 \neq 10^{-4} & K_2 \neq 10^{5}. & \end{array}$$

Dans tous les cas, la dissociation ionique complète de ces sels de métaux trivalents ne se produit que pour des titres inférieurs ou égaux à la décimillinormalité.

Le taux d'hydrolyse croît lorsque l'on passe de l'aluminium au chrome et au fer. Pour ce dernier, il est très grand, ce qui explique les valeurs approchées de la constante d'hydrolyse.

Il est à remarquer que le chrome, pour lequel l'existence de cations complexes

(¹) *J. Chim. Soc.*, **121**, 1922, p. 337.

est bien établie, se situe sans anomalies entre l'aluminium et le fer, avec des propriétés intermédiaires. En particulier, l'analogie est totale entre les sulfates d'aluminium et de chrome d'une part, entre les chlorures chromique et ferrique d'autre part.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le pentagermanate dipotassique* $Ge_5O_{11}K_2$. Note (*) de MM. **Arakel Tchakirian** et **Georges Carpéni**, présentée par M. Louis Hackspill.

Dans une Note récente ([1]) portant sur l'électrochimie des solutions aqueuses de l'oxyde germanique GeO_2, nous avions signalé que de telles solutions sont le siège d'un équilibre entre molécules mono- et pentagermaniques. Lorsque l'on neutralise ces acides germaniques en milieu concentré en chlorure de potassium (KCl 2M), il apparaît au voisinage du point isohydrique I ([2]) un précipité blanc, dont la composition était particulièrement intéressante à connaître. En effet, la formule du composé devrait :

1° Confirmer, ou infirmer, l'analyse de Schwartz et Huf ([3]) d'un produit en tous points analogue;

2° Constituer une preuve expérimentale sérieuse de la justesse éventuelle des conceptions exposées au sujet du point isohydrique ([4]).

En vue de déterminer sa constitution exacte, le précipité a été d'abord recueilli sur plaque en verre fritté (Schott G. 4), puis lavé à plusieurs reprises à l'eau bidistillée glacée décarbonatée et finalement essoré à fond. Au microscope, le produit se présente, même sous fort grossissement ($\times$ 1 100; objectif à immersion) sous la forme d'amas de microcristaux, dont il est impossible de reconnaître le système cristallin. Mis en suspension dans l'eau, le précipité humide se dissout lentement mais est finalement assez soluble. Le pH de la solution obtenue est d'environ 9,2, en excellent accord avec le pH relevé sur la courbe de titrage, d'une solution de GeO_2 de concentration sensiblement égale, au point d'abscisse correspondant à $Ge_5O_{11}K_2$. L'analyse a porté :

1° Sur le degré d'humidité, par séchage à 100-110°;

2° Sur la présence éventuelle d'ions chlore (la solution étant très riche en KCl). Le dosage électrométrique indique une teneur Cl^- *nulle*;

3° Sur les concentrations en GeO_2 et en KOH, par titrages électrométriques.

L'ensemble des résultats s'accorde très bien avec la composition $Ge_5O_{11}K_2$: *Le*

(*) Séance du 15 mars 1948.

([1]) Carpéni et Tchakirian, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 725.

([2]) Pour la définition du point isohydrique, *voir* Carpéni, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 307. Courbes visibles sur la figure 2 de ([1]).

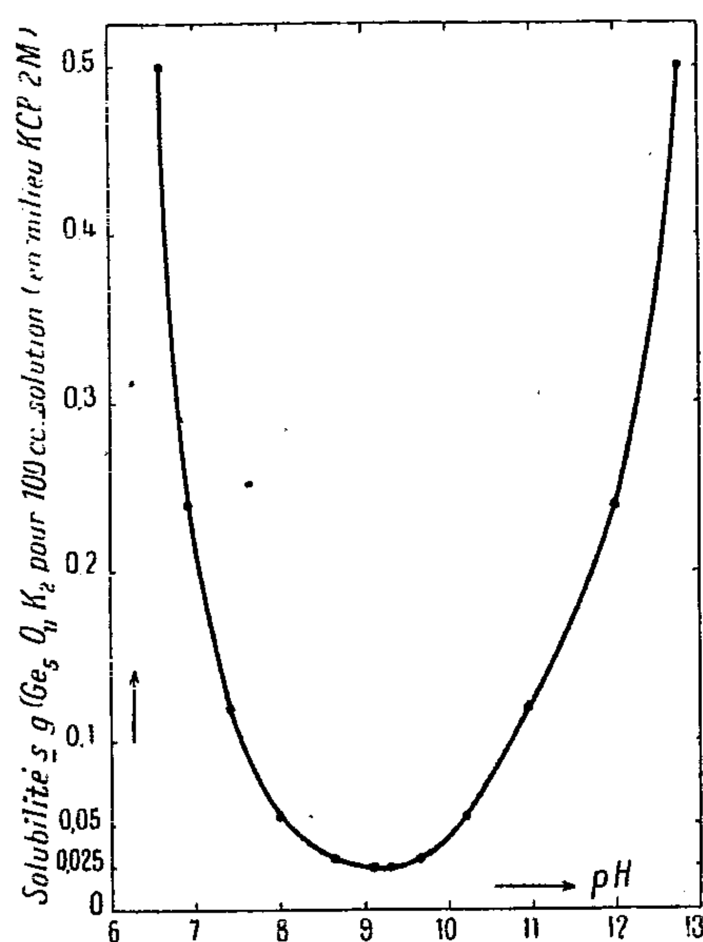
([3]) *Z. anorg. chem.*, **203**, 1932, p. 188-218.

([4]) *Voir* surtout Carpéni, *Bull.* 1948 (sous presse).

précipité formé au voisinage du point isohydrique a donc bien la formule prévue théoriquement et constitue ainsi une preuve expérimentale supplémentaire de la réalité des équilibres envisagés $Ge_5O_{11}H_2 \rightleftharpoons GeO_3H_2$ (5).

Mais ce résultat nous incite également à estimer qu'*il est fort probable que le précipité formé au cours des essais de diffusion de Schwartz et Huf* (3), *en milieu nitrate de potassium, n'est pas du* GeO_2 *pur, comme l'admettaient ces auteurs, mais bien du* $Ge_5O_{11}K_2$.

L'étude de la solubilité du pentagermanate dipotassique en fonction du pH, en solution KCl 2 M, a été faite à l'aide de solutions identiques à celles utilisées pour tracer le réseau reproduit dans la figure 2 de la Note citée (1), mais après un repos prolongé d'environ 2 mois. La courbe de solubilité $s = f(\text{pH})$ est visible



sur la figure ci-dessus. On constate que s passe par un minimum précisément aux pH voisins du pH_I isohydrique et du pH_0 de la solution du sel pur : c'est que la dissociation du sel est normalement minimum dans cette région. Dans les conditions habituelles, la formation du précipité a lieu surtout dans la zone $8{,}0 \lesssim pH \lesssim 10{,}2$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les produits de condensation du benzaldéhyde et de la méthyl-éthylcétone.* Note (*) de M. **Maurice Métayer** et Mlle **Noële Epinay**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons eu l'occasion de préparer deux cétones éthyléniques par condensation du benzaldéhyde et de la méthyléthylcétone.

(5) Pour plus de détails, *voir* (4).

(*) Séance du 22 mars 1948.

On sait, depuis Harries et Müller, qu'en présence d'acide chlorhydrique concentré, comme agent de crotonisation, c'est la cétone ramifiée qui est obtenue (I), tandis qu'avec la soude, au contraire, la condensation s'effectue sur le méthyle et conduit à la cétone linéaire (II) ([1]) ([2]).



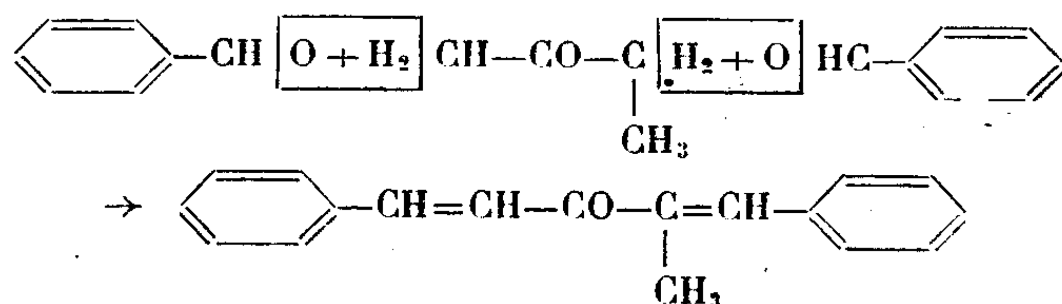
(I) $C_6H_5.CH=C(CH_3)CO.CH_3$ (II) $C_6H_5.CH=CH-CO-C_2H_5$.

La benzylidène-3 butanone-2 (I) a été préparée par condensation de 280g de benzaldéhyde et de 190g de méthyléthyl-cétone; on ajoute un volume égal d'acide chlorhydrique concentré, et chauffe pendant 4 heures à reflux. Après les traitements d'usage, 2 fractions sont isolées.



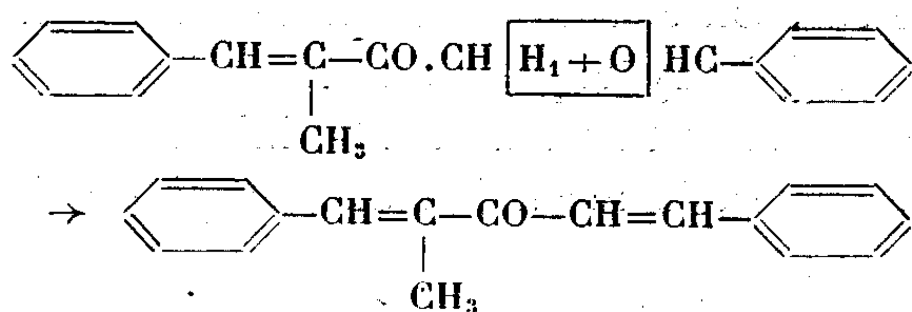
(*a*) $É_{18}$ 143°/180g, (*b*) $É_{15}$ 224°-226°/75g.

La première constitue la benzylidène-3 butanone-2 attendue. La seconde se présente sous forme d'une huile épaisse, visqueuse, difficile à cristalliser. Après dilution dans l'alcool, elle cristallise à la glacière et après plusieurs purifications, elle se présente sous forme de beaux cristaux blancs fondant à 73°. Nous avons identifié ce corps avec l'α-méthyldibenzylidène acétone : (diphényl-1.5 méthyl-2 one-3 pentadiène-1.4) ($C_{18}H_{16}O$)



Analyse : tr. C 87,25 %; H 6,4 %; cal. C 87,1 %; H 6,45 %.

Ce composé a été reproduit par synthèse, en faisant agir à froid la benzylidène-3 butanone-2 et le benzaldéhyde en présence d'acide chlorhydrique; la réaction normalement attendue se produit :



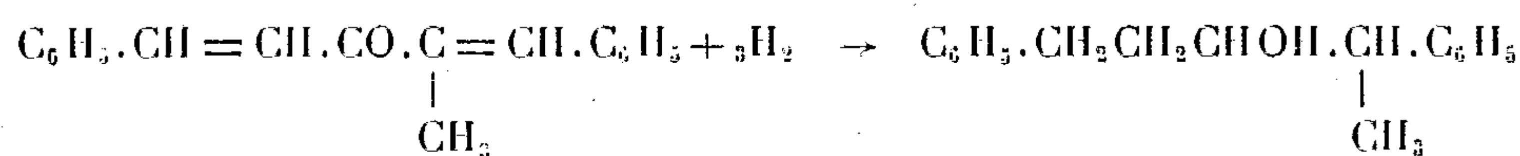
Il nous a paru intéressant d'étudier les produits d'hydrogénation de ce composé. La saturation des doubles liaisons et de la fonction carbonyle, qui constituent un système à 3 doubles liaisons conjuguées en résonance avec 2 noyaux benzéniques, nous a semblé à priori particulièrement délicate; l'expérience a confirmé cette façon de voir.

([1]) *Ber. d. chem. Gesell.*, 35, 1902, p. 970.

([2]) Mayer, *Bull. Soc. Chim.*, [3], 33, 1905, p. 161.

C'est ainsi que 100^g de ce composé dissous dans l'alcool sont hydrogénés sous une pression initiale de 60^{kg} avec 20^g de nickel Raney. Une très faible chute de pression est enregistrée jusqu'à 100°; elle devient importante à 120° et à la distillation, le produit isolé est un mélange d'α-méthyl-dibenzylidène acétone n'ayant pas été saturée et de l'acool correspondant, comme le prouvent les constantes et résultats analytiques suivants : $É_{16}$ 220°; n_D^{17} 1,5780; indice d'oxime 758 (33 % de cétone).

L'alcool est isolé à l'état de benzoate, qui se présente sous forme d'une huile visqueuse épaisse et inscristallisable dans l'alcool : $É_{16}$ 265°270°; 10^g du mélange précédent sont réhydrogénés sous une pression de 60^{kg} à 150° avec 2^g de nickel Raney; cette fois la saturation est complète et l'on obtient le diphényl-1.5 méthyl-2 pentanol-3

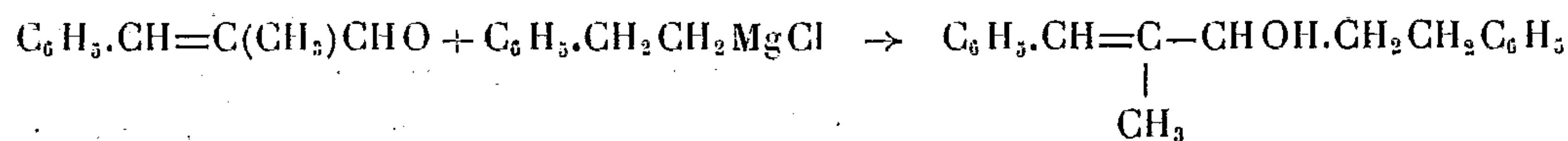


C'est une huile visqueuse, se figeant à la glacière sans cristalliser et possédant les constantes suivantes : $É_{26}$ 221-222°; n_D^{17} 1,5455.

Nous avons essayé de faire la phényluréthane, mais celle-ci ne se forme pas; du reste le groupe oxhydrile est très paresseux, comme pour tous les alcools de cette classe.

De nombreux autres essais ont été effectués pour obtenir cet alcool par hydrogénation de l'α-méthyl dibenzylidène acétone au nickel Raney, mais la saturation des doubles liaisons s'est toujours avérée lente, et souvent les corps isolés devaient être remis à réhydrogéner avec du nickel neuf, chaque fois afin d'atteindre la saturation complète de la chaîne.

Du reste cette résistance anormale à l'hydrogénation ne se retrouve pas dans le composé voisin suivant, le diphényl-1.5 méthyl-2 ol-3 pentène-1 obtenu par condensation du chlorure de phényléthylmagnésium et de l'α-méthylcinnamaldéhyde



Constantes de l'alcool : $É_{14}$ 210-211°.

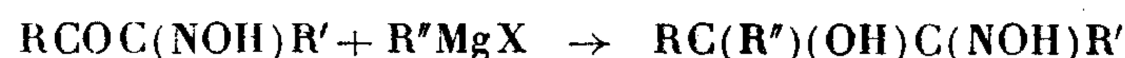
L'hydrogénation s'effectue normalement, elle est complète à 100° sous 60 atmosphères, en une demi-heure, avec le nickel Raney comme catalyseur; l'alcool saturé obtenu après rectification possède les constantes suivantes : $É_{16}$ 204°; n_D^{17} 1,5435.

Ainsi l'hydrogénation au nickel Raney de l'α-méthyldibenzylidène acétone est rendue particulièrement difficile par le système de liaisons conjuguées de la chaîne aliphatique du groupe carbonyle et des noyaux benzéniques. Cette résistance à la saturation est du reste en parfait accord avec les faits déjà signalés par de nombreux auteurs.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation d'aminoalcools à fonction alcool tertiaire.* Note (*) de M. **Pierre Fréon** et Mlle **Suzanne Ser**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans une Note précédente ([1]) nous avons exposé en détail la préparation d'un aminoalcool isomère de l'éphédrine : l'amino-3 phényl-2 butanol-2, à partir de la méthyléthylcétone. Nous avons généralisé cette méthode en l'appliquant à la préparation d'une série de nouveaux aminoalcools.

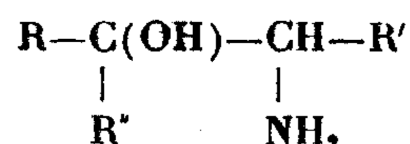
La première phase des préparations : condensation des isonitrosocétones avec des dérivés organomagnésiens mixtes



$$RCOC(NOH)R' + R''MgX \rightarrow RC(R'')(OH)C(NOH)R'$$

a été effectuée avec des rendements variant de 40 à 60 %. L'hydrogénation de de ces oximinoalcools a ensuite été réalisée sous pression normale d'hydrogène, en présence de nickel de Raney et a donné les aminoalcools avec des rendements de 50 à 75 %.

Ces aminoalcools, de formule générale



$$R{-}C(OH)(R''){-}CH(NH_2){-}R'$$

se présentent souvent sous la forme de liquides très visqueux, probablement en surfusion, mais que nous n'avons pas pu faire cristalliser. Ils donnent cependant avec de très bons rendements les chlorhydrates prévus. Les aminoalcools à poids moléculaires assez élevés sont, au contraire, des solides facilement recristallisables.

Cette méthode permet d'obtenir dans de bonnes conditions les composés de poids moléculaire relativement élevé, surtout lorsque l'un des radicaux R, R' ou R'' au moins est un radical aromatique. Dans le cas de dérivés de la série aliphatique, les résultats sont beaucoup moins bons. L'hydrogénation donne, avec de moins bons rendements, des produits huileux difficiles à séparer des oximinoalcools de départ, et qu'on ne pourrait vraisemblablement obtenir assez purs qu'en partant de grosses quantités de matières premières.

Oximino-3 α-naphtyl-2 butanol-2 : $C_{10}H_7C(CH_3)(OH)C(NOH)(CH_3)$. — Obtenu par nitrosation de la méthyléthylcétone et condensation avec le bromure d'α-naphtylmagnésium (Rdt 40 %), ce composé fond à 124°.

Amino-3 -naphtyl-2 butanol-2 : $C_{10}H_7C(CH_3)(OH)CH(NH_2)CH_3)$. — Cet aminoalcool est obtenu par hydrogénation du composé précédent avec

(*) Séance du 22 mars 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1336.

un rendement de 74 %. Il fond à 202-203°, et donne un chlorhydrate fondant à 248°.

Oximino-3 phényl-2 octanol-2 : $C_6H_5C(CH_3)(OH)C(NOH)C_5H_{11}$. — Il est obtenu par condensation de l'isonitrosométhylhexylcétone avec le bromure de phénylmagnésium (Rdt 40 %). C'est un solide fondant à 68°.

Amino-3 phényl-2 octanol-2 : $C_6H_5C(CH_3)(OH)CH(NH_2)C_5H_{11}$. — L'hydrogénation fournit ce composé sous la forme d'une huile très épaisse avec un rendement de 68 %.

Le chlorhydrate correspondant s'obtient avec un très bon rendement et fond à 225°.

Oximino-1 phényl-2 butanol-2 : $C_6H_5C(C_2H_5)(OH)CH:NOH$. — On l'obtient par condensation de l'isonitrosoacétophénone et du bromure d'éthylmagnésium, avec un rendement de 60 %. C'est un liquide visqueux bouillant à 140-146° sous 2mm.

Amino-1 phényl-2 butanol-2 : $C_6H_5C(C_2H_5)(OH)CH_2NH_2$. — Cet aminoalcool, qui est encore un isomère de l'éphédrine, s'obtient par hydrogénation de l'oximinoalcool précédent, avec un rendement de 70 %. Il se présente sous la forme d'une huile extrêmement visqueuse, et donne avec un très bon rendement le chlorhydrate correspondant (point de fusion, 174°).

Oximino-2 α-naphtyl-1 phényl-1 éthanol-1 : $C_{10}H_7C(C_6H_5)(OH)CH:NOH$. — Obtenu par condensation de l'isonitrosoacétophénone et du bromure d'α-naphtylmagnésium avec un rendement de 40 %. C'est un solide fondant à 105°.

Amino-2 α-naphtyl-1 phényl-1 éthanol-1 : $C_{10}H_7C(C_6H_5)(OH)CH_2NH_2$. — On l'obtient, avec un rendement de 55 %, par hydrogénation de l'oximinoalcool précédent. C'est un solide fondant à 150°. Le chlorhydrate s'obtient facilement et fond à 235°.

On voit que cette méthode de synthèse permet d'obtenir divers aminoalcools, qui sont susceptibles de présenter un certain intérêt au point de vue physiologique, comme anesthésiques ou sympathomimétiques.

GÉOLOGIE. — *Sur des dislocations anciennes du massif de l'Argentera-Mercantour.* Note de Mlle **Anne Faure-Muret**, présentée par M. Paul Fallot.

La feuille géologique italienne de Demonte au 1/100000 indique au Sud de Mollières, entre la Punta Barnon et le Testa Marges, une formation appelée *Mollièresite*. Signalée par Franchi [1], elle fut minutieusement décrite par Sacco [2] (qui lui donna ce nom) et Roccati [3]. Ces derniers auteurs ont

(1) *Boll. R. Comitato Geol. d'Italia*, 25, 1894, p. 253.
(2) *Mem. R. Acc. Sc. Torino*, (2), 61, 1910.
(3) *Atti R. Acc. Sc. Torino*, 47, 1910-1911, p. 513-524.

admis qu'il s'agissait d'un conglomérat *gneissifié* postérieurement à son dépôt. Ils le rapportèrent avec doute au Permien, puis au Houiller. Pour eux il serait localement le terme de base du synclinal de *Permien métamorphique* qui s'étendrait du col de Fer à la Testa Marges.

J'ai pu montrer ([1]) que ce Permien supposé correspond en réalité à des gneiss écrasés, localement transformés en mylonite et définissant une bande Sud-Est-Nord-Ouest repérée sur 22^{km}, que nous appellerons *zone de Mollières*. La *Mollièresite*, incluse sur 1^{km} dans cette zone, est elle-même écrasée.

Les contacts entre la *Mollièresite* et les gneiss sont laminés, peu nets, et c'est pourquoi on y décrivit des passages insensibles de l'une à l'autre de ces formations. D'autre part, le conglomérat est constitué de galets à éléments cristallins, de toutes tailles, généralement arrondis, dont certains émanent de roches qui étaient déjà écrasées. Le ciment de la *Mollièresite* est arkosique, l'écrasement auquel il fut soumis donne à la pâte un aspect fluidal aux éléments alignés, la séricite, abondante, provenant de la destruction des plagioclases. Aucun autre minéral n'y a pris naissance. Ici aussi, on a confondu l'écrasement avec le métamorphisme.

La nature grossière du ciment et la forme des galets ne témoignent pas d'un long transport.

A l'est de Mollières, la feuille de Demonte indique une nouvelle zone d'écrasement, dite de Fremamorta, affectant le granit de l'Argentera, axée sensiblement Est-Ouest et définissant une surface de contact inclinée au Nord. En Italie elle s'étend d'Est en Ouest, de la vallée de la Valetta à la Testa de Fremamorta, sur la frontière franco-italienne. En France où je l'ai étudiée, elle se poursuit suivant la même direction jusqu'au lac Nègre, puis s'oriente vers le Sud-Ouest, mais disparaît dans la vallée de Mollières sous les éboulis et le glaciaire. Au delà de ce vallon jusqu'à la Punta Barnon où affleure la *Mollièresite*, les pentes, drapées de dépôts récents, ne permettent aucune observation. Il est possible qu'au delà de la Punta Barnon, elle donne lieu au petit col entre les cimes de las Lausas et de Combuglion. L'écrasement de Fremamorta n'affecte pas la *Mollièresite*.

A l'est du lac Nègre, entre le Caire Ponciu et la Testa de Fremamorta, cette zone de broyage s'amplifie. Large de 200^m, elle montre une série d'écailles, comportant, au Sud, des gneiss, comme le supposait Sacco, au Nord, une formation détritique, non métamorphique, souvent très laminée : arkose grossière admettant même de petits galets peu roulés de granit.

On ne peut encore attribuer un âge ni à ces formations, ni aux dislocations qui les affectent; mais il semble logique d'admettre la chronologie suivante :

1° Dépôt, sur le granit de l'arkose grossière du Caire Ponciu;

([1]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 941-942.

2° Phase de plissement, écrasant cette formation et donnant lieu à une série d'écailles allongées Est-Ouest;

3° Érosion et dépôt de la Mollièresite, où sont inclus des galets de roches écrasées provenant sans doute de la zone de Fremamorta;

4° Phase de dislocations donnant lieu à la mylonite de Mollières, orientée Nord 45° Ouest, c'est-à-dire croisant la zone de Fremamorta.

Cette dernière phase de plissement est certainement antérieure au Trias, comme j'ai pu le montrer plus au Nord.

Ainsi apparaissent, dans la tectonique ancienne de l'Argentera-Mercantour, deux directions de dislocations, impliquant deux phases orogéniques nettement séparées.

GÉOLOGIE. — *Les golfes quaternaires de Mazagan (Maroc occidental).* Note de M. **Marcel Gigout**, présentée par M. Paul Fallot.

Il est frappant qu'au sud de Mazagan les cordons réguliers de dunes consolidées pliocènes et quaternaires, qui forment le long du littoral atlantique une bande de 20^{km} de largeur, se trouvent interrompus. Dans le détail, l'étude morphologique de cette région, facilitée depuis peu par des cartes topographiques à grande échelle (1/50000 régulier de l'Institut géographique national), révèle 5 plates-formes, alignées Nord-Sud, à des altitudes croissantes de Mazagan vers le Sud. Ce sont des surfaces remarquablement planes, encastrées dans les dunes consolidées et leur substratum (qui comprend du Pliocène), avec à l'Ouest une belle côte, qui a tous les caractères morphologiques et structuraux d'une falaise morte, tandis que leur limite Est est moins nette. Ces plaines étagées sont séparées par des côtes, sensibles par exemple sur la route Mazagan-Marrakech, et par des zones de collines basses, dont la constitution est celle de petites dunes fossiles ou de bancs d'huîtres, selon les cas. Les puits creusés dans ces plates-formes montrent tous, de haut en bas : *a.* des dépôts continentaux, notamment des limons anciens; *b.* une lumachelle marine; *c*, le substratum, Miocène au Nord, Crétacé au Sud.

Je donne ci-dessous les points moyens de ces plaines (en coordonnées Lambert N. Maroc), et leurs altitudes (prises sur le 1/50000); du Sud au Nord :

1° 210×267 et 212×270; entre 95^m au Sud et 70^m au Nord;

2° 210×278 et 215×278; entre 55 et 65^m;

3° 210×288; du Nord au Sud : 25 à 35^m;

4° 213×296; 15 à 20^m;

5° 213×298; moins de 10^m (de 2 à 8^m).

On voit que ces valeurs, dénuées de toute interprétation, entrent de façon frappante dans le cadre du Quaternaire *marin* de Ch. Depéret, et confirment ce que l'étude du littoral océanique entre Casablanca et Safi m'a permis

d'affirmer dans une série de Notes précédentes (¹). Si des points de détail restent à résoudre, il est manifeste que les 5 golfes de Mazagan sont les traces de 5 transgressions marines quaternaires d'altitudes décroissantes (²), conservées sur une portion stable de la Meseta marocaine. Leur alignement et leur pénétration dans le Continent font penser à des rias.

TECTONIQUE. — *Les accidents tectoniques de la bordure sud-ouest du dôme de Barrôt.* Note (*) de MM. **Pierre Bordet** et **Marcel Lemoine**, présentée par M. Paul Fallot.

L'étude géologique détaillée de la bordure sud-ouest du dôme permien de Barrôt nous a permis de mettre en évidence des faits qui semblent n'avoir pas été remarqués jusqu'ici.

1° La retombée ouest du dôme de Barrôt est marquée par une série d'accidents, failles, flexures ou plis, orientés N-E-S-O, donc sensiblement parallèles au cours du Var dans ce secteur. On peut reconnaître successivement les points suivants :

Dans le Permien existent deux failles, l'une allant du vallon des Roberts au Biegeon (¹), l'autre de la ferme de Tirebœuf au pont de Bertheou.

Les calcaires triasiques forment une série de 5 ou 6 plis pincés et déversés vers le Sud-Est; le plus extérieur est visible au Sud de Sauze et est orienté E-N-E-O-S-O; les autres sont franchement N-E-S-O; quatre d'entre eux s'ennoient assez brusquement sous l'importante accumulation de gypse sur laquelle est situé Daluis.

Le Lias inférieur de la couverture secondaire, tabulaire dans l'ensemble, présente une flexure brutale N-E-S-O au fond du ravin de Cante.

Enfin une importante faille N-E-S-E, injectée de gypse, met en contact, à l'ouest de Daluis, la formation tertiaire des Barres de Martignac (série monoclinale de calcaire nummulitique surmontée de schistes satinés bleus, constituant l'extrémité nord-est du synclinal tertiaire du Castellet-les-Sausses, partie est de la cuvette d'Annot) avec la formation secondaire des cimes de Martignac et de Content, qui sera décrite ci-après. Cet accident se poursuit vers le Sud-Ouest, et la bordure sud-est du synclinal tertiaire est fortement écrasée au moins jusqu'au Castellet-les-Sausses. A cette faille ou à une faille parallèle sont dus, sans doute, les deux massifs diapirs de gypse qui apparaissent isolés au milieu des marnes noires du Crétacé moyen. Le fait de n'avoir pas reconnu cet accident a conduit certains auteurs à admettre une transgression du Tertiaire sur différents termes du Crétacé et du Jurassique (²). En fait, le Tertiaire repose ici sur le Crétacé supérieur à Rosalines, qui présente une épaisseur réduite et un faciès conglomératique (³).

(¹) *C. R. S. G. F.*, 12 déc. 1946, p. 328; *ibid.*, 3 févr. 1947, p. 53; *ibid.*, 17 févr. 1947, p. 71.

(²) Ch. Depéret avait retenu 4 transgressions quaternaires, mais noté la 5ᵉ : *C. R. S. G. F.*, 2 mai 1921, p. 125.

(*) Séance du 22 mars 1948.

(¹) Carte régulière au 1/20000ᵉ (Puget-Théniers, 1 et 5; Entrevaux, 4 et 8).

(²) J. Boussac, *Mém. C. géol. Fr.*, 1912, p. 119; J. Goguel, *Mém. C. géol. Fr.*, 1936, p. 241; Carte géologique au 1/80 000ᵉ, feuille Saint-Martin-Vésubie.

(³) L. Bertrand, *Bull. C. géol. Fr.*, 1897, p. 109; M. Mainguy, *B. S. G. F.*, 1937, p. 401.

2° A l'est de ce dernier accident, la série secondaire présente une disposition très différente. Au-dessus du gypse de Daluis, le Malm de la cime de Martignac forme un anticlinal à cœur d'Oxfordien poussé vers le Sud-Ouest et couché sur le Crétacé inférieur. Il semble fort peu probable que cet accident se poursuive en profondeur sous le Nummulitique des barres de Martignac, car un autre anticlinal de Malm, orienté quant à lui N-E-S-O, est visible 1^{km} au Nord-Ouest.

A l'est du Var, on retrouve dans la tête de Pibossan le même pli couché affectant toute la série jurassique, depuis les cargneules supérieures du Trias dans lesquelles s'est produit le décollement, jusqu'au Malm. Au front de cet accident, le Crétacé inférieur de Saint-Léger, et même le Crétacé supérieur de La Latte, sont également renversés ; en arrière, par contre, la série des calcaires triasiques de Liouc est restée parfaitement tranquille. Sur la crête de Lalarre, au revers nord de la tête de Pibossan, on voit apparaître un et peut-être deux autres anticlinaux écrasés à cœur de Trias. Le front anticlinal de Malm du pli de Pibossan, visible dans la crête du Graou, s'ennoie ensuite vers le Sud-Ouest et se déverse de plus en plus. En arrière de celui-ci, dans le ravin de la Roudoule, à 1^{km} au nord de La Croix, on voit apparaît en fenêtre et formant un faux anticlinal pincé, une série renversée comprenant Trias, Lias et Dogger, nous l'attribuons à la charnière synclinale plongeante du pli Pibossan. A l'est de La Croix, cet ensemble disparaît définitivement en profondeur sous la série crétacée relativement tranquille de Puget-Rostang.

De ces faits on peut retenir ceci :

1° L'accident tectonique anté-nummulitique de Daluis est net, mais de faible importance.

2° On constate dans cette région l'existence de deux directions d'accidents tectoniques, en gros perpendiculaires, les uns Nord-Est-Sud-Ouest, les autres Nord-Ouest-Sud-Est. Il n'est pas possible, dans l'état actuel de nos connaissances, de préciser s'il s'agit là des effets de deux poussées différentes, et espacées dans le temps, ou du résultat complexe d'une poussée unique dans des conditions locales particulières. Quoi qu'il en soit, les plis axés Nord-Est-Sud-Ouest dominent à l'Ouest du Var, les autres à l'Est, mais leurs domaines ne sont pas exclusifs. Bien au contraire, leur interférence aboutit dans la région de Daluis à la superposition d'un anticlinal de Malm déversé au Sud-Ouest à des anticlinaux de calcaire triasique poussés au Sud-Est.

3° Il n'est pas impossible que le pli couché de Pibossan se soit mis en place à la suite d'un glissement longitudinal de la série sud-orientale par rapport à la série nord-occidentale, le long de la faille de Martignac et des accidents qui la prolongent vers le Nord-Est.

CRYPTOGAMIE. — *Sur les caractères et la position systématique du genre* Phyllosiphon. Note de M. **Georges Mangenot**, présentée par M. Roger Heim.

La découverte récente [1] d'un *Phyllosiphon* cécidogène nous a conduit à préciser les caractères de ces Algues parasites; nous avons étudié non seulement

(1) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1034.

Phyllosiphon deformans, mais encore *Phyllosiphon Arisari*, espèce commune en certains points de la côte d'Azur.

Chez les deux espèces, les siphons végétatifs, de teinte jaune, limités par une paroi celluloso-pectique, contiennent un cytoplasme très dense, agité de courants, tenant en suspension un chondriome apparemment homogène, de très nombreux noyaux, des gouttes d'huile colorées en jaune et des sphérules colorables en acajou par les réactifs iodés, sphérules considérées par les précédents observateurs, soit comme un *amyloïde* (*P. Arisari* : Buscalioni, 1898), soit comme de l'amidon (*P. asteriforme* : Tobler, 1919).

Dans ces siphons se forment ensuite des spores en même temps qu'un verdissement de plus en plus intense se manifeste; les spores mûres sans flagelles (aplanospores) sont toujours très vertes, mais le verdissement n'est pas constamment lié au début de la sporulation car, chez *P. Arisari* au moins, on observe parfois des filaments sporulés mais non déhiscents, encore jaunes.

Ces constatations posent trois problèmes : les siphons végétatifs sont-ils dépourvus de ce pigment, comme ceux d'un champignon, ou en contiennent-ils des traces, comme une Cuscute? Les sphérules colorables par l'iode sont-elles de l'amidon formé dans des plastes? Quels sont enfin les caractères des chloroplastes visibles dans des spores mûres?

La mise en évidence, dans les siphons végétatifs, d'un chondriome apparemment homogène, de type fongique, ne suffit pas à affirmer l'absence de chlorophylle, à l'état de traces, dans de petits plastes morphologiquement indifférenciés. Nous avons donc soumis les siphons des deux *Phyllosiphon* à un examen au microscope à fluorescence ([2]) : les siphons végétatifs jaunes apparaissent alors opalescents, sans la moindre fluorescence rouge; l'absence de chlorophylle est ainsi prouvée; leur teinte jaune est exclusivement due à un caroténoïde dissous dans les gouttes d'huile : à l'état végétatif, les *Phyllosiphon* se comportent donc comme des champignons. Le caractère algal du parasite n'apparaît qu'au moment de la sporulation; les siphons en voie de sporulation présentent une fluorescence rouge d'autant plus intense qu'ils sont plus près de leur maturité.

Les globules colorables par l'iode, à structure nettement radiée et, cependant, sans biréfringence en lumière polarisée, naissent indépendamment des plastes : les *Phyllosiphon* ne sont pas hétéroplastidiés. Les caractères de ces corpuscules sont cependant très différents de ceux de l'*amidon* des Rhodophycées : ce ne sont certainement ni des lipides, ni des protides (réactions de ces corps négatives); sans doute s'agit-il d'un polyoside original, comme la leucosine des Chlorophycées, ou le paramylon des Euglènes.

Les chloroplastes relativement petits, disciformes, sont dépourvus de pyrénoïdes.

([2]) M. G. Busnel et Mlle A. Raffy nous ont guidé dans l'emploi de ce microscope.

Les spores, qui seront éliminées, naissent, chez *P. deformans*, dans des sporanges internes (kystes) isolés à l'intérieur de siphons, au milieu d'abondants résidus protoplasmiques. Deux délimitations successives interviennent : la première a pour conséquence la formation des kystes à l'intérieur des siphons, au sein du protoplasme, la seconde la formation des spores par fragmentation, sans résidu, du contenu des kystes. Chez *P. Arisari*, nous n'avons jamais observé de tels kystes : les spores naissent immédiatement au sein des siphons. Cependant, il n'y a pas là, semble-t-il, de différence fondamentale, car Franke (1882), puis, surtout, Buscalioni (1898) ont signalé l'existence accidentelle, dans les siphons de *P. Arisari*, de *macrospores* donnant ensuite naissance aux *microspores* définitives.

Ces observations conduisent à séparer le genre *Phyllosiphon* de l'ordre hétérogène des Siphonales et, comme l'a fait Chadefaud pour le genre *Vaucheria* ([3]), à le rattacher aux Xanthophycées. Parmi les Xanthophycées, les *Botrydium* paraissent voisins des *Phyllosiphon* : la morphologie de leurs siphons, leur mode de multiplication, par fragmentation du protoplasme, soit en zoospores, soit en aplanospores, soit en kystes pouvant ensuite produire des zoospores, le mécanisme de la déhiscence, enfin, rappellent beaucoup en effet les dispositifs décrits dans cette Note.

ZOOLOGIE. — *Observations sur la métamorphose d'*Ocyropsis, *Cténophore archilobé de la faune indochinoise*. Note (*) de M. **Constantin Dawydoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

Au cours de mon séjour de cinq ans à l'Institut Océanographique de Nhatrang (Sud-Annam, Indochine), j'ai eu maintes fois l'occasion d'observer les larves d'un Cténophore archilobé que je rattache au genre *Ocyropsis*. En suivant leur métamorphose, j'ai pu constater que l'organisation de ces larves et quelques traits de leur transformation en l'animal achevé présentent certaines particularités non négligeables et qui méritent d'être signalées, malgré que mes observations aient un caractère assez fragmentaire.

1° La larve est de type cydippoïde, mais totalement dépourvue de l'appareil tentaculaire, en ce sens qu'elle n'a, ni tentacules, ni ébauches de gaines destinées à les protéger. L'appareil locomoteur ne comporte que huit palettes natatoires (à cils extrêmement longs), chaque côte méridienne étant réduite à une seule palette.

2° Malgré l'absence de tentacules et de leurs gaines, on constate, dans le système gastrovasculaire périphérique de la larve, deux vaisseaux tentaculaires, minces, mais très longs et orientés verticalement, dans le sens descendant.

(3) *Ann. Sc. Nat. Bot.*, 11e série, 2, 1941, p. 25.

(*) Séance du 22 mars 1948.

3° La larve, initialement plus ou moins ovoïde, mais comprimée suivant son axe transversal, ne tarde pas à changer radicalement d'aspect extérieur; sa partie supérieure se renfle de façon très prononcée. Ce renflement est déterminé par une excroissance circulaire massive de la partie moyenne du corps larvaire. Notons tout de suite que le repli en question ne représente autre chose que l'ébauche commune et très précoce des deux lobes spatuliformes normaux de l'animal adulte. Le fait d'importance capitale qui résulte de ce mode de formation des lobes en question est que ces derniers, en ce qui concerne leur origine chez *Ocyropsis*, ne se trouvent en aucune relation avec le péristome.

4° Comme suite de l'accentuation du repli annulaire qui apparaît autour de la partie orale du corps de la larve, cette dernière affecte une allure médusoïde. Sa face orale, délimitée par le repli en question, devient légèrement (mais nettement) concave, rappelant la cavité sous-ombrellaire des Scyphoméduses, tandis que l'extrémité buccale tronco-conique, placée maintenant au fond de cette sous-ombrelle, prend automatiquement l'aspect d'un court manubrium.

5° Ce stade ne dure que très peu de temps; le repli circulaire que nous venons de décrire se subdivise en deux moitiés, constituant les deux lobes. Ce changement n'empêche pas la larve de conserver encore pendant quelque temps l'aspect simili-médusoïde, les lobes, même individualisés l'un par rapport à l'autre, continuant de limiter par leurs faces internes (qui restent franchement concaves) un espace péristomien rappelant toujours la cavité sous-ombrellaire.

6° La larve présente très tôt les deux paires de courtes auricules ciliées réglementaires, bordées par les vaisseaux méridiens paratransversaux. Notons que la ciliation de ces auricules ne se trouve en aucune relation avec les côtes méridiennes, qui, au stade qui nous occupe, conservent leur état primitif et n'offrent toujours qu'une seule palette chacune. C'est seulement chez la larve plus âgée et franchement bilobée que le nombre des palettes double. Elles restent en cet état même quand est acquise la forme définitive de l'organisme, où les lobes ont pris une extension considérable.

7° Par la suite, la larve acquiert des gaines tentaculaires et des tentacules (fort courts, d'ailleurs), desservis par les vaisseaux correspondants, qui, avant même l'apparition de l'appareil tentaculaire, montrent, à leurs extrémités, des dilatations assez prononcées.

Ces conditions primitives se modifient en ce sens que les extrémités inférieures orales des vaisseaux tentaculaires se résorbent et l'appareil tentaculaire commence à se dégrader et disparaître complètement (seules les parties supérieures des vaisseaux correspondants conservent leur intégrité). Les auricules deviennent longues et rubanées. Les lobes s'agrandissent et prennent une allure spatuliforme et acquièrent, sur leurs faces internes, une puissante musculature, d'abord radiaire puis circulaire.

HISTOCHIMIE. — *Contribution à l'étude histochimique du chondriome des cellules animales.* Note (*) de M[lle] **Colette Randavel**, transmise par M. Robert Courrier.

On connaît maintenant le rôle important de l'acide ribonucléique dans l'activité métabolique de la cellule. Il est donc intéressant de rechercher sa présence au niveau du chondriome.

Du point de vue cytologique, Brachet ([1]), par la coloration de Unna, et l'emploi de la ribonucléase a montré la présence d'acide ribonucléique dans l'ergastoplasme, mais il n'apporte aucune certitude en ce qui concerne le chondriome.

Du point de vue chimique, Claude ([2]), par centrifugation différentielle, a séparé des microsomes de *larges granules* contenant de l'acide ribonucléique et qu'il pense être constitués par des mitochondries et des grains de sécrétion.

Nous avons entrepris l'étude cytologique de cette question.

Techniques. — Utilisant la méthode mise en honneur par Brachet : coloration au vert de méthyle-pyronine ou au bleu de toluidine directement ou après action de la ribonucléase, nous avons étudié différents organes de la Souris blanche, fixés au Helly : intestin grêle, foie, pancréas, glande salivaire, rein, testicule, épididyme, vésicules séminales. Nous avons mis en évidence dans différentes cellules de ces organes des filaments, grains et bâtonnets de la forme et des dimensions des éléments du chondriome. Ces formations, colorables par la pyronine ou le bleu de toluidine ne l'étaient plus après action de la ribonucléase. Ils contiennent donc de l'acide ribonucléique.

S'agissait-il d'éléments mitochondriaux ? Pour répondre à cette question avec précision, il fallait comparer ces formations avec du chondriome authentique. La technique suivante nous a permis d'effectuer cette comparaison dans de bonnes conditions.

Nous fixons les organes au Helly qui conserve bien le chondriome et qui n'entrave pas l'action de la ribonucléase ni la coloration par la pyronine.

Des coupes de 2μ sont colorées par le vert de méthyle pyronine ou le bleu de toluidine. Quelques cellules particulièrement favorables sont photographiées. On décolore ensuite la préparation, on fait agir la ribonucléase puis on recolore à l'hématoxyline ferrique, on rephotographie alors le même endroit et l'on compare les deux clichés. La comparaison a été effectuée par plusieurs méthodes : examen au stéréoscope, superposition de positifs sur verre, comparaison point par point grâce à un quadrillage recouvrant les clichés. La meilleure méthode est celle qui consiste à examiner au microscope la préparation à l'hématoxyline

(*) Séance du 15 mars 1948.

([1]) *Arch. Biol.*, 53, 1941, p. 240-241.

([2]) *Journ. Exp. Méd.*, n° 1, 1946, p. 51-89.

ferrique, le microscope étant muni d'une chambre claire sous laquelle on place l'épreuve sur papier du premier cliché. On peut faire coïncider les deux images et, en faisant varier la mise au point du microscope, on peut retrouver exactement le plan optique qui a été photographié. On compare alors, point par point, les deux images superposées.

Dans la première image, la pyronine colore également l'ergastoplasme et les éléments présumés de nature mitochondriale.

Dans la deuxième image, la colorabilité de l'ergastoplasme a complètement disparu. Seul, le chondriome est coloré et se détache avec une netteté remarquable sur le cytoplasme fondamental devenu clair.

Cette action différentielle de la ribonucléase sur la colorabilité de l'ergastoplasme et du chondriome n'a pas encore été signalée à notre connaissance. Elle peut s'expliquer de la façon suivante : l'hématoxyline ferrique colore l'acide ribonucléique, mais aussi le complexe lipoprotidique du chondiome qui subsiste après action de la ribonucléase, mais qui n'est plus alors colorable par le bleu de toluidine ou la pyronine qui colorent spécifiquement les acides nucléiques.

Résultats : Cette étude a été effectuée dans les cellules de différents organes et en particulier sur la cellule hépatique. Nons avons fait les constatations suivantes.

1° De nombreuses correspondances ont été notées entre les deux images.

2° Cependant, tous les éléments mitochondriaux colorés à l'hématoxyline n'ont pas leurs correspondants colorés à la pyronine. Certains chondriosomes en particulier, ne prennent pas la pyronine, ce sont les bâtonnets de Heidenhain du 2ᵉ tube contourné du rein et le chondriome palissadique des canaux excréto-sécréteurs de la glande salivaire.

3° Inversement, certains éléments bien colorés à la pyronine ne sont plus visibles à l'hématoxyline ferrique (après ribonucléase). Dans ce cas, il s'agit d'ergastoplasme.

Conclusion : La mise en évidence du chrondriome par l'hématoxyline ferrique après action de la ribonucléase, et la comparaison précise des images obtenues avec les images données par la coloration de Unna, nous ont permis de montrer qu'une certaine partie du chondriome des cellules de différents organes de la Souris blanche contient de l'acide ribonucléique.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Étude de la descendance de* Bacillus rossii *F. issus de croisements entre les lignées bisexuée nord-africaine et parthénogénétique française*. Note (*) de MM. **Maurice Favrelle** et **Georges de Vichet**, présentée par M. Maurice Caullery.

Une Note précédente a donné les premiers résultats de la fécondation par un

(*) Séance du 22 mars 1948.

mâle d'Algérie de femelles parthénogénétiques françaises de *Bacillus rossii* F.(1). En même temps que leur descendance était suivie, l'expérience a été recommencée depuis lors à plusieurs reprises avec des mâles de provenance algérienne ou tunisienne. Des croisements ont été effectués entre les diverses lignées ainsi obtenues. Parallèlement, les possibilités de reproduction parthénogénétique étaient étudiées au cours des générations successives.

Après plus de dix ans, la descendance provenant de ces croisements n'a pas cessé d'être bisexuée. Si l'on prend soin d'enlever les œufs qui auraient pu être pondus avant l'apparition des premiers adultes mâles, la *sex-ratio* se maintient voisine de l'unité. Les variations morphologiques observées dans cette descendance sont individuelles et de même ordre que celles que fournissent les élevages de la plupart des Phasmes bisexués. En dehors des divers types habituels qu'offrent la coloration des femelles et les détails de conformation de leurs pièces génitales, elles portent principalement sur la taille qui oscille entre 53 et 79^{mm} chez les mâles, entre 68,5 et 102^{mm} chez les femelles. Ces différences dépendent surtout de la durée des intermues, elle-même fonction de la température et de l'alimentation.

Toutes les femelles isolées, soit dans la descendance de ces croisements, soit dans les lignées nord-africaines pures, pondent des œufs susceptibles de développement parthénogénétique. Dans les mêmes conditions d'élevage, ces pontes sont, en moyenne, moins abondantes que celles des femelles fécondées. Elles donnent une proportion d'éclosions très variable, mais atteignant souvent celle des œufs de lignée parthénogénétique française. Dans la descendance des femelles ainsi obtenues ne se manifeste aucun accroissement régulier de puissance parthénogénétique d'une génération à la suivante. La diploïdie ($2n = 36$) s'y est maintenue constante. Aucun intersexué n'a été observé. Malgré l'isolement récent de ces lignées parthénogénétiques, aucune forme héréditaire nouvelle n'a été obtenue, ce qui confirme les idées précédemment émises sur la stabilité générale des Phasmes à parthénogénèse diploïde facultative (2).

Non seulement il n'y a donc pas amixie entre les *Bacillus rossii* bisexués d'Afrique et les femelles parthénogénétiques françaises; mais les lignées issues de leur croisement se comportent comme celles d'espèces bisexuées normales.

---

(1) M. FAVRELLE et G. DE VICHET, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1899.

(2) P. CAPPE DE BAILLON, M. FAVRELLE et G. DE VICHET, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1070.

MICROBIOLOGIE. — *Le rôle des troubles vaso-moteurs dans la génèse des lésions allergiques.* Note (*) de M. **Albert Delaunay**, Mme **Jacqueline Lebrun** et Mme **Marcelle Delaunay**, présentée par M. Gaston Ramon.

Dans de précédentes Communications nous avons montré l'importance des lésions du tissu lymphoïde chez les animaux soumis à l'action prolongée d'une endotoxine bactérienne ([1]) ou violemment immunisés par du sérum de cheval ([2]). Le mécanisme de ces lésions nous a paru intéressant à déterminer. Dans les deux cas, il est possible de mettre en cause un processus allergique ([3]), mais une explication de cet ordre ne résout pas le problème; elle ne fait que le placer sur un autre plan.

A priori, pour rendre compte du déclenchement d'une inflammation allergique, on peut avancer trois hypothèses : 1° l'antigène circulant dans le sang, en venant se fixer sur les cellules renfermant l'anticorps correspondant, provoquerait directement leur mort. Mais cette hypothèse n'est plus soutenable aujourd'hui, la méthode des cultures de tissus ayant montré qu'on peut impunément ajouter une forte quantité d'antigène à des tissus immunisés qui se développent *in vitro*; 2° la combinaison antigène-anticorps, *in vivo*, entraînerait la libération dans l'organisme d'une substance cytotoxique, mais d'après les renseignements déjà acquis, cette seconde hypothèse ne parait pas être plus exacte; 3° reste une dernière explication : les lésions allergiques résulteraient de modifications de l'hydraulique circulatoire, elles-mêmes sous la dépendance de l'état allergique. On sait en effet qu'un tel état s'accompagne régulièrement de perturbations vasculaires qui se manifestent, en particulier au cours des chocs, par des troubles vaso-moteurs marqués ([4]). Ces troubles vaso-moteurs (constrictions spasmodiques des artérioles) gênent certainement l'apport du sang nourricier aux tissus. Mais suffisent-ils pour entraîner la mort de ces derniers? Autrement dit, un débit sanguin insuffisant dans un tissu, pendant un temps plus ou moins prolongé, est-il capable de produire des lésions comparables à celles qui apparaissent spontanément sur les terrains allergiques? Pour le savoir, nous avons fait les expériences suivantes.

Chez des cobayes en bon état, nous avons recherché sous anesthésie (éther) les ganglions du cou (on trouve ceux-ci assez facilement le long des deux gouttières carotidiennes), puis nous avons appliqué, sur le pédicule vasculaire se rendant à l'un d'eux, une ligature plus ou moins serrée. Nous déterminions ainsi, dans le ganglion correspondant, un état d'ischémie, mais une ischémie partielle seulement, compte tenu du caractère habituel-

(*) Séance du 22 mars 1948.
([1]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 154.
([2]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 133.
([3]) *Revue scientifique*, **89**, 1947, p. 532.
([4]) *J. of Immunol.*, **34**, 1938, p. 195.

lement assez lâche de notre ligature et d'une circulation collatérale souvent présente. L'opération une fois faite, aseptiquement cela va sans dire, le ganglion était remis en place, la peau sous-jacente recousue, et les cobayes placés en observation.

Au bout de laps de temps variables (3, 6, 9, 13, 17, 20 et 31 jours), nous avons sacrifié les animaux et prélevé les ganglions opérés. Les ganglions examinés de façon précoce étaient en général hypertrophiés. Lors des prélèvements tardifs, ils étaient normaux ou diminués de volume. Sur coupes, nous avons constamment trouvé des lésions : œdème et hémorragies en premier lieu, puis infiltration leucocytaire, réactions réticulées, prolifération des fibroblastes avec sclérose intercellulaire. Ces lésions, dans leur ensemble, ressemblaient très étroitement à celles que nous avons décrites précédemment (1) et (2) chez les animaux allergiques. Néanmoins, elles étaient presque toujours beaucoup plus marquées.

En ce qui concerne la genèse des lésions et des réactions inflammatoires que nous avons observées chez les animaux opérés, nous proposons l'explication suivante :

a. Un apport de sang insuffisant priverait le tissu intéressé des matières nutritives et de l'oxygène qui lui sont indispensables pour sa survie, d'où l'apparition des lésions cellulaires.

b. Les cellules, détruites par l'état d'anoxie, donneraient naissance à différentes substances qui entraîneraient, à coté de la vasodilatation locale qui est la règle dans ce cas, une augmentation de la perméabilité capillaire, avec œdème, et une migration intratissulaire des globules du sang. Au nombre de ces substances, on pourrait ranger soit l'histamine (5), soit la leukotaxine de Menkin.

c. Ainsi seraient finalement déclenchées, dans l'organe altéré, les fortes réactions inflammatoires que nous avons constamment rencontrées.

Peut-on mettre en cause un mécanisme analogue pour expliquer l'apparition spontanée de lésions allergiques? Personnellement nous le pensons, compte tenu de l'existence, chez les sujets hypersensibilisés, de troubles vaso-moteurs importants; la vaso-constriction artériolaire conduirait à une stagnation du sang dans les capillaires, qui serait elle-même génératrice du développement local d'un état d'anoxie avec toutes ses conséquences.

La séance est levée à 15h30m.

L. B.

---

(5) F. T. BILLINGS et B. C. MAEGRAITH, *Quat. J. exp. phys.*, 27, 1938, p. 249.

ERRATA.

(Séance du 22 décembre 1947.)

Note de M. *Benjamin de Jekhowsky*, Réduction à sa plus simple expression du système principal d'équations des méthodes d'Olbers et de Gauss pour la détermination des orbites paraboliques :

Page 162, formule (12), *au lieu de*

$$P_1\rho_1^2 + P_2\rho_1 + P_3 = 2r^2(r_1r_2)^{-\frac{1}{2}},$$

lire

$$P_1\rho_1^2 + P_2\rho_1 + P_3 = 2\tau^2(r_1r_2)^{-\frac{1}{2}}.$$

(Séance du 16 février 1948.)

Note de M. *Claude-Henri Paillard*, Malformations congénitales du rachis lombaire coïncidant avec des néphropathies ou du rhumatisme chronique :

Page 603, ligne 2, *lire* radiographiés pour affection rhénale ou rhumatismale.

(Séance du 8 mars 1948.)

Note de M. *Noubar Arpiarian*, Sur les suites de fonctions orthogonales par rapport à un ensemble de courbes et de domaines différents :

Page 771, 29e ligne, *au lieu de* $f_n(z) = [\varphi(z)]^2$, *lire* $f_n(z) = [\varphi(z)]^n$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 AVRIL 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **PRÉSIDENT** souhaite la bienvenue à M. **PIERRE MARTENS**, Professeur à l'Université de Louvain, qui assiste à la séance.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La compressibilité des gaz et l'association.* Note de M. **JACQUES DUCLAUX**.

L'équation d'état de Van der Waals est fondée sur l'hypothèse d'attractions à courte distance entre les molécules des gaz. On peut, comme je l'ai montré [1], remplacer avec avantage cette hypothèse par celle d'une association des molécules, les forces à distance étant supprimées. Deux molécules associées ne formant qu'une unité cinétique, la pression est diminuée proportionnellement à l'association. Tant que la pression du gaz n'est pas grande, et que la déviation par rapport à la loi des gaz parfaits reste petite, il suffit d'admettre que les molécules se groupent deux à deux, en équilibre avec les molécules simples suivant la loi d'action de masse. Mais on ne peut évidemment pas expliquer ainsi que le produit pv de la pression du gaz par son volume devienne inférieur à $RT/2$. Pour rendre compte des valeurs inférieures, il faut admettre une association progressive, les molécules doubles s'unissant à d'autres molécules simples ou doubles et ainsi de suite en formant des agrégats de plus en plus complexes. Tous les degrés de complexité existent simultanément. Mais pour pouvoir traiter le problème il faut le simplifier, car le degré d'association pouvant dépasser 1000, on aurait à résoudre un système d'équations à plus de 1000 inconnues. La simplification que j'ai faite [2] consiste à admettre une association croissant en progression géométrique, de manière qu'il n'y ait à considérer que des groupements de 2, 4, 8, 16, ... molécules.

En outre il faut, pour pouvoir expliquer l'état liquide, admettre que la constante K de la loi d'action de masses, qui régit l'équilibre entre les molé-

---

(1) *Journ. de Phys.*, 8, 1937, p. 277.

(2) *Journ. de Phys.*, 8, 1947, p. 94.

cules de complexité 2^n et 2^{n+1} aux concentrations C_n et C_{n+1}

$$C_n^2 = KC_{n+1}$$

diminue à mesure que n augmente et que le volume du gaz décroît.

Sur la loi de diminution on ne peut rien dire *a priori*, et j'ai fait encore ici les hypothèses les plus simples :

En passant des molécules n aux molécules $(n+1)$, la constante K est multipliée par un coefficient A indépendant de n.

En passant du volume 1 au volume v, la constante K est multipliée par v^m, le facteur m étant indépendant de v.

La connaissance des nombres A et m, jointe à celle du covolume b, qui conserve la même signification que dans l'équation de Van der Waals, permet de calculer la compressibilité d'un gaz. La comparaison avec l'expérience donne des résultats très satisfaisants, comme le montrent les exemples qui suivent.

Azote à 0° (Kamerlingh Onnes et van Urk).

p (atm.).	pv observé.	pv calculé.	Différence.	p (atm.).	pv observé.	pv calculé.	Différence.
33,1.....	0,9886	0,9889	+0,0003	46,0.....	0,9854	0,9855	+0,0001
34,1.....	9891	9887	— 4	48,4.....	9844	9848	+ 4
36,0.....	9887	9881	— 6	53,7.....	9836	9836	0
37,8.....	9874	9876	+ 2	56,3.....	9827	9831	+ 4
38,9.....	9878	9873	— 5	58,5.....	9833	9828	— 5
42,0.....	9872	9867	— 5	58,6.....	9834	9828	— 5
43,1.....	9860	9863	+ 3				

La concordance est parfaite.

Argon à —116°,62 (Kamerlingh Onnes et Crommelin).

p (atm.).	pv observé.	pv calculé.	Différence.	p (atm.).	pv observé.	pv calculé.	Différence.
13,9.....	0,523	0,522	—0,001	46,5.....	0,348	0,351	+0,003
17,7.....	506	506	0	50,4.....	313	316	+ 3
30,7.....	447	447	0	54,9.....	262	265	+ 3
37,2.....	411	412	+ 1	60,7.....	183	179	— 4
41,9.....	381	383	+ 2				

Azote à —131°,27 (Kamerlingh Onnes et van Urk).

25,3.....	0,417	0,414	—0,003	36,5.....	0,361	0,362	+0,001
27,5.....	407	405	— 2	38,0.....	353	355	+ 2
28,9.....	399	398	— 1	45,0.....	312	315	+ 3
31,7.....	386	386	0	49,1.....	287	289	+ 2
33,6.....	376	377	+ 1	51,7.....	273	273	0
35,7.....	365	366	+ 1	58,3.....	242	237	— 5

Pour l'argon comme pour l'azote la proximité du point critique (— 122° pour l'argon et — 147° pour l'azote) fait que les déviations par rapport à la loi des gaz parfaits sont beaucoup plus grandes. L'accord est cependant très bon. Il serait encore possible de l'améliorer par un meilleur choix des constantes, mais les calculs sont longs et les résultats sont déjà assez probants. En plus c'est un progrès illusoire que de représenter, avec une très grande précision, des chiffres expérimentaux qui n'atteignent peut-être pas cette précision. Enfin il n'est pas probable que sous cette forme très simple la théorie s'applique jusqu'au point critique, en raison de l'influence des fluctuations de densité dont elle ne rend évidemment pas compte. C'est seulement quand les calculs auront été faits pour un grand nombre de gaz, à diverses températures, que l'on pourra se rendre compte des imperfections du calcul.

Il est déjà remarquable qu'il donne une concordance aussi bonne avec des moyens aussi simples. La courbe de compressibilité est entièrement fixée par les valeurs du covolume et des constantes A et *m* définies plus haut. Mais A semble être une constante universelle, dont la valeur est voisine de 0,75. Le nombre de paramètres variables est donc le même que dans la formule de Van der Waals. Mais la concordance avec l'expérience est généralement dix fois meilleure.

BOTANIQUE. — *Sur un nouveau genre et une nouvelle espèce de la famille des Rubiacées* Assidora problematica *Chev. vivant dans la forêt vierge de la Côte d'Ivoire*. Note de M. **Auguste Chevalier**.

Excursionnant au mois de février en auto ([1]), sur une route traversant un lambeau de forêt vierge entre Tiassalé et Divo, dans la Basse Côte d'Ivoire, accompagné de M. F. Miège et d'un jeune africain Aké Assi, collaborateurs de M. le Professeur G. Mangenot à l'Institut biologique d'Adiopodoumé, près Abidjan, nous nous arrêtames pour examiner de près de superbes buissons de *Caloncoba glauca* Gilg dépouillés de feuilles, mais chargés de grandes fleurs blanches semblables à certaines pivoines. Nous étions en pleine saison sèche ([2]). Notre attention fut en même temps attirée par un autre petit

([1]) Depuis qu'il existe des routes même mauvaises à travers l'Afrique tropicale et des transpòrts motorisés, les moyens d'exploration botanique à travers la forêt vierge sont devenus faciles. Comme le disait récemment le Professeur Mangenot : « Autrefois, c'est-à-dire de 1900 à 1912, lors des premières explorations, on allait à pied dans des contrées inhabitées ou insoumises, par des pistes ou même à travers la nature, dans des conditions d'une dureté que nous ne connaissons plus..., dans la chaleur moite de la forêt, s'enlisant dans les potos-potos, se déchirant dans les fourrés de lianes épineuses ».

Aujourd'hui l'étude de la vie végétale à travers les forêts vierges africaines est devenue presque aussi agréable que les excursions botaniques dans la forêt de Fontainebleau.

([2]) De nombreux biologistes ont du mal à comprendre que dans cette forêt dense, dite hygrophile, où il tombe de l'eau pendant plus de huit mois, où il existe de fréquents

arbre également sans feuillage mais portant, à l'extrémité de ses rameaux étalés en candélabre, de beaux bouquets de fleurs d'un blanc crème. Nous le fîmes abattre. Les corolles non épanouies étaient enfermées dans une grande spathe coriace qui s'ouvrait sur le côté pour laisser passer quelques fleurs faisant saillie au dehors. Cet arbre m'intrigua beaucoup au premier abord. Je n'avais jamais rien vu de semblable dans les forêts de l'Ouest africain qui me sont assez familières. Aké Assi nous dit presque aussitôt : « Je crois que c'est une Rubiacée, mais on ne l'a pas observée encore ».

Il ne se trompait pas! Je me rappelai immédiatement que peu de temps auparavant j'avais étudié dans l'Herbier du Muséum de Paris des spécimens d'un arbre remarquable du Gabon ayant la même apparence, mais des feuilles beaucoup plus grandes et des fleurs plus nombreuses disposées d'une autre manière, le *Schumanniophyton magnificum* Harms, mais notre plante, tout en appartenant à la même sous-tribu (*Gardeniæ-Schumanniophytæ*) constitue un genre très différent que nous décrivons ainsi :

Assidora Gen. nov. — *Arbores inermes. Folia terminales majusculi 3-natim verticillata, membranacea. Stipulæ interpetiolores, rigidæ, acutæ. Flores majusculi in ombellos terminales multiflores dispositi. Involucræ spathiformes. Calyx junior lineare-oblongus, acutiusculus, clausus, per anthesin, subspathaceo-fissus vel irregulariter 2-3 fidus, tardive truncatus. Corollæ tubus superne longe ampliata; tubuloso-hypocrateriforma, costata, fauce glabra, sericeo-tomentosa, limbi lobi*

---

brouillards à la période sèche (de novembre à mars), il sévit pendant cette période une sécheresse intense très nuisible à la végétation. Celle-ci est à ce moment en état de déséquilibre: plus d'eau dans le sol; beaucoup d'espèces d'arbres et d'arbustes perdent leurs feuilles et les reprennent de janvier à mars; bananiers, caféiers et cacaoyers plantés à travers la forêt sont languissants et ont les feuilles plus ou moins flétries, mais il suffit d'une petite pluie pour revigorer ce monde végétal. Presque en même temps se déclenche pour beaucoup d'arbres une montée de la sève, les arbres dénudés se couvrent de fleurs, les bourgeons foliaires s'entr'ouvrent. On ne sait encore quelle est l'action qui intervient, — probablement l'énergie radiante solaire, avec des radiations spéciales —, toujours est-il que les racines des grands arbres qui plongent profondément dans le sol dans la couche où il reste encore beaucoup d'eau ont, à cette époque, leur potentiel d'absorption très intensifié, c'est une véritable printanisation qui se produit alors que la nature est encore au repos. Loin des rivières, hommes et animaux ne trouvent plus d'eau superficielle pour s'abreuver. J'ai constaté au cours de ce voyage que les manœuvres d'un chantier forestier recourent, pour se procurer de l'eau, au stratagème suivant : ils déterrent les racines des *Ceiba* et des *Triplochiton*, arbres énormes aux racines puissantes. Avec des segments de racine de la grosseur du bras et longs d'un mètre environ, taillés en flûte à une extrémité et dressés au-dessus de la bouche, ils obtiennent une sève abondante et désaltérante qui coule goutte à goutte comme un robinet d'une conduite d'eau. Avec un tel segment on peut faire couler en une dizaine de minutes environ, un demi-litre de sève. D'où vient cette eau? Certains grands arbres reprennent alors leur activité et leurs racines puisent l'eau là où elles se trouvent. Mais pour beaucoup d'espèces aux racines enfoncées moins profondément, ce n'est que plus tard que la vie reprend.

5-12-patentes, stricte contorti. Stamina 10-13 fanci corollæ inserta, filamentis brevissimus: antheræ dorso affixæ, inclusæ breviter exsertæ. Discus radiatus, 10-lobus. Ovarium 3-6 loculare. Stylus crassus, apice clavatus, pilosus, subangulatus: stigmate stellulæforme. Fructus magnus, ovoideus corliaceus 5-6 locularis. Semina numerosissima, angulata, agglutinata, testa tenui albumini corneo adhærente: embryo axilis (³).

Diffère du genre *Schumanniophyton* par les feuilles pétiolées, les stipules coriaces persistantes, par les fleurs sessiles groupées par 6-8 dans une spathe coriace s'ouvrant par une fente au moment de la floraison. Calice tubuliforme spathacé, divisé à l'extrémité en 2 ou 3 lobes irréguliers, la partie libre se déchirant circulairement après l'anthèse et laissant au-dessus de l'ovaire un manchon cylindrique membraneux persistant quelque temps, le dépassant de 5 à 6 mm. Corolle à tube cylindrique, élargi au sommet à 8-10 côtes. Limbes à 5-12 lobes (ordinairement 8 ou 10) oblongs aigus à préfloraison imbriquée convolutée. Étamines 10 à 13, épipétales, à filets très courts insérés au haut du tube de la corolle, la pointe des anthères faisant un peu saillie hors du tube. Anthères cylindriques à 2 loges s'ouvrant en long. Ovaire pentagonal pubescent à l'extérieur à placenta axile divisé en 5 ou 6 loges. Style inclus dans le tube de la corolle, pubescent plus ou moins pentagonal et élargi dans le tiers supérieur, surmonté de 6 (parfois 5) stigmates étalés en étoile, ovoïdes-charnus et rapprochés. Fruit capsulaire indéhiscent-ovoïde tronqué et déprimé au sommet, à péricarpe mince et ligneux à maturité, lisse, sans sillons, ni crêtes. 5 ou 6 septas partent du placenta mais ne rejoignent pas la paroi du péricarpe. Graines noires ovoïdes-anguleuses, nombreuses, groupées en 5 ou 6 masses, chacune entourée à la base par une sorte d'arille adhérant au placenta. Albumen corné, non ruminé; embryon linéaire.

Une seule espèce connue :

A. problematica A. Chev., arbre de 8 à 10^{m} de haut, ramifié en candélabre au sommet, à bois jaune; tronc de 20 à 35^{cm} de diamètre. Moelle abondante jaune, avec des diaphragmes scléreux. Écorce grisâtre cendrée. Feuilles

(³) Je dédie ce genre à Aké Assi, jeune Africain prodige, âgé de 17 ans, attaché à l'Institut biologique d'Adiopodoumé et dont le père Aké Anga, ancien aide-technique de M. Aubréville, l'éminent forestier botaniste, avait déjà beaucoup appris auprès de ce savant. Il en a fait profiter son fils, mais Aké Assi, au savoir qu'il a acquis près de son père, élève d'Aubréville, joint celui qu'il a acquis aussi près de M. le professeur Mangenot et de son collaborateur M. F. Miège. Il connaît aujourd'hui par leurs noms scientifiques et vernaculaires environ 2000 espèces végétales de la Côte d'Ivoire et ce qui est mieux encore, il sait les reconnaître en forêt dense, où le mélange des arbres et arbustes est pourtant déconcertant. Son savoir et son sens de l'observation tiennent en vérité du prodige. Il est capable de nommer en forêt, sur le vu d'une feuille morte ou d'une graine tombée, la plupart des plantes que l'on rencontre et sans pouvoir souvent en observer la cime et à plus forte raison sans en voir les fleurs ou les fruits.

tombant à la saison sèche et reparaissant en mars, groupées au sommet des rameaux et verticillées par 3, rarement opposées, laissant en tombant de très grandes cicatrices liégeuses, en écusson allongé (6^cm de long et 2^cm,5 de large). Limbe oboval, entier (ou parfois légèrement lobé au sommet), cunéiforme à la base, atténué au sommet, à acumen aigu ou subobtus, à texture herbacée et molle, à surface supérieure pubérulente et rude, l'inférieure d'un vert clair, faiblement pubérulente sur les nervures dans le jeune âge, ensuite glabre, de 30 à 40^cm de long et 18 à 25^cm de large.

Nervures secondaires 12 à 16 (et parfois 18) paires très saillantes en dessous, réticules des nervilles transversaux saillants en dessous. Pétiole charnu, de 2^cm de long, finement pubérulent à l'état jeune, ensuite glabre. Stipules grisâtres, oblongues, persistantes à l'état adulte, connées et appliquées sur la tige. Inflorescences terminales renfermées dans une spathe s'ouvrant latéralement au moment de la floraison et renfermant 8 à 10 fleurs sessiles d'un blanc jaunâtre, très odorantes (odeur vanillée ou de Gardenia). Spathes longs de 5 à 6^cm, nerviés, d'un gris cendré, glabres avec des lenticelles saillantes à l'extérieur, pubescents et soyeux en dedans.

Calice spathacé-tubuliforme de 3 à 5^cm de long, d'un blanc verdâtre anguleux-pentagonal, velu soyeux en dedans, tronqué plus tard, la partie persistante ciliée sur les bords, tube de la corolle d'un vert jaunâtre, anguleux, long de 5 à 6^cm, pubérulent à l'extérieur, élargi au sommet, la partie libre composée de 8 à 10 lobes, actinomorphes, oblongs subaigus longs de 1^cm,5, larges de 8 à 10^mm au milieu. Ovaire cylindrique velu sur les bords, tronqué au sommet, divisé en 5 ou 6 loges, entièrement recouvert d'un disque glanduleux, glabre, présentant 12 glandes linéaires, rayonnant autour de la base du style et recouvrant toute la surface supérieure de l'ovaire.

Le manchon qui surmonte le jeune fruit se dessèche et disparaît précocement.

Le fruit à maturité reste adhérent à l'arbre, mais le péricarpe est souvent brisé par les oiseaux et vidé en partie de ses graines. Celles-ci se répandent sur le sol et donnent de nombreuses plantules. C'est grâce aux jeunes plants répandus sous l'arbre et portant leurs feuilles verticillées que nous avons pu décrire celles-ci. A l'état jeune elles sont d'un vert brun violacé et légèrement velues surtout sur les nervures.

L'arbre comme port rappelle *Schumanniophyton magnificum*, mais les caractères qu'on vient d'énumérer montrent les différences profondes qui séparent ces plantes ([1]).

([1]) La plante stérile que nous avons décrite sous le nom de *Schumanniphyton arboreum* Chev. n'appartient pas à ce genre, mais elle s'identifie à *Corynanthe Johimbe* K. Schum. La plante trouvée au Gabon par l'abbé A. Walker, signalée à tort sous le nom de *S. arboreum* (*Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 879) est donc en réalité un *Paucinistalya*. C'est ce qui explique l'action stimulante et aphrodisiaque des écorces, propriété que n'auraient pas, d'après Raymond-Hamet, les écorces de *Schumanniophyton*.

L'exemple de ce genre nouveau remarqué au cours d'un rapide voyage dans la forêt de la Côte d'Ivoire montre qu'il reste encore sans doute beaucoup de végétaux à découvrir dans cette grande forêt, attaquée de toutes parts aujourd'hui par les coupeurs de bois et les planteurs de Cacaoyers, de Caféiers, de Bananiers, forêt déjà fort réduite et dont il ne subsistera probablement dans quelques décades que d'infimes lambeaux. Il est urgent de faire la prospection botanique de cette forêt, spécialement dans l'ouest de la Côte d'Ivoire et dans le nord du Libéria, régions encore à peine visitées par des naturalistes.

M. **Louis Lapicque**. — *Remarque sur la Note précédente.*

Je demande la permission d'apporter mon assentiment à un point de la Communication si intéressante de M. Chevalier : c'est à savoir les virtualités intellectuelles des Noirs, que depuis fort longtemps j'ai considérées explicitement comme égales en général à celles des Blancs.

D'abord, le poids cérébral est le même dans toutes les races d'homme quand on le calcule correctement par rapport au poids du corps. Sans doute il serait hasardeux de conclure ici de l'égalité organique à l'égalité fonctionnelle. Mais, j'ai ainsi observé, parfois de près, ayant vécu chez eux, bien des sauvages, je suis convaincu qu'ils sont virtuellement nos égaux. En particulier, je citerai les Negritos andamanais qui ont été parfois considérés comme des spécimens d'humanité rudimentaires. J'ai trouvé là comme partout des hommes qu'on doit sans restriction considérer comme intelligents, à condition que nous prenions la peine de les comprendre.

M. **Gustave Ribaud** fait hommage à l'Académie de l'Ouvrage intitulé *Transmission de la chaleur.* Tome I. *Le Rayonnement thermique*, qu'il vient de publier en collaboration avec M. **Edmond Brun**.

M. **Frederick Stratton** adresse à l'Académie le *Report of the executive Committee July* 1947 de l' « International Council of scientific Unions », dont il est le Secrétaire général.

DÉSIGNATIONS.

M. **Émile Roubaud** est désigné pour représenter l'Académie au quatrième **Congrès de Médecine tropicale et Malaria**, qui se tiendra à Washington, du 10 au 18 mai 1948.

CORRESPONDANCE.

M. **Jules Drach**, Membre de l'Académie, MM. **Ferdinand Vandry**, Recteur de l'Université Laval, et **Adrien Pouliot**, Doyen de la Faculté des Sciences,

à Québec, au nom de ces Établissements, adressent l'expression de leurs sentiments de condoléances à l'occasion du décès de M. *Alfred Lacroix*.

Le **Président** et le **Secrétaire général** du **Congrès International des Sciences Anthropologiques** et **Ethnologiques** invitent l'Académie à se faire représenter à la troisième Session de ce Congrès, qui se tiendra à Bruxelles et à Tervueren, au mois d'août 1948.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Francis Cusset. *Mesures américaines, Mesures britanniques, Mesures métriques. Tables complètes de conversions.*

2° Ch. Brunold. *Esquisse d'une pédagogie de la redécouverte dans l'enseignement scientifique.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les propriétés des relations fonctionnelles vérifiées par les lois de probabilité des fonctions aléatoires dérivables.* Note de M. **Jean Bass**, présentée par M. Henri Villat.

Soit $X(t)$ une fonction aléatoire admettant une dérivée en moyenne quadratique $U(t)$ continue en moyenne quadratique et telle que $\overline{U}$ existe. Soit $f(x, u)$ une fonction mesurable, bornée en module, pourvue de dérivées secondes continues bornées.

I. On démontre que si la moyenne $\overline{f}$ est dérivable par rapport à t,

$$(1)\qquad \frac{d}{dt}\overline{f} = \overline{u\frac{\partial f}{\partial x}} + \lim_{\tau=0}\frac{1}{\tau}\overline{\left[(U_1-U)\frac{\partial f}{\partial u} + \frac{1}{2}(U_1-U)^2\frac{\partial^2 f_1}{\partial u^2}\right]}$$

avec

$$f_1 = f[X+\theta(X_1-X),\ U+\theta(U_1-U)],\qquad X_1 = X(t+\tau),$$
$$U_1 = U(t+\tau)\qquad (0<\theta<1.$$

Nous ferons les *hypothèses* suivantes :

1° La limite du deuxième membre de (1) peut s'écrire $\overline{Bf}$, B étant un opérateur linéaire de l'espace L^∞ des fonctions mesurables bornées de x, u.

2° Pour tout x fixé, B admet un adjoint A dans l'espace L^1 des fonctions absolument sommables de u.

On a vu ([1]) que la fonction caractéristique $\varphi(\lambda, \mu, t)$ de $X(t)$, $U(t)$ vérifie alors une équation fonctionnelle de la forme $\partial\varphi/\partial t = C\varphi$. La première hypothèse exprime que $\varphi(\lambda, \mu, t)$ se déduit de $\varphi(\lambda, \mu, 0)$ par une loi déterminée. Si, en particulier, l'opérateur C ne dépend pas de t, on a formellement

$$\varphi(\lambda, \mu, t) = e^{Ct}\varphi(\lambda, \mu, 0).$$

([1]) E. Arnous, J. Bass et D. Massignon, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 627.

La deuxième hypothèse attache au point aléatoire $X(t)$ une équation de transfert.

Nous allons préciser d'abord les *propriétés de l'opérateur* B :

1° Si $f(x)$ et $g(u)$ sont deux fonctions mesurables bornées

$$B[f(x)g(u)] = f(x)B[g(u)].$$

2° $$B(1) = 0, \quad \text{et par suite} \quad B[f(x)] = 0).$$

3° Si, en particulier, B est un opérateur différentiel, il est nécessairement de la forme

$$B = \sum_p b_p(x, u, t)\frac{\partial^p}{\partial u^p}.$$

Ces propriétés s'étendent facilement aux vecteurs aléatoires, et au cas où les premiers moments de X, U existent.

II. Nous avons déjà signalé (¹), (²) que, si $U(t)$ est organisé en chaîne simple continue avec densité de probabilité, l'opérateur B est un opérateur différentiel du deuxième ordre. Nous allons montrer que cette forme de B résulte d'hypothèses plus générales, ne faisant pas intervenir l'équation de Chapman-Kolmogoroff.

Hypothèses. — 1° $X(t)$, $U(t)$ admettent une densité de probabilité bornée, ne s'annulant pas à distance finie.

2° Si $p(x, y, u, v, t, t+\tau)$ est la densité de probabilité liée de $X(t+\tau)$, $U(t+\tau)$, quand $X(t) = x$, $U(t) = u$,

$$\lim_{\tau=0}\frac{1}{\tau}\iint (v-u)\,p(x, y, u, v, t, t+\tau)\,dy\,dv = a(x, u, t),$$

$$\lim_{\tau=0}\frac{1}{\tau}\iint (v-u)^2\,p(x, y, u, v, t, t+\tau)\,dy\,dv = b(x, u, t),$$

les intégrales étant étendues à tout le plan des y, v.

3° $U(t)$ vérifie la condition de Lindeberg. Si $p_1(u, v, t, t+\tau)$ est la densité de probabilité liée de $U(t+\tau)$ quand $U(t) = u$, on a, pour tout $\varepsilon > 0$,

$$\lim_{\tau=0}\frac{1}{\tau}\int_{|v-u|<\varepsilon}(v-u)^2 p_1(u, v, t, t+\tau)\,dv = 0.$$

LEMME 1. — *La moyenne liée de* $(1/\tau)[X(t+\tau)-X(t)]^2$ *tend vers zéro avec* τ.

LEMME 2. — *La moyenne liée de* $(1/\tau)[X(t+\tau)-X(t)][U(t+\tau)-U(t)]$ *tend vers zéro avec* τ.

LEMME 3. — $\lim_{\tau=0}\frac{1}{\tau}\int_{|v-u|>\varepsilon}(v-u)^2 p(x, y, u, v, t, t+\tau)\,dy\,dv = 0.$

LEMME 4. — $\lim_{\tau=0}\frac{1}{\tau}\int_{|y-x|>\varepsilon,\,|v-u|<\varepsilon}(v-u)^2 p(x, y, u, v, t, t+\tau)\,dy\,dv = 0.$

THÉORÈME. — $\frac{d}{dt}\overline{f} = \overline{u\frac{\partial f}{\partial x}} + \overline{a\frac{\partial f}{\partial u}} + \frac{1}{2}\overline{b\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}}.$

(²) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 190.

Remarque. — Si, en particulier, $U(t)$ est organisée en chaîne simple, les moyennes liées relatives à $U(t+\tau)$ pour $X(t)=x$, $U(t)=u$ se réduisent à des moyennes liées pour $U(t)=u$ seulement, et les démonstrations se simplifient. Les fonctions a, b ne dépendent plus de x, mais seulement de u, t.

MÉCANIQUE. — *Sur une classe d'oscillations auto-entretenues.* Note (*) de M. **Nicolas Minorsky**.

Dans les problèmes de la commande d'un système mécanique par un couple produit artificiellement, on rencontre une équation différentio-différentielle de la forme

$$\ddot{\theta}+p\dot{\theta}+\omega_0^2\theta+q(\lambda)\bar{\dot{\theta}}=0, \tag{A}$$

où les trois premiers termes se rapportent respectivement à l'inertie, l'amortissement et le couple de rappel naturels du système et le dernier correspond au couple produit artificiellement et ayant lieu avec un certain retard h, en sorte que $\bar{\dot{\theta}}=\dot{\theta}(t-h)$ désigne la vitesse angulaire retardée. La constante q peut être variée en fonction d'un paramètre λ.

On constate expérimentalement que tant que $q<q_k$, q_k étant une certaine valeur critique de q, tout se passe comme si l'on avait affaire à une équation différentielle à coefficients constants

$$\ddot{\theta}+(p+q)\dot{\theta}+\omega_0^2\theta=0. \tag{B}$$

Pour $q\geqq q_k$ une oscillation parasite apparaît avec une amplitude et fréquence variables en fonction de q.

Substituons $\theta=ae^{zt}$, $(z=\alpha+i\omega)$ dans l'équation (A). On obtient

$$z+\frac{\omega_0^2}{z}+p+q\,e^{-hz}=0, \tag{C}$$

ce qui montre qu'il existe une relation transcendante entre le décrément α et la fréquence ω. Le régime harmonique s'obtient en posant $\alpha=0$, ce qui donne

$$p+q\cos\varphi=0;\qquad \frac{g}{\varphi}-\frac{\varphi}{n}=\operatorname{tg}\varphi, \tag{D}$$

où $\varphi=\omega h$; $g=\omega_0^2 h/p$; $n=ph$.

La deuxième de ces équations a une infinité de racines mais, comme ces racines doivent satisfaire aussi à la première équation, il est clair que les racines communes à ces deux équations n'existent que pour une suite de valeurs discrètes q_k du paramètre q. Appelons ces valeurs q_k les *valeurs harmoniques*. On vérifie, en substituant $z=i\omega_k+\Delta z$ dans (C), que pour un écart Δq du

(*) Séance du 23 février 1948.

paramètre de sa valeur q_k le régime harmonique disparaît. On trouve que pour $q = q_k - \Delta q$ le décrément α est négatif (les amplitudes décroissent); pour $q = q_k + \Delta q$, $\alpha > 0$. En ce qui concerne la distribution des fréquences ω_k, ces conclusions sont sensiblement d'accord avec les données expérimentales. Par contre, cette théorie linéaire ne donne aucun renseignement ni au sujet de la valeur de l'amplitude stationnaire ni n'explique le fait que ces oscillations existent quand $q \neq q_k$ (le phénomène de *traînage*). Ces difficultés disparaissent si l'on fait intervenir la théorie non linéaire. Dans notre cas la non-linéarité provient du fait que le couple produit artificiellement en pratique croît moins vite que selon la loi linéaire. Exprimons-le par une relation de la forme $q\dot{\theta} - q_3\dot{\theta}^3$ où nous supposerons que q_3 est une petite constante positive. En appliquant la méthode connue ([1]) [qui consiste à chercher la solution de (B), compte tenu du terme non linéaire sous la forme $\theta = a \sin(\omega t + \beta)$; $\dot{\theta} = a\omega\cos(\omega t + \beta)$ où a et β sont deux fonctions inconnues de t], on obtient deux équations.

$$(\mathrm{E})\quad \begin{cases} \dfrac{da}{dt} = -\dfrac{1}{2}a(p + q\cos\varphi) + \dfrac{8}{3\omega}q_3 a^3\omega^3\cos\varphi, \\ \dfrac{d\Psi}{dt} = \Omega(a) = \omega + \dfrac{1}{2}\left[(\omega_0^2 - \omega^2)/\omega + q\sin\varphi - \dfrac{3}{4}q_3 a^2\omega^2\sin\varphi\right] = \omega + \delta\omega, \end{cases}$$

dans lesquelles $\Psi = \omega t + \beta$; $\Omega(a)$ et ω sont les fréquences non linéaire et linéaire respectivement et $\delta\omega$ est l'écart non linéaire de la fréquence. L'amplitude stationnaire est donnée par la formule

$$(\mathrm{F})\quad a_{st} = \frac{1}{\omega_{st}}\sqrt{\frac{4(p + q\cos\varphi_{st})}{3q_3\cos\varphi_{st}}}.$$

Pour calculer a_{st} dans la première approximation, il suffit de remplacer q et ω dans ces formules par $q_k + \Delta q$ et $\omega_k + \Delta\omega$ en ne gardant que des termes linéaires en Δq et $\Delta\omega$. On obtient ainsi une expression pour a_{st} en fonction de quantités connues h, p, q_k, ω_k, ω_0.

Comme $\cos\varphi$ est toujours négatif dans ce problème pour des raisons physiques évidentes, la formule (F) montre que pour le régime auto-entretenu $p + q\cos\varphi_{st} < 0$, tandis que pour le régime harmonique cette quantité est nulle. On voit ainsi que ces oscillations existent pour des écarts positifs finis du paramètre dans le voisinage de q_k, ce qui explique le phénomène de *traînage*.

Remarquons aussi que dans le voisinage de valeurs q_k le phénomène se comporte conformément à la théorie de Poincaré ([2]). En effet, quand le

([1]) N. KRYLOFF et N. BOGOLIUBOFF, *Introduction à la Mécanique non linéaire*, Kieff, 1937.

([2]) H. POINCARÉ, *Œuvres*, I, 1928, p. 53; M. A. ANDRONOW, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 559.

paramètre varie de $q_k - \Delta q$ à $q_k + \Delta q$, le foyer stable devient instable avec l'apparition du cycle limite dans le voisinage du cercle $a = a_{st}$ dans le plan de phase $(a,\ da/dt)$.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur une solution des équations de la couche limite.* Note de MM. **Marcel Tournier** et **Marc Bassière**, présentée par M. Joseph Pérès.

On considère un fluide incompressible de viscosité dynamique ν et, dans ce fluide, une plaque indéfinie immobile au temps $t = 0$ puis brusquement mise en mouvement de translation avec la vitesse U_0 à partir de cet instant. On peut, en partant des équations de Navier qui se réduisent alors à

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{1}{\nu}\frac{\partial U}{\partial t}, \tag{1}$$

calculer la vitesse U à un instant quelconque t en un point situé à la distance y de la plaque. Le calcul se fait aisément en passant par l'intermédiaire du calcul symbolique et l'on trouve

$$U = U_0\left[1 - erf\left(\frac{y}{2}\sqrt{\frac{1}{\nu t}}\right)\right]. \tag{2}$$

On considère maintenant une plaque finie, perpendiculaire au plan de référence, dont la trace coïncide avec l'axe des x, se déplaçant dans le même fluide d'un mouvement uniforme, de gauche à droite, avec la vitesse U_0, et dont le bord d'attaque passe en $x = 0$ au temps $t = 0$. Les molécules de la tranche fluide d'abscisse $x = 0$, qui étaient au repos avant le passage de la plaque, vont être entraînées par celle-ci. Lorsque le bord d'attaque sera en x, la tranche fluide aura vu passer une longueur x de la plaque, ce qui aura demandé un temps $t = x/U_0$. Les molécules de cette tranche seront donc sensiblement dans le même état de mouvement que si elles étaient au voisinage d'une plaque indéfinie en mouvement avec la vitesse U_0 depuis le temps $t = x/U_0$. Pour un observateur lié à la plaque

$$u_p = U_0\, erf\left(\frac{y}{2}\sqrt{\frac{U_0}{\nu x}}\right), \tag{3}$$

où u_p est la vitesse pour des axes liés à la plaque.

Avec cette équation, on retrouve, pour l'épaisseur de la couche limite, la loi parabolique bien connue. L'épaisseur δ_x de la couche limite à la distance x du bord d'attaque est $\delta_x = 3.645\, x/\sqrt{\mathcal{R}_x}$ au lieu de $4.92\, x/\sqrt{\mathcal{R}_x}$ suivant la formule de Blasius.

La solution proposée n'est qu'approchée, puisque la symétrie qu'on avait supposée ne tient pas compte de l'existence de vitesses transversales.

En réalité, l'équation différentielle complète de la couche limite est celle de Prandtl :

$$(4)\qquad \nu\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}-\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)^2+u\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-u\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}=0.$$

Pour juger de l'approximation de la solution (3), portons-la dans (4). On trouve :

$$(5)\qquad -1+erf\left(\frac{y}{2}\sqrt{\frac{U_0}{\nu x}}\right)=0,$$

la relation (5) est satisfaite, et (3) peut donc être considéré comme solution de (4) pour les grandes valeurs de l'argument. Cette solution satisfait aussi aux conditions aux limites $u=0$ pour $y=0$ et $u=U_0$ pour $y=\infty$; d'autre part elle a l'avantage sur les solutions en séries de Blasius ou de Pohlhausen d'être dérivable et intégrable.

Pour lui conférer une approximation meilleure dans l'épaisseur de la couche limite, on peut utiliser deux constantes arbitraires p et q de façon que la solution

$$(6)\qquad u_p=U_0 p\, erf\left(q\frac{y}{2}\sqrt{\frac{U_0}{\nu x}}\right)$$

satisfasse l'équation (4) pour une valeur donnée à l'intérieur de la couche limite, et donne la même épaisseur de couche limite que celle trouvée par Blasius. Avec $p=1,019$ et $q=0,62$ la différence entre les profils de vitesses de Blasius et de (6) est, en tout point inférieure à 2 %.

Dans un autre ordre d'idées, la fonction $erf(z)$ n'est qu'un cas particulier $(E_2(z))$ des fonctions Γ incomplètes

$$(7)\qquad E_n(z)=\frac{1}{\frac{1}{n}!}\int_0^z e^{-z^n}\,dz.$$

On peut chercher à (4) une solution de ce type. En posant

$$(8)\qquad u_p=U_0E_n(z)\qquad\text{avec}\quad z=k\frac{y}{2}\sqrt{\frac{U_0}{\nu x}},$$

et en substituant dans (4), on trouve

$$(9)\qquad k^2\frac{n(n-1)}{2}z^{n-2}=E_n(z).$$

Si l'on remarque d'autre part que le développement de $E_n(z)$ est

$$(10)\qquad E_n(z)=\frac{1}{\frac{1}{n}!}\left[z-\frac{z^{n+1}}{1!\,(n+1)}+\frac{z^{2n+1}}{2!\,(2n+1)}+\dots\right],$$

on voit que pour identifier (9) et (10) aux termes inférieurs au premier ordre

près, il suffit de faire

$$(11) \qquad n=3 \quad \text{et} \quad 3k^2=\frac{1}{\frac{1}{3}!} \quad \text{soit} \quad k=0{,}611.$$

La fonction $u_p = U_0 E_3\left[0{,}611(y/2)\left(\sqrt{U_0/\nu x}\right)\right]$ *est donc solution de l'équation de la couche limite de Prandtl pour les petites valeurs de l'argument, c'est-à-dire pratiquement dans toute l'épaisseur de la couche limite.*

Avec cette solution on trouve, sans l'introduction d'aucun coefficient arbitraire :

Épaisseur de la couche limite : $\delta_x = 4{,}60\sqrt{x/\mathcal{R}_x}$ (Blasius 4,92),

Coefficient de frottement local : $C_T = 0{,}684\sqrt{1/\mathcal{R}_x}$ (Blasius 0,664).

La solution proposée, qui est une fonction plus maniable que le développement en série de Blasius, est une très bonne solution des équations de Prandtl. *Ceci a probablement pour raison profonde* qu'elle a été déduite d'une solution type d'un problème de régime transitoire, et *que le phénomène physique de la couche limite est* en effet *transitoire par rapport au fluide.*

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur l'application de la méthode rhéoélectrique au calcul des écoulements coniques infiniment aplatis.* Note de M. **Paul Germain**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Les écoulements coniques se ramènent à l'étude [1] de fonctions analytiques $U(Z)$, $V(Z)$, $W(Z)$ à l'intérieur du cercle (C_0) de rayon unité du plan Z, $(Z = X + iY)$ liées par les relations de compatibilité

$$(1) \qquad -\beta\frac{dU}{dZ}=\frac{2Z}{Z^2+1}\,\frac{dV}{dZ}=\frac{2iZ}{Z^2-1}\,\frac{dW}{dZ}.$$

Dans le cas d'un écoulement infiniment aplati, le cône obstacle (C) de sommet O, a pour image une coupure tracée le long de OX, si (C) est intérieur au cône de Mach (Γ) du point O. Si (C) déborde (Γ), les parties correspondantes ont pour images certains arcs du cercle (C_0). Dans tous les cas on connaît les valeurs de w le long de l'obstacle. Nous raisonnerons dans le cas d'un cône entièrement intérieur à (Γ) ayant pour image le segment bc de l'axe OX. On peut supposer que w prenne des valeurs opposées sur les deux bords de la coupure (problème symétrique) ou des valeurs égales (problème portant). Enfin les parties réelles u, v, w de U, V, W sont nulles sur (C_0).

2. L'analogie consiste à identifier la fonction $w(X, Y)$ dans un demi-cercle de (C_0) limité par le diamètre AA′ porté par OX, avec le potentiel électrique qui règne dans un bassin semi-circulaire à fond plat [2]. La demi-circonférence

---

[1] *Voir* nos précédentes Notes, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 183, et **225**, 1947, p. 487-489.

[2] Pour ce qui concerne les analogies électriques *voir* L. Malavard (*Publ. Scient. et Tech. du Ministère de l'Air*, fasc. 153, 1939).

est portée à un potentiel constant, pris comme zéro de l'échelle des potentiels.

Des électrodes disposées le long de bc, permettent la réalisation des conditions aux limites données. Quant aux portions $A'b$, cA, elles seront conductrices et portées au potentiel zéro dans le cas d'un problème symétrique, isolantes dans le cas d'un problème portant. Le problème consiste essentiellement à calculer u le long de bc, car u est proportionnel au coefficient de pression. Les relations (1) montrent que le long de bc, $\partial u/\partial X$ est proportionnel à $\partial w/\partial Y$, c'est-à-dire à l'intensité de courant rentrant par les électrodes dans le bassin, grandeur facile à mesurer. L'intégration nécessite la connaissance d'une valeur particulière de u, par exemple pour $Z = 0$; or on peut montrer facilement que :

$$u(0, 0) = -\frac{2}{3}\int_0^1 w(0, t)\frac{1-t^2}{(1+t^2)^2}\,dt.$$

Il suffit donc de relever la répartition des potentiels le long de OY pour connaître la valeur cherchée.

3. Dans le cas d'un problème portant, il faut, outre les conditions signalées, réaliser aux environs des points b et c, les singularités de la fonction $W(Z)$ en ces points ([3]). Le réglage des potentiels des parties conductrices des modèles réalisant ces singularités s'obtient en annulant l'intensité en A et en A'.

Dans le cas portant, il est possible d'obtenir le C_z global par une simple mesure électrique. On peut établir en effet la formule

$$C_z = \frac{2\pi}{3}\frac{(1+b^2)(1+c^2)}{(c-b)(1-bc)}\frac{\partial w}{\partial Y}(0, 1);$$

C_z est donc proportionnel à l'intensité au point de la circonférence située sur OY.

4. Nous avons également établi des méthodes purement numériques pour étudier ces écoulements. On peut ramener ce calcul à celui d'un opérateur trigonométrique ([4]), suivi de deux intégrations.

MÉCANIQUE STATISTIQUE QUANTIQUE. — *Équations d'évolution des lois de probabilité et théorie du transfert pour les fonctions aléatoires du second ordre.* Note (*) de MM. **Edmond Arnous** et **Daniel Massignon**.

Nous avons étudié ailleurs ([1]) les propriétés des observables qui forment des ensembles de fonctions aléatoires du second ordre.

Nous allons montrer ici, sur l'exemple des fonctions aléatoires dérivables et pour des *cas purs*, comment on peut former des équations d'évolution et des

(3) Se reporter à la Note de M. Malavard, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 39.

(4) *Voir* une Note antérieure, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 765-768.

(*) Séance du 22 mars 1948.

(1) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 318, 557, 785.

équations de transfert analogues à celles de la théorie cinétique. Les résultats s'étendent sans peine aux autres types de fonctions aléatoires et aux *mélanges*. Ne voulant faire aucune hypothèse sur la nature continue ou discontinue des spectres des opérateurs, nous écrirons ces équations en nous servant des fonctions caractéristiques des lois de probabilité; mais nous donnerons aussi les relations que vérifient les densités de répartition, quand les lois sont continues.

1. Soient A une fonction aléatoire dérivable et $\dot{A}$ sa dérivée. Nous avons vu que la loi de probabilité de A à l'instant t avait pour fonction de répartition et pour fonction caractéristique respectivement :

$$(1) \qquad \mu(x;\,t) = (\psi,\, U_t^* E_x U_t \psi) \qquad \text{et} \qquad \varphi(s;\,t) = (\psi,\, e^{2\pi i s A_t}\psi).$$

Désignons alors par $\overline{\dot{A}_t}$ la valeur moyenne de $\dot{A}_t$ liée par A_t. Il vient

$$(2) \qquad \frac{\partial}{\partial t}\varphi = 2\pi i s(\psi,\, \dot{A}_t e^{2\pi i s A_t}\psi) = 2\pi i s \int \overline{\dot{A}_t}\, e^{2\pi i s x}\, d\mu.$$

Or, il revient au même de multiplier l'exponentielle par $\overline{\dot{A}_t}$, qui est une fonction de x et t, ou de faire agir sur elle l'opérateur $\{\overline{\dot{A}_t}\}_{op}$ obtenu en remplaçant x par $(1/2\pi i)(\partial/\partial s)$ dans $\overline{\dot{A}_t}$. Par suite,

$$(3) \qquad \frac{\partial}{\partial t}\varphi(s;\,t) = 2\pi i s \{\overline{\dot{A}_t}\}_{op}\varphi(s;\,t).$$

Supposons maintenant la loi de A_t continue et de densité $\rho(x;\,t)$. Dans ces conditions $\varphi(s;\,t)$ est la transformée de Fourier $\mathfrak{G}\rho$ de ρ et

$$\{\overline{\dot{A}_t}\}_{op} = \mathfrak{G}\,\overline{\dot{A}_t}(x;\,t)\,\mathfrak{G}^{-1}.$$

On trouve une *équation de continuité* hydrodynamique

$$(4) \qquad \frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho\,\overline{\dot{A}_t}) = 0.$$

2. Supposons à présent la fonction aléatoire A deux fois dérivable. Avec des notations analogues, on obtient :

$$(5) \qquad \left(\frac{\partial}{\partial t} - s\frac{\partial}{\partial s'}\right)\varphi(s,\,s';\,t) = 2\pi i s' \{\overline{\ddot{A}_t}\}_{op}\varphi(s,\,s';\,t).$$

De même, pour une loi continue,

$$(6) \qquad \left(\frac{\partial}{\partial t} + \dot{x}\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \dot{x}}\overline{\ddot{A}_t}\right)\rho(x,\,\dot{x};\,t) = 0.$$

Tout ceci s'étend, bien entendu, à une fonction aléatoire vectorielle $\vec{A}$, dont les composantes $A^{(k)}$ et leurs dérivées $\dot{A}^{(k)}$ et $\ddot{A}^{(k)}$ forment un ensemble de fonctions

aléatoires. (6) contient alors comme cas particulier l'*équation de Boltzmann* de la théorie cinétique.

3. Supposons φ et ρ déterminés à partir de l'une des équations précédentes, et cherchons à former, pour une fonction aléatoire deux fois dérivable A, les *équations de transfert* (²) d'une grandeur $\mathcal{F}(\mathrm{A}, \dot{\mathrm{A}}, t) \in \mathcal{A}(\mathrm{A})$. Partons de

$$(7) \qquad \frac{d}{dt}\mathcal{F}(\mathrm{A}_t, \dot{\mathrm{A}}_t; t) = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathrm{A}_t}\dot{\mathrm{A}}_t + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{\mathrm{A}}_t}\ddot{\mathrm{A}}_t,$$

qui est une identité pour $\mathcal{F} = \mathrm{A}_t$ ou $\dot{\mathrm{A}}_t$, et qui est vraie pour $\mathcal{F} + \mathcal{G}$ et $\mathcal{F}\mathcal{G}$ quand elle est vraie pour $\mathcal{F}$ et $\mathcal{G}$. Posons $\mathcal{F} = e^{2\pi i s \mathrm{A}_t} . f(\overline{\mathrm{A}_t}, \dot{\mathrm{A}}_t; t)$ et prenons la valeur moyenne de (7); la méthode de calcul qui nous a mené à (3) nous conduit maintenant à

$$(8) \qquad \left\{ \frac{\partial}{\partial t}\overline{f}^{1} - 2\pi i s \overline{f\dot{\mathrm{A}}_t}^{1} - \left(\overline{\frac{\partial f}{\partial t}}^{1} + \overline{\frac{\partial f}{\partial \mathrm{A}_t}\dot{\mathrm{A}}_t}^{1} + \overline{\frac{\partial f}{\partial \dot{\mathrm{A}}_t}\ddot{\mathrm{A}}_t}^{1} \right) \right\}_{\mathrm{op}} \varphi(s; t) = 0,$$

où l'accolade est une fonction de x et t où l'on a remplacé x par $(1/2\pi i)(\partial/\partial s)$. On en déduit, dans le cas d'une loi continue, une équation de transfert en $\rho(x; t)$. Même chose pour les fonctions aléatoires vectorielles.

Si, dans (8), on fait $f = 1$, $f = \dot{\mathrm{A}}_t^{(l)}$ et $f = (1/2)\sum_l \dot{\mathrm{A}}_t^{(l)2}$, on trouve respectivement (3), des *équations hydrodynamiques du type d'Euler*,

$$(9) \qquad \left\{ \overline{\frac{\partial \dot{\mathrm{A}}_t^{(l)}}{\partial t}}^{1} - 2\pi i \sum_k s_k \overline{\dot{\mathrm{A}}_t^{(k)} \dot{\mathrm{A}}_t^{(l)}}^{1} - \overline{\ddot{\mathrm{A}}_t^{(l)}}^{1} \right\}_{\mathrm{op}} \varphi(s; t) = 0$$

et l'*équation de transfert de l'énergie cinétique*.

Ainsi, la Mécanique quantique, à côté des grandeurs microscopiques qui, en général, ne sont pas enregistrables, laisse une place à d'autres observables : les fonctions aléatoires du temps, *enregistrables*, qui correspondent pour la plupart à des *mesures grossières*, comme le montre l'allure classique des équations que nous venons d'obtenir.

OPTIQUE APPLIQUÉE. — *Sur une théorie de A. Blondel pour le calcul de l'éclairement produit par un projecteur.* Note de M. **Louis Dunoyer.**

La théorie de l'éclairement produit par un projecteur à grande distance, perpendiculairement à son axe, publiée par Blondel et Lavanchy en 1917 (¹), consiste à déterminer, pour un point de l'écran récepteur, la surface utile du

(²) Pour ce qui concerne les fonctions aléatoires en physique classique, *voir* J. Bass, *Rev. Sc.*, 83, 1945, p. 3-20.

(¹) *Ann. de Physique*, 7, 1917, p. 249-300, et 8, 1917, p. 51-96.

projecteur. Cette surface utile ayant, aux pertes près, la même brillance que la source, il est alors facile de calculer l'éclairement qu'elle produit en ce point. Quand celui-ci s'écarte de l'axe, la surface utile diminue en restant centrée sur l'axe et finit par se réduire à un point coïncidant avec le centre du projecteur; on est alors au bord du champ total.

Il peut paraître paradoxal que la surface utile se réduise ainsi à un élément axial, quel que soit le méridien du point éclairé. De plus, les valeurs du champ de pleine lumière et du champ total sont entièrement différentes de celle que fournit la théorie classique, avec l'approximation de Gauss, et les unes ne peuvent se réduire aux autres. Je me suis proposé d'expliquer cette antithèse.

J'y suis parvenu en reprenant la théorie de Blondel et Lavanchy, sans admettre dès le début, comme ils l'ont fait, que l'écran est à l'infini, mais en admettant avec eux que le demi-angle au sommet du cône de rayons issus d'un point de la surface du projecteur, supposé dioptrique, a pour tangente $(r/f)\cos\gamma$, en désignant par f la focale, par r le rayon du disque plan constituant la source et par γ l'angle focal du point considéré. Si l'on appelle l' la distance de l'écran, d la distance à l'axe du point éclairé, et si l'on prend dans le plan de la lentille l'axe des x dans le méridien de ce point, on obtient comme équation du contour de la surface utile, abstraction faite du bord de la lentille,

$$(1)\qquad \frac{y^4}{f^4}+\left[\left(\frac{d}{l'}\frac{l'}{f}-\frac{x}{f}\right)^2+\frac{x^2}{f^2}+1\right]\frac{y^2}{f^2}+\left(\frac{d}{l'}\frac{l'}{f}-\frac{x}{f}\right)^2\left(\frac{x^2}{f^2}+1\right)-\frac{r^2}{f^2}\frac{l'^2}{f^2}=0.$$

La discussion de cette équation montre que :

1° Pour les valeurs de l'/f inférieures à une certaine limite (donc exclues par la théorie de Blondel et Lavanchy), la courbe représentée par l'équation (1) ne présente qu'une région ovale, quel que soit l'écartement angulaire d/l' ; c'est analogue à ce que fournit la théorie classique.

2° Pour les valeurs de l'/f suffisamment grandes, la surface utile est plus complexe, lorsque l'écart angulaire du point éclairé est faible, elle ne comprend encore qu'une région comme ci-dessus; mais quand l'écart angulaire augmente, elle se scinde en deux régions fermées, dont l'une sort rapidement du contour de la lentille et n'intervient plus, tandis que l'autre se rétrécit et finit par se réduire à un point, ce qui correspond au bord du champ total. *L'extinction se produit donc d'une manière toute différente de celle que prévoit la théorie classique*, où le bord du champ total est atteint quand le contour de la lentille est tangent extérieurement à la projection sur le plan de celle-ci de l'image de la source, projection faite à partir du point où l'on considère l'éclairement.

Le point limite auquel se réduit la zone éclairante est d'ailleurs toujours excentré, dans le méridien du point éclairé, mais il tend rapidement vers le centre de la lentille quand l'/f augmente, ce qui explique à la fois le résultat de Blondel et Lavanchy et le paradoxe que ce résultat présente.

Les expressions que l'étude de l'équation (1) fournit pour le champ de pleine

lumière et pour le champ total, en fonction des paramètres l'/f, r/f, et y_0/f, y_0 désignant le rayon d'ouverture de la lentille, redonnent les valeurs indiquées par Blondel et Lavanchy quand on fait tendre l'/f vers l'infini. Elles redonnent aussi les valeurs indiquées par la théorie classique quand y_0/f tend vers zéro: les calculs complets seront exposés dans un autre Recueil ([2])

La raison profonde des divergences entre les deux théories réside non pas dans les aberrations, au sens usuel du terme, mais en ce que la théorie classique suppose l'existence d'une image de la source à l'infini, avec une ouverture constante du cône des rayons issus d'un point de la lentille, tandis que la théorie de Blondel et Lavanchy exclut la possibilité d'une image de la source à l'infini par la loi reliant l'ouverture du cône de rayons issus d'un point de la lentille à l'angle focal de ce point.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Mesure absolue de la fréquence du rayonnement cosmique effectuée à l'Observatoire de Meudon.* Note (*) de MM. **Anatole Rogozinski** et **Marc Lesage**.

Cette mesure a été faite dans un double but : celui d'obtenir des données expérimentales nécessaires aux travaux en cours et celui de les comparer avec les données analogues, souvent divergentes, obtenues en des endroits différents du globe ([1]).

Méthode employée. — Elle consiste à utiliser un compteur unique qui permet d'obtenir, avec un minimum d'hypothèses et de calculs, la valeur absolue de la fréquence du rayonnement cosmique.

Les trois principales sources d'erreur à considérer ici proviennent : 1° de la difficulté de déterminer le volume sensible exact du compteur; 2° des impulsions résiduelles, dues aux contaminations radioactives de la paroi du compteur et 3° de l'effet du rayonnement radioactif du sol et de l'entourage.

La première a été éliminée en opérant sur la différence ΔN des fréquences d'impulsion données par deux compteurs *ne différant que par la longueur de leur fil axial.* On parvient ainsi à s'affranchir de l'effet de bord, identique pour les deux compteurs. La différence de longueur des fils axiaux sera désignée, par la suite, par ΔL et le diamètre des compteurs par D.

La deuxième a été évaluée par une méthode analogue à celle qui avait servi à

([2]) *Revue d'Optique* (sous presse).

(*) Séance du 31 mars 1948.

([1]) W. Kolhörster et L. Tuwim, *Zeitschr. f. Physik*, **81**, 1933, p. 435; L. Janossy, *Zeitschr. f. Physik*, **88**, 1934, p. 372; J. C. Street et R. H. Woodward, *Phys. Rev.*, **46**, 1934, p. 1029; M. Cosyns, *Bull. Techn. Ass. Ing. Brux.*, 1936, p. 173; D. K. Froman et J. C. Stearns, *Canada J. Res.*, **16**, 1938, p. 29; T. H. Johnson, *Rev. Mod. Phys.*, **10**, 1938, p. 193; J. Clay et C. Levert, *Physica*, **9**, 1942, p. 158.

déterminer le courant résiduel d'une chambre d'ionisation ([2]). Elle consistait à disposer le compteur dans deux endroits, où l'intensité du rayonnement est sensiblement différente et à comparer le rapport des fréquences d'impulsion observées avec le rapport similaire obtenu à l'aide d'une chambre d'ionisation à haute pression. On a pu se servir, à cet effet, de la pièce d'une tour ([3]), où l'intensité du rayonnement se trouve réduite par un écran quasi sphérique de 1^{m} d'épaisseur d'eau distillée inactive, pesant 60 tonnes.

La troisième source d'erreur a pu être éliminée, en effectuant les mesures à l'air libre, loin de tout bâtiment, et en disposant le compteur sur un lit de plomb inactif (activité γ comparable à celle de l'eau distillée) de 7^{cm} d'épaisseur et de surface suffisante pour intercepter, jusqu'à le rendre négligeable, le rayonnement du sol. La masse de plomb utilisée était de l'ordre de une tonne et la réduction ainsi obtenue de la fréquence de comptage était de 34 %.

Conformément à la méthode indiquée, considérons deux compteurs placés horizontalement. En admettant que la distribution du rayonnement cosmique est uniquement fonction de l'angle au zénith θ et qu'elle suit une loi en $\cos^2 \theta$, on peut montrer que la fréquence du rayonnement $\mathcal{J}_0$, exprimée en nombre de rayons, ou de groupes de rayons simultanés, traversant, par unité de temps, une sphère de 1^{cm^2} de section et μ donnant naissance à une impulsion, est alors donnée par $\mathcal{J}_0 = (9\,\Delta N)/(8\,D\,\Delta L)$.

Conditions expérimentales et résultats. — Les compteurs utilisés étaient du type métallique, et avaient les caractéristiques suivantes : enveloppe en laiton de 1^{mm} d'épaisseur et de diamètre intérieur de $(26^{mm},0 \pm 0^{mm},1)$; fil axial en tungstène de $0^{mm},1$ de diamètre, limité à chaque extrémité par un tube de protection en verre et ayant une longueur de $(500^{mm} \pm 0^{mm},5)$ pour l'un des compteurs et de $(250^{mm} \pm 0^{mm},5)$ pour l'autre. Remplissage : mélange d'argon (100^{mm} Hg) et d'alcool absolu (10^{mm} Hg). Palier : 950 à 1250 volts environ avec une partie centrale sans pente appréciable. Tension de service : 1100 V.

La numération des impulsions a été effectuée à l'aide d'une échelle de 100, réalisée par le Commissariat à l'Énergie Atomique et mise obligeamment à notre disposition. Ainsi, étant donnée la fréquence relativement faible des impulsions observées, a-t-il été possible de négliger les pertes de comptage.

L'effet résiduel a été trouvé égal à 1,2 impulsion par heure et par centimètre carré de paroi de compteur, et l'effet barométrique à — 0,35 % par mm Hg. Leur détermination a nécessité de nombreuses mesures portant chacune sur un minimum de 12 000 impulsions.

En tenant compte de ces effets, on a trouvé, en définitive, $\Delta N_h = (1,64 \pm 0,045)$ impulsion par seconde, pour une section de $D\,\Delta L = (65^{cm^2},0 \pm 0^{cm^2},11)$.

([2]) A. Rogozinski, *Phys. Rev.*, **60**, 1941, p. 148.
([3]) A. Dauvillier, *Bull. Astronomique*, **10**, 1937, p. 123.

On obtient ainsi

$$\mathcal{J}_0 = (2,84 \pm 0,08) \times 10^{-2} \times \text{cm}^{-2} \times \text{sec}^{-1},$$

valeur rapportée à la pression barométrique de 747^{mm}Hg qui correspond à l'altitude (148^{m} au-dessus du niveau de la mer) de l'Observatoire de Meudon (longitude Est, 0°8′55″,5 Greenwich; latitude, + 48°48′18″).

Remarques. — 1. Il eût été préférable d'effectuer les mesures avec un compteur vertical, en raison de son orientation particulièrement symétrique par rapport à la distribution spatiale du rayonnement, et de la simplicité des calculs conduisant à l'expression correspondante de $\mathcal{J}_0$. Cette méthode a été cependant abandonnée, à cause de la quantité excessive de plomb dont il eût alors fallu disposer pour réduire suffisamment le rayonnement du sol.

2. Les valeurs de la fréquence absolue du rayonnement cosmique, obtenues à l'aide de compteurs par différents auteurs ([1]), présentent entre elles des écarts notables. Elles s'échelonnent d'environ 0,02 à 0,03 rayon $\times$ cm^{-2} $\times$ sec^{-1} pour la pression normale de 760^{mm}Hg. Ces écarts tiennent, dans une large mesure, à la diversité des caractéristiques des compteurs utilisés et à l'intervention de nombreux phénomènes parasites qui accompagnent de telles mesures. Aussi serait-il souhaitable qu'à l'occasion, par exemple, d'une Réunion Internationale de Physique, l'on établisse des normes de construction des compteurs destinés à ce genre de mesures et que l'on précise les conditions dans lesquelles ces mesures devraient être effectuées. L'adoption de telles règles par tous les physiciens intéressés permettrait de dresser rapidement une carte mondiale homogène des intensités du rayonnement cosmique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude du thioanisole et de ses dérivés.* Note (*) de M. **Paul Cagniant**, présentée par M. Marcel Delépine.

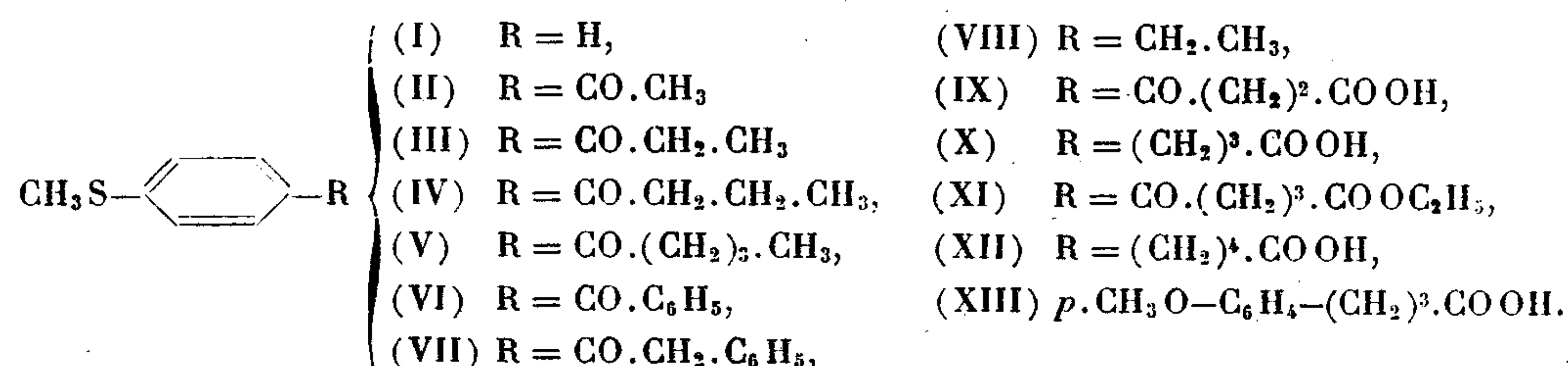
Certaines propriétés physiques du thioanisole (I) diffèrent notablement de celles correspondantes de l'anisole : point d'ébullition, spectre UV, etc. De même, certaines de ses propriétés chimiques, ainsi la métallation ([1]) par le *n*-butyllithium se fait sur le groupement méthyl-mercapto, tandis que celle de l'anisole a lieu sur le noyau benzénique, en position ortho. La déméthylation ([2]) par l'acide iodhydrique-acétique ne se fait pas avec le thioanisole, alors qu'avec l'anisole elle conduit facilement au phénol. Pour mettre en évidence de nouvelles différences de réactivité, nous avons étudié la condensation du thioanisole,

(*) Séance du 31 mars 1948.

([1]) H. Gilman et Webb, *J. Amer. Chem. Soc.*, 62, 1940, p. 987.

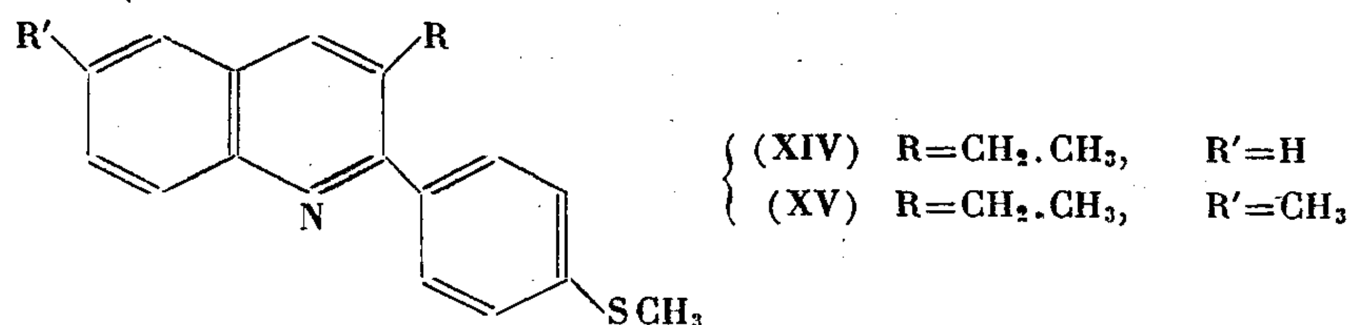
([2]) F. Arndt et Coll., *Ber. deut. Chem. Ges.*, 72, 1839, p. 1860.

selon Friedel-Craft, avec quelques chlorures d'acides : acétique, propionique, butyrique, valérique, benzoïque et phénylacétique. Nous avons obtenu avec de bons rendements les cétones correspondantes : *p*-acétylthioanisole (II), *p*-propionylthioanisole (III), *p*-butyrylthioanisole (IV), *p*-valéroylthioanisole (V), *p*-benzoylthioanisole (VI) et *p*-phénylacétylthioanisole (VII).



La réduction de (II), selon Clémmensen, nous conduit au *p*-éthylthioanisole (VIII). Avec l'anhydride succinique et le thioanisole nous avons obtenu l'acide β-*p*-thioanisoyl-propionique (IX), réduit facilement, selon Clemmensen, en acide γ-*p*-thioanisoyl-butyrique (X). De même avec le chlorure-ester éthylique de l'acide glutarique, nous obtenons le γ-*p*-thioanisoyl-butyrate d'éthyle (XI), dont la réduction de l'acide correspondant conduit à l'acide δ-*p*-thioanisyl-valérique (XII). Les chlorures des deux acides (X) et (XII) se refusent à toute cyclisation, en milieu sulfocarbonique et sous l'influence de Cl_3 Al. Dans les mêmes conditions le chlorure de l'acide γ-*p*-méthoxy-phényl-butyrique (XIII) se cyclise aisément en méthoxy-7 tétralone-1; par contre, le chlorure de l'acide δ-*p*-méthoxy-phényl-valérique se refuse également à toute cyclisation. Ces faits semblent démontrer que le thioanisole est un peu moins réactif que l'anisole, vis-à-vis de la réaction de Friedel-Crafts intramoléculaire. Les cétones (II), (III) et (VII) se condensent très bien avec l'isatine et ses dérivés, selon Pfitzinger, pour donner les acides cinchonimiques substitués correspondants [3].

Le *p*-butyrylthioanisole (IV) se condense encore avec l'isatine et la méthyl-5 isatine pour donner, après décarboxylation des acides eorrespondants : l'éthyl-3 *p*-thioanisyl-2 quinoléine (XIV) et la méthyl-6 éthyl-3 *p*-thioanisyl-2 quinoléine (XV). Par contre, le *p*-valéroylthioanisole se refuse à toute condensation, il en est de même avec le *p*-valéroylanisole.



Description des corps obtenus. — Le tétrachlorure d'acétylène nous semble être le

(3) *Voir* P. Cagniant, *Bulletin de la Soc. Chim.* (à paraître.)

meilleur solvant pour préparer les dérivés cétoniques du thioanisole; la réaction se fait à une température sensiblement plus élevée qu'avec l'anisole.

(II) $C_9H_{10}OS$, $É_{10}$ 170°; F 79°; cristaux incolores (éther de pétrole). Semicarbazone $C_{10}H_{13}ON_3S$, F 212-213°; petites paillettes incolores brillantes. (III) $C_{10}H_{12}OS$, F 63°; belles paillettes nacrées incolores (éther de pétrole); semicarbazone $C_{11}H_{15}ON_3S$, F_{inst} 167°; cristaux incolores. (IV) $C_{11}H_{14}OS$, F 67°; cristaux incolores (éther de pétrole); semicarbazone $C_{12}H_{17}ON_3S$, F 145°; cristaux incolores (alcool). (V) $C_{12}H_{16}OS$, F 54°; aiguilles brillantes incolores; semicarbazone $C_{13}H_{19}ON_3S$, F_{inst} 177°; cristaux incolores. (VI) $C_{14}H_{12}OS$, $É_{11}$ 217°; F 79°; paillettes incolores. (VII) $C_{15}H_{14}OS$, F 101°; fins cristaux (alcool). (VIII) $C_9H_{12}S$, $É_{15}$ 101°; d_4^{17} 1,007, n_D^{17} 1,5263. (IX) $C_{11}H_{12}O_3S$, F 153°; cristaux incolores (benzène). (X) $C_{11}H_{14}O_2S$, F 49°; paillettes incolores, très solubles dans le benzène. (XI) $C_{14}H_{18}O_3S$, F 44°; paillettes incolores (éther de pétrole); acide γ-*p*-thioanisoylbutyrique correspondant $C_{12}H_{14}O_3S$, F 136°; petits cristaux incolores; semicarbazone $C_{13}H_{17}O_3N_3S$, F 220°; paillettes nacrées incolores. (XII) $C_{12}H_{16}O_2S$, F 82°; petites aiguilles incolores; amide correspondant $C_{12}H_{17}ONS$, F 127-128°; petites aiguilles incolores (alcool). (XIV) $C_{18}H_{17}NS$, $É_6$ 220°; F 81°; cristaux incolores assez solubles dans l'alcool; picrate F_{inst} 191°; cristaux jaunes, très peu solubles dans l'alcool chaud. (XV) $C_{19}H_{19}NS$, $É_5$ 225°; F 98°; aiguilles soyeuses incolores; picrate, F_{inst} 190°, cristaux jaunes (alcool). Nous poursuivons des recherches analogues avec le sélénoanisole.

GÉOLOGIE. — *Rapports entre Danien et Calcaire pisolithique.* Note (*) de M. André Chavan, transmise par M. Charles Jacob.

Le Danien, dernier terme du Crétacé, ne contient plus d'Ammonites, mais deux Nautiles caractéristiques, *Hercoglossa danica* (Schloth.), *Nautilus Bellerophon* Johnstr. (*Heberti* d'Orb.). Défini au Danemark, cet étage est demeuré imprécis dans le Nord-Ouest de l'Europe. Ravn, après Vincent, reconnut sa présence en Limbourg (sondage d'Eysden). Dans le bassin de Paris, plusieurs gisements du *Calcaire pisolithique*, comme Vigny, furent rapportés, notamment par Haug, au Danien terminal, alors que d'autres (Meudon) prenaient place dans un Montien plus récent. Plus anciennement, Hébert n'avait vu dans l'ensemble qu'un témoin de la fin du Crétacé. Récemment, au contraire, Soyer donne un âge montien au *pisolithique*, âge mis toutefois en doute par divers auteurs.

Il faut d'abord rappeler que Danien et Montien se séparent tant par la différence d'ancienneté de leurs faunes, marquée par une chute sensible du pourcentage des genres éteints, que par la nature desdites, chargées d'immigrés méridionaux venus par l'Est au Danien, par l'Ouest au Montien. Les deux étages se superposent à Eysden comme au Danemark et sont séparés par une lacune.

Or, la faune du *pisolithique* tient du Danien par la présence des deux Nautiles comme d'un intéressant Lamellibranche de Faxe, *Ciplyella pulchra* (Ravn) (*Chama supracretacea* d'Orbigny), perpétué en Belgique dans une formation

(*) Séance du 22 mars 1948.

d'âge danien terminal ou montien inférieur (tuffeau de Ciply). Dans le *pisolithique*, ces éléments daniens caractéristiques s'associent à des formes encore plus anciennes, survivantes du Maestrichtien, comme *Lithophaga ciplyana* (Ryckh.), *Botula similis* (Ryckh.), *Brachidontes Cottæ* (Roem.) forme *phædra* (*d'*Orb.), surtout *Lima* (*Acesta*) *tecta* Goldf., *Neithea regularis* (Schloth.), *Chlamys dentata* (Nilss.), *C.* (*Lyropecten*) *cicatrisata* (Goldf.). Mais ces dernières n'ont été rencontrées qu'à Montereau, Vertus, Vigny, gisements dont la faune entière est de cachet visiblement plus archaïque que celle de localités comme Meudon, Montainville, Port-Marly ou Rueil, où les coquilles du calcaire de Mons prédominent au contraire sur celles de Ciply, Faxe ou Mæstricht.

Il semble effectivement ainsi que les formes montiennes aient diffusé dans le Bassin de Paris depuis l'Ouest vers l'Est, où elles paraissent moins nombreuses, tandis qu'y vivaient celles, résiduelles, d'origine orientale. C'est exactement l'hypothèse formulée par Ravn pour Ciply, dont la faune mixte s'explique par la pénétration dans une mer close danienne (ancienne terminaison Ouest, coupée, d'une grande mer venue de Russie sur la Pologne, l'Allemagne du Nord et le Danemark) d'un diverticule Est de l'Atlantique-Manche, précédant une trangression montienne plus étendue.

Voici quelques remarques confirmant l'extension de cette hypothèse :

1° Les formes crétacées mentionnées sont bien résiduelles. Il ne peut s'agir, pour leurs gisements, de dépôts antérieurs au Danien élevé, car, dans l'un des plus archaïques, Vertus, coexistent en nombre un Cérithe (*Ptychocerithium*) paraissant l'adulte d'une espèce de Mons (*sexlinum* Br. et C.) et une Vénéricarde du Montien d'Allemagne et de Copenhague, *Venericor Rœdeli* (Ravn).

Or, les argiles de Copenhague n'ont pas d'espèces communes avec Mons, aussi Grönwall, Ravn admettent-ils qu'au moment de leur dépôt (un peu semble-t-il, avant Mons) la mer orientale terminée au Danemark et l'Atlantique-Manche avançant vers Ciply n'avaient encore pas de rapports directs. Ainsi, la coexistence de ces deux formes prouverait la présence, à l'époque du *pisolithique*, d'une liaison des mers danoises avec l'Atlantique, par lequel immigrèrent, comme on sait, les *Ptychocerithium*, et bien des genres mésogéens venus jusqu'à Ciply.

2° Les plus grandes affinités de la faune sont bien avec ce gisement belge. Sur 77 espèces étudiées jusqu'ici, j'en ai trouvé 7 du Maestrichtien, 5 de Faxe, dont 2 antérieurement présentes, 2 de Copenhague, 20 de Ciply, dont 4 des antérieures, 9 continuées à Mons, 16 de Mons et 33 spéciales.

3° Enfin, le *pisolithique* renferme des genres dont la présence est caractéristique, pour l'un, *Clavilithes* (n. sp.) d'une venue méridionnale par l'Est (le genre existe à Faxe et Copenhague, mais manque dans le Paléocène belge), pour les autres, comme *Chama* (*C. ciplyensis* Vinc.), *Miltha* (*M. montensis* Coss.), *Mesalia* (*Turritella patula* Br. et C.), *Semivertagus* (*Cerithium urania* d'Orb.), *Batillaria* (*Cer. inopinatum* Desh.), d'une introduction méridionale aussi, mais par l'Ouest, ces genres, inconnus au Danemark, paraissant à Maestricht, Ciply ou Mons. Or, dans le *pisolithique*, ils ne se sont encore rencontrés qu'*à l'ouest* du Bassin.

Ces premières observations corroborent donc l'ancienne opinion d'un âge

danien supérieur pour certains gisements de la formation étudiée. L'étage existerait ainsi dans le Bassin de Paris, où se serait terminé en Champagne et dans l'Oise un diverticule Sud de la mer danienne à *Crania* de Belgique et de Faxe. Puis un prolongement de la Manche aurait pénétré par la vallée de la Seine (époque de Ciply), semblant contourner le Bray et l'Artois pour atteindre la Belgique par la Champagne et la Flandre. Le Bray et l'Artois auraient été franchis par la suite (époque de Mons), tandis que s'asséchait le diverticule parisien (marnes de Meudon). L'absence en Angleterre de Montien, comme le renouvellement au Thanétien de la communication Nord seule, puis de l'occidentale au Cuisien, paraissent appuyer cette manière de voir. On peut donc espérer retrouver quelque jour dans le Bassin de Paris une superposition du type Eysden, où, sous des formations comme Montainville, apparaîtraient des dépôts coquilliers plus archaïques du type Montereau.

BIOLOGIE FLORALE. — *Note préliminaire sur la cinétique florale de l'*Echium vulgare *L.* Note de M. **Paul Jaeger**, présentée par M. René Souèges.

Toute la journée durant, depuis 5 à 6 heures du matin, jusqu'après 8 heures du soir (juillet-août), on peut rencontrer, chez l'*Echium vulgare* (Vipérine), des boutons floraux en voie d'épanouissement. Les mouvements d'éclosion sont lents, continus et presque imperceptibles à l'œil nu; pour passer d'un bouton floral avancé à une fleur complètement épanouie, il faut, par une matinée ensoleillée de juillet-août, un laps de temps d'environ 40 minutes. La durée de l'activité reproductrice d'une fleur d'*Echium vulgare* est de 2 jours [1].

Premier jour [2]. — Le signal de l'ouverture du bouton floral est donné par l'écartement des lobes corollins postérieurs des lobes antérieurs. Les étamines, repliées dans le bouton floral, gagnent, dans un ordre toujours le même, leurs positions respectives : les anthères des deux étamines antérieures sont les premières à se dégager, celles des deux étamines latérales, aux filets courbés vers la ligne médiane, restent un peu plus longtemps cachées par les lobes corollins postérieurs, et, dès le début de l'épanouissement, on remarque au fond de la corolle l'étamine impaire, de taille plus petite et à filet courbé en S. Dès les premiers mouvements des lobes corollins, les anthères sont en déhiscence quel que soit le moment de la journée où se produit le phénomène. Au moment de l'ouverture de la fleur, les branches stylaires, rapprochées l'une de l'autre, se terminent par des stigmates non encore réceptifs. La fleur est au *stade mâle*. En l'espace de quelques heures, le style

(1) Ces observations ont été faites en juillet-août 1947 sur des sujets d'*Echium vulgare* poussant dans leur milieu naturel dans un terrain vague à la périphérie de Strasbourg.

(2) Cas de fleurs hermaphrodites épanouies au début de la matinée.

double de longueur, adopte une courbure à concavité postérieure et soulève au-dessus des anthères les stigmates devenus nubiles. Les stigmates d'une fleur épanouie au début de la matinée deviennent réceptifs vers le milieu du jour. En même temps que s'effectuent les mouvements d'éclosion, la corolle change de coloration : le pourpre violacé du bouton floral est remplacée par un bleu clair.

L'expulsion et la dissémination de l'abondante et gluante masse pollinique est facilitée par un *appareil particulier* qui n'aurait jamais été signalé, même par Darwin, et qui, le pollen une fois enlevé, se présente à la surface de l'anthère comme une masse d'aspect pelucheux, aranéeux. Cette masse est formée d'un ensemble de poils longs, pluricellulaires, unisériés, insérés au niveau des régions marginales se faisant face, et courbés en demi-cercle vers le bord opposé.

Au début du *deuxième jour* l'état de choses est sensiblement ce qu'il a été la veille : étamines à filets turgescents, anthères pratiquement débarrassées de leur pollen, stigmates nubiles dominant les anthères; la fleur est au *stade femelle*. Vers le milieu du jour les premiers signes du flétrissement se manifestent : la corolle se rétrécit, ses lobes cessent d'être turgescents, les filets s'inclinent vers la ligne médiane. Le style, par contre, est toujours dressé, à concavité postérieure, et ses stigmates toujours aptes à recevoir l'agent fertilisant.

Le *troisième jour* la fleur se flétrit : la corolle se ratatine, sa coloration tend vers un bleu foncé grisâtre et les filets se recroquevillent en tous sens. Le bouton floral situé devant la fleur flétrie grossit, se charge d'un pigment pourpre violacé et ne tarde pas à s'épanouir.

L'inflorescence de la Vipérine, une cyme unipare scorpioïde, est parcourue, de la base au sommet, par une onde d'épanouissement à progression lente. Le nombre de fleurs épanouies, en état d'activité reproductrice, qu'il est possible de rencontrer dans une inflorescence d'*Echium vulgare*, n'est jamais supérieur à deux, et encore, ces deux organes ne se trouvent-ils jamais au même stade, la fleur épanouie en dernier lieu pouvant être au stade mâle et l'autre au stade femelle. Un processus aussi régulier s'explique par l'épanouissement successif des fleurs, par la durée de leur anthèse et par la vitesse de propagation de l'onde d'épanouissement.

ZOOLOGIE. — *Sur la distribution géographique des genres* Norodomia *et* Hislopia, *Bryozoaires ectoproctes d'eau douce*. Note (*) de M. **Constantin Dawydoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

1. Le genre *Norodomia Jullien* [malencontreusement orthographié *Norodonia* (¹) par son auteur], a été établi sur une espèce, *N. cambodjiensis* Jul.,

(*) Séance du 22 mars 1948.

(¹) Le genre a été dédié au roi du Cambodge, dont le nom est *Norodom* et non pas *Norodon*.

trouvée dans le Mékong sur une coquille d'*Unio delphinus* Leer. Une autre espèce du même genre, *N. sinensis* Jul., décrite par le même auteur sur des échantillons attachés aux *Anodonta sauriformis* Say, vit dans les eaux douces de la Chine méridionale. Plus tard, la première espèce a été retrouvée aux environs de Canton, sur les coquilles de *Symphineta bialata* Lea.

Pendant mes prospections zoologiques dans la région du Cambodge, j'ai pu constater la présence de *Norodomia cambodjiensis* dans le Grand Lac, où ce Bryozoaire a été recueilli par moi maintes fois, et j'arrive à la conclusion qu'il doit être commun dans ce lac. Quoi qu'il en soit, sur un bon quart des *Unionidæ* (*Unio delphinus*) draguées sur les fonds vaseux du Lac, j'ai pu constater la présence des colonies caractéristiques ramifiées et rampantes de l'Ectoprocte qui nous occupe, adhérentes à la surface externe de la coquille du Lamellibranche (dans les cas où l'on a affaire à des coquilles vides, on trouve parfois les colonies de *Norodomia* sur leur surface interne). Il est à noter que j'ai observé plusieurs colonies de *Norodomia* dont les zoécies présentent des traits morphologiques intermédiaires entre ceux qui sont propres à *N. cambodjiensis* typique et ceux qui caractérisent *N. sinensis*, surtout en ce qui concerne l'allure générale de la colonie, le comportement extérieur de la zoécie et la forme de son orifice externe. Bref, je ne serais pas étonné si, après une analyse taxonomique soigneuse des deux formes, elles étaient réunies par les systématiciens en une seule espèce.

2. Le deuxième ectoprocte gymnolème d'eau douce dont j'ai constaté la présence dans la faune de l'Indochine est *Hislopia* Carter, genre appartenant à la même famille que *Norodomia* (fam. *Hislopidæ*) et dont la repartition est limitée jusqu'ici à l'Hindoustan : l'espèce unique du genre en question (*H. lacustris* Cart.) a été trouvée au centre de l'Inde. Or, j'ai eu la chance de trouver un représentant du genre *Hislopia* dans le système fluvial du Mékong, au Laos.

Un de mes échantillons provient d'une mare (dépendance directe du Mékong) entre Louang-Prabang et Paklaï. La colonie est lamelleuse, peu cohérente, à contours extérieurs mal délimités. Elle adhère à un fragment d'une coquille d'*Anodonta* (l'espèce n'a pu être déterminée). Notons que l'espèce type vit dans l'Inde sur les Gastéropodes d'eau douce (*Paludina bengalensis*) et sur les tiges des plantes aquatiques. Une autre colonie d'*Hislopia* a été trouvée par moi fixée sur un morceau de bois, dans du matériel ramassé dans le Grand Lac du Cambodge, par le *de Lanessan*.

Il est à remarquer qu'à en juger par quelques caractères morphologiques (armature particulière de l'orifice externe de la zoécie, forme générale de cette dernière), il me semble probable que l'*Hislopia* de l'Indochine appartient à une espèce différente de l'espèce type qui habite le système fluvial et lacustre de l'Hindoustan.

EMBRYOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur l'induction expérimentale de l'ovaire droit chez l'embryon d'oiseau.* Note de M. **Étienne Wolff** et Mme **Émilienne Wolff**, présentée par M. Maurice Caullery.

L'absence d'ovaire droit chez la plupart des oiseaux adultes tire son origine d'une asymétrie des gonades embryonnaires. Des expériences de castration réalisées sur des adultes ou sur des poussins, parmi lesquelles il convient de citer les recherches de J. Benoit (1932) [1], donnent à penser que le rudiment de la gonade droite est morphologiquement homologue d'un testicule. L'embryologie confirme cette assimilation, car la gonade droite embryonnaire n'est constituée que par des cordons médullaires, tandis que la gonade gauche montre les deux constituants normaux d'un ovaire embryonnaire : médulla et cortex.

Nous nous sommes demandé s'il n'était pas possible de faire développer un cortex droit à l'aide de substances hormonales appropriées. En effet, si l'on considère le développement normal des deux gonades, on constate que l'épithélium germinatif droit régresse à un stade où l'épithélium gauche est encore bien développé chez le mâle, et où la deuxième poussée de cordons sexuels n'a pas encore débuté chez la femelle. Cette régression a lieu à partir du 5e jour, et l'on constate que l'épithélium droit est réduit à une très mince assise de cellules aplaties, alors que l'épithélium gauche est constitué par des cellules hautes, à noyaux ovalaires, entre lesquelles s'insèrent de nombreux gonocytes.

Peut-on empêcher la régression de l'épithélium germinatif droit et induire le développement d'un cortex, en injectant assez tôt à l'embryon une substance hormonale du groupe des œstrogènes? On sait que de telles substances, injectées avant le huitième jour de l'incubation, induisent le développement d'un cortex gauche chez les mâles, qu'elles transforment en intersexués [2]. On pouvait espérer que des substances hormonales appropriées, injectées avant la régression de l'épithélium germinatif droit, pourraient maintenir cet épithélium et provoquer sa transformation en cortex.

Afin que l'action soit très précoce et que la substance arrive en quantité appréciable aux ébauches génitales dans un minimum de temps, nous nous sommes adressés à une hormone artificielle, l'ester méthylique de sodium de l'acide *bis*-déhydrodoisynolique, préparé par Miescher [3]. Cette substance, très soluble dans l'eau, offre l'avantage de pouvoir être injectée en solution aqueuse, et d'être rapidement absorbée par le jeune embryon [4].

Nous utilisons des solutions à 2 mg/cm^3; nous les injectons à des embryons de poulet de race Leghorn blanche, entre le 3e et le 5e jour de l'incu-

---

(1) *Arch. Zool. expér.*, **73**, 1932, p. 1-112.

(2) E. Wolff et A. Ginglinger, *Arch. Anat., Hist. et Embr.*, **20**, 1935, p. 219-278.

(3) K. Miescher, *Helvetica chimica acta*, **27**, 1944, p. 1727-1735.

(4) Nous devons à l'obligeance des Drs Miescher et Wettstein d'avoir pu expérimenter sur cette substance.

bation, à raison de $0^{mg},1$ à $0^{mg},24$ par embryon. Cette substance, employée à ces doses, produit infailliblement l'inversion sexuelle des embryons mâles, dont la gonade gauche est transformée en un ovaire typique.

La gonade droite, macroscopiquement plus étroite et généralement plus courte que la gonade gauche, présente des modifications remarquables de sa structure histologique.

1° Chez les mâles intersexués, la gonade droite, au lieu d'être un testicule de dimensions réduites, ou un organe rudimentaire de structure lacunaire, comme dans nos expériences antérieures, a la structure d'un ovaire, avec un cortex périphérique et une médullaire lacunaire. Nous avons observé un cortex droit dans 14 cas, sur 17 qui ont été étudiés histologiquement. Le cortex ne s'étend pas toujours sur toute la surface de la glande, il constitue parfois des îlots indépendants les uns des autres, qui ont extérieurement l'aspect de renflements ou de chapelets, et qui s'enfoncent en coin dans l'épaisseur des cordons médullaires. Dans 3 cas, il n'y a pas de cortex caractéristique, mais on observe par places de petits lambeaux d'épithélium germinatif avec de légères proliférations. Le cortex droit, au 14ᵉ jour de l'incubation, a un aspect compact. Il est constitué par de vastes îlots à ovogonies ou à ovocytes, de même structure et de même épaisseur que les cordons de Pflüger du cortex gauche.

2° Chez les femelles génétiques, la stimulation du cortex droit paraît moins intense. La gonade n'est généralement pas plus développée, à l'aspect extérieur, que la gonade droite rudimentaire d'un embryon normal, mais sa structure est profondément modifiée. Dans 4 cas sur 5 qui ont été soumis à l'investigation histologique, il y avait des proliférations corticales nettes.

Conclusion. — Une hormone œstrogène, l'acide méthyl-*bis*-déhydro-doisynolique, injectée, à un stade précoce, en quantité suffisante à des embryons de poulet, assure le maintien de l'épithélium germinatif droit et sa transformation en cortex. Ainsi, la gonade droite se développe en ovaire comme la gonade gauche.

On peut se demander si cet effet est dû à une action spécifique de la substance employée, ou s'il dépend du stade de l'intervention. La deuxième hypothèse est la plus vraisemblable, car des injections de la même substance après le 5ᵉ jour de l'incubation n'induisent plus de cortex dans la gonade droite. Des expériences sont actuellement en cours pour tenter d'obtenir le même effet avec d'autres hormones œstrogènes.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Réactivité du* Xenopus lœvis *Daudin mâle aux gonadotrophines hypophysaires et chorioniques. Application au diagnostic biologique de la grossesse.* Note de M. **Louis Gallien**, présentée par M. Maurice Caullery.

La publication toute récente de H. Hinglais et M. Hinglais [1] relative à

[1] *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1041.

l'utilisation du mâle de *Rana temporaria* et *Rana esculenta* comme test de la grossesse, nous incite à publier les premiers résultats obtenus dans le même esprit chez *Xenopus lœvis* Daudin.

Ces expériences sont la suite de l'observation de De Robertis Burgos et Breyter ([2]), qui ont constaté que les extraits d'hypophyse antérieure provoquent l'émission du sperme chez le crapaud américain *Bufo arenarum* Hensel. Ultérieurement, Galli-Mainini ([3]) a montré que les gonadotrophines de l'urine de femme enceinte avaient le même effet. Le test peut alors servir au diagnostic de la grossesse chez la femme.

Au cours des essais réalisés chez *Xenopus lœvis*, nous avons constaté que la réaction du mâle de cette espèce se traduit par deux critères très nets : noircissement intense de la callosité d'une part, émission dans l'urine de spermatozoïdes d'autre part. On vérifie la présence de ces derniers dans l'urine recueillie par une ponction rectale à l'aide d'une pipette fine à bords mousses. On sait qu'en captivité le mâle de *Xenopus lœvis* ne s'accouple pas, ou du moins s'accouple très rarement, et le plus souvent mal; quand le fait se produit, l'amplexus ne dure généralement pas. Par conséquent, il est rare et difficile d'obtenir la ponte spontanée du *Xenopus* dans ces conditions.

Une première série d'essais a été faite en injectant, dans la cavité abdominale de mâles, des hypophyses de crapaud broyées dans 2^{cm^3} d'eau physiologique. Comme nous cherchions à déclencher l'ensemble des processus de l'accouplement et de la ponte, nous avons utilisé des doses élevées (10 à 20 hypophyses de crapaud). Dans ces conditions, et dans les 24 heures, on assiste à un noircissement intense de la callosité, laquelle s'étend chez le mâle de cette espèce sur la face interne des doigts, de l'avant bras et, d'une manière moins constante, du bras. Chez l'animal captif, la coloration de la callosité est généralement gris pâle. Le nouvel aspect est dû au développement rapide et au noircissement des papilles kératinisées épidermiques. En même temps, dans les deux heures qui suivent l'injection et jusqu'à 24 heures après, l'examen de l'urine prélevée par voie rectale révèle, dans celle-ci, de nombreux spermatozoïdes.

Les témoins n'ont montré aucune activation de la callosité et pas de spermatozoïdes dans les urines.

Une seconde série d'expériences a été faite en utilisant de l'urine de femme enceinte de 3 à 5 mois. Nous avons injecté dans le sac lymphatique dorsal, en deux jours consécutifs, un total de 2 à 3^{cm^3} d'urine brute non concentrée. Dans ces conditions, nous avons constaté le noircissement de la callosité. La présence de sperme dans l'urine a été observée, mais n'était pas constante. Ceci tient vraisemblablement à une concentration insuffisante de l'urine. En tout cas, à l'autopsie, le canal de Wolff des mâles avait un aspect lactes-

([2]) *Proc. Soc. Exp. Biol. Med.*, 61, 1946, p. 20.

([3]) *Semana medica*, 64, 1947, p. 337 et *J. Clin. Endocr.*, 7, 1947, p. 653.

cent, dû au flux de spermatozoïdes. Des expériences sont en cours à cet égard, en utilisant des urines concentrées. Il reste de plus à vérifier la spécificité du test.

Il semble bien que la réaction des mâles d'Anoures à l'injection de gonadotrophines hypophysaires ou chorioniques soit assez générale. Dans ces conditions, l'emploi du mâle de *Xenopus* présente un intérêt particulier pour le diagnostic de la grossesse. D'une part, on peut doubler le test de Hogben (ovulation et ponte des femelles de *Xenopus*) par l'emploi des mâles, jusqu'alors inutilisés. D'autre part, et surtout, on peut disposer d'un animal-réactif utilisable toute l'année, ce qui n'est pas le cas pour les crapauds et grenouilles de nos régions; leur période de ponte est limitée dans l'année et ils présentent un cycle sexuel testiculaire annuel. Chez la Grenouille rousse, par exemple, qui pond en mars, on assiste à partir d'avril à une involution du testicule et, en juin-juillet, il n'existe plus de spermatozoïdes dans la gonade. En été, la spermatogénèse s'effectue, et c'est en septembre que l'animal est à nouveau sexuellement mûr. Il est donc vraisemblable que le test basé sur l'émission de sperme dans l'urine ne sera pas applicable pendant une partie de la belle saison. L'emploi du *Xenopus* mâle doit lever cette servitude.

CHIMIE BIOLOGIQUE — *Formation par réaction de Stickland des acides isobutyrique, isovalérianique et valérianique optiquement actif chez un groupe d'anaérobies protéolytiques.* Note (*) de Mme **Germaine Cohen-Bazire**, MM. **Georges N. Cohen** et **André-Romain Prévot**, transmise par M. Maurice Javillier.

Prévot et Zimmès (1) et Prévot (2) ont établi que les espèces *Clostridium valerianicum et Cl. caproicum*, espèces anaérobies strictes, produisent respectivement une fermentation valérianique-acétique et une fermentation caproïque-acétique quand elles sont cultivées sur bouillon de viande et de foie glucosé à 10 $^0/_{00}$.

Nous avons vu que cette fermentation se fait aussi bien en milieu non glucosé et avons alors pensé que les acides valérianique et caproïque ne sont pas des catabolites provenant de la dégration du glucose. En faisant agir des suspensions lavées de ces deux germes sur le glucose et le pyruvate, nous n'avons obtenu que de l'acide acétique. Le glucose est d'ailleurs faiblement attaqué par les suspensions.

Nous avons alors pensé, vu les indéterminations de la méthode de Duclaux lorsque l'on est en présence d'un acide supérieur et d'acide acétique dans la proportion 1/1, qu'il pouvait s'agir d'acides ramifiés provenant de la valine, de la leucine ou de l'isoleucine. Nous avons fait agir à pH 7 des suspensions lavées provenant de cultures de 17 heures des souches A22B de *Cl. caproicum* et A36A de *Cl. valerianicum* sur la valine, la leucine et l'isoleucine en anaérobiose. Nous n'avons obtenu ni désaminations, ni acides volatils. Par contre,

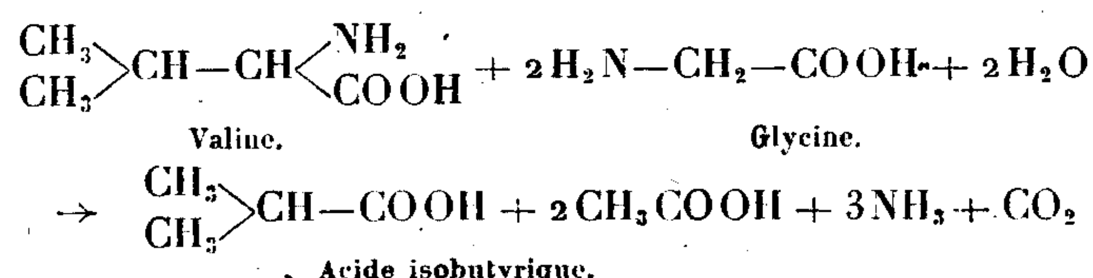
(*) Séance du 31 mars 1948.

(1) *C. R. Soc. Biol.*, **140**, 1946, p. 110.

(2) *Manuel de Classification et de détermination des Bactéries anaérobies*, 2e édition, Paris, 1948, p. 180-181.

nous avons pu faire désaminer ces trois acides aminés par des bactéries non proliférantes en présence d'autres acides aminés accepteurs d'hydrogène, tels que la glycine ou la proline. Ces réactions sont des réactions de Stickland de type classique. Stickland ([3]), qui avait découvert cette réaction avec *Cl. sporogenes*, n'a pas identifié les produits formés avec la valine et la leucine comme donateurs de H_2. D'autre part, Kocholaty et Hoogerheide ([4]) ont vu qu'en présence d'isoleucine, les suspensions de *Cl. sporogenes* décolorent le bleu de crésyle brillant aussi bien que l'alanine ou la leucine. Ils n'ont pas non plus identifié les produits formés.

Ces réactions s'écrivent de la manière suivante :



La leucine donne de même l'acide isovalérianique, et l'isoleucine l'acide valérianique optiquement actif. Nous avons vérifié ces équations par la mesure du CO_2 dégagé (Warburg), par les dosages d'ammoniaque, par la mesure de l'acidité volatile, et par la recherche de la nature des acides formés (Duclaux).

Avec la glycine comme accepteur, nous n'avons retrouvé les mêmes indéterminations, dues à la présence d'acide acétique, que dans les cultures. Mais en utilisant la proline, cette dernière donnant alors l'acide aminovalérianique, non volatil, nous avons caractérisé avec les deux espèces étudiées et avec *Cl. sporogenes* (souche GO_1) l'acide isobutyrique dans le cas de la valine et l'acide isovalérianique dans le cas de la leucine. En ce qui concerne l'isoleucine, l'acide obtenu ne correspond pas à l'acide caproïque optiquement actif, qui pourrait provenir d'une désamination réductrice et dont nous avons établi la courbe de distillation selon Duclaux sur deux échantillons, un racémique de synthèse et un acide *d* provenant d'une fermentation de tabac. Il doit s'agir, puisqu'on est en présence d'une désamination oxydative accompagnée d'un départ de CO_2, de l'acide valérianique optiquement actif.

En résumé, les suspensions des trois clostridies étudiées peuvent donner les acides isobutyrique, isovalérianique et peut-être valérianique optiquement actif à partir de la valine, de la leucine et de l'isoleucine en présence d'un acide aminé accepteur d'hydrogène. Les acides volatils en C_4 et C_5 des cultures de bactéries du groupe de *Cl. sporogenes* proviennent vraisemblablement de telles réactions. D'autres bactéries de ce groupe donnent la réaction de Stickland ([5]), et c'est l'imprécision de la méthode de Duclaux en présence de quantités considérables d'acide acétique qui a fait croire à la formation d'acides *n*-caproïque et valérianique.

([3]) *Bioch. Journ.*, 29, 1935, p. 889.
([4]) *Bioch. Journ.*, 32, 1938, p. 949.
([5]) B. NISMAN, M. RAYNAUD et G. N. COHEN, *Arch. Biochem.*, 1948 (sous presse).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *La rectification de la fécondation et de la mitose.* Note de M. **Boris Rybak**, présentée par M. Maurice Javillier.

J. Loeb, se basant sur ses expériences de parthénogénèse artificielle, a été conduit à énoncer sa théorie de la *fécondation en deux temps* : *a.* une lyse superficielle de l'œuf sous l'influence du spermatozoïde; *b.* une rectification, c'est-à-dire une inhibition de cette lyse par un agent supposé d'origine spermatique. Nos expériences de parthénogénèse sur *Paracentrotus lividus* vérifient entièrement cette conception.

1. Les protéines basiques (protamines chez les Poissons, histones chez les Oursins) du noyau spermatique présentes dans l'eau de mer spermatique, dont nous avons vérifié les propriétés d'anti-fertilisine découvertes par Hultin ([1]), diffusent dans l'eau de mer selon un mécanisme de dissociation mis en évidence par Pollister et Mirsky ([2]) [les nucléoprotamines sont dissociées dans NaCl 1M avec apparition de dolichonémas ([3])]; or, l'eau de mer possède une salinité de l'ordre de 35 °/₀₀ ([4]). On a souvent dit que, pour qu'une fécondation soit effective, non seulement l'ovule devait être activé par le spermatozoïde, mais encore il fallait que le spermatozoïde le fût lui-même auparavant. Cette activation se réalise dans l'eau de mer; elle correspond à un gonflement nucléaire et à une dissociation des nucléoprotéines. C'est ainsi que l'eau de mer spermatique acquiert ses propriétés agglutinantes vis-à-vis des ovules. On comprend également par là pourquoi un sperme concentré (*dry sperm* des auteurs de langue anglaise) se conserve beaucoup mieux qu'un sperme dilué. Mais cette propriété d'agglutination interovulaire ne nous paraît représenter qu'un caractère annexe des protéines basiques spermatiques; leur signification physiologique profonde réside en effet dans la *précipitation* interne et locale du cytoplasme ovulaire après la pénétration du gamète mâle; cette *précipitation* réversible assure la rectification de la fécondation. Elle est d'ailleurs favorisée par l'augmentation de la perméabilité de l'ovule qui fait suite à la pénétration spermatique (hypertonie) et elle est indiquée par la contraction ovulaire et les modifications de la viscosité cytoplasmique : des ovules mûrs d'Oursins, plongés pendant quelques secondes dans une solution de taurocholate de sodium dans l'eau de mer ([5]), puis reportés soit dans l'eau de mer spermatique, soit dans un extrait chlorhydrique dialysé de spermatozoïdes, se développent pathénogénétiquement. Le temps d'action de la substance rectifiante est fonction de sa concentration ainsi que de la concentration (donc du temps d'action) de la substance activante, perméabilisante.

([1]) *Arkiv for kemi*, 24 B, 1947, p. 6.
([2]) *Jour. Gen. Phys.*, 30, 1946, p. 101.
([3]) J. Kӧrperich, *La Cellule*, 31, 1930, p. 307.
([4]) Lyman et Fleming, *J. Mar. Res.*, 3, 1940, p. 134.
([5]) J. Loeb, *La Fécondation chimique*, trad. fr., Paris, 1911, p. 201.

2. La tête spermatique, dont le noyau s'est gonflé au cours du trajet du spermatozoïde vers l'ovule, éclate après sa pénétration dans celui-ci. L'aster qui prend naissance représente la figure cytologique correspondante axée sur le centrosome acidophile. Il semble que la caryolymphe vienne renforcer ultérieurement la figure astérienne et participer à la formation du fuseau. Ces figures de précipitation réversible sont dues soit à la formation de complexes entre les céphalines diffuses et les protéines basiques, soit à la haute viscosité des nucléoprotéines, encore que nous penchions vers la première hypothèse, étant donné que l'éther possède la propriété d'effacer les formations astériennes (E. B. Wilson), propriété qui nous paraît liée à son action sur les phosphatides.

3. L'augmentation de la salinité interne consécutive à la lyse périphérique retentit sur le noyau ovulaire qui s'active, puis éclate à son tour et forme sa figure astérienne.

4. Il faut admettre que par la méthode de Loeb la rectification s'effectue sous la seule influence de l'aster d'origine ovulaire, associée à l'hypertonie liée à l'augmentation de la perméabilité qui suit constamment la lyse corticale ou à cette hypertonie plus une autre action allant dans le même sens.

5. La modification du cortex semble être en relation également avec la formation de complexes entre les phosphatides périphériques et une partie des protéines basiques du suc nucléaire; c'est en quelque sorte l'anti-fertilisine agissant *à l'envers*.

6. Étant donné que les alcaloïdes sont connus pour leur capacité de précipiter les protamines, notre hypothèse, quant au mode d'action de la colchicine, qui attaque le système achromatique ([6]), est qu'il se forme un complexe entre la substance de Dustin et les protéines basiques nucléaires; la mitose se trouve ainsi bloquée au stade initial de la métaphase par suite de la non-formation du fuseau.

7. L'ubiquité des protéines basiques nous paraît très grande, sinon totale, dans les cellules activées ou en voie de mitose, tout au moins dans les cellules soumises à la caryocinèse; nous en avons décelé la présence dans les tissus de Crown-gall du *Pelargonium zonale*. Enfin, tout porte à croire que la rectification de la parthénogénèse par la technique de Bataillon, à l'aide de cellules riches en *substance* nucléaire, relève du même mécanisme.

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur un Actinomycète doué de propriétés bactériolytiques remarquables*. Note de MM. **Hermon Darpoux** et **Albert Faivre-Amiot**, présentée par M. Joseph Magrou.

Au cours de nos recherches sur les rapports antagonistes entre divers organismes phytopathogènes et saprophytiques, nous avons isolé un Actinomycète provoquant la lyse d'un très grand nombre de bactéries et ayant une action inhibitrice sur quelques champignons.

Cet Actinomycète, que nous appellerons provisoirement le *Streptomyces* 105,

([6]) H. Lettre, *Naturwissench.*, 31, 1943, p. 407.

renferme plusieurs souches qui se présentent, sur gélose à la pomme de terre glucosée, sous l'aspect de colonies généralement irrégulièrement lobées, de couleur blanchâtre à grisâtre et dont certaines sécrètent une substance de couleur lie de vin. Le *Streptomyces* 105 pousse bien sur les milieux solides : gélose-pomme de terre + 15 à 20 ‰ de glucose; gélose-pomme de terre + 15 ‰ de glucose + 18 ‰ de glycérine; gélose-carotte; gélose-avoine; gélose-blé; gélose-haricot; gélose (15^g) + peptone (10^g) glucose (20^g) NaCl (5^g); grains de blé germés. En milieux liquides, sa croissance est bonne sur un bouillon de carotte, assez bonne sur peptone glucosée et sur un bouillon de pomme de terre (200^g par litre) + 15^g de glucose + 10^g de glycérine.

Le *Streptomyces* 105, contrairement au *Streptomyces griseus*, s'accommode mal des milieux renfermant de l'autolysat de levure.

Action in vitro *du* Streptomyces 105 *sur quelques bactéries.* — L'action lysogène des antibiotiques sécrétés par les diverses souches du *Streptomyces* 105, est particulièrement nette sur le *Phytomonas tabaci*, agent du « Feu sauvage » du Tabac, le *Phytomonas Mori*, agent de la « Gommose bacillaire du Mûrier », le *Phytomonas campestris*, agent de la « Nervation noire des Crucifères », le *Phytomonas medicaginis*, agent d'une nécrose de la tige de la Luzerne, le *Phytomonas medicaginis* var. *phaseolicola*, agent de la « graisse » du Haricot, l'*Erwinia phytophthora*, agent de la « Jambe noire » de la Pomme de Terre, ainsi que sur le *Staphylococcus aureus*, l'*Escherichia coli*, et le *Bacillus subtilis*. Les résultats sont moins constants pour le *Phytomonas tumefaciens*, agent du « Cancer végétal » et le *Phytomonas xanthochlora*.

L'accroissement de la zone de lyse est particulièrement rapide sur gélose pomme de terre glucosée; elle est plus lente sur gélose carotte.

Un voile bactérien de *Phytomonas tabaci* recouvrant la surface d'un milieu à base de gélose pomme de terre glucosée, dans une boîte de Pétri de 9^{cm} de diamètre, disparaît complètement 12 à 18 jours après l'ensemencement sur dix points d'une des souches du *Streptomyces*. Dans d'autres cas, la zone de lyse apparaît après 24 heures, mais reste limitée à une auréole de $0^{cm},5$ à 2^{cm} de large.

ACTION *in vitro* DU STREPTOMYCES 105 SUR QUELQUES CHAMPIGNONS.

1° *Champignons phytopathogènes pouvant se conserver dans le sol.*

	Résultats (¹).
Botrytis sp. (n° 1062)	+ +
Rhizoctonia solani	— —
» *sp.*	— +
Sclerotinia libertiana	+ +
Ascochyta Pisi	— +

2° *Champignons généralement saprophytes.*

Penicillium sp.	— +
Cladosporium sp.	— +

(¹) + + Action inhibitrice nette; — + Résultats inconstants; action inhibitrice dans quelques cas; — — Pas d'action inhibitrice dans les conditions de l'expérience.

Action in vitro *du Streptomyces* 105 *sur quelques champignons.* — Le développement en boîte de Pétri du *Sclerotinia libertiana* sur milieux solides peut être complètement inhibé si l'on a ensemencé le *Streptomyces* le premier, quelques jours avant, en plusieurs points.

La croissance d'autres champignons est arrêtée dans une zone plus ou moins étendue autour des colonies du *Streptomyces*. Il s'agit d'une action inhibitrice. Nous n'avons pas observé d'action de lyse.

Applications en Pathologie végétale des propriétés du Streptomyces 105. — La virulence de nombreux agents phytopathogènes se conservant dans le sol, peut être considérablement diminuée en apportant à la terre infectée des colonies du *Streptomyces* 105.

D'autre part, le traitement des semences nous a donné des résultats très significatifs dans le cas de la maladie du « Feu sauvage » du Tabac. Différents lots de graines de Tabac infectées par le *Phytomonas tabaci* ont été traités soit par malaxage avec des spores du *Streptomyces*, soit par trempage dans un filtrat du milieu de culture, ou dans le liquide non filtré du même milieu. Dans le lot témoin non traité, toutes les plantules furent atteintes par la « Fonte des Semis » et disparurent environ trois semaines après la levée. Les plantules du lot traité par malaxage ont été gênées dans leur développement par les nombreuses colonies du *Streptomyces*. Celles du lot traité par le filtrat ont été convenablement désinfectées, mais par la suite elles ne furent pas protégées contre d'autres bactéries venant du sol. Les résultats ont par contre été excellents pour le lot trempé pendant 12 heures dans le liquide non filtré; dans ce cas, non seulement les graines furent désinfectées au moment du semis, mais les colonies du *Streptomyces* qui se sont développées dans le sol, ont formé une barrière d'antibiotiques qui a empêché les réinfections ultérieures. Actuellement, 45 jours après le semis, toutes les plantules de ce lot sont très vigoureuses.

Nous poursuivons à la Station Centrale de Pathologie Végétale à Versailles, des études en vue d'utiliser les propriétés du *Streptomyces* 105 et d'antibiotiques pour lutter contre les maladies des plantes.

L'action *in vitro* du *Streptomyces* 105 sur quelques bactéries intéressant la Pathologie humaine permet d'espérer aussi des applications dans ce domaine. Dans ce but, l'extraction des antibiotiques sécrétés par le *Streptomyces* 105 et l'étude de leur action sur les organismes du règne animal, seront effectuées dans les Services de l'Institut Pasteur.

La séance est levée à 16h15m.

L. B.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 AVRIL 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **PRÉSIDENT** souhaite la bienvenue à M[lle] **SOPHIE PICCARD**, Professeur à l'Université de Neuchâtel, MM. **THÉODORE DE KARMAN**, Correspondant de l'Académie, Professeur à l'Université de Pasadena, **VACLAV HLAVATY**, Professeur à l'Université de Prague, qui assistent à la séance.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur une nouvelle expérience d'électrolyse.* Note (*) de M. **PIERRE JOLIBOIS**.

Dans une précédente Note j'ai insisté sur le fait que la décomposition d'un sel par électrolyse avait lieu non pas aux électrodes, mais à la surface de séparation entre la solution et le dissolvant (1). Il est nécessaire pour apercevoir ce phénomène d'empêcher toute diffusion par gravité ou par agitation, ce qui n'est pas le cas des électrolyses habituelles dans lesquelles les différentes régions liquides sont soumises à des brassages variés, compliqués encore par des dégagements gazeux.

On peut réaliser une telle expérience très simplement dans l'appareil ci-contre formé d'un compartiment anodique A relié à un tube cathodique C, traversé à sa partie inférieure par un court fil de platine scellé dans le verre.

On place au début de l'expérience environ 500^{mg} de chlorure de plomb dans le tube C et l'on remplit l'appareil d'eau distillée. L'appareil est traversé par un courant de quelques milliampères, ce qui exige un voltage élevé dans la première phase de l'opération.

Le chlorure de plomb est progressivement réduit en plomb métallique sans aucun dégagement gazeux à la cathode, tant qu'il reste du chlorure non transformé. On s'attache à interrompre l'expérience au moment où apparaissent les

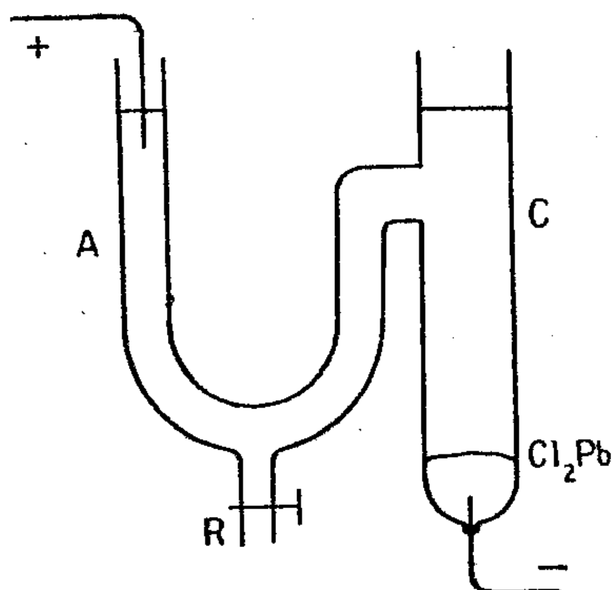
---

(*) Séance du 5 avril 1948.

(1) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 655.

premières bulles d'hydrogène. A ce moment on vide par le robinet R la branche anodique et on analyse le liquide contenu dans le tube C.

On trouve dans le tube C les 4/5 environ du chlore contenu dans le chlorure de plomb initial, sous forme d'acide chlorhydrique.



Cette expérience ne se prête pas aux interprétations classiques.

1° La mise en liberté du chlore sous forme d'acide chlorhydrique, non seulement n'a pas lieu à l'anode, mais elle se produit dans le compartiment cathodique.

2° L'apparition d'acide chlorhydrique ne saurait se justifier par une réaction secondaire puisque l'action du chlore sur l'eau amènerait un dégagement d'oxygène dans le compartiment cathodique, dégagement que l'on n'aperçoit pas; d'autre part cette réaction serait de sens contraire à la réaction spontanée qui est l'oxydation de l'acide chlorhydrique.

Par contre il est très facile d'expliquer ces phénomènes en ayant recours aux notions que j'ai préconisées dans mes travaux antérieurs.

Phénomène cathodique. — L'électrolyse met en liberté l'oxyde de plomb et l'hydrogène. Ce dernier est employé totalement à réduire l'oxyde d'où l'apparition du métal sans dégagement gazeux tant qu'il reste du sel de plomb.

Phénomène anodique. — Au contact de l'eau et du chlorure de plomb en solution saturée il se produit de l'acide chlorhydrique en quantité stœchiométrique imposée par la loi de Faraday. On n'en retrouve à la fin de l'expérience que les 4/5, parce que le reste 1/5 a servi au transport du courant électrique sous forme d'ions chlore. L'acide chlorhydrique ainsi mobilisé s'est dirigé vers l'anode, y a rencontré un abondant dégagement d'oxygène et s'est transformé en chlore gazeux.

Cette proportion de 1/5 était attendue et ressort de la vitesse de l'ion chlore.

En nous reportant aux notations employées précédemment (*loc. cit.*), la proportion d'acide chlorhydrique déplacée vers le vase anodique est de U'_{Cl}/A, soit 17,1 % pour une dilution infinie, alors que dans mes expériences j'ai trouvé 18 %.

Le chlorure d'argent donne lieu à des expériences identiques malgré sa faible solubilité.

Il n'en est pas de même avec le phosphate et le sulfate de plomb qui ne se transforment en plomb métallique que très lentement et en présence d'un abondant dégagement d'hydrogène.

M. **Louis de Broglie** fait hommage à l'Académie du *Recueil des travaux de l'Assemblée générale* de l'*Union Radio scientifique internationale*, à la séance inaugurale de laquelle il a prononcé un discours, le 27 septembre 1946.

M. **Pierre Lejay** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage polycopié de MM. J. Martin et R. Bollo intitulé *Liaisons gravimétriques Paris-Chamonix-Genève* (*20 novembre au 4 décembre* 1947) *et Paris-Toulouse-Pic du Midi de Bigorre* (31 *décembre* 1947 *au* 12 *janvier* 1948), dont il a écrit la *Préface*.

M. **Louis Blaringhem** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. Gustave Malécot intitulé *Les mathématiques de l'hérédité*, dont il a écrit la *Préface*.

DÉSIGNATIONS.

M. **Émile Roubaud** est désigné pour représenter l'Académie au septième **Congrès Séricicole International** qui se tiendra à Alès, du 7 au 13 juin 1948.

CORRESPONDANCE.

MM. **Costantino Gorini**, **Erich Tschermak-Seysenegg**, Correspondants de l'Académie, le Président et le Secrétaire général de l'**Académie autrichienne des Sciences**, à Vienne, adressent l'expression de leurs sentiments de condoléances à l'occasion du décès de M. *Alfred Lacroix*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Constantin Levaditi. *La Streptomycine et ses applications thérapeutiques* (*principalement dans la tuberculose*) (présenté par M. Emmanuel Leclainche).
2° Pierre Gavaudan. *Pharmacodynamie de l'inhibition de la caryocinèse.*
3° Giuseppe Pagano. *I Riflessi del seno carotideo.*

ALGÈBRE. — *Sur les lattices pseudo-modulaires.* Note de M. **Jacques Riguet**, présentée par M. Élie Cartan.

Posons les définition suivantes : Étant donné une lattice L ayant un plus petit élément o, on dira :

— que L est *pseudo-distributrice à gauche* lorsque, quels que soient $a, b, c \in L$,

$$ab = 0 \rightarrow (a+b)c = ac + bc;$$

— que L est *pseudo-modulaire à gauche* lorsque, quels que soient $a, b, c \in L$,

$$a \prec c \quad \text{et} \quad ab = 0 \rightarrow (a+b)c = a + bc;$$

— que L est *à + dépendance normale* lorsque, quels que soient $a_1, \ldots, a_n \in L$,

$$\begin{matrix} a_i(a_1 + \ldots + a_{i-1} + a_{i+1} + \ldots + a_n) = 0 \\ \text{pour} \quad i = 1, 2, \ldots, n \end{matrix} \rightleftharpoons \begin{matrix} a_i(a_1 + \ldots + a_{i-1}) = 0 \\ \text{pour} \quad i = 1, 2, \ldots, n; \end{matrix}$$

— que L est *à + décomposition normale* lorsque, quelles que soient les sous-lattices A et B ayant en commun o, la condition nécessaire et suffisante pour que la sous-lattice engendrée par A et B soit le produit + direct de A et B est que $A \cap B = \{0\}$.

Il est immédiat que la condition nécessaire et suffisante pour que L soit pseudo-modulaire à gauche est que quels que soient $a, b, c \in L$,

$$ab = 0 \rightarrow ac + bc = (ac + b)c,$$

que la condition nécessaire et suffisante pour que L soit *à* + décomposition normale est que quels que soient $a_1, a_2, b_1, b_2 \in L$

$$(a_1 + a_2)(b_1 + b_2) = 0 \rightarrow (a_1 + b_1)(a_2 + b_2) = a_1 a_2 + b_1 b_2.$$

Le *lemme* suivant est immédiat :

Si L *est à + décomposition normale,* on a

$$\begin{matrix} b_1 b_2 = 0 \\ (b_1 + b_2)a = 0 \end{matrix} \rightarrow b_1(b_2 + a) = 0.$$

THÉORÈME. — *Si* L *est à + décomposition normale,* L *est à + dépendance normale.*

Posons

$$\bar{a}_i^n = a_1 + \ldots + a_{i-1} + a_{i+1} + \ldots + a_n.$$

Il faut montrer que

$$a_i \bar{a}_i^n = 0 \rightleftharpoons a_i(a_1 + \ldots + a_i) = 0.$$

$\rightarrow$ est toujours vrai. Pour démontrer $\leftarrow$ raisonnons par récurrence. La proposition est vraie pour $n = 2$. Supposons-la vraie pour $n - 1$. Par hypothèse pour $i = n$, on a $a_n(\bar{a}_i^{n-1} + a_i) = 0$. D'après l'hypothèse d'induction $a_i \bar{a}_i^{n-1} = 0$.

Il résulte du lemme précédent que $a_i(\bar{a}_i^{n-1} + a_n) = 0$, c'est-à-dire $a_i \bar{a}_i^n = 0$.

THÉORÈME. — *Si* L *est pseudo-modulaire à gauche,* L *est à + décomposition normale.*

Supposons $(a_1 + a_2)(b_1 + b_2) = 0$. Il faut montrer que

$$(a_1 + b_1)(a_2 + b_2) = a_1 a_2 + b_2 b_2.$$

Posons

$$a = a_1 + a_2, \qquad b = b_1 + b_2.$$

On a

$$ab = 0 \qquad (b + a_1)(b + a_2) \prec a + b.$$

Donc

$$(b+a_1)(b+a_2)=(a+b)(b+a_1)(b+a_2)=b+a(b+a_1)(b+a_2), \quad \text{car} \quad ab=0,$$

et

$$b \prec (b+a_1)(b+a_2).$$

D'où

$$(b+a_1)(b+a_2)=b+(a_1+b)a(a_2+b)a=b+(a_1+ab)(a_2+ab),$$

c'est-à-dire

$$(b+a_1)(b+a_2)=b+a_1a_2.$$

De même,

$$(a+b_1)(a+b_2)=a+b_1b_2.$$

Or

$$(a_1+b)(b_1+a)=a_1+b(b_1+a)=a_1+(b_1+a)b=a_1+b_1+ab=a_1+b_1.$$

De même

$$(a_2+b)(b_2+a)=a_2+b_2.$$

Donc

$$\begin{aligned}(a_1+b_1)(a_2+b_2)&=(a_1+b)(b_1+a)(a_2+b)(b_2+a)\\ &=(a_1+b)(a_2+b)(b_1+a)(b_2+a)=(a_1a_2+b)(b_1b_2+a)\\ &=a_1a_2+b(b_1b_2+a)=a_1a_2+b_1b_2+ab=a_1a_2+b_1b_2.\end{aligned}$$

Définition. — L étant pseudo-modulaire à gauche, nous dirons que la $+$ décomposition $a=a_1+\ldots+a_n$ de $a\in L$ est *directe* et nous écrirons $a=a_1\dot{+}\ldots\dot{+}a_n$ lorsque $a_i(a_1+\ldots+a_{i-1})=0$ (ou ce qui est équivalent d'après les deux théorèmes précédents, lorsque $a_i\bar{a}_i=0$ en posant $\bar{a}_i=a_1+\ldots+a_{i-1}+a_{i+1}+\ldots+a_n$).

De plus si $b\in L$ on appellera *composant* de b dans a_i l'élément $a_i^b=a_i(b+\bar{a}_i)$. Étant donné une lattice L pseudomodulaire à gauche et une décomposition directe $a=a_1\dot{+}\ldots\dot{+}a_n$ de $a\in L$, on démontre successivement les théorèmes suivants, qui généralisent ceux de O. Ore ([1]).

Théorème 1. — $x+\bar{a}_i=b+\bar{a}_i$ et $x\prec a_i\rightarrow x=a_i^b$

Théorème 2. — *Quels que soient* $i, j=1,\ldots,n$, $a_ia_j=a_i^ba_j^b$, $(a_i+a_j)^b\prec a_i^b+a_j^b$.

Théorème 3. — $b\prec a_1+\ldots+a_n\rightarrow b\prec a_1^b+\ldots+a_n^b$.

Théorème 4. — $a_i^{(b+c)}=a_i^b+a_i^c$.

D'où en suivant la méthode de O. Ore un théorème analogue au théorème de Remak-Schmidt.

Définition. — Étant donné une lattice L ayant un plus grand élément 1, si L est munie en plus des deux lois de lattice, d'une multiplication ([2]) distributive par rapport à $+$ et telle que 1 est élément neutre pour cette multiplication nous dirons que L est une *lattice d'idéaux à élément neutre*. On a alors le

Théorème. — *Toute lattice d'idéaux à élément neutre est une lattice pseudo-distributive à droite* (*c'est-à-dire telle que quels que soient* a, b, c, $a+b=1\rightarrow ab+c=(a+c)(b+c)$) *donc en particulier pseudo modulaire à droite.*

([1]) *Annals of math.*, 37, 1936, p. 265-292, Chap. I.

([2]) Cette multiplication n'ést pas supposée commutative.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la détermination du coefficient d'hérédité d'une corde élastique, par le calcul symbolique*. Note de M. **Ion Cârstoiu**.

1. Le mouvement d'une corde élastique dans le cas de l'hérédité linéaire, conduit à l'équation intégro-différentielle (¹)

$$\frac{d^2 f}{dt^2} + m^2 \left[f(t) + \int_0^t f(\tau)\psi(t, \tau)\, d\tau \right] = 0. \tag{1}$$

Il s'agit d'évaluer le coefficient d'hérédité ψ dans le cas important où ce coefficient est de la forme $\psi(t, \tau) = \psi(t - \tau)$, en supposant que le mouvement de la corde nous a fait connaître, par observation directe, la fonction $f(t)$.

Posons

$$f(t) \supset \varphi(p), \qquad \psi(t) \supset h(p).$$

En tenant compte des conditions initiales : $a = f'(0)$, $b = f(0)$, la forme symbolique de (1) s'écrit

$$\left[p^2 + m^2 \left(1 + \frac{h(p)}{p} \right) \right] \varphi(p) = ap + bp^2. \tag{2}$$

Introduisons la fonction

$$\text{H}(p) = \frac{1}{p} + \frac{h(p)}{p^2}. \tag{3}$$

On a alors

$$\varphi(p) = \frac{a + bp}{p + m^2 \text{H}(p)}. \tag{4}$$

En supposant $f(t)$ connue, on déduira $\varphi(p)$ par l'intégrale de Carson. La relation (4) donnera $\text{H}(p)$; on aura ensuite

$$h(p) = p^2 \text{H}(p) - p, \tag{5}$$

qui permettra de trouver par l'intégrale de Bromwich, le coefficient d'hérédité $\psi(t)$.

2. Remarquons que la relation (4) peut s'écrire

$$\varphi(p) = a \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{p}\frac{m^2 \text{H}(p)}{p + m^2 \text{H}(p)} \right] + b \left[1 - \frac{m^2 \text{H}(p)}{p + m^2 \text{H}(p)} \right], \tag{6}$$

qui donnera, en revenant aux originaux (²)

$$f(t) = a\text{S}_1(t \mid m^2) + b\text{S}_2(t \mid m^2), \tag{7}$$

(¹) Vito Volterra, *Lincei Rend.*, 1912, 2ᵉ sem., p. 3; voir également son Ouvrage : *Leçons sur les fonctions de lignes*, Paris, 1913, p. 97.

(²) *Cf.* Volterra, *loc. cit.*

avec

(8)
$$\begin{cases} S_1(t \mid m^2) \supset \dfrac{1}{p} - \dfrac{1}{p}\,\dfrac{m^2 H(p)}{p + m^2 H(p)} \subset t + \displaystyle\int_0^t (t-\tau) S(\tau \mid m^2)\, d\tau, \\ S_2(t \mid m^2) \supset 1 - \dfrac{m^2 H(p)}{p + m^2 H(p)} \subset 1 + \displaystyle\int_0^t S(\tau \mid m^2)\, d\tau, \end{cases}$$

et

(9)
$$S(t \mid m^2) = -\frac{m^2}{2i\pi} \int_{Br} e^{pt} \frac{H(p)\, dp}{p + m^2 H(p)}.$$

3. Il est aisé de vérifier sur les formules (8) et (9) que dans le cas des cordes vibrantes sans hérédité, les transcendantes S_1 et S_2 se réduisent aux fonctions $(1/m)\sin mt$ et $\cos mt$, la fonction S se réduisant à $-m \sin mt$.

Cherchons s'il est possible d'avoir, pour une corde avec hérédité, des mouvements vibratoires de la même nature; il suffit de prendre

(10)
$$S(t \mid m^2) \supset -\frac{p\, m^2 H(p)}{p + m^2 H(p)} = -\frac{pn^2}{p^2 + n^2} \subset -n \sin nt.$$

On en tire

(11)
$$H(p) = \frac{n^2}{m^2}\,\frac{1}{p},$$

(12)
$$h(p) = kp \subset k\,\delta(t), \qquad \left(k = \frac{n^2 - m^2}{m^2}\right),$$

$\delta(t)$ désignant la fonction de Dirac. Or, ces mouvements sont en concordance avec l'expérience. Il s'ensuit, qu'*on peut supposer, qu'une corde vibrante ait une hérédité donnée par la fonction (distribution) de Dirac*. Cela donnerait une signification physique à cette fonction.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques théorèmes de composition.*
Note de M. **Szolem Mandelbrojt**, présentée par M. Paul Montel.

THÉORÈME I. — *Soient* $\{m_n\}$ *et* $\{M_n\}$ *deux suites positives,* $\log m_n$ *et* $\log M_n$ *étant convexes en n, et telles que*

(1)
$$\sum \left(\frac{m_n M_n}{m_{n+1} M_{n+1}}\right)^{\frac{1}{2\alpha}} = \infty, \qquad (\alpha > 0).$$

Soit $\{\lambda_n\}$ *une suite d'entiers positifs pairs, et soit* $p(t)$ *une fonction croissante pour* $0 \leqq t < \alpha\pi$ *telle que*

$$\int_0^{\alpha\pi} (\alpha\pi - t)\, dp < \infty.$$

Soit $F(s)$ *une fonction holomorphe dans la bande* $|t| < \alpha\pi$ *telle qu'il existe des*

constantes A, $c(0 \leqq c < \lambda_1)$ *et une suite* $\{d_n\}$ *pour lesquelles on ait*

$$|F(s)| \leqq A\, e^{p|t|-c\sigma},$$

$$\left| F(s) - \sum_{0}^{n} d_\nu e^{-\lambda_\nu s} \right| \leqq M_{q+1}\, e^{-q\sigma+p|t|} (\lambda_n \leqq q < \lambda_{n+1}), \qquad (n \geqq 1).$$

S'il existe une fonction paire $f(x)$, *non identiquement nulle, indéfiniment dérivable, et telle que*

$$(2) \qquad \left\{ \begin{array}{l} \displaystyle\int_0^x f(t)\,dt = O(1), \qquad |f^{(n)}(x)| < m_n (n \geqq 0), \qquad f^{(\lambda_n)}(0) = 0 (n \geqq 1), \\ \qquad\qquad\qquad (-\infty < x < \infty), \end{array} \right.$$

la fonction $F(s)$ *est identiquement nulle, et* $d_n = 0 (n \geqq 1)$.

Pour la démonstration nous utilisons quelques considérations que nous avons développées dans deux Notes récentes faites en collaboration avec N. Wiener et une partie de la méthode utilisée par W. Fuchs dans sa démonstration d'un de mes théorèmes ([1]). Le théorème 1 sert à démontrer le théorème suivant :

THÉORÈME 2. — *Soient* $\{\lambda_n\}$ *et* $\{\mu_n\}$ *deux suites d'entiers positifs pairs, complémentaires par rapport à la suite d'entiers positifs pairs, avec* $\mu_1 = 0$. *Soient* $\{m_n\}$, $\{m'_n\}$ *deux suites positives et désignons par* $\{m_n^c\}$, $\{m_n'^c\}$ *les suites régularisées de logarithmes convexes correspondantes* ([2]). *Supposons que*

$$\sum \frac{m_n^c\, m_n'^c}{m_{n+1}^c\, m_{n+1}'^c} = \infty.$$

De deux choses l'une : ou toute fonction paire $f(x)$ *satisfaisant* (2) *est identiquement nulle, ou bien toute fonction paire* $\varphi(x)$ *telle que*

$$|\varphi^{(n)}(x)| \leqq m'_n (n \geqq 0, -\infty < x < \infty),$$

$\varphi^{(\mu_n)}(0) = 0 \ (n \geqq 1)$ *est identiquement nulle.*

En combinant ce théorème avec un théorème (théorème R') que j'ai démontré récemment ([3]), on obtient le théorème suivant :

THÉORÈME 3. — *Soit* $\{\lambda_n\}$ *une suite positive paire, et supposons que*

$$\sum \frac{m_n}{m_{n+1} \lambda_{n+1}} = \infty,$$

Toute fonction paire $f(x)$ *telle que*

$$\int_0^x f(t)\,dt = O(1), \qquad |f^{(n)}(x)| \leqq m_n \quad (n \geqq 0, -\infty < x < \infty), \qquad f^{(\lambda_n)}(0) = 0, (n \geqq 1),$$

est identiquement nulle

([1]) W. H. J. FUCHS, *Proceedings of the London Math. Soc.*, 1947, vol. **52**, p. 19-25.

([2]) C'est-à-dire $\log m_n^c$ est la plus grande suite convexe $\{\alpha_n\}$ telle que $\alpha_n \leqq \log m_n$.

([3]) *Ann. Éc. Norm. Sup.*, (3), **63**, 1946, p. 351-378. Dans ce théorème la condition $\log q_n/n \to 0$ est inutile.

On sait que pour démontrer le théorème classique de quasi-analyticité (c'est-à-dire lorsqu'on suppose que toutes les dérivées sont nulles à l'origine), on peut supposer, sans restreindre la généralité, qu'il s'agit de fonctions définies sur l'axe entier. On peut même supposer que les fonctions sont données par les séries de cosinus.

Mais, lorsqu'on ne suppose que $f^{(\lambda_n)}(0)=0$, où λ_n est une suite convenablement choisie (par rapport à la suite $\{m_n\}$), il y a une différence essentielle entre l'axe entier et une demi-droite.

Nous avons donné, dans le Mémoire cité (*Ann. Éc. Norm. Sup.*) des théorèmes concernant les fonctions définies pour $x \geq 0$.

Le cas de l'axe entier est beaucoup plus simple, autant pour les énoncés que pour les démonstrations. Ainsi, en tenant compte de quelques considérations de nos Notes avec N. Wiener et en s'inspirant d'une méthode utilisée par W. Fuchs ([4]) pour le problème des moments, on obtient le théorème suivant :

Théorème 4. — *Soit $f(x)$ une fonction indéfiniment dérivable sur l'axe entier telle que $|f^{(n)}(x)| \leqq M_n (n \geq 0, -\infty < x < \infty)$.*

Soit $\{\nu_k\}$ une suite d'entiers positifs pairs, et soit $\{\mu_n\}$ une suite d'entiers positifs impairs telles que $f^{(\nu_n)}(0)=0$, $f^{(\mu_n)}(0)=0$.

Posons $\psi_1(r)=\exp 2\Sigma\nu_n^{-1}$, $\psi_2(r)=\exp 2\Sigma\mu_n^{-1}$, et soient a, b, A, B des constantes positives et $\alpha_1(r)$, $\alpha_2(r)$ des fonctions positives non croissantes telles que

$$\psi_1(r) \geq A\left(\frac{r}{\alpha_1(n)}\right)^a, \qquad \psi_2(r) \geq B\left(\frac{r}{\alpha_2(r)}\right)^b.$$

Si

$$\sum \frac{1}{\alpha_1(n)(M_n^c)^{\frac{1}{an}}} = \infty, \qquad \sum \frac{1}{\alpha_2(n)(M_n^c)^{\frac{1}{bn}}} = \infty, \tag{3}$$

la fonction $f(x)$ est identiquement nulle.

Le théorème de Denjoy-Carleman est un cas particulier de ce théorème (pour l'axe entier). Lorsqu'une fonction est supposée paire, les relations $f^{(\nu_n)}(0)=0$, $|f^{(n)}(x)| \leqq M_n$ et la première relation (3) suffisent pour qu'on puisse conclure que $f(x)\equiv 0$. Remarque analogue pour les fonctions impaires.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les domaines d'univalence de certaines fonctions entières.* Note de M. **Léonce Fourès**, présentée par M. Paul Montel.

Dans le découpage du plan z en domaines d'univalence de la fonction $w=f(z)$ par les courbes $\arg f(z)=$ const., on rencontre des difficultés signalées par M. Valiron ([1]), dans le cas où la fonction $z=f^{-1}(w)$ présente

([4]) W. H. J. Fuchs, *Bulletin of the Am. Math. Society*, 52, 1946, p. 1057-1059.

([1]) *Bull. Sc. Math.*, 63, 1939, 132; *Journal de Math.*, 105, 1940, p. 339.

certains types de points transcendants. Je me propose ici de faire ce découpage en étudiant séparément les domaines où la fonction prend des valeurs couvrant un voisinage des singularités transcendantes.

Soit D un domaine du plan z; son extension $\mathfrak{D}$ sera le domaine simplement connexe contenant D et sur lequel $f(z)$ prend toutes les valeurs intérieures à Δ^* limité par le contour extérieur Γ^* de Δ image de D.

Si Δ^* ne contient pas de point critique transcendant, on décompose $\mathfrak{D}$ en un nombre fini ou infini de cellules normales finies d'univalence; ces cellules admettent pour frontières des arcs intérieurs à $\mathfrak{D}$, images de coupures joignant dans Δ^* les points critiques algébriques à un point fixe $A \in \Gamma^*$, et des arcs $\gamma \in \mathfrak{C}$ frontière de $\mathfrak{D}$: les arcs γ d'un seul tenant correspondent à Γ^* parcourue tout entière une seule fois, et sont appelés les côtés libres des cellules. Il ne pénètre à distance finie qu'un nombre fini de cellules, chacune n'ayant qu'un seul côté libre.

Dans le cas où Δ^* contient une singularité transcendante, nous isolons d'abord cette singularité ω dans un cercle Δ' l'admettant pour centre (dans le plan w); ce cercle a pour image dans le plan z un domaine $\mathfrak{D}'$ infini simplement connexe limité par une ou plusieurs courbes infinies. On peut trouver un diamètre $B\omega A$ de ce cercle qui ne rencontre pas d'autre point singulier que ω. On construit alors dans le cercle un réseau de courbes analytiques (pseudo-rayons), joignant ω et A et telles que par tout point intérieur au cercle il ne passe qu'une courbe de la famille.

Désignons par $E_{A,\alpha}(w)$ un élément de la fonction inverse dont le centre est A et qui correspond à une valeur α de $z = f^{-1}(w)$.

Si tout élément $E_{A,\alpha}(w)$ tend vers une valeur finie quand on le prolonge jusqu'à ω suivant tout pseudo-rayon, en contournant les points critiques toujours dans le même sens, on peut décomposer $\mathfrak{D}'$ en cellules normales finies.

Dans le cas où Δ' ne renferme qu'un nombre fini de points critiques algébriques, on décompose $\mathfrak{D}'$ en une infinité de cellules normales infinies, ne s'accumulant pas à distance finie, ayant pour frontière : un arc γ d'un seul tenant correspondant au contour de Δ' parcouru une seule fois; un nombre fini d'images de coupures tracées dans Δ' suivant des arcs de pseudo-rayons; deux arcs images du segment $A\omega$.

Les cellules normales finies ou infinies sont complètes, c'est-à-dire que $f(z)$ prend à leur intérieur toutes les valeurs intérieures au contour du plan w correspondant à γ.

Dans le cas où Δ' renferme une infinité de points critiques algébriques, on pourra rencontrer, en outre, des cellules incomplètes [les valeurs prises par $f(z)$ à leur intérieur ne recouvrent pas Δ'] dont certaines n'ont pas de côté libre. Ces cellules seront classées en différents types selon la nature de leur frontière : les éléments-frontière peuvent être :

1 arc γ au plus (les cellules ayant un côté libre sont de type α).

1 arc au plus correspondant au segment $A\omega$.

2 arcs T au plus, limites dans le plan z d'images de coupures ayant une extrémité commune α, $f(\alpha) = A$.

un nombre fini ou infini d'images de coupures.

Si nous considérons les domaines $\mathfrak{D}'_1, \mathfrak{D}'_2, \ldots, \mathfrak{D}'_i, \ldots$ se représentant sur Δ^* et intérieurs à $\mathfrak{D}$ (certains $\mathfrak{D}'_i$ peuvent être bornés), nous pouvons prolonger les cellules ayant un côté libre γ, jusqu'à la frontière $\mathfrak{C}$ de $\mathfrak{D}$. Les nouvelles cellules auront un côté libre sur $\mathfrak{C}$ correspondant à Γ^*, et leur frontière comprendra les arcs frontières de la cellule initiale (autres que γ); deux arcs images d'un arc AA_0 intérieur à $(\Delta^* - \Delta')$, $A_0 \in \Gamma^*$; et un nombre fini d'images de coupures joignant dans $\Delta^* - \Delta'$, les points crit. alg. au point A_0. Si Δ^* contient plusieurs points transcendants, on partage Δ^* en autant de domaines δ^* ne contenant chacun qu'un seul point transcendant, par des arcs $A_0 B_i$, $B_i \in \Gamma^*$, et on raccorde ensuite les cellules partielles.

On considère enfin une suite de domaines $D_1 \subset D_2 \ldots \subset D_\mu \subset \ldots$ et leurs extensions; on décompose $\mathfrak{D}_1$ en cellules (complètes ou incomplètes) dont certaines ont un côté libre. On prolonge ces cellules, et celles des homologues de $\mathfrak{D}_1$ intérieurs à $\mathfrak{D}_2$, dans $\mathfrak{D}_2$ comme on a prolongé les cellules de $\mathfrak{D}'$ dans $\mathfrak{D}$. On considérera les homologues de $\mathfrak{D}_2$ inclus dans $\mathfrak{D}_3$: on décompose alors ces $\mathfrak{D}_2$ en cellules en utilisant les cellules provenant de la décomposition des $\mathfrak{D}_1$ qu'ils contiennent. Comme un nombre fini de C_μ pénètre à distance finie, quel que soit μ, après un nombre fini d'opérations on aura couvert et décomposé en cellules une région du plan z contenant une portion donnée quelconque de ce plan.

Dans le cas où les points transcendants sont en nombre fini, on pourra après avoir isolé les points transcendants, tracer dans le plan w un nombre fini de coupures joignant les points A au point à l'infini.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur un théorème de M. Denjoy.*

Note (*) de M. **Ernest Corominas**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

M. Denjoy a défini les nombres dérivés d'ordre supérieur et il a également prouvé qu'on peut généraliser partiellement, pour ces nombres, son théorème sur les nombres dérivés du premier ordre. Rappelons que ce théorème, sous la forme qui s'adapte le mieux au but de cette Note, établit que $f(x)$ étant une fonction mesurable définie sur un segment $[a, b]$, sur une pleine épaisseur du segment se vérifient les propriétés suivantes :

1° Si deux nombres dérivés associés sont finis, tous les quatre sont égaux;

2° Deux nombres dérivés associés ne sont jamais infinis du même signe;

3° Si un nombre dérivé est fini, il est égal au nombre dérivé opposé;

(*) Séance du 5 avril 1948.

4° Si un nombre dérivé est infini, le nombre dérivé opposé est aussi infini, mais de signe contraire.

La généralisation de M. Denjoy s'étend à la première partie du théorème.

M. Denjoy a proposé [1] d'étudier si la généralisation peut s'étendre aux trois autres parties du théorème.

L'objet de cette Note est de montrer que cette généralisation n'est pas possible.

Pour cela, considérons la fonction $y=f(x)(0\leqq x\leqq 1)$ définie de la façon suivante :

A chaque x

$$x=0,\quad a_1\quad a_2\quad a_3\quad \ldots\quad a_n\quad \ldots$$

écrit dans le système de base 2, faisons correspondre un y

$$y=0,\quad b_1\quad b_2\quad b_3\quad \ldots\quad b_n\quad \ldots$$

écrit dans le système de base p, en mettant $a_n=b_n$ si $a_n=0$ et $b_n=p-1$ si $a_n=1$.

La fonction est ainsi bien définie pour tout $x\neq m/2^i$. Dans ces derniers points, aux deux façons d'exprimer x dans le système de base 2, correspondent deux valeurs différentes de y. On peut prendre comme valeur de y dans ces points n'importe laquelle de ces deux valeurs ou même sa moyenne arithmétique.

Il est clair que $f(x)$ est monotone croissante pour tout x et continue pour tout $x\neq m/2^i$.

Nous introduisons les fonctions $u_n(x)$ et $z_n(x)$ définies de la façon suivante :

$$u_n(x)=0 \text{ si } a_n=0,\qquad u_n(x)=m \text{ si } a_n=a_{n-1}=\ldots=a_{n-m+1}=1 \text{ et } a_{n-m}=0,$$
$$z_n(x)=0 \text{ si } a_n=1,\qquad z_n(x)=m \text{ si } a_n=a_{n-1}=\ldots=a_{n-m+1}=0 \text{ et } a_{n-m}=1.$$

On peut prouver qu'il y a un ensemble A qui est une pleine épaisseur du segment, sur lequel se vérifient les quatre conditions suivantes :

$$(1)\quad \overline{\lim_{n\to\infty}}\, u_n(x)=\infty,\qquad \overline{\lim_{n\to\infty}}\, z_n(x)=\infty,\qquad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{u_n(x)}{n}\right)=0,\qquad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{z_n(x)}{n}\right)=0.$$

Nous supposerons aussi que l'ensemble A ne contient pas les points $x=m/2^i$.

Nous avons pu démontrer la formule suivante :

$$(2)\qquad 2^{-r}\left[(p-2)p^{c_{n+1}(x)}+\left(\frac{2^r}{p}\right)^{n+1}\right]<\left|\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h^r}\right| < 2^r\left[(p-2)p^{c_n(x)}+\left(\frac{2^r}{p}\right)^n\right].$$

Pour $2^{-n-1}=|h|<2^{-n}$ et où $c_n(x)=n\log_p(2^r/p)+u_n(x)$ si $h>0$ et $c_n(x)=n\log_p(2^r/p)+z_n(x)$ si $h<0$, qui est valable pour tout $x\neq m/2^i$.

---

[1] *Fundamenta Mathematicæ*, 5, xxv, p. 273-326.

De cette formule on peut déduire les valeurs des nombres dérivés d'ordre supérieur. Pour cela, nous considérerons plusieurs cas, selon les valeurs de s et de p.

1° s pair et $2^{s-1} < p < 2^s$;

2° s impair et $2^{s-1} < p < 2^s$;

3° s impair et $2^s = p$;

4° s pair et $2^s = p$.

Dans tous les cas on déduit que sur l'ensemble A tous les coefficients différentiels d'ordre $< s$ existent et sont nuls. Pour les nombres dérivés d'ordre s, dans le même ensemble, on obtient les résultats suivants :

1° $f^{(s)+}(x) = f_+^{(s)}(x) = +\infty, f^{(s)-}(x) = f_-^{(s)}(x) = -\infty$;

2° $f^{(s)+}(x) = f_+^{(s)}(x) = f^{(s)-}(x) = f_-^{(s)}(x) = +\infty$;

3° $0 < f_+^{(s)}(x) < +\infty,\ 0 > f^{(s)-}(x) > -\infty,\ f^{(s)+}(x) = \infty,\ f_-^{(s)}(x) = -\infty$;

4° $0 < f_+^{(s)}(x) < +\infty, 0 < f_-^{(s)}(x) < +\infty, f^{(s)+}(x) = f^{(s)-}(x) = +\infty$.

On déduit donc qu'il est impossible de généraliser pour les nombres dérivés d'ordre supérieur les trois dernières règles du théorème de M. Denjoy pour les nombres dérivés du premier ordre.

On peut définir une suite croissante d'ensembles parfaits P_n, dont la limite a pour mesure 1 et telle qu'aucun P_n ne contienne des points $x = m/2^i$. Prenons $f_n(x) = f(x)$ sur l'ensemble P_n et linéaire dans les intervalles contigus. Alors la fonction $F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)/n!$ est une fonction continue qui possède les mêmes propriétés différentielles que $f(x)$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Propriétés des fonctions surharmoniques positives dans un demi-espace.* Note de Mme **Jacqueline Lelong**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Soient, dans l'espace R^p à $p \geq 2$ dimensions, le demi-espace D ($x > 0$) limité par l'hyperplan π, et $u(M)$ une fonction surharmonique positive dans D. Nous voulons étudier les limites du rapport $u(M)/x$ lorsque M tend vers un point de π. Or nous savons que $u(M)$ est la somme d'une fonction $H(M)$ harmonique positive dans D, et d'un potentiel $U^{\mu}(M)$, de masse positive, par rapport à la fonction de Green $g(M, P)$ de D (en abrégé : potentiel de Green). Il suffit donc d'étudier séparément les limites de $H(M)/x$ et de $U^{\mu}(M)/x$. Nous aurons deux cas à examiner, selon que M tend vers un point de π à distance finie (que l'on peut prendre pour origine), ou vers l'infini.

Définitions. — 1° Nous appellerons *puissance intérieure* d'un ensemble E contenu dans D, la borne supérieure de l'intégrale $\int_E x\, d\lambda$ pour toute distribution de masse positive λ telle que $U^{\lambda}(M) \leq x$ partout dans D.

[Cette notion coïncide avec la μ-capacité intérieure de E par rapport à la fonction de Green pour une distribution μ convenable ([1]).]

La *puissance extérieure* de E sera la borne inférieure des puissances des ensembles ouverts le contenant. Pour E ouvert ou fermé, les deux puissances coïncident.

2° Nous dirons qu'un ensemble E est *effilé* à l'origine (resp. à l'infini) *relativement à* D si la puissance extérieure γ_n de $E_n = E \cap I_n$, où I_n est l'intersphère $s^{n+1} \leqq OM \leqq s^n (s < 1)$ [resp. $s^{n+1} \geqq OM \geqq s^n (s > 1)$] satisfait à

$$\sum_{n=1} \frac{\gamma_n}{s^{np}} < \infty. \tag{1}$$

Propriétés. — *a*. Une inversion de pôle O transforme un ensemble effilé à l'origine en un ensemble effilé à l'infini (relativement à D).

b. Si E est contenu dans un cône $C_k(OM/x \leqq k)$ et si C_n est la capacité ordinaire de E_n, la condition d'effilement à l'origine équivaut à

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{s^{n(p-2)}} < \infty,$$

de sorte que dans C_k, l'effilement relatif à D à l'origine coïncide avec l'effilement ordinaire pour $p \geqq 3$.

c. En reprenant une démonstration de M. J. Deny, on montre que si E est effilé en O relativement à D, le faisceau des rayons issus de O dont l'intersection avec E admet O pour point limite découpe sur la sphère de centre O et de rayon 1, un ensemble de capacité extérieure nulle dans R^p. (Nous désignerons par J un tel faisceau de droites.)

I. *Propriétés des fonctions harmoniques positives :*

THÉORÈME 1 *a*. — *Si* H(M) *est harmonique positive dans* D, *et si l'on pose* $c =$ *borne inf.* $H(M)/x$, *alors quel que soit* $\alpha > 0$, *l'ensemble des points de* D, *où* $H(M) \geqq (c+\alpha)x$ *est effilé à l'infini relativement à* D, *et forme avec* π *un continu, de sorte que le rapport* $H(M)/x$ *tend vers* c *lorsque* $M \to \infty$ *en restant dans un cône* C_k *fixe* $[OM/x \leqq k]$.

THÉORÈME 1 *b*. — *Si* H(M) *est harmonique positive dans* D, *et si* $\varliminf_{M \to O} H(M)/x = c < \infty$, *alors, quel que soit* $\alpha > 0$, *l'ensemble des points de* D, *où* $H(M) \geqq (c+\alpha)x$ *est effilé en* O *relativement à* D, *et forme avec* π *un continu, de sorte que le rapport* $H(M)/x$ *tend vers* c *lorsque* $M \to O$ *en restant dans un cône* C_k *fixe*.

La démonstration de ces deux théorèmes est fondée sur la représentation de H(M) par une intégrale de Poisson-Stieljes étendue à π.

([1]) *Voir* H. CARTAN, *Annales de l'Université de Grenoble*, 22, 1946, p. 251-252.

II. *Propriétés des potentiels de Green :*

THÉORÈME 2*a*. — *Pour tout potentiel de Green de masse positive,* $U^{\mu}(M) \not\equiv \infty$, *quel que soit* $\alpha > 0$, *l'ensemble des points de* D *où l'on a* $U^{\mu}(M) > \alpha x$, *est effilé à l'infini relativement à* D.

Réciproquement, si E *est effilé à l'infini relativement à* D, *on peut déterminer une répartition de masse positive* μ *telle que* $U^{\mu}(M) \geq x$ *sur* E.

THÉORÈME 2*b*. — *Si* $\varliminf_{M \to 0} U^{\mu}(M)/x = c < \infty$, *l'ensemble des points de* D, *où l'on a* $U^{\mu}(M)/x > c + \alpha$, *quel que soit* $\alpha > 0$, *est effilé en* O *relativement à* D, *et il existe un continu joignant* O *à l'infini sur lequel on a* $U^{\mu}(M) \leq cx$.

Réciproquement, si E *est effilé en* O *relativement à* D, *on peut déterminer une répartition de masse positive* μ *telle que* $\varliminf_{M \to 0} U^{\mu}(M)/x < \infty$, *et que* $U^{\mu}(M)/x \to \infty$ *lorsque* M *tend vers* O *sur* E.

La démonstration de ces deux théorèmes est fondée sur les inégalités élémentaires $2x\xi/MQ^{p} < g(M, P) < 2x\xi/MP^{p}$ vérifiées par la fonction de Green de D (x est l'abscisse de M, ξ celle de P, Q est le symétrique de P par rapport à π).

III. *Propriétés des fonctions surharmoniques positives.*

THÉORÈME 3*a*. — *Si* $u(M)$ *est surharmonique positive dans* D, *et si l'on pose* $\varliminf_{M \to \infty} u(M)/x = c$, *c est nécessairement fini; l'ensemble des points de* D *où l'on a* $u(M) > (c + \alpha)x$, *est effilé à l'infini relativement à* D, *quel que soit* $\alpha > 0$.

Il en résulte que $u(M)/x$ *tend vers c lorsque* $M \to \infty$ *radialement, excepté au plus pour un ensemble* J *de rayons.*

THÉORÈME 3*b*. — *Si* $u(M)$ *est surharmonique positive dans* D, *et si* $\varliminf_{M \to 0} u(M)/x = c < \infty$, *alors l'ensemble des points de* D *où l'on a :* $u(M) > (c + \alpha)x$, *est effilé à l'origine relativement à* D *quel que soit* $\alpha > 0$.

Il en résulte que $u(M)/x$ *tend vers c lorsque* $M \to O$ *radialement; excepté au plus pour un ensemble* J *de rayons. Pour* $p \geq 3$, $u(M)/x$ *a pour pseudo-limite c dans tout cône* $C_k(OM/x \leq k)$.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une transformation des champs de vecteurs unitaires.* Note de M. **Paul Vincensini.**

1. Soit, dans un espace cartésien rapporté à des coordonnées rectangulaires, un champ de vecteurs unitaires $[m, \vec{X}]$, $\vec{X}$ étant le vecteur appliqué au point m. Soumettons ce champ à une transformation $\mathfrak{T}\{[m, \vec{X}] \to [M, \vec{X}]\}$ conservant $\vec{X}$ et remplaçant m par $M = m + \vec{\xi}$, $\vec{\xi}$ étant, comme $\vec{X}$, fonction uniforme de m. A toute surface réglée (r) admettant pour directrice une courbe γ et pour génératrices les supports des vecteurs $\vec{X}$ issus des différents points de γ, $\mathfrak{T}$ associe

une surface réglée (R) de directrice Γ (homologue de γ) correspondant à (r) avec parallélisme des génératrices. De même, toute congruence rectiligne (δ) ayant pour directrice une surface quelconque (s), et dont les rayons sont les supports des vecteurs $\vec{X}$ issus de (s), $\mathfrak{T}$ associe une conguence (Δ) correspondant à (δ) avec parallélisme des rayons homologues (de même représentation sphérique que Δ).

2. Supposons (r) fermée, et soit $p_{(r)}$ l'invariant intégral (¹) $\int_c \vec{X}.\overrightarrow{dm}$, où c est un contour fermé quelconque tracé sur (r) et l'entourant. Si x^i, X^i, ξ^i ($i=1, 2, 3$) sont respectivement les coordonnées de m, les composantes du vecteur $\vec{X}$ associé et celles du vecteur $\vec{\xi}$ définissant la tranformation $\mathfrak{T}$, la condition pour que $\mathfrak{T}$ conserve l'invariant $p_{(r)}$ relatif à *toute surface réglée fermée* (r) du champ initial est donnée par le système des trois équations [correspondant aux trois combinaisons (h, k)].

$$(1)\qquad \sum_{i=1}^{i=3} [D(X^i, \xi^i) \mid D(x^h, x^k)] = 0.$$

(1) est susceptible d'une intégration géométrique que l'on peut présenter ainsi. Les courbes γ lieux de m pour lesquelles $\vec{X}$ a une direction fixe forment une congruence (γ). Donnons-nous une congruence rectiligne *normale* (δ) arbitraire et associons, à toute courbe γ, la droite (ou l'une des droites) (δ) parallèle au vecteur $\vec{X}$ constant le long de γ. Établissons une correspondance arbitraire (variant continûment avec γ) entre les points m de γ et les points μ de δ. La solution de (1) est fournie par le vecteur $\vec{\xi} = \overrightarrow{o\mu}$.

Pour tout pinceau de rayons d'une congruence rectiligne limité par une surface réglée fermée (r), le rapport $p_{(r)}/S$, S étant l'aire de la représentation sphérique du pinceau, tend vers une limite déterminée dp/ds (²) lorsque le pinceau tend vers un rayon de la congruence. Cette limite n'est autre que le *paramètre moyen* de la congruence relatif au rayon envisagé. La transformation $\mathfrak{T}$ définie par (1) transforme donc toute congruence du champ $[m, \vec{X}]$ initial en conservant les paramètres moyens sur les différents rayons. Réciproquement, la conservation des paramètres moyens entraîne celle des invariant intégraux $p_{(r)}$ des différentes surfaces réglées fermées de la congruence.

3. Le problème de la transformation d'une congruence rectiligne donnée quelconque (c), en congruences (C) de même représentation sphérique *avec conservation de l'invariant intégral* $p_{(r)}$ sur toute surface réglée fermée de la congruence, est susceptible d'une interprétation intéressante. Soit $m(x, y)$ le

(¹) É. Cartan, *Bull. Soc. Math. de France*, 24, 1896, p. 140-177.
(²) R. Behari, *Lucknow University studies*, 8, 1946, p. 68 et suiv.

point où le rayon (d) de (c) de cosinus directeurs $X(x, y)$, $Y(x, y)$, $Z(x, y)$ perce le plan xOy; désignons par M le point où le rayon (D) homologue de (d) dans l'une quelconque des transformées (C) de (c) perce le même plan. La transformation est définie par les composantes $\xi(x, y)$, $\eta(x, y)$ du vecteur $\overrightarrow{mM}$, et le système (1) où l'on pose $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = 0$, $\xi^1 = \xi$, $\xi^2 = \eta$, $\xi^3 = 0$ donne, pour déterminer les fonctions ξ, η définissant une transformation du type indiqué, l'équation

$$[D(X, \xi) \mid D(x, y)] + [D(Y, \eta) \mid D(x, y)] = 0,$$

d'où l'on déduit

$$D(X, \xi) \mid D(\eta, Y) = 1.$$

Les points $A(X, \xi)$, $B(\eta, Y)$ du plan xOy *se correspondent dans une équivalence superficielle directe*, et le problème de géométrie réglée initial se trouve ramené à celui, bien connu, de la détermination des équivalences directes du plan. Si $X = X(\eta, Y)$, $\xi = \xi(\eta, Y)$ sont les formules définissant l'équivalence directe $[B(\eta, Y) \rightarrow A(X, \xi)]$ la plus générale du plan xOy, la donnée d'une congruence quelconque (c) [X, Y = fonctions connues de x, y] fait connaître ξ et η, c'est-à-dire la transformation de (c) la plus générale $[(x, y) \rightarrow (x + \xi, y + \eta)]$ conservant les invariants intégraux $p_{(r)}$ sur les surfaces réglées fermées.

En considérant une congruence normale quelconque comme transformée d'une gerbe de sommet $O[p_{(r)} = 0]$, on est par exemple conduit, comme on le constate aussitôt, à attacher à toute surface $z = f(x, y)$ la correspondance par aires constantes du plan xOy faisant correspondre au point $P[p/\sqrt{1 + p^2 + q^2}, x + pz]$ le point $Q[y + qz, q/\sqrt{1 + p^2 + q^2}]$. Les transformations des champs de vecteurs considérées dans cette Note ont lieu avec conservation des directions des vecteurs. En ce qui concerne les transformations les plus générales conservant les invariants intégraux des surfaces réglées fermées d'un champ, je me borne ici à indiquer la propriété suivante, relative aux congruences de droites paratactiques à un même cercle et conséquence immédiate de la définition de la parataxie. Si, à l'intérieur d'une congruence de droites paratactiques à un cercle C, on déforme d'une façon quelconque un pinceau quelconque *sans altérer l'aire de sa section par le plan de* C, l'invariant intégral $p_{(r)}$ du pinceau *est conservé au cours de la déformation.* Sa valeur est d'ailleurs, à un facteur constant près, l'aire de la trace du pinceau sur le plan de C.

MÉCANIQUE. — *Application du calcul symbolique à l'étude de la dynamique des fils.* Note (*) de M. **Henri Cabannes**, présentée par M. Joseph Pérès.

I. Un fil élastique AB, mobile dans un plan, est soumis à l'action d'un champ de forces défini par l'affixe $Z(x, y)$ de la force qui s'exerce sur la masse

(*) Séance du 22 mars 1948.

unité placée au point x, y, et à l'action de deux autres forces, finies, appliquées respectivement à l'origine et à l'extrémité du fil, d'affixes $Z_0(t)$ et $Z_1(t)$. On connaît dans l'état naturel (état pour lequel les tensions sont nulles), en un point M, dont l'abscisse curviligne est alors s_0 : le coefficient d'élasticité $\omega(s_0)$ et la densité linéaire $\rho(s_0)$. Nous prenons comme fonctions inconnues, d'une part l'affixe $z_0(t)$ de l'origine du fil, d'autre part l'angle $\theta(s_0, t)$ que fait avec l'axe des x la tangente du fil, et la dérivée partielle $\lambda(s_0, t)$ de l'abscisse curviligne actuelle par rapport à s_0. Supposant la tension proportionnelle à l'allongement relatif du fil : $T(s_0, t) = \omega(s_0)\{\lambda(s_0, t) - 1\}$, le mouvement est déterminé par l'équation suivante :

$$(1)\quad \frac{\partial}{\partial t}\int_{s_0}^{L}\left\{\frac{\partial}{\partial t}\left[z_0(t) + \int_0^u \lambda(\sigma, t)\, e^{i\theta(\sigma,t)}\, d\sigma\right]\right\}\rho(u)\, du$$
$$= -\omega(s_0)\{\lambda(s_0, t) - 1\}\, e^{i\theta(s_0,t)} + \int_{s_0}^{L} Z\{x(u, t), y(u, t)\}\rho(u)\, du + Z_1(t).$$

Cette équation représente le théorème du mouvement du centre de gravité, appliqué à la portion MB du fil; elle peut être aussi obtenue, en utilisant la méthode de Lagrange. Il convient d'y joindre l'équation, où figure $z_0(t)$ obtenue, en considérant la totalité du fil.

L'élimination de $z_0(t)$ permet alors de déterminer, à chaque instant, l'équation intrinsèque de la courbe représentée par le fil. Dans le cas où $Z(x, y) = A + B(x + iy)$, on obtient l'équation suivante (qui donne deux équations réelles)

$$(2)\quad \left[\frac{\partial}{\partial t}\int_{s_0}^{L}\left\{\frac{\partial}{\partial t}\int_0^u \lambda(\sigma, t)\, e^{i\theta(\sigma,t)}\, d\sigma\right\}\rho(u)\, du - B\int_{s_0}^{L}\left\{\int_0^u \lambda(\sigma, t)\, e^{i\theta(\sigma,t)}\, d\sigma\right\}\rho(u)\, du\right]\int_0^L \rho(u)\, du$$
$$- \left[\frac{\partial}{\partial t}\int_0^{L}\left\{\frac{\partial}{\partial t}\int_0^u \lambda(\sigma, t)\, e^{i\theta(\sigma,t)}\, d\sigma\right\}\rho(u)\, du - B\int_0^{L}\left\{\int_0^u \lambda(\sigma, t)\, e^{i\theta(\sigma,t)}\, d\sigma\right\}\rho(u)\, du\right]\int_{s_0}^L \rho(u)\, du$$
$$= [-\omega(s_0)\{\lambda s_0, (t) - 1\}\, e^{i\theta(s_0,t)} + Z_1(t)]\int_0^L \rho(u)\, du - \{Z_0(t) + Z_1(t)\}\int_{s_0}^L \rho(u)\, du.$$

Par conséquent, lorsque le champ $Z(x, y)$ est un champ constant, l'orientation du fil $\theta(s_0, t)$ et la densité $\rho(s_0) : \lambda(s_0, t)$ ne dépendent pas du champ envisagé; lorsque le champ est un champ de forces centrales proportionnelles à la distance, ces deux fonctions sont indépendantes de la position du centre des forces. Ces résultats généralisent la propriété analogue indiquée par Appell à propos du fil pesant inextensible.

II. Le champ étant constant, et le fil homogène dans son état naturel, il

existe deux cas simples, dans lesquels on peut, à l'aide du calcul symbolique de Laplace, expliciter la solution générale des équations intégro-différentielles du mouvement : le cas du mouvement rectiligne parallèle au champ, et celui d'un fil suffisamment tendu pour que l'on puisse au second membre de (1) ou (2) remplacer $\lambda - 1$ par λ (ce qui donne la seule inconnue complexe $\lambda(s_0, t)e^{i\theta(s_0,t)}$).

$I_0(p)$ et $I_1(p)$ étant les images des fonctions connues $Z_0(t)$ et $Z_1(t)$, les images $\varphi(s_0, p)$ et $\xi(p)$ des fonctions inconnues $\lambda(s_0, t)$ et $z_0(t)$ satisfont les deux équations intégrales

$$(3)\qquad \frac{\rho}{\omega}\int_0^L H_1(s_0,\sigma)\left\{p^2\varphi(\sigma,p)-p^2\lambda(\sigma,0)-p\frac{\partial\lambda(\sigma,0)}{\partial t}\right\}d\sigma$$
$$=-\{\varphi(s_0,p)-1\}+\frac{I_1(p)}{\omega}-\frac{L-s_0}{L}\,\frac{I_0(p)+I_1(p)}{\omega},$$

$$(4)\quad p^2\xi(p)-p^2z_0(0)-pz'_0(0)+\int_0^L(L-\sigma)\left\{p^2\varphi(\sigma,p)-p^2\lambda(\sigma,0)-p\frac{\partial\lambda(\sigma,0)}{\partial t}\right\}d\sigma$$
$$=ZL+\frac{I_0(p)+I_1(p)}{\rho},$$

v désignant la plus grande, et u la plus petite des variables s_0 et σ, le noyau $H_1(s_0, \sigma)$ désigne la fonction $u(L-v)$: L; le noyau réciproque est la fonction $J_1(s_0, \sigma) = \operatorname{sh}\alpha p u \operatorname{sh}\alpha p(L-v) : \alpha p \operatorname{sh}\alpha p L$ ($\alpha^2 = \rho : \omega$). On en déduit

$$(5)\qquad \varphi(s_0,p)=\frac{\operatorname{sh}\alpha p(L-s_0)}{\operatorname{sh}\alpha pL}\left\{1-\frac{I_0(p)}{\omega}\right\}+\frac{\operatorname{sh}\alpha ps_0}{\operatorname{sh}\alpha pL}\left\{1+\frac{I_1(p)}{\omega}\right\}$$
$$+\alpha^2p^2\int_0^L J_1(s_0,\sigma)\left\{\lambda(\sigma,0)+\frac{1}{p}\frac{\partial\lambda(\sigma,0)}{\partial t}\right\}d\sigma.$$

L'équation (4) détermine ensuite $\xi(p)$ et l'abscisse d'un point du fil est déterminée par son image

$$\xi(s_0,p)=\xi(p)+\int_0^{s_0}\varphi(\sigma,p)\,d\sigma.$$

Ainsi l'emploi des équations intégro-différentielles et du calcul symbolique permet de faire apparaître dans la solution générale des équations du mouvement, d'une part les conditions aux limites imposées aux extrémités du fil, d'autre part les conditions initiales imposées à l'instant origine. Ces conditions interviennent séparément et de façon additive.

Par exemple, l'origine du fil étant fixe, et le fil initialement au repos sous l'action du champ, si l'on anime son extrémité d'un mouvement connu

$$x(L,t)=x(L,0)+f_1(t),$$

la fonction $f_1(t)$ étant une fonction continue, nulle pour $t \leqq 0$, ayant pour image $\xi_1(p)$, on aura

$$\xi(s_0,p)=x(s_0,0)+\frac{\operatorname{sh}\alpha ps_0}{\operatorname{sh}\alpha pL}\xi_1(p).$$

Ce qui signifie que le mouvement imposé à l'extrémité se propage dans le fil avec la vitesse constante $\sqrt{\frac{\omega}{\rho}}$.

Le cas du fil très tendu se traite de même, aux notations près; $\varphi(s_0, p)$ est l'image (complexe) de $e^{i\theta}$ et dans l'équation (3) le second membre est modifié d'une unité.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Anisotropie élastique d'une feuille mince d'invar laminée à froid.* Note (*) de M. **Pierre-Jean Bouchet**, présentée par M. Pierre Chevenard.

Dans la fabrication des feuillards en ferronickels magnétiques, on s'efforce de créer une texture orientée de manière à améliorer les caractéristiques du métal dans le sens du laminage. Les traitements thermiques et mécaniques qui conduisent à cette anisotropie doivent être très précis, et il importe d'en vérifier souvent l'efficacité. L'essai à la traction de bandes minces découpées dans une feuille, et diversement orientées par rapport au sens du laminage, fournit un contrôle simple et sensible. C'est pourquoi, au laboratoire d'Imphy, les essais par diffraction des rayons X sont doublés par des essais à la micromachine Chevenard qui, au moyen d'un trépied optique mobile autour d'un point fixe, enregistre sur papier sensible le diagramme *force-allongement*.

Au lieu des caractéristiques usuelles: limite d'élasticité conventionnelle, ténacité et allongement de rupture, il m'a paru préférable de mesurer le module de Young. Ce paramètre, en effet, proportionnel à la pente initiale du diagramme, fournit une expression beaucoup plus exacte des propriétés mécaniques vraies de la feuille, considérée dans son état initial.

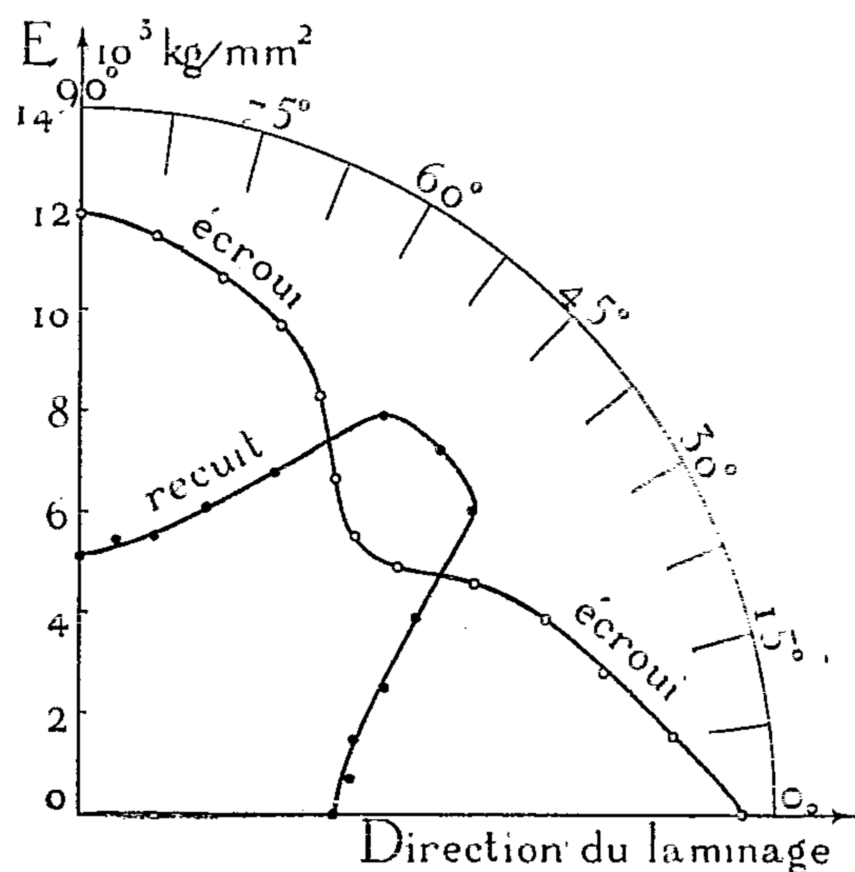
La présente Note expose les résultats obtenus sur une feuille d'invar, ferronickel à 35,5 % Ni. Il m'a semblé intéressant de les faire connaître car, si la littérature technique décrit les résultats de semblables expériences sur des feuilles de cuivre, d'aluminium, de fer, etc. (1), elle m'a paru muette quant à l'invar et même aux autres alliages austénitiques.

Comme la micromachine enregistre, non pas l'allongement vrai de la bande-éprouvette, mais le mouvement relatif des deux mordaches, somme de cet allongement et plusieurs déformations parasites, les mesures sont entachées d'une erreur systématique. Mais on peut en apprécier l'importance en étudiant des bandes de longueurs inégales, de manière à éliminer par différence l'incertitude relative aux extrémités. Cette erreur a été trouvée moindre que la dispersion due aux hétérogénéités de la feuille (± 3 %), en tout cas, extrêmement inférieure aux effets de l'anisotropie.

(*) Séance du 5 avril 1948.

(1) *Voir* par ex. Barrett, *Structure of Metals*, New-York, 1943, p. 455,

La feuille d'invar étudiée a été laminée à chaud jusqu'à l'épaisseur de $3^{mm},5$, puis à froid jusqu'à $0^{mm},07$. Les bandes mesuraient 4^{mm} de largeur et 25^{mm} de longueur utile. Les résultats sont groupés sur le diagramme polaire ci-joint.



A l'état écroui, l'analyse aux rayons X montre une superposition de deux orientations : plan (110) et direction $[\bar{1}12]$ parallèles au laminage; plan (112) et direction $[11\bar{1}]$ parallèles au laminage. Le module de Young, d'environ 13500 kg/mm² suivant la direction du laminage, diminue d'abord quand l'angle α augmente, s'abaisse à 7800 kg/mm² pour $\alpha = 45°$, puis se met à croître et atteint 12000 kg/mm² pour $\alpha = 90°$. Les courbes polaires de l'état écroui n'ont pas d'axe de symétrie.

Par recuit à 1100°, pendant deux heures sous le vide, la recristallisation aboutit à une texture cubique parfaite: le plan (100) et la direction [100] sont parallèles au laminage. Suivant les deux directions [100], le module est minimum : 5100 kg/mm². Il passe par un maximum pour la direction [110] : 10200 kg/mm². La symétrie de la courbe par rapport à cette dernière direction prouve que l'effet de travers, au sens où l'entendent les métallurgistes, n'intervient pas et que seule compte la texture cristalline. On est frappé par la petitesse du module suivant les directions contenues dans une face du cube : les chiffres portés sur le diagramme polaire sont de beaucoup inférieurs aux 14500 kg/mm² qu'eût donnés un barreau polycristallin pseudo-isotrope.

Au point de vue pratique, cette étude montre que la mesure du module de Young, par exemple dans le sens du laminage, fournit un procédé simple et sensible pour caractériser l'avancement de la recristallisation.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Influence d'un écrouissage homogène sur le frottement intérieur d'une solution solide.* Note (*) de M. **Christian Boulanger**, présentée par M. Pierre Chevenard.

Pour essayer d'éclairer les relations entre le frottement intérieur d'un métal et ses autres propriétés mécaniques, il paraît avantageux d'en confronter les modifications conférées par l'écrouissage. Il est connu depuis longtemps que le tréfilage ou tout autre travail à froid entraîne un gain notable, partie temporaire, partie permanent, du frottement intérieur. Mais ces interventions déforment le métal à la fois par allongement et par compression latérale. Afin de rendre les conditions expérimentales aussi bien définies que possible, j'ai entrepris d'étudier les effets d'une traction pure et fait porter les essais sur des solutions solides paramagnétiques (afin d'éviter les complications du ferromagnétisme), pauvres en inclusions et pourvues à l'état recuit d'un très faible frottement intérieur, critère comme on sait de la perfection métallurgique [1].

Les expériences relatées dans la présente Note concernent un *nickel-chrome* du type 80/20, dont le frottement intérieur à l'état recuit est représenté par un décrément δ d'environ 0,0001. Elles ont été effectuées au moyen de la micromachine de traction et du micropendule de Coulomb en usage au laboratoire de la société de Commentry-Fourchambault et Decazeville à Imphy [2]. Les résultats en sont groupés sur les courbes de la figure ci-contre, construites en fonction de l'allongement permanent imposé aux microéprouvettes.

A côté de la courbe de traction *tension-allongement*, on voit le gain instantané du décrément $\Delta\delta_i$ mesuré 1 minute seulement après étirage et ramené à une amplitude nulle, le gain résiduel $\Delta\delta_r$ qui subsiste après vieillissement de 100 heures à 20° complété par un étuvage de 400 heures à 100°, et le gain temporaire $\Delta\delta_t$, différence des deux précédents. En outre, la rapidité du vieillissement à 20° est caractérisée par la courbe $\Delta\delta/\Delta t$, vitesse moyenne durant la deuxième demi-heure consécutive à l'étirage. Ces effets sont nuls pour des tensions inférieures à la limite élastique usuelle. On note le parallélisme de la courbe $\Delta\delta/\Delta t$ représentant la vitesse et de la courbe de traction; on note aussi le maximum de la courbe $\Delta\delta_r$, résultat déjà observé sur le laiton par Zener, Clarke et Smith [3].

Ainsi, tandis que la restauration, à température ordinaire, d'un métal écroui n'en modifie pas sensiblement la dureté, elle entraîne une forte baisse du décrément. Si, selon les vues modernes sur la déformation plastique, on admet

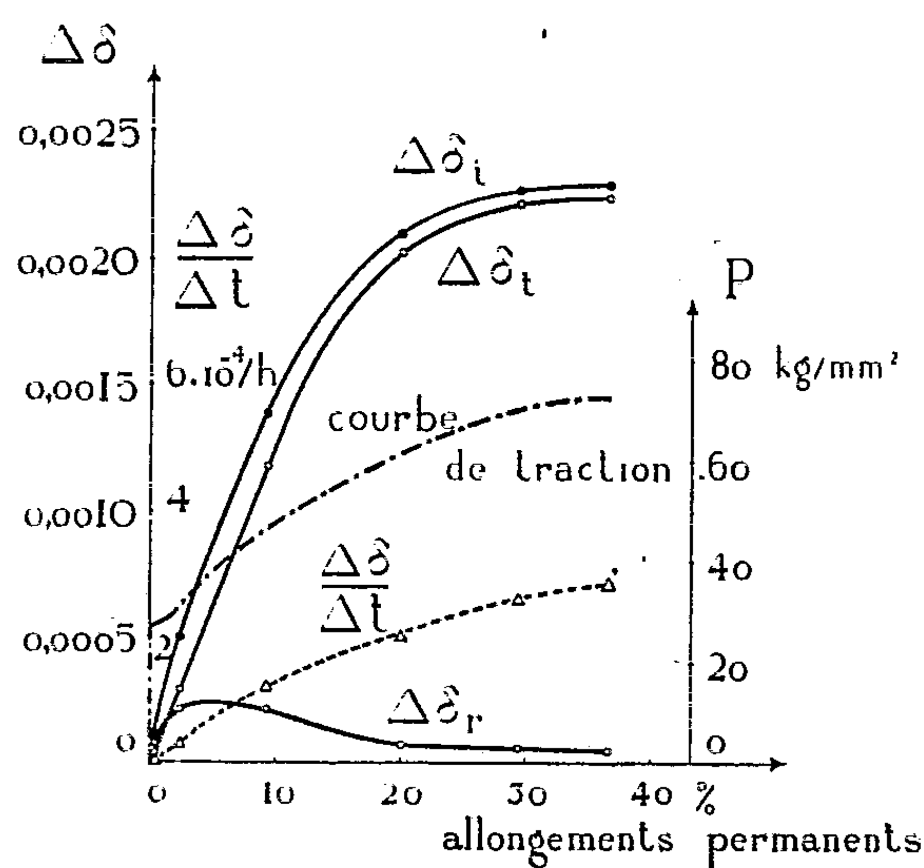
(*) Séance du 5 avril 1948.

(1) *Rev. Métall.*, **40**, 1943, 289.

(2) *Bull. Soc. Enc. Ind. Nat.*, **134**, 1935, p. 59; *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 264.

(3) *Metals technology*, 8, 1941, p. 7.

que l'écrouissage produit des *dislocations* dans l'architecture du réseau, mes expériences semblent confirmer qu'une petite partie seulement de ces dislocations interviennent pour accroître le frottement intérieur. Ces dislocations instables cheminent dès la température ordinaire, par une sorte de diffusion, pour aboutir à un nouvel arrangement plus stable du réseau qui, déformé sous



faible amplitude, ne donne presque plus lieu à perte d'énergie. L'allure de la courbe $\Delta\delta/\Delta t$ montre que, plus l'écrouissage est intense c'est-à-dire plus les dislocations sont nombreuses, moindre est le temps nécessaire pour aboutir au nouvel arrangement. Enfin la courbe $\Delta\delta_r$ du décrément résiduel à température ordinaire prouve une fois de plus que les dislocations, au fur et à mesure qu'elles deviennent plus nombreuses, sont de moins en moins libres et absorbent une énergie de plus en plus faible lors d'une déformation. D'après ces résultats, il me semble *qu'il ne saurait exister de lien entre le frottement intérieur et la limite élastique ou la dureté.*

En outre, il me paraît intéressant de rapprocher la courbe $\Delta\delta_r$ de la courbe obtenue par MM. Waché et Chevenard dans leurs recherches sur les changements des cycles *couple-torsion* enregistrés au cours des essais de fatigue par torsion alternée ([1]). S'il se produit une *accommodation,* comme c'est le cas des aciers au carbone recuits, dont la limite de fatigue est supérieure à la limite élastique, la courbe du frottement intérieur en fonction du nombre d'alternances s'élève, atteint un maximum, redescend, puis tend vers une parallèle à l'axe des abscisses c'est-à-dire affecte l'allure de la courbe $\Delta\delta_r$.

([1]) *Comptes rendus,* **216,** 1943, p. 264.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur une méthode approchée de calcul des répartitions de charges sur des surfaces portantes à bord d'attaque supersonique.* Note (*) de M. **Jean Fabri**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Dans cette Note nous nous proposons d'étudier par une méthode approchée les écoulements supersoniques à trois dimensions autour de surfaces portantes d'envergure limitée, en utilisant les caractéristiques classiques des écoulements supersoniques plans. Dans le cas de ces derniers la pression locale ne dépend que de l'incidence locale ($C_p^+ = 2\delta^+/\beta$ et $C_p^- = -2\delta^-/\beta$ avec $\beta = \sqrt{M^2 - 1}$, δ et M étant mesurés dans le plan dans lequel l'écoulement peut être considéré comme à deux dimensions) [1].

Nous admettons que chaque point où il y a variation de pente du profil induit à l'intérieur de son cône de Mach (ou de son cônoïde caractéristique, si l'écoulement n'est pas uniforme) une pression égale à celle qui aurait lieu sur une plaque plane infinie tangente à la portion aval de l'aile au point considéré. La pression en un point quelconque résulte alors de la superposition et peut être calculée comme moyenne des pressions induites par les points situés à l'intérieur de son avant-cône de Mach. Nous nous limitons pour l'instant au cas des ailes à bord d'attaque supersonique et plus particulièrement normal au vent. Le coefficient de pression sera donné par la formule

$$C_p(x) \sim \int_{-\infty}^{x} \left[\frac{2}{\xi_1 - \xi_2} \int_{\xi_2}^{\xi_1} \frac{1}{\beta} \frac{\partial \delta}{\partial x} d\xi \right] dx,$$

$\xi_1 - \xi_2$ étant la portion d'une parallèle au bord d'attaque de l'aile comprise à l'intérieur de l'avant-cône de Mach du point considéré.

La limitation de l'envergure impose une chute de portance en bout d'aile et une limitation des perturbations à l'intérieur des cônes de Mach marginaux, ce qui nous conduit à prolonger l'aile par une surface géométrique fictive, symétrique du squelette de l'aile par rapport à l'axe du cône de Mach marginal.

2. *Exemples d'application. Traînée d'onde d'une aile rectangulaire à profil en losange.* — Le schéma correspondant est représenté sur la figure 1 pour un allongement $\lambda \geq (2/\beta)$ (par raison de symétrie il suffit de considérer l'extrados). En introduisant $y^* = (\beta y_1/l)$, $x = (x_1/l)$ (l corde du profil), nous aurons par exemple pour $0 < y^* < 1$, $1/2 + y^* < x < 1$: contribution du bord d'attaque

$$\frac{1}{2x} \frac{2\alpha}{\beta} (x + y^*) = \frac{\alpha}{\beta} \left(1 + \frac{y^*}{x} \right),$$

(*) Séance du 22 mars 1948.

(1) Les notations sont celles de M. P. Germain (*Les approximations linéaires dans l'étude des fluides compressibles*, 3e Congrès National de l'Aviation Française).

contribution de l'arête médiane

$$\frac{1}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)}\left(-\frac{4\alpha}{\beta}\right)\left(y^*+x-\frac{1}{2}\right)=-\frac{2\alpha}{\beta}\left(1+\frac{2y^*}{2x-1}\right),$$

d'où le coefficient de pression locale

$$C_p=-\frac{\alpha}{\beta}\left(1-\frac{y^*}{x}+\frac{2y^*}{2x-1}\right).$$

En étudiant ainsi les différentes portions de l'aile nous aurons les coefficients de traînée locale

$$0<y^*<\frac{1}{2},\qquad C_x=\frac{2\alpha^2}{\beta}[1+3y^*(1-\log y^*)-4y^*\log 2],$$

$$\frac{1}{2}<y^*<1,\qquad C_x=\frac{2\alpha^2}{\beta}[3-y^*+y^*\log y^*].$$

La figure 2 montre la comparaison avec le C_x local obtenu par von Kármán par la théorie linéaire exacte ([2]). L'intégration qui conduit au C_x global donne dans les deux cas la même valeur $C_x=4(\alpha^2/\beta)$.

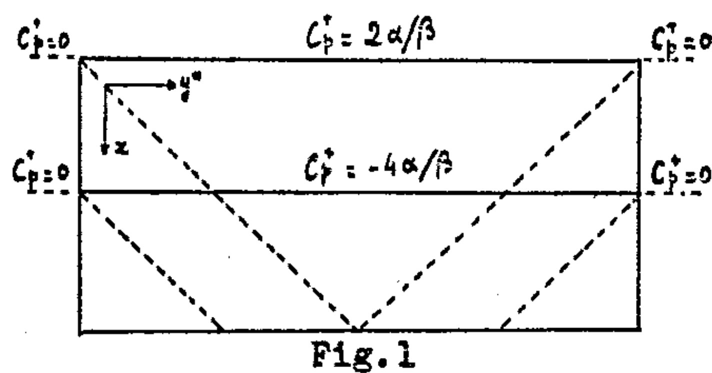


Fig. 1

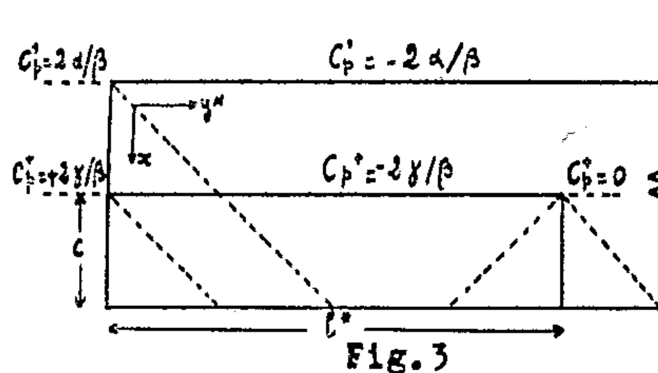


Fig. 3

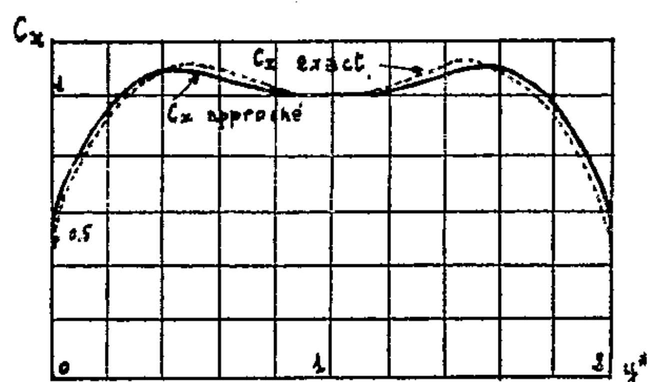


Fig. 2

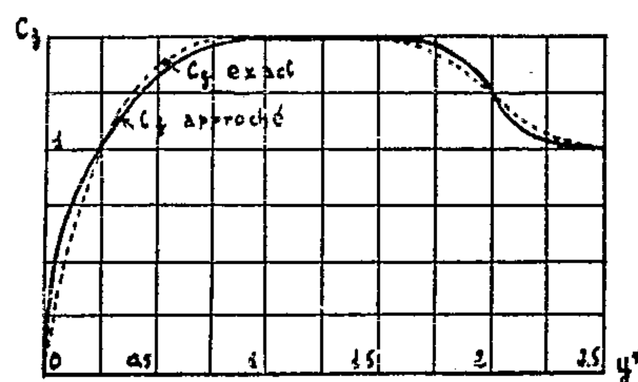


Fig. 4

Portance d'une plaque plane munie d'ailerons. — Le schéma employé est représenté sur la figure 3 (il suffit encore de considérer l'extrados par raison de symétrie). On obtient ainsi les portances locales dans les différents domaines ([3]). Nous avons porté sur la figure 4 les variations de C_z en fonction de y^* pour le

---

([2]) *Supersonic Aerodynamics principles and applications* (*Journal of aero. sci.*, juillet 1947, *fig.* 7).

([3]) Les notations sont celles de M. P. Germain (*Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 311) auquel nous devons également le résultat numérique exact représenté en traits interrompus sur la figure 4.

cas où $\alpha = i$, $c = 1/2$ et $l^* = 2$. Ici encore l'intégration conduit aux mêmes valeurs globales des caractéristiques aérodynamiques que la théorie rigoureuse.

3. *Remarque.* — Ce schéma nous a été suggéré par la considération des modifications à introduire pour l'étude des vitesses induites dans un écoulement supersonique non uniforme autour d'une surface portante, comme il s'en présente dans les machines axiales à très grande vitesse de rotation.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Correspondance Mécanique classique-Mécanique ondulatoire. Intégrale du deuxième ordre indépendante du temps : conditions d'existence.* Note de M. **Robert Faure.**

Dans une Note antérieure ([1]) nous avons vu que l'étude simultanée de l'équation de commutation de la Mécanique ondulatoire et du crochet de Poisson conduisait à faire correspondre à l'intégrale classique

$$F = \sum_i P_i p_i^2 + R,$$

l'opérateur F

$$F \equiv -\frac{h^2}{4\pi^2}\left[\sum_i P_i \frac{\partial^2}{\partial q_i^2} + \left(\frac{\partial P_i}{\partial q_i} + P_i \frac{\partial}{\partial q_i}\operatorname{Log}\sqrt{g}\right)\frac{\partial}{\partial q_i} + R_1\right] + R,$$

lorsque l'Hamiltonien quantique est de la forme

$$-\frac{h^2}{8\pi^2}\left(\sum_i A_i \frac{\partial^2}{\partial q_i^2} + A_i \frac{\partial}{\partial q_i}\operatorname{Log} A_i\sqrt{g}\,\frac{\partial}{\partial q_i}\right) + u.$$

L'équation de commutation nous fournit également, compte tenu des équations (I) et (II) de la Note précédente, les équations suivantes relatives à R_1 :

$$(E_1)\qquad \begin{gathered}\sum_i P_i \frac{\partial^2}{\partial q_i^2}\left(A_k \frac{\partial}{\partial q_k}\operatorname{Log} A_k\sqrt{g}\right) + Q_i \frac{\partial}{\partial q_i}\left(A_k \frac{\partial}{\partial q_k}\operatorname{Log} A_k\sqrt{g}\right),\\ -\sum_i A_i \frac{\partial^2 Q_k}{\partial q_i^2} + A_i \frac{\partial}{\partial q_i}\operatorname{Log} A_i\sqrt{g}\,\frac{\partial Q_k}{\partial q_i},\qquad -2A_k\frac{\partial R_1}{\partial q_k} = 0\end{gathered}$$

au nombre de n et l'équation unique exprimant l'harmonicité de R_1 dans l'espace de configuration

$$(E_2)\qquad \sum_r A_r \frac{\partial^2 R_1}{\partial q_r^2} + A_r \frac{\partial}{\partial q_r}\operatorname{Log} A_r\sqrt{g}\,\frac{\partial R_1}{\partial q_r} = 0.$$

Le premier groupe d'équations conduit à imposer les c_n^2 conditions de compatibilité (C) $(\partial^2 R_1/\partial q_i \partial q_k) = (\partial^2 R_1/\partial q_k \partial q_i)$.

([1]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1279-1280.

Pour exprimer celles-ci, on peut introduire les $2C_n^2$ fonctions

$$\lambda_{ik} = P_i A_k - A_i P_k, \qquad \lambda_{ik} + \lambda_{ki} = 0, \qquad \lambda_{ii} = P_i A_i - A_i P_i = 0.$$

Nous dirons que deux λ_{ik} sont distincts lorsque les combinaisons i, k sont différentes.

Les équations (1) de la Note précédente permettent d'écrire

$$\frac{\partial \lambda_{ik}}{\partial qr} = \frac{\frac{\partial A_i}{\partial qr}}{Ar}\lambda_{rk} + \frac{\frac{\partial A_k}{\partial qr}}{Ar}\lambda_i r, \qquad \frac{\partial R_1}{\partial q_k} = \Sigma\, a_{ik}\lambda_{ik},$$

a_{ik} s'exprimant uniquement à partir des A_i et de g lui-même, fonctions des A_i.

Les relations (C) deviennent alors

$$\sum_r \left(\frac{\partial a_{rk}}{\partial q} - \frac{\frac{\partial A_i}{\partial q_k}}{A_k} ar_i \right)\lambda_{rk} + \left(a_{rk}\frac{\frac{\partial A_k}{\partial q_i}}{A_i} - \frac{\partial a_{ri}}{\partial q_k} \right)\lambda_{ri} + \left(a_{rk}\frac{\frac{\partial Ar}{\partial q_i}}{A_i} + ar_i\frac{\frac{\partial Ar}{\partial q_k}}{A_k} \right)\lambda_{ik} = 0,$$

elles fournissent, jointes aux relations $\lambda_{ik} + \lambda_{ki} = 0$, un système S de $2C_n^2$ d'équations linéaires et homogènes en λ_{ik}; on montre à partir des équations (1) que les opérateurs F et H ne sont distincts que si les λ_{ik} ne sont pas tous nuls. Par suite, le déterminant D_1 de S doit être nul. Les λ_{ik} sont alors proportionnels aux mineurs d'une même ligne.

Il suffit de vérifier la proportionnalité pour les λ_{ik} distincts.

L'harmonicité de R_1 peut s'exprimer également par une équation linéaire et homogène E_2 par rapport aux λ_{ik}.

On écrit la compatibilité de cette équation avec les équations en annulant le déterminant D_2 construit à partir de $c_n^2 - 1$ lignes de D_1 et de E_2.

On voit donc que l'existence simultanée des intégrales premières du deuxième ordre en mécanique classique et en mécanique ondulatoire conduit à imposer des conditions *a priori* non satisfaites à partir des crochets de Poisson.

Nous pouvons donc énoncer le théorème suivant :

THÉORÈME. — *Pour qu'une intégrale première quadratique de la mécanique classique* $F = \Sigma P_i p_i^2 + R$ *dans un système où l'Hamiltonien est* $H = \Sigma_i (1/2) A_i p_i^2 + u$ *donne lieu à une intégrale première quantique, il faut et il suffit que les déterminants* D_1 *et* D_2 *soient nuls et les* λ_{ik} *distincts soient proportionnels aux mineurs correspondants d'une même ligne de* D_1.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Les fonctions caractéristiques dans la Théorie quantique des Champs.* Note (*) de M. **Bernard d'Espagnat.**

Dans une Note précédente [1] nous avons montré comment l'emploi de la fonction caractéristique quantique permet d'étudier de façon rigoureuse

(*) Séance du 31 mars 1948.

[1] *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 316.

l'évolution des lois de probabilité des grandeurs x et p_x relatives à l'oscillateur harmonique. L'idée directrice consistait, là, en ceci que, l'Hamiltonien de l'oscillateur étant du second degré en x et p_x, présente de ce fait une certaine *symétrie* par rapport à ces opérateurs : il est alors indiqué de calculer, comme nous l'avons fait, la valeur probable d'un opérateur *symétrique* en x et p_x, soit $e^{2\pi i(up_x+vx)}$.

Or tous les Hamiltoniens qu'introduit la Théorie quantique des Champs sont eux aussi du second degré par rapport aux opérateurs qui représentent les grandeurs de champ : nous devons donc nous attendre à ce que, dans cette Théorie, une méthode analogue conduise, au moins dans certains cas à des résultats analogues. Pour étayer cette hypothèse nous allons étendre la méthode à l'étude d'un système quantique à un nombre arbitraire de degrés de liberté et assujetti à la seule condition que son Hamiltonien soit du second degré par rapport aux opérateurs conjugués q_k, p_k qui interviennent dans sa définition.

Pour calculer les fonctions caractéristiques $\Phi_{p_k}(u)=(\Psi_t,\ e^{2\pi i u p_k}\Psi_t)$, $\Psi_{q_k}(v)=(\Psi_t,\ e^{2\pi i v q_k}\Psi_t)$ des lois de probabilité à l'instant t de p_k, q_k, nous utiliserons comme nous l'avons déjà fait la fonction plus générale

$$\Phi_t(u_1\ldots u_k\ldots v_1\ldots v_k\ldots)=(\Psi_t,\ e^{2\pi i\Sigma_k(u_kp_k+v_kq_k)}\Psi_t),$$

d'où les précédentes se déduisent en faisant tous les u, v nuls, sauf respectivement u_k ou v_k.

I. La valeur probable de la grandeur $\mathfrak{T}$ correspondant à un opérateur hermitique quelconque T étant

$$\overline{\mathrm{T}}=(\Psi_t,\ \mathrm{T}\Psi_t)=(\Psi_0,\ \mathrm{U}_t^*\mathrm{T}\mathrm{U}_t\Psi_0),$$

on voit aisément que pour toute fonction analytique $f(\mathrm{T})$

$$(\Psi_t,\ f(\mathrm{T})\Psi_t)=(\Psi_0,\ f(\mathrm{U}_t^*\mathrm{T}\mathrm{U}_t)\Psi_0),$$

en posant $\mathrm{T}=2\pi i\Sigma(u_kp_k+v_kq_k)$, on a donc

$$\Phi_t(u_1\ldots u_k\ldots v_1\ldots v_k\ldots)=(\Psi_0,\ e^{\mathrm{U}_t^*\mathrm{T}\mathrm{U}_t}\Psi_0),$$

dans le cas où $\mathrm{T}'=\mathrm{U}_t^*\mathrm{T}\mathrm{U}_t$ est linéaire en p_k, q_k : $\mathrm{T}'=2\pi i[\Sigma_k(u'_kp_k+v'_kq_k)+w']$; ceci donne

$$(1)\qquad \Phi_t(u_1\ldots u_k\ldots v_1\ldots v_k)=e^{2\pi i w'}\,\Phi_0(u'_1\ldots u'_k\ldots v'_1\ldots v'_k\ldots).$$

II. On sait que les opérateurs dépendant explicitement du temps

$$p_i(t)=\mathrm{U}_t^*p_i\mathrm{U}_t,\qquad q_i(t)=\mathrm{U}_t^*q_i\mathrm{U}_t$$

satisfont aux équations canoniques. On voit alors aisément : 1° que dans le cas où H est du second degré, les valeurs moyennes $\overline{p_i}(t)=(\Psi_t,\ p_i\Psi_t)$, $\overline{q_i}(t)=(\Psi_t,\ q_i\Psi_t)$ satisfont aux équations canoniques si l'on prend pour fonction hamiltonienne classique la fonction $\mathcal{H}(\overline{p},\ \overline{q},\ t)$ obtenue en remplaçant

dans l'expression $H(p, q, t)$ p et q par $\bar{p}$ et $\bar{q}$; 2° que $q_i(t)$, $p_i(t)$ sont des fonctions linéaires des $q_k \ldots p_k \ldots$ et que $\bar{q}_i(t)$, $\bar{p}_i(t)$ sont les mêmes fonctions mais de $\bar{q}_k(0) \ldots \bar{p}_k(0) \ldots$ Le calcul de $q_i(t)$, $p_i(t)$ en fonction des $q_k \ldots p_k \ldots$ est donc ramené au calcul classique de $\bar{q}_i(t)$, $\bar{p}_i(t)$ connaissant la fonction hamiltonienne $\mathcal{H}(\bar{p}, \bar{q}, t)$ et les valeurs initiales $\bar{q}_k(0) \ldots \bar{p}_k(0) \ldots$

Comme de plus la formule (1) s'applique, on voit que le calcul des fonctions caractéristiques quantiques est en définitive ramené, pour le système étudié, *à un simple problème de Mécanique classique*.

Les problèmes de Théorie quantique des Champs où les considérations précédentes donnent des résultats rigoureux sont en particulier ceux où l'Hamiltonien ne dépend que, outre les variables de champ, de variables classiques, par exemple l'interaction de Yukawa par mésons neutres entre nucléons supposés fixes.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Origine microélectronique de certaines anomalies de l'effet Hall.* Note de M. **Antonio Gião.**

Nous nous proposons de montrer que les anomalies de l'effet Hall dans les métaux qui se comportent comme le bismuth doivent être attribuées à l'intervention de *microélectrons du second ordre* dans la conductibilité [1]. Supposons que $\Theta/T \ll 1$, T étant la température absolue et Θ la température caractéristique de Debye pour le métal considéré. Il est alors possible de définir un libre parcours moyen pour les particules électrisées se déplaçant dans le réseau ionique et la vitesse moyenne de translation $\bar{V}_1$ des électrons négatifs (e^-) et $\bar{V}_p$ des particules positives (e_p) qui contribuent effectivement à la conduction sera donnée, conformément à la statistique de Fermi, par les formules

$$(1) \qquad \bar{V}_1 = \frac{eE_x}{h}\left(\frac{\pi}{3\nu_1}\right)^{\frac{1}{3}} l_1, \qquad \bar{V}_p = -\frac{e_pE_x}{h}\left(\frac{\pi}{3\nu_p}\right)^{\frac{1}{3}} l_p,$$

E_x étant le champ électrique (agissant suivant l'axe des x), e, l_1, ν_1 la charge électrique, le libre parcours et la densité des électrons dans le métal et e_p, l_p, ν_p les mêmes quantités pour les particules positives.

[1] Les microélectrons sont des particules élémentaires dont la charge, la masse propre, etc., sont plus petites que les propriétés correspondantes de l'électron normal. Leur existence est prévue par notre théorie unitaire (*Port. Phys.*, 2, 1, 1946, p. 1-98; *Port. Math.*, 5, 3, 1946, p. 145-192; *ibid.*, 6, 2, 1947, p. 67-114), et ils doivent se manifester aussi dans la radioactivité β (*Comptes rendus*, 224, 1947, p. 454). La masse propre $(m_0)_n$ et la charge e_n de ces particules sont données en fonction de la masse propre $(m_0)_e$ et de la charge e de l'électron par les formules : $(m_0)_n = (m_0)_e / n^5$ et $e_n = e / n^5$ ($n = 1, 2, \ldots, \infty$). Pour les microélectrons du second ordre ($n = 2$) on a donc $e_2 = e/32$ et $(m_0)_2 = (m_0)_e/32$.

Le coefficient de Hall R pour un champ magnétique H agissant suivant l'axe des z est défini par $R = E_y / HJ_x$, J_x étant l'intensité du courant électrique. Désignons par ρ_1 et ρ_p respectivement les densités des e^- et des e_p qui participent effectivement à la conduction. On obtient l'expression

$$R = -\frac{\rho_1 \overline{V}_1 + \rho_p \overline{V}_p}{c(\rho_1 + \rho_p)(\rho_1 e \overline{V}_1 - \rho_p e_p \overline{V}_p)}, \tag{2}$$

en égalant E_y à la valeur moyenne de la force de Laplace-Lorentz qui agit sur les particules électrisées se déplaçant dans le champ H. Remarquons que (2) se réduit à la valeur normale $R = -1/\rho_1 ec$ si $\rho_p = 0$.

Considérons le cas du bismuth à la température T_0 qui annule le coefficient de Hall. On a alors la condition $\rho_1 \overline{V}_1 + \rho_p \overline{V}_p = 0$, qui peut s'écrire comme suit, en tenant compte de (1)

$$\frac{e}{e_p} = \left(\frac{\nu_1}{\nu_p}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{\rho_p l_p}{\rho_1 l_1}. \tag{3}$$

Cette relation simple montre que les anomalies de l'effet Hall ne peuvent pas être attribuées, dans ce cas, à des électrons positifs, car on aurait $e = e_p$ et $l_1 = l_p$, alors qu'évidemment les rapports ρ_p/ρ_1 et ν_p/ν_1 seraient beaucoup plus petits que l'unité. Pour la même raison, il ne semble pas non plus qu'il s'agisse de lacunes (se comportant comme des électrons positifs) dans la distribution des électrons dans les zones de Brillouin. On doit donc avoir ici une intervention des microélectrons, ces particules étant les seules pour lesquelles $e > e_p$ et $l_p > l_1$. Nous poserons donc

$$(m_0)_p = (m_0)_n, \quad e_p = e_n, \quad \nu_p = \nu_n \quad \text{et} \quad \rho_p = \rho_n$$

pour une certaine valeur de l'indice n qu'il s'agit de déterminer. D'après la théorie quantique de la conduction ([2]), le rapport l_p/l_1 des libres parcours est donné par l'expression

$$\frac{l_p}{l_1} = \left[\frac{1 + a}{1 + a\dfrac{(m_0)_e}{(m_0)_p}\left(\dfrac{\nu_p}{\nu_1}\right)^{\frac{2}{3}}}\right]^2 \left[\frac{(m_0)_e}{(m_0)_p}\right]^2 \left(\frac{\nu_p}{\nu_1}\right)^{\frac{4}{3}}, \tag{4}$$

avec $a = 2E_{\text{cin}}/3\overline{U}$, E_{cin} étant l'énergie cinétique d'agitation d'un électron et $\overline{U}$ la valeur moyenne, dans le volume de la cellule unité, de l'énergie potentielle du système total (ions du réseau + électrons libres + particules e_p). Comme il s'agit de microélectrons, pour lesquels $e/e_n = (m_0)_e/(m_0)_n$, on déduit immédiatement de (3) et de (4)

$$\frac{(m_0)_n}{(m_0)_e} = \left[\frac{1 + a_0}{1 + a_0\dfrac{(m_0)_e}{(m_0)_n}\left(\dfrac{\nu_n}{\nu_1}\right)_0^{\frac{2}{3}}}\right]^2 \left(\frac{\nu_n \rho_n}{\nu_1 \rho_1}\right)_0, \tag{5}$$

([2]) A.-H. Wilson, *The theory of metals*, Chap. VI.

les indices o qui affectent les ν, ρ et a indiquant qu'on doit prendre les valeurs de ces grandeurs pour $T = T_0$. Le nombre moyen N_1 d'électrons libres (ou de valence) contenus dans un volume Δ est donné par $N_1 = \nu_1 \Delta$; de même $N_n = \nu_n \Delta$, en désignant par N_n le nombre moyen de microélectrons positifs dans Δ. En remarquant que $\rho_1/\rho_n = \nu_1/\nu_n$ on déduit donc facilement de (5)

$$(6) \qquad \frac{(m_0)_n}{(m_0)_e} = \frac{1}{2}\left(\frac{N_n}{N_1}\right)^2 (1 + a_0)\left[(1 + a_0) + \sqrt{(1 + a_0)^2 - 4 a_0 \left(\frac{N_1}{N_n}\right)^{\frac{4}{3}}}\,\right] - a_0 \left(\frac{N_n}{N_1}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Soit N_a le nombre d'atomes de bismuth dans Δ. En admettant, ce qui est naturel, que chaque noyau de B*i*, par une sorte de radioactivité microélectronique, a produit un seul e_n^+, on aura $N_n = N_a$. On sait que $N_1/N_a = 5$ pour le bismuth. Comme l'expression sous le radical de (6) ne peut être négative, et comme d'autre part $(m_0)_n = (m_0)_e/n^5$ pour les microélectrons, on déduit donc facilement de (6), dans le cas du bismuth, les inégalités $0 < a_0 < 0{,}04$ et $25 < n^5 < 110$. *On a donc nécessairement* $n = 2$. La valeur théorique $(m_0)_2 = (m_0)_e/32$ correspond d'ailleurs à $a_0 = 0{,}02$.

PYROMÉTRIE. — *Mesure des températures de combustion des pâtes d'allumettes.* Note de MM. **René Arditti**, **Hubert Gaudry** et **Yvon Laure**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Nous avons cherché à déterminer la température de la flamme d'une allumette au début de son ignition dans le but de voir si cette grandeur est en liaison avec la composition de la pâte.

La technique que nous avons été conduits à utiliser, étant donnée la faible durée du phénomène, est une adaptation à l'étude des flammes de très courte durée, de la méthode proposée par Kurlbaum pour les flammes stationnaires éclairantes. Sa validité suppose que la flamme rayonne selon la loi de Kirchhoff. Cette hypothèse a été admise ici, au même titre que pour les flammes usuelles. Par ailleurs, du fait de la présence de charges minérales dans les pâtes à allumettes, on dispose du spectre continu nécessaire à l'application de la méthode. Le rayonnement de la flamme dans le rouge est, en particulier, d'une intensité largement suffisante pour obtenir le contraste avec le rayonnement de la source. Dans notre montage, le pyromètre monochromatique est remplacé par une cellule à couche d'arrêt munie d'un filtre rouge de longueur d'onde effective comparable. L'image de la source-tare réglable, formée sur cette cellule, donne naissance à une force électromotrice stable, mesurée par un galvanomètre Moll de grande sensibilité et de très faible inertie dont le spot est reçu sur une échelle de grande longueur. La cellule, ainsi que nous l'avons vérifié, est indifférente aux rayonnements infrarouges parasites.

S'il s'agit d'étudier un lot d'allumettes, on peut, soit provoquer l'inflammation de chaque allumette par frottement sur son frottoir, soit diriger une petite

flamme de gaz exempte de rayonnement rouge, sur des débris de pâte obtenus en raclant, à la lame de rasoir, les boutons d'allumettes. Il y a évidemment lieu, dans ce cas, d'éliminer soigneusement les débris ligneux et les produits de paraffinage dont la température propre de combustion est sans rapport avec celle qu'il s'agit de mesurer. Les fragments de pâte sont alors disposés dans la concavité d'un support placé au-dessous du point où se forme l'image de la source et la prise de feu est provoquée par une petite flamme de gaz, exempte de rayonnement rouge. Cette méthode s'applique aisément au cas de l'étude d'une pâte avant confection d'allumettes; il suffit de faire sécher la pâte et de la pulvériser avec précaution. La durée de la combustion est très courte; avec un retard de l'ordre de la seconde, le spot dévie dans un sens ou dans l'autre selon que la température de la flamme excède ou non celle de la source. En réglant successivement celle-ci à diverses valeurs, il est possible d'encadrer la température cherchée à $\pm$ 10°. Le réglage étant obtenu, la température de la source est mesurée au pyromètre à disparition de filament et corrigée de l'absorption de la première lentille.

Quel que soit le mode d'allumage utilisé, il est nécessaire de se débarrasser, par soufflage, des fumées qui se dégagent en fin de combustion et absorberaient le rayonnement de la source.

Une première série d'expériences effectuées sur des allumettes françaises et étrangères nous a montré, qu'à la précision de nos mesures, les allumettes d'un même lot ont une température de flamme initiale constante et que cette température s'étage entre 1350° C. et 1930° C. selon le lot.

Dans d'autres séries, nous avons étudié l'influence de la variation des constituants de la pâte sur la température de sa flamme, par exemple du chlorate de potassium dans une formule utilisée par les Manufactures françaises d'allumettes.

Taux de chlorate (% de matière sèche)....	40,8	41,3	41,8	42,5	43,0
Température de flamme.................	1390°	1460°	1500°	1500°	1500°
Chaleur de combustion (kcal/kg de pâte)..	765	807	882	895	965

La différence d'allure des courbes de température de flamme et de chaleur de combustion en fonction du taux de chlorate semble indiquer qu'à partir d'une certaine proportion (comprise en 41,3 et 41,8 % pour la formule étudiée) une partie de ce constituant n'intervient plus dans le phénomène de prise de feu et se comporte comme un simple oxydant.

OPTIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *Résultats de nouvelles recherches sur l'Ombre de la Terre.* Note (*) de M. **Jean Dubois**, présentée par M. Aimé Cotton.

De nos récentes observations, nous avons tiré les résultats suivants :

I. *L'Arche anticrépusculaire est bien due à l'ozone.* — Les spectres du phéno-

(*) Séance du 5 avril 1948.

mène donnent en définitive $\log B_\lambda/E_\lambda$ (B_λ, brillance du ciel anticrépusculaire et E_λ, éclairement solaire hors de l'atmosphère). Cette quantité est fonction de la longueur d'onde λ, de la dépression solaire ε et de la hauteur α du point du ciel observé.

a. Faisons ε et α fixes, et étudions $\log B_\lambda/E_\lambda$ en fonction de λ *pour un point de l'arche voisin de son sommet*. La courbe obtenue présente des maxima pour les longueurs d'onde suivantes :

4620, 4890, 5050, 5750, 6010, 6250 Å,

avec un minimum prononcé pour 5895 Å.

Sauf le dernier maximum qui correspond à la bande α de l'oxygène, les autres doivent être attribués à l'ozone, puisque le coefficient d'absorption de ce gaz atteint des valeurs maxima pour ces mêmes radiations et présente un minimum caractéristique pour 5895 Å. Dans le cas de l'Ombre de la Terre, on observe un maximum pour 5750 Å plus accusé que celui centré sur 6010 Å, bien que, dans ce dernier cas, le coefficient d'absorption de l'ozone soit supérieur. Cette anomalie déjà signalée par d'autres auteurs dans le cas de la Lune éclipsée, est probablement due à une absorption d'origine inconnue liée à l'ozone.

Dans la région où l'ozone n'absorbe pas ($\lambda < 4365$ Å) les valeurs de $\log B_\lambda/E_\lambda$ s'alignent sensiblement sur une droite inclinée, représentant les valeurs de $\log B_\lambda/E_\lambda$ que l'on observerait si l'atmosphère était privée d'ozone.

Nous avons repris l'étude précédente *pour un point du ciel juste au-dessus du sommet de l'arche*. Si l'on observe bien sur la courbe obtenue des maxima pour 5750 Å et 6250 Å, on ne peut mettre nettement en évidence les autres maxima relatifs à l'ozone, ni le minimum pour 5895 Å, encadré par les deux maxima situés à 5750 Å et 6010 Å. Autrement dit, *l'absorption sélective due à l'ozone est très faible dans le ciel juste au-dessus de l'arche, alors qu'elle est considérable à l'intérieur de celle-ci et au voisinage de son sommet.*

b. Soient maintenant ε et λ fixes, et étudions la variation de $\log(B_\lambda/E_\lambda)$ en fonction de α. Les courbes obtenues montrent que pour une certaine valeur α_0 de α la brillance B_λ croît brusquement. Il y a donc pour cette hauteur α_0 *un saut d'éclairement* dans la direction d'observation. Nous appellerons *amplitude du saut* le rapport des brillances observées au début et à la fin du saut.

Nous avons toujours constaté (plus de 60 observations) que *la hauteur α_0 est exactement égale à celle mesurée visuellement ou photographiquement comme hauteur arche-ciel.*

Ce rapide accroissement de brillance s'étale sur une très petite variation de α, comprise entre $0°,2$ et $0°,5$ suivant que la limite arche-ciel est plus ou moins nette, ce qui dépend de la transparence atmosphérique.

L'amplitude du saut *a* dépendant de λ, nous avons étudié la variation de *a* en fonction de λ. Cette courbe part de $a = 1$ (saut nul) pour toutes les radiations

non absorbées par l'ozone, et présente les mêmes particularités que celle représentant la variation du coefficient d'absorption de l'ozone en fonction de la longueur d'onde. Les deux maxima principaux sont respectivement égaux à 1,90 et 1,42 pour les radiations 6010 Å et 5750 Å et sont séparés par un minimum accusé, égal à 1,18 pour 5895 Å.

La limite arche anticrépusculaire-ciel est donc due à un saut d'éclairement produit uniquement par l'absorption de l'ozone. Il s'ensuit la différence de teinte observée par l'œil.

II. *Étude des courbes de montée de l'arche et de l'albe.* — Nous possédons des courbes *précises* de montée (ou de descente, suivant le cas). Ces courbes varient sensiblement d'un jour à l'autre, mais la pureté de l'atmosphère n'est pas la seule en cause. Nous avons confronté ces courbes avec celles que l'on peut calculer en faisant l'hypothèse que l'arche représente effectivement l'ombre de la Terre. Nous avons nous-même calculé les éléments nécessaires à l'établissement de ces courbes théoriques, d'ailleurs analogues à ceux publiés récemment par d'autres auteurs (¹). Les courbes de montée ainsi obtenues sont *systématiquement en dessous des courbes observées* (écarts de 1°,1 à 2° pour $\varepsilon = 0$ et de 2° à 6° pour $\varepsilon = -4°$), mais *coïncident assez exactement avec les courbes de montée de l'albe tant que ε ne dépasse pas — 4°. L'arche n'est donc pas l'ombre de la Terre mais la surmonte.* Si l'on ne voit pas de zone noire sous l'arche, c'est que la diffusion atmosphérique intervient pour éclairer l'intérieur du cône d'ombre portée, par le phénomène de l'albe que nous avons d'ailleurs étudié spectrographiquement. On établit des courbes de montée en bon accord avec celles observées en considérant l'atmosphère comme un diffuseur à trois dimensions et en tenant compte de l'absorption par l'ozone. Pour les faibles dépressions solaires, les courbes de montée dépendent avant tout de la valeur de l'épaisseur réduite d'ozone au zénith. Au contraire, pour les fortes dépressions (— 3° à — 6°) l'allure de ces courbes est étroitement liée au *plafond* de l'ozone, c'est-à-dire à l'altitude à partir de laquelle la concentration de ce gaz est négligeable. En comparant les courbes observées aux courbes calculées, on peut avoir une valeur approchée de l'épaisseur réduite de l'ozone au zénith (à condition toutefois d'être au-dessus de la vase atmosphérique), et l'altitude du plafond. Ce dosage rapide s'accorde assez bien avec celui que l'on réalise spectrographiquement.

III. *Dosage spectrographique de l'ozone.* — Des courbes donnant $\log B_\lambda/E_\lambda$ en fonction de λ, on déduit l'épaisseur effective x_e de gaz pur, ramené aux conditions normales, et produisant une absorption identique à celle observée. L'épaisseur x_e (en moyenne 5^{cm}) est une fonction de ε et de α. Connaissant les valeurs de x_e en fonction de ε et de α, on peut en déduire l'épaisseur réduite

(¹) R. Fessenkoff, *On the earth shadow* (*Astr. Journal of the Soviet Union*, **23**, 1946, p. 171).

d'ozone au zénith (contrôlée, le cas échéant, par des dosages effectués par la méthode classique de Cabannes et Dufay), et la répartition de ce gaz en fonction de l'altitude.

PHOTOGRAPHIE. — *Sur la formation de l'image latente aux basses températures.* Note de Mme **Arlette Vassy** et M. **Étienne Vassy**, présentée par M. Jean Cabannes.

On sait qu'aux basses températures la sensibilité des émulsions photographiques est considérablement réduite. Evans (¹) a montré qu'elle diminue dans le rapport de 10 à 1 entre + 25 et — 186° C. Les expériences de Meidinger (²) sur le dosage de l'argent photolytique de l'image latente ont montré que la masse d'argent formé décroît dans le même rapport de 10 à 1 entre ces limites. Lehfeldt (³) a, par ailleurs, montré que l'absorption varie très peu quand la température diminue, et il s'agit donc d'une diminution du rendement quantique de la photolyse. Enfin Berg, Marriage et Stevens (⁴) ont montré que l'image interne n'est presque pas affectée par une basse température (90° K.); l'image superficielle est par contre considérablement affaiblie.

Pour interpréter cette diminution de sensibilité, Berg (⁵) a proposé l'hypothèse de deux sortes de pièges, les uns profonds coïncidant avec les centres de sensibilité de Sheppard, les autres moins profonds qui captureraient à basse température la majorité des photo-électrons libérés par la lumière; pendant le réchauffement précédant le développement, les électrons fixés sur ces derniers pièges remontent, sous l'action de l'agitation thermique, dans la bande de conductibilité, d'où ils peuvent gagner les pièges profonds; mais la plupart de ces électrons retombent au niveau de départ, c'est-à-dire se recombinent avec l'halogène.

Un important résultat est dû à Meidinger (⁶) : il a observé à basse température une notable luminescence verte centrée autour de 5400 Å, qui dépend essentiellement de la grosseur du grain : inexistante sur les émulsions Lippmann, elle apparaît par contre dès — 140°C. sur les émulsions à gros grains. De plus, sur les émulsions à l'iodure d'argent pur, la luminescence est renforcée en réchauffant l'émulsion après son séjour et son exposition à basse température. Le rendement quantique de la luminescence observée est très voisin de 0,9.

(¹) *J. Opt. Soc. Amer.*, **32**, 1942, p. 214.
(²) *Phys. Zeits.*, **44**, 1943, p. 1.
(³) *Göttingen Nachricht*, Fachgruppe II, **1**, 1935, p. 171.
(⁴) *Phot. Jour.*, **81**, 1941, p. 413.
(⁵) *Trans. Faraday Soc.*, **35**, 1939, p. 445.
(⁶) *Phys. Zeits.*, **40**, 1939, p. 517 et **41**, 1940, p. 277.

Ce phénomène, qui se classe plutôt dans la phosphorescence, se rattache au cas général de l'exaltation de la luminescence à basse température dans les cristaux (7), et il nous a paru injustifié de la négliger, comme on l'a fait jusqu'à maintenant, dans les théories de la formation de l'image latente.

Si l'on suppose que l'énergie qui apparaît dans la luminescence est celle correspondant à la perte de sensibilité, comme l'autorise l'accord quantitatif des résultats expérimentaux, on peut déduire que la luminescence est liée à la surface des grains ou à des éléments situés en surface puisque l'image interne n'est pas affectée. Mais puisque les petits grains des émulsions Lippmann ne présentent pas cette fluorescence, et que les gros grains qui présentent une surface moindre pour la même masse ont l'effet maximum, ce n'est pas la valeur de la surface qui intervient, mais plutôt le nombre de centres de sensibilité superficiels qui sont plus nombreux dans les gros grains; Reinders et Hamburger (8) ont montré que le nombre de ces centres croît comme la cinquième puissance du diamètre moyen du grain. *Nous pensons donc que la phosphorescence observée est liée aux centres de sensibilité.*

Les photoélectrons peuvent aller soit dans les pièges de l'image superficielle (centres de sensibilité), soit dans ceux de l'image interne liés aux défauts de structure. Dès qu'un granule d'argent a commencé à se former sur un piège, il constitue un nouveau piège trop profond (1 électron-volt) pour que les électrons puissent repasser dans la bande de conductibilité. Mais les basses températures empêchent l'arrivée des ions Ag^+ qui viendraient neutraliser les électrons fixés.

L'expérience a montré que les pièges ne peuvent fixer que très peu d'électrons (2 ou 3). Nous pourrions supposer que les photoélectrons en excès retombent au niveau de départ en émettant la lumière observée. Mais ceci devrait se produire aussi bien pour l'image interne que pour l'image superficielle, ce qui est contraire à l'expérience et n'explique pas le renforcement de la luminescence quand l'émulsion est réchauffée après l'exposition; cette dernière donnée exige que certains électrons se soient fixés pendant l'exposition.

Nous proposons donc l'interprétation suivante : *les pièges des centres de sensibilité sont à un niveau très voisin de la bande de conductibilité du* Br Ag; *ceux de l'image interne sont plus profonds.* Le niveau des centres de sensibilité est tel qu'il permet le retour, même à basse température, des électrons à la bande de conductibilité, ce qui entraîne une diminution de l'image superficielle; ces électrons en retombant à des niveaux inférieurs émettent la lumière observée au cours de l'exposition. Les électrons de l'image interne restent par contre fixés.

(7) MAURICE CURIE, *Fluorescence et phosphorescence*, Paris, 1946.

(8) *Zeitschr. wiss. Phot.*, **31**, 1933, p. 32 et 265.

Il peut arriver que, suivant les émulsions, les niveaux des centres de sensibilité soient plus ou moins profonds; s'ils sont profonds les électrons se fixeront à basse température, mais seront libérés en réchauffant l'émulsion, avec renforcement de l'émission lumineuse.

Cette suggestion, si elle est correcte, permettrait de connaître le niveau des centres de sensibilité d'après la température à laquelle apparaît la luminescence. En tout état de cause, l'existence de cette luminescence rend inacceptable l'hypothèse suivant laquelle tous les photoélectrons sont fixés à basse température.

RAYONS X. — *Influence de la tension d'excitation sur les satellites des raies* $L\alpha$ *de l'or.* Note de MM. **Manuel Valadares** et **Francisco Mendes**, présentée par M. Frédéric Joliot.

L'étude et la classification des raies satellites des spectres L de rayons X ont beaucoup progressé depuis que Coster et Kronig (1) ont émis l'hypothèse que ces raies sont la conséquence de passages électroniques entre les sous-niveaux L, phénomène accompagné d'émission d'électrons par effet Auger.

D'après cette hypothèse, les raies satellites $L\alpha$ sont dues au mécanisme suivant. Le bombardement cathodique provoque d'abord l'expulsion d'un électron de L_I; ensuite, dans l'atome ainsi ionisé, un électron passe de L_{III} à L_I libérant une énergie qui sert à expulser un autre électron, de la couche M, par exemple. L'atome reste, en conséquence, doublement ionisé ($L_{III}M$), et lorsqu'un électron venant d'une couche extérieure (M_V, par exemple) tombera sur L_{III} (raie $L\alpha_1$), il y aura émission d'un photon, dont l'énergie sera légèrement différente de celle émise par un atome ionisé exclusivement dans la couche L_{III}. On aura ainsi une raie satellite de la raie $L\alpha_1$.

Si l'hypothèse de Coster et Kronig joue déjà un rôle très important dans l'interprétation des raies satellites des spectres L de rayons X, elle devra présenter un intérêt encore plus grand dans le cas des spectres X de fluorescence accompagnant l'émission des rayons γ des radioéléments. En effet, lorsqu'il y a conversion du rayonnement γ, le nombre d'électrons expulsés du sous-niveau L_I est de beaucoup supérieur à celui des électrons qui sortent soit de L_{II}, soit de L_{III}, ce qui n'arrive pas lors d'un bombardement cathodique. En étudiant le spectre L de rayons X émis pendant la transmutation $\mathrm{Ra\,D} \rightarrow \mathrm{Ra\,E}$, Frilley, Surugue et Tsien (2) ont été conduits à admettre, pour le cas des émissions X des radioéléments, l'hypothèse de Coster et Kronig. Il semble, par conséquent, intéressant de contrôler, même de façon indirecte, l'existence des passages des électrons de L_{II} et L_{III} vers L_I.

---

(1) *Physica*, 2, 1935, p. 13.
(2) *J. de Physique*, 6, 1947, p. 350.

Dans ce but, nous avons voulu vérifier si les raies satellites de $L\alpha_1(L_{III}M_V)$ disparaissaient pour une tension du tube à rayons X inférieure à la tension d'excitation de L_I. En effet, si le mécanisme proposé est correct, il ne doit pas exister de raies satellites de $L\alpha_1$ quand on travaille à une tension comprise entre les tensions d'excitation de L_I et L_{III}.

L'influence de la tension sur les raies satellites des spectres L a déjà été étudiée par Coster [3] en employant une anticathode en $Ag(Z=47)$, et plus tard par Coster, Kuipers et Huizinga [4] en se servant d'une anticathode de $Nb(Z=41)$; pourtant nous avons pensé qu'il serait intéressant de refaire cette étude pour le spectre L de $Au(Z=79)$ et ceci pour trois raisons :

a. Parce que de nombreux travaux ont été publiés sur les raies satellites de cet élément, mais aucun d'entre eux n'a examiné l'influence de la tension;

b. Parce que les deux éléments Nb et Ag se placent au-dessous de la discontinuité prévue par Coster et Kronig dans la fonction qui relie l'intensité des satellites au nombre atomique, tandis que Au est au delà de cette discontinuité;

c. Parce que le nombre atomique de l'or est voisin de ceux des radioéléments naturels.

Comme les potentiels d'excitation des trois sous-niveaux L de Au sont respectivement L_I — 14,4 kV, L_{II} — 13,7 kV et L_{III} — 11,9 kV, nous avons monté une installation de haute tension stabilisée à 500 V près; cela nous permet d'exciter le niveau L_{III} sans produire d'ionisation sur L_I. Nous avons pu contrôler, d'ailleurs, la constance du potentiel en examinant la région β du spectre; en effet, pour 13 kV, la raie β_2 $(L_{III}N_V)$ est assez intense, mais on ne peut déceler dans le spectre la raie β_1 $(L_{II}M_{IV})$; la tension reste donc inférieure à 13,7 kV et ne peut *a fortiori* exciter le niveau L_I (14,4 kV).

Nous avons employé un spectrographe à cristal courbé, type Cauchois, déjà décrit [5]. Le tube à rayons X a travaillé soit à 13 kV, soit à 17 kV; la tension devant être stabilisée à 500 V près, le courant ne pouvait pas dépasser 1 mA, ce qui nous a conduits à des temps de pose très longs (de l'ordre de 40 heures).

Les spectres obtenus sous 17 kV montrent très nettement la bande satellite qui accompagne la raie $L\alpha_1$ vers les courtes longueurs d'onde, tandis que cette bande n'est pas visible dans les spectres excités sous 13 kV (L_I — 14,4 kV; L_{III} — 11,9 kV). En effet, les microphotogrammes des clichés de 17 kV montrent une raie $L\alpha_1$ très nettement asymétrique [6], tandis que cette raie est rigoureusement symétrique dans ceux de 13 kV.

Ce résultat permet non seulement de confirmer l'hypothèse de Coster et

---

(3) *Phil. Mag.*, **44**, 1922, p. 546.
(4) *Physica*, **2**, 1935, p. 870.
(5) J. Sarmento, *Portugaliae Physica*, **2**, 1946, p. 139.
(6) Les spectrogrammes et microphotogrammes seront publiés dans un autre Recueil.

Kronig, mais fournit également la possibilité de déterminer avec précision la forme de la bande satellite qui accompagne la raie $L\alpha_1$, du fait qu'on connaît le profil de cette raie sans satellite; la forme de cette bande, dont la connaissance est indispensable pour une comparaison entre les données expérimentales et les prévisions théoriques, n'a été déduite jusqu'à présent que par un procédé approximatif.

Nous avons pensé tout d'abord que nos expériences nous permettraient également de constater aussi la disparition de la bande satellite comprise entre $L\alpha_1$ et $L\alpha_2$ à la tension de 13 kV. Pourtant les bords de la fenêtre du tube à rayons X, construit en laiton, émettent, par fluorescence, le rayonnement caractéristique du zinc et la raie $K\beta_2$ de cet élément tombe justement dans cette région; cela nous empêche de donner une réponse définitive au problème de l'existence, à cette tension, de la bande comprise entre les deux raies α. Remarquons enfin que certaines raies satellites, très faibles, qui ont été signalées par Mlle Cauchois (7), peuvent peut-être subsister à basse tension (8); en tout cas, même si ces raies subsistent, leurs intensités sont tout à fait négligeables par rapport à celle de la bande qui disparaît.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur la désintégration de* $^{18}_{9}F$.
Note (*) de Mme **Ho Zah-Wei**, présentée par M. Frédéric Joliot.

L'émission de positons par $^{18}_{9}F$ a été observée en 1937 (1), la période de l'activité est de 114min (2). La limite supérieure du spectre mesurée par la méthode d'absorption varie entre 0,5 et 0,7 MeV suivant les auteurs (1)(2)(3); elle est estimée à $0,7 \pm 0,05$ MeV, d'après un court résumé d'un travail effectué par la méthode de la chambre de Wilson (4). La présence d'un rayonnement γ accompagnant la désintégration a été signalée, mais elle a été attribuée à la radiation de dématérialisation (2). Dans l'ensemble, le problème de désintégration de $^{18}_{9}F$ n'est pas encore éclairci et il mérite d'être étudié systématiquement.

Nous avons abordé ce problème par la méthode de la chambre de Wilson. L'appareil utilisé est une chambre à long temps d'efficacité du type Joliot (5),

(7) *J. de Physique*, 5, 1944, p. 1.

(8) Le fait que le spectre continu est plus intense à basse tension rend difficile l'observation des raies de très faible intensité.

(*) Séance du 22 mars 1948.

(1) A. H. Snell, *Phys. Rev.*, 51, 1937, p. 143; M. L. Pool, J. M. Cork et R. L. Thornton, *Phys. Rev.*, 52, 1937, p. 239.

(2) W. L. Davidson, *Phys. Rev.*, 57, 1940, p. 1086.

(3) L. A. Dubridge, S. W. Barnes, J. H. Buck et C. V. Strain, *Phys. Rev.*, 53, 1938, p. 447.

(4) T. Yasaki et S. Watanabe, *Nature*, 141, 1938, p. 787.

(5) Tsien San-Tsiang, *Journ. de Phys. et Rad.*, 1, 1940, p. 1.

remplie d'air à la pression atmosphérique, le champ magnétique étant 570 gauss. La source de $^{18}_{9}F$, sous forme de Li F, préparée par la réaction $^{19}_{9}F(n, 2n)^{18}_{9}F$, en utilisant les neutrons rapides de Li-D fournis par le cyclotron du Collège de France, a été déposée sur une feuille mince de mica et suspendue au centre de l'appareil. Les trajectoires ont été photographiées stéréoscopiquement.

Nous avons mesuré en tout 2600 trajectoires utilisables de positons avec $E_{\beta+} > 50$ ekV. La distribution de l'énergie est donnée sur la figure I et l'ana-

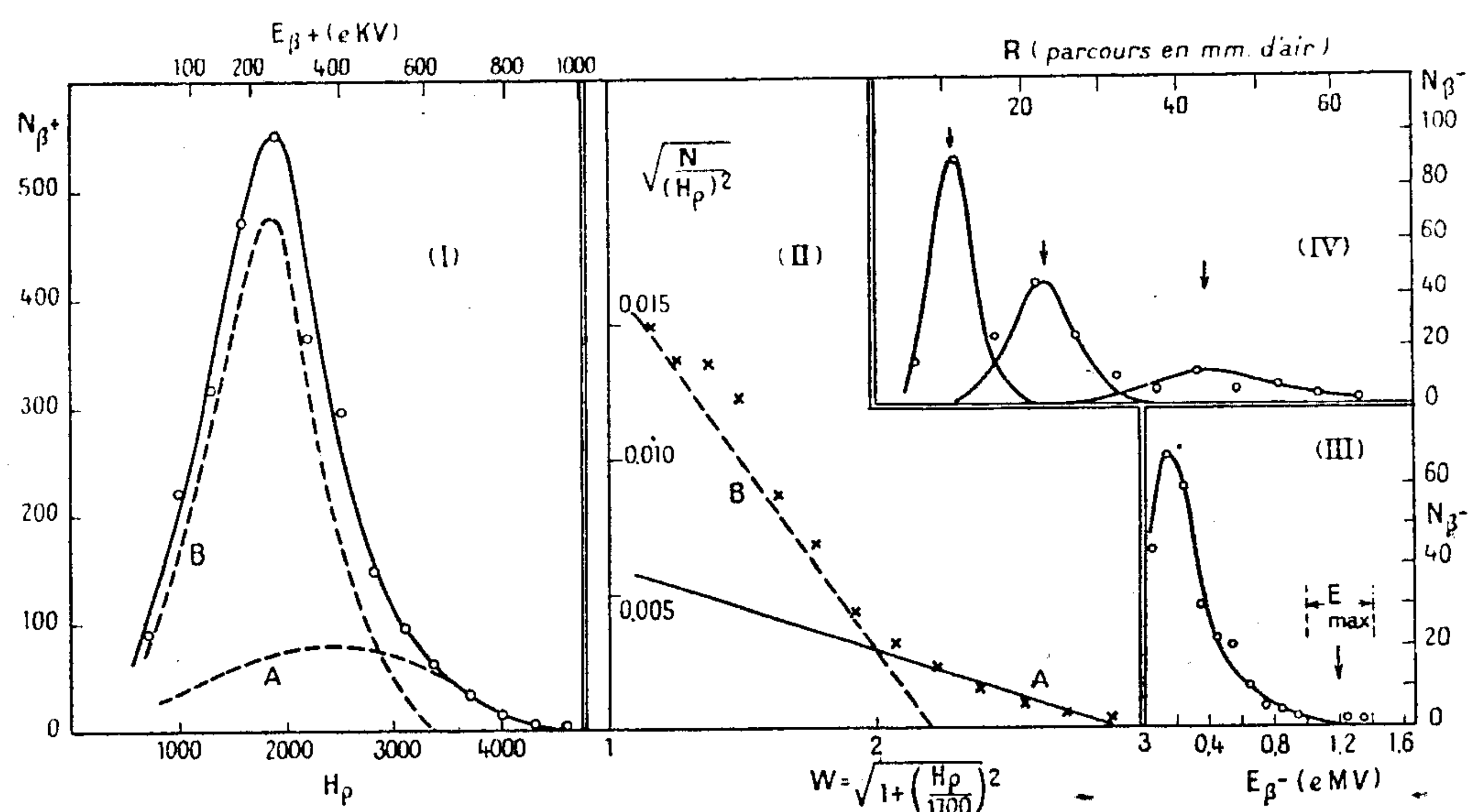


Fig. I. — La répartition des nombres de positons $N_{\beta+}$ en fonction de leurs énergies.
Fig. II. — Diagramme de *Fermi* (W = énergie totale du positon).
Fig. III. — La répartition en énergie des électrons de recul.
Fig. IV. — La distribution en parcours des photoélectrons de faible énergie.

lyse du spectre pour la théorie de Fermi est représentée par la figure II. *Il semble que le spectre soit complexe, constitué probablement par deux composantes* A *et* B *de limites supérieures égales respectivement à* 950 ± 50 *et* 600 ± 100 ekV. *Le rapport des intensités des composantes* A *et* B *est environ* 1 : 4.

En plus des trajectoires de positons, nous avons trouvé 267 électrons de recul sortant de la source ou du gaz. *La limite supérieure de la distribution en énergie de ces électrons est* 1,2 ± 0,2 MeV (*fig.* III), *ce qui correspond à un photon d'énergie maximum de* 1,4 ± 0,2 MeV.

Enfin, on a encore observé 232 trajectoires relativement courtes des électrons créés dans le gaz. D'après la distribution de leurs vrais parcours ([6]), on peut

([6]) TSIEN SAN-TSIANG, *Ann. de Phys.*, 19, 1944, p. 327; TSIEN SAN-TSIANG, C. MARTY et B. DREYFUS, 8, 1947, p. 269.

décomposer celle-ci approximativement en trois groupes monocinétiques (*fig.* IV). S'ils étaient tous dus aux photoélectrons des rayonnements γ de faible énergie, *ils correspondraient à trois raies* γ *dont les énergies sont* 24 ± 2, 36 ± 2 *et* 52 ± 2 ekV *respectivement*. Les intensités des raies calculées d'après les données expérimentales sont sensiblement égales entre elles, ce qui indique *qu'elles sont émises probablement en cascades*. Mais il est à remarquer que *la valeur absolue de ces intensités est beaucoup plus grande (environ 20 fois) que le nombre total des positons, ceci indiquerait l'existence probable du phénomène de la capture K*. Des expériences de contrôle sur Li métallique effectuées dans des conditions semblables ont montré que cette grande quantité de photons de faibles énergies est bien due à $^{18}_{9}F$.

D'autres expériences au compteur Geiger-Müller sont en cours pour compléter les données expérimentales, nécessaires pour pouvoir constituer un schéma cohérent de la désintégration de $^{18}_{9}F$.

RADIOACTIVITÉ. — *Spectres de raies positives et négatives du* Ra(D + E + F). Note de Mme **Glaphyra Vieira**.

Le spectre β^- continu du RaE a été étudié par un grand nombre de chercheurs et certains d'entre eux ont obtenu des vestiges de raies d'énergie supérieure à la limite du spectre (1). Nous avons repris cette étude dans le but de rechercher des raies β du RaE dans la région indiquée en utilisant pour cela la méthode directe de déviation magnétique avec enregistrement photographique. La source est constituée par de vieilles aiguilles d'émanation dans lesquelles les éléments Ra(D + E + F) sont en équilibre radioactif. Après des essais préliminaires, nous procédons maintenant dans les conditions suivantes : distance source-fente $6^{cm},8$ et fente-châssis $4^{cm},7$; intensité du champ magnétique 290 Oe et 240 Oe. Des poses allant jusqu'à 15 jours ont permis d'obtenir des clichés où l'on peut voir des raies fines entre la tache directe et la limite supérieure du spectre β^- continu du RaE. Sur ces mêmes clichés nous avons obtenu un spectre de raies dans la région des grandes énergies placé de l'autre côté de la tache directe et correspondant par conséquent à des particules de charge positive. L'examen des clichés montre que la plupart des raies positives et négatives observées sont symétriques par rapport à la tache directe et que les raies de même énergie ont la même intensité, celle-ci diminuant des plus grandes vers les plus petites énergies. On peut admettre *a priori* qu'il s'agit d'un phénomène de création de paires d'électrons où l'énergie matérialisée se partage également entre raies positives et raies négatives.

(1) O'Conor, *Phys. Rev.*, 52, 1937, p. 303. Ce travail contient la bibliographie de la question.

S'il en est ainsi, ce rayonnement proviendrait de l'une des transmutations de la source complexe Ra (D + E + F) et devrait posséder une énergie supérieure à 1,02 MeV. Comme l'on sait, le rayonnement γ de la transmutation RaD → RaE, de même que le rayonnement β de la transmutation RaE → RaF n'ont pas d'énergie suffisamment grandes pour la matérialisation. Dans la transmutation RaF → RaG l'examen ([2]) du spectre α permet cependant d'admettre l'existence de plusieurs rayonnements γ dont la plus énergique aurait 1,6 MeV, mais son énergie est encore insuffisante pour expliquer les raies que nous avons observées quand on suppose qu'elles correspondent à des électrons.

Au cours de ce travail, M. A. Gião nous a suggéré que ces raies pourraient correspondre à des paires de *microélectrons* du second ordre, particules de masse et de charge 32 fois plus petites que celles de l'électron et dont l'émission assurerait la conservation de l'énergie dans le spectre β continu des substances radioactives. L'existence de ces microélectrons a été déduite par cet auteur de sa théorie unitaire dans des travaux récents ([3]) où l'on trouve une analyse de nos expériences.

La colonne I du Tableau ci-dessous donne les valeurs de $H\rho$ pour les principales raies observées dans nos clichés (les valeurs calculées de $H\rho$ sont les mêmes qu'il s'agisse d'électrons ou de microélectrons). La colonne II donne les valeurs des énergies qui correspondent aux différents $H\rho$ et la colonne III les énergies (E) des rayonnements γ dont pourraient provenir les particules, en admettant qu'il s'agit d'électrons de matérialisation; enfin, les colonnes IV et V donnent les valeurs des mêmes grandeurs que celles des colonnes II et III respectivement, mais dans le cas des microélectrons.

	Électrons		Microélectrons	
I	II	III	IV	V
$H\rho$ (Oe.cm).	E_{cin} (eV) pour une raie.	E (eV) (rayonnements).	E_{cin} (eV) pour une raie.	E (eV) (rayonnements).
$31,3.10^3$	$9\ .10^6$	$19\ .10^6$	$2,8\ .10^5$	$5,9.10^5$
15,8	4,2	9,4	1,3	2,9
10,5	2,7	6,4	0,84	2,0
7,5	1,8	4,6	0,56	1,4

On voit que ces dernières valeurs sont largement au-dessous de l'énergie maxima du spectre β^- de la source utilisée, tandis que les énergies exigées par les électrons conduiraient à admettre l'existence de γ qui n'ont jamais été observés dans les transmutations qui se produisent dans notre source.

[Dans l'hypothèse des microélectrons les valeurs observées correspondraient

([2]) W. Y. Chang, *Phys. Rev.*, 67, 1945, p. 267.

([3]) A. Gião, *Portugaliæ Mathematica*, 6, ii, 1947, p. 67-114; *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 454.

à la conservation de l'énergie dans l'émission β^- continue depuis le voisinage du maximum (1,2 MeV) jusqu'à 0,6 MeV.]

Nous essayons actuellement de déterminer le pouvoir pénétrant des particules qui produisent les raies observées et tâchons d'autre part d'améliorer les conditions expérimentales.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la dissociation des molécules d'hydrogène dissoutes dans l'eau en électrons libres $\bar{e}$ et en ions* H^+. Note de M. **Vasilesco Karpen**, présentée par M. Aimé Cotton.

Notre théorie de la force électromotrice entre deux milieux [1] repose principalement sur l'hypothèse que les électrolytes contiennent, comme les métaux, quoique en proportions incomparablement moindres, des électrons libres. En particulier dans un liquide contenant de l'hydrogène, doivent se trouver des électrons provenant de la dissociation de ce gaz en ions H^+ et électrons $\bar{e}$, dont la présence augmente nécessairement la conductivité du liquide. Cette dissociation sera prouvée si l'on arrive à montrer que la conductivité du liquide augmente effectivement, lorsqu'on y dissout de l'hydrogène. C'est le but de la présente communication.

Une ampoule en forme de tube (longueur 14^{cm}, diamètre 1^{cm}) munie à ses extrémités de larges électrodes *a*, *b*, en platine platiné, est vidée d'air et remplie d'eau distillée également débarrassée d'air; on en détermine la conductivité $\lambda_1 = 1{,}67 . 10^{-6}$ mhos/cm, en mesurant la résistance entre *a* et *b* au pont de Kohlrausch. On introduit ensuite l'hydrogène sous une pression d'environ 1/2 atmosphère et l'on ferme l'ampoule à la lampe; la conductivité commence aussitôt à augmenter, arrive à $2{,}25 . 10^{-6}$ au bout de 24 heures et à $\lambda = 3{,}16 . 10^{-6}$ mhos/cm au bout de 48 heures, se maintenant pendant deux jours à cette dernière valeur. En ouvrant l'ampoule pour la sortie de l'hydrogène, la conductivité diminue et revient au bout de 4 jours à la valeur initiale λ_1, ce qui prouve que l'augmentation de la conductivité était bien due à la présence de l'hydrogène. Le rôle du platine platiné est de débarrasser l'eau de toute trace d'oxygène en catalysant la combinaison de ce gaz avec l'hydrogène.

Les deux conductivités λ_1, λ, et la conductivité $\lambda_0 = 0{,}04 . 10^{-6}$ mhos/cm de l'eau la plus pure connue (Kohlrausch et Heydweiler) vont nous permettre d'évaluer approximativement la concentration $C_{\bar{e}}$ des électrons, égale à C_H, concentration des ions H^+, due à la dissociation de l'hydrogène dans l'eau.

Les conductivités λ_1, λ_0 sont proportionnelles aux concentrations et aux conductivités équivalentes des ions respectifs. La moyenne des conductivités équivalentes des ions H^+ et OH^-, seuls existant dans l'eau pure, dont la

---

(1) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 474, 509 et 790.

concentration à 18° est

$$C^0_{H^+} = C^0_{OH^-} = \sqrt{C} = 0,7 N.10^{-7} = 4,2.10^{-16} \text{ ions par litre},$$

est d'environ 2,6 fois plus grande que la moyenne C_m des ions pouvant polluer l'eau de conductivité λ_1. On doit donc avoir

$$C^0_{H^+} + C_m/2,6 = \frac{\lambda_1}{\lambda_0} C^0_{H^+} \qquad \text{d'où} \quad C_m = 2,6\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\sqrt{C},$$

en négligeant 1 par rapport à λ_1/λ_0.

Si nous attribuons à l'électron la même conductivité qu'au proton, la conductivité de ces deux corpuscules est 3,4 fois plus grande que la moyenne des conductivités des ions polluant l'eau; on doit donc avoir

$$C_m + 3,4\, C_{H^+} = \frac{\lambda}{\lambda_1} C_m \qquad \text{où} \quad C_{H^+} = \frac{2,6}{3,4}\frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_0}\sqrt{C},$$

soit

$$C_{H^+} = C\bar{e} = 1,2.10^{20} \text{ électrons par litre.}$$

A la pression de 1/2 atmosphère, le nombre de molécules d'hydrogène dissoutes dans l'eau par litre est $C_{H_2} = 2,65.10^{20}$. Nous arrivons ainsi à ce résultat nouveau.

Dans l'eau contenant en solution de l'hydrogène, sous la pression de 1/2 *atmosphère,* 1/5 *environ des molécules de ce gaz doivent être dissociées en électrons* $\bar{e}$ *et ions* H^+, *et sans doute une autre partie de ces molécules doit être dissociée en atomes.*

A une pression quelconque, k étant la constante de dissociation définie par la loi d'action de masse,

$$C_{H^+}C\bar{e} = k C_{H_2}^{\frac{1}{2}} \qquad (H_2 \rightleftharpoons 2H^+ + 2\bar{e}),$$

on a

$$C\bar{e} = C_{H^+} = k^{\frac{1}{2}} C_{H_2}^{\frac{1}{4}} \qquad \text{avec} \quad k = 8,8.10^{29}.$$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les mesures de la constante diélectrique des solutions électrolytiques.* Note de M. **Eugène Darmois**, présentée par M. Jean Cabannes.

De telles mesures ont été effectuées presque sans interruption depuis 1891, d'abord avec des oscillations amorties, puis avec des oscillations sinusoïdales. Une revue des mesures faites jusqu'en 1926 a été donnée par Blüh(1); on en trouvera une autre dans un travail très étendu de Lattey et Davies(2).

En principe, le condensateur C de mesure est en série avec une self (R, L), le circuit étant couplé à un oscillateur sinosoïdal; un condensateur réglable, bien

(1) *Phys. Zeits.*, **27**, 1926, p. 226.

(2) *Phil. Mag.*, **12**, 1931, p. 1111 et **13**, 1932, p. 444.

comme ce coefficient est la moyenne géométrique de ceux des deux ions isolé K, est en parallèle avec C; on modifie K pour obtenir la résonance du courant total ou la résonance de la tension aux bornes de C. Lattey a montré que la résonance de tension était plus précise; c'est cette méthode qui a été employée par Beauvilain ([3]).

D'après Debye, on devrait, au moins en solution très étendue, où d'ailleurs les mesures sont seules possibles, avoir une *décroissance* linéaire de la constante diélectrique quand la concentration augmente. Beaucoup d'auteurs ont trouvé une telle décroissance; seulement, pour un même sel, l'inclinaison des droites $D = f(\Gamma)$ n'est pas la même chez tous. D'autres auteurs trouvent d'abord une diminution, puis un minimum, puis une augmentation.

Enfin d'autres trouvent une *augmentation* linéaire de D avec Γ; c'est justement le cas de Lattey et Davies. Si l'on groupe sur un même graphique D — Γ les points des divers auteurs pour ClK dans l'eau, on trouve des points un peu partout; il est vraisemblable qu'au moins une cause d'erreur systématique a échappé à beaucoup d'auteurs. Nous signalons dans ce qui suit une telle erreur de principe.

Tous admettent qu'on peut remplacer un condensateur à diélectrique conducteur, en série avec (R, L), par un condensateur parfait avec une résistance constante en parallèle. Si g est la conductance du condensateur réel, C sa capacité, C′ et R′ les valeurs pour le modèle équivalent l'égalité des admittances donne de suite

$$C' = C\left(1 + \frac{g^2}{C^2\omega^2}\right), \tag{1}$$

$$R' = \frac{g}{g^2 C^2 \omega^2}, \tag{2}$$

C′ et R′ dépendent à la fois de C et g. Dans la méthode de résonance de tension, on démontre de suite que

$$C' + K_{max} = \frac{L}{R^2 + L^2\omega^2}.$$

soit une valeur indépendante de la conductance du condensateur réel. L et R restant constants, un ΔC est mesuré par un ΔK; on fera les mêmes mesures pour l'eau pure et l'on écrira $\Delta K/\Delta K_e = D/D_e$. En réalité la self des connections des deux condensateurs intervient; nous nous bornerons au cas où on la néglige. Les auteurs admettent alors que le C′ mesuré est égal à C et ils posent $C'/C_e = D/D_e$. D'après (1) C′ n'est égal à C que si g est négligeable vis-à-vis de $C\omega$; c'est vrai dans le cas de l'eau; ce n'est pas vrai pour l'électrolyte. La conductance de celui-ci entre électrodes est à peu près donnée par $4\pi C_0/\rho$, où C_0 est la capacité électrostatique dans le vide. On trouve facilement $g/C\omega = (18.10^8 \Lambda\Gamma/fD)$. Λ et Γ sont les conductibilité et concentration équi-

([3]) *Thèse*, Paris, 1935.

valentes, f la fréquence, D la C. D. de la solution. Lattey et Davies utilisent une fréquence voisine de 6.10^6; D est voisin de 80, Λ de 130 pour ClK, $g^2/C^2\omega^2$ est voisin de $2,5.10^5\Gamma^2$ et pour $\Gamma = 10^{-3}$ mol/l, $g^2/C^2\omega^2 = 0,25$. La valeur de D mesurée se trouve donc trop grande dans le rapport 1,25. Les auteurs trouvent pour ClK une augmentation de 0,66 pour D. En appliquant la correction calculée on doit écrire $1,25\,D = D_e + 0,66$, d'où $D_e - D = 15,5$ environ. Les mesures très soignées de Lattey et Davies donnent donc elles aussi une décroissance de D. Il est possible que la grandeur de la correction soit un peu différente, mais le sens n'est pas douteux. Du moment qu'on doit écrire, pour les mesures où cette correction n'a pas été faite, $D_{exp} = D_e(1 - k\Gamma)(1 + a\Gamma^2)$, on voit que, pour des valeurs convenables de k et a, on trouve un minimum de D_{exp} pour une certaine valeur de Γ. Une critique plus poussée doit permettre d'expliquer les divergences entre les divers auteurs. Pour le moment, il serait plus indiqué de reprendre les expériences elles-mêmes. C'est ce qu'ont fait Riston, Hasted et Collie ([4]) pour f voisin de 10^{10}; ils trouvent une diminution de D_e pour tous les électrolytes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la possibilité d'existence d'un ion* $(H_3O)^+$. Note de M[lle] **Geneviève Sutra**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans une Note précédente ([1]), l'étude des mobilités comparées des ions hydrogène et deutérium dans l'eau lourde nous a montré que, au degré de précision des expériences, ces deux particules ne sont pas hydratées en solution très étendue. On pourrait penser que, *a fortiori*, l'hydratation est encore moindre en solution concentrée; les considérations qui suivent montrent le contraire.

La réaction d'hydratation de l'ion H^+ doit s'écrire $H^+ + H_2O = H_3O^+$. La loi d'action de masses peut s'appliquer à cette réaction en tenant compte des facteurs d'activité; elle donne

$$(1)\qquad \frac{[H_3^+O]f_{H_3O^+}}{[\overset{+}{H}][H_2O]f_{H^+}f_{H_2O}} = K(T),$$

où les parenthèses sont les concentrations molaires et les f les facteurs d'activité, qui dépendent de la concentration; K est une constante qui ne dépend que de la température. En solution très étendue, le rapport $[H_3O^+]/[H^+]$ ne doit pas dépasser 1/100; dans ce cas les f sont égaux à l'unité, K est donc au plus égal à 1/5500; nous le supposerons égal à 10^{-4} à 20°.

Quand la concentration varie, le coefficient d'activité moyen d'un électrolyte diminue d'abord, puis passe par un minimum et augmente ensuite;

([4]) *Comptes Rendus*, 225, 1947, p. 285.

([1]) G. Sutra et E. Darmois, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1286.

pour HCl, les coefficients pour H et Cl doivent suivre la même marche, donc augmenter en solution concentrée. C'est une augmentation de ce genre qui est admise par Hückel ([2]), qui la rattache à la diminution de la constante diélectrique de l'eau par dissolution d'un sel. D'après Hückel, on aurait, pour le coefficient d'activité d'un ion, l'expression $\log f = -a\sqrt{m} + bm$. a ne dépend que de la charge de l'ion; il est donc le même pour Cl^- et H^+; b doit être spécifique de l'ion. Il y a de fortes raisons de croire que b est plus grand pour H^+ que pour Cl^-; on a pu, par exemple, étudier l'activité des ions des acides faibles dans les solutions de sels neutres; au delà du minimum de f, la courbe de f_H est au-dessus de celle de l'autre ion et monte rapidement. Le facteur d'activité de l'eau est moins sensible à la concentration des ions, il semble en tout cas supérieur à l'unité. D'après l'équation (1), le rapport $[H_3O]/[H]$ est proportionnel à $[H_2O]$, qui décroît lentement, et à f_H/f_{H_2O} qui croît exponentiellement avec la molarité des ions. Entre les molarités 5 et 15 pour HCl, f_{HCl} passe de 2,5 à 40; on peut raisonnablement admettre que, pour un rapport HCl/H_2O voisin de l'unité, f_H/f_{H_2O} est de l'ordre de 500, $[H_2O]$ de l'ordre de 20 et $[H_3O]/[H]$ de l'ordre de l'unité. Ce serait donc aux concentrations élevées que l'ion $(H_3O)^+$ serait stable. Une indication de la littérature semble confirmer ce qui précède. D'après Volmer ([3]) l'hydrate ClO_4HH_2O donne aux rayons X un diagramme exactement superposable à celui de ClO_4NH_4, ce qui semblerait démontrer que l'acide hydraté est, comme le sel, un composé ionique qui doit s'écrire $ClO_4(H_3O)$. Il sera intéressant d'étudier le spectre Raman du même corps.

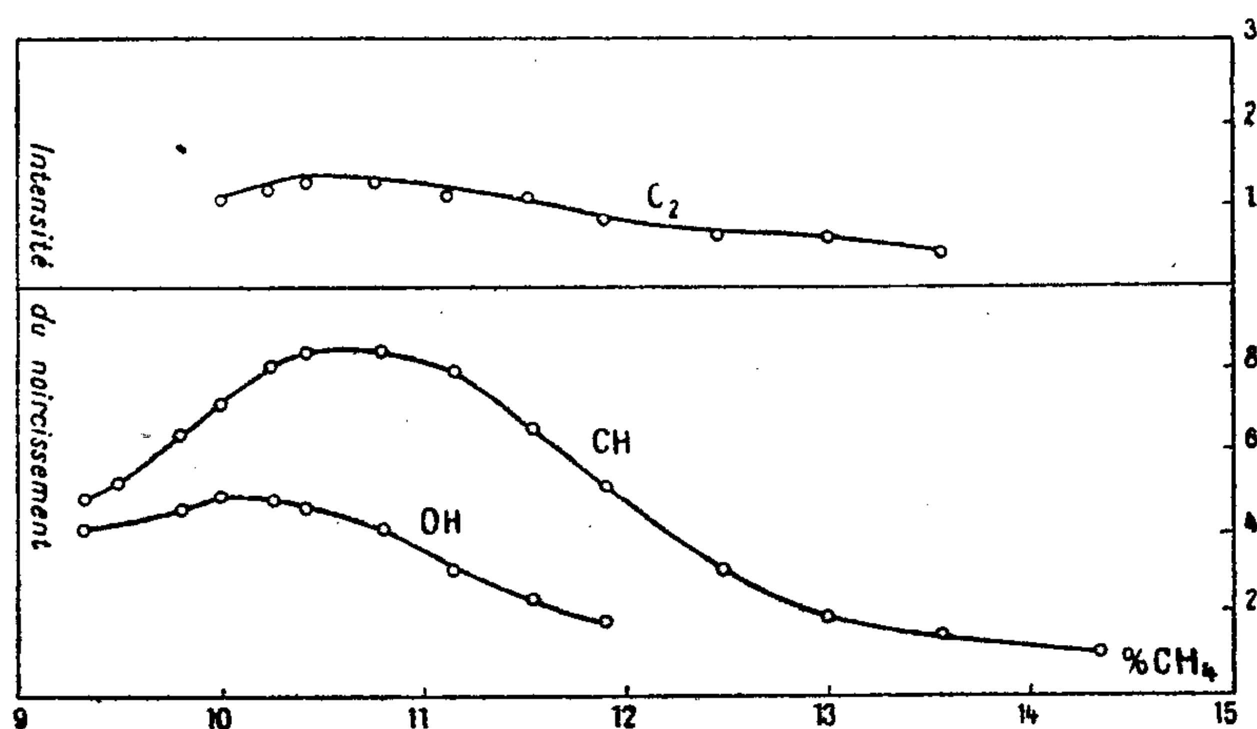
CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur le rôle des radicaux* C_2 *et* CH *dans la combustion du méthane*. Note de MM. **Raoul Wildenstein** et **Paul Laffitte**, présentée par M. Paul Pascal.

La plupart des études effectuées sur les spectres d'émission des flammes sont purement qualitatives, car elles ont pour seul but la caractérisation des radicaux formés intermédiairement pendant les réactions de combustion. Aussi, si les résultats obtenus dans ces recherches ne sont pas ignorés des cinétistes, ceux-ci n'ont presque jamais fait intervenir dans les schémas réactionnels qu'ils proposaient pour représenter le mécanisme des réactions de combustion, les radicaux décelés par spectrographie. C'est ainsi que les radicaux C_2 et CH qui (à côté du radical OH) sont les plus puissants émetteurs de la flamme des hydrocarbures, ne figurent généralement pas dans les schémas réactionnels établis à la suite des études cinétiques pour la combustion du méthane. Par

([2]) *Phys. Zeits*, 26, 1925, p. 93.
([3]) *Lieb. Ann.*, 440, 1924, p. 200.

contre d'autres radicaux, dont la nécessité est due aux lois cinétiques, interviennent dans ces schémas; c'est ce qui a lieu, par exemple pour CH_3. On sait, il est vrai, que la caractérisation d'un tel radical dans un spectre de flamme est actuellement impossible, mais par contre la spectrographie de masses a récemment permis de le déceler dans la flamme du méthane ([1]). Nos recherches, dont certains résultats sont très brièvement rapportés dans la présente Note, ont eu pour but de faire des déterminations quantitatives sur le spectre de la flamme du méthane, de manière à obtenir des précisions sur le mécanisme de la combustion de cet hydrocarbure, sans cependant que nous sous-estimions la difficulté de l'interprétation théorique de ces expériences.

Le carbure que nous avons utilisé était du gaz naturel de Saint-Marcet dont la composition correspondait à 95 % d'un hydrocarbure de formule brute $C_{1,12}H_{4,06}$ (c'est-à-dire du méthane souillé d'une petite quantité d'homologues supérieurs), le résidu étant de l'air contenant un excès d'azote. Pour des raisons expérimentales, nous utilisions pour l'étude spectrographique du *cône interne* un brûleur simple constitué d'un tube en pyrex de 10^{mm} de diamètre, tandis que pour le *cône externe* nous avons employé un bec Méker. Un grand nombre de spectres ont été obtenus, pour diverses compositions du mélange combustible, avec un appareil à optique de quartz. L'intensité des bandes dues aux divers radicaux étudiés était enregistrée à l'aide du spectrophotomètre de Vassy ([2]). Les résultats obtenus pour le cône interne sont résumés par les courbes de la figure ci-jointe où sont portés en abscisses

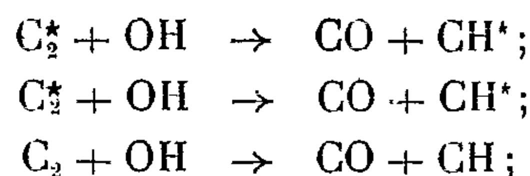


les pourcentages de combustible dans l'air, et en ordonnées les noircissements en unités arbitraires proportionnelles au logarithme de l'intensité. On voit que les bandes de CH à 3872 et 4315 Å passent par un maximum d'intensité pour

([1]) G. C. Eltenton, *J. Chem. Phys.*, **15**, 1947, p. 445.
([2]) *Science et Ind. photogr.*, **16**, 1945, p. 1 et 65.

une teneur en combustible de 10,80 %. Pour les bandes de C_2 à 4381 et 4737 Å on observe aussi un maximum d'intensité qui a lieu pour la même composition que pour CH. Mais pour les raies de CH, à 2608, 2811 et 3064 Å, si l'on observe encore un maximum, celui-ci se trouve au voisinage de la composition stœchiométrique; dans le cône externe on l'observe encore, mais pour un mélange légèrement moins riche en gaz combustible.

De ces résultats on peut conclure que dans la combustion du méthane il y a une relation étroite entre les concentrations des radicaux C_2 et CH. On ignore encore d'une manière précise et certaine comment sont formés les radicaux C_2; mais on peut attribuer aux radicaux CH une origine exprimée par l'un des schémas suivants :



$$C_2^* + OH \rightarrow CO + CH^*;$$
$$C_2^* + OH \rightarrow CO + CH^*;$$
$$C_2 + OH \rightarrow CO + CH;$$

ce dernier étant suivi de l'excitation thermique de CH. On voit que ces schémas permettent d'interpréter les expériences rapportées ci-dessus. Ils sont, d'autre part, conformes à des résultats récents ([3]).

Il est évident que si l'on n'obtient pas pour les radicaux OH une loi parallèle à celle de C_2 et de CH, c'est qu'ils ont une origine indépendante. D'après Gaydon la température rotationnelle élevée des bandes de OH montre nettement que ce radical est formé par un processus chimique à un état excité électroniquement, et le seul processus qu'il envisage implique le radical HCO. Cependant de nouvelles recherches sont nécessaires pour résoudre définitivement cette dernière question.

CHIMIE MINÉRALE. — *Formation de chlorites à partir de peroxyde de chlore et de métaux.* Note (*) de M. **Michael Bigorgne**, présentée par M. Louis Hackspill.

Dans le cadre des travaux entrepris sur les propriétés du peroxyde de chlore, et dont nous avons publié dans une précédente Note ([1]) les premiers résultats, nous avons expérimenté l'action du nickel et constaté qu'il se comporte différemment des métaux tels que le cadmium, le zinc, le magnésium, l'aluminium : en effet il n'y a pas formation d'oxyde de nickel.

a. En opérant de façon que la poudre de nickel très fine, préparée par limage d'un lingot de nickel fondu, entre en réaction avec une solution aqueuse de peroxyde de chlore à concentration constante, obtenue en faisant passer un courant de peroxyde de chlore bidistillé dans le liquide de réaction

---

([3]) G. Pannetier et A. G. Gaydon, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1300.

(*) Séance du 15 mars 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 527.

tout au long de l'expérience, nous avons obtenu des courbes de rendement en chlorite en fonction du temps présentant un maximum; ce maximum, dans les conditions opératoires, reste aux environs de 90 % ; son abscisse maxima est de 12 minutes pour la température d'environ 32° C. (*fig.* 1).

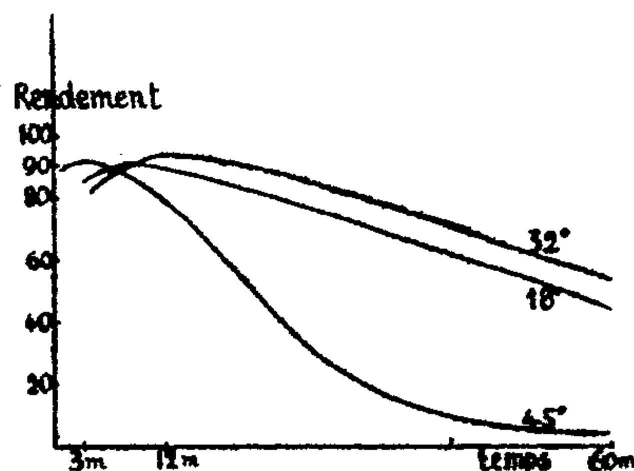


Fig. 1.

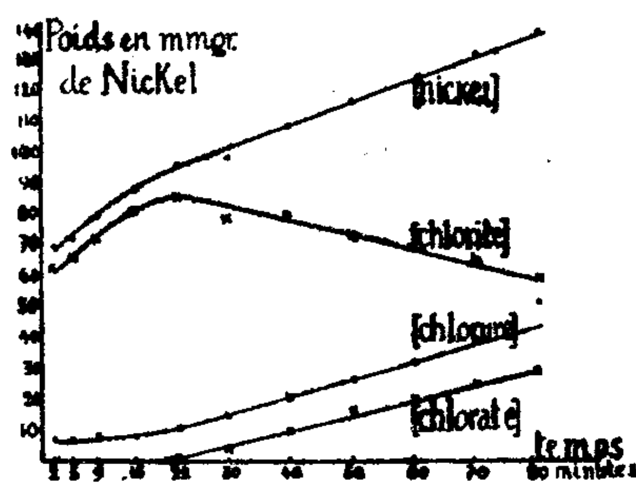


Fig. 2.

En faisant les calculs sur les valeurs absolues de nickel, de chlorate, de chlorure, de chlorite, nous avons obtenu les courbes suivantes (*fig.* 2), pour lesquelles il convient de remarquer le maximum de la courbe [chlorite] correspondant au coude de la courbe [nickel].

b. Nous avons opéré ensuite sur des solutions de peroxyde de chlore dont la concentration était d'environ le 1/5 de celle correspondant à la saturation. Cette concentration n'a pas été maintenue constante (*fig.* 3). Suivant la température, nous avons obtenu deux types de courbes [chlorite].

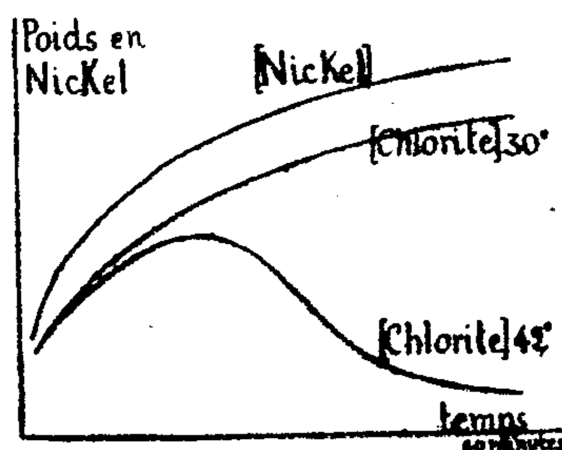


Fig. 3.

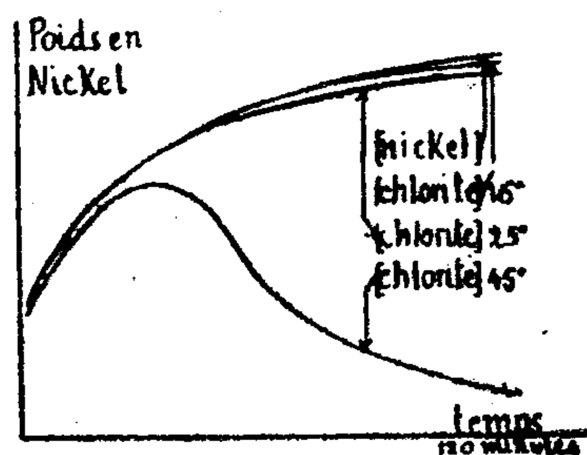


Fig. 4.

La destruction du chlorite au profit du chlorate et du chlorure, qui apparaît à l'examen de ces courbes, peut s'expliquer en partie par l'action de la température, mais cette explication ne suffit pas.

Il a fallu reconnaître que le peroxyde de chlore bidistillé contenait encore un peu de chlore, dans la proportion de 1/2 %. Le chlore en solution dans l'eau détruit le chlorite par son acidité.

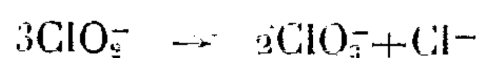
Nous avons purifié le peroxyde de chlore en aspirant sous un vide de 3^{mm} de mercure le chlore qui s'y trouve mélangé. A — 100°, les tensions de vapeur du peroxyde de chlore et du chlore sont respectivement $0^{mm},2$ et 10^{mm}, le peroxyde

de chlore est solide (F — 59°); en élevant lentement la température de — 120° à — 80°, et sous vide de 3mm, le chlore se sublime jusqu'à — 100° environ et bout ensuite. Les expériences effectuées par la suite nous ont montré qu'il est possible d'obtenir ainsi du peroxyde de chlore contenant moins de 0,1 % de chlore.

Les résulats avec le nickel ont été modifiés ainsi (*fig.* 4) :

	(°C.).	3min.	15min.	30min.	60min.	120min.
Rendement en chlorite.......	16	100	100	100	100	98
	25	98	97	99	98	–
	45	98	95	77	35	3,5

Enfin, sur l'expérience effectuée à 45°, nous avons établi que le chlorite se décompose, sous l'effet de la température, suivant l'équation :



$$3ClO_2^- \rightarrow 2ClO_3^- + Cl^-$$

En résumé, nous avons montré que, suivant les schémas décrits dans la précédente Note, l'action du peroxyde de chlore en solution aqueuse sur le nickel en poudre donne lieu uniquement à la formation de chlorite de nickel. Le chlorite de nickel se décompose assez rapidement, sous l'action de la chaleur, en chlorure et chlorate de nickel.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Déshydratation des acides β-hydroxypropanoïques aryle-disubstitués. Méthode de préparation d'indones.* Note (*) de MM. **Dimitre Ivanoff** et **Tchavdare Ivanoff.**

En essayant de préparer l'acide triphényl-2.3.3 acrylique par déshydratation de l'acide triphényl-2.3.3 hydroxy-3 propanoïque au moyen de l'acide sulfurique concentré, nous avons obtenu la diphényl-2.3 indone.

Il y a fort longtemps que l'acide sulfurique concentré a été utilisé pour la préparation d'indones à partir d'acides cinnamiques substitués ([1]). Plus tard, de Fazi a montré que les éthers-sels des acides alcoyle-2 hydroxy-3 propanoïques, traités par le même acide, se transforment en indones, avec des rendements très bas ([2]). De même, cet auteur a établi que l'acide (F 205-208°), obtenu en insolant un mélange de benzophénone et d'acide phénylacétique, acide que Paternò et lui-même ont considéré comme étant le triphényl-2.3.3 hydroxy-3 propanoïque, donne, sous l'action de l'acide sulfurique concentré, la diphényl-2.3 indone avec un rendement de 95 % ([3]). D'autre part, l'un de nous,

(*) Séance du 22 mars 1948.

([1]) Roser u. Haselhoff, *Lieb. Ann.*, **247**, 1888, p. 140; Stoermer u. Voht, *Ibid.*, **409**, 1915, p. 55; Weitz u. Scheffer, *Ber. d. chem. Ges.*, **54**, 1921, p. 2341.

([2]) *Chem. Ztrbl.*, II, 1915, p. 1102; I, 1916, p. 1147.

([3]) *Ibid.*, II, 1927, p. 1693.

avec A. Spassoff, a préparé à partir de benzophénone et de magnésyle-phénylacétate de sodium un acide qui fond à 186-187° ([4]). Ces deux acides sont donc différents. Puisque le second acide, par la synthèse même et par le dédoublement alcalin qu'il subit ([5]), ne peut être autre que l'acide triphényl-2.3.3 hydroxy-3 propanoïque, il s'ensuit que le premier acide doit avoir une structure toute différente. Et comme l'acide triphényl-2.3.3 hydroxy-2 propanoïque a un point de fusion de 243-245°, il est probable que l'acide de Paternò et de de Fazi représente l'acide triphényl-2.3.3 acrylique (F 211-213°) impur.

Par conséquent, pour la préparation des indones au moyen d'acide sulfurique concentré, on a employé jusqu'à présent des acides cinnamiques et certains éthers-sels des acides β-hydroxypropanoïques, mais non ces acides eux-mêmes. Par la méthode que l'un de nous, avec des collaborateurs, a donnée pour la préparation des acides β-hydroxypropanoïques en partant directement d'hydrocarbures aromatiques chlorométhylés et de cétones, ces acides deviennent facilement accessibles. Cela nous a poussés à essayer leur transformation en indones.

Nos essais ont porté sur les acides suivants :

(I) $(C_6H_5)_2C(OH).CH(C_6H_5).COOH$,

(II) $(C_6H_5)_2C(OH).CH(C_6H_4Cl\text{-}m).COOH$,

(III) $(C_6H_5)_2C(OH).CH(C_6H_4.i\text{-}C_3H_7\text{-}p).COOH$,

(IV) $(p\text{-}CH_3.C_6H_4)_2C(OH).CH(C_6H_5).COOH$.

Le rendement des acides est de 50 à 80 %, mais il peut être amélioré si la quantité de la cétone employée est augmentée dans la proportion de 50 à 100 % sur la quantité théorique.

L'acide diphényl-3.3 *p*-isopropylphényl-2 hydroxy-3 propanoïque (III) n'est pas encore connu. Il se présente en cristaux incolores (F 185-186° corr.). L'analyse correspond à la formule $C_{24}H_{24}O_3$.

L'acide phényl-2 di-*p*-tolyl-3.3 hydroxy-3 propanoïque (IV), de même, n'est pas connu. Ses cristaux sont incolores et fondent à 183-184° corr. L'analyse concorde avec la formule $C_{23}H_{22}O_3$.

La transformation des acides hydroxypropanoïques en indones se fait en prenant par exemple, 1^g d'acide que l'on met dans un flacon à bouché à l'émeri, on y ajoute de 7 à 10^{cm^3} d'acide sulfurique concentré; le tout est agité pendant 5 minutes (pour l'acide II, pendant 25 minutes). Puis le contenu du flacon est versé peu à peu dans de l'eau froide, tout en agitant. Après quelques heures de repos, l'indone est séparée par filtration et purifiée par cristallisation. Puisqu'il reste un peu d'acide non transformé, afin de rendre la purification de l'indone facile, il est mieux, au lieu de filtrer, d'extraire d'abord à l'éther, de bien laver à l'eau la solution éthérée (les premières eaux de lavage ont une couleur rouge), puis d'extraire l'acide avec une solution de soude caustique à 2%. La solution éthérée ainsi obtenue après évaporation, donne de l'indone presque pure.

([4]) *Bull. Soc. Chim.*, 49, [4], 1931, p. 379.

([5]) D. Ivanoff et J. Popoff, *Bull. Soc. Chim.*, 49, [4], 1931, p. 1548.

De cette façon ont été obtenues les 4 indones suivantes : 1° La diphényl-2.3 indone avec un rendement de 91 % ; 2° la *m*-chlorophényl-2 phényl-3 indone avec un rendement de 85,7 % ; 3° la *p*-isopropylphényl-2 phényl-3 indone avec un rendement de 85,5 % ; 4° la phényl-2 *p*-tolyl-3 méthyl-6 indone avec un rendement de 77,5 %.

Les indones (II) et (III) n'ont pas été préparées jusqu'ici. La *m*-chlorophényl-2 phényl-3 indone se présente en gros cristaux orangés (F 115-116° corr.). L'analyse concorde avec la formule $C_{21}H_{13}OCl$.

La *p*-isopropylphényl-2 phényl-3 indone est en cristaux de couleur rouge clair (F 103-104° corr.). L'analyse concorde avec la formule $C_{24}H_{20}O$.

Ainsi en déshydratant, au moyen d'acide sulfurique concentré, des acides hydroxypropanoïque aryle-substitués, préparés selon la méthode de l'un de nous et de A. Spassoff, on obtient des indones différemment substituées. Cette méthode de préparation des indones consiste donc en deux opérations : l'obtention des hydroxyacides (rendement de 60 à 90 %) et la déshydratation de ces acides en indones (rendement de 80 à 90 %).

L'inconvénient que présente cette méthode est la séparation des deux indones isomères, qui se forment à partir des hydroxyacides, contenant en β deux radicaux aryliques différents. Or nos essais, qui sont en marche, ont prouvé que les quantités des deux indones isomères obtenues, sont d'habitude très différentes et que leur séparation est donc facilement réalisable.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Séparation par chromatographie des isomères cyclaniques* cis *et* trans. *Cas des bornéol, isobornéol et des menthol, néomenthol.* Note de MM. **Gustave Vavon** et **Bernard Gastambide**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous donnons, dans cette Note, les premiers résultats d'une étude sur le rôle du facteur stérique en chromatographie, en particulier dans la séparation de cyclanols *cis* et *trans*.

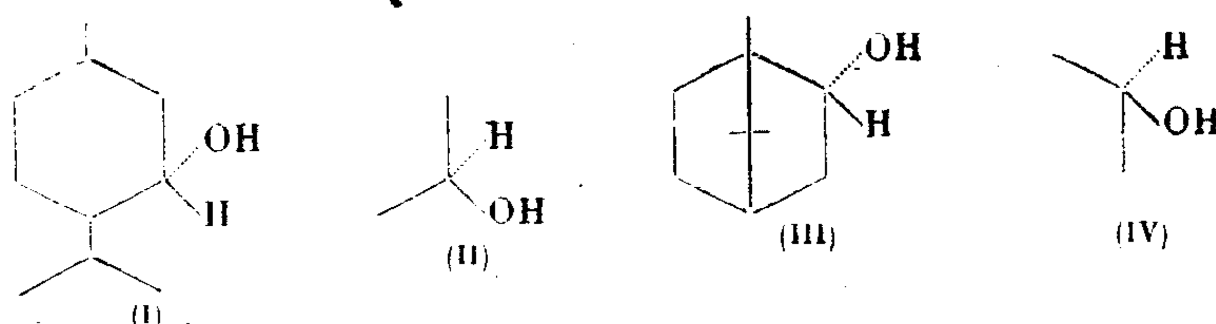
On sait que certaines réactions, estérification des alcools, saponification des esters, formation et hydrolyse des phényluréthanes, sont plus difficiles pour les *cis* que pour les *trans*, et cela d'autant plus que l'encombrement au voisinage de la fonction est plus grand (¹). On pouvait donc se demander si le facteur stérique ne jouerait pas un rôle semblable dans l'adsorption et si, par suite, il n'y aurait pas possibilité de séparer les isomères *cis* et *trans* par chromatographie.

C'est ce que l'expérience a confirmé sur les deux couples menthol, néomenthol

---

(¹) Voir un exposé d'ensemble sur la question : Grignard, *Traité de Chimie organique*, 2, p. 930.

et bornéol, isobornéol. La structure de ces alcools diffère en ce que OH est



en *cis* par rapport à l'isopropyle dans le néomenthol (II), par rapport au *pont* dans l'isobornéol (IV) et en *trans* dans le menthol (I) et le bornéol (III).

Pour ces chromatographies, nous avons utilisé une alumine très adsorbante se classant entre les forces (I) et (II) de Brockmann ([2]). Le mélange d'alcools, dissous dans l'éther de pétrole, traverse une colonne d'alumine assez volumineuse pour adsorber tout le mélange; ensuite, on élue d'abord avec l'éther de pétrole, puis le benzène ou le tétrachlorure de carbone, puis l'éther et enfin le chloroforme ou le méthanol, chaque solvant étant recueilli en plusieurs fractions.

Menthol + néomenthol. — Le mélange étudié a été fait avec du menthol naturel et un alcool riche en néomenthol provenant de l'hydrogénation de la menthone par le platine; ce mélange — 18° ([3]) contenait environ 54 % de menthol et 46 % de néomenthol, les pouvoirs rotatoires de ces deux isomères étant de — 52° et + 22°. Dans le tableau ci-dessous figurent les différentes fractions éluées : mélange 15^{g},1, alumine 400^{g}, longueur de la colonne 36^{cm}, diamètre 3^{cm},8.

Fraction.	Solvant (cm³).		Alcool élué (g).	[α].	Menthol. (%).
1	Pétrole	1 100	0,8	+17,8	5,6
2	»	3 400	1,2	+21,6	0,5
3	Tétrachlorure	1 900	1,4	+21,4	0,8
4	»	600	0,5	+19,4	3,5
5	»	2 700	1,5	+15,6	8,6
6	Éther	300	3,8	−33,4	75
7	»	300	3,3	−50,0	97
8	»	500	1,2	−51,8	99
9	Chloroforme	1 400	0,5	−49,2	96

C'est donc bien le menthol, *isomère le moins encombré, qui est le plus fortement adsorbé.*

Bornéol + isobornéol. — Le mélange traité a été obtenu par action de l'oxygène sur le magnésien du chlorhydrate de pinène (pin maritime). Son pouvoir rotatoire était de — 3°,4; il contenait environ 53 % de bornéol et 47 % d'iso-

---

([2]) BROCKMANN et SCHODDER, *Ber. der Chem. Ges.*, 74, 1941, p. 73.

([3]) Tous les pouvoirs rotatoires donnés sont pris pour le jaune du mercure, dans l'alcool $c = 0,05$.

bornéol, si l'on admet pour ces alcools des pouvoirs rotatoires de $-34°$ et $+31°$ correspondant à une racémisation d'environ 10 % pour le pinène de départ.

Mélange employé 16g, alumine 300g, longueur de la colonne 35cm, diamètre 3cm,3.

Fraction.	Solvant.		Alcool élué.	[α].	Bornéol (%).
1.........	Pétrole	2300cm³	0,1	–	–
2.........	»	1000	3,3	+29,0	3
3.........	»	1800	1,2	+23	12
4.........	Benzène	500	2,2	– 2,4	51
5.........	»	1700	3,5	–16,0	72
6.........	»	1600	1,4	–26,6	88
7.........	Éther	700	1,8	–31,4	96
8.........	»	1500	0,8	–28,4	91
9.........	Méthanol	600	0,2	–	–

Ici encore c'est l'isomère *trans*, le bornéol, qui s'adsorbe le plus fortement. Il y a donc, pour ces deux couples, parallélisme entre la réactivité et la force d'adsorption. D'autre part, des essais en cours sur les cétones ont montré que, pour le mélange acétophénone + pseudobutylphénylcétone, c'est cette dernière, plus encombrée, qui s'élue d'abord.

Le facteur stérique semble donc jouer un rôle important dans la chromatographie sur alumine.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE — *Sur la permanence des mouvements du Morvan.* Note (*) de Mme **J. Beaujeu-Garnier**, présentée par M. Emmanuel de Martonne.

Une étude détaillée du Morvan et de sa bordure sédimentaire amène à envisager la persistance du vieux massif, jamais entièrement fossilisé par une couverture sédimentaire et soumis à peu près sans interruption à des oscillations de plus ou moins grande amplitude.

1° *La permanence d'un dôme cristallin*, situé à peu près sur l'emplacement du Haut Morvan actuel, est attestée par l'épaisseur croissante des terrains quand on s'éloigne de la bordure du vieux massif, en particulier du Trias et du Lias Inférieur (Trias : 4m,50 à Pouilly : 14m à Mémont : 66m à Blaisy : — Rhétien : 1m à Montigny-sur-Armançon : 4m,45 à Pouillenay : 11m,90 à Mâlain).

D'autre part, on constate, dans les couches jurassiques qui débordent sur les terres cristallines ou qui les entourent, la prédominance des faciès néritiques et la présence d'éléments arénacés, témoins du voisinage d'une portion émergée

(*) Séance du 5 avril 1948.

du vieux socle. Par ailleurs, il faut noter, comme A. Boit l'a reconnu, l'absence de tout élément résiduel à l'intérieur d'une courbe parabolique ouverte au Sud et englobant tout le Haut-Morvan.

2° *L'oscillation permanente* subie par le massif cristallin s'est traduite par de constants changements du niveau respectif des terres et des mers. Ces changements sont attestés par les variations des faciès des terrains (tantôt néritiques et tantôt bathyaux), depuis le Primaire (Frasnien) jusqu'à la fin du Crétacé. Ils ont vraisemblablement continué au Tertiaire comme l'indiquerait l'alternance du creusement et du remblaiement dans certaines vallées morvandelles (Cure à la sortie du massif; Ternin à partir de Lucenay-l'Évêque, etc.).

Les oscillations verticales du bloc morvandiau se sont accompagnées de légers balancements d'Ouest en Est, axés à peu près sur la vallée du Serein (notamment au Barthomien).

3° Si l'on met en rapport les résidus de terrains détritiques reconnus sur les plateaux secondaires en bordure du Morvan (lambeaux éocènes avec remaniements ultérieurs des plateaux entre Loire et Morvan, en particulier dans les bois de la Madeleine; cailloux et blocs roulés du remblaiement pliocène de la Terre Plaine, du Bassin d'Autun et du Bazois, etc.) avec les portions de surfaces d'aplanissement que l'on rencontre en divers points du Massif Cristallin (sommets aplanis du Morvan Central; dépressions séniles et replats de la région de Montsauche; pays plats de l'Est et du Nord, etc.), on arrive à reconnaître un certain nombre de phases correspondant aux paroxysmes de l'orogénie alpine. Après l'accentuation du pli de fond morvandiau à la fin du Crétacé (en liaison avec la première phase pré-alpine, entre le Maëstrichien et le Danien ?), puis au milieu de l'Eocène (en rapport avec la phase provençale et pyrénéenne), le bloc trop tendu, à la fin de l'Oligocène et au début du Miocène, est brisé en horsts et en fossés par des failles essentiellement Nord-Sud (première phase alpine). A la fin du Pontien (deuxième phase alpine), un nouvel ébranlement de la région affecte essentiellement la partie sud-est du Massif; le Nord-Ouest lié à l'évolution du Bassin Parisien n'enregistre pas cette dernière déformation : ainsi, sur les bords du Bassin d'Autun, les niveaux miopontien et villafranchien (?) sont nettement séparés (100^m de différence d'altitude) tandis qu'un même niveau polygénique représente, sur les plateaux bourguignons, au nord de la Terre Plaine, les effets de l'érosion de la fin du Miocène jusqu'au début du Pliocène.

Cette évolution est en somme analogue à celle des massifs hercyniens de l'Allemagne occidentale et de la France septentrionale.

Elle est caractérisée essentiellement par la permanence d'une certaine altitude, et l'oscillation incessante du socle avec des mouvements paroxysmaux en rapport avec les grandes phases orogéniques.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Observations de morphologie et de tectonique sur le front nord-occidental de la Montagne Noire. La faille de la Sagne.* Note (*) de M. **Georges Baeckeroot**, présentée par M. Emmanuel de Martonne.

Le front élevé que le Massif cambrien de la Montagne Noire tourne vers le Nord-Ouest, au-dessus des régions de terrains tertiaires de la partie orientale du Bassin de l'Aquitaine, suggère à première vue une explication tectonique. Cependant la carte géologique au 1/80000 ne marque aucune faille.

Sur sa façade nord-occidentale, la Montagne Noire est longée par une dépression périphérique drainée par le Sor et ses affluents, et encadrée par les côteaux de Saint-Félix et de Puylaurens. Les terrains qui constituent cette « côte » (mollasses, calcaires durs et poudingues oligocènes) ne viennent cependant pas partout au contact immédiat avec les terrains anciens. Le petit causse éocène de Labruguière vient s'intercaler entre eux, au nord du Thoré. Plus loin, vers le Sud-Ouest, un affleurement de Calcaire de Castres ($e_{,c}$ de la carte), forme une bande allongée sur un peu moins de 4^{km}, de part et d'autre d'Escoussens; puis, on ne retrouve ce calcaire qu'à l'ouest de Sorèze, en placages sur les terrains anciens de la banquette de Saint-Ferréol.

L'affleurement de calcaire, à Escoussens, apparaît sur la carte géologique comme une étroite bande qui n'atteint que 500^{m} dans sa plus grande largeur. Elle est orientée exactement W-E, c'est-à-dire obliquement à la direction générale du front de la Montagne Noire, ce qui laisse déjà entrevoir un mode particulier de contact. Dans le paysage topographique cette bande se résout en buttes isolées par les ravins de la Bernassoubre et du Ruisseau du Perche.

D'Ouest en Est, ce sont : 1° La butte, que je désignerai sous le nom de la butte de la Sagne, du nom d'une métairie voisine. Sur le 1/80000 elle n'est pas cotée et est à peine indiquée; sur la minute au 1/40000 elle porte la cote 362; 2° la butte cotée 367; 3° la butte située immédiatement à l'est du village d'Escoussens, non cotée sur le 1/80000, cotée 348 sur le 1/40000.

Dans la présente Note ne seront données que les observations faites à la butte de la Sagne.

1° La métairie de la Sagne est adossée à un éperon de schistes cambriens dont la partie supérieure, parfaitement aplanie, est de niveau avec la butte 362, *la butte de la Sagne*, et dont il n'est séparé que par un étroit vallon. La partie inférieure de la butte est encore formée de schistes, tandis qu'à mi-côte affleurent des bancs de calcaire de Castres se présentant par la tranche, fortement inclinés (30° environ) vers le Nord-Ouest, et très ravinés. Cette disposition révèle l'existence d'une faille.

A la base des affleurements blancs on peut voir un banc de brèche à ciment

---

(*) Séance du 6 avril 1948.

calcaire dont les éléments sont représentés presque exclusivement par de petits fragments de schistes cambriens et quelques petits galets de quartz. Il s'agit donc bien de la *brèche de base du Calcaire éocène de Castres*. Cette observation permet de rectifier l'erreur de la carte géologique (f. de Castres) qui indique, dans le vallon de la Sagne, sous l'indice $e^{2-1}g$, et avec un pointillé rouge sur fond ocre, « des brèches et des conglomérats à éléments anciens peu roulés » comme « faciès côtier de la Mollasse [oligocéne] du Castrais ».

La brèche de base du Calcaire de Castres est encore visible dans le chemin qui, du vallon de la Sagne, gravit la butte 367; et, plus à l'Est, sur le côté droit (Ouest) de la route encaissée qui longe le ruisseau d'Escoussens à son débouché de la Montagne Noire. La brèche est, là encore, nettement en contact anormal avec les schistes cambriens.

Ces trois affleurements exactement alignés permettent de tracer à l'ouest d'Escoussens, *la faille de la Sagne*.

2° La butte de la Sagne donne encore lieu à d'autres observations. L'epaisseur totale de l'affleurement de Calcaire de Castres n'y dépasse pas une dizaine de mètres. Étant donnée sa grande épaisseur visible au Causse de Labruguière (80^m), il ne peut s'agir ici que des couches inférieures de la formation; les bancs supérieurs ont été enlevés par l'érosion qui a nivelé les buttes.

Or, on peut voir qu'à la partie supérieure les bancs calcaires de la Sagne sont entièrement silicifiés : on retrouve donc ici la *croûte siliceuse* dont la signification morphologique a déjà été montrée ailleurs ([1]).

Les calcaires éocènes n'affleurent pas jusqu'au sommet de la butte de la Sagne. Celle-ci est coiffée par une masse détritique où abondent des fragments de schistes cambriens non roulés. Il faut y voir, semble-t-il, des éboulis descendus des flancs du massif ancien avant que ne fussent creusés les vallons.

Enfin, il y a lieu de signaler dans le fond du vallon de la Sagne, reposant sur les schistes cambriens, comme aussi sur les flancs de la butte qui descendent vers le Nord jusqu'à la Métairie de la Madeleine, où il repose *sur* la mollasse oligocène, l'existence d'un abondant cailloutis de galets de toutes tailles (beaucoup sont très gros) et parfaitement arrondis, en grande majorité de quartz filoniens. Il faut y voir un *cailloutis transgressif* de remblaiement pliocène. La carte géologique qui figure, là encore, des formations littorales de la mollasse oligocène de Saïx et de Lautrec est erronée.

Conclusions. — Au pied de la Montagne Noire, dans la région située à l'ouest d'Escoussens :

1° La brèche à éléments schisteux et à ciment calcaire de la butte de la Sagne n'est pas à rapporter, ainsi que le font les auteurs de la feuille de Castres, à une formation littorale de la mollasse oligocène, mais à la base du Calcaire éocène de Castres.

---

(1) G. Baeckeroot *Oesling et Gutland* (Appendice), Paris, 1942.

2° Une faille de direction W-E met en contact anormal les schistes cambriens avec les couches de base du Calcaire de Castres (Éocène supérieur) basculées vers le Nord-Ouest.

3° On retrouve ici les dépôts superficiels caractéristiques qui permettront de paralléliser l'évolution morphologique de cette région avec celle d'autres régions déjà étudiées :

a. Une croûte siliceuse, formation continentale préoligocène.

b. Un cailloutis de remblaiement pliocène.

GÉOLOGIE. — *Application des équilibres métallurgiques au problème de l'atmosphère des planètes*. Note de M. **René Perrin** présentée par M. Albert Caquot.

La composition chimique de l'atmosphère, de l'écorce et du noyau métallique éventuel des planètes a été déterminée par un gigantesque équilibre : gaz, scories, métal, à haute température, avant que ne s'introduisent les résistances passives dues à la solidification et au refroidissement. Les connaissances acquises en de tels équilibres permettent certaines déductions.

J'en ai fait antérieurement l'application au cas de la Terre et ai conclu :

1° que la répartition des différents métaux entre le noyau et l'écorce avait été essentiellement conditionnée par leur affinité pour l'oxygène;

2° que le noyau actuel était, grâce aux dites résistances passives, en faux équilibre avec l'atmosphère, faute de quoi tout l'oxygène de l'air serait absorbé par une couche de un mètre du noyau.

A la réflexion, il n'y a aucune impossibilité à ce que, entre la couche silicatée et le noyau se soit interposée une couche de mattes, c'est-à-dire de sulfures métalliques ou de speiss, c'est-à-dire d'arséniures, à densité plus élevée que les oxydes ou une couche mixte sulfures-arséniures. Leur présence ou non dépend uniquement des proportions inconnues actuellement de soufre et d'arsenic qui existaient à l'origine. Il n'y a aucune impossibilité non plus à ce que des métaux lourds, tels que cuivre, plomb, argent, or, platine, etc., à faible affinité pour l'oxygène et peu miscibles avec le fer forment au centre de la Terre une couche séparée, ce qui expliquerait la densité voisine de 12,5 admise au centre du noyau. Les observations séismologiques, seul moyen d'investigation actuel, semblent en faveur de telles discontinuités.

Si, maintenant, nous envisageons l'application aux planètes en général, une remarque s'impose; la pression partielle d'oxygène libre en équilibre avec un laitier liquide vers 1500°, toujours basse, devient infiniment faible dès que ce laitier ne contient plus que de très faibles quantités de métaux lourds, de la famille du fer ou plus lourds encore. Mais le laitier lui-même ne peut contenir des quantités appréciables de tels métaux, que s'il ne reste dans le métal que des traces des éléments à haute affinité pour l'oxygène, comme aluminium, titane, silicium,

métaux alcalins et alcalinoterreux, tous métaux légers. En même temps que la pression partielle d'oxygène, les pressions d'oxyde de carbone et vapeur d'eau en équilibre diminuent parallèlement à l'abaissement de la teneur des laitiers en oxydes lourds.

Ces faits, sommairement résumés, montrent que l'atmosphère d'une planète ne peut contenir de l'oxygène libre en quantité appréciable que :

1° Si l'oxygène était initialement en excès par rapport à l'ensemble des éléments oxydables autres que les métaux nobles, hypothèse très improbable;

2° Ou si la densité de la planète est relativement élevée. Même dans ce dernier cas, il n'y a pas de certitude, car il faut encore que l'oxygène ait été en excès par rapport à l'ensemble des métaux légers; dans le cas de la Terre, avec le même oxygène, une proportion un peu plus élevée d'aluminium ou de calcium, qui n'eût pas changé sensiblement la densité, aurait conduit à l'absence pratique d'oxygène.

Au total, surtout si l'on tient compte, au surplus, de l'influence des proportions de carbone et d'hydrogène, qui tendent à fixer l'oxygène en oxyde de carbone, générateur d'acide carbonique au refroidissement, et en eau, l'existence d'une atmosphère à oxygène sensible n'est compatible qu'avec des proportions des différents corps dans la composition chimique d'ensemble d'une planète, qui ne constituent qu'une zone très restreinte des compositions possibles; elle est, en tout cas, incompatible avec une densité faible.

Ces conclusions me semblent en parfait accord avec les connaissances acquises par l'observation astronomique sur les planètes du système solaire. Mars, pour laquelle le cas a été le plus longtemps débattu, a une densité de 3,9, impliquant métaux lourds encore, mais en moindre quantité que sur la Terre. Les récentes observations sur cette planète ont indiqué : présence d'acide carbonique et d'eau en quantités très faibles, absence pratique d'oxygène. Il n'est point besoin, pour l'expliquer, de faire, comme Russel ou Wildt, l'hypothèse de sa fixation par le sol sous forme d'ozone. La Lune, plus légère, n'a ni oxygène, ni eau, etc.

De façon générale, la combinaison des observations astronomiques et des connaissances sur les équilibres chimiques peut apporter quelques lueurs sur la composition chimique des planètes.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Excitation de la raie verte de l'oxygène au crépuscule.* Note de MM. **Jean Dufay** et **Maurice Dufay**, présentée par M. Jean Cabannes.

I. On admet généralement que la raie verte du ciel nocturne n'est pas renforcée pendant le crépuscule. Cependant on a pu la photographier alors avec des poses très courtes, et quelques mesures photométriques ont montré son

affaiblissement graduel (¹). Mais on pouvait encore se demander s'il s'agissait d'un phénomène régulier ou seulement d'une excitation fortuite, liée peut-être à quelque activité aurorale.

Pour en décider, nous avons photographié systématiquement le spectre du ciel crépusculaire vers l'Ouest, à 73° du zénith, pendant une quarantaine de belles soirées (avril à octobre 1947). On faisait, sur une même plaque, soit une série de poses de même durée, soit une série de poses dont la durée croissait en progression géométrique de raison R. Dans ce dernier cas, si la 3ᵉ pose par exemple donne de la raie une image moins dense que la seconde, on en conclut, d'après la loi de réciprocité, valable en première approximation, que l'intensité de la raie a diminué plus de R fois de la 2ᵉ à la 3ᵉ pose et l'on peut écrire $I_2 > R I_3$. Si au contraire l'image est plus dense sur la 3ᵉ pose que sur la 2ᵉ, il n'est pas certain que la raie se soit affaiblie, mais on a certainement $I_2 < R I_3$.

2. Sur 15 séries de poses de même durée, 2 seulement ont donné un résultat douteux (cliché sous-exposé ou défectueux). Les 13 autres ont montré un affaiblissement tout à fait net de la raie verte pour des dépressions solaires comprises entre 11 et 18°. Il ne s'agit d'ailleurs pas d'un effet photographique lié à la disparition progressive du spectre continu, car, en plusieurs occasions, l'intensité du spectre continu a augmenté au lieu de décroître, par suite du lever de la Lune, sans masquer l'affaiblissement de la raie.

Sur 26 séries de poses de durées décroissantes, 7 ont donné une limite inférieure et 19 une limite supérieure de renforcement crépusculaire. *De l'ensemble de nos observations, il résulte que, pour des dépressions solaires comprises entre 12 et 16°, l'intensité* moyenne *de la raie* 5577 Å *est environ deux fois plus grande qu'au début de la nuit.* On constaterait certainement une variation plus importante en faisant des poses plus courtes (²).

3. Il peut sembler surprenant que ce phénomène quotidien ait échappé à d'autres observateurs. En fait, chaque fois que les mesures d'Elvey et Miss Farnsworth (³) ont été étendues au crépuscule du soir *ou du matin*, le phénomène apparaît clairement sur leurs graphiques de variation de la raie verte (distance zénithale, 70°). Leurs mesures à 5° de l'horizon ont été commencées trop tard et terminées trop tôt pour qu'il se manifeste. Contrairement à ce qui a lieu pour les raies rouges, l'évolution de la raie verte est pratiquement terminée avant la fin du crépuscule astronomique (⁴).

(¹) J. Dufay et J. Gauzit, *Conférence internationale sur les Relations entre les phénomènes solaires et géophysiques*, Lyon, septembre 1947; L. Végard et M. Nicolet, *Remarques sur la communication précédente* [*Annales de Géophysique* (sous presse)].

(²) Avec le spectrographe et les plaques utilisées dans ce travail, les poses étaient de l'ordre de 15 à 20 minutes, au lieu de 2 et 5 dans les observations de J. Dufay et J. Gauzit.

(³) *Astrophysical Journal*, 96, 1942, p. 451.

(⁴) J. Dufay et Tcheng Mao Lin, *Annales de Géophysique*, 2, 1946, p. 189.

4. Bien que la probabilité d'absorption soit extrêmement faible pour des transitions interdites, l'excitation crépusculaire de la raie 5577 Å semble pouvoir être attribuée à un phénomène de fluorescence. L'absorption de la radiation solaire 2972 Å conduit l'atome d'oxygène du niveau normal $^3P_1$ au niveau $^1S_0$ (environ 5.10^{-11} transition par atome et par seconde). De là, la transition spontanée de beaucoup la plus probable ramène l'atome au niveau $^1D_2$ avec émission de la raie 5577 Å. Comme il y a environ 6.10^{18} atomes d'oxygène par centimètre carré au-dessus de 100^{km} d'altitude dans la direction visée ($\zeta = 73°$), on attend, pour la raie verte, un nombre de transitions voisin de $3.10^8 sec^{-1} cm^{-2}$. *C'est tout à fait l'ordre de grandeur résultant de nos observations,* puisque l'intensité moyenne de la raie verte pendant la nuit correspond à 2.10^8 transitions par seconde et par centimètre carré [5].

5. Un calcul simple montre d'autre part que l'intensité globale des raies 6300-6364 Å ($^3P_{2,1} - {}^1D_2$), excitées par résonance optique, doit être 36 fois celle de la raie 5579 Å excitée par le mécanisme précédent [Nicolet [1]]. Mais la désexcitation par chocs réduit particulièrement l'intensité des raies rouges, par suite de la durée de vie du niveau $^1D_2$ ($\sim$ 100 sec.), beaucoup plus longue que celle du niveau $^1S_0$ ($\sim$ 0,4 sec.). Le calcul donne ainsi une limite supérieure du rapport des intensités des raies rouges et verte qui paraît compatible avec les observations.

L'exaltation considérable des raies rouges au crépuscule serait donc due essentiellement [6] à la résonance optique, comme Cabannes et Garrigue l'ont suggéré dès 1936 [7]. La dissociation photochimique des molécules O_2 sous l'action de l'ultraviolet solaire ($\lambda < 1750$ Å), qui donne autant d'atomes métastables $^1D_2$ que d'atomes normaux ^3P (Götz, Chapman), ne peut d'ailleurs être vraiment efficace à très haute altitude, vu la rareté des molécules d'oxygène.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les tropismes du* Psilotum triquetrum. Note de M. **Robert Douin**, présentée par M. Roger Heim.

On connaît les caractères particuliers du *Psilotum triquetrum,* Ptéridophyte sans racines, dont le rhizome rameux, couvert de rhizoïdes, produit des tiges aériennes vertes, à ramifications dichotomes, à feuilles réduites à des écailles.

En étudiant l'orientation de croissance de ces tiges sous l'action des facteurs extérieurs, nous avons pu mettre en évidence un caractère physiologique qui n'a encore été signalé chez aucune plante vasculaire. Nos observations et nos expériences ont porté pendant deux ans sur une plante cultivée dans une caisse à claire-voie suspendue à proximité du vitrage de la serre. La potée avait

(5) Lord Rayleigh, *Proceedings Royal Society London,* A, **129**, 1930, p. 458.

(6) La dissymétrie, observée par Elvey et Farnsworth entre les crépuscules du soir et du matin, suggère l'existence d'effets secondaires.

(7) *Comptes rendus,* **233**, 1936, p. 484.

attiré notre attention par l'émission de pousses rectilignes parmi lesquelles certaines à direction horizontale étaient sorties sur les côtés de la caisse, tandis que d'autres, nées en dessus ou en dessous, avaient pris une direction verticale dressée ou au contraire renversée. Les tiges horizontales, après s'être accrues jusqu'à atteindre parfois 50mm de longueur, se courbaient pour prendre la direction verticale dressée. Les pousses verticales continuaient à s'accroître dans leur direction primitive.

Nous avons alors cherché à déterminer dans quelle mesure les facteurs lumière et pesanteur pouvaient être responsables de ces orientations de croissance et à séparer leur action, celle des facteurs température et humidité étant négligeables en raison de leur caractère diffus.

Nous avons suivi pendant 31 jours la croissance d'une pousse verticale à direction renversée : elle mesurait au début de l'observation 20mm, à la fin 68mm et était encore rectiligne. Deux autres pousses verticales croissant aussi vers le sol ont été régulièrement observées pendant plus de deux mois : l'une, née au milieu de la caisse, atteignit 85mm tout en restant rectiligne, tandis que l'autre, plus longue de quelques millimètres, sortie près du bord de la caisse, manifestait déjà une légère tendance à se courber pour se redresser.

La pousse de 85mm fut alors mise à l'obscurité au moyen d'un dispositif approprié. En cinq semaines elle s'allongea de 22mm tout en restant rectiligne, tandis que l'autre pousse laissée à la lumière accentuait sa courbure de redressement. Mise de nouveau à la lumière, la première pousse se courba à son tour vers le haut.

Il résulte de ces faits que les tiges du *Psilotum* sont phototropiques positives, mais ne présentent pas le géotropisme négatif habituel des tiges. Nous nous sommes alors demandé, connaissant leur structure, s'il ne pouvait pas s'agir, dans le cas des pousses verticales croissant vers le sol, du géotropisme positif caractéristique des racines.

Nous avons alors expérimenté dans les conditions suivantes : la potée fut tournée de 90° de manière à amener en position horizontale des pousses verticales en pleine croissance. L'une d'entre elles, longue de 70mm, fut aussitôt mise à l'obscurité; au bout de 14 jours, elle avait atteint 88mm et continuait à croître horizontalement. Deux autres pousses, l'une simple, l'autre déjà fourchue, mesurant environ 80mm, furent laissées à la lumière; elles se courbèrent progressivement pour se diriger vers le toit de la serre, mais la courbure de la pousse fourchue fut moins rapide.

Nous pouvons donc affirmer que les tiges du *Psilotum triquetrum* n'ont aucune réaction géotropique positive ou négative. Cette *absence de sensibilité géotropique* est sans doute un cas unique dans les plantes vasculaires actuelles, et il nous paraît logique de supposer que les Psilophytales présentaient ce même caractère. C'est le facteur lumière seul qui régit la direction prise par les tiges du *Psilotum* au cours de leur développement. Leur croissance en posi-

tion horizontale ou en position verticale renversée se poursuit jusqu'à ce que la différence entre les quantités de lumière reçues par les faces opposées de ces tiges soit suffisante pour déclencher une réaction de courbure; l'observation montre d'ailleurs que la sensibilité des jeunes pousses à ce facteur va en décroissant assez rapidement à mesure qu'elles s'allongent jusqu'à devenir nulle à partir de la troisième bifurcation.

Nous croyons que l'agéotropisme du *Psilotum* est en relation directe avec l'absence de racines, et nous poursuivons des recherches en vue d'en apporter la preuve expérimentale.

MYCOLOGIE. — *Le rôle des Actinomyces cellulolytiques dans les altérations des toiles de lin et de chanvre utilisées au cours de la fabrication des caséines.* Note de MM. **Auguste Sartory, René Sartory** et **Jacques Meyer.**

Au cours de l'isolement de champignons inférieurs à la surface de fibres textiles de lin et de chanvre provenant de sacs et de filtres utilisés au cours de la fabrication et du transport de caséines de fromageries, nous avons été amenés à identifier trois *Mycoderma*, une *Torula*, un *Saccharomyces*, un *Penicillium* et enfin un *Actinomyces* associé à un *Mycoderma*.

Après de nombreux essais sur l'action cellulolytique de ces germes, on a pu constater que l'*Actinomyces* jouait un rôle important dans la dégradation et la destruction des fibres envisagées.

Sans être un anaérobie strict, il s'accommode mieux d'une dose faible d'oxygène; aussi le *Mycoderma* paraît-il avoir une influence heureuse sur son développement en absorbant la plus grande partie de l'oxygène.

L'examen microscopique nous donne les caractères suivants : en culture mixte, l'*Actinomyces* présente un aspect caractéristique voisin de celui du *Bacille de Löffler* : éléments fractionnés en bâtonnets (7 à 55^{μ} sur $0^{\mu},6$ à 1^{μ}).

En culture pure sur milieux solides, mêmes aspects avec des formes spiralées; en milieu liquide, on observe des formes longues, flexueuses; les filaments atteignent une longueur de 60 à 500^{μ}.

Dans les cultures âgées, l'organisme montre des éléments plus courts et en majeure partie sporulés, simulant de petites chaînettes de Streptocoques, formes arthrosporées (1 à 2^{μ}, 2 sur 0^{μ}, 8 à 1^{μ},2). Les cultures anciennes ne contiennent guère que des spores. L'organisme reste coloré par la méthode de *Gram*.

Caractère des cultures. — En culture mixte, le thalle est efflorescent, à surface plissée et structure rayonnante.

En *culture pure anaérobie*, l'organisme pousse fort bien sur *jus de pomme de terre géloséglycériné;* en *bouillon*, il forme des flocons. La *gélatine* et la *gélose sont liquéfiées*.

Le *lait* ne subit pas la coagulation, mais le lactose est attaqué avec fort dégagement gazeux. Il donne des cultures luxuriantes sur sérum coagulé qui est liquéfié (protéinase). La culture se manifeste par l'apparition d'un enduit crémeux légèrement coloré avec une pigmentation fortement ambrée du milieu (exopigment, tyrosinase). La gélose est un excellent milieu; au contraire, le *Czapek* gélosé se montre peu satisfaisant.

Nous avons obtenu les meilleurs résultats au moyen du *milieu de Khouvine*, modifié gélosé. On remplace l'extrait fécal par du sérum de lait débarrassé de la plus grande

partie de ses albumines restantes par étuvage à 115° pendant 20 minutes. Les cultures exhalent une odeur de terre prononcée.

Essais d'attaque de la cellulose. — Nous avons utilisé tout d'abord le milieu de *Mütterlein* et celui de *Czapek* qui se sont montrés tous deux peu favorables à la culture de notre organisme : aussi nous sommes-nous adressés par la suite au milieu de *Khouvine* modifié.

Avant introduction dans les milieux, la cellulose a été desséchée à 100° et pesée exactement après refroidissement au dessiccateur.

Après l'attaque réalisée à 30° en symbiose aérobie avec le *Mycoderma*, le voile est éliminé, la cellulose jetée sur un filre d'*Iena* est lavée au moyen de soude au 1/10e, puis à l'acide chlorhydrique au 1/10e, et enfin à l'eau distillée. Acide et base à froid et à cette concentration n'attaquent pas la cellulose. La soude débarrasse des traces de milieu encore adhérant à la cellulose, et l'acide neutralise et décompose le carbonate de calcium. On porte enfin à l'étuve à 100°, et l'on pèse après refroidissement au dessiccateur.

En ce qui concerne les cultures anaérobies pures, nous avons jeté sur le filtre cellulose et milieu réchauffé. Après lavage à l'eau chaude pour éliminer les dernières traces de milieu, puis à l'acide pour détruire le carbonate de calcium, nous avons porté à l'étuve à 100° et pesé à poids constant.

Nous exprimons dans le tableau suivant les moyennes des résultats obtenus.

Symbiose Mycoderma-Actinomyces.

Nature de la cellulose.	Cellulose détruite (%).	Temps de culture
Papier-filtre	3,5	40 jours
»	3,8	45 »
Chanvre................	7,20	62 »
»	9	69 »
Lin	7,50	62 »
»	12,50	69 »

Culture pure anaérobie de l'Actinomyces.

Nature de la cellulose.	Cellulose détruite (%).	Temps de culture.
Papier-filtre	7,75	40 jours
»	8,12	45 »
Chanvre................	16,54	62 »
»	18,24	69 »
Lin....................	15,17	62 »
»	18,94	69 »

Ces tableaux nous montrent le pouvoir cellulolytique de *Actinomyces* isolé des fibres attaquées. Dans le cas qui nous occupe, nous nous croyons en droit de conclure qu'il est responsable de l'attaque des fils de chanvre et des baches au contact des caillés et caillebottes.

Seules une grande propreté et une hygiène rigoureuse au cours de la récolte du lait et des manipulations nécessitées par la fabrication de la caséine mettront à l'abri des contaminations et éviteront la destruction des fibres cellulosiques utilisées et la liquéfaction de la caséine.

MYCOLOGIE. — *Deuxième Note préliminaire sur la sexualité et sur les caractères du mycélium de quelques Homobasidiomycètes.* Note de M. **Yen Hsun Chu**, présentée par M. Joseph Magrou.

Du printemps 1947 à la fin de l'hiver 1948, M. Romagnesi, de Paris, et M. Josserand, de Lyon, ont continué de nous faire don de leurs sporées, tandis que M. le Professeur Kühner déterminait inlassablement toutes les espèces que nous avons récoltées ensemble. Voici quelques résultats de nos recherches sur diverses espèces dont les spores ont germé sur le milieu de Hagem.

Stereum spadiceum : bipolaire. Haplonte à articles très cœnocytiques sans oïdies. Mycélium aérien très abondant, blanc et soyeux.

Panellus (*Pleurotus*) *mitis* : tétrapolaire. Haplonte à articles cœnocytiques dont les terminaux possèdent jusqu'à une dizaine de noyaux. De nombreuses arborescences dont certaines sont à hyphes deux à trois fois plus fines que les filaments ordinaires. Sans oïdies.

Collybia dryophila : tétrapolaire. *C. myosurus* : hétérothalle. Leurs haplontes sont tous à articles uninucléés sans oïdies. *C. tenacella* : tétrapolaire. Polarité déterminée caryologiquement. C'est la première fois qu'a été déterminée la polarité sexuelle d'une espèce dont le mycélium secondaire est entièrement dépourvu d'anses d'anastomose. Haplonte à articles régulièrement uninucléés, sans oïdies. Chez les diplontes, certains dicaryons présentent des mitoses qui ne sont pas exactement synchrones.

Mycena rubromarginata : le nombre des noyaux de la spore varie de 1 à 4, souvent 3. La plupart des mycéliums monospermes sont binucléés et à anses d'anastomose; 1/3 environ des germinations donnent des haplontes à articles uninucléés, sans oïdies. Croisés entre eux, ces haplontes nous ont fourni un tableau de tétrapolarité régulière. *M. zephyrus* : tétrapolaire. Haplonte à articles uninucléés, sans oïdies. Jeunes mycéliums primaire et secondaire présentant une teinte azurée, à peine perceptible, après la germination des spores ou après les premiers repiquages. Nombreuses arborescences comme chez presque toutes les Mycènes.

Clitocybe radicellata (*Collybia rhizophora*) : hétérothalle. Haplonte à articles uninucléés, sans oïdies. Une sporée récoltée fin mars donne des cultures polyspermes munies d'abondantes anses d'anastomose. Mais les confrontations successives de dix cultures monospermes en fin avril et de dix autres au début de juillet n'ont abouti à aucune formation de mycélium secondaire. Est-ce parce que les haplontes du même sexe ou de sexes incompatibles ont seuls germé ? C'est peu probable, puisque notre sporée a bien germé en semis clair en vue d'isolements monospermes et que nous avons facilement obtenu une quarantaine d'haplontes sans avoir fait aucun choix parmi les germinations. Ou bien est-ce la chaleur (plus de $+30^{\circ}$ en mai,

+40° en fin juillet) qui a empêché la copulation des haplontes ? Cela est à supposer, car cette espèce qui ne fructifie que pendant une très courte période de l'année (fin de l'hiver-début du printemps), doit être particulièrement susceptible au point de vue de la température.

H. Romagnesi (in litt.) distingue dans le groupe de *Agrocybe* (*Pholiota*) *præcox* : *A. præcox*, champignon peu ou non amer et *A. sphaleromorpha*, champignon souvent plus grêle, à chapeau plus coloré, assez brusquement aminci au bord qui est subhygrophane, à goût très amer. Les deux champignons sont hétérothalles à boucles. Leurs haplontes sans oïdies sont parfaitement interfertiles, de sorte qu'on peut se demander s'il ne s'agit pas simplement de deux formes d'une même espèce, conformément à la loi de Vandendries [1] : « Si les mycéliums haploïdes monosporiques, provenant de sporées étrangères l'une à l'autre, sont interfertiles entre eux, ces spores proviennent de carpophores appartenant à la même espèce ». Il serait intéressant de rechercher si les *A. præcox* et *sphaleromorpha* ont la même polarité sexuelle; nous avons malheureusement négligé de déterminer cette polarité croyant qu'elle l'avait été pour *A. præcox* et nous souvenant que Quintanilha [2] avait déjà indiqué la bipolarité de *A. sphaleromorpha*. Or l'espèce étudiée sous ce nom par Quintanilha est en réalité *A. paludosa* selon Romagnesi, et Kniep [3], qui a étudié *A. præcox*, a seulement signalé son hétérothallie.

Flammula conissans (leg. Romagnesi) : hétérothalle. Haplonte cœnocytique à plusieurs dizaines de noyaux dans les articles terminaux. Oïdiophores ramifiés produisent de grandes oïdies en chaînes courtes. Gros *allocystes* ovoïdes, souvent en chapelets, rappelant ceux de *F. gummosa* dont M. Kühner a fait une étude détaillée [4].

MYCOLOGIE. — *L'immersion mycélienne dans les milieux de culture solides. Sa signification physiologique*. Note de Mme **Janine Méry** et M. **Philippe-Jacques Luteraan**, présentée par M. Roger Heim.

Le mycélium de certaines Gymnoascées prend le type immergé. Langeron [1] a, le premier, observé ce caractère sur *Trichophyton Milochevitchi* : les colonies se développent surtout en profondeur et sont constituées par des rayons mycéliens immergés. Ce caractère peut être provoqué expérimentalement : *Ctenomyces persicolor* donne de grandes colonies normalement pigmentées sur milieu de Sabouraud ramené à 2 % de glucose [2]; sur milieu de Czapek-Dox

---

[1] *Bull. Mens. de la Soc. Linn. de Lyon*, n° 7, sept. 1933.

[2] *Revue de Mycologie*, 6, avril 1941, p. 15.

[3] *Die Sexualität der niederen Pflanzen*, 1928.

[4] *Rev. de Mycologie*, 11, 1946, p. 3.

[1] Langeron et Baeza, *Ann. de parasit.*, 14, 1936, p. 398.

[2] Langeron et Milochevitch, *Ann. de parasit.*, 7, 1930, p. 465.

ses colonies sont immergées et incolores, même si l'on y remplace le saccharose par le glucose ([3]).

D'autre part, les facteurs suivants, de même qu'une oxygénation intense ([4]), ([5]), favorisent la synthèse de corps très réduits, voire autoxydables, tels les lipides; ce sont : 1° une déficience relative du milieu en azote ([6]), ([7]), ([8]); 2° l'augmentation de la concentration en glucides ([9]) et de la pression osmotique ([5]); 3° la déshydratation ([10]); 4° l'utilisation, à équivalence azotée, de la leucine, de la tyrosine ([8]) qui, comme le tryptophane, favorisent la respiration des levures ([11]); 5° les nitrates ([12]), ([13]); 6° le glycérol ([14]), ([15]), ([16]).

Nous procédons ainsi : on ensemence en un point une série de milieux gélosés (gélose brute contenant des traces d'azote) :

1re *série* : saccharose 2 % ; saccharose 7,5 % ; peptone 1 % et saccharose 2 % (milieu équilibré) ([2]), ([17]); peptone 1 % et saccharose 7,5 %.

2e *série* : nitrate de potassium 1 % et saccharose 2 % ; nitrate de potassium 1 % et saccharose 10 % ([18]). Réalisation analogue avec le nitrate d'ammonium.

3e *série* : peptone 1 % et glycérol 2 % ; nitrate d'ammonium 1 % et glycérol 2 %.

Les résultats suivants ont été obtenus avec des Gymnoascées, des Aspergillacées, des Dématiées, etc. :

1° L'immersion mycélienne est provoquée par une déficience du milieu en azote, par l'emploi de nitrates ou du glycérol;

2° Elle s'accompagne de la production de zonations ([19]) favorisée par les mêmes facteurs;

3° Il y a inhibition de la production de pigments diffusibles, dont l'une des causes de production est le brusque passage d'un mycélium aérien en anaérobiose ([5]);

([3]) Patiala, *Ann. de parasit.*, **22**, 1947 (sous presse).
([4]) Smedley mac Lean et Hoffert, *Bioch. J.*, **17**, 1923, p. 720.
([5]) Luteraan, *Ann. de parasit.*, **23**, 1948 (sous presse).
([6]) Schopfer, *C. R. Soc. biol.*, **128**, 1935, p. 3.
([7]) Heide, *Archiv f. Mikrob.*, **10**, 1939, p. 135.
([8]) Raaf, *Archiv f. Mikrob.*, **12**, 1941, p. 132.
([9]) Terroine et Bonnet, *Bull. Soc. Ch. biol.*, **9**, 1927, p. 588.
([10]) Halden, *Zeits. f. physiol. Ch.*, **225**, 1934, p. 249.
([11]) Beraud, *C. R. Soc. Biol.*, **131**, 1938, p. 708.
([12]) Molliard, *Comptes rendus*, **163**, 1916, p. 570.
([13]) Jacquot et Raveux, *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 318.
([14]) Ingraham et Steenbock, *Bioch. J.*, **29**, 1935, p. 2553.
([15]) Fromageot et Tchang, *Archiv f. Mikrob.*, **9**, 1938, p. 434.
([16]) Luteraan et Choay, *Ann de parasit.*, **22**, 1947, p. 89.
([17]) Westerdijk, Ant. van Leeuw, **12**, 1947, p. 223.
([18]) Jacquot, *C. R. Soc. biol.*, **128**, 1935, p. 3.
([19]) Luteraan, *Ann. de parasit.*, **21**, 1946, p. 356.

4° La formation, toujours aérobie ([20]), des pigments de membrane et leur abondance sont en général diminuées. Cependant, la formation du pigment fuligineux des Dématiées, souvent hâtée par le déséquilibre azoté et la déshydratation, peut s'étendre en profondeur. Par contre, la formation de carotènes favorisée par la concentration excessive en glucides, l'emploi du nitrate d'ammonium ([6]), du glycérol ([14]), ([15]), ([16]) ne s'étend jamais en profondeur.

De ces expériences, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

1° L'immersion mycélienne, fréquente chez les Gymnoascées, l'aspect de zonations habituel chez les Aspergillacées, l'inhibition de la production de pigments diffusibles fréquente chez les Aspergillacées et les *Fusarium* peuvent être provoqués expérimentalement chez divers champignons filamenteux;

2° Certaines circonstances provoquant l'immersion mycélienne sont celles aussi qui favorisent la lipogénèse et parfois la production de carotènes; on a établi le rôle de la lipogénèse dans la respiration cellulaire ([5]); d'autre part, l'inhibition de la production de pigments diffusibles, l'extension en profondeur du pigment de membrane fuligineux des Dématiées montrent que les conditions expérimentales de milieu et de culture tendent à élever exagérément le potentiel d'oxydo-réduction cellulaire. Or, cette élévation excessive de ce potentiel favorise, au détriment de la protéogénèse, la synthèse de corps très réduits, voire autoxydables ([7]), ([8]), ([5]). L'immersion mycélienne observée en culture sur milieu solide est donc la traduction morphologique de la réaction de l'organisme fongique contre les circonstances de milieu et de culture qui tendent à élever de façon exagérée le potentiel d'oxydo-réduction cellulaire.

ANATOMIE. — *Sur l'existence de racines ventrales, croisées, nées d'un ganglion intramédullaire, et présumées sensitives, chez les têtards d'Amphibiens Anoures.* Note (*) de M. **Dimitri Bogoraze**, transmise par M. Paul Wintrebert.

Retzius (1891), Heimans et O. Van der Stricht (1898) ont montré que l'*Amphioxus* ne possède pas de ganglions sensitifs et que les neurones sensitifs siègent à l'intérieur de la moelle. Chez l'Ammocète, il y a deux centres sensitifs : 1° les ganglions spinaux; 2° les cellules sensitives primitives intramédullaires, que Freud (1878) a découvertes et que Cajal considère comme des neurones ganglionnaires. D'autre part, Lenhossek ([1]) (1886) chez *Rana*, puis Wintrebert ([2]) (1906), tant chez les larves d'Urodèles (*Salamandra*,

([20]) Luteraan, *Ann. de parasit.*, 22, 1947, p. 110.

(*) Séance du 8 mars 1948.

([1]) *Arch. f. mikr. Anat.*, 26, 1886, p. 370-453.

([2]) *C. R. Soc. Biol.*, 60, 1906, p. 214 et 216; *Comptes rendus*, 147, 1908, p. 348.

Axolotl) que chez les têtards d'Anoures (*Rana, Alytes*) ont signalé le passage des racines motrices parfois doubles, à travers les ganglions spinaux.

J'ai cherché, chez les têtards d'*Alytes* et de *Rana*, par les méthodes d'imprégnation argentique de Cajal, à suivre le trajet des fibres nerveuses transganglionnaires, à déceler leur origine et leur terminaison et à connaître ainsi la cause de ce dispositif anatomique. Le résultat obtenu ne cadre pas avec les données classiques : la racine ventrale semble mixte, à la fois motrice et sensitive; les fibres présumées sensitives se groupent dans la racine en un faisceau interne, se croisent dans le sillon ventral avec le faisceau semblable venu du côté opposé, montent dans la moelle et se rendent à un groupe latéral de cellules constituant un véritable ganglion sensitif intramédullaire.

Les cellules de ce noyau ganglionnaire sont très volumineuses; elles siègent, dans la région abdominale, au niveau des cinquième, sixième et septième métamères, au nombre d'une douzaine de chaque côté, à la limite de la substance blanche. Elles sont disposées dans un plan horizontal et frontal, légèrement oblique en haut si l'on examine la moelle d'avant en arrière. Leur corps, qui a l'aspect d'un fuseau très allongé, placé un peu au-dessus de l'axe de la moelle, est traversé par un faisceau de fibrilles qui se continuent dans deux prolongements. Un grand noyau ovalaire, dont le grand axe est parallèle à celui de la cellule et qui est pourvu d'un gros nucléole central, occupe le milieu du protoplasme libre de toute fibrille et le fait saillir au dehors vers la substance blanche. Les deux prolongements sont volumineux; leur épaisseur contraste avec la finesse des fibres nerveuses voisines. Le prolongement dorsal est dendritique; après un trajet assez long, il pénètre dans la substance blanche du cordon dorsal et se divise en un bouquet de fibres qui se dirigent vers la périphérie de la moelle, entre la racine dorsale et le sillon postérieur. Le prolongement ventral, axonique, est encore plus volumineux; myélinisé dès sa naissance, il croise, après un long trajet, les axones en formation des cellules motrices les plus hautes de la moelle abdominale du même côté, puis passe, entre le sillon antérieur et le canal de l'épendyme, de l'autre côté de la moelle, en formant une commissure de grosses fibres nerveuses.

Les axones émettent chacun, avant le croisement, un filet nerveux qui se perd dans le cordon ventral (cordon pyramidal direct), puis, décrivant une courbe à concavité inférieure, passent la ligne médiane au-dessus du sillon ventral et pénètrent dans le cordon ventral du côté opposé; à ce niveau, ils se joignent aux axones des neurones de la colonne motrice qui donnera plus loin le centre moteur de la queue. Ils sortent donc de la moelle avec les racines ventrales des nerfs moteurs, en dedans desquels ils sont situés. Après un trajet extraduremérien de 3 métamères environ, chaque racine croisée, présumée sensitive, accolée à la racine motrice, aborde le ganglion spinal correspondant en une pluie de filets nerveux myélinisés qui le traversent, sans qu'aucun d'eux ne s'articule à l'un de ses neurones ganglionnaires. Les axones des neu-

rones présumés sensitifs contribuent à former les nerfs mixtes de la queue. Leur terminaison exacte est à l'étude. Les neurones disparaissent au cours du remaniement que subit la moelle dans la métamorphose.

La voie présumée sensitive médullaire, croisée, porte, sans doute, aux cellules motrices du côté opposé, l'excitation reçue de la contraction des myotomes où elle se termine et provoque ainsi, de manière réflexe, l'ondulation bilatérale du corps dans le mouvement de nage.

L'existence de cette voie présumée sensitive, croisée, accolée à la racine motrice, peut expliquer l'attitude singulière d'hyperextension des membres antérieurs au repos, signalée récemment chez les *Amphibiens Urodèles* par P. Weiss (1936) ([3]), et Detvillers (1947) ([4]), après la section des racines sensitives dorsales.

ZOOLOGIE. — *Sur le dimorphisme sexuel des espèces du genre* Langaha (*Ophidiens*). Note de M. **Jean Guibé**, présentée par M. Louis Fage.

Les recherches consacrées jusqu'alors à l'étude du dimorphisme sexuel chez les Ophidiens ont montré que les différences entre les sexes sont en général peu apparentes et ne permettent pas le plus souvent de distinguer d'emblée avec certitude les mâles des femelles. Ces différences portent sur la longueur comparée du corps et de la queue, sur le nombre des écailles ventrales et sous-caudales, sur l'existence de crêtes ou de tubercules en certains points du corps, plus rarement sur la coloration. Dans ces conditions, en vue d'avoir une certitude quand au sexe des individus, il est indispensable d'avoir recours à la dissection en vue de rechercher la présence ou l'absence des hémipénis.

Il n'en est pas de même chez les représentants du genre malgache *Langaha*. Celui-ci renferme un certain nombre de formes qui sont caractérisées par la présence à l'extrémité du museau d'un appendice rostral écailleux dont la longueur égale presque celle de la tête et dont les différences morphologiques ont été jusqu'à présent utilisées en vue de différencier les espèces les unes des autres. Parmi celles-ci *L. alluaudi* Mocq. se distingue par un ensemble de caractères particuliers : écailles supra-oculaires divisées, une seule loréale, absence de préfrontales individualisées, présence d'une corne sus-oculaire constituée par l'allongement d'une ou de deux écailles sus-orbitaires. L'appendice rostral de cette espèce est large, en forme de feuille profondément dentée sur les bords et reployée de manière à constituer une gouttière renversée. Tous les exemplaires connus jusqu'alors sont des femelles. Au cours de l'étude d'une collection de Serpents de Madagascar, j'ai reconnu parmi ceux-ci deux exemplaires dont les caractéristiques (écaillure, coloration) permettent de les

---

([3]) *Am. J. Physiol.*, 115, 1936, p. 461-476.
([4]) *J. Exp. Zool.*, 106, 1947, p. 300.

rapporter à l'espèce de Mocquard. Cependant chez ces deux individus l'appendice rostral est simple, effilé de section triangulaire; au surplus il n'y a pas de corne sus-oculaire. La dissection de ces deux échantillons m'a montré qu'il s'agissait de deux mâles.

L. alluaudi apparaît donc comme une espèce chez laquelle le dimorphisme sexuel est très nettement accusé et permet de reconnaître d'emblée le sexe des individus adultes (¹).

Les trois autres espèces du genre *L. nasuta* Shaw, *intermedia* Blgr. et *crista-galli* D. et B. sont très proches les unes des autres; leur écaillure est identique et leur distinction n'est basée que sur la forme de l'appendice rostral. Chez *nasuta* celui-ci est en tout point comparable à ce que nous avons observé chez le mâle de *L. alluaudi*, alors que chez les autres espèces l'appendice est plat; foliacé, plus ou moins denté sur les bords et parfois divisé en dessous. L'existence de termes de passage entre les aspects extrêmes de l'appendice rostral chez *intermedia et crista-galli* me fait admettre qu'il sont les représentants d'une même espèce. Or celle-ci n'est connue dans les diverses Collections que par des échantillons du sexe femelle, alors que tous les individus de *nasuta* sont des mâles. Ces constatations jointes à la coexistence de ces trois formes dans les mêmes localités m'ont amené, par analogie avec ce que nous avons vu chez *L. alluaudi*, à la conclusion que nous nous trouvions en présence d'une seule espèce dont *nasuta* correspond aux individus mâles, alors que *intermedia* et *crista-galli* représentent les femelles.

Les représentants du genre *Langaha* sont donc caractérisés par un dimorphisme sexuel nettement accusé, portant avant tout sur la morphologie de leur appendice rostral; un tel dimorphisme n'a jusqu'alors jamais été signalé chez des représentants de la classe des Ophidiens.

ZOOLOGIE. — *Génèse et régénération de la tunique chez* Clavelina lepadiformis *Müller*. Note de M. **Jean-Marie Pérès**, présentée par M. Louis Fage.

On sait, principalement depuis les recherches de Saint-Hilaire (¹), que la tunique des Ascidies est constituée de deux parties distinctes : la tunique proprement dite, et la cuticule superficielle. Grâce aux techniques cytochimiques, à des études statistiques, et à des expériences de détunication, portant sur trois espèces d'Ascidies simples et en particulier sur des zoïdes et des stolons de *Clavelina lepadiformis* Müller, j'ai pu mettre en évidence quelques

(¹) J'ignore l'aspect présenté par l'appendice rostral ainsi que le degré de développement de la corne sus-osculaire chez les jeunes dont je n'ai observé aucun exemplaires.

(¹) *Zool. Jahrb. Abt. Anat.*, 54, 1931, p. 435-638.

faits relatifs à la génèse et à la régénération de la tunique chez cette dernière espèce, faits que je détaillerai par ailleurs, mais qui peuvent être résumés brièvement comme il suit.

1. La tunique proprement dite est surtout constituée par de la tunicine (cellulose) accompagnée de protides qui sont sans doute des glycoprotéides dont le groupement prosthétique est un ester sulfurique de polysaccharide de poids moléculaire élevé.

2. La cuticule paraît purement protéique, mais ses protéines ne sont pas les mêmes que celles qui accompagnent la tunicine dans la substance fondamentale.

3. C'est l'épiderme qui est le grand responsable de la sécrétion de la substance fondamentale tunicale. Il n'y a pas de passage de substance, entre les cellules épidermiques, du tissu conjonctif ou de l'hémocèle vers la tunique. L'apport de glucides à la tunique par les cellules du mésenchyme émigrées est minime.

4. La cuticule, en revanche, est formée par dégénérescence, à la périphérie de la tunique, de cellules spéciales du mésenchyme : les cellules à vacuole réfringente (*Tropfenzellen* de Spek) ([2]) qui renferment un complexe glycoprotéique, dont elles abandonnent la partie glucidique au profit de la substance fondamentale tunicale. La diapédèse massive et rapide de ces cellules (déjà vue par Brien) ([3]) au travers de l'épiderme d'un stolon expérimentalement détuniqué, est en rapport avec la nécessité de former immédiatement une nouvelle cuticule. De même j'ai constaté que la formation de la cuticule épaisse des chambres bourgeonnantes coïncide avec le maximum de la diapédèse des cellules à vacuole réfringente dans la tunique. Enfin, les cloisons intratunicales qui se forment, après fragmentation d'un ensemble de stolons en chambres bourgeonnantes, proviennent également d'une dégénérescence, localisée à certaines zones, de cellules de la tunique parmi lesquelles les cellules à vacuole réfringente sont en majorité.

5. La génèse et la régénération d'une tunique complète impliquent donc une mobilisation de protides et surtout de glucides. Chez les stolons de *Clavelina lepadiformis* ces substances sont : *a. élaborées* par trois catégories principales d'éléments : les *cellules à vacuole réfringente* (renfermant un complexe glycoprotéique), les *cellules à granules métachromatiques* qui renferment des polysaccharides sous forme d'esters sulfuriques, les *cellules adipeuses* (sans doute de peu d'importance); *b. accumulées et remaniées* par les *phagocytes multiples* qui absorbent les éléments des catégories précédentes et font subir à leurs inclusions certaines transformations. Ce sont les réserves représentées par les inclusions des phagocytes multiples (riches en glucides à grosses molécules à la fin de leur évolution) qui sont utilisées lors de l'édification du

---

([2]) *Arch. f. Entwicklungsmech*, **111**, 1927, p. 119-172.

([3]) *Ann. Soc. Roy. Zool. Belgique*, **61**, 1930, p. 19-112.

blastozoïte par la chambre bourgeonnante. Au contraire les réserves qui sont mobilisées pour une tunicogénèse active, qu'elle soit naturelle (épaississement de la tunique des chambres bourgeonnantes), ou expérimentale (après détunication), ne semblent guère passer par le stade de *remaniement* des phagocytes multiples. Il y a, dans ce cas, dégénérescence directe de cellules à vacuole réfringente, et passage des glucides et des protides sous forme de solution colloïdale dans l'hémocèle stolonial.

Les glucides sont, sans doute sous une forme peu condensée, absorbés par les cellules épidermiques et accumulés par elles dans la grande vacuole basale qu'elles possèdent à cette phase de leur évolution. Ensuite, au fur et à mesure qu'on se déplace vers l'apex de ces hautes cellules épidermiques, les glucides apparaissent sous forme d'inclusions, d'abord homogènes, puis granuleuses, au sein desquelles les glucides se condensent de plus en plus (réaction de Bauer de plus en plus positive en allant vers l'apex des cellules). Cytologiquement et cytochimiquement, l'évolution des réserves au sein des phagocytes multiples et au sein de la cellule épidermique est absolument comparable, quoique le point de départ de cette évolution (cellules entières phagocytées dans le premier cas, substances dissoutes dans le second) soit morphologiquement différent. Il faut noter cependant que la polymérisation ultime des polysaccharides en tunicine, et l'union de celle-ci aux glycoprotéides responsables de la métachromasie de la tunique, ne paraissent jamais se produire au sein de la cellule épidermique elle-même, mais seulement à l'extérieur sur sa face apicale.

6. La détunication expérimentale apporte peu de perturbations dans l'épiderme des formations stoloniales où la tunicogénèse est toujours assez active dans les conditions normales. En revanche elle provoque, sur l'épiderme, apparemment au repos, du thorax d'un zoïde adulte des modifications importantes liées à l'hypersécrétion anormalement demandée à celui-ci : élévation des cellules, vacuolisation, présence d'inclusions, etc., qui rappellent les caractères généraux de l'épiderme des formations stoloniales.

ÉCOLOGIE. — *Sur la vitesse du courant et la répartition des Invertébrés rhéophiles.* Note de MM. **A. Dorier** et **François Vaillant**, présentée par M. Louis Fage.

Bien que la vitesse du courant soit reconnue comme un facteur important de la répartition des organismes d'eau douce, on ne possède jusqu'ici, à notre connaissance, que peu de données précises sur les vitesses de courant qu'ont à supporter les animaux rhéophiles.

A titre de contribution à cette étude, nous avons procédé avec le tube de Pitot à des séries de mesures, faites sur des animaux en place, dans plusieurs cours d'eau du Dauphiné.

Ces mesures, dont le détail sera publié ultérieurement, nous ont permis de constater que la plupart des animaux torrenticoles n'ont à supporter habituellement que des vitesses de courant relativement faibles, en général inférieures à $0^m,50$ par seconde.

C'est le cas des espèces qui peuplent les touffes de végétation, qui vivent à proximité des bords, ou qui s'abritent sous les pierres du fond. Les Planaires, *Gammarus*, Mollusques, larves de Trichoptères, nymphes d'Ephéméroptères et de Plécoptères y sont abondamment représentés.

Par contre, certaines espèces, que l'on peut qualifier de rhéobiontes, résistent en permanence à de forts courants. Ce sont notamment les larves de *Liponeura cinerascens* Loew., d'*Hapalothrix lugubris* Loew., de *Cardiocrepis brevirostris* Bezzi, de *Cardiocladius* sp., de *Simulium* sp., de *Drusus* sp., les nymphes de *Bætis* du type *gemellus*, qui supportent à la face supérieure des pierres ou des rochers, où elles sont installées, des courants de l'ordre de 2^m par seconde.

Nous avons, d'autre part, cherché à déterminer expérimentalement la vitesse maximum du courant qui pouvait être remonté par les principaux représentants de la faune torrenticole. A cet effet les sujets en expérience étaient placés dans un chenal en ciment parcouru par un courant d'eau dont on faisait varier la vitesse. Les mesures ont été prises comme précédemment avec le tube de Pitot.

En comparant ces résultats à ceux qui nous ont été donnés par les mesures faites dans la nature, on peut dégager les remarques suivantes :

Certaines Planaires (*Polycelis felina* Dal., *Planaria gonocephala* Dugès), les *Gammarus*, les larves d'Odonates (*Agrion*, *Calopteryx*) semblent ne posséder, quant aux risques d'entraînement par le courant, qu'une faible marge de sécurité. Les courants que ces animaux peuvent remonter ont une vitesse inférieure à $0^m,60$ par seconde.

Certains Mollusques (*Radix limosa* L., *Ancylastrum* sp.) peuvent encore progresser dans des courants dont la vitesse dépasse 1^m par seconde. Ces courants sont environ cinq fois plus rapides que ceux auxquels ils sont habituellement soumis.

Enfin les nymphes de Plécoptères (*Dinocras cephalotes* Curt., *Nemura* sp., *Chloroperla* sp.) et les nymphes d'Ephéméroptères à corps déprimé (*Ecdyonurus* sp., *Heptagenia* sp., *Rhithrogena* sp.) peuvent affronter et vaincre, selon les genres, des courants de $1^m,20$ à $1^m,30$ par seconde. Les nymphes d'*Epeorus* sont encore plus résistantes, en particulier les nymphes d'*Epeorus alpicola* (Eaton) qui remontent des courants de $2^m,40$ par seconde.

Ces animaux, abrités pendant le jour sous les pierres, font usage la nuit de leur faculté de résistance au courant. Des observations et des mesures faites après minuit dans le Furon (affluent de l'Isère) nous ont montré que des nymphes d'*Ecdyonurus*, installées à la face supérieure des pierres, supportent des courants de $0^m,70$ par seconde et que les nymphes d'*Epeorus* recherchent les points où le courant atteint sa vitesse maximum ($1^m,25$ par seconde).

La biocénose de la face inférieure des pierres compte donc aussi, parmi ses représentants, de véritables rhéobiontes. Les nymphes d'*Epeorus* nous en fournissent un bon exemple.

GÉNÉTIQUE. — *Polydactylie naturelle chez le Crapaud ordinaire* (Bufo bufo). Note de M. **Jean Rostand**, présentée par M. Maurice Caullery.

Ayant obtenu, l'an dernier, plusieurs petits crapauds polydactyles (six orteils, au lieu de cinq, aux pattes postérieures) dans un élevage de produits gynogénétiques ([1]), j'ai été amené à présumer l'existence de la mutation *polydactylie* chez le Crapaud ordinaire (*Bufo bufo*). Pour vérifier cette hypothèse, j'ai examiné, ce printemps, un grand nombre d'individus adultes (exactement, 7407 individus, tous du sexe mâle) ([2]), et j'ai, en effet, trouvé six exemplaires présentant, des deux côtés, une bifurcation très nette du premier orteil (orteil le plus interne).

L'anomalie étant symétrique, il n'est guère douteux qu'on n'ait affaire à une mutation. Ce serait, en dehors de l'albinisme, la première mutation rencontrée chez le Crapaud et, plus généralement, chez les Batraciens Anoures ([3]).

Les individus anormaux ont été naturellement conservés et, dès qu'il sera possible, on pratiquera des croisements avec des individus normaux, en vue de déterminer le mode de transmission de l'anomalie.

Les pattes antérieures des polydactyles sont normales; un examen attentif, d'ailleurs, n'a révélé aucune particularité somatique en rapport avec la polydactylie.

L'anomalie, qui s'exprime à peu près de même façon chez les six exemplaires adultes, est sensiblement moins apparente que chez les jeunes.

Deux exemplaires, en outre, présentaient un premier orteil bifide d'un seul côté (l'un à droite, l'autre à gauche); il est possible que, dans ce cas, la bifidité de l'orteil soit due à une hyperrégénération; de même, pour deux exemplaires qui présentaient, d'un seul côté, un deuxième orteil bifide.

Sans doute, la polydactylie se rencontre-t-elle dans les deux sexes, mais jusqu'ici nous n'avons eu l'occasion d'examiner, du moins en grand nombre, que des individus du sexe mâle.

Étant donné l'intensité de la sélection naturelle chez le Crapaud (mortalité larvaire considérable), il sera intéressant de comparer la fréquence de l'anomalie chez les adultes et chez les têtards ou les tout jeunes crapauds.

([1]) Voir J. Rostand, *C. R. Soc. Biol.*, **141**, 1947, p. 629; *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 417.

([2]) Ces crapauds, provenant du Jura, m'ont été fournis par M. Lelogeais.

([3]) La polydactylie a été tout récemment signalée chez un Amblystome du Colorado par David W. Bishop et Robert Hamilton (*Science*, 26 décembre 1947).

Outre la polydactylie, j'ai relevé un certain nombre d'anomalies digitales diverses (ectrodactylie, atrophie du cinquième orteil), dont l'interprétation est plus délicate et sur lesquelles je me propose de revenir dans une prochaine Note.

A présent que l'attention est attirée sur les anomalies digitales des Batraciens Anoures, je ne doute pas qu'on n'en signale bientôt chez d'autres espèces, et, particulièrement chez la Grenouille, où d'anciens auteurs ont observé des exemplaires à six doigts ([1]).

Il est à peine besoin de souligner l'intérêt que pourra présenter, pour maintes recherches expérimentales, l'identification de mutations chez les Batraciens Anoures, jusqu'ici à peu près délaissés par l'investigation génétique.

BIOLOGIE. — *Lois de la croissance post-embryonnaire de quelques Corixides (Hémiptères aquatiques).* Note de M. **André Delsarte**, présentée par M. Maurice Caullery.

Le développement post-embryonnaire des Corixides comporte cinq mues. J'ai effectué, sur des individus récoltés dans la nature ou provenant d'élevages, des mensurations linéaires (longueur totale, largeur de la tête, longueurs des divers articles des pattes, etc.) aux âges successifs, pour quatre espèces, *Corixa geoffroyi* Leach, *Sigara falleni* (Fieber), *Sigara hieroglyphica* (Dufour), *Micronecta Poweri* (Dgl. et Sc.). Les variations individuelles sont suffisamment faibles pour que la moyenne de 10 mesures relatives à un même âge puisse caractériser ce stade.

1° *Corixa geoffroyi.* — Cette espèce, la plus grande, a une durée de développement d'environ 100 jours dans les conditions naturelles. La durée des âges successifs augmente progressivement, de 10 jours pour le premier âge à plus de 30 jours pour le cinquième. Les mesures relatives aux cinq âges larvaires forment cependant, pour chacune des dimensions envisagées, une *progression géométrique* régulière, de raison 1,46 pour la longueur totale, 1,38 pour la largeur de la tête, 1,49 pour le fémur, 1,51 pour le tibia, 1,42 pour le tarse de la patte intermédiaire, etc.

A la mue imaginale, le rapport d'accroissement est, pour toutes les dimensions, plus faible que lors des mues larvaires, et il n'existe pas, entre le rapport imaginal et le rapport larvaire, de relation fixe valable pour toutes les dimensions mesurées.

2° *Genre Sigara.* — Les deux espèces étudiées, plus petites que *Corixa*

([1]) « Quelques auteurs parlent, assez vaguement il est vrai, de l'existence de six doigts aux pattes postérieures de la Grenouille » (Isidore Geoffroy Saint-Hilaire, *Histoire générale et particulière des anomalies de l'organisation chez l'homme et les animaux*, Paris, 1832, t. 1, p. 688).

geoffroyi, ont, dans les mêmes conditions de milieu, une durée de développement plus courte (65 jours pour *S. falleni*, 45 jours pour *S. hieroglyphica*). Chez *S. falleni* et les mâles de *S. hieroglyphica*, les âges larvaires, à partir du second, correspondent également à une progression géométrique, de raison plus faible que chez *Corixa* (pour la longueur totale : 1,35 chez *S. falleni*; 1,28 chez *S. hieroglyphica*). Mais la première mue est marquée, pour toutes les dimensions, par un accroissement plus important que les autres mues larvaires. D'autre part, la durée du premier âge est, chez les *Sigara*, plus longue que celle du second; les durées des âges suivants augmentent progressivement.

Il est cependant possible de faire entrer toutes les mesures relatives au premier âge dans la progression des âges larvaires suivants : pour toutes les dimensions mesurées, en effet, le rapport d'accroissement du premier âge est égal au rapport des âges suivants élevé à une même puissance, 1,57 pour *S. falleni*, 1,30 pour *S. hieroglyphica*. Cette constatation s'interprète aisément en admettant que l'accroissement préparatoire (¹) à la première mue s'effectuerait, en fonction du temps, au même taux que celui des mues suivantes, mais durerait plus longtemps; l'allongement du premier âge étant plus marqué pour *S. falleni* que pour *S. hieroglyphica*.

3° *Dimorphisme sexuel de Sigara hieroglyphica*. — Alors que, chez *Corixa geoffroyi* et *S. falleni*, les différences de taille entre les individus des deux sexes sont insignifiantes, chez *S. hieroglyphica*, par contre, il existe une différence nette à l'avantage des femelles, qui se manifeste à partir de la troisième mue. Les mâles continuent la progression du deuxième et du troisième âge; les femelles marquent une progression plus rapide. La durée du développement est également plus longue chez les femelles que chez les mâles, la différence portant sur les deux derniers âges larvaires.

Il est possible d'interpréter la divergence des femelles, comme celle des larves du premier âge, par une prolongation de la période de croissance des dernières mues, sans modification du taux de croissance en fonction du temps, ni altération des taux de croissance relative.

4° *Micronecta Poweri*. — Cette espèce, la plus petite, montre également un dimorphisme sexuel à l'avantage des femelles, se manifestant à partir du quatrième âge. Mais, ici, ce sont les femelles qui prolongent la progression des premiers âges; les mâles demeurant en deçà.

Ainsi, dans les quatre espèces étudiées et pour toutes les dimensions mesurées, le taux de croissance reste constant durant tout le cours de la vie

---

(¹) Les expériences de régénération relatives à divers Arthropodes (*cf.* L. Tingaud, *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 886) ont montré que la période efficace de croissance ne représentait qu'une fraction de l'intermue. Il n'y a pas nécessairement proportionnalité entre la durée de cette période efficace et la durée de l'intermue.

larvaire, qui paraît constituer, en dépit des interuptions correspondant aux mues, une seule *phase* de croissance. Les irrégularités observées au premier âge chez les *Sigara* et le dimorphisme sexuel portant sur la taille chez *S. hieroglyphica* et *Micronecta* peuvent être attribués à un simple allongement de la durée de certaines intermues. La mue imaginale, par contre, correspondrait à un taux de croissance globale différent et à une répartition nouvelle des taux de croissance entre les parties du corps.

MICROBIOLOGIE. — *La croissance de* Pseudomonas æruginosa *sur les pétroles.* Note de M. **Boris Imelik**, présentée par M. Paul Pascal.

Nous avons cherché les conditions nécessaires pour la croissance du *Pseudomonas æruginosa* sur les pétroles. En revoyant les divers milieux synthétiques proposés pour la culture des bactéries utilisant les hydrocarbures comme source de carbone ([1]), nous avons constaté :

1° L'importance du phosphore, qui est indispensable et l'effet favorable du magnésium pour la croissance du *Pseudomonas æruginosa* sur les pétroles;

2° Les sels de Ca, Zn et Fe sont sans action. Pourtant, le fer peut avoir une action favorable pour la croissance de quelques souches;

3° La source d'azote peut être, soit un sel de NH_4, soit NO_3K. Les composés de NH_4 sont préférables; ils donnent une récolte légèrement supérieure;

4° La formation des acides libres, résultant de l'action des bactéries sur les pétroles, est rare. Donc, on peut remplacer le $CaCO_3$ employé comme tampon et qui est gênant pour l'observation de la croissance au fond de fioles, par un tampon composé de phosphates et de chlorure de sodium.

Tenant compte de ces observations, nous avons constitué un milieu de base ayant la composition suivante : $0^g,5$ NH_4Cl; $1^g,0$ Na_2HPO_4; $0^g,5$ KH_2PO_4; $0^g,5$ $MgSO_4$ et $4^g,0$ NaCl par litre d'eau distillée. Les pétroles constituant la source carbonée sont stérilisés à part dans les tubes scellés et ils sont ajoutés stérilement avant l'ensemencement.

Avec ce milieu, nous avons observé :

1° La croissance satisfaisante de *Pseudomona æruginosa* et des autres bactéries décomposant les pétroles (Actinomyces, Monilia et Sarcina). A titre d'exemple, le tableau suivant montre la croissance d'une souche de *Pseudomonas æruginosa* en employant diverses sources de carbone.

2° L'augmentation parallèle du rendement de la croissance avec celle du poids moléculaire moyen de l'hydrocarbure employé;

3° L'insuffisance du milieu pour l'étude des produits de décomposition des pétroles légers, à cause d'une trop faible croissance (c'est un inconvénient de tous les milieux employés pour l'étude de la croissance des bactéries sur les

([1]) H. F. Hass, *Thèse*, 1942. Kansas State College, Manhattan, Kansas.

Source de carbone.	Bactéries dans 1^{cm^3} du milieu au temps					
	0.	1er jour.	2e jour.	3e jour.	4e jour.	5e jour.
Essence de pétrole (1 %)....	$0,3.10^6$	$2,8.10^8$	9.10^8	2.10^8	10^8	
Heptane (1 %)............	3.10^6	$1,7.10^8$	$1,4.10^8$	8.10^8	2.10^7	5.10^6
Gasoil (1 %)..............	$2,9.10^6$	7.10^{10}	2.10^{11}	8.10^{11}	10^{12}	10^{12}
Huile de vaseline (1 %).....	$3,0.10^6$	$1,0.10^{12}$	5.10^{13}	9.10^{13}	7.10^{13}	7.10^{13}
Glucose (0,05 %)..........	$2,8.10^6$	5.10^{11}				
Glucose (0,05 %) et heptane (1 %)..............	$2,5.10^6$	9.10^{11}	2.10^{12}	10^{12}	2.10^{12}	
Dibromthymolsulfonephtal..	$2,7.10^6$	2.10^8	$3,5.10^8$			
Dibromthymolsulfonephtaleine et heptane.........	2.10^6	8.10^8	$4,3.10^9$	8.10^9	10^{10}	

pétroles). L'addition de $0^g,85$ à $0^g,1$ de glucose par litre fait passer le nombre de germes de 10^8 à 10^{12}, ce que nous considérons comme suffisant pour une étude des produits de décomposition;

4° La vitesse de la croissance et la volonté d'attaque des diverses classes d'hydrocarbures varie d'une souche à l'autre d'une même espèce;

5° La formation d'acides libres par *Pseudomonas æruginosa* à partir des hydrocarbures est observable seulement en présence de dibromothymolsulfonephtaléine, qui peut être utilisée elle-même comme source de carbone.

A 16^h, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 40^m$.

L. B.

ERRATA.

—

(Séance du 19 janvier 1948.)

Note de M. *Vasilesco Karpen*, Rôle de la constante capillaire et de la densité du courant dans l'électrolyse de l'eau :

Page 233, ligne 39, *au lieu de* 0,21, *lire* 0,12.

(Séance du 8 mars 1948.)

Note de M. *Fridolin Firtion*, Sur les variations du pH et du rH dans quelques tourbières du Jura français :

Page 829, ligne 6, *au lieu de* 25,6, *lire* 26,6.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 AVRIL 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

BACTÉRIOLOGIE. — *Étude taxonomique des Bactéries phytopathogènes.* Note de MM. **Joseph Magrou** et **André R. Prévot**.

Le genre *Phytomonas* proposé par Bergey *et al.* en 1923 et groupant 137 espèces phytopathogènes vient d'être invalidé par le nouveau Code International de Nomenclature bactérienne (1) qui interdit les homonymies entre les noms génériques bactériologiques et protistologiques (le genre *Phytomonas* ayant été défini en 1909 par Donovan pour un Flagellé). Mais à notre avis, il y a une raison plus grave en faveur de l'abandon de ce genre : sa définition imprécise permettait de grouper sous ce terme générique les espèces les plus dissemblables : mobiles et immobiles, Gram-positives et Gram-négatives, incolores ou pigmentées. Ces faits, joints aux autres faits d'imprécision et d'hétérogénéité des autres termes génériques groupant les bactéries phytopathogènes, nous incitent à proposer une nouvelle systématique de tout ce groupe si important. Dans cette Note préliminaire nous envisagerons avant tout la taxonomie des espèces ex-*Phytomonas*. Celles-ci appartiennent au moins à trois genres nettement autonomes :

a. Les espèces colorées en jaune au genre *Xanthomonas*;

b. Les espèces présentant un pigment hydrosoluble au genre *Pseudomonas*;

c. Enfin les espèces incolores au nouveau genre *Phytobacterium* n. g. que nous définirons :

Bâtonnets non sporulés, mobiles, pourvus d'un cil polaire unique ou de plusieurs cils polaires, Gram-négatifs, formant des colonies blanches. Pathogènes pour les plantes.

Espèce-type : *Phytobacterium fabæ*.

Les espèces qui, actuellement, peuvent être comprises dans ce genre sont au nombre de 22 : *P. alboprecipitans*, *P. andropogoni*, *P. cannæ*, *P. castaneæ*,

(1) Dont l'édition française doit paraître dans le n° 4 des *Annales de l'Institut Pasteur*, 74, 1948.

P. destructans, *P. helianthi* et var. *tuberosi; P. petasites*, *P. astragali*, *P. cattleyæ*, *P. colurnæ*, *P. eriobotryæ*, *P. fabæ*, *P. iridicola*, *P. lignicola*, *P. maublancii*, *P. panici-miliacei*, *P. passifloræ*, *P. stizolobii*, *P. saliciperda*, *P. woodsii*, *P. zingiberi*.

Reste à fixer sa position dans la systématique et ses rapports avec les genres voisins. Le genre *Phytobacterium* fait partie de la famille des *Pseudomonadaceæ* (Winslow et *al.* 1917) emend., tribu des *Pseudomonadeæ* (Kluyver et van Niel, 1936) emend. dont le genre-type est *Pseudomonas* (Migula, 1894) emend. Aux 31 espèces qui composent ce genre très important, dont l'espèce-type est *Ps. fluorescens* (Flügge) Migula, vont s'ajouter 72 espèces pigmentées à pigment hydrosoluble libérées par la disparition du terme *Phytomonas*. C'est à côté de ce genre *Pseudomonas* que figure le nouveau genre II : *Phytobacterium*, défini plus haut. A côté de lui, nous plaçons le genre III : *Agrobacterium* (Conn, 1942) emend. dont l'espèce-type est *Agrobacterium tumefaciens* (E. F. Smith et Townsend), comprenant en outre deux autres espèces. Plus loin le genre IV : *Xanthomonas* (Dowson, 1939) emend. groupant les espèces mobiles formant des colonies jaunes à pigment non hydrosoluble et dont l'espèce-type est *X. hyacinthi* (Wakker), comprenant en outre 52 espèces. Le genre V est *Erwinia* (Winslow et *al.*, 1917) dont l'espèce-type est *Erwinia amylovora*, comprenant en outre 29 espèces. Le genre VI enfin est *Aplanobacter* (E. F. Smith, 1905) emend., groupant les espèces immobiles, asporulées, Gram-négatives, dont le type est *A. stewarti* (E. F. Smith), Mc Culloch, 1918, et comprenant en outre 6 espèces.

Cette nouvelle taxonomie réalise pour la première fois une homogénéité parfaite des groupes proposés, en particulier met en évidence le caractère Gram-négatif absolu de toute la famille des *Pseudomonadaceæ* à laquelle on a rattaché à tort de nombreuses espèces Gram-positives. Le reclassement de celles-ci sera étudié prochainement dans un Mémoire d'ensemble où l'on trouvera, en outre, la définition de tous les genres de la tribu des *Pseudomonadaceæ* et la liste des espèces qu'ils comprennent.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats au poste de Directeur de l'Observatoire du Puy de Dôme, pour la première ligne, M. *Henri Dessens* obtient 43 suffrages contre 2 à M. *Philippe Pluvinage;* il y a 1 bulletin blanc.

Pour la seconde ligne, M. *Philippe Pluvinage* obtient 42 suffrages; il y a 1 bulletin blanc.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

En première ligne	M. Henri Dessens.
En seconde ligne	M. Philippe Pluvinage.

CORRESPONDANCE.

Le Comité d'organisation des **Journées scientifiques du pain** annonce que ces Journées, organisées par le **Centre National de coordination des Études et Recherches sur la nutrition et l'alimentation**, auront lieu les 27, 28 et 29 avril 1948, à l'Institut National Agronomique.

Le Président de la **Société de Chimie Industrielle** informe l'Académie que le vingt-et-unième **Congrès de Chimie Industrielle** se tiendra à Bruxelles, du 11 au 19 septembre 1948.

M. **Georges Mangenot** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Botanique, par le décès de M. *Pierre-Augustin Dangeard*.

M. **Edgar Douglas Adrian**, Correspondant de l'Académie, Secrétaire pour l'Étranger de la **Royal Society**, M. **Guido Castelnuovo**, Correspondant de l'Académie, Président de l'**Accademia Nazionale dei Lincei**, au nom de ces Compagnies, adressent leurs sentiments de condoléances à l'occasion du décès de M. *Alfred Lacroix*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Jean Malmejac. *Médecine de l'aviation. Bases physiologiques et physio-pathologiques* (présenté par M. Léon Binet).

ALGÈBRE. — *Théorie non abélienne des corps de classes pour les extensions galoisiennes des corps de nombres algébriques : f-extensions; conducteur.* Note (*) de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Élie Cartan.

Je conserve les notations de mes Notes précédentes ([1]). K étant une extension finie d'un corps $\mathfrak{p}$-adique k, définie par un $f(x) \in S_k$, et $\mathfrak{J}$ étant un vrai multiple de $\mathfrak{J}_{K/k}$, on a $n(K/k; \mathfrak{J}) = H(l, L, \varphi_{K/k}(-\text{Log}|\mathfrak{J}| : c))s : n$, où l, L sont les nombres d'éléments des corps de restes r, R des k, K, où c est le plus petit élément positif du module de valuation $\mathfrak{M}$ de K, où $n = (K : k)$, où s est le nombre des extensions conjuguées distinctes de K/k, et où $H(l, L, a)$ est une fonction des seules variables indiquées, à savoir $H(l, L, a) = u(l, L) L^{[a]}$, où $u(l, L)$ ne dépend que des l, L, et où $[a]$ est la partie entière de a. On peut donc décider finiment si $s = 1$, autrement dit si $f(x)$ est normal.

Si $\alpha, \beta \in \mathfrak{K}$ et si $\omega(\alpha - \beta) > \rho^{(f)}$, où $f = f_{\alpha/k}$ (autrement dit, si β est plus près de α que de ses autres conjugués), *on a* $k(\beta) \supseteq k(\alpha)$. Donc, si α et β sont donnés

(*) Séance du 12 avril 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 785, 973 et 1113; 226, 1948, p. 535.

comme fonctions rationnelles à coefficients dans k d'un $\gamma \in \mathfrak{K}$, on a $k(\beta) \supseteq k(\alpha)$ si, et seulement s'il existe un polynome $\psi(x)$ dans k de degré inférieur à celui de $f_{\beta/k}(x)$ tel que $\omega(\psi(\beta) - \alpha) > \nu^{(f)}$. Mais puisque, alors $|\psi(\beta)| = |\alpha|$, les coefficients de $\psi(x)$ sont bornés. D'autre part, si les coefficients correspondants de $\psi(x)$ et de $\psi_1(x)$ sont assez proches, on a en même temps $\omega(\psi(\beta) - \alpha) > \nu^{(f)}$ et $\omega(\psi_1(\beta) - \alpha) > \nu^{(f)}$. Ainsi, on peut décider finiment si $k(\beta) \supseteq k(\alpha)$.

Soient k un corps, $k[x]$ l'anneau des polynomes en x dans k, S_k l'ensemble des polynomes normés irréductibles de $k[x]$. On sait que si $f(x) \in S_k$, l'extension K/k définie par $f(x)$ est isomorphe au corps quotient $K^{(f)}$ de $k[x]$ par son idéal premier $f(x).k[x]$. $K^{(f)}$ est dite la *f-extension* de k. On notera $(a(x); f(x))$ la classe de $a(x) \in k[x]$ suivant $f(x)$, et $K^{(f)}$ est l'ensemble de telles classes distinctes. Un $\alpha = (a(x); f(x)) \in K^{(f)}$ est dit une *f-représentation* de son polynome minimal $f_{\alpha/k}(x)$ dans k. Si $\theta = (t(x), g(x))$ est une g-représentation de $f(x)$, $\alpha = (a(x); f(x)) \to \alpha^* = (a(t(x)); g(x))$ est un isomorphisme de $K^{(f)}/k$ dans $K^{(g)}/k$, dit l'*équivalence* suivant θ [notation : $\alpha \sim \alpha^*(\theta)$].

k étant un corps de nombres algébriques, soient $\mathfrak{p}$ un idéal premier de k, $|..|$ une des valuations équivalentes de k qui correspondent à $\mathfrak{p}$, $\bar{k}$ le complété de k par rapport à $|..|$. On sait que les diviseurs premiers $\mathfrak{P}$ de $\mathfrak{p}$ dans $K^{(f)}$ [et les valuations et ordres correspondants $|...|_{\mathfrak{P}}$, prolongeant $|..|$, et $\omega_{\mathfrak{P}}(..)$] correspondent aux facteurs premiers de $f(x)$ dans $\bar{k}$. Il existe une puissance $\mathfrak{p}^u$ de $\mathfrak{p}$ telle que ces facteurs soient incongrus (mod $\mathfrak{p}^u$), et, quel que soit $\mathfrak{p}^u$, la décomposition de $f(x)$ (mod $\mathfrak{p}^u$) peut se faire finiment. $\bar{f}(x)$ étant un de ces facteurs, on notera $\mathfrak{P}(\bar{f})$ l'idéal premier correspondant [c'est-à-dire tel que $|\bar{f}(\xi)|_{\mathfrak{P}} = 0$, où $\xi = (x, f(x))$] de $K^{(f)}$. $\bar{\alpha} = (a(x); \bar{f}(x)) \in \bar{K}$, où $\bar{K}$ est le complété de K par rapport à $|..|_{\mathfrak{P}(\bar{f})}$, sera dit la $\mathfrak{P}(\bar{f})$*-composante* de $\alpha = (a(x); f(x)) \in K^{(f)}$. Si $\mathfrak{P} | \mathfrak{p}$, si $\bar{\alpha}$ est la $\mathfrak{P}$-composante de $\alpha \in K^{(f)}$, et si $z(x) = f_{\bar{\alpha}/\bar{k}}(x)$, $\varphi_z(\nu)$, $\nu^{(z)}$ et φ_z, relatives à $z \in S_{\bar{k}}$, seront notés $\varphi_{\mathfrak{P},\alpha}(\nu)$, $\nu_{\mathfrak{P},\alpha}$, $\varphi_{\mathfrak{P},\alpha}$. Si ν est le degré de $a(x)$, $|\alpha|_{\mathfrak{P}(\bar{f})}$ est égal à $|a(\xi)|_{\mathfrak{P}(\bar{f})} = d_\nu(a(x), \bar{f}(x))$, donc se calcule finiment, car il suffit de connaître $\bar{f}(x)$ seulement mod $\mathfrak{p}^u$, pour u assez grand, près. On aura à considérer les idéaux $\mathfrak{A}$ de $K^{(f)}$ dont certains facteurs sont à l'infini, mais, afin d'éviter des complications techniques, je ne décrirai les notions qui les concernent que pour les $\mathfrak{A}$ finis, tout en les employant pour les $\mathfrak{A}$ quelconques. Si $\mathfrak{A} = \Pi \mathfrak{P}^{u(\mathfrak{P})}$ est un idéal de $K^{(f)}$, on peut décider finiment si $\alpha \equiv \beta (\mathrm{mod}\ \mathfrak{A})$ (α, $\beta \in K^{(f)}$). Si $\theta \in K^{(g)}$ est une g-représentation de $f(x)$, on dit que $\mathfrak{P}^* = \mathfrak{P}(\bar{g})$; où $\bar{g}(x)$ est un facteur premier de $g(x)$ dans $\bar{k}$, θ*-divise* $\mathfrak{P} = \mathfrak{P}(\bar{f})$ [$\mathfrak{P}^* | \mathfrak{P}(\theta)$] si $\bar{f}(x) = f_{\bar{\theta}/\bar{k}}(x)$, où $\bar{\theta}$ est la $\mathfrak{P}^*$-composante de θ. Soit $e(\mathfrak{P}^*)$ l'indice du module de valuation $\mathfrak{M}(\mathfrak{P})$ de K valué par $|..|_{\mathfrak{P}}$ dans celui $\mathfrak{M}(\mathfrak{P}^*)$ de $K^{(g)}$ valué par $|..|_{\mathfrak{P}^*}$. $\mathfrak{A} = \Pi \mathfrak{P}^{u(\mathfrak{P})}$ sera dit θ*-équivalent* à l'idéal

$\mathfrak{Q}^* = \Pi\Pi\, \mathfrak{P}^{*e(\mathfrak{p}^*)u(\mathfrak{p})}[\mathfrak{Q} \sim \mathfrak{Q}^*(\theta)]$, où le double produit est étendu aux $\mathfrak{P}\,|\,\mathfrak{Q}$ et aux $\mathfrak{P}^*\,|\,\mathfrak{P}(\theta)$. Un idéal $\mathfrak{Q}_1$ de $K^{(f)}$ est dit un *multiple strict* de $\mathfrak{Q}$ si, pour tout diviseur premier $\mathfrak{P}$ de $\mathfrak{Q}$, $\omega_{\mathfrak{p}}(\mathfrak{Q}_1) > \omega_{\mathfrak{p}}(\mathfrak{Q})$ [notation : $\mathfrak{Q} \,\|\, \mathfrak{Q}_1$].

$\mathfrak{Q}$ et Δ étant deux idéaux de $K^{(f)}$, on écrira, pour α, $\beta \in K^{(f)}$, $\alpha \equiv \beta$ $(\mathrm{mod}\,\mathfrak{Q}\{\Delta\})$, si $\alpha \equiv \beta\ (\mathrm{mod}\,\mathfrak{Q})$ et s'il existe un $\lambda \in k$ tel que $\lambda \equiv 1\ (\mathrm{mod}\,\mathfrak{Q})$ de manière que $\lambda\beta : \alpha \equiv 1\ (\mathrm{mod}\,\Delta)$. Les classes $(\mathrm{mod}\,\mathfrak{Q}\{\Delta\})$ des nombres de $K^{(f)}$ premiers à $\mathfrak{Q}$ forment un groupe multiplicatif d'ordre fini, homomorphe à celui des classes $(\mathrm{mod}\,\mathfrak{Q})$.

Soient $u(\mathfrak{P})_\alpha = \varphi_{\mathfrak{p},\alpha}(u(\mathfrak{P})\,\omega_{\mathfrak{p}}(\mathfrak{P})) : \omega_{\mathfrak{p}}(\mathfrak{P})$, $(\mathfrak{P}^{u(\mathfrak{p})})_k^\alpha = \mathfrak{P}^{u(\mathfrak{p})_\alpha}$. Posons $(\mathfrak{Q})_k^\alpha = (\Pi\,\mathfrak{P}^{u(\mathfrak{p})})_k^\alpha = \Pi(\mathfrak{P}^{u(\mathfrak{p})})_k^\alpha$. Si $\mathfrak{Q}_2$ est premier au discriminant $D_{\alpha/k}$ de α par rapport à k, on a $(\mathfrak{Q}_1\,\mathfrak{Q}_2)_k^\alpha = (\mathfrak{Q}_1)_k^\alpha\,\mathfrak{Q}_2$. α est dit *semi-congru* à β $\left(\mathrm{mod}(\mathfrak{Q})_k^\alpha\right)$ ou $\left(\mathrm{mod}(\mathfrak{Q})_k^\alpha\{\Delta\}\right)$ $\left[\text{notation} : \alpha \rightrightarrows \beta\left(s.\text{-mod}(\mathfrak{Q})_k^\alpha\right) \text{ ou } \left(s.\text{-mod}(\mathfrak{Q})_k^\alpha\{\Delta\}\right)\right]$ quand $\alpha \equiv \beta\ (\mathrm{mod}\,\mathfrak{Q})$ ou $(\mathrm{mod}\,\mathfrak{Q}\{\Delta\})$. Si $n_{\mathfrak{p}}(\alpha)$ est le degré de la $\mathfrak{P}$-composante $\alpha_{\mathfrak{p}}$ de α par rapport à $\bar{k}$ $(\mathfrak{P}\,|\,\mathfrak{p})$, on a, en vertu de la théorie locale résumée, $\varphi_{\mathfrak{p},\alpha}(\omega_{\mathfrak{p}}(\alpha - \beta)) : n_{\mathfrak{p}}(\alpha) = \varphi_{\mathfrak{p},\beta}(\omega_{\mathfrak{p}}(\alpha - \beta)) : n_{\mathfrak{p}}(\beta) \leqq -\,\mathrm{Log}\,\alpha_1(f_{\alpha_{\mathfrak{p}}/\bar{k}}, f_{\beta_{\mathfrak{p}}/\bar{k}})$. Cette relation n'est pas, en général, symétrique, mais est réflexive et transitive. Elle devient symétrique si, pour tout $\mathfrak{P}\,|\,(\mathfrak{Q})_k^\alpha$, on a $n_{\mathfrak{p}}(\alpha) = n_{\mathfrak{p}}(\beta)$, auquel cas on écrira $\alpha \equiv \beta$ $\left(s.\text{-mod}(\mathfrak{Q})_k^\alpha\right)$ ou $\left(s.\text{-mod}(\mathfrak{Q})_k^\alpha\{\Delta\}\right)$. Si $\Delta_{K^{(f)}}$ est le produit des idéaux premiers $\mathfrak{P}$ de $K^{(f)}$ tels que $N(\mathfrak{P}) \leqq \sqrt{D_{K^{(f)}}}$, on écrira, dans les semi-congruences, $(s.\text{-mod}\,\mathfrak{Q}; f)$ au lieu de $(s.\text{-mod}\,\mathfrak{Q}\{\Delta_{K^{(f)}}\})$.

Soit $\mathfrak{F}_{\alpha/k}$ le produit des $\mathfrak{F}_{\alpha_{\mathfrak{p}}/\bar{k}} = (\mathfrak{P}^{\nu_{\mathfrak{p},\alpha}:\omega_{\mathfrak{p}}(\mathfrak{p})})_k^\alpha = \mathfrak{P}^{\varphi_{\mathfrak{p},\alpha}:\omega_{\mathfrak{p}}(\mathfrak{p})}$, étendu aux facteurs premiers de $D_{k(\alpha)/k}$, et des idéaux à l'infini de k ramifiés dans $k(\alpha)/k$. Si f est un polynome normal (ce qui, en vertu de la conséquence 2 de la loi de monodromie et de la théorie locale, peut être décidé finiment) et si $\mathfrak{F}_{\alpha/k} \,\|\, \mathfrak{F}$, $\alpha \rightrightarrows \beta\,(s.\text{-mod}\,\mathfrak{F}; f)$ entraîne, en vertu de la conséquence 5 de la loi de monodromie et de la théorie locale, $k(\beta) \supseteq k(\alpha)$. Si, en plus, $(k(\beta):k)$ est $\leqq (k(\alpha):k)$, on a $k(\beta) = k(\alpha)$, d'où $n_{\mathfrak{p}}(\alpha) = n_{\mathfrak{p}}(\beta)$ et $\alpha \equiv \beta\,(s.\text{-mod}\,\mathfrak{F}; f)$.

Un $\alpha \in K^{(f)}$ est dit *f-discriminantiel* $(\mathrm{mod}\,\mathfrak{Q})$ si, pour tout idéal premier $\mathfrak{P}\,|\,\mathfrak{Q}\Delta_{K^{(f)}}$ de $K^{(f)}$, $f_{\alpha_{\mathfrak{p}}/\bar{k}}(x)$ est un polynome discriminantiel de $\bar{k}$. Si α est f-discriminantiel $(\mathrm{mod}\,\mathfrak{F}_{\alpha/k})$, $\mathfrak{F}_{\alpha/k}$ est un idéal $\mathfrak{F}_{K'/k}$, ne dépendant, aux θ-équivalences près, que de $K' = k(\alpha)$, dit *conducteur de* K'/k et égal au p. g. c. d. des $\mathfrak{F}_{\beta/k}$, où β parcourt les entiers de K'.

ALGÈBRE. — *Formes quadratiques dans un corps arbitraire.* Note (*) de M. **François Châtelet**, présentée par M. Gaston Julia.

1. En considérant les formes quadratiques à coefficients dans un corps K, et dont les valeurs des variables sont dans K, on peut se poser les deux pro-

(*) Séance du 12 avril 1948.

blèmes essentiels : trouver les conditions pour qu'une forme s'annule pour au moins un système de valeurs des variables; classer les formes en ensembles de formes qui se déduisent les unes des autres par des substitutions linéaires régulières à coefficients dans K.

Ce sont des problèmes moins précis, mais analogues et plus généraux, que ceux de la théorie arithmétique des formes quadratiques à coefficients *entiers*, telle que la concevait Gauss.

Ces problèmes ont été abordés par Minkowski ([1]), puis résolus de manières différentes par Hasse ([2]), Witt ([3]), Siegel ([4]), dans le cas où K est un corps de nombres algébriques. Witt a également étudié le cas d'un corps arbitraire K et montré les rapports de ces problèmes et de problèmes classiques de la théorie des algèbres simples et normales sur K; mais il n'a obtenu dans cette voie de résultats vraiment complets que pour les formes de trois variables au plus.

Je vais montrer comment un langage géométrique simple permet d'expliquer et de compléter les résultats généraux de Witt. Il suffit ensuite de les comparer avec ceux de la théorie des algèbres sur un corps de nombres algébriques pour obtenir les résultats de Minkowski et Hasse.

2. Pour les formes quadratiques décomposables, soit dans le corps K lui-même, soit dans une extension finie de K, les problèmes sont triviaux. Tel est le cas notamment pour toutes les formes d'une ou de deux variables.

Une forme quadratique ternaire, indécomposable dans toute extension finie de K, représente, en coordonnées homogènes, une conique irréductible à coefficients dans K. Les substitutions linéaires régulières sur les coordonnées homogènes correspondent aux homographies non dégénérées du plan. On démontre de plus que toute correspondance birationnelle entre deux coniques d'un même plan peut être considérée comme la trace sur ces coniques d'une homographie (non dégénérée) du plan.

Les problèmes proposés sont alors des cas particuliers de problèmes, concernant les courbes unicursales, étudiés dans ma thèse ([5]). J'ai ramené ces derniers à des problèmes classiques de la théorie des algèbres.

Ces considérations permettent de retrouver les résultats de Witt pour les formes ternaires dans tous leurs détails.

3. Une forme quadratique quaternaire, indécomposable dans toute extension finie de K, représente, en coordonnées homogènes, une quadrique non dégénérée de l'espace à trois dimensions, à coefficients dans K. Les substitutions

---

([1]) *Ges. Abd.*, **1**, 1914, p. 219.
([2]) *J. de Crelle*, **153**, 1924, p. 158.
([3]) *J. de Crelle*, **176**, 1936, p. 31.
([4]) *Amer. J. of. Math.*, **63**, 1941, p. 658.
([5]) *Ann. Scien. de l'École Norm. sup.*, **61**, 1945, p. 249-300.

linéaires régulières sur les coordonnées homogènes correspondent encore aux homographies non dégénérées de l'espace.

Une homographie non dégénérée de l'espace transforme toute droite en une droite et, plus précisément, transforme les droites d'un même système d'une quadrique en les droites d'un même système de la quadrique transformée. Or, on peut mettre les droites des deux systèmes d'une quadrique Q en correspondance homographique respectivement avec les points de deux coniques. Si Q a ses coefficients dans K et si d désigne son discriminant, on peut construire ces deux coniques γ_1 et γ_2 de manière qu'elles aient leurs coefficients dans le corps $K(\sqrt{d})$ et qu'elles soient conjuguées par rapport à K. Une homographie non dégénérée L de l'espace qui transforme une quadrique Q en une quadrique Q' engendre une homographie l_1 du plan entre γ_1 et γ'_1 et une homographie l_2 entre γ_2 et γ'_2. Si L a ses coefficients dans K, l_1 et l_2 ont leurs coefficients dans $K(\sqrt{d})$ et sont conjuguées par rapport à K ; ce qui exige notamment que le discriminant d' de Q' soit le produit de d et du carré d'un nombre de K.

Inversement, si deux quadriques Q et Q' ont même discriminant d à un facteur carré de K près, un couple d'homographies, s'il en existe, l_1 entre γ_1 et γ'_1 et l_2 entre γ_2 et γ'_2, à coefficients dans $K(\sqrt{d})$ et conjuguées par rapport à K, détermine une homographie L de l'espace entre Q et Q', à coefficients dans K.

Le problème de la classification des quadriques, ou des formes quadratiques quaternaires, dans K, se trouve ainsi ramené au problème de la classification des coniques ou des formes quadratiques ternaires, dans $K(\sqrt{d})$.

D'autre part, les points de Q à coordonnées dans K correspondent biunivoquement aux couples de génératrices de systèmes différents, à coefficients dans $K(\sqrt{d})$ et conjuguées par rapport à K. La recherche des points de K sur Q, ou des zéros dans K de la forme quadratique correspondante, se ramène donc à la recherche des points dans $K(\sqrt{d})$ sur l'une des coniques γ_1 ou γ_2, ce qui explique le critère de Witt pour l'existence de zéros dans K d'une forme quadratique ternaire.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la fonction* $\nu(t, n)$.

Note (*) de M. **Serge Colombo**, présentée par M. Henri Villat.

Par définition :

$$\nu(t, n) = \int_0^\infty \frac{t^{s+n}}{\Gamma(s+n+1)}\, ds,$$

$$\nu i(t, n) = \int_0^\infty \frac{\nu(s, n)}{s}\, ds;$$

(*) Séance du 12 avril 1948.

on a :

$$\nu\,(t,\, n) \supset p^{-n}(\log p)^{-1},$$
$$\nu i(t,\, n) \supset -\,\mathrm{E}i[-n\log p].$$

Nous poserons pour abréger : $\nu(t,\, o) = \nu(t)$.

Partons de l'égalité symbolique :

$$\int_0^\infty \frac{t^{s-\frac{1}{2}}}{\Gamma(s+1)}\,ds \supset \int_0^\infty \frac{\Gamma\left(s+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma(s+1)}\,p^{-s+\frac{1}{2}}\,ds.$$

On sait que :

$$\frac{\Gamma\left(s+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma(s+1)} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}\left(s+\frac{1}{2}+n\right)^{-1};$$

il en résulte que :

$$\int_0^\infty \frac{t^{s-\frac{1}{2}}}{\Gamma(s+1)}\,ds = \frac{\nu(t)}{\sqrt{\pi}} \supset \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{\pi}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}\int_0^\infty \frac{p^{-s}}{s+\frac{1}{2}+n}\,ds,$$

soit encore

$$\frac{\nu(t)}{\sqrt{t}} = \frac{p}{\sqrt{\pi}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2n!}{2^{2n}(n!)^2}\int_{\frac{1}{2}}^{\infty}\frac{p^{-u}}{u+n}\,du = \frac{p}{\sqrt{\pi}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2n!}{2^{2n}(n!)^2}\,p^n\int_{\frac{1}{2}+n}^{\infty}\frac{e^{-v\log p}}{v}\,dv,$$

d'où finalement

$$\sqrt{\pi}\int_0^t \frac{\nu(\xi)}{\sqrt{\xi}}\,d\xi \supset -\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n)!\,p^n}{2^{2n}(n!)^2}\,\mathrm{E}i\left[-\left(n+\frac{1}{2}\right)\log p\right].$$

Or

$$\lim_{t\to+0}\frac{d}{dt}\nu i\left(t,\,\frac{3}{2}\right) = \lim_{t\to+0}\frac{\nu\left(t,\,\frac{3}{2}\right)}{t} = 0, \qquad \lim_{t\to+0}\frac{d^2}{dt^2}\nu i\left(t,\,\frac{5}{2}\right) = \lim_{t\to+0}\frac{d}{dt}\frac{\nu\left(t,\,\frac{5}{2}\right)}{t} = 0,$$

et plus généralement

$$\lim_{t\to+0}\frac{d^n}{dt^n}\nu i\left(t,\, n+\frac{1}{2}\right) = 0;$$

on voit ainsi qu'on se trouve dans les conditions requises pour pouvoir écrire que

$$\frac{d^n}{dt^n}\nu i\left(t,\, n+\frac{1}{2}\right) \supset p^n\,\mathrm{E}i\left[-\left(n+\frac{1}{2}\right)\log p\right].$$

On peut donc conclure

$$\sqrt{\pi}\int_0^t \frac{\nu(\xi)}{\sqrt{\xi}}\,d\xi = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)}\,\nu i^{(n)}\left(t,\, n+\frac{1}{2}\right).$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les solutions fondamentales d'un type d'équations intégrales singulières.* Note de M. **Maurice Parodi**, présentée par M. Henri Villat.

Nous considérons l'équation intégrale

$$f(t)+\lambda\int_0^\infty \mathrm{K}(x, t)\,f(x)\,dx = g(t), \tag{1}$$

où le noyau $\mathrm{K}(x, t)$ a une transformée de Laplace de la forme

$$\rho(p)\,e^{-x\psi(p)} \qquad \left(\mathrm{R}[\psi(p)]>0\right),$$

$\psi(p)$ étant une fonction périodique d'*ordre trois.*

En représentant par $\psi(p)$ et $\theta(p)$ les images respectives de $f(t)$ et $g(t)$, l'équation (1) admet la transformée

$$\varphi(p)+\lambda\,\varphi[\psi(p)] = \theta(p) \tag{2}$$

et, en employant une méthode analogue à celle utilisée dans un travail antérieur (¹), on trouve que sa solution en $\varphi(p)$ est

$$\varphi(p)=\frac{\theta(p)-\lambda\rho(p)\,\theta[\psi(p)]+\lambda^2\rho(p)\,\rho[\psi(p)]\,\theta[\psi\psi(p)]}{1+\lambda^3\rho(p)\,\rho[\psi(p)]\,\rho[\psi\psi(p)]}.$$

Une intégrale de Bromwich-Wagner, prise le long d'un contour convenable, donne donc la solution de (1). Nous nous proposons d'étudier plus particulièrement le cas où la fonction $\rho(p)$ est telle que l'on ait

$$\rho(p)\,\rho[\psi(p)]\,\rho[\psi\psi(p)] = \varepsilon \qquad (\varepsilon=\pm 1). \tag{3}$$

Dans ces conditions, $\psi(p)$ étant une fonction périodique du troisième ordre, on peut montrer que le noyau est tel que si l'on a

$$g(t)=\int_0^\infty \mathrm{K}(x, t) f(x)\,dx; \tag{4}$$

il en résulte

$$f(t)=\varepsilon\int_0^\infty \mathrm{K}(x, t)\,dx\int_0^\infty \mathrm{K}(\lambda, x)\,g(\lambda)\,d\lambda, \tag{5}$$

ce qui généralise la notion de noyau réciproque.

En supposant le noyau de cette forme, la solution générale de (1) est facile à obtenir et ses valeurs caractéristiques sont données par l'équation $\lambda^3\varepsilon+1=0$. Nous allons montrer que l'on peut déterminer facilement les solutions fondamentales correspondantes.

(¹) M. Parodi, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 43.

Nous raisonnerons dans le cas où $\varepsilon = +1$, la méthode étant la même pour $\varepsilon = -1$. Les valeurs caractéristiques sont

$$\lambda = -1, \qquad \lambda = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2}, \qquad \lambda = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2}.$$

Pour $\lambda = -1$, on a à résoudre l'équation

$$\varphi(p) - \rho(p)\varphi[\psi(p)] = \theta(p).$$

En itérant deux fois et en éliminant $\varphi[\psi\psi(p)]$, il apparaît que l'équation n'est soluble que si l'on a

$$\theta(p) = -\rho(p)\theta[\psi(p)] - \frac{\theta[\psi\psi(p)]}{\rho[\psi\psi(p)]}, \tag{6}$$

c'est-à-dire si $g(t)$ satisfait à l'équation

$$g(t) = -\int_0^\infty K(x, t)g(x)\,dx - \int_0^\infty K(x, t)\,dx \int_0^\infty K(\lambda, x)g(\lambda)\,d\lambda,$$

de solution

$$g(t) = A(t) - \int_0^\infty K(x, t)A(x)\,dx,$$

$A(t)$ étant une fonction arbitraire.

En utilisant une méthode de résolution analogue à celle employée dans une Note antérieure ([2]), la solution de (6) s'écrit dans ces conditions

$$\varphi(p) = -\frac{1}{3}\left[\rho(p)\theta[\psi(p)] - \eta(p) - \rho(p)\eta[\psi(p)] + 2\frac{\theta[\psi\psi(p)]}{\rho[\psi\psi(p)]} - \frac{\eta[\psi\psi(p)]}{\rho[\psi\psi(p)]}\right],$$

$\eta(p)$ étant une fonction arbitraire. Il vient ainsi, après quelques transformations, pour la solution fondamentale correspondant à $\lambda = -1$,

$$f(t) = -\frac{1}{3}\left\{-2g(t) - \int_0^\infty K(x, t)g(x)\,dx - h(t) - \int_0^\infty K(x, t)h(x)\,dx - \int_0^\infty K(x, t)\,dx\int_0^\infty K(\lambda, x)h(\lambda)\,d\lambda\right\},$$

où $h(t) \supset \eta(p)$.

Pour les valeurs caractéristiques $\lambda = (1 \pm i\sqrt{3})/2$, on trouve que le problème n'est possible que si $g(t)$ prend l'une des formes respectives

$$g(t) = A(t) + \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}\int_0^\infty K(x, t)A(x)\,dx.$$

$A(t)$ étant une fonction arbitraire et, que les solutions fondamentales correspondantes ont la même forme qui dans le cas précédent, les coefficients des intégrales qui y figurent étant $1 \pm i\sqrt{3}/2$ pour les deux premières et $(1 \pm i\sqrt{3}/2)^{-1}$ pour la dernière.

([2]) M. Parodi, *Comptes rendus* **226**, 1948, p. 153.

Plus généralement, une méthode analogue permet de déterminer les solutions fondamentales d'équations intégrales dont les noyaux ont des images où $\psi(p)$ est une fonction périodique d'ordre n et où $\rho(p)$ satisfait à une relation de la forme

$$\rho(p)\rho[\psi(p)], \ldots, \rho\Big[\underbrace{\psi\psi\ldots,\psi}_{(n-1)}(p)\Big] = \varepsilon \qquad n > 1.$$

La forme du noyau conduit à une généralisation des relations (4) et (5) et les valeurs propres sont données par la relation $\lambda^n\varepsilon + 1 = 0$.

Nous savons donc définir un ensemble d'équations intégrales singulières qui, contrairement à ce qui se passe dans les équations de Fredholm régulières, ont un nombre illimité de solutions fondamentales distinctes correspondant à une valeur caractéristique ([3]).

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Théorèmes sur les quadriques et les cyclides à lignes de courbure circulaires*. Note (*) de M. **Fernand Backes**, présentée par M. Paul Montel.

I. Si l'on effectue une substitution quelconque $U = f(u)$, $V = g(v)$ sur les paramètres des génératrices d'une quadrique, la droite joignant les points de paramètres (u, v) et (U, V) engendre une congruence W; de plus, u, v sont les paramètres asymptotiques des nappes de la surface focale.

Soumettons, en effet, la quadrique à une homographie telle que la transformée soit le paraboloïde défini par l'équation homogène $x^2 - y^2 = zt$. Si u, v désignent les paramètres des génératrices de cette surface, on a

$$x = u + v, \qquad y = u - v, \qquad z = uv, \qquad t = 1,$$

et la droite joignant ce point au point de coordonnées

$$X = U + V, \qquad Y = U - V, \qquad Z = UV, \qquad T = 1,$$

a pour coordonnées plückériennes

$$\begin{matrix} 2(vU - uV), & Uu(V - v) + Vv(U - u), & u - U + v - V, \\ uv - UV, & u - U - v + V, & Uu(V - v) - Vv(U - u). \end{matrix}$$

Celles-ci sont solutions de l'équation de Laplace

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial v} = \frac{\partial\theta}{\partial u}\frac{\partial}{\partial v}\log(V - v) + \frac{\partial\theta}{\partial v}\frac{\partial}{\partial u}\log(U - u) - \theta\frac{\partial}{\partial u}\log(U - u)\frac{\partial}{\partial v}\log(V - v),$$

de sorte que la droite considérée engendre une congruence W, u et v étant les paramètres des asymptotiques de ses nappes focales. Les invariants de l'équation précédente étant égaux (même nuls), la congruence est R.

([3]) *Cf.* E. Picard, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 980.

(*) Séance du 12 avril 1948.

La polaire de la droite considérée, relativement à la quadrique, engendre aussi une congruence R.

2. Si la quadrique est une sphère et si l'on effectue sur u, v la substitution

$$U = \frac{au+b}{cu+d}, \qquad V = \frac{av+b}{cv+d},$$

les figures (Φ) et (Φ_1), décrites respectivement par les points (u, v) et (U, V), sont, on le sait, égales ou symétriques.

Dès lors, si l'on considère le mouvement sur la sphère d'une figure sphérique indéformable et que l'on désigne par (Φ) et (Φ_1) les positions de cette figure aux instants t, t_1, la droite joignant deux positions d'un même point de la figure engendre une congruence R. Dans le cas présent, une des nappes focales se réduit à la droite de l'infini d'un plan normal à l'axe de rotation qui amène (Φ) sur (Φ_1); l'autre nappe est constituée par un ellipsoïde de révolution, lieu du milieu du segment de droite joignant les points générateurs Φ et Φ_1.

Si t_1 tend vers t, on voit que les tangentes aux trajectoires décrites par les différents points d'une figure sphérique mobile sur une sphère, et relativement à un même instant, engendrent une congruence R pour laquelle l'une des nappes focales est la sphère envisagée, l'autre se réduisant à l'axe instantané de rotation.

Plus généralement, une congruence dont les nappes focales sont formées par une quadrique et une droite, est R.

3. En soumettant la figure du numéro 1 à la transformation de Lie, on obtient le résultat suivant : si l'on établit une correspondance arbitraire $U = f(u)$, $V = g(v)$ entre les paramètres des lignes de courbure d'une cyclide à lignes de courbure circulaires et que l'on considère les sphères de courbures principales aux points de coordonnées (u, v) et (U, V), la sphère Σ, tangente aux quatre sphères précédentes, engendre une congruence pour laquelle les lignes de courbure se correspondent sur les deux nappes de la surface focale; de plus u, v sont les paramètres de ces lignes et l'équation de Laplace à laquelle satisfont les six coordonnées pentasphériques de Σ est à invariants nuls.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Sur les transformations canoniques.* Note de M. **Marcel Mendes**, présentée par M. Jean Chazy.

Soient q, p deux groupes de variables conjuguées vérifiant les équations

$$(1) \qquad \frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \qquad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Soient Q, P de nouvelles variables liées aux anciennes par des relations pouvant contenir t, comme d'ailleurs la fonction génératrice H.

Le but de cette Note est de chercher des conditions nécessaires et suffisantes pour que la transformation soit canonique ([1]).

1. Étant donnée une fonction quelconque $\mathcal{H}(Q, P, t)$ que l'on supposera, grâce aux formules de transformation, exprimée, ainsi que H, en fonction des q, Q, t, déterminons une fonction $V(q, Q, t)$ par la relation

$$(2) \qquad k\mathcal{H} = H - \frac{\partial V}{\partial t} \qquad (k, \text{ const.}).$$

Cette relation fournit, selon que l'on exprime le tout en fonction des q, p, t ou des Q, P, t, des identités aux q, p ou aux Q, P, et permet de calculer les dérivées nécessaires.

Des calculs analogues à ceux de M. Chazy conduisent, en vertu de (1) et des formules de transformation, à des équations de la forme

$$(3) \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{dQ_i}{dt} &= \mathfrak{A}_i + k\sum_l \left(A_{il}\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial Q_l} + B_{il}\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial P_l} \right), \\ \frac{dP_i}{dt} &= \mathfrak{B}_i + k\sum_l \left(-B_{il}\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial Q_l} + C_{il}\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial P_l} \right), \end{aligned} \right.$$

$$(4) \qquad \left\{ \begin{aligned} k\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial Q_l} &= \mathfrak{C}_l + \sum_j \left(D_{jl}\frac{dQ_j}{dt} - E_{lj}\frac{dP_j}{dt} \right), \\ k\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial P_l} &= \mathfrak{D}_l + \sum_j \left(E_{jl}\frac{dQ_j}{dt} + F_{jl}\frac{dP_j}{dt} \right), \end{aligned} \right.$$

où l'on a posé

$$A_{il} = \sum_j \frac{D(Q_i, Q_l)}{D(q_j, p_j)}, \qquad B_{il} = \sum_j \frac{D(Q_i, P_l)}{D(q_j, p_j)}, \qquad C_{il} = \sum_j \frac{D(P_i, P_l)}{D(q_j, p_j)},$$

$$D_{jl} = \sum_i \frac{D(q_i, p_i)}{D(Q_j, Q_l)}, \qquad E_{jl} = \sum_i \frac{D(q_i, p_i)}{D(Q_j, P_l)}, \qquad F_{jl} = \sum_i \frac{D(q_i, p_i)}{D(P_j, P_l)}.$$

2. En vertu des relations qui lient ces quantités, les conditions nécessaires et suffisantes pour que $\Omega = \Sigma(kP\delta Q - p\delta q)$ soit une différentielle virtuelle exacte peuvent se mettre, avec

$$\varepsilon_{ij} = 0 \quad (i \neq j), \qquad \varepsilon_{ii} = 1,$$

sous l'une des deux formes

$$(5) \qquad D_{ij} = F_{ij} = 0, \qquad E_{ij} = k\varepsilon_{ij},$$

ou

$$(6) \qquad A_{ij} = C_{ij} = 0, \qquad B_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}}{k}.$$

([1]) Sophus Lie, *Arkiv för Mathematik*, 2, 1877, p. 138-152; Poincaré, *Leçons de Mécanique céleste*, I, 1905, p. 15; Levi-Civita e Amaldi, *Lezioni di Meccanica razionale*, II, 2, 1927, p. 311; Chazy, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1041, et 226, 1948, p. 19.

Si donc nous démontrons que la condition nécessaire et suffisante pour que la transformation soit canonique est que Ω soit différentielle virtuelle exacte, nous aurons démontré également que (5) ou (6) sont aussi des conditions nécessaires et suffisantes.

3. Si la transformation est canonique avec $\mathcal{H}$ comme nouvelle fonction génératrice, les conditions (5) sont vérifiées d'après (4), et Ω est une différentielle virtuelle exacte.

Réciproquement, si Ω est différentielle virtuelle exacte $\delta V(q, Q, t)$, les équations (5) sont vérifiées, et des identités

$$\frac{\partial V}{\partial q_i}\big(q(Q, P, t), Q, t\big) \equiv -p_i(Q, P, t), \qquad \frac{\partial V}{\partial Q_i}\big(q(Q, P, t), Q, t)\big) \equiv k P_i,$$

convenablement dérivées, on déduit $\mathcal{C}_i = \mathcal{D}_i = 0$, et les équations (4) sont canoniques.

4. Les conditions (5) sont aussi conséquence de ce que les équations (1) admettent l'invariant intégral $\iint \sum dp\, dq$ et que la condition nécessaire et suffisante pour que les Q, P soient canoniquement conjugués est que $\iint \sum dP\, dQ$ soit invariant intégral pour les équations transformées. Cela entraîne, en effet, pour ces dernières, l'identité des deux invariants $\iint \sum dP\, dQ$ et $\iint \sum [D(p_i, q_i)]/[D(u, v)]\, du\, dv$, où u et v désignent deux quelconques des variables P, Q.

Cette remarque s'étend aux invariants d'ordre plus élevé pour fournir des conditions nécessaires, mais non suffisantes.

5. Enfin, la considération des intégrales

$$I = \int_{t_0}^{t_1} \left(-H + \sum p \frac{dq}{dt}\right) dt,$$

$$I' = k\int_{t_0}^{t_1} \left(-\mathcal{H} + \sum P \frac{\delta Q}{\delta t}\right) dt = \int_{t_0}^{t_1} \left(-H + \frac{\partial V}{\partial t} + k\sum P \frac{dQ}{dt}\right) dt$$

fournit également par la méthode de Poincaré et de M. Chazy la condition relative à Ω.

MÉCANIQUE DES FILS. — *Petits mouvements verticaux périodiques d'un câble souple, inextensible, pesant, dont les extrémités sont fixes.* Note de M. **Henri Pailloux**, présentée par M. Jean Chazy.

Cette première Note, relative aux petits mouvements d'un fil homogène pesant dans un plan vertical, a pour but d'étudier les mouvements périodiques, lorsque les extrémités sont fixes, à des niveaux quelconques, et plus particulièrement ceux d'un fil très tendu, presque horizontal.

Dans les équations du mouvement d'un fil pesant

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(\mathrm{T}\frac{\partial x}{\partial s}\right)=\rho\frac{\partial^2 x}{\partial t^2},\qquad \frac{\partial}{\partial s}\left(\mathrm{T}\frac{\partial y}{\partial s}\right)=\rho g+\rho\frac{\partial^2 y}{\partial t^2},\qquad \left(\frac{\partial x}{\partial s}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial s}\right)^2=1,$$

nous cherchons une solution de la forme

$$x=a(u+\xi e^{i\omega t}),\qquad s=a\,\mathrm{sh}\,u,$$
$$y=a(\mathrm{ch}\,u+\eta e^{i\omega t}),\qquad \mathrm{T}=\rho g a\,\mathrm{ch}\,u(1+\tau e^{i\omega t}),$$

où u est le paramètre fixant la position d'un point sur la chaînette de paramètre a. ξ, η, τ sont des fonctions de u restant petites, nulles lorsque le fil est au repos. Nous aurons ainsi, quand ω, ξ, η, τ seront déterminés, des mouvements particuliers périodiques de pulsation ω, et le principe de superposition donnera ensuite des solutions plus générales.

Le système différentiel en ξ, η, τ est le suivant :

$$(\tau+\xi')'+k^2\xi\,\mathrm{ch}\,u=0,$$
$$(\tau\,\mathrm{sh}\,u+\eta')'+k^2\eta\,\mathrm{ch}\,u=0,\qquad \text{avec}\quad k^2=\frac{\omega^2 a}{g},$$
$$\xi'+\eta'\,\mathrm{sh}\,u=0.$$

Pour intégrer ce système, nous introduisons la fonction auxiliaire

$$\varphi=\xi+\eta\,\mathrm{sh}\,u,$$

et nous obtenons d'abord

$$(1)\qquad \begin{cases}\xi=\varphi-\varphi'\,\mathrm{th}\,u,\\ \eta=\dfrac{\varphi'}{\mathrm{ch}\,u},\\ \tau\,\mathrm{sh}\,u+\dfrac{\varphi''}{\mathrm{ch}\,u}-\dfrac{\varphi'\,\mathrm{sh}\,u}{\mathrm{ch}^2 u}+k^2(\varphi-\mathrm{C})=0,\end{cases}$$

C étant une constante d'intégration. La fonction φ est définie ensuite par l'équation différentielle

$$(2)\qquad \mathrm{sh}\,u\,(\varphi''+k^2\varphi'\,\mathrm{ch}\,u)-\mathrm{ch}\,u(\varphi''+k^2\varphi\,\mathrm{ch}\,u)+k^2\mathrm{C}=0.$$

Le système (1) montre que, si les extrémités du fil sont fixes, φ et φ' s'annulent en ces extrémités, u_0 et u_1. Nous avons alors le moyen théorique de former l'équation aux pulsations propres, c'est d'*écrire que l'équation* (2) *possède une solution nulle ainsi que sa dérivée pour* u_0 *et* u_1 : ce qui impose une condition au paramètre k, c'est-à-dire à ω. Remarquons que C est une constante d'homogénéité dont la valeur peut être prise égale à 1 : on peut en effet prendre pour nouvelle fonction inconnue $\mathrm{C}\varphi$, ce qui revient à multiplier ξ, η, τ par un même facteur. Un tel changement ne change pas la nature de la solution du problème, ni la valeur de ω, et met en évidence le fait suivant, important dans la pratique : les surtensions maxima sont proportionnelles aux amplitudes extrêmes.

Le problème se résout complètement dans le cas où u_0 et u_1 sont voisins; c'est le cas d'un fil très tendu. Dans le cas, important pour la pratique, d'un câble très tendu, au voisinage du sommet de la chaînette, u reste petit. L'équation (2) peut s'intégrer, si l'on néglige les termes en u d'ordre supérieur au premier, par la formule

$$\varphi = A \cos k u + B \sin k u + C + D u, \tag{2}$$

où A, B, D sont trois nouvelles constantes arbitraires.

Si nous posons $u_0 = \alpha - \beta$, $u_1 = \alpha + \beta$, nous trouvons deux catégories de solutions, définies par l'une ou l'autre des équations

$$\sin k\beta = 0, \qquad \operatorname{tg} k\beta = k\beta, \qquad k \neq 0. \tag{3}$$

Ce sont les deux équations aux pulsations propres.

M. Vaulot [1] a traité le problème qui précède, en prenant comme paramètre sur la chaînette l'angle de la tangente avec la base; et, sous une autre forme, il est parvenu aux équations (3). Les calculs précédents, plus complets sur certains points, serviront à l'étude de la propagation d'une onde le long d'un câble, problème dont un aspect particulier a été étudié aussi par M. Vaulot.

MÉCANIQUE VIBRATOIRE. — *Sur le spectre de vibration de la membrane de Routh.* Note [*] de M. **Jiří Beránek**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Nous considérons une membrane d'après le modèle de Routh, formée de deux systèmes orthogonaux de cordes sans masse, tendues dans un plan, dont les extrémités sont fixées à un cadre solide. A chaque point de rencontre de deux cordes est attaché un point matériel de masse μ. Nous désignons les particules par M_{kl} et leurs déplacements transversaux infiniment petits par y_{kl}; les indices k, l, déterminant leurs positions dans les deux directions, peuvent prendre indépendamment toutes les valeurs de 1 à m. Soit S la force élastique de chaque corde et a la distance constante de deux cordes voisines.

La substitution linéaire

$$y_{kl} = \sum_{r=1}^{m} \sum_{s=1}^{m} \left[\frac{2}{m+1} \sin\frac{kr\pi}{m+1} \sin\frac{ls\pi}{m+1}\right] z_{rs} \qquad (k, l = 1, 2, \ldots, m)$$

est orthogonale et ramène chacune des formes quadratiques V et T, qui expriment respectivement l'énergie potentielle et cinétique de la membrane

---

[1] *Comptes rendus du 3e Congrès international de Mécanique appliquée*, Stockholm, 1930, p. 254.

[*] Séance du 22 mars 1948.

à une forme ne contenant que les carrés des variables

$$V = \frac{\mu}{2}\sum_{r=1}^{m}\sum_{s=1}^{m}\nu_{rs}^2 z_{rs}^2, \qquad T = \frac{\mu}{2}\sum_{r=1}^{m}\sum_{s=1}^{m}\left(\frac{dz_{rs}}{dt}\right)^2,$$

où

$$\nu_{rs} = \sqrt{A^2\left[\sin^2\frac{r\pi}{2(m+1)} + \sin^2\frac{s\pi}{2(m+1)}\right]} \qquad \text{avec} \quad A^2 = \frac{4S}{\mu a}.$$

Si nous formons les équations de mouvement à partir de ces formules, leurs solutions $z_{rs} = A_{rs}\cos\nu_{rs}t + B_{rs}\sin\nu_{rs}t$ caractérisent les modes de vibration. Nous appelons l'ensemble des fréquences ν_{rs} *le spectre mécanique* (acoustique) de la membrane. L'énergie totale qui correspond au mode de vibration caractérisé par la fréquence ν_{rs} sera

$$l_{rs} = \frac{\mu}{2}\left[\left(\frac{dz_{rs}}{dt}\right)^2 + \nu_{rs}^2 z_{rs}^2\right] = \frac{\mu}{2}\nu_{rs}^2[A_{rs}^2 + B_{rs}^2].$$

Les A_{rs} et B_{rs} étant déterminés par les conditions initiales, cette formule nous donne *la loi de répartition d'énergie* dans le spectre de la membrane.

2. En supposant que le nombre m de particules est grand, posons $r/m+1 = x$, $s/m+1 = y$ $(0 < x < 1,\ 0 < y < 1)$, et traitons les variables x, y comme des variables continues. Chaque mode de vibration sera alors représenté par un couple x, y et la fréquence ν sera une fonction continue de x, y. La plus haute fréquence dans le spectre sera à peu près $\nu_m \cong \sqrt{2}\,A$.

Désignons par $f(\nu)\,d\nu$ le nombre de modes de vibration dont les fréquences sont entre ν et $\nu + d\nu$. La fonction $f(\nu)$ exprime *la densité de fréquence* dans le spectre. Pour calculer $f(\nu)$ introduisons les variables $X = A\sin\pi(x/2)$, $Y = A\sin\pi(y/2)$. Les modes de vibration seront représentés par les points X, Y du carré R $(0 < X < A,\ 0 < X < A)$ dans le plan OXY et ν sera de la forme $\nu = \sqrt{X^2+Y^2}$. Le nombre $f(\nu)\,d\nu$ est donné par le nombre de points X, Y dans la partie S de R limitée par deux arcs de cercles dont les rayons sont ν et $\nu + d\nu$. Le calcul qui s'appuie sur les propriétés des intégrales elliptiques donne pour $f(\nu)$ l'expression

$$f(\nu) = \frac{4m^2}{\pi^2A^2}\nu\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\psi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\psi}}, \qquad \text{où} \quad k^2 = 1 - \left(1 - \frac{\nu^2}{A^2}\right)^2.$$

La fonction $f(\nu)$ admet un maximum à l'intérieur du spectre pour $\nu = \nu_m/\sqrt{2}$ qui est d'autant plus accentué que le nombre m est plus grand. Pour la fréquence maxima ν_m la fonction $f(\nu)$ a une valeur approchée $f(\nu_m) \cong 2\sqrt{2}(m^2/\pi A)$.

3. Soit dE l'énergie totale des modes de vibration dont les fréquences sont entre ν et $\nu + d\nu$. La fonction $dE/d\nu$ exprime *la densité d'énergie* dans le spectre.

Pour un mouvement donné de la membrane ([1]) nous trouvons la densité

([1]) J. BERÁNEK, *Publ. de la Fac. des Sc. de l'Univ. Masaryk*, n° 293, Brno, 1947.

d'énergie $dE/d\nu$ en calculant d'abord $e(x, y)$ et introduisant les variables X, Y. L'énergie dE sera l'énergie totale des modes de vibration représentés par les points X, Y dans le domaine S. Nous aurons donc

$$\frac{dE}{d\nu}d\nu = \int_S\int e(X, Y)\,dN,$$

dN étant le nombre de points X, Y dans un élément d'aire $dX\,dY$.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur le calcul des hélices coaxiales contrarotatives et leurs conditions d'optimum tourbillonnaire.* Note (*) de M. **Raymond Siestrunck**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Considérons deux hélices coaxiales isovitesses, à p pales, dont les plans de rotation sont situés à la distance Z l'un de l'autre et qui fonctionnent à une valeur λ de l'argument de similitude. A l'hélice amont, supposée à droite, est attaché un système d'axes $O_1x_1y_1z_1$ trirectangle direct; à l'hélice aval, tournant en sens inverse, est attaché le système gauche $O_2x_2y_2z_2$ ($z_1 z_2$ est l'axe commun de rotation, O_1x_1 et O_2x_2 sont portés par les axes de deux pales appartenant respectivement à chacune des hélices). Dans l'hypothèse où les systèmes tourbillonnaires libres présentent une configuration permanente par rapport à l'hélice dont ils sont issus, les vitesses induites par chaque hélice sur ses pales propres (auto-induction) sont indépendantes du temps; les vitesses d'induction mutuelle ont dans le temps une fréquence double de celle de rotation des hélices : si, comme à l'ordinaire, on ne considère que le fonctionnement aérodynamique moyen des pales, il convient de prendre la valeur moyenne de ces vitesses. Désignons par u les vitesses tangentielles (sur Oy) et par v les vitesses axiales (sur Oz) sur les pales; nous avons, avec un jeu d'indices évident et en surlignant les valeurs moyennes

$$u_1 = u_{11} + \overline{u_{21}}, \qquad v_1 = v_{11} + \overline{v_{21}}, \qquad u_2 = u_{22} + \overline{u_{12}}, \qquad v_2 = v_{22} + \overline{v_{12}}.$$

Les propriétés classiques des systèmes tourbillonnaires hélicoïdaux entraînent (¹) les relations

$$u_{11}\xi + v_{11}\lambda_1^* = 0, \qquad u_{22}\xi + v_{22}\lambda_2^* = 0, \qquad \overline{u_{21}} = 0, \qquad \overline{u_{12}} = -2\overline{u_{11}} = \frac{p\Gamma_1}{2\pi\xi}.$$

D'autre part, on fait d'ordinaire l'hypothèse complémentaire qu'on a une représentation approchée de la forme

$$\overline{v_{21}} = \frac{p\Gamma_2}{4\pi\lambda_2^*}[1 - f(Z)], \qquad \overline{v_{12}} = \frac{p\Gamma_1}{4\pi\lambda_1^*}[1 + f(Z)],$$

(*) Séance du 22 mars 1948.

(¹) Les notations sont celles de nos Notes antérieures (par exemple, **219**, 1944, p. 151-153); le pas λ^* des tourbillons est en première approximation égal au fonctionnement λ.

f étant une fonction de la distance des deux hélices qui s'annule avec Z et qui tend vers l'unité pour Z infini.

Ces relations permettent d'évaluer les angles induits sur les pales en fonction, respectivement, de v_{11} et Γ_2 et de v_{22} et Γ_1, ce qui ramène le problème du fonctionnement du doublet coaxial à la détermination des potentiels hélicoïdaux φ_1 et φ_2 adjoints à chacun des systèmes tourbillonnaires libres, par les conditions aux limites sur les pales

$$\frac{\Gamma_1}{2}=\varphi_1=\frac{(kl)_1\sqrt{\lambda^2+\xi^2}}{2}\left[i_1(\xi)+\frac{1}{2\sqrt{\lambda^2+\xi^2}}\frac{d\varphi_1}{dn}-\frac{p\varphi_2}{2\pi\lambda_2^\star}(1-f)\frac{\xi}{\lambda^2+\xi^2}\right],$$
$$\frac{\Gamma_2}{2}=\varphi_2=\frac{(kl)_2\sqrt{\lambda^2+\xi^2}}{2}\left[i_2(\xi)+\frac{1}{2\sqrt{\lambda^2+\xi^2}}\frac{d\varphi_2}{dn}-\frac{p\varphi_1}{2\pi\lambda_1^\star}(1+f)\frac{\xi}{\lambda^2+\xi^2}+\frac{p\varphi_1\lambda_1^\star}{\xi(\lambda^2+\xi^2)}\right].$$

Ces conditions couplées rendent aisée l'utilisation du *Calculateur d'hélices* (2) par approximations successives à partir des solutions φ_1^0 et φ_2^0 relatives au fonctionnement isolé de chacune des hélices; en particulier, si les plans de rotation sont suffisamment éloignés l'un de l'autre (moteurs en tandem), $f\sim 1$, $\varphi_1\sim\varphi_1^0$, et φ_2 s'obtient par une seule expérience.

2. On peut également traiter, dans les mêmes hypothèses que pour l'hélice unique ($\lambda_1^\star=\lambda_2^\star=\lambda$), le problème du fonctionnement optimum du doublet.

En effet, les pertes d'énergie induites

$$C'_E=2p\int[(v_1\xi-\lambda u_1)\Gamma_1+(v_2\xi-\lambda u_2)\Gamma_2]\xi\,d\xi$$

se composent de deux termes d'auto-induction dont l'expression est la même que si chaque hélice prenait isolément la circulation Γ_1 ou Γ_2, et d'un terme d'induction mutuelle qui a la forme, indépendante de f,

$$\frac{p^2}{\pi\lambda}\int\frac{\xi^2-\lambda^2}{\xi}\Gamma_1\Gamma_2\,d\xi.$$

Par suite, on sait évaluer, pour des variations arbitraires $\delta\Gamma_1$ et $\delta\Gamma_2$ des circulations prises comme variables indépendantes, la variation $\delta C'_E$ de la perte d'énergie; on en déduit simplement que celle-ci sera minimum, pour des valeurs imposées

$$I_1=\int\Gamma_1\xi\,d\xi,\qquad I_2=\int\Gamma_2\xi\,d\xi,$$

des termes principaux des coefficients de puissance des hélices, si l'on a séparément sur les pales

$$(\lambda^2+\xi^2)\frac{v_{11}}{v_{22}}+\frac{p}{4\pi\lambda}(\xi^2-\lambda^2)\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1}-\xi^2\frac{A}{B}=0.$$

(2) *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 284.

A et B étant deux constantes arbitraires; ce système se transforme par combinaisons en un système analogue, mais *découplé*, par rapport à $\Gamma_1 - \Gamma_2$ et $\Gamma_1 + \Gamma_2$; il est clair alors que la détermination des potentiels hélicoïdaux attachés à ces fonctions se ramène à la résolution d'un problème de fonctionnement particulier.

HYDRAULIQUE. — *Sur les changements de régime dans les canalisations. Théorie de la dispersion des caractéristiques.* Note (*) de M. **Louis-A. Sackmann**, présentée par M. Henri Villat.

Introduction. — Nous avons publié dans deux Notes précédentes [1], [2], relatives aux changements de régime dans les canalisations des résultats sur :

1° *les mesures instantanées des caractéristiques*, conduisant, pour une vitesse de débit donnée U, à deux vitesses instantanées extrêmes U_L et U_T, et provoquant le dédoublement du point représentatif unique du phénomène moyen;

2° *l'étude sélective de la perte de charge*, démontrant que la scission des points moyens et du raccord d'apparence continue entre les courbes de Blasius et de Poiseuille, fournit deux branches distinctes, portions homologues des deux courbes classiques, mais occupées alternativement au hasard du changement.

La représentation de ces mesures confirme non seulement que les régimes participants extrêmes de la transition sont du type *laminaire* ou *turbulent* nettement établi, mais laisse entrevoir l'existence d'une loi de dispersion parallèle des doublets de la scission.

Établissement de la loi de dispersion. — Le principe même de nos mesures, partant de la perte de charge totale ΔP pour une longueur Δl du tube, nous contraint à faire la correction de force vive $\Delta p' = k(\rho U^2/2)$, avec $k_L = 2,16$ (laminaire) et $k_T = 1,08$ (turbulent); d'où l'expression de la perte de charge linéaire $\Delta p/\Delta l$

$$\frac{\Delta p}{\Delta l} = \frac{\Delta P}{\Delta l} - \frac{\Delta p'}{\Delta l} = \frac{\Delta P}{\Delta l} - \frac{k}{\Delta l}\frac{\rho U^2}{2}.$$

C'est ainsi que les mesures de la Note [2] vérifient d'une manière très satisfaisante les lois classiques laminaire et turbulente

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta l}\right)_L = K_L U_L \quad \text{(Poiseuille)}, \qquad \text{soit} \quad \left(\frac{\Delta p}{\Delta l}\right)_T = k_T U_T^{1,75} \quad \text{(Blasius)}.$$

(*) Séance du 22 mars 1948.

[1] *Comptes rendus* **224**, 1947, p. 793.

[2] Sackmann-Codaccioni, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1326.

Nous aurons alors le système (I), ou les relations inverses (I′) :

$$
\text{(I)}\quad
\begin{cases}
\dfrac{\Delta P}{\Delta l} = \left(\dfrac{\Delta p}{\Delta l}\right)_L + \left(\dfrac{\Delta p'}{\Delta l}\right)_L = K_L U_L + \dfrac{\rho k_L}{2\Delta l} U_L^2 = f(U_L),\\[2ex]
\dfrac{\Delta P}{\Delta l} = \left(\dfrac{\Delta p}{\Delta l}\right)_T + \left(\dfrac{\Delta p'}{\Delta l}\right)_T = K_T U_T^{1,75} + \dfrac{\rho k_T}{2\Delta l} U_T^2 = g(U_T).
\end{cases}
\qquad
\text{(I′)}\quad
\begin{cases}
U_L = F\left(\dfrac{\Delta P}{\Delta l}\right),\\[2ex]
U_T = G\left(\dfrac{\Delta P}{\Delta l}\right).
\end{cases}
$$

On définit ainsi, pour chaque valeur de $\Delta P/\Delta l$, dans le plan des $[U - (\Delta P/\Delta l)]$, le doublet géométrique $[U_L - (\Delta p/\Delta l)_L] - [U_T - (\Delta p/\Delta l)_T]$, de pente

$$
\text{(II)}\qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{\left(\dfrac{\Delta p}{\Delta l}\right)_T - \left(\dfrac{\Delta p}{\Delta l}\right)_L}{U_L - U_T} = \frac{\rho}{2\Delta l}\,\frac{k_L U_L^2 - k_T U_T^2}{U_L - U_T} = \varphi\left(\frac{\Delta P}{\Delta l}\right),
$$

U_L et U_T étant deux fonctions explicites de $\Delta P/\Delta l$, d'après les relations (I′), Δl jouant le rôle de paramètre géométrique.

Résultats. — L'étude de la fonction φ donne les résultats suivants :

1° *discontinuité* pour $U_L = U_T$, à l'extérieur du domaine de la transition;

2° *variation très lente* à l'intérieur de ce domaine, avec un minimum;

3° *diminution d'ensemble* lorsque Δl croît, avec $\varphi = 0$ pour $\Delta l = \infty$.

En vue de la confrontation ultérieure de la théorie avec l'expérience, les calculs numériques, très longs, nécessitant l'usage des tables à 7 décimales, condensés dans le tableau qui suit, ont été faits dans l'intervalle considéré avec les paramètres géométriques et physiques tirés de notre travail commun (²).

$\Delta l = 89,1$, $a = 0,2107$, $\rho = 0,9984$, $\mu = 0,0103$, (C. G. S.)

Régimes.	$\frac{\Delta P}{\Delta l}$.	U_L.	U_T.	φ.	
Turbulent	240,0	83,60	64,00	3,055	
	–	–	–	–	
	170,0	64,50	52,70	2,846	
	–	–	–	–	
	161,0	61,80674	51,07374	2,8362336	
Transition	160,9	61,77674	51,05560	2,8362327	(min)
	160,8	61,74674	51,03747	2,8362353	
	–	–	–	–	
	150,0	58,50	49,10	2,850	
	–	–	–	–	
Laminaire	120,0	49,00	43,30	3,108.	

Conclusions. — 1° *L'existence d'un minimum* de la fonction de dispersion φ, quoique faiblement prononcé, retient spécialement notre attention : nous poursuivons actuellement des recherches théoriques, pour savoir si cette particularité de la dispersion des régimes alternants est à l'origine de leur stabilité réciproque, si la fonction φ commande ou non le phénomène de la transition; dans l'affirmative, on pourrait développer l'étude du changement de régime en général et prévoir notamment ses caractéristiques critiques.

2° *La variation très lente de* φ aura comme conséquence que les doublets de la scission, définis dans l'étude sélective des régimes extrêmes, obéissent à une dispersion quasi parallèle dans le domaine de la transition.

Cette autre particularité de la dispersion des caractéristiques justifie une confrontation expérimentale immédiate : ce sera l'objet d'une Note à suivre.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Mécanique de forces non instantanées.*
Note de M. **Constantin Popovici**, présentée par M. Jean Chazy.

Nous avons étudié [1] le mouvement d'une planète soumise à l'attraction newtonienne, ainsi qu'à la répulsion de la lumière émanant d'un centre ou d'une source fixe. Cette Note a pour but de montrer qu'une grande partie des résultats obtenus par des calculs peuvent s'obtenir par des considérations de bon sens, et une autre partie par un minimum de calculs, et que ces résultats sont communs pour des expressions de forces plus générales. Ce problème a provoqué d'autres travaux [2].

1. Supposons que le mobile est soumis à une force attractive instantanée, à laquelle s'ajoute une force répulsive qui, si elle était aussi instantanée, avec certaines conditions initiales, ferait décrire au mobile une courbe fermée, une sorte d'ovale. Désignons par e l'orbite du mobile si la force totale est instantanée, par e_1 si la force répulsive n'est pas instantanée.

Partons d'un aphélie : les vitesses radiales sur e et e_1 y sont nulles et les forces totales coïncident. Les deux rayons vecteurs commencent par diminuer, la répulsion sur e_1 commence par dépendre de la vitesse radiale. L'orbite e_1 deviendra *extérieure* à l'orbite e parce que la répulsion sur e_1 doit grandir davantage quand on s'approche du centre répulsif. L'excentricité de e_1 a donc diminué par rapport à celle de e, et la distance périhélie sera plus grande pour e_1. *Le rapport des distances extrêmes tend donc vers l'unité.* Si nous partons d'un périhélie, le rayon vecteur de e_1 croît moins que celui de e : le rapport des distances extrêmes tend donc encore vers l'unité. *L'orbite tend vers un cercle* de rayon fini, ou vers l'infini.

2. *La force est centrale.* — Malgré l'évidence de ce fait, nous avons cherché s'il n'y a pas lieu d'introduire l'aberration. Or l'aberration est un phénomène apparent pour le mobile. L'observateur mobile doit corriger ses observations

---

(1) *Bulletin astronomique*, **3**, 1923, p. 257-261; *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 2052; **210**, 1940, p. 39 et 138; **218**, 1944, p. 784; **219**, 1944, p. 114; **224**, 1947, p. 723, 1415 et 1474; *Bulletin scientifique Académie roumaine*, 4 mai et 9 novembre 1945.

(2) *Voir* Chazy, *Comptes rendus*, **209**, 1939, p. 133; **210**, 1940, p. 713; *Bulletin astronomique*, **12** 1940, p. 89-97; *Journal de Mathématiques*, **19**, 1940, p. 261-280; Zagar, *Memorie della Societa astronomica italiana*, **13**, 1939, p. 1; et Armellini, *Atti della R. Accademia dei Lincei*, 1937-1939, plusieurs Notes.

de l'aberration pour avoir la situation réelle par rapport à la source fixe. Donc, si la force radiale se propage avec une vitesse finie, l'aire balayée par le rayon vecteur dans l'unité de temps reste constante. Si la force dépend non seulement du rayon vecteur, mais aussi du *temps*, soit $F(r, t)$, alors il faut corriger l'expression de la force en prenant sa valeur $F(r, t - \Delta t)$ à l'instant du départ de la source.

3. *Il y aura un frottement* parce que la force répulsive dépend non seulement de la distance au centre, mais aussi de la vitesse.

4. *La nature agit de manière à réaliser le frottement nul.* La force totale Φ étant radiale, le frottement est radial; mais, comme le mouvement tend à devenir circulaire, le déplacement radial tend à devenir nul, donc le frottement aussi. Ceci est démontré pour l'infini dans l'avenir, on peut démontrer qu'il en est de même pour l'infini dans le passé si $r\Phi$ devient nul avec r infini.

5. *Le travail des forces*, y compris celui dû à la vitesse, *est fini*; *la dépense totale d'énergie est finie.* La force totale étant par hypothèse finie, le rayon vecteur oscille et tend vers une limite. Si cette limite est finie, les oscillations doivent tendre vers zéro, la somme des produits de la force par les déplacements radiaux sera alors finie, comme une série absolument convergente. Ajoutons que le travail total des forces peut rester fini, même si le rayon devient infini, si la force tend convenablement vers zéro.

6. *Le rayon vecteur ne peut pas devenir nul.* Parce que nous avons vu que les distances périhélies croissent.

7. *Dans quels cas le rayon du cercle limite ne devient-il pas infini? Quel sera ce rayon?* En vertu des paragraphes 1 et 4, il est évident que *le rayon du cercle limite sera celui qui correspond au mouvement circulaire pour le potentiel somme des potentiels* U *et* V *de l'attraction et de la répulsion, comme si les forces étaient instantanées, et avec les conditions initiales qui sont fixées par la constante des aires.* La valeur numérique de ce rayon sera la racine attractive et positive p de l'équation en r

$$k^2 = r^3 \frac{\partial (V - U)}{\partial r}, \tag{1}$$

où k est la constante des aires. Il est facile de voir quand p peut devenir infini. L'équation (1) et celle des aires nous donnent de plus une loi qui généralise la troisième loi de Képler.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur la polarisation de la lumière au bord du disque solaire.* Note de M. **Jean-Claude Pecker**, présentée par M. Bernard Lyot.

1. Dans deux Mémoires récents, B. Lyot [1] décrit un nouveau polarimètre et montre qu'au bord du Soleil, la fraction de lumière polarisée δ est comprise

[1] *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 25-28 et 137-140.

entre les valeurs

$$2.19^{-5} \quad \text{et} \quad 3{,}9.10^{-4}$$

sur une portion circulaire de 1′ de diamétre, centrée à 1′ du bord du disque solaire.

On sait que

$$\delta = \frac{I_r(o, \cos\theta) - I_l(o, \cos\theta)}{I_r(o, \cos\theta) + I_l(o, \sin\theta)}, \tag{1}$$

où θ est l'angle que font les rayons lumineux avec la normale à la photosphère, et I_l et I_r les intensités des composantes polarisées situées dans le plan passant par le point considéré du disque et le centre du Soleil, et dans le plan perpendiculaire.

Il est intéressant de se demander si cette polarisation est due de façon essentielle à la diffusion par les électrons libres chromosphériques ou à la diffusion par les électrons libres de la photosphère.

2. Or, on peut calculer la polarisation due à la diffusion Thompson par les électrons photosphériques en s'inspirant des méthodes antérieurement développées par S. Chandrasekhar ([2]). Cet auteur calcule l'effet de polarisation dans le cas limite où le coefficient de diffusion σ est le seul agissant, le coefficient d'absorption $\varkappa$ étant nul. Ces calculs sont faits dans le cas du corps gris.

Si l'on suppose maintenant que

$$\lambda = \frac{\sigma}{\sigma + \varkappa} \neq 1, \tag{2}$$

les équations de transfert s'écrivent

$$\mu \frac{dI_l}{d\tau} = I_l - (1 - \lambda) B - \lambda \mathfrak{J}_l, \tag{3}$$

$$\mu \frac{dI_r}{d\tau} = I_r - (1 - \lambda) B - \lambda \mathfrak{J}_r, \tag{4}$$

où l'on a

$$\mu = \cos\theta,$$
$$d\tau = (\sigma + \varkappa) \rho \, dx.$$

B est la fonction de Planck, $\mathfrak{J}_l$ et $\mathfrak{J}_r$ sont des fonctions calculées par Chandrasekhar :

$$\mathfrak{J}_l = \frac{3}{4}[2(J_l - K_l) + \mu^2(3K_l - 2J_l + J_r)], \tag{5}$$

$$\mathfrak{J}_r = \frac{3}{4}[J_r + K_l], \tag{6}$$

où

$$J_q = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} I_q \, d\mu, \qquad K_q = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} I_q \mu^2 \, d\mu,$$

([2]) *Astrophys. J.*, **103**, 1946, p. 351-370.

suivant les notations classiques. La condition de conservation du flux impose

$$B = \frac{1}{2}(J_r + J_l). \tag{7}$$

On peut alors résoudre les équations de transfert, exprimées au moyen des relations (5), (6), (7), par la méthode de Wick-Chandrasekhar.

3. La solution de $n^{\text{ième}}$ approximation fournie par cette méthode est finalement

$$I_l(\tau, \mu) = \frac{3}{8} F \left[\tau + \mu + Q + \sum_1^{n-1} \frac{\alpha_p \mu^2 + \beta_p}{1 + \mu k_p} L_p e^{-k_p \tau} + \sum_1^{n} \frac{A_p \mu^2 + B_p}{1 + \mu K_p} M_p e^{-K_p \tau} \right], \tag{8}$$

$$I_r(\tau, \mu) = \frac{3}{8} F \left[\tau + \mu + Q + \sum_1^{n-1} \frac{\gamma_p}{1 + \mu k_p} L_p e^{-k_p \tau} + \sum_1^{n} \frac{\Gamma_p}{1 + \mu K_p} M_p e^{-K_p \tau} \right], \tag{9}$$

où *a*. F est le flux total; *b*. D_m étant la fonction

$$D_m = \sum_1^n \frac{2 a_i \mu_i^m}{1 - \mu_i^2 k^2}, \tag{10}$$

où les μ_i sont les n racines positives du polynome de Legendre d'ordre n et les a_i les poids correspondants, les k_p et K_p (³) sont les $n - 1$ racines non nulles de l'équation

$$9\lambda \left[\frac{4}{3} - D_0 + D_2\right]\left[\frac{8}{3} - D_0 + D_2\right] - 16(\lambda - 1)(2 - D_0) = 0. \tag{11}$$

Si λ est voisin de 0 ou de 1, les k sont faciles à calculer en fonction de λ.

c. A_p, B_p, Γ_p et α_p, β_p, γ_p sont des coefficients calculables au moyen des relations

$$\alpha = 9\lambda D_0\left(D_0 - D_2 - \frac{4}{3}\right), \qquad \beta = -\frac{\alpha}{k^2} + 8(\lambda - 1)D_0, \qquad \gamma = \alpha + \beta, \tag{12}$$

$$I_l(\tau = 0, \mu = -\mu_i) = I_r(\tau = 0, \mu = -\mu_i) = 0. \tag{13}$$

4. Numériquement, dans le cas de la seconde approximation, et à condition de supposer λ petit (étoiles de type solaire), on a

$$\delta(0, \mu) = \frac{0,0875(1 - \mu^2)\lambda}{1,155 + 4,737\mu + 3,944\mu^2}.$$

Dans le cas du Soleil λ varie de $2,6 . 10^{-3}$ pour $\tau = 0$ à $6,4 . 10^{-3}$ pour $\tau = 3$. Nous supposerons λ constant et nous le prendrons égal à

$$\lambda \sim 3 . 10^{-3}.$$

Dans ce cas, pour

$$\mu = 0, \qquad \delta = 2,3 . 10^{-4},$$
$$\mu = 0,7, \qquad \delta = 2,1 . 10^{-5}$$

(³) Une notation différente pour les $(n - 1)\ k_p$ et les $n\ K_p$, ainsi que pour les coefficients qui s'en déduisent, est légitimée par le fait que pour $\lambda = 0$, les K_p qui rendent D_m infini, n'ont pas de sens et doivent être rejetés.

(le point $\mu = 0,7$ est situé à 1′ du bord du disque). L'accord avec les résultats de M. B. Lyot est donc satisfaisant.

5. Il resterait à calculer l'influence de la chromosphère et à étendre la méthode, d'une part à une valeur quelconque de λ, comprise entre 0 et 1, d'autre part à des coefficients λ variables avec la profondeur optique. Ces études, actuellement en cours, feront l'objet de publications ultérieures.

CHALEUR. — *Sur la concordance des conditions d'étude théorique et expérimentale d'une combustion permanente avec dilution d'air élevée.* Note de M. LUCIEN REINGOLD, présentée par M. Gustave Ribaud.

1. J'ai montré, dans une Note précédente [1], que le rendement d'une combustion permanente avec dilution d'air élevée s'exprimait par une relation de la forme

$$\eta_c = \theta_C - A(\theta_C - \theta_A), \qquad \text{(I)}$$

où A est un paramètre dont il sera parlé ci-dessous :

θ_C = fraction de combustible efficace, c'est-à-dire fraction du combustible ayant subi, du fait de la réaction, une rupture entre atomes de carbone et atomes d'hydrogène;

θ_A = fraction d'air théorique effectivement utilisée lors de la combustion.

Le but de la présente Note est de montrer que les hypothèses admises pour le calcul théorique sont en accord avec les conditions expérimentales.

2. Le paramètre A de l'équation (I) est donné par la relation

$$A = \frac{2}{1+\frac{\nu}{2}+\beta\left(1+\frac{\nu}{4}\right)}\,\frac{1+\frac{\nu}{4}}{\xi+\frac{\nu}{2}}\,\frac{\xi Q_{CO}+\frac{\nu}{2}Q_{H_2}}{(Q_F)_0}. \qquad \text{(II)}$$

Les notations sont celles utilisées dans la précédente Note :

ν et $(Q_F)_0$ caractérisent le combustible; β caractérise le comburant utilisé.

Pour un combustible et pour des conditions initiales de combustion données, A ne dépend de la combustion que par le facteur ξ, rapport des imbrûlés gazeux de carbone et d'hydrogène. J'ai admis dans ma Note précitée $\xi = 1$,

Voyons l'influence de la valeur de ξ : dans ce but, faisons varier sa valeur de 0,1 à 100, pour des valeurs de ν égales à 1 et à 2 qui couvrent les carburants industriels. Le tableau ci-dessous résume les résultats obtenus.

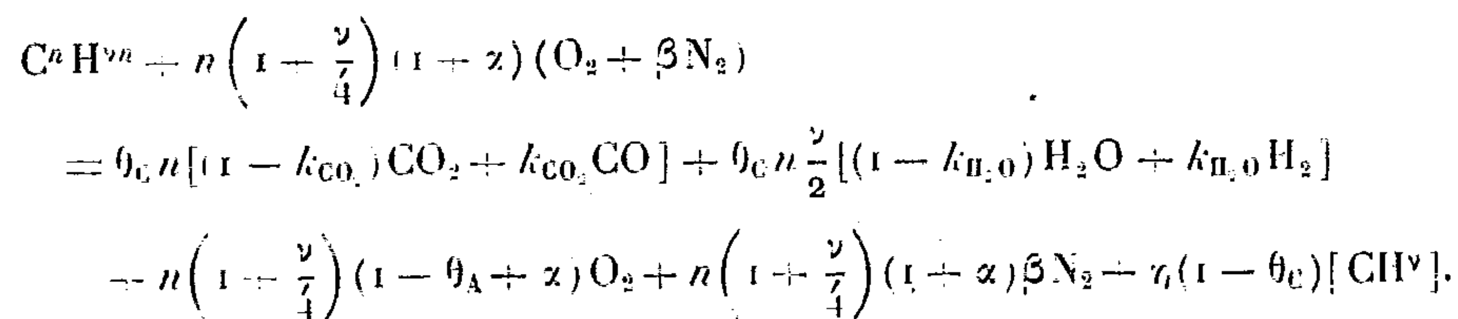
	ξ.	0,1.	1.	2.	5.	10.	50.	100.
A	$\nu = 1$.........	1,290	1,398	1,426	1,450	1,458	1,463	1,465
	$\nu = 2$.........	1,237	1,323	1,360	1,396	1,411	1,424	1,426

On constate, que pour un combustible, les différentes valeurs possibles de A

(1) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 322.

sont très voisines les unes des autres et que c'est pour $\xi = 1$ qu'on a sensiblement sa valeur moyenne. Ceci justifie l'hypothèse admise précédemment. En d'autres termes, cette discussion revient à dire qu'on peut admettre, pratiquement, que les valeurs de Q_{CO} et Q_{H_2} sont sensiblement égales. Ce qui explique l'influence négligeable de la valeur de ξ sur le résultat du calcul de η_c ([2]).

3. Les calculs théoriques effectués pour déterminer les valeurs des concentrations des divers constituants des gaz de combustion en fonction de θ_A et θ_C sont établis d'après la réaction de combustion fictive ci-dessous :



$$\begin{aligned} & C^n H^{\nu n} + n\left(1 - \frac{\nu}{4}\right)(1+\alpha)(O_2 + \beta N_2) \\ & = \theta_C n[(1 - k_{CO_2})CO_2 + k_{CO_2}CO] + \theta_C n \frac{\nu}{2}[(1 - k_{H_2O})H_2O + k_{H_2O}H_2] \\ & \quad + n\left(1 + \frac{\nu}{4}\right)(1 - \theta_A + \alpha)O_2 + n\left(1 + \frac{\nu}{4}\right)(1 + \alpha)\beta N_2 + \eta(1 - \theta_C)[CH^\nu]. \end{aligned}$$

Cette combustion fictive n'implique qu'une seule hypothèse : pas de dépôts de carbone. Elle correspond, d'ailleurs, aux nécessités de la technique. En ce qui concerne les imbrûlés (dernier terme du 2ᵉ membre), la formule $[CH^\nu]$ est purement symbolique ; ce terme signifie uniquement que l'on calcule les concentrations en faisant le *bilan du carbone*, exactement comme on opère expérimentalement, lors de l'analyse ; ainsi, il n'est besoin de faire aucune hypothèse autre que celle résultant de la manipulation elle-même, pour effectuer les calculs des concentrations en imbrûlés.

4. J'ai montré dans ce qui précède :

1° Que la valeur réelle du rapport $\xi = k_{CO_2}/k_{H_2O}$ n'influe pas sur les résultats de calcul de η_c ;

2° que la combustion fictive utilisée permet un calcul théorique faisant coïncider les hypothèses permettant de déterminer les valeurs des concentrations mesurées et calculées.

Dans ces conditions, la méthode proposée pour étudier les combustions par la détermination des coefficients θ_A et θ_C, est d'une précision exactement égale à celle des mesures expérimentales et permet de nouvelles possibilités, notamment pour l'étude des combustions figées et pour les recherches relatives aux dispositifs d'introduction d'air ou d'injection de combustibles.

([2]) Cette discussion donne l'explication théorique d'une méthode expérimentale simplifiée d'étude des gaz d'échappement proposée et mise au point par le regretté Claude Bonnier.

ÉLECTRONIQUE. — *Variation du pouvoir émissif spectral des cathodes à oxydes en fonction de divers facteurs.* Note (*) de M. **Robert Champeix**, présentée par M. Camille Gutton.

I. Dans une précédente Note ([1]) nous indiquions l'intérêt présenté par une détermination précise du pouvoir émissif spectral des cathodes à oxydes, la connaissance de ce facteur permettant le calcul de la température vraie à partir de la température de brillance donnée par un pyromètre optique à disparition de filament. De plus, nous signalions avoir constaté, d'une cathode à oxydes à une autre, de fortes variations du pouvoir émissif spectral, variations dont nous ignorions les causes.

Nous avons effectué des mesures systématiques en mesurant le facteur de réflexion ρ_λ des cathodes, et en calculant le pouvoir émissif spectral ε_λ par application de la formule bien connue

$$\rho_\lambda + \varepsilon_\lambda = 1.$$

L'appareillage utilisé est un réflectomètre inspiré de celui décrit par Prescott et Morrison ([2]).

II. Résultats obtenus. — 1° *Influence de la température de la cathode et de l'épaisseur de la couche d'oxydes.* — Les oxydes utilisés sont un mélange d'oxydes de baryum et de strontium (normalement utilisés dans les tubes thermioniques), déposés par projection ou par électrophorèse sur un support de nickel préalablement nettoyé par décapage électrolytique.

1° *Nickel non badigeonné d'oxydes.*

	T = 300°K.	T = 1150°K.
Valeur moyenne de ε_λ sur 8 cathodes.....	0,24	0,44

2° *Cathodes badigeonnées au pistolet.* — Du fait de la rugosité de la couche, la mesure de l'épaisseur effectuée au micromètre optique n'avait pas une précision supérieure à $\pm 5\mu$. Cette incertitude rend compte de la dispersion des résultats obtenus. Les moyennes indiquées ont été établies, pour chaque essai, sur 4 ou 5 cathodes.

	Valeurs moyennes de ε_λ.	
Épaisseur (en μ).	T = 300°K.	T = 1000 à 1100°K.
30	0,27	0,27
45	0,18	0,21
65	0,2	0,2
85	0,09	0,07
105	0,09	0,09

(*) Séance du 12 avril 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 17, 1947, p. 728.

([2]) *Rev. Scient. Inst.*, 1, 1939, p. 36.

3° *Cathodes badigeonnées par électrophorèse.*

	Valeurs moyennes de ε_λ.	
Épaisseur (en μ).	T = 300° K.	T = 950 à 1050° K.
15	0,31	0,30
25	0,28	0,25
40	0,28	0,26
60	0,18	0,16
80	0,18	0,13

4° *Influence de l'activation* ([3]). — Les essais ont porté sur des cathodes dont la couche d'oxydes avait une épaisseur de 60 à 70 μ, valeur utilisée normalement dans les petits tubes thermioniques.

	Avant activation.		Après activation.	
	T = 300° K.	T = 1000 à 1100° K.	T = 300° K.	T = 1000 à 1100° K.
Valeurs moyennes de ε_λ sur 6 cathodes	0,19	0,26	0,18	0,23

III. *Conclusions.* — Des résultats ci-dessus nous pouvons faire les déductions suivantes :

1° Le pouvoir émissif spectral d'une cathode à oxydes décroît quand l'épaisseur de la couche croît : de 0,35 pour une couche mince, il peut descendre à 0,05 pour une couche épaisse.

2° Pour les épaisseurs normalement utilisées dans la fabrication des petits tubes thermioniques, à savoir 60 à 70 μ, on peut adopter une valeur moyenne de ε_λ de 0,2. Cependant, il ne faudra pas perdre de vue que d'un tube à l'autre, on peut trouver des valeurs de ε_λ comprises entre 0,1 et 0,3. Si donc on veut faire un calcul exact de la température, il est indispensable de faire une mesure précise de ε_λ sur chaque tube expérimental.

3° Le pouvoir émissif spectral du nickel augmente fortement en fonction de la température. Cette dernière influe peu, au contraire, sur le pouvoir émissif spectral des cathodes recouvertes d'oxydes.

4° L'activation semble n'avoir qu'une faible action sur la valeur du pouvoir émissif spectral.

OPTIQUE. — *Sur un invariant des calculs d'optique géométrique et d'optique physique.* Note (*) de M. **P. Michel Duffieux.**

A l'approximation de l'optique physique et du principe de Huyghens, la répartition de l'énergie dans l'image d'un point à travers un instrument

([3]) L'activation d'une cathode à oxydes s'obtient en la portant à une température de 1400° K. environ et en lui faisant débiter un courant électronique de l'ordre de 100 mA par centimètre carré pendant plusieurs minutes.

(*) Séance du 12 avril 1948.

d'optique est donnée par le carré du module d'une fonction $G(u, v)$ représentant la distribution d'amplitude complexe dans la figure de diffraction (1). La répartition d'amplitude complexe dans la pupille de sortie est donnée par la transformée de Fourier de $G(u, v)$

$$F(x, y) = T[G(u, v)]. \tag{1}$$

A l'approximation de l'optique géométrique, la répartition de l'intensité est donnée par la densité, sur la surface u, v, des points d'impact des rayons lumineux. Pratiquement on fixe en chaque point de la surface x, y une densité de n rayons par unité de surface et l'on calcule, sur la base des lois élémentaires, les trajets et les points d'impact sur la surface u, v. Ce type de calcul sert à la définition classique des focales et des caustiques. Herzberger (de Rochester) a montré aux Colloques d'Opticiens de Paris, octobre 1946, de nombreux types d'images, à travers des objectifs doués d'aberrations, obtenus par ce procédé.

Ces deux répartitions (géométrique et physique) sont très différentes pour un même appareil et un même point objet. Les points d'impact des rayons se répartissent nécessairement sur un domaine limité et même restreint de la surface u, v, tandis que la figure de diffraction correspondante est étendue sur la totalité de cette même surface. Cependant, les moments d'éclairement que j'ai définis antérieurement sont communs aux deux répartitions (2).

Pour calculer les coordonnées ξ et η du point d'impact sur la surface u, v d'un rayon issu du point x, y de la pupille de sortie, il est commode d'utiliser un théorème bien connu de Mécanique ondulatoire : ce rayon est la trajectoire du centre de gravité de l'énergie. La direction du rayon passant par x, y est définie par la normale à la surface d'onde et, par conséquent, par un élément dx, dy de la fonction $F(x, y)$. Le rayon est la trajectoire du centre de gravité de l'énergie diffractée par cet élément.

J'ai donné déjà les calculs donnant les valeurs de ξ et η ; je ne les poursuis ici que dans le cas de ξ. Si dw est l'énergie traversant l'élément dx, dy,

$$\xi = -\frac{1}{dw}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} F(x, y) \operatorname{conj} \frac{\partial F(x, y)}{\partial x}\, dx\, dy. \tag{2}$$

J'ai montré que le domaine d'intégration effectif se réduisait à l'*intérieur* de la surface dx, dy. On doit donc écrire :

$$\xi = -\frac{1}{dw} F(x, y) \operatorname{conj} \frac{\partial F(x, y)}{\partial x}\, dx\, dy. \tag{3}$$

Revenons au calcul d'optique géométrique. L'élément dx, dy contient dn rayons

$$dw = dn = |F(x, y)|^2\, dx\, dy. \tag{4}$$

(1) *Ann. de Phys.*, 2, 1947, p. 102 et seq.

(2) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 846 et 911.

Pour calculer le moment d'éclairement des points d'impact des rayons, nous devons intégrer

$$(5)\qquad \xi^2\,dn = \frac{\left|F(x,y)\,\mathrm{conj}\,\dfrac{\partial F(x,y)}{\partial x}\right|^2}{|F(x,y)|^2}\,dx\,dy,$$

le numérateur du second membre étant, d'après (3), une quantité réelle. En substituant au carré de son module le produit de deux grandeurs conjuguées, le dénominateur de (5) disparaît. Finalement, pour la pupille entière

$$(6)\qquad \begin{cases} M_\xi = \displaystyle\iint \xi^2\,dn = \iint \left|\frac{\partial F(x,y)}{\partial x}\right|^2 dx\,dy, \\ M_\eta = \displaystyle\iint \eta^2\,dn = \iint \left|\frac{\partial F(x,y)}{\partial y}\right|^2 dx\,dy. \end{cases}$$

Les intégrales sur la surface x, y doivent être étendues seulement au *domaine intérieur* de la pupille de sortie, à l'exclusion de sa limite. Elles représentent les moments d'éclairement d'Optique Physique, c'est-à-dire les accroissements de moment d'inertie de l'énergie dus aux aberrations. Elles s'annulent en effet, en même temps que les intégrales des seconds membres, pour une pupille sans aberrations.

Les moments d'éclairement sont donc un invariant des calculs de distribution d'énergie dans les deux degrés d'approximation : géométrique et physique.

OPTIQUE. — *Sur la suppression du facteur de réflexion des substances absorbantes par recouvrement d'une ou deux couches minces transparentes.* Note de M. **Florin Abelès**, présentée par M. Jean Cabannes.

J'ai examiné dans une Note précédente (¹) les possibilités d'augmenter le facteur de réflexion des substances absorbantes en les recouvrant d'une ou deux couches minces transparentes. Je me propose maintenant d'étudier un problème en quelque sorte inverse du précédent, à savoir la suppression du facteur de réflexion de ces substances. Les notations sont celles déjà employées (¹). Considérons d'abord le cas d'un support transparent. Pour annuler R_2 il suffira d'annuler ${}_2r$, ce qui conduit aux formules suivantes pour les épaisseurs des couches en fonction des paramètres caractérisant les divers milieux

$$\mathrm{tg}\,\beta_2 = \sqrt{-\frac{(r_3-r)(r_3+r')}{(r_3+r)(r_3-r')}},\qquad \mathrm{tg}\,\beta_1 = \frac{r_3-r'}{r-r_3}\,\frac{1+r_1r_2}{1-r_1r_2}\,\mathrm{tg}\,\beta_2,$$

formules valables quelle que soit l'incidence et pour une onde polarisée dans

(¹) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 733-734.

le plan d'incidence ou perpendiculairement à celui-ci. On a posé $\beta_i = \alpha_i/2$,

$$r = \frac{r_1 - r_2}{1 - r_1 r_2}, \qquad r' = \frac{r_1 + r_2}{1 + r_1 r_2}.$$

Donc r est le coefficient de réflexion sur une couche d'indice n_1 et d'épaisseur optique multiple impair de $\lambda/4$ déposée sur un support d'indice n_2, tandis que r' est le coefficient de réflexion sur la surface de séparation de deux milieux d'indices n_0 et n_2, ou, ce qui revient au même, sur une couche d'indice n_1 et d'épaisseur optique multiple entier de $\lambda/2$ déposée sur un support d'indice n_2.

Si le support est absorbant, il faudra, ainsi que nous l'avons montré, remplacer β_2 par $\beta_2 - \theta_3$, et r_3 par $|r_3|$.

Pour que l'on puisse annuler le facteur de réflexion du support avec une seule couche, il faut que $\beta_1 = 0$, c'est-à-dire que $|r_3| = r'$; en d'autres termes, il faut que les coefficients de réflexion aux deux intersurfaces soient égaux. Dans ce cas l'épaisseur optique de la couche doit être égale à un multiple impair de $\lambda/4$ augmenté du retard introduit par la réflexion métallique. Les couches minces transparentes que l'on sait déposer jusqu'à maintenant ont des indices de réfraction inférieurs à 2,5, ce qui, dans le cas de l'incidence normale, correspond à $r' \leqq 0,43$. On ne pourra donc annuler le facteur de réflexion de la plupart des métaux que pour une incidence très oblique.

Pour qu'il y ait des solutions avec deux couches, il faut que $\operatorname{tg}(\beta_2 - \theta_3)$ soit une quantité réelle. Ceci nous donne la condition

$$(|r_3|^2 - r^2)(|r_3|^2 - r'^2) \leqq 0,$$

donc $|r_3|^2$ doit être compris entre r^2 et r'^2.

Dans le cas de l'incidence normale,

$$r = \frac{n_0 n_2 - n_1^2}{n_0 n_2 + n_1^2}, \qquad r' = \frac{n_0 - n_2}{n_0 + n_2}, \qquad |r_3|^2 = \frac{(n_2 - \nu_3)^2 + \varkappa_3^2}{(n_2 + \nu_3)^2 + \varkappa_3^2}.$$

Si l'on pose $n_1^2 = N_1$, $n_2^2 = N_2$, on trouve qu'ils doivent vérifier l'inégalité

$$(1) \quad [n_0(\nu_3^2 + \varkappa_3^2)N_1 - n_0^2 \nu_3 N_2 + n_0 N_1 N_2 - \nu_3 N_1^2][(\nu_3 - n_0)N_2 + n_0(n_0 \nu_3 - \nu_3^2 - \varkappa_3^2)] \geqq 0.$$

Les points du plan $N_1 O N_2$ qui vérifient (1) sont compris dans des régions limitées par la droite

$$(D) \qquad N_2 = n_0 \frac{n_0 \nu_3 - \nu_3^2 - \varkappa_3^2}{n_0 - \nu_3} = c,$$

et par l'hyperbole

$$(H) \qquad \nu_3 N_1^2 - n_0 N_1 N_2 - n_0(\nu_3^2 + \varkappa_3^2) N_1 + n_0^2 \nu_3 N_2 = 0.$$

Celle-ci a pour asymptotes la verticale $N_1 = n_0 \nu_3$ et la droite

$$n_0 N_2 = \nu_3 N_1 - n_0 \varkappa_3^2.$$

La droite (D) coupe (H) aux points $N_1 = n_0^2$, et $N_1 = c$.

Avec ces données, on tracera rapidement les courbes (H) et (D). Sachant quelles sont les substances que l'on peut déposer en couche mince, c'est-à-dire les indices n_1 et n_2 dont on dispose, on verra facilement quelles sont les substances dont on peut annuler le facteur de réflexion. Ceci peut être intéressant pour la construction de filtres, de systèmes polarisants, ainsi que pour la détermination des paramètres des substances absorbantes.

Remarque. — Dans le cas où le support est transparent et en incidence normale, on retrouve les formules données par MM. P. King et L. B. Lockhardt ([2]). L'hyperbole dégénère alors en deux droites et la condition (1) devient la condition déjà signalée par M. P. Cotton ([3]).

OPTIQUE MOLÉCULAIRE. — *Spectres de Raman et structure du chlorure d'ammonium.* Note de Mlle **Lucienne Couture** et M. **Jean-Paul Mathieu**, présentée par M. Jean Cabannes.

La théorie de la polarisation des raies de Raman des monocristaux cubiques ([1]) ouvre un nouveau champ d'étude pour le chlorure d'ammonium, puisqu'elle permet de déterminer la symétrie des vibrations actives en effet Raman. Les spectres de ce cristal ont déjà été étudiés sur les poudres cristallines ([2]) ou sur les monocristaux, mais sans mesures du facteur de dépolarisation ([3]). Les résultats expérimentaux obtenus à température ordinaire sont donnés dans le tableau suivant.

$\Delta\nu$ en cm^{-1}...	88.	143.	170.	197.	1403.	1428.	1444.	1711.	1771.	1985.	2818.	3042.	3133.
Type.........	E	F	F	F	F	F	F	E	F	F	F	A(+F)	F
Intensité......	6,3	10	9,5	–	3,8	0,7	0,4	9,0	3,3	3,5	12	51	30
Aspect (*)....	d	d	d	d	f	f	f	f	b	b	d	d	d

(*) d = raie diffuse; f = raie fine; b = bande.

L'analyse au moyen des rayons X ([4]) a montré que les atomes Cl et N sont disposés comme les atomes Cl et Cs dans le cristal cubique de chlorure de césium (groupe O_h^1 — P m 3 m; symétrie propre des ions O_h — 4/m $\bar{3}$ 2/m); mais on ne peut déterminer la place des quatre atomes H qui entourent chaque atome N.

D'autre part, l'existence d'un point de transition à — 30°C. a conduit

([2]) *J. O. S. A.*, **36**, 1946, p. 513.
([3]) *Ann. de Phys.*, **2**, 1947, p. 209.

([1]) L. Couture et J.-P. Mathieu, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 902 et 1217.
([2]) A. C. Menzies et H. R. Mills, *Proc. Royal Soc.*, A, **148**, 1935, p. 407; F. T. Holmes, *Journ. Chem. Phys.*, **4**, 1936, p. 88.
([3]) R. S. Krishnan, *Proc. Indian Acad. Science*, A, **28**, 1947, p. 432.
([4]) R. W. G. Wyckoff, *Amer. Journ. of Science*, **54**, 1922, p. 469.

Pauling ([5]) à l'hypothèse d'une rotation libre des ions NH_4 dans le cristal au-dessus de la température de transition.

L'étude des spectres de Raman de basse fréquence démontre que la symétrie propre des ions NH_4 n'est pas O_h (ions en rotation isotrope) ni même T_d (atomes H suivant les diagonales du cube). En effet, on ne devrait trouver, dans le premier cas aucune raie de basse fréquence, dans le second une seule. La symétrie des ions NH_4 doit donc être inférieure à T_d. Nous allons voir qu'elle peut être celle du groupe C_{3v}; cette dernière symétrie peut être produite, en particulier, par une rotation des ions NH_4 autour d'un des axes ternaires du cube, hypothèse déjà faite par E. Bauer ([6]).

Pour retrouver la symétrie cubique du cristal, on doit alors considérer une maille quadruple (groupe $T_d^3 - I\bar{4}3m$) ou octuple (groupe $O_h^1 - Pm\,3m$). Le dénombrement des vibrations de basse fréquence actives est le suivant. Groupe T_d^3 : 1 vibration A_1, $2E$, $4F_2$; groupe O_h^1 : 1 vibration A_{1g}, $1E_g$, $2F_{2g}$. Nous excluons de ce dénombrement les vibrations des ions NH_4, car les intensités relatives des raies ne s'accordent pas avec l'hypothèse d'une telle origine.

Les vibrations internes des ions NH_4 donnent lieu, dans l'hypothèse d'une symétrie C_{3v} des ions, aux prévisions théoriques contenues dans le Tableau suivant, avec les attributions possibles pour les raies et les bandes de vibration.

Fréquences de l'ion libre.	1397 (ν_4).				1685 (ν_2).			3033 (ν_1).		3134 (ν_3).			
Ion libre symétrie T_d.	F				E			A		F			
Ion symétrie C_{3v}. . . .	A		E		E			A		A		E	
Couplage de 4 ions. .	A	F	E	FF	E	FF		A	F	A	F	E	FF
Intensités relatives. .	0	1	0	2	1	0		1	0	0	1	0	2
Fréquences.	1403	1428		1444	1711	1771	1985	3042			2818	3133	
Types.	F	F		F	E	F	F	A(+F)			F	F	

On n'explique pas l'aspect des larges bandes 1771 et 1985 cm^{-1}. L'aspect des autres raies s'explique si l'on se rappelle que les vibrations de valence qui donnent des raies diffuses sont plus perturbées par les modifications du champ cristallin que les vibrations de déformation qui donnent des raies fines dans le spectre. Nous pensons que la décomposition de la vibration triplement dégénérée de valence ν_3 fournit les deux fréquences 2818 et 3133 cm^{-1}, l'une inchangée, l'autre très abaissée. Il doit en être ainsi dans l'hypothèse d'une diminution de la force de la liaison unissant à l'atome N l'atome H situé sur l'axe ternaire, cette diminution pouvant provenir de l'attraction par l'ion Cl voisin.

En conclusion, l'hypothèse d'une symétrie C_{3v} des ions NH_4 dans le chlorure d'ammonium, qui peut s'expliquer par une rotation de ces ions autour d'un

([5]) *Physical Review*, **36**, 1930, p. 430.

([6]) *Cahiers de Physique*, n° **21**, 1944, p. 37.

axe ternaire, rend compte des principaux faits observés dans les spectres de diffusion à la température ordinaire. Le groupe spatial du cristal serait alors O_h^1 de préférence à T_d^3, puisqu'on n'observe pas de piézoélectricité ([7]).

EFFET RAMAN. — *Oscillations internes de l'ion* SO_4 *dans un cristal d'Epsomite* (SO_4Mg, $7H_2O$). Note (*) de MM. **Charles Bouhet** et **Robert Lafont**, présentée par M. Jean Cabannes.

Le sulfate de magnésium (orthorhombique groupe D_2) contient quatre ions SO_4 par maille, de symétrie propre C_1. L'un des plans de symétrie du tétraèdre SO_4 coïncide cependant, comme dans la barytine, avec le plan XZ qui est ainsi plan de pseudo-symétrie de l'ion dans le cristal (OX : n_g, OY : n_p, OZ : n_m); l'axe binaire du tétraèdre contenu dans ce plan fait un angle $\alpha = 35°$ avec l'axe OZ. L'ion SO_4 libre a la symétrie T_d et possède quatre fréquences propres : $\nu_1 = 980\,cm^{-1}$ (simple totalement symétrique), $\nu_2 = 458\,cm^{-1}$ (doublement dégénérée), $\nu_3 = 615\,cm^{-1}$ et $\nu_4 = 1105\,cm^{-1}$ (triplement dégénérées). L'abaissement de symétrie de l'ion dans le cristal doit se traduire par une cessation des dégénérescences, chaque oscillation simple de l'ion donnant par couplage quatre oscillations d'ensemble du cristal, de types A_1, B_1, B_2, B_3 ([1]), toutes actives en effet Raman.

Les intensités relatives des raies d'un même ensemble peuvent être calculées en première approximation en admettant que les variations de la polarisabilité de l'ion dans le cristal sont sensiblement les mêmes que dans l'ion libre. Les coefficients des teneurs relatifs aux diverses oscillations simples seront par suite les mêmes que pour les sulfates holoèdres, l'abaissement de symétrie de l'ion se traduisant par l'apparition de coefficients non nuls mais petits, à la place de certains coefficients nuls de ces tenseurs. La théorie permet de prévoir un nombre de raies double, pour chaque ensemble, de celui prévu pour les sulfates holoèdres. De plus, par suite de la position symétrique du tétraèdre SO_4 par rapport au plan XZ, le calcul des intensités des raies *fortes* A_1, B_1, B_2 ou B_3 conduit à des formules identiques à celles ([2]) donnant des intensités des raies A_{1g}, B_{1g}, B_{2g} ou B_{3g} des sulfates holoèdres.

L'étude expérimentale de l'effet Raman de l'epsomite a été faite dans les six cas d'observation possibles ([1]). Les résultats sont donnés dans le tableau ci-après ([3]) :

([7]) A. Hettich, *Zeits. Physik. Chemie*, A, 168, 1934, p. 353.

(*) Séance du 5 avril 1948.

([1]) Placzek, *Handbuch der Radiologie*, 6, 1934, p. 293, et J.-P. Mathieu, *Spectres de vibration et Symétrie*, Paris, 1945, p. 323.

([2]) L. Couture, *Ann. de Phys.*, 2, 1947, tableau XXIX, p. 80.

([3]) Dans le cas 3, les indications H et V correspondent à des clichés en lumière incidente polarisée horizontale ou verticale.

Fréquences en cm^{-1}.	Intensités relatives par ensemble cas: moy.	1-3.	2-4.	5-6.	Polarisation cas: 1.	2.	3. H	3. V	4.	5.	6.	Type.	
445	1,8				o	o		∞	∞	∞	∞	B_1	
447	1,2				∞	∞	o		∞	o	∞	B_3	
450		1	o	F	o	–		o	–	o	o	A_1	
460	2,1				∞	∞	∞		o	∞	o	B_2	E_2
461	f					–		∞	–	–	–	B_1	
474	f					·	o		–	o	–	B_3	
612		> 1	1,2	m	o	o		o	o	o	o	A_1	
614	f				∞	∞	∞		o	∞	–	B_2	
617	F				∞	∞	o		∞	o	∞	B_3	
619	0,8				–	o		∞	∞	∞	∞	B_1	E_3
633	f				–	o		∞	–	∞	–	B_1	
641	f				∞	∞	∞		o	∞	–	B_2	
986		FF	FF	FF	o	o		o	o	o	o	A_1	E_1
1064	1				∞	∞	o		∞	o	∞	B_3	
	m	o	2,5	F	–	o		–	o		o	A_1	
1075	m				–	–		–	–	∞	–	B?	
1095		f o	1	F	o	∞		–	∞	o	o	?	
1098		o	1	F	–	o		–	o			A_1	E_4
1118	0,8				∞	–	∞		–	–	–	B_2	
1135		1,5	ff	–	o	–		o	o	–	–	A_1	
1148	> 1				–	o		∞	∞	∞	∞	B_1	
1160	f				∞	∞	o		∞	–	–	B_3	

Ensemble E_1. — La théorie prévoit une raie forte du type A_1 et trois raies faibles de types B_1, B_2 et B_3. En fait, seule la raie A_1 intense, totalement symétrique, de fréquence 986 cm^{-1} apparaît.

Ensemble E_2. — La théorie prévoit quatre raies fortes : A_1 et B_2 venant de l'oscillation de l'ion pseudo-symétrique par rapport à XZ, B_1 et B_3 venant de celles peudo-antisymétriques par rapport à ce plan; les intensités de ces raies concordent assez bien avec les intensités calculées

Type de la raie.......	A_1 450 cm^{-1}			B_1 445 cm^{-1}	B_2 460 cm^{-1}	B_3 447 cm^{-1}
Cas.	1-3	2-4	5-6			
Intensités calculées...	1	0,0001	1,02	2,01	1,98	0,99
Valeurs observées.....	1	o	F	1,8	2,1	1,2

L'accord remarquable entre la valeur calculée pour la raie A_1 450 cm^{-1} dans les cas 2 et 4 et celle observée, confirme la valeur $\alpha = 35°$ donnée par l'étude aux rayons X. On observe trois des raies faibles sur les quatre prévues.

Ensembles E_3 *et* E_4. — Les résultats sont moins sûrs. Notons cependant la présence de neuf raies sûres (sur douze prévues) dans l'ensemble E_4 (certaines

raies très faibles apparaissent sur certains clichés relatifs à cet ensemble, mais ne sont pas assez sûres pour que l'on puisse en tirer des conclusions). La valeur nulle de l'intensité observée dans les cas 1 et 3 pour la raie A_1 1064 cm^{-1} conduirait pour θ (angle déterminant la façon dont cesse la dégénérescence) à la valeur 0 ou $\pi/2$, sans que nous puissions lever cette indétermination pour l'instant.

ÉLECTROLUMINESCENCE. — *Sur l'intensité du rayonnement émis par la décharge d'un condensateur dans des tubes à krypton ou à xénon.* Note de MM. **Marcel Laporte**, **Roger Legros** et **Jean Roux**, présentée par M. Jean Cabannes.

Il a été établi, il y a plus de dix ans, par l'un de nous ([1]), que la décharge d'un condensateur dans un gaz rare, plus spécialement dans le krypton ou le xénon, donne naissance à l'émission d'un rayonnement qui donne lieu à un spectre continu intense dans le visible et l'ultraviolet.

La répartition d'énergie dans le fond continu, la disparition plus ou moins complète de radiations monochromatiques superposées, la durée et l'intensité des éclairs dépendent des conditions expérimentales.

Si la production d'un rayonnement ne présentant à peu près exclusivement que du fond continu est particulièrement intéressante du point de vue théorique, il n'en est pas de même pour de nombreuses applications où il n'est besoin que d'obtenir des éclairs très brefs et aussi intenses que possible.

Il a été montré antérieurement ([2]) que la durée des éclairs croît avec la capacité, d'abord rapidement, puis suivant une loi linéaire, de telle sorte que si l'on désire obtenir des durées d'éclairs inférieures par exemple à 10^{-4} s, il est nécessaire de se limiter à des capacités inférieures à quelques microfarads.

Cette Note a pour but d'indiquer comment l'énergie du rayonnement dépend de la pression du gaz, de la capacité et de la tension de charge du condensateur.

Le circuit utilisé comporte un transformateur dont le primaire est alimenté sur le secteur à travers un rhéostat ou une self réglable.

Une des extrémités du secondaire est réunie au sol; l'autre est réunie à l'anode d'un redresseur à gaz, (phanotron), dont la cathode est reliée à l'une des armatures, A, du condensateur; A est également réunie à l'anode d'un thyratron dont la cathode est au sol; la seconde armature, B, est réunie d'une part à l'extrémité d'une self à fer de 100 mH et à l'une des électrodes du tube à décharge; enfin, la seconde extrémité de la self et la deuxième électrode du tube sont reliées au sol. La grille du thyratron est polarisée par une batterie d'accus dont un pôle est au sol; cette polarisation permet de charger le con-

([1]) M. Laporte, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1341; *J. Phys.*, IX, 1938, p. 228.

([2]) M. Laporte et P. Corda, *J. Phys.*, VIII, 1937, p. 233.

densateur sous une tension supérieure à la tension d'allumage du tube; la commande de la décharge se fait à l'instant choisi en supprimant à cet instant la polarisation de grille.

Pour étudier l'influence de la capacité et de la tension de charge du condensateur ou celle de la pression du gaz sur l'énergie du rayonnement, on forme l'image d'un segment de tube par un condenseur à court foyer sur une pile thermoélectrique reliée à un galvanomètre.

La paroi du tube (pyrex) et l'Optique du condensateur absorbant l'ultraviolet, les déviations du spot du galvanomètre sont proportionnelles à la somme des énergies du rayonnement émis par l'éclair dans le visible et l'infrarouge.

L'interposition d'un filtre arrêtant le visible permet de déterminer la proportion du visible à l'infrarouge.

Les résultats obtenus sont les suivants :

1° Le rapport de l'énergie rayonnée dans l'infrarouge (non tenu compte de la fraction de ce rayonnement qui est absorbée dans le filtre) à l'énergie rayonnée dans le visible est sensiblement constant, égal à 1/4.

Nous signalons que cette proportion élevée permet d'envisager l'emploi de telles décharges comme sources instantanées d'infrarouge.

2° L'énergie du rayonnement est sensiblement proportionnelle à la capacité du condensateur et au carré de sa tension de charge, c'est-à-dire à l'énergie dépensée dans la décharge.

3° L'énergie du rayonnement émis par un tube de 8^{mm} de diamètre intérieur, chargé en krypton ou en xénon, croît avec la pression, d'abord assez rapidement, puis passe par un maximum étalé pour des pressions de l'ordre de 35^{mm} de mercure (par raison d'économie du gaz rare, nous n'avons dépassé que de quelques millimètres cette pression optima).

4° Le maximum obtenu avec le xénon est les 3/2 de celui obtenu avec le krypton, ce qui précise l'avantage de l'emploi du xénon.

5° Nous référant à des mesures antérieures, on peut évaluer que l'efficacité lumineuse dans le xénon, pour un tube de 8^{mm} de diamètre, chargé sous une pression de 35^{mm}, est très élevée, de l'ordre de 40 lumens/watt.

On en déduit que dans un éclair, d'une durée de 10^{-4} s, qui met en jeu une énergie de 100 joules (par exemple 8 μF sous 5000 volts), la puissance et le flux moyens (moyenne rapportée à la durée de l'éclair), atteignent respectivement les valeurs de 1000 kW et de 40 millions de lumens.

Ces valeurs élevées permettent d'envisager un très grand nombre d'applications, tant scientifiques que techniques, de ces sources de lumière.

L'ensemble de ces résultats a été établi pour des capacités comprises entre 1/2 et 10 μF et des tensions entre 1500 et 6000 volts.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur la distribution des périodes et des énergies maxima des radioéléments* β. Note (*) de M. MAURICE-E. NAHMIAS, présentée par M. Frédéric Joliot.

J'ai déjà eu l'occasion de signaler que le nombre de radioéléments β ayant des périodes T comprises entre x et $x+dx$, où $x = \log T$ présente un maximum pour $x = 3{,}5$.

J'avais d'abord utilisé (1) les valeurs des périodes de 220 radioéléments connus en 1937, puis celles des 412 radioéléments connues (2) en 1945 (3). On aurait pu penser que les difficultés inhérentes aux mesures des périodes très courtes ou très longues étaient responsables, en grande partie, d'une telle distribution gaussienne dont le maximum correspondait à des laps de temps facilement mesurables. Les travaux publiés (4) aux États-Unis concernant les radioéléments de fission obtenus avec les piles atomiques ont précisé les valeurs de près de 200 périodes déjà connues (du Zn au Gd) et mentionnent plus d'une cinquantaine de nouveaux radioéléments. La courbe de la figure 1 montre la distribution des périodes actuellement connues.

Il y a deux interprétations possibles d'une telle distribution : les droites de Sargent (5) ont une signification physique simple où ces droites ont tellement de *satellites* qu'elles empiètent (6) et forment un *domaine*.

Dans le premier cas le calcul montre (la figure 2 illustre ces calculs) que pour concilier l'existence des droites de Sargent avec la distribution de la figure 1, il faut admettre que les valeurs de x, correspondant aux maxima respectifs des distributions pour les trois degrés de transition, sont identiques. Dans cette hypothèse nous voyons que pour $x_m = 4$ les courbes de la figure 2 donnent, pour les valeurs de l'énergie d'excitation du noyau au delà de laquelle $n = 0$, respectivement : 1,7; 5 et 12 MeV (traits en pointillé). En portant $x = 4$ dans les équations des trois droites de Sargent, on obtient les valeurs les plus fréquentes de E; respectivement : 1; 2,9 et 8,3 MeV, en désaccord avec les résultats expérimentaux déjà assez nombreux (*fig.* 4). On peut expliquer la distribution de la figure 1 de la façon suivante. La figure 3 montre que l'on peut faire passer d'innombrables droites par les points expérimentaux relatifs à près de 300 E_{max} actuellement connues. On voit que la droite *moyenne* $\log E = 1{,}30 - 0{,}21 \log T$ passe convenablement au travers de ce *domaine* de

(*) Séance du 22 mars 1948.

(1) M. E. NAHMIAS, *Phys. Rev.*, 52, 1937, p. 666.

(2) G. T. SEABORG, *Rev. of Mod. Phys.*, 16, 1944, p. 1.

(3) M. E. NAHMIAS, *Journ. de Phys. et Ra.*, 9, 1946, p. 266.

(4) *Plutonium Project. Rev. of Mod. Phys.*, 18, 1946, p. 513.

(5) B. W. SARGENT, *Proc. Roy. Soc.*, 39, 1943, p. 659.

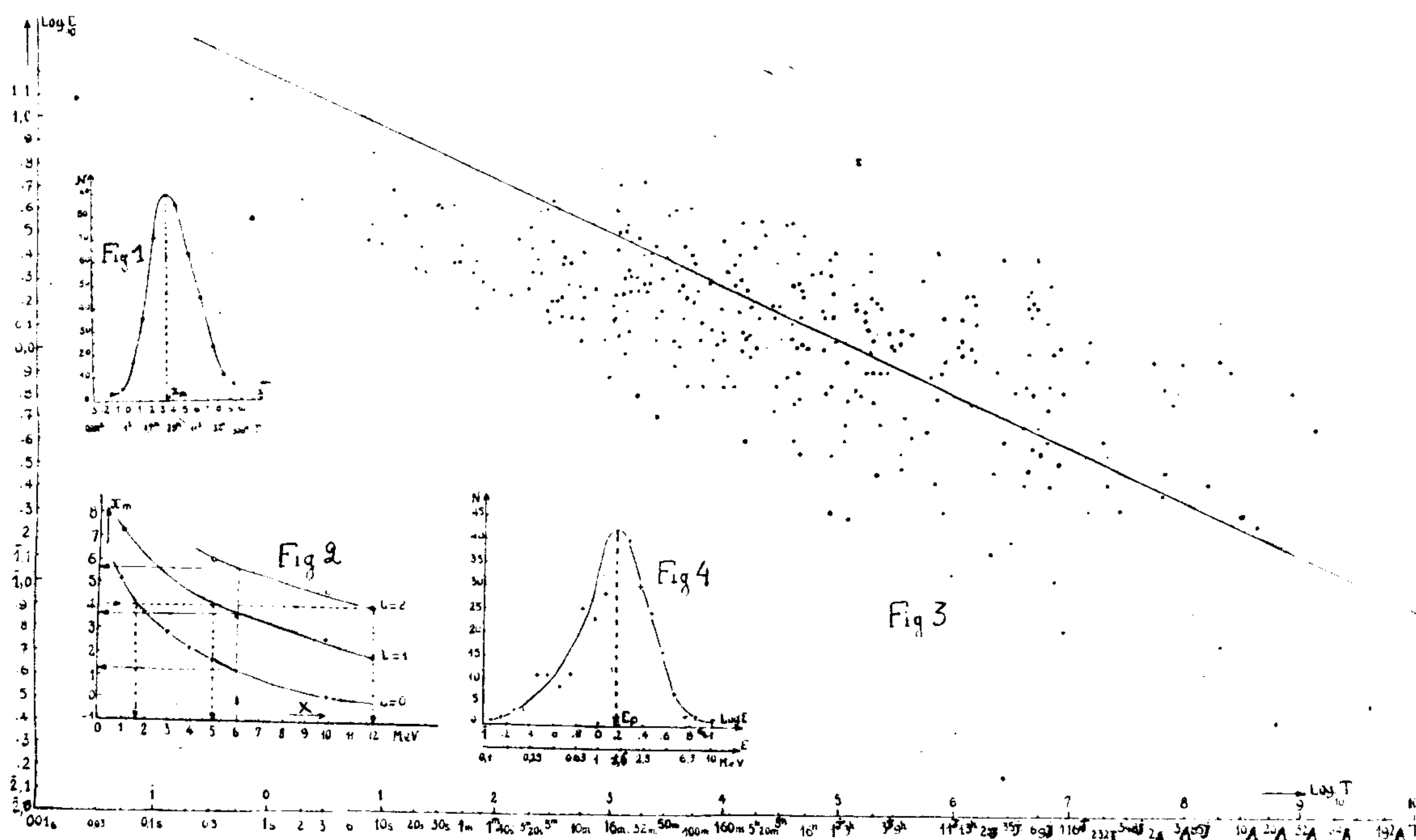
(6) E. J. KONOPINSKI, *Rev. of Mod. Phys.*, 15, 1943, p. 209.

points. Cette droite donne $T \cong E^{-4,76}$, en accord avec la théorie de Fermi (7).

Constatons également que la distribution de la figure 4 montre *un seul maximum* et une E maximum la plus probable

$$E_p = 1,6 \text{ MeV} + m_0 c^2 = 2,1 \text{ MeV}.$$

Rappelons enfin que la théorie de Bohr et Wheeler (8) prévoit d'autres émissions pour concurrencer l'émission β lorsque les énergies d'excitation dispo-



1. Distribution des périodes mesurées de 450 radioéléments β, y compris les radioéléments de fission (1947). — 2. Les ordonnées représentent les log des périodes qui correspondraient aux maxima de distributions théoriques, prévisibles avec les 3 droites de Sargent, et avec des valeurs hypothétiques X, de l'énergie maximum E, pour lesquelles la distribution statistique de E tend brusquement vers zéro. — 3. log E en fonction de log T. L'énergie est mesurée en MeV et les périodes exprimées en secondes dans log T. La droite « moyenne » a pour expression

$$\log E = 1,30 - 0,21 \log T.$$

Cette figure est établie avec les E connues pour 300 radioéléments (décembre 1947). — 4. Distribution des énergies maxima de 300 radioéléments β.

nibles sont supérieures à 6 MeV. Si nous admettons donc $n = 0$ pour $E \geq 6$ MeV, la courbe $L = 1$, seule de la figure 2, nous donne un x_m compris entre 3 et 4 comme l'exige la distribution observée (*fig.* 1). Nous calculons en outre que pour $x_m = 3,6$, et pour cette droite moyenne, on doit s'attendre à une énergie maximum la plus probable $E_p = 3,5$ MeV. On peut donc prévoir que les

(7) E. Fermi, *Zeits. f. Phys.*, **88**, 1934, p. 173.

(8) N. Bohr et Wheeler, *Phys. Rev.*, **56**, 1939, p. 427.

150 énergies maxima qui restent à déterminer, ainsi que la révision de celles déjà connues, auront pour effet de déplacer le maximum de la distribution de la figure 4 vers $E = 3$ MeV.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Contribution par la méthode des coïncidences à l'étude du schéma de désintégration de* ^{198}Au. Note (*) de M. **Gérard-André Renard**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Divers auteurs ([1-6]) ont proposé différents schémas de désintégration du nuclide ^{198}Au; ces schémas peuvent se ramener à quatre types (*fig.* 1, *a, b, c, d*). En vue de choisir entre ces différents types, nous avons effectué les expériences ci-dessous

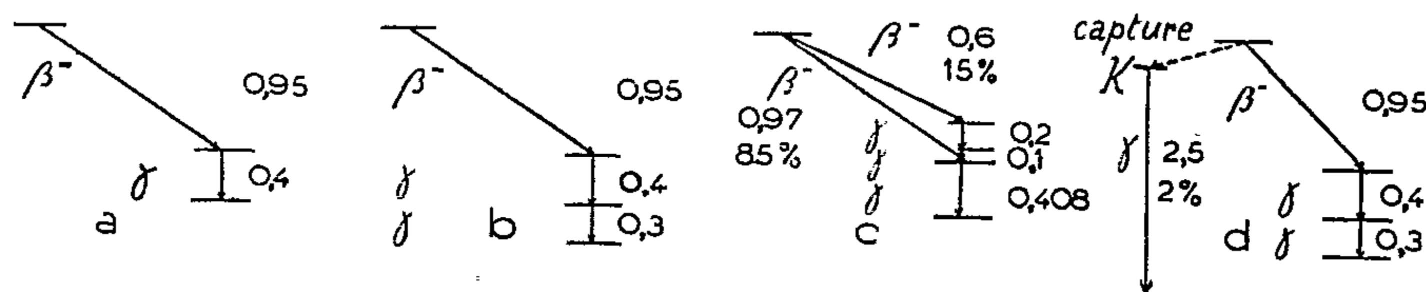


Fig. 1 *a, b, c, d.* — *a*, Siegbahn, (1947); *b*, Norling, (1941), Wiedenbeck et Chu (1947); *c*, Lévy et Greuling (1948); *d*, Sizoo et Eykman, (1939), Jnanananda, (1946). Les énergies sont exprimées en MeV., les intensités en pour cent.

Diverses feuilles d'or d'épaisseur 20, 10 et 0,5 μ irradiées pendant des temps très différents, soit par des deutons, soit par des neutrons lents, montrent une activité décroissant avec une période pure de ($66 \pm 0,5$ h.) due à ^{198}Au. La courbe d'absorption dans le Pb et l'Al des rayons γ émis, montre un rayonnement complexe, d'une énergie moyenne voisine de 0,35 MeV. L'étude de l'absorption du rayonnement β dans l'Al avec un compteur d'Al de $0^{mm},1$ d'épaisseur donne un parcours maximum de ($0,95 \pm 0,03$) MeV. L'étude du spectre avec un compteur sans paroi (*fig.* 2) montre une composante dont on peut estimer l'intensité à (5 ± 1)% de celle du spectre de 0,95 MeV, et dont l'énergie maximum correspond à (70 ± 7) keV. Cette composante peut provenir soit d'un spectre partiel, soit d'une raie électronique. La courbe d'absorption ne montre pas de discontinuité en dehors de cette composante. Nous avons effectué des coïncidences $\beta - \gamma$: le rapport du nombre de coïncidences $\beta - \gamma$

(*) Séance du 12 avril 1948.

([1]) G. J. Sizoo et C. Eÿkman, *Physica*, 6, 1939, p. 332.

([2]) F. Norling, *Ark. f. Math. o. Fys.*, 27 A 1941.

([3]) S. Jnanananda, *Phys. Rev.*, 70, 1946, p. 812.

([4]) K. Siegbahn, *Proc. Roy. Soc.*, 189, 1947, p. 527.

([5]) M. L. Wiedenbeck et K. Y. Chu, *Phys. Rev.*, 72, 1947, p. 1164-1171.

([6]) P. W. Lévy et E. Greuling, *Phys. Rev.*, 73, 1948, p. 83.

au nombre de β est constant en fonction de l'absorption dans le compteur β de $0^{mm},1$ d'Al (*fig.* 3); mais la précision des mesures ne permet d'affirmer qu'à 10 % près que le spectre est simple. D'autre part des coïncidences γ — γ ont été

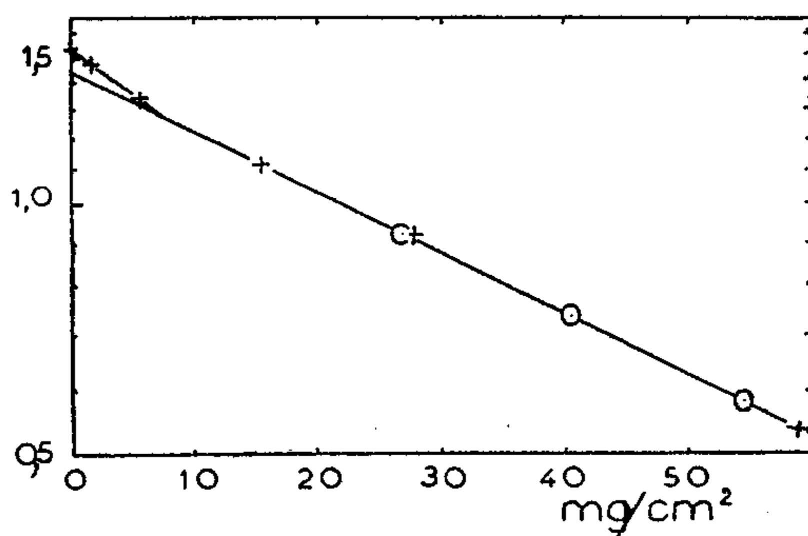


Fig. 2. — Absorption du rayonnement β dans l'Al; ordonnées : activité en unités arbitraires.

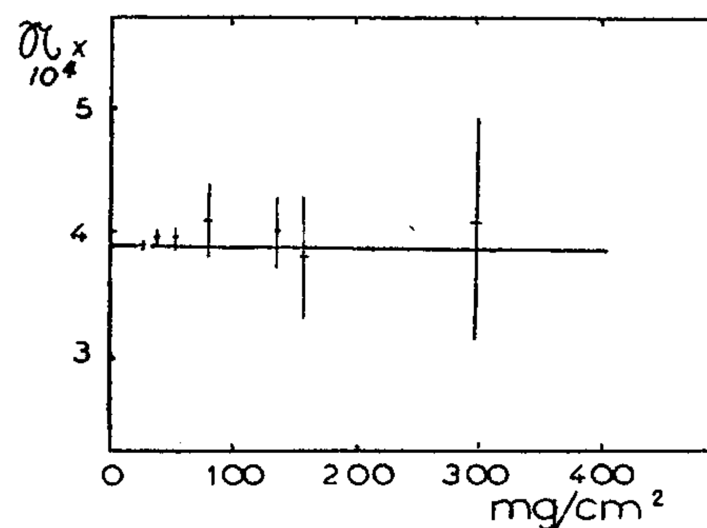


Fig. 3. — Rapport $\mathfrak{N} = N_{\beta-\gamma}/N_\beta$ en fonction de l'absorption dans l'Al.

obtenues. D'après les courbes d'efficacité des compteurs en fonction de l'énergie des rayons γ ([7-9]), l'estimation du rapport du nombre de coïncidences γ — γ au nombre de rayons γ donne, dans les cas 1 *a*, 1 *b*, 1 *c*, respectivement : 0; $(0,4 \pm 0,2)10^{-3}$; $(0,1 \pm 0,7)10^{-3}$; dans le cas 1 *d*, en admettant que l'intensité de la raie de 2,5 MeV est de l'ordre de 2 % de celle de la raie de 0,4 MeV, on obtient une valeur voisine de $0,4\ 10^{-3}$, ce qui infirme les schémas 1 *a* et 1 *c*.

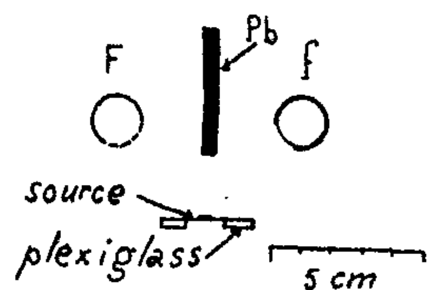


Fig. 4. — Dispositif de coïncidences β — électrons de conversion.

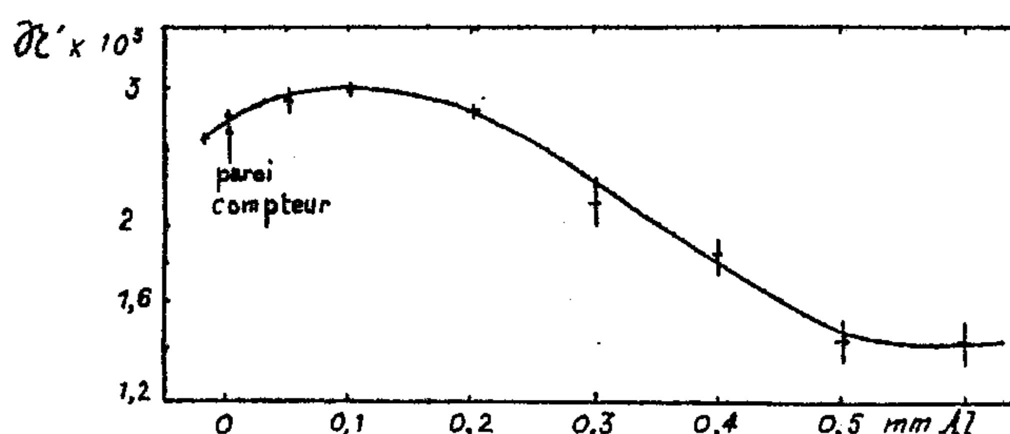


Fig. 5. — Rapport $\mathfrak{N}' = N_{\beta-e^-}/N_\beta$ en fonction de l'absorption dans l'Al.

Nous avons également cherché si les rayons γ émis étaient convertis; s'il en est ainsi, les électrons seront en coïncidences avec les négatons du spectre, et le rapport coïncidences β — e^- par β doit varier avec l'absorption. Nous avons utilisé deux compteurs à rayons β à fenêtre de 19μ d'Al, et obtenu la courbe

([7]) H. MAIER-LEIBNITZ, *Z. Naturforschg*, **1**, 1946, p. 243.

([8]) H. BRADT, P. C. GUGELOT, O. HUBER, H. MEDICUS, P. PREISWERK, et P. SCHERRER, *Helv. Phys. Acta.*, **19**, 1946, p. 77.

([9]) N. MARTY, *J. Phys. et Rad.*, **26**, 1945, p. 29.

représentée figure 5. Dans le cas du schéma du type 1 *c*, et en admettant une distribution isotrope des β et des électrons de conversion, nous avons :

$$N_{\beta_1} = N\omega_1(a_{\beta_1} + x a_{e_1^-}); \qquad N_{\beta_2} = N\omega_2(a_{\beta_2} + x a_{e_2^-}); \qquad N_{\beta,e^-} = N\omega_1\omega_2(a_{\beta_1} x a_{e_2^-} + a_{\beta_2} x a_{e_1^-});$$

où N est le nombre de désintégrations, N_{β_1}, N_{β_2}, ceux des décharges dans les compteurs 1 et 2, et N_{β,e^-} le nombre de coïncidences, ω_1, ω_2, les angles solides effectifs des compteurs, x le coefficient de conversion interne, a_{β_1}, a_{β_2}, $a_{e_1^-}$, $a_{e_2^-}$, les facteurs de transmission par les parois des compteurs, des négatons du spectre et de la raie électronique. La valeur des rapports $N_{\beta,e_2^-}/N_{\beta_2}$ prise, d'une part en extrapolant jusqu'à l'absorption zéro ($a_{\beta_2} = a_{e_2^-} = 1$), et prise lorsque la raie de conversion est absorbée ($a_{e_2^-} = 0$), permet d'obtenir $x = (5 \pm 2)\,\%$. La figure 5 montre que la raie électronique d'énergie $(0,4 \pm 0,1)$ MeV, provient de la conversion du γ de 0,4 MeV.

En conclusion, seul le schéma 1 *b* est possible, compte tenu de la capture K possible du schéma 1 *d*, que nous nous proposons de vérifier.

RAYONS COSMIQUES. — *Sur la masse des particules de la composante pénétrante du rayonnement cosmique.* Note (*) de MM. **Charles Peyrou**, **Michel Lhéritier** et **André Lagarrigue**.

Nous avons décrit dans une Note précédente (1) une expérience effectuée dans le champ magnétique de L'Argentière-la-Bessée, à 1000^{m} d'altitude, pour mesurer la masse du méson du rayonnement cosmique. Le dépouillement ultérieur des clichés permet de préciser les résultats.

Le dispositif de compteurs était tel que la chambre de Wilson était déclenchée par toutes les particules qui, passant dans la chambre, pouvaient encore traverser $4^{cm},6$ de Pb. Un dernier ensemble de compteurs permettait d'identifier, parmi ces particules, celles qui s'arrêtaient dans une deuxième plaque de plomb de 4^{cm} (ces chiffres sont corrigés pour tenir compte des parois des compteurs). L'impulsion de ces particules, dont le parcours est compris entre $4^{cm},6$ et $8^{cm},6$ de Pb, doit être comprise entre deux limites données par la relation impulsion-parcours. Ces limites dépendent de la masse des particules.

Les résultats sont représentés dans deux figures correspondant à deux expériences. On a fait figurer les impulsions, mesurées par la courbure magnétique avec l'erreur probable calculée en tenant compte du scattering multiple dans l'argon de la chambre. Les particules arrêtées et non arrêtées sont notées différemment. Au delà de 270 MeV, il n'y a plus que des particules non arrêtées. On a fait figurer également les limites théoriques du domaine des

---

(*) Séance du 5 avril 1948.

(1) Michel Lhéritier, Charles Peyrou et André Lagarrigue, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1304-1306.

particules arrêtées dans l'hypothèse de masses 210 et 300. La figure 1 est relative à une expérience faite avec 72^{cm} de Pb au-dessus de la chambre. Sur 3300 clichés de rayons cosmiques, on a enregistré 30 particules arrêtées, parmi lesquelles 12 ayant une impulsion supérieure à 230 MeV et allant

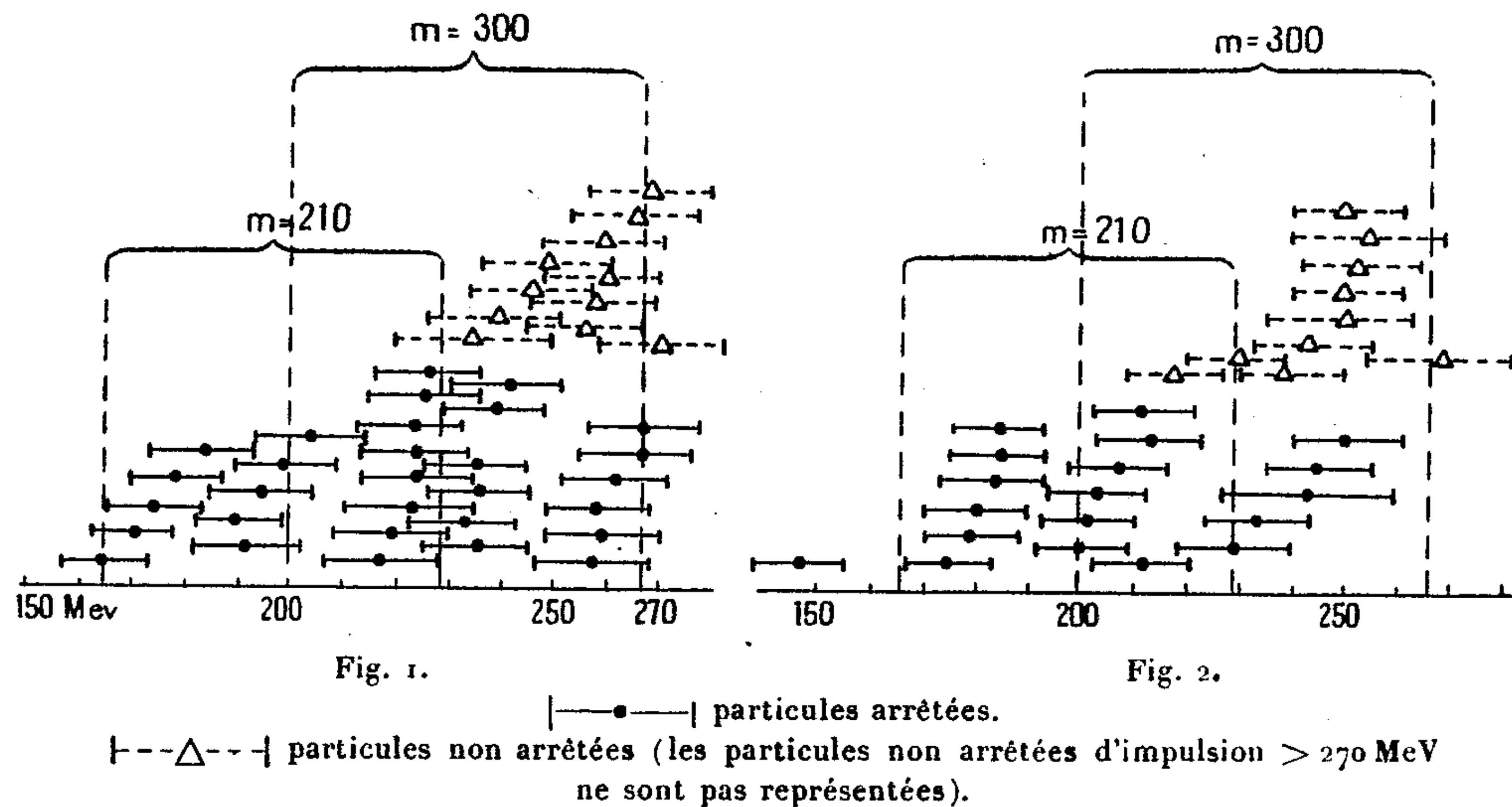


Fig. 1. Fig. 2.

|——•——| particules arrêtées.
|- - △ - -| particules non arrêtées (les particules non arrêtées d'impulsion > 270 MeV ne sont pas représentées).

jusqu'à 270 MeV; dans ce même intervalle d'impulsion, 11 particules ont été enregistrées comme non arrêtées. Nous avons déjà émis l'hypothèse que ceci pourrait s'interpréter par la présence de deux mésons de masses différentes, dont les masses seraient respectivement voisines de 200 et 300 fois la masse de l'électron ([2]).

La figure 2 se rapporte à une expérience faite exactement dans les mêmes conditions du point de vue appareillage, mais le filtre de Pb au-dessus de la chambre était seulement de 27^{cm}. Sur 2200 clichés, 18 rayons ont été enregistrés comme arrêtés, parmi lesquels seulement 4 ont une impulsion supérieure à 230 MeV sans dépasser jamais 250 MeV. Dix particules non arrêtées ont été enregistrées avec une impulsion inférieure à 270 MeV. Ce résultat est en accord avec ce qu'on doit attendre si l'on admet la présence, conformément aux résultats de Lattes, Muirhead, Occhialini et Powell ([2]), de deux mésons dont le lourd engendre le léger par décomposition radioactive. Le fait d'étudier des mésons moins énergiques (600 MeV au-dessus du Pb de filtrage au lieu de 1300), déplace la proportion en faveur du méson léger.

Il n'est pas complètement exclu que la variation constatée puisse être le résultat d'une fluctuation statistique (environ une chance sur 10). Cet argument en faveur de la présence de mésons lourds (ou π) à 1000^{m} parmi les mésons de

([2]) C. M. Lattes, H. Muirhead, B. P. S. Occhialini et C. F. Powell, *Nature*, 159, 1947, p. 694.

plus de 1000 MeV, quoique très important, ne peut être considéré comme définitif. Cette présence de mésons π exigerait une vie moyenne nettement plus grande que les 10^{-8} secondes généralement admises.

On peut obtenir la valeur des masses en comparant les limites expérimentales du domaine d'impulsion des particules arrêtées avec les limites théoriques déduites de la relation impulsion-parcours. D'après la figure on prendra $m = 210$ unité de masse pour le méson léger et $m = 300$ pour le méson lourd. Si l'on admet sur les limites expérimentales une erreur de ± 10 MeV, l'erreur probable sur la masse sera de ± 20 unités de masse. Si l'on adopte, au contraire, l'hypothèse que tous les résultats sont dus à des fluctuations dans la mesure d'une masse unique, on sera conduit à lui donner une masse 250, nettement divergente de celle obtenue par Fretter [3].

CHIMIE PHYSIQUE. — *Piles à hydrogène empruntant leur énergie au milieu ambiant.* Note (*) de M. **Vasilesco Karpen**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons décrit précédemment [1] une pile électrique dont les électrodes sont l'une une feuille de platine platiné noir, l'autre une feuille de platine poli et l'électrolyte de l'eau en contact avec l'atmosphère. La force électromotrice, d'environ 0,25 volt, le platine platiné étant positif, varie peu avec la pression de l'air. Cette pile est une pile de concentration à oxygène, la concentration de ce gaz étant plus forte à la surface du platine platiné qui attire les molécules d'oxygène plus que ne le fait le platine poli.

Il était naturel de penser que si l'on remplaçait l'oxygène par l'hydrogène, on obtiendrait une pile de concentration à hydrogène, *le platine platiné devant être cette fois négatif.* Cependant la force électromotrice des piles de cette sorte à différents électrolytes, et des pressions d'hydrogène comprises entre 1/4 et 3/4 d'atmosphère était nulle ou insignifiante. Aussitôt après l'introduction de l'hydrogène et le scellement de l'ampoule contenant la pile, la force électromotrice s'élève bien, et atteint assez rapidement 0,7 volt; mais elle baisse ensuite graduellement et s'annule au bout de quelques jours.

Si pourtant, la pression d'hydrogène descend au-dessous de 1/20e d'atmosphère, la valeur finale de la force électromotrice augmente à mesure que la pression diminue, atteignant 0,16 volt pour une pression d'environ 3^{cm} d'eau (3/1000e d'atmosphère). On obtient les mêmes résultats si l'on remplace le platine par l'or ou le mercure.

La valeur élevée de la force électromotrice, aussitôt après l'introduction de

(3) *Phys. Rev.*, 70, 1946, p. 625.

(*) Séance du 12 avril 1948.

(1) *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 228.

l'hydrogène, vient du fait qu'il n'est guère possible de débarrasser complètement d'oxygène les parois de l'ampoule, l'électrolyte et l'hydrogène. A l'électrode en platine platiné l'oxygène restant disparaît rapidement, le platine platiné catalysant sa combinaison avec l'hydrogène, de sorte qu'il se forme transitoirement une pile de Grove à hydrogène et oxygène (il suffit d'une très faible proportion d'oxygène pour annuler, à l'électrode en platine platiné, l'effet de l'hydrogène); mais à la longue l'oxygène finit par disparaître entièrement de l'ampoule, et la force électromotrice s'annule ou s'établit à une valeur déterminée par la pression de l'hydrogène.

Quel est l'effet de la pression ou de la concentration de l'hydrogène dans l'électrolyte, sur la valeur de la force électromotrice?

Les piles à hydrogène (comme celles à oxygène) sont, suivant notre théorie ([1]), des piles de concentration à électrons $(\bar{e})$, qui proviennent de la dissociation de l'hydrogène suivant l'équilibre $H_2 \rightleftharpoons 2H^+ + 2\bar{e}$. Les électrodes se trouvent donc couvertes de minces couches d'électrolyte où la concentration $\mathcal{E}_{pt}$ des électrons à la surface de platine platiné est supérieure à la concentration $\mathcal{E}_p$ à la surface du platine poli. Suivant notre théorie la force électromotrice de la pile, différence entre les potentiels des électrodes par rapport à l'électrolyte de concentration électronique $\mathcal{E}$, est

$$E = RT\left[ln\frac{\mathcal{E}_{pt} + a}{\mathcal{E}_p + b} + ln\frac{\mathcal{E}_p - c}{\mathcal{E}_{pt} - d} + ln\frac{\mathcal{E} + d}{\mathcal{E} + c}\right],$$

a, b, c, d étant les variations des concentrations d'un côté et de l'autre des surfaces de séparation des milieux intervenant dans le phénomène, métal-couche adjacente, couche adjacente-reste de l'électrolyte. Ces variations sont dues à la diffusion compensée existant entre deux milieux non miscibles, diffusion qui constitue l'une des bases de notre théorie des forces électromotrices de contact.

La formule précédente montre que si la concentration de l'hydrogène donc, si les concentrations ε_{pt}, ε_p, ε, sont assez grandes, il peut arriver que les variations a, b, c, d deviennent négligeables et la force électromotrice s'annule, mais que cette force électromotrice peut devenir notable si les mêmes concentrations sont suffisamment réduites.

Les caractéristiques des piles à hydrogène sont les mêmes que celles des piles à oxygène, et il est peut-être inutile de faire remarquer qu'il ne saurait y avoir de réaction chimique entre le platine des électrodes et l'eau contenant de l'hydrogène. D'autre part le fait que dans les piles à oxygène le platine platiné est positif et qu'il est négatif dans les piles à hydrogène, plaide en faveur d'une force électromotrice due à la présence de ces gaz en concentrations différentes aux électrodes.

([1]) *Comptes rendus*, **209**, 1939, p. 474, 509 et 790.

Comme dans toute pile de concentrations, l'énergie d'ailleurs minime des piles à hydrogène est entièrement empruntée au milieu extérieur mais, *contrairement à ce qui se passe dans les piles de concentration habituelles, les concentrations du gaz aux électrodes reviennent automatiquement à leurs valeurs primitives lorsque, après avoir débité, la pile est maintenue pendant quelque temps en repos.*

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la mercerisation de la cellulose. — I. Étude calorimétrique.* Note de M. **Édouard Calvet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons étudié au microcalorimètre la fixation de la soude sur la cellulose (coton naturel linters) plongée dans les lessives de soude sur les échantillons qui avaient servi à Mlles G. et Th. Petitpas dans l'étude par la rétention et par la structure aux rayons X du même processus ([1]).

I. *Chaleurs d'immersion du coton dans les solutions de soude à* 17° C. — On prend des quantités de coton assez faibles (10-20$^{mm^3}$) par rapport à la solution de soude (5$^{cm^3}$) pour que les concentrations varient très peu. Au début de l'expérience, dégagement de chaleur brutal; tout effet thermique notable est terminé en deux heures environ. Il y a trois phénomènes thermiques superposés : 1° hydratation du coton; 2° absorption de la soude; 3° dilution de la solution restante. Le premier est important avec le coton sec. Pour éviter les erreurs dues au séchage et aux manipulations de coton sec, nous sommes parti de coton à 3,5 % d'humidité, obtenu après deux jours d'exposition dans un vide de 15^{mm} en présence de P_2O_5 à 17°. Pour obtenir les chaleurs d'immersion du coton sec, nos résultats sont donc à majorer de la chaleur d'hydratation du coton naturel sec jusqu'à 3,5 % d'humidité, soit ∾6 calories.

N...	0,000	0,0945	0,468	0,860	0,945	1,777
q...	3,0	3,07	3,1	4,95	6,0	7,72

N...	3,938	4,727	5,25	5,55	5,726	6,224	7,054	7,67	9,452	12,44
q...	19,8	21,6	23,2	25,0	26,2	26,4	28,2	30,0	37,0	59,0

N = molg/l; q = calg dégagées par gramme de cellulose.

La courbe $q = f(N)$ *ne passe pas par l'origine*. La quantité de chaleur reste sensiblement constante depuis l'eau pure jusqu'à une concentration de ∾0,5 N. Elle croît ensuite à peu près linéairement jusqu'à ∾6 N. Il y a *discontinuité* pour cette concentration (19,5 % de soude). La pente dQ/dN diminue brusquement, puis croît lentement pour retrouver sa valeur initiale vers 10 N. La discontinuité se produit pour les solutions de soude à 18-20 % en poids, c'est-à-dire pour la concentration la plus favorable à la mercerisation. La diminution brusque de pente dQ/dN indique que la mercerisation est une *transformation endothermique*.

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 672.

II. *La chaleur de mercerisation.* — On mercerise préalablement le coton dans une solution de soude à ~ 18 %, on rince à fond, on sèche à 3,5 % d'humidité. Chaleurs d'immersion dans une solution de soude 5,26 N : Cellulose ordinaire, $+23^{cal},4$; Cellulose mercerisée, $+27^{cal},2$. La chaleur de mercerisation est donc de $-3^{cal},8$ environ par gramme de cellulose.

III. *Réversibilité du phénomène.* — A la température ordinaire et dans l'intervalle de concentration comprenant la portion non linéaire de la courbe $q=f(N)$, l'absorption de soude par la cellulose n'est pas réversible. 1° On immerge p grammes de cellulose naturelle dans v centimètres cubes de solution de soude de concentration $c(\sim 5\text{-}6\,N)$ (Effet therm. $= q_1$). On ajoute v centimètres cubes d'eau (q_2). 2° On dilue v centimètres cubes de solution de soude de concentration c avec v centimètres cubes d'eau (q'_2) puis on immerge p grammes de coton dans ce mélange (q'_1). Dans chaque cas p grammes de coton ont été finalement immergés dans $2v$ centimètres cubes de solution de concentration $c/2$ en partant du même état initial. Mais les bilans thermiques ne sont pas les mêmes : $q_1+q_2>q'_1+q'_2$. L'état final n'est donc pas le même. Ex. : $p=18^{mg},7$, $v=3^{cm^3}$, $c=5{,}5\,N$. On trouve $q_1=+0^{cal},467$, $q_2=-0^{cal},105$; $q_1+q_2=+0^{cal},362$. D'autre part, $q'_2=-0^{cal},025$, $q'_1=+0^{cal},237$; $q'_1+q'_2=+0^{cal},212$.

La raison en est que la cellulose mercerisée dans la solution 5,55 N absorbe une quantité de soude *plus grande* dans le bain de concentration moitié que la cellulose naturelle immergée directement dans ce bain. A 15° C l'absorption de soude par une cellulose mercerisée ne varie presque pas entre les concentrations 2,7 N et 5,5 N. Connaissant les quantités de soude absorbées on peut encore calculer la chaleur de mercerisation. Nous l'avons bien retrouvée de -4^{cal} par gramme de cellulose.

Nous poursuivons ces travaux calorimétriques.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Analyse gravimétrique automatique (emploi des creusets de Gooch).* Note de M. **Clément Duval**, présentée par M. Louis Hackspill.

Cette Note fait suite à un travail sur le même sujet [1] auquel il sera utile de se reporter pour ce qui touche au mode opératoire et à la figure.

Si l'on inscrit photographiquement, à l'aide de la thermobalance de Chevenard, la courbe de perte de poids d'une petite pastille faite de filaments d'amiante humide, on trouve : 1° jusqu'à 73° une branche descendante correspondant au départ de l'eau d'imbibition; 2° de 73° à 283°, un palier horizontal traduisant le poids de l'amiante sèche; 3° de 283° à 900°, une perte de poids continue, régulière jusqu'à 745°, s'accélérant brusquement ensuite. Cette perte d'eau de constitution atteint 10 % du poids de l'amiante sèche. Donc, pratiquement, un précipité recueilli sur l'amiante d'un creuset de Gooch ne

(1) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1824.

doit pas être séché au-dessus de 283° sous peine d'obtenir des poids trop faibles.

Ceci posé, voici le mode opératoire adopté en raisonnant sur le précipité donné par l'aluminium avec l'hydroxy-8 quinoléine. La courbe de pyrolyse du précipité formé $(C_9H_6ON)_3Al$, effectuée préalablement, accuse un palier horizontal traduisant son poids constant entre 102° et 220°.

Sur l'anneau de la thermobalance, on dispose le creuset de Gooch préalablement séché à 100° et non pesé, ne contenant que la couche d'amiante. Le papier photographique enregistre alors les droites d'étalonnage AB, CD, EF (*voir* la figure rappelée ci-dessus). La balance étant bloquée, on éteint la lampe fournissant le spot lumineux, on enlève le creuset, y filtre et lave le précipité; cette opération dure, au maximum, un quart d'heure. Le creuset étant remis en place dans la thermobalance, on inscrit sur le même papier, la courbe de pyrolyse du précipité en s'arrêtant quand la température atteint 300°.

La durée totale de l'opération, non compris le traitement et le séchage du papier, atteint 1h 30. En utilisant le papier spécial pour enregistrements As de Trèfle, on arrive à inscrire des lignes d'épaisseur de 0mm,1, et, par suite, apprécier les poids à 0mg,2 sans précautions spéciales. L'un des dosages effectués a fourni :

Calculé pour l'oxinate : 107mg; mesuré sur le papier : 106mg,8.

De même, un dosage de phosphore, sous forme de phosphomolybdate d'ammonium, en prenant la partie du palier s'étendant entre 180° et 283° et correspondant à $PO_4(MoO_3)_{12}(NH_4)_3$, donne (Calculé pour cette formule : 142mg,87; mesuré : 142mg,1) :

Corps dosé.	Forme de dosage.	Limites du palier (°).
Ag...........	$ClAg$	> 92
Rb...........	ClO_4Rb	95-343
Rb...........	$[PtCl_6]Rb_2$	100-674
Mg...........	C_2O_4Mg	233-397
Na...........	$[Zn\{UO_2(CH_3-CO_2)_3\}_3]Na$	118-125
Na...........	$[Bi(NO_2)_6]_5Na_6Cs_9$	160-670
Tl...........	Tl_2O_3 (Méthode au ferricyanure)	126-230
Tl...........	ITl	70-473
Tl...........	$[TlCl_6][Co(NH_3)_6]$	50-210
Tl...........	CrO_4Tl_2	97-745
Tl...........	$[PtCl_6]Tl_2$	65-155
Tl...........	$C_7H_4NS_2Tl$ (avec le mercaptobenzothiazole)	52-217
La...........	$(C_9H_6ON)_3La$ (oxinate)	130
K...........	ReO_4K	54-220
K...........	$[PtCl_6]K_2$	100-270
Cs...........	$CoO + 3(NO_3)_2Cs$	219-494
Ba...........	C_2O_4Ba	110-346
Sr...........	$(IO_3)_2Sr$	157-600
Ca...........	WO_4Ca	> 130
Ca...........	C_2O_4Ca	226-398
Ca...........	$(IO_3)_2Ca$	160-540

Les trois avantages principaux du procédé sont : *a*. le fait de garder un document photographique qui traduise toutes les caractéristiques de l'évolution du précipité; *b*. la suppression des pesées après séjours au dessiccateur; *c*. le fait que le précipité ne peut pas reprendre d'eau puisqu'on le *pèse* à chaud.

Voici plus haut une première liste de dosages gravimétriques qui conviennent bien à cette technique et pour lesquels les courbes de référence sont parues où à paraître dans *Analytica Chimica Acta*. Les températures indiquées sont connues à un degré près; il faudra prendre, naturellement, la partie des paliers s'étendant jusqu'à 283°.

CHIMIE MINÉRALE. — *Propriétés oxydoréductrices des systèmes à base de bleus de Prusse et constitution*. Note de M. **Guy Emschwiller**, présentée par M. Paul Lebeau.

Les bleus de Prusse n'ont pas de composition chimique définie; on a été conduit cependant à leur attribuer un type de structure unique. D'après D. Davidson ([1]), ils dériveraient tous du supercomplexe élémentaire « berlinique » (Fei Feoc)$^-$, dû à l'union de l'ion ferrique Fei et de l'ion ferrocyanhydrique Feoc, auquel seraient associés des cations, alcalin, ferrique ou ferreux. Conformément aux données rœntgenographiques de J. F. Keggin et F. D. Miles ([2]), les atomes ferriques et ferreux supercomplexés occuperaient alternativement les sommets des cubes élémentaires d'un réseau tridimensionnel, avec un groupe cyané entre chacun d'eux, les cations, éventuellement associés à des anions étrangers, s'insérant entre les mailles du réseau.

Les bleus sont doués de propriétés oxydoréductrices, par suite de la faculté pour leurs atomes ferriques d'être ramenés à l'état ferreux, pour leurs atomes ferreux d'être portés à l'état ferrique. Les composés les plus réduits, dits blancs de Berlin, dériveraient de même du supercomplexe (Feo Feoc)$^{--}$, dû à l'union de l'ion ferreux Feo et de l'ion ferrocyanhydrique Feoc, les composés les plus oxydés, dits verts de Berlin, du supercomplexe (Fei Feic), dû à l'union de l'ion ferrique Fei et de l'ion ferricyanhydrique Feic. L'examen aux rayons X a révélé que les blancs et les verts avaient la même structure cubique fondamentale que les bleus ([2]); on comprend ainsi qu'on puisse passer de façon continue des formes les plus réduites aux formes les plus oxydées. Je me suis attaché à la mesure des potentiels d'oxydoréduction de ces systèmes solides.

Pour réaliser des précipités de compositions connues, j'ai mis en présence,

(1) *J. chem. Education*, **14**, 1937, p. 277.
(2) *Nature*, **137**, 1936, p. 577.

à l'abri de l'air, dans des conditions variées, des solutions pures, éventuellement acidifiées, de sulfate ferreux, de chlorure ferrique, de ferrocyanure ou de ferricyanure de potassium, soit simultanément, soit successivement dans des ordres variables. Les compositions ont été déduites, ainsi que l'avait fait E. Müller (3), de l'analyse des liqueurs initiales et finales. Les potentiels mesurés ont été ceux des liqueurs en équilibre oxydoréducteur avec les précipités; les précipitations à froid permettent d'atteindre rapidement ces équilibres oxydoréducteurs. Parmi les difficultés rencontrées, je signale celles dues aux phénomènes d'adsorption, que je me suis efforcé de réduire au minimum, ou au comportement « non réversible » vis-à-vis de l'électrode de platine des liqueurs renfermant trop peu de la forme oxydée, ferrique ou ferricyanhydrique.

Les précipités étudiés renfermaient en général du fer non en état de supercomplexe; les potentiels d'oxydoréduction sont pratiquement indépendants de la quantité de ce fer en excès, tout au moins si elle n'est pas trop petite. Il résulte de la présente étude que le fer en excès peut être considéré comme à peu près entièrement ferreux dans les mélanges de blancs et de bleus, comme ferrique dans les mélanges de bleus et de verts. Dans les bleus mêmes il peut être ferreux ou ferrique; s'il est exclusivement ferreux on peut parler de bleus de Turnbull, tels que (Fei Feoc) $Feo_{1/3}$ $K_{1/3}$, s'il est exclusivement ferrique de bleus de Prusse proprement dits, comme (Fei Feoc) $Fei_{1/3}$. Les résultats concernant les systèmes à fer en excès peuvent ainsi être, de façon schématique, répartis en trois groupes, mélanges de blancs et de bleus, de bleus de Turnbull et de bleus de Prusse, de bleus et de verts.

1. *Systèmes blancs-bleus.* — La teneur en blanc est mesurée par la proportion de fer associée sous forme ferreuse au ferrocyanure dans le supercomplexe. Seules ont ici un sens les mesures de potentiels effectuées sur des liqueurs renfermant un excès de complexe cyané, en milieu peu acide pour les faibles teneurs en bleu.

Teneur en blanc (%).	95	90	80	70	60	50	40	30	20	10	5	2	0
Potentiel mV (4)...	-8	32	92	127	148	160	167	172	180	196	207	216	226

2. *Systèmes bleus de Turnbull-bleus de Prusse.* — La teneur en bleu de Turnbull est mesurée par la proportion de fer non en état de supercomplexe se trouvant sous forme ferreuse. Les expériences ont été faites surtout avec excès de sels de fer; pour les plus fortes teneurs en bleu de Turnbull les mesures

(3) *Voir* en particulier *J. prakt. Chem.*, 79, 1909, p. 81.

(4) Les potentiels ont été mesurés à la température moyenne d'équilibre de 18° C; exprimés en millivolts, ils sont rapportés à l'électrode de référence au calomel, saturée de chlorure de potassium, sans correction des potentiels de jonction. Il y aurait lieu d'ajouter environ 250 mV pour rapporter les résultats à l'électrode normale d'hydrogène.

de potentiels les plus sûres ont alors été celles effectuées en milieu peu acide. Il y a eu parfois des écarts entre les valeurs obtenues pour des teneurs analogues, aussi les nombres qui suivent ne doivent-ils être acceptés qu'à titre approximatif.

Teneur en bleu de Turnbull (%).	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	5	1	0
Potentiel mV (4).	229	243	260	278	297	320	341	364	393	422	445	470	570

Le raccordement avec les résultats qui précèdent est excellent, malgré des teneurs très différentes en fer non supercomplexé.

3. *Système bleus-verts.* — La teneur en vert est mesurée par la proportion de ferricyanure dans le supercomplexe. Des expériences faites en versant du chlorure ferrique en excès dans des mélanges en proportions variables de ferrocyanure et de ferricyanure ont conduit à des teneurs en fer non en état de supercomplexe qui correspondaient assez exactement à des mélanges de (Fei Feoc) $Fei_{1/3}$ et de (Fei Feic); la précipitation cesse d'être complète quand la proportion de ferricyanure est trop forte.

Teneur en vert (%)	0	10	25	50	60	70	77
Potentiel mV (4)	570	608	659	763	830	915	1033

Il resterait à donner de ces résultats une interprétation théorique. Ils confirment bien qu'il y a trois formes de fer à distinguer dans les bleus.

CHIMIE MINÉRALE. — *Préparation nouvelle de sulfures phosphorescents.* Note (*) de M. **Antoine A. Guntz**, présentée par M. Louis Hackspill.

Dans une Note récente (1) qui correspond à des travaux anciens, j'ai indiqué la méthode adoptée pour la préparation des sulfures de zinc phosphorescents.

Les avantages de cette méthode sont, en grande partie, dans ce fait que le précipité est aisément filtrable. Sa structure est déterminée par la formation progressive du sulfure dans la double décomposition lente entre un sel *sulfurant* l'hyposulfite et la solution zincique : condition favorable à la cristallisation. C'est l'application du principe : pour obtenir de beaux cristaux, s'assurer d'une façon ou d'une autre une sursaturation aussi faible que possible ou son équivalent : une précipitation homogène aussi lente que possible dans un milieu où la solubilité et la mobilité des molécules sont maxima.

D'autres corps susceptibles, par décomposition lente, de donner, en présence d'ions zinc, un précipité de sulfure de zinc, doivent théoriquement présenter les mêmes avantages que l'hyposulfite.

(*) Séance du 12 avril 1948.

(1) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 80-83.

J'ai essayé d'abord la thiourée. Ce corps peu accessible il y a trente ans, est maintenant un produit industriel. Il peut se décomposer suivant plusieurs schémas dont celui-ci est à retenir dans le cas qui nous intéresse



$$SC(NH_2)^2 + 2H_2O = SH_2 + CO_2 + 2NH_3.$$

J'ai chauffé de la thiourée en solution avec des sels de zinc, chlorure ou sulfate, en tube scellé. J'ai obtenu la réaction prévue. En milieu neutre ou faiblement acide, elle est assez lente, même à 200°, et j'ai constaté la formation, par isomérisation, de sulfocyanure d'ammonium. En milieu alcalin, elle est au contraire rapide; une solution ammoniacale de zinc (zinc ammine) réagit facilement à 150°. Une solution alcaline de zinc (zincate alcalin) réagit à froid mais lentement.

La thiourée peut donc servir de matière première pour la préparation de sulfure de zinc ou de cadmium.

Si la formation accessoire de sulfocyanure dans la réaction de la thiourée est due à une isomérisation réversible, il devenait intéressant d'essayer le sulfocyanure d'ammonium. Je l'ai fait et j'ai eu des résultats concluants; mais la précipitation est beaucoup moins rapide, et elle est pratiquement nulle en milieu neutre.

La thiourée et le sulfocyanure agissant d'une façon qualitativement identique, il était aussi indiqué d'essayer le sulfure de carbone qui réagit en solution alcaline en formant de la thiourée, du sulfocyanure et des acides *sulfurants*.

L'expérience a confirmé ce point de vue : en milieu suffisamment alcalin (zinc ammine) la réaction de précipitation se produit déjà notablement à froid, elle est complète à chaud. Ainsi se confirmerait, s'il en était encore besoin, la vieille règle de Bertholet : l'insolubilité du sulfure de zinc élimine du système en réaction l'ion soufre au fur et à mesure de sa formation et dirige la réaction dans le sens recherché.

Je ne pense pas que le sulfure de carbone ou la thiourée doivent remplacer l'hyposulfite. Les conditions de réaction ne sont pas les mêmes; la salinité (absence d'ions alcalins par exemple), l'alcalinité : pour la thiourée, le sulfocyanure et le sulfure de carbone, milieu alcalin, d'autant plus réactif qu'il est plus alcalin. C'est le contraire avec l'hyposulfite qui réagit fort lentement avec la solution ammoniacale de zinc, ce qui permet de supposer que la formation d'acide hyposulfureux est une étape nécessaire de la transformation.

Quant à la purification des matières premières, sels de zinc ou de cadmium, la thiourée présente l'avantage de donner des complexes tel $ZnCl_2$, 2 thiourée qui cristallise très bien, tandis que le chlorure de zinc est pratiquement incristallisable.

J'ai noté aussi que dans certaines conditions, présence d'un peu d'oxyde, les précipités sont déjà luminescents, parfois même phosphorescents sans avoir

subi aucun traitement de calcination ce qui confirme l'hypothèse d'une structure microcristalline.

Cette observation me paraît digne d'intérêt, faisant entrevoir la possibilité de préparer des produits luminescents à caractéristiques nouvelles, non seulement sulfures de zinc et de cadmium, mais aussi d'autres *phosphores* à structure cristalline.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les acides* β (*1-naphtyl*) *crotoniques stéréoisomères* $C_{14}H_{12}O_2$. Note (*) de Mlle **Germaine Cauquil** et M. **Héribert Barrera**, présentée par M. Marcel Delépine.

La réaction de Réformatzky, appliquée à la condensation de la méthyl (1-naphtyl) cétone et du bromacétate d'éthyle, en présence de magnésium, permet d'atteindre, en quantités à peu près équivalentes, les deux acides β (1-naphtyl) crotoniques stéréoisomères (*a*) et (*b*)



Très peu de cas ont été signalés, où les deux formes spatiales s'obtiennent simultanément dans une réaction semblable (1), (2); encore faut-il remarquer avec Stœmer (3) et ses collaborateurs que la forme *allo* est toujours en très faible quantité. Enfin, Radcliffe, Sherwood et Short (4) d'une part, et Banchetti (5) d'autre part, sont d'accord pour signaler l'échec relatif de leurs tentatives pour réaliser cette réaction.

Une étude systématique a permis de se rendre compte que les difficultés proviennent de la méthyl (1-naphtyl) cétone utilisée et de son degré de pureté. L'obtention de cette cétone à partir du bromure de 1-naphtyl magnésium et de l'acétonitrile a lieu avec un rendement de 10 %, ce qui rend l'isolement du produit pénible et délicat. Si l'on fait réagir le 1-cyano-naphtalène sur l'iodure de méthyl-magnésium, les résultats sont beaucoup plus intéressants; cependant la séparation complète de la cétone et du nitrile n'ayant pas réagi est irréalisable par distillation. Le passage à l'état de picrate recommandé par Lock (6) est bon, à condition d'accepter de grosses pertes. Il est préférable de chauffer le mélange en présence de potasse alcoolique qui permet de séparer la cétone pure; ou

(*) Séance du 12 avril 1948.

(1) Schrœter, *Ber. d. Chem. Ges.*, 40, 1907, p. 1600.

(2) Rupe, Steeger et Fiedler, *Ber. d. Chem. Ges.*, 47, 1913, p. 63.

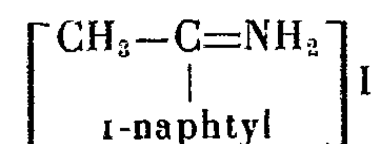
(3) *Ber. d. Chem. Ges.*, 50, 1917, p. 959.

(4) *J. Chem. Soc. London*, 1931, p. 2293.

(5) *Gaz. Chim. Ital.*, 69, 1939, p. 398.

(6) *Monats. f. Chem.*, 74, 1942, p. 77.

encore dans des conditions bien déterminées (basse température, acide dilué) décomposer le complexe organo-magnésien et isoler l'iodhydrate d'imine



solide jaune F 170°, insoluble dans l'eau et dans l'éther ordinaire. L'hydrolyse, acide ou alcaline de ce composé donne quantitativement la cétone. Les rendements sont de l'ordre de 75 % à partir du 1-cyanonaphtalène.

Ce produit soigneusement distillé réagit en solution benzénique sur le bromacétate d'éthyle en présence de magnésium. Le brut de cette réaction distillé sous pression réduite, puis traité par la potasse alcoolique, permet de récupérer une assez grosse quantité de cétone n'ayant pas réagi et 25 % de produits acides, qui fractionnés dans l'éther de pétrole se séparent en deux acides, un très soluble F 85° et un beaucoup moins soluble F 189°. L'étude de ces composés permet de penser que l'on a obtenu les deux acides β(1-naphtyl)crotoniques stéréoisomères (dosage acidimétrique PM obs. 210 et 212, calc. 212). Amides, F 89° et 145° (dosage d'azote par microkjeldahl N %, obs. 6,67 et 6,68, calc. 6,64). Enfin l'hydrogénation par l'amalgame de sodium donne dans les deux cas l'acide β(1-naphtyl) butyrique F 108°, identifié avec celui de Radcliffe (7), et de Bachmann et Edgerton (8). Cette identité de structure a été confirmée par passage d'une forme à l'autre après irradiation ultra-violette d'une solution benzénique. C'est l'acide F 85° le plus soluble, qui après 24 heures d'irradiation fond à 189°. L'acide F 189° correspond donc à la forme instable de l'acide β(1-naphtyl) crotonique ce qui est conforme avec les vues de Stœrmer, Grimm et Laage (9). Ces auteurs ont en effet constaté dans la série cinnamique que le composé le moins stable est celui qui a le point de fusion le plus élevé et la moins grande solubilité.

L'irradiation des amides permet de conclure de façon identique, l'amide F 89° après irradiation se transforme en un produit F 197°, l'amide F 145° conduit au même résultat. Il y a donc ici un fait nouveau, dans la préparation des amides par passage à l'état de chlorure acide il y a eu isomérisation partielle. Blaise (10) a d'ailleurs signalé que, dans la série aliphatique αβ non saturée, les hydracides catalysent le passage de la forme labile à la forme stable. Le point de fusion trouvé 145° intermédiaire, et non inférieur, aux deux points de fusion extrêmes, en est une confirmation qui a été vérifiée expérimentalement.

---

(7) *Loc. cit.*
(8) *J. Am. Ch. Soc.*, **62**, 1940, p. 2219.
(9) *Loc. cit.*
(10) *Comptes rendus*, **142**, 1906, p. 1087.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Remarque sur la préparation des monoglycérides.* Note de M. **Pierre Savary**, présentée par M. Charles Dufraisse.

Si l'on estérifie, à une température suffisamment élevée, un acide gras par un excès de glycérol, on obtient en général deux phases : une couche d'esters partiels, saturés de glycérol, et une couche de glycérol saturé d'esters, l'eau étant éliminée. Un tel système est invariant si l'on se fixe la température et la pression; la quantité de monoglycérides qu'il contient sera bien déterminée et (comme la couche glycérineuse contient très peu d'esters), elle dépendra essentiellement, d'après la loi d'action de masse, de la concentration que peut atteindre le glycérol dans la phase *esters gras*. Cette solubilité du glycérol dans les glycérides partiels croît avec la température et décroît quand s'allonge la chaîne des acides gras mis en jeu [1]; l'expérience montre qu'elle est faible pour les acides stéarique et palmitique même à 250°. Et l'estérification de ces acides donnera moins de monoglycérides que celle de l'acide laurique, dont les esters partiels peuvent, à 250°, dissoudre d'importantes quantités de glycérol.

Pour obtenir de bons rendements en monostéarine, on pourrait alors traiter l'acide stéarique par une quantité de glycérol supérieure à celle qu'il peut dissoudre, en dispersant les deux phases l'une dans l'autre par une agitation suffisante, ou en employant un tiers solvant comme le phénol [2].

J'ai pu constater que, dans ces réactions, les savons alcalins sont d'excellents solvants mutuels du glycérol et de ses esters, et qu'ils permettent d'augmenter fortement les rendements en monoglycérides, comme le montre le tableau suivant.

Dans ces expériences, les savons ont été formés *in situ* par addition de CO_3K_2.

Acide gras estérifié.	Molécules de glycérol par molécule d'acide.	CO_3K_2 (%) de l'acide.	Température.	Durée de réaction.	État final du système.	Acides estérifiés (%).	Indice d'hydroxyle des esters.	Teneur en monoglycérides (%).
Acide laurique ...	2,6	0	180°	6 h	2 phases	88	286	57
» ...	2,6	2	180	6	homogène	98,2	314	67
» ...	6	3	200	2	»	97	353	80
Acide stéarique...	1,3	0,2	265	2	presque homogène	98,8	204	51
» ...	2,6	0	180	7	2 phases	92	167	43
» ...	2,6	2	180	1 h 15	homogène	97	224	60
» ...	2,6	0	250	3 h	2 phases	99	195	47
» ...	5,2	0,1	265	1 h 30	»	99,5	199	49
» ...	6	2	280	1 h	homogène	98	235	65

(1) P. Savary, *Bull. Soc. Chim.* (mémoire sous presse).

(2) Hilditch et Rigg, *Chem. Soc.*, 2, 1935, p. 1774.

La même action favorable peut d'ailleurs être observée dans l'estérification du pentaérythritol. En voici un exemple :

Une molécule d'acide laurique est traitée par une molécule de pentaérythritol, à 205° pendant 3 heures 15 minutes.

Acide estérifié	97 %
Indice d'hydroxyle des esters	140

La même expérience est recommencée en chauffant 4 heures 15 minutes après addition de 2,5 % de CO_3K_2 (par rapport au poids d'acide laurique).

Cette fois l'on a :

Acide estérifié	98,6 %
Indice d'hydroxyle	291

soit 55 % de l'indice d'hydroxyle calculé pour le monolaurate de pentaérythritol. Sans carbonate alcalin, on n'arrive qu'à 26 %.

Inversement, si l'on veut préparer des monoglycérides en faisant agir du glycérol sur des triglycérides, on arrivera en présence de savon alcalin, et pour la même raison, à des mélanges plus riches en monoglycérides; en traitant les triglycérides par le pentaérythritol, on aura des esters partiels dont l'indice d'hydroxyle sera plus grand.

Corps gras traité.	Molécules de polyalcool par moléc. de triglycéride.	CO_3K_2 (%) du triglycéride.	Température.	Durée.	État final du système.	Acidité libre (%).	Indice d'hydroxyle des esters.	Monoglycéride contenu (%).
Coprah et glycérol.	3	0	265°	1 h 45	2 phases	0,8	54	10
	3	0,2	265	1 45	homogène	0,4	269	66
Suif et glycérol...	3	0	265	1 45	2 phases	0,3	134	20
	3	0,2	265	1 45	homogène	1	188	45
Coprah et pentaérythritol......	3	0	265	1 h	2 phases	0,8	135	-
	3	0,2	265	1	»	0,8	297	-

On sait, et cela est appliqué dans la pratique, que les carbonates et hydroxydes alcalins ou alcalino-terreux sont de bons catalyseurs de transestérification (3). Les résultats ci-dessus montrent que, dans la transestérification des corps gras par le glycérol ou les polyalcools, ces composés alcalins ne sont pas seulement des catalyseurs; s'il est exact qu'ils accroissent fortement les vitesses de réaction, leur influence est considérable sur la composition à l'équilibre du mélange d'esters plus ou moins complets obtenu, grâce à *l'action solubilisante des savons* qu'ils forment. Et c'est peut-être la meilleure justification de leur emploi.

(3) Young et Black, *J. Am. Chem. Soc.*, 60, 1938, p. 2603; Blagonravova, *J. applied Chem. U. S. S. R.*, 14, 1941, p. 192-197.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une nouvelle synthèse du β-isoindigo.* Note de MM. **Albert Dunet** et **Antoine Willemart**, présentée par M. Charles Dufraisse.

Le β-isoindigo (formule III) a été primitivement préparé avec un très faible rendement par Liebermann et Bistrzycki (1) en 1893 par chauffage en tube scellé de l'aldéhyde-acide orthophtalique avec une solution alcoolique d'ammoniac.

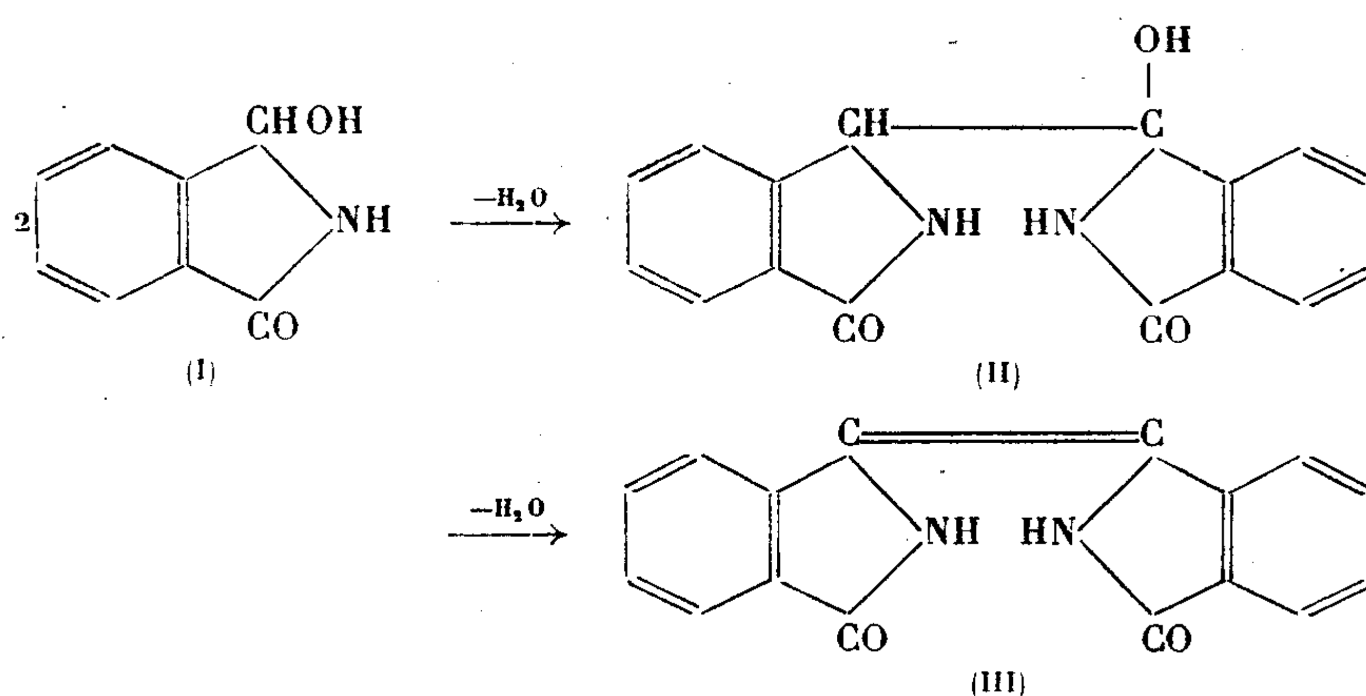
Plus récemment, en 1941, trois autres méthodes de préparation furent décrites :

— doublement du thiophtalimide par chauffage avec du cuivre (ou encore avec soit de l'oxindole, soit du β-naphtol) (2);

— doublement de la phtalimide par l'action du soufre à 220° (3);

— hydrolyse du dérivé diméthylé du β-thioisoindigo (3).

Nous avons constaté que l'on pouvait préparer le β-isoindigo par l'action de la chaleur sèche sur l'hydroxyphtalimidine (formule I). A la fusion il se produit un doublement avec élimination d'une première molécule d'eau et formation d'un corps intermédiaire (formule II) qui avait été déjà obtenu d'une autre manière par Reissert (4). A température plus élevée, la deuxième molécule part à son tour en créant la double liaison.



La caractérisation du β-isoindigo a été faite par comparaison avec un produit préparé par le deuxième procédé ci-dessus : point de fusion instantanée (vers 465°), couleur (jaune) et forme des cristaux, spectre d'absorption dans l'ultraviolet au moyen des figures de Hartley.

Avec les éthers (méthoxy-ou éthoxy-phtalimidine), on obtient de même le

(1) *Ber.*, 26, 1893, p. 551.

(2) J. C. Porter, R. Robinson et M. Myler, *J. Chem. Soc.*, 1941, p. 620.

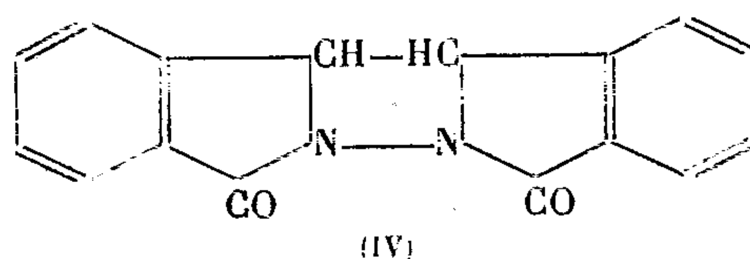
(3) H. D. K. Drew et D. B. Kelly, *J. Chem. Soc.*, 1941, p. 626.

(4) *Ber.*, 46, 1913, p. 1488.

β-isoindigo par élimination de molécules d'alcool (méthylique ou éthylique) au lieu de molécules d'eau sous l'action de la chaleur. Par exemple par chauffage progressif sous vide de méthoxyphtalimidine (5g), on constate successivement : fusion de la masse avec dégagement de vapeurs d'alcool méthylique, solidification en un produit incolore qui fond à nouveau en un liquide vert, nouvelle solidification en un produit jaune. Le résidu jaune ainsi obtenu est alors extrait à l'acide acétique bouillant : il reste comme insoluble du β-isoindigo (soit 2g,4 rendement de l'ordre de 60 %).

Cette transformation étant assez complexe, nous avons essayé d'en isoler le terme solide incolore intermédiaire. Après recristallisation dans l'alcool éthylique, il se présente sous forme d'aiguilles fondant à 302° (bloc Maquenne) qui, d'après l'analyse élémentaire et les déterminations cryoscopiques, correspondrait à la formule $C_{16}H_{10}O_2N_2$; ce produit serait donc un isomère du β-isoindigo en lequel il se transformerait par simple chauffage au-dessus de son point de fusion sans perte de poids.

Nous proposons pour ce composé la formule (IV) suivante :



(IV)

qui en fait un dimère de l'isoindolone. Le passage au β-isoindigo s'expliquerait alors par simple migration des deux atomes d'hydrogène des atomes de carbone sur les atomes d'azote, avec formation de la double liaison.

Il convient de signaler que ce terme intermédiaire, isolé à partir des alcoxylphtalimidines, n'a pas pu l'être à partir de l'hydroxyphtalimidine sous la simple action de la chaleur. Par contre, il peut être obtenu avec un rendement de l'ordre de 50 % par action du chlorure de thionyle à chaud sur l'hydroxyphtalimidine.

Le nouveau procédé de préparation du β-isoindigo semble plus avantageux que ceux qui ont été antérieurement décrits : il est à rapprocher de la réaction qui conduit à l'isoindigo par chauffage du dioxindole en présence de glycérol (5).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un stade non photochimique dans la formation des calciférols.* Note de MM. **Léon Velluz**, **André Petit**, **Georges Michel** et Mlle **Geneviève Rousseau**, présentée par M. Charles Dufraisse.

Nous observons que la teneur en vitamine D2 de solutions récentes d'ergostérol irradié augmente en fonction du temps, même en l'absence de lumière. Le fait n'a pas été signalé. On admet, au contraire, que la formation

(5) O. Dornier et J. Martinet, *Bull. Soc. Chim.*, 1923, p. 779.

des vitamines D2 et D3 est purement liée à l'apport d'énergie lumineuse. A cet égard, il est singulier qu'un phénomène de mutarotation décrit par A. Windaus et E. Auhagen [1] sur l'ergostérol irradié, sous l'action du chauffage, n'ait jamais donné lieu jusqu'ici à une tentative de confirmation, pas plus que son mécanisme n'ait été examiné par les auteurs du travail. Ainsi, Windaus et, à sa suite, tous les savants ont cru devoir accorder aux termes de passage qui se situent entre l'ergostérol et le calciférol une origine exclusivement photochimique [2].

Dans cette Note, nous décrivons deux exemples de réactions qui mettent en évidence un phénomène nouveau.

I. On irradie pendant deux heures, sous atmosphère d'azote, une solution d'ergostérol à 1,25 %, dans l'éther sulfurique, par la lumière de l'étincelle au magnésium. Après avoir distillé la solution éthérée à basse température, on traite la résine par de l'alcool froid. La solution alcoolique est distillée à sec, à température toujours inférieure à 25°. Le résidu finalement dissous dans trois volumes de benzène est chauffé à reflux pendant $2^h 30^m$, à l'obscurité, et l'on en isole le calciférol pur par l'intermédiaire de son dinitrobenzoate.

	$[\alpha]_D$.	Teneur en calciférol.
Solution non chauffée	+ 16°	11 %
Solution chauffée	+ 39° 3	43 %

II. On divise la solution acétonique des dinitrobenzoates préparés à partir d'une solution de résine non chauffée. On en conserve une partie à la glacière, l'autre à 40° pendant deux jours. On obtient :

	Teneur en calciférol.
Solution conservée en glacière	10 %
Solution chauffée à 40°..................	29 %

Plusieurs centaines d'expériences, effectuées dans des conditions variées, ont confirmé ces résultats.

De plus, des observations analogues ont été faites avec la vitamine D3, obtenue à partir du 7-déhydrocholestérol.

En bref, les conditions expérimentales que nous réalisons font apparaître un stade non photochimique dans la genèse des calciférols. Le phénomène est important, puisqu'en l'absence de chauffage plus des trois quarts du calciférol peuvent échapper à l'isolement sous forme de dinitrobenzoate; il est, en outre, strictement thermique et se manifeste avec la même intensité sur des solutions préalablement conservées en glacière.

---

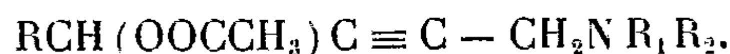
(1) *Zeitsch. physiolog. Chem.*, **196**, 1931, p. 118-120.

(2) Ch. E. Bills, *The Journal of the American medical Association*, **110**, 1938, 25 juin 1938.

On entrevoit ainsi l'existence de précurseurs nouveaux, qui se distingueraient d'intermédiaires déjà connus, lumistérols et tachystérols, par leurs facilités exceptionnelles de transposition sous l'influence du chauffage. La séparation de ces molécules pose un difficile problème expérimental.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une scission observée au cours de l'hydrogénation catalytique des esters de certains amino-alcools acétyléniques.* Note de M. **Israel Marszak** et Mme **Andrée Marszak-Fleury**, présentée par M. Jacques Tréfouël

Dans un travail effectué en collaboration avec E. R. H. Jones et M. Bader (1) l'un de nous a étudié la réaction de Mannich avec les esters des alcools acétyléniques et a pu ainsi préparer un certain nombre d'esters d'aminoalcools acétyléniques de la formule générale

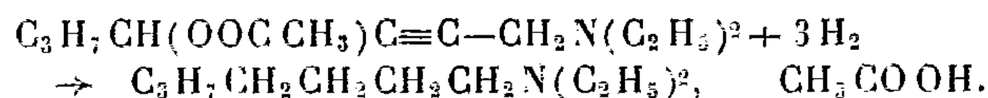


$$RCH(OOCCH_3)C\equiv C-CH_2NR_1R_2.$$

L'hydrogénation catalytique de ces esters en présence de Nickel Raney, présente une certaine particularité qu'il nous paraît intéressant de signaler. En effet, les composés en question absorbent trois molécules d'hydrogène à la température et sous la pression ordinaire, au lieu de deux prévues pour la saturation de la triple liaison.

Nous avons pu constater que l'hydrogénation s'accompagne là d'une scission de la molécule entre le carbone portant la fonction ester et l'oxygène de cette fonction. L'amine saturée est ainsi obtenue salifiée par l'acide correspondant à la fonction ester.

Ainsi, le diéthylamino-1-acétoxy-4-heptine-2 (1) a conduit au diéthylamino-1-heptane et à l'acide acétique



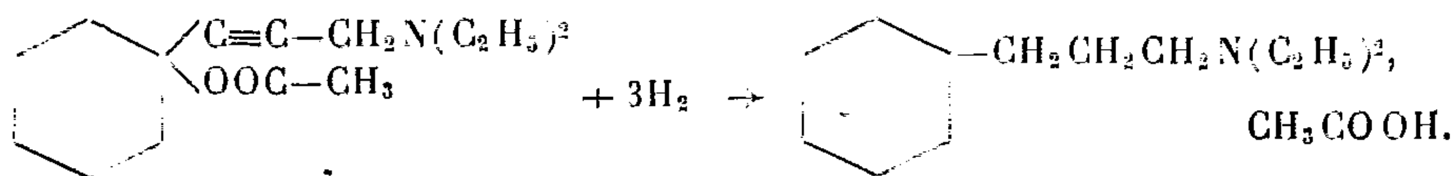
$$C_3H_7CH(OOCCH_3)C\equiv C-CH_2N(C_2H_5)^2+3H_2$$
$$\rightarrow C_3H_7CH_2CH_2CH_2CH_2N(C_2H_5)^2, \quad CH_3COOH.$$

$C_7H_{15}N(C_2H_5)^2$ E_{14} 86° n_D^{21} 1,4317; $C_{11}H_{25}N$; trouvé C 77,06 %; H 14,68 %; N 8,08 %; calculé C 77,10 %; H 14,75 %; N 8,18 %; oxalate F 80°.

Cette amine a été caractérisée par identification avec celle que nous avions obtenue par hydrogénation complète du diéthylamino-1 heptine-2 (1), opération qui s'effectue normalement.

De plus, l'acide acétique formé a pu être séparé de façon presque quantitative.

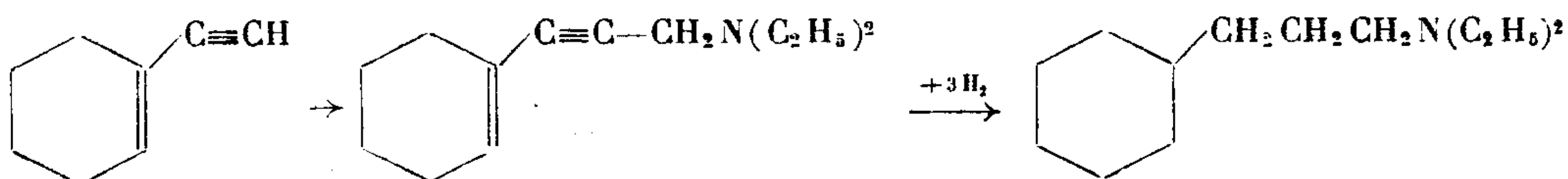
Le même mécanisme a été observé au cours de l'hydrogénation de diéthylamino-1 (acétoxy-1-cyclohexyl)-3-propine-2



(1) *J. Chem. Soc. London*, 1947, p. 1578.

Le diéthylamino-1-cyclohexyl-3-propane ainsi obtenu possède les constantes suivantes : $É_{0,5}$ 87°; $n_D^{9,5}$ 1,4625; $C_{13}H_{27}N$, trouvé N 7,03 % ; calculé N 7,10 % ; oxalate F 105°.

Pour confirmer la constitution de ce produit, nous en avons fait la synthèse par hydrogénation catalytique du diéthylamino-1 (cyclohexène-1-yl)-3-propine-2, lui-même obtenu par la réaction de Mannich sur l'éthynyl-1-cyclohexène-1. L'hydrogénation s'effectue normalement et absorbe les trois molécules d'hydrogène prévues :



Désirant savoir si un ester d'amino-alcool primaire se comporterait de la même manière, nous avons préparé toujours par la réaction de Mannich le diéthylamino-1 acétoxy-4 butine-2 : $É_{0,5}$ 94°, $n_D^{8,5}$ 1,4610, $C_{10}H_{17}O_2N$: trouvé N 7,69 %, calculé N 7,71 %, oxalate F 81°. Son hydrogénation conduit aussi à la diéthylbutylamine déjà connue (²) salifiée par l'acide acétique

$$CH_3COO-CH_2-C\equiv CCH_2N(C_2H_5)^2+3H_2 \rightarrow CH_3CH_2CH_2CH_2-N(C_2H_5)^2CH_3COOH.$$

Afin de voir si la nature de l'acide estérifiant la fonction alcool avait une influence sur ce phénomène de scission nous avons préparé les esters benzoïques du diéthylamino-1 hydroxy-4 butine-2 et du diéthylamino-1 hydroxy-4 heptine-2

$C_6H_5COOCH_2C\equiv C-CH_2N(C_2H_5)^2$; $É_{0,6}$ 163°; n_D^{8} 1,5252; $C_{15}H_{19}O_2N$, trouvé N 5,47 % ; calculé N 5,71 % ; oxalate F 90°.

$C_3H_7CH(OOCC_6H_5)C\equiv CCH_2N(C_2H_5)^2$; $É_{0,5}$ 160°; $n_D^{9,5}$ 1,5098; $C_{18}H_{25}O_2N$, trouvé C 75,43 % ; H 8,87 % ; calculé C 75,20 % ; H 8,70 % ; oxalate F 95°.

L'hydrogénation de ces esters fournit aussi les amines saturées déjà citées et la quantité théorique d'acide benzoïque.

Si l'on arrête l'hydrogénation un peu avant l'absorption d'une molécule d'hydrogène le phénomène de scission est peu important et l'on obtient principalement l'ester de l'amino-alcool éthylénique.

Il semble donc que ce serait ces derniers qui subissent la scission.

Ce phénomène pourrait alors être attribué à la fragilité bien connue de dérivés allyliques.

Il est évidemment possible qu'en modifiant les conditions expérimentales, ce phénomène de scission puisse être évité. C'est ce que nous examinons actuellement.

(²) F. D Mayer et C. S. Marvel, *J. Amer. Chem. Soc.*, **48**, 1936, p. 2691.

GÉOLOGIE. — *Découverte de Crétacé à Vertébrés dans le soubassement de la Hammada du Guir (Sud marocain).* Note de M. **René Lavocat**, présentée par M. Charles Jacob.

Au cours d'une mission géologique dans la Hammada du Guir, d'abord limitée aux secteurs nord et est, puis étendue, sur la suggestion de M. L. Clariond, à la bordure ouest, j'ai découvert et étudié, au pied de la Grande Hammada, précisément sur cette bordure ouest, un important gisement de Reptiles et Poissons appartenant au Crétacé. Dès maintenant son existence a pu être reconnue sur plus de 12 kilomètres du Nord au Sud, depuis le Moungar el Alenda, au sud-ouest de Hasi Beraber, jusqu'au flanc méridional de la haute vallée de l'Oued Chebbi. Les couches qui le constituent, directement transgressives sur le Primaire plissé et pénéplanisé à l'exception d'un certain nombre de témoins, forment dans cette région le soubassement de la Grande Hammada, avec une épaisseur approximative de 25^{m}, et sont surmontées par le Tertiaire continental déjà maintes fois signalé. Ce sont, soit des grès sableux de teintes diverses, soit plus fréquemment des grès francs, généralement rouges. Ces derniers présentent habituellement une stratification entrecroisée et manifestent souvent des structures en boules de 2 à 3^{cm} de diamètre très analogues aux Kerboub; ils paraissent être les portions les plus riches en fossiles.

Ceux-ci comprennent des dents isolées et de nombreux fragments d'os, parfois de grande taille, plus ou moins roulés. Les mêmes formes étant partout associées, on les rencontre sur toute l'épaisseur des couches, parfois en très grande quantité. Plusieurs genres de Reptiles et de Poissons ont été recueillis, parmi lesquels on peut citer dès maintenant comme élément dominant le genre *Onchopristis*, représenté par des dents rostrales très nombreuses qui ne semblent pas pouvoir être distinguées de celles d'*Onchopristis numidus* Haug sp. Ainsi, pour la première fois, cette espèce, décrite dans le Cénomanien inférieur du Djoua ([1]) et dans celui d'Égypte ([2]), est signalée au Maroc. Deux espèces au moins de *Ceratodus* sont représentées, malgré la rareté des échantillons de ce genre ([3]). Diverses dents crénelées de Dinosauriens attestent la présence de la famille des Mégalosauridés. On notera enfin plusieurs écailles dermiques et des dents d'un Crocodilien de très grande taille, à rapprocher sans doute de l'espèce

---

([1]) E. Haug, *Documents scientifiques de la Mission saharienne, Mission Foureau-Lamy*, VIII, Paléontologie, 1905.

([2]) E. Strömer, *Wirbeltiere Reste der Baharije-Stufe*, n°s 4 et 7 (*Abhandl. d. Bayer, Akad. d. Wiss.*, Bd. XXVIII, Ab. 8, 1917 et Bd. XXX, Ab. 6, 1925).

([3]) A l'instant, j'apprends incidemment que M. L. Clariond a trouvé, il y a quelques années, des dents de *Ceratodus* et des écailles de Ganoïdes dans la région de Taouz.

géante signalée dans le continental intercalaire d'Aoulef ([4]) et peut-être de *Stomato suchus inermis* d'Égypte ([5]).

Donc, voici, au Crétacé moyen, un fait comparable à celui sur lequel M. C. Arambourg a précédemment attiré l'attention pour le niveau des phosphates ([6]), à savoir les étroites relations faunistiques unissant les divers territoires d'Afrique du Nord depuis l'Égypte jusqu'au Maroc.

A l'ouest et au nord-ouest du Moungar el Alanda, une série de témoins et de traînées gréseuses paraissent relier les couches signalées ci-dessus à celles de Gour Brikat, mais dans ces deux secteurs les recherches de fossiles ont été jusqu'ici infructueuses.

Les faits ci-dessus montrent la présence dans cette région, du Crétacé, probablement cénomanien, peut-être albien, avec une allure de bordure continentale, à quelques kilomètres à peine au sud de la dalle calcaire du Cénomano-Turonien marin, indiquée par les auteurs et visible notamment près du camp d'aviation de Béraber. Tant par la position des couches que par la nature des fossiles, on est amené à rapprocher ces terrains de ceux d'âge analogue qui constituent le continental intercalaire en d'autres points de l'Afrique, notamdans le Djoua ([7]), dans les régions d'Aoulef ([8]) et de Timimoun ([9]), et aussi au Nigéria ([10]), sans oublier le Cénomanien inférieur á faciès de bordure de Baharia en Égypte ([11]), ni le Cénomanien inférieur néritique et lagunaire, à régime encore instable, qui dans le Damergou se superpose au continental franc des couches de Tégama ([12]). De ces formations, le présent gisement constitue un bastion avancé et un jalon de plus pour l'étude de ce vaste et remarquable ensemble.

GÉOLOGIE. — *Existence du Néogène marin en Nouvelle-Calédonie.* Note de M[me] **Yvonne Gubler** et M. **René Pomeyrol**, présentée par M. Charles Jacob.

Comme le laissait pressentir E. Haug dans son *Traité de Géologie*, le Néogène existe en Nouvelle-Calédonie.

([4]) A. F. de Lapparent, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 755.
([5]) E. Strömer, *loc. cit.*
([6]) *Bull. Soc. géol. France*, 5e série, 5, 1935, p. 257.
([7]) E. Haug, *loc. cit.*
([8]) A. F. de Lapparent, *loc. cit.*
([9]) Ch. Depéret et J. Savornin, *Bull. Soc. géol. France*, 4e série, **27**, 1927, p. 257.
([10]) Falconer, *Ref.*, *loc. cit.*, note ([6]).
([11]) E. Strömer, *Abh. K. Bayer, Akad. Wiss.*, Bd. **26**, Abh. 11, 1914.
([12]) C. Arambourg, L. Joleaud, R. Lamberg, et D. Schneegans, Gouvernement Général d'A. O. F., *Bull. Direct. Mines*, 7, 1943.

Il constitue sur la côte sud-occidentale de l'île, la presqu'île de Népoui, ainsi que les presqu'îles et îles situées à l'Est (presqu'îles de Muéo et de Nékoro, îles Grimault, Longue et Ronde).

Il s'agit d'une formation horizontale, connue sur une hauteur de 30^{m} environ, et dans laquelle une coupe prise, sur la côte orientale de la presqu'île de Népoui, montre de haut en bas :

7^{m}. — Calcaire très altéré en surface, donnant une argile de décalcification à restes de Polypiers, Lamellibranches et Gastéropodes.

0^{m},50. — Marne renfermant des jaspes rouges.

12^{m}. — Calcaire compact, cristallin, recristallisé, très fossilifère : gros Gastéropodes et Lamellibranches à l'état de moules, Polypiers, Échinodermes, quelques Foraminifères (Globigérines, *Globorotalia*, *Textularia*, et Milioles). Dans ce niveau a été trouvé un Oursin régulier que M. le Professeur A. Jeannet, de Zurich, rapporte à « *Prometalia* sp., très voisin de *P. Robillædi* de Loriol (*Brissus*), venant de l'île Maurice ».

1^{m},50. — Calcaire à Polypiers et moules de Lamellibranches et Gastéropodes.

1^{m},50. — Alternance de marnes et de grès sableux contenant des moules de Lamellibranches et de Gastéropodes.

1^{m},50. — Calcaire cristallin à Lamellibranches, Gastéropodes et Polypiers.

0^{m},40. — Marne sableuse riche en débris de minéraux clastiques (magnétite, chromite).

0^{m},60. — Conglomérat polygénique (roches vertes, phtanites), passant latéralement à une brèche coralliaire.

2^{m}. — Marne finement sableuse à débris de coquilles, extrêmement riche en Foraminifères, tant en espèces qu'en individus :

Clavulina antipodum Stache, *Cl. pacifica* Cush., *Valvulammina globularis* d'Orb., *Pyrgo globulus* Bornemann, *Quinqueloculina bos* Reuss, *Spiroloculina affixa* Terquem, *Elphidium advenum* Cush., *El. javanum* Yabe et Asano, *El. simplex* Cush., *Nonion scapha* Fichtel & Moll, *Bolivina advena* Cush., *Bol. floridana* Cush., *Pavonina triformis* Parr, *Pav. flabelliformis* d'Orb., *Reussella miocenica* Cush., *Discorbis globularis* d'Orb. var. *bradyi* Cush., *Rotalia beccarii* Linné, *Rot. beccarii* Linné var. *dentata* Parker & Jones, *Rot. calcariformis* Schwager, *Rot. trochus* d'Orb., *Globorotalia* cf. *palmeræ* Cush. et Bermudez, *Asterigerina carinata* d'Orb., *Anomalina ammonides* Reuss, *An. grosserugosa* Gumb., *An. glabrata* Cush., *Anomalinella rostrata* Brady, *Cibicides mayori* Cush., *Cib.* aff. *mexicanus* Nuttall, *Planorbulina plana* Heron-Allen & Earland, *Plan. vulgaris* d'Orb.

Parmi ces formes, certaines comme *Elphidium advenum*, *El. simplex*, relativement nombreuses, *Discorbis globularis* var. *Bradyi*, étonnamment abondante, *Asterigerina carinata*, *Cibicides mayori*, *Planorbulina vulgaris* sont des formes qui vivent actuellement dans l'Océan Pacifique. D'autres, comme *Elphidium javanum*, *Bolivina advena*, *Bol. floridana*, *Pavonina triformis Reussella miocenica* et *Planorbulina plana* sont connues dans le Miocène des Indes Néerlandaises, de l'Australie et de la Nouvelle-Zélande.

3^{m}. — Visibles au-dessus du niveau de la mer, et constituant la base de la coupe, calcaires durs à Algues, Lamellibranches, Gastéropodes et Foraminifères abondants, parmi lesquels *Sporadotrema* cf. *cylindricum* Carter, décrit dans les calcaires à Lépidocyclines du Miocène de Java.

La microfaune trouvée dans ces dépôts nous permet ainsi de bien affirmer, pour la première fois, l'existence du Néogène marin en Nouvelle-Calédonie.

GÉOLOGIE. — *Témoins de la surface pliocène de* 200^{m} *de la Loire moyenne, dans les cols du Haut Charollais.* Note de M. **Philibert Russo**, transmise par M. Paul Fallot.

La surface d'aplanissement pliocène qui constitue le plateau de Neulize, se poursuit vers le Nord par les plateaux de Montagny, Couteuvre, Saint-Just-la-Montagne, à des cotes absolues de 530 à 550^{m}, correspondant, par rapport à la Loire, à une cote relative voisine de 200 (Chaput).

J'ai retrouvé cette même surface d'arasement, avec sables, cailloutis, quartz et chailles roulés, à des cotes absolues de même ordre, sur le pourtour occidental du massif surbaissé situé à l'est de Marcigny. (sud d'Oyé, 430; Saint-Christophe-en-Brionnais, 451 et 456; sud d'Amanzé, 438; Sainte-Foy, 450) et la cote de ces points, relativement à la Loire, demeure voisine de 200.

Aux abords de Prizy, un lambeau isolé apparaît. Au nord-est de la Clayette, vers Bois-Sainte-Marie et Gibles, existe la même surface, aux cotes absolues 456, 455, 443, 457^{m}. Au nord de Montmelard, (vers Vigousset), et dans le col qui, par l'Étang de Millade, conduit de la vallée de l'Ozelette à celle de Trembly, se montrent des dépôts, tout comparables, à la cote 462. De même encore, ils apparaissent au hameau de Vaux, sur le tunnel de Véresvres, et au hameau de l'Écousserie du Haut au sud de Suin. En ces deux points, ils sont à la cote 438.

Au col de l'Écousserie, j'ai recueilli une molaire d'équidé dont l'état de conservation, trop médiocre, n'a pas permis à M. Viret, qui a eu l'amabilité de l'examiner, d'en donner une détermination spécifique. Peut-être y pourrait-on voir, très dubitativement, *Equus Stenonis*.

Dans les cols de Vérosvre et de l'Écousserie, les assises sableuses reposent directement sur le substratum granitique et n'offrent qu'une épaisseur de 10^{m} environ contre 35^{m} au Bois du Lin. Elles paraissent avoir été fort érodées.

La pente d'ensemble de ces surfaces, arasées et portant des caillouitis, est, entre Neulize et le col de Suin, de 1,61 $^{0}/_{00}$, celle de la Loire, entre les projections sur elle de ces mêmes points, est de 1,43 $^{0}/_{00}$, soit à peine un peu plus faible. La série des surfaces d'arasement correspond à un seul ensemble, découpé par l'érosion ultérieure, et correspondant à un cours de la Loire antérieur au dépôt de la terrasse de 130^{m} de la Loire-Saône pliocène.

On doit remarquer que les dépôts des cols sont situés sur la crête de partage des eaux entre Saône et Loire. Quand ils se sont formés, ils devaient provenir de pentes dont la crête était plus orientale que la crête actuelle. Si l'on prolonge vers l'Est le profil transversal de cette surface pliocène de pénéplanation, on le voit s'élever à 800^{m} environ, précisément sur la ligne de reliefs qui, à cette altitude, s'étend du NNE au SSW à travers le Lyonnais et le Beaujolais, et au delà de laquelle, vers la Saône, les altitudes baissent très rapidement.

Cette ligne représenterait ainsi la crête originelle des dépôts situés à l'altitude relative 200. La Loire du Pliocène inférieur se continuant par la Bourbince et la Saône, décrivait ainsi, entre Roanne et Lyon, un vaste arc de cercle, passant de l'altitude 550 à celle de 290^{m}.

Les affluents de la Loire avaient donc une pente bien plus faible que ceux de la Saône. D'où érosion régressive bien plus active du côté Saône, recul vers l'ouest de la ligne de partage des eaux jusqu'à sa position actuelle, et attaque des dépôts dans les cols. Cette attaque est, au nord de Suin, suffisante pour avoir fait disparaître tous les témoins de la surface pliocène de 200^{m}.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Les éboulements dans les gypses. Inefficacité des travaux de reboisement.* Note de M. **Jean Messines**, présentée par M. Charles Jacob.

Un éboulement s'est produit au Breuil, commune de Puget-Théniers (Alpes-Maritimes), le 30 janvier 1948. Les communications furent interrompues pendant plusieurs semaines; un lac de barrage s'est même formé derrière l'amoncellement des terres éboulées, couvrant une dizaine d'hectares.

Étant donné la gravité des dommages, la question se posait aux Services publics d'examiner si des travaux seraient utiles pour éviter le retour d'un phénomène semblable. L'Administration des Eaux et Forêts en particulier, devait-elle envisager l'exécution de travaux de reboisement pour fixer les terrains en mouvement et de drainage pour assécher le sol ?

Les causes de cet éboulement sont multiples. Elles résultent :

a. Des conditions morphologiques et géologiques. — L'éboulement intéresse, sur la rive droite du Var, un versant en pente raide, couronné par une terrasse d'alluvions anciennes. Le socle en est formé par des marnes argileuses et des gypses du Trias supérieur, dont la masse a fait extrusion, par le jeu de la tectonique salifère, sur les flancs jurassiques de l'anticlinal du Gourdan.

b. Des conditions hydrologiques. — Les terrains sont minés par des eaux souterraines provenant de la montagne du Gourdan et qui sont encore grossies par celles du Var lui-même, affouillant le pied de la terrasse et pénétrant sous elle. Toutes ces eaux réapparaissent à l'aval, en une résurgence dans le lit du Var.

Ces eaux d'infiltration transforment les anhydrites en gypses. Des phénomènes de dissolution et de foisonnement se produisent dans ces gypses. Les eaux sulfatées agissent ensuite sur les argiles. Ces phénomènes de dissolution chimique et de désagrégation physique aboutissent à la formation de tout un réseau de cours d'eau souterrains et de grottes.

c. Des circonstances météorologiques. — A ces menaces d'ordre hydrogéologique, existant en puissance, se sont jointes, à la fin du mois de janvier 1948, des conditions météorologiques exceptionnelles : pluies ininterrompues du 23 au 29 janvier, soit pendant les huit jours précédant la catastrophe. Le total des précipitations a été de l'ordre de 170^{mm} dans la vallée.

Le mécanisme de l'éboulement, dès lors, est facile à comprendre. Une crue subite du Var et l'afflux violent des eaux d'infiltration de la montagne du

Gourdan ont empli et gorgé le réseau des cavernes et des galeries souterraines de la terrasse du Breuil. Sous la pression des eaux, une débâcle s'est produite par rupture d'une ou de plusieurs poches souterraines.

L'allure du dépôt de matériaux montre que ce ne sont pas seulement les forces de la pesanteur qui ont agi. Les forces de pression des eaux captives avec une forte composante horizontale se sont conjuguées aux premières pour projeter une partie des matériaux dans le sens horizontal et réaliser le barrage total de la vallée sur plus de 80 mètres de largeur. La dispersion des matériaux permet de reconnaître la manifestation d'une poussée interne considérable se traduisant par une sorte d'explosion.

L'éboulement du Breuil n'est pas unique en son genre. Il s'apparente à la catastrophe de Roquebillière en 1926. Diverses régions montagneuses des Alpes, où se manifeste la présence de gypses extravasés sont susceptibles de *foirer* dans des conditions analogues.

Au point de vue pratique, l'Administration forestière, chargée de la restauration et de la conservation des terrains en montagne, devra tenir le plus grand compte des enseignements qui découlent des considérations ci-dessus.

Il est évident que le reboisement, s'appliquant à la croûte superficielle serait inefficace puisque la dégradation de la montagne se produit à l'intérieur et se résume en un travail de sape dans la montagne. Un drainage, avec les moyens d'actions actuels ne pourrait être que superficiel et n'aurait pas de raisons d'être, car dans ces terrains, il serait illusoire de courir à la recherche d'une nappe aquifère ou d'un niveau de sources.

Notre conclusion sera que dans ce genre de terrains, et étant donné les forces naturelles en action, aucune intervention directe n'est possible et les travaux de reboisement seraient sans effet utile.

GÉOGRAPHIE DYNAMIQUE. — *Sur l'équilibre isostatique, la sédimentation et les transgressions marines.* Note de M. **Jean Lagrula**, présentée par M. Pierre Lejay.

Sédimentation et affaissement sont souvent étroitement liés : des dépôts effectués en eau peu profonde peuvent atteindre des puissances considérables. Nous allons confronter la théorie de l'isostasie et l'équilibre des vitesses de subsidence et de sédimentation dans le cas particulier où le niveau du dépôt est celui du géoïde.

Supposons l'isostasie respectée au début de la sédimentation, et adoptons la représentation schématique d'Airy, avec une épaisseur T d'écorce solide de densité moyenne d flottant sur un substratum visqueux de densité δ. Considérons ensuite une épaisseur h de sédiments de densité d'. Le niveau du sol étant demeuré celui du géoïde, le substratum a cédé sous l'action de la surcharge, mais, si la pesanteur seule est intervenue, l'écorce solide n'a pu être chassée tangentiellement. Elle a pu se dissoudre partiellement dans le

substratum : mais un tel phénomène, s'il était rapide, aurait pour conséquence un nivellement qui, en fait, n'existe pas; nous supposerons en première approximation sa vitesse négligeable devant celle de la sédimentation. Nous avons donc, avant de trouver le substratum, une épaisseur h de densité d' et une épaisseur T de densité d; cette dernière existait seule dans l'état initial supposé en équilibre isostatique. Nous sommes en présence d'un déficit de masse égal, par unité de surface, à $h(\delta - d')$ représentant la somme du déficit sédimentaire $h(d - d')$ et du déficit profond $h(\delta - d)$. Adoptant les valeurs numériques admises couramment : $T = 30^{km}$, $\delta = 3{,}27$, $d = 2{,}67$, avec une sédimentation d'épaisseur $h = 1^{km}$ et de densité $d' = 2{,}27$, on calcule facilement que l'aire considérée comporte un déséquilibre de 300^m environ.

Nous aboutissons à une incompatibilité entre l'équilibre isostatique et le phénomène de sédimentation au niveau du géoïde. Modifions notre schéma de façon à supprimer cette contradiction.

Première hypothèse. — Laissant constante la densité moyenne d de l'écorce, nous allons envisager des variations de la densité δ du substratum, telles que Joly les a admises comme conséquence de la radioactivité. La surface S du géoïde étant divisée en deux régions, l'une continentale (surface 0,3 S, densité 2,67, altitude moyenne initiale 1^{km}), l'autre océanique (surface 0,7 S, densité $1 + \varepsilon$, avec $\varepsilon = 0,03$, profondeur moyenne 4^{km}), nous supposerons en première approximation que l'Océan repose directement sur le substratum visqueux de densité initiale $\delta = 3{,}27$.

Soient T et E les épaisseurs d'écorce correspondant respectivement aux altitudes 0 et 1^{km}. Les équations d'équilibre s'écrivent, en prenant le kilomètre comme unité

$$(1)\qquad T d = 4(1+\varepsilon) + (T-4)\delta \qquad \text{d'où}\quad T = 14{,}9,$$

$$(2)\qquad E d = 4(1+\varepsilon) + (E-5)\delta \qquad \text{d'où}\quad E = 20{,}4.$$

Supposons maintenant que, la densité du substratum étant devenue δ', l'épaisseur T se soit augmentée d'une couche sédimentaire puissante de 1^{km}, pour laquelle nous conserverons, en première approximation, la densité 2,67. Les nouvelles équations d'équilibre s'écrivent

$$(3)\qquad (T+1)d = 4(1+\varepsilon) + (T-3)\delta' \qquad \text{d'où}\quad \delta' = 3{,}22,$$

$$(4)\qquad E d = 4(1+\varepsilon) + (E-4-x)\delta' \qquad \text{d'où}\quad x = 0{,}76,$$

x étant la nouvelle altitude moyenne du continent. Elle correspond à une transgression marine de 240^m d'amplitude verticale; mais nous avons négligé le volume transgressif qu'on peut évaluer en tenant compte de la courbe hypsométrique de la surface du globe : la transgression s'en trouve réduite d'une dizaine de mètres.

Deuxième hypothèse. — Laissons constante la densité δ du substratum, mais supposons que, le continent ayant comporté une surcharge glaciaire d'épaisseur

moyenne e, cette épaisseur ait subi une variation Δe. L'altitude moyenne du continent et la profondeur moyenne de l'Océan ayant les valeurs initiales x et y, on a, la densité de la glace étant $1-\eta$, avec $\eta = 0{,}08$,

$$T\,d = y(1+\varepsilon) + (T-y)\,\delta, \tag{5}$$

$$E\,d + e(1-\eta) = y(1+\varepsilon) + (E-x-y)\,\delta. \tag{6}$$

La relation (5) suppose que le compartiment considéré n'a pas comporté de surcharge glaciaire. Le cas d'une telle surcharge sera traité dans une étude plus complète.

En différentiant les relations (5) et (6), avec $\Delta T = 1$, puis en écrivant la conservation de la masse, on a

$$\delta - d = [\delta - (1+\varepsilon)]\,\Delta y, \tag{7}$$

$$(1-\eta)\,\Delta e = (1+\varepsilon)\,\Delta y - \delta(\Delta x + \Delta y), \tag{8}$$

$$0{,}3\,(1-\eta)\,\Delta e = 0{,}7\,(1+\varepsilon)\,\Delta y. \tag{9}$$

La résolution du système (7), (8), (9) donne : $\Delta y = +0{,}27$, $\Delta e = -0{,}70$, $\Delta x = -0{,}16$. L'épaisseur moyenne de la glace continentale a diminué de 700^{m}, la profondeur moyenne de l'Océan a augmenté de 270^{m}, la transgression marine atteint une amplitude verticale de 160^{m}, auxquels il faut ici encore retrancher une dizaine de mètres pour tenir compte du volume transgressif.

Conclusions. — La sédimentation au niveau de l'Océan n'est compatible avec le maintien de l'équilibre isostatique qu'au cours d'une transgression marine. L'amplitude verticale de la transgression correspondant à une épaisseur sédimentaire de 1^{km} avec la densité 2,67, a été calculée soit dans le cas d'une diminution de la densité du substratum, entraînant une dilatation du géoïde, soit dans le cas d'une augmentation de la densité du système continent + calotte glaciaire, par fusion partielle de cette dernière (les glaces de banquise n'interviennent pas dans l'équilibre isostatique. Il ne s'agit que d'une première approximation. Des formules plus complètes feront l'objet d'une étude détaillée. La comparaison d'épaisseurs sédimentaires contemporaines peut nous renseigner sur les équilibres isostatiques et, par conséquent, sur l'importance des forces autres que la pesanteur qui ont dû intervenir. L'étude corrélative des anomalies gravimétriques des bassins sédimentaires présente un intérêt primordial.

GÉOMAGNÉTISME. — *Sur le champ magnétique à l'intérieur de la Terre.* Note (*) de M. Antonio Gião.

De la théorie de l'effet mécano-magnétique ([1]) nous avons déduit ([2]) le champ magnétique extérieur $\vec{H}_{ext}$ et intérieur $\vec{H}_{int}$ engendré par la rotation

(*) Séance du 12 avril 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1813; **225**, 1947, p. 924; *Gazeta de Matematica*, nos 34-35, Lisbonne, 1947.

([2]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 645.

constante d'une masse sphérique (même non électrisée). Avec les notations précédemment utilisées ([2]) les formules correspondantes s'écrivent

$$(1a)\qquad \vec{H}_{ext} = 2\frac{\xi}{\chi}\frac{(m_0)_e}{ec}K\gamma M_{rot}\left[3\sin\varphi\cos\varphi\,\vec{u}_n + (3\sin^2\varphi - 1)\vec{u}_3\right]\frac{1}{r^3},$$

$$(1b)\qquad \vec{H}_{int} = 6\frac{\xi}{\chi}\frac{(m_0)_e}{ec}K\frac{M_{rot}}{a^3}$$

$$\times\left\{\left[\left(\frac{r^2}{a^2} - \frac{5}{6}r\frac{\partial b}{\partial r}\right)\sin\varphi - \frac{5}{6}\cos\varphi\frac{\partial b}{\partial\varphi}\right]\cos\varphi\,\vec{u}_n + \left[\frac{5b}{3} + \frac{r^2}{a^2}(\sin^2\varphi - 2) + \frac{5}{6}\left(r\frac{\partial b}{\partial r}\cos\varphi - \sin\varphi\frac{\partial b}{\partial\varphi}\right)\cos\varphi\right]\vec{u}_3\right\}.$$

La condition de la continuité des composantes tangentielles du champ sur la surface de la sphère $(r=a)$ prend la forme suivante, en désignant par les indices zéro les valeurs pour $r=a$

$$(2)\qquad \left(\frac{\partial b}{\partial r}\right)_0 - \frac{2}{a}\sin\varphi\cos\varphi\frac{\partial b_0}{\partial\varphi} = \frac{2}{5a}(6 - 5b_0 - \gamma).$$

[Remarquons que lorsque $\gamma = 1$ (densité et vitesse de rotation à symétrie sphérique) les composantes normales sont continues aussi et l'on a $(\partial b/\partial r)_0 = 0$ et $b_0 = \gamma$ quand on pose $\partial b_0/\partial\varphi = 0$.]

1° *Variation de la composante horizontale avec la profondeur.* — Soit $d = a - r$ la profondeur d'un point. Désignons par $\overline{H}_d$ la composante horizontale de $\vec{H}_{int}$ pour la profondeur d et par $\overline{H}_0$ la valeur de $\overline{H}_d$ pour $d = 0$ sur la même verticale. En posant $r = a - d$ dans (1 b) on en déduit facilement

$$(3)\qquad \overline{H}_d - \overline{H}_0 = \frac{1}{\gamma}\left[5(b_0 - b_d) - 12\frac{d}{a}\right]\overline{H}_0$$

dans le voisinage de la surface de la Terre [lorsque d est de l'ordre de quelques kilomètres, les termes en d^2/a^2 de (1 b) sont tout à fait négligeables vis-à-vis des termes d/a puisque $a = 6367$ kilomètres]. La condition (2) donne d'ailleurs dans le voisinage de $d = 0$, en ne tenant pas compte de la petite influence de $\partial b_0/\partial\varphi$

$$(4)\qquad b_0 - b_d = \frac{2}{5}(6 - 5b_0 - \gamma)\frac{d}{a}$$

et (3) devient

$$(5)\qquad \overline{H}_d - \overline{H}_0 = -2\left(1 - 5\frac{b_0}{\gamma}\right)\overline{H}_0\frac{d}{a},$$

relation qui généralise la formule (5) de la Note précédente ([3]). On voit donc que *la composante horizontale du champ magnétique diminue avec la profondeur.* Pour obtenir les valeurs observées à $d = 1463^m$ dans une mine du Transvaal ([3]),

([3]) A. L. HALES and D. I. GOUGH, *Nature*, 160, 1947, p. 746.

il suffit de poser $b_0/\gamma \cong 2/5$, tandis que les valeurs observées dans une mine du Lancashire ([4]) à $d = 1300^m$ se déduisent de (5) avec $b_0 \cong \gamma$.

2° *Variation de la composante verticale avec la profondeur.* Soit V_d la composante verticale de $\vec{H}_{int}$ pour $r = a - d$ et V_0 la valeur de V_d pour $V = 0$ sur la même verticale. De (1 *b*) et de (4) on déduit sans difficulté

$$(6) \qquad V_d - V_0 = 2\left(1 + \frac{\gamma}{5b_0 - 3}\right) V_0 \frac{d}{a}.$$

On voit donc que, contrairement à la composante horizontale, *la composante verticale augmente avec la profondeur* partout où la condition $5b_0 > 3$ ou $5\beta_0 + \gamma < 3$ est satisfaite, ce qui est le cas général. Par exemple, au Transvaal ($b_0/\gamma \cong 2/5$) et au Lancashire ($b_0/\gamma \cong 1$) on a respectivement :

$$(7a) \qquad V_d - V_0 = \frac{6}{2\gamma - 3}(\gamma - 1) V_0 \frac{d}{a} \qquad \text{(Transvaal)},$$

$$(7b) \qquad V_d - V_0 = \frac{6}{5\gamma - 3}(2\gamma - 1) V_0 \frac{d}{a} \qquad \text{(Lancashire)}.$$

On a donc dans les deux régions une *augmentation* de la composante verticale avec la profondeur, puisque la constante $\gamma (\leqq 1)$ diffère peu de l'unité dans le cas de la Terre (petits écarts de la distribution de la densité à l'intérieur de la Terre par rapport à une distribution à symétrie sphérique). En posant comme précédemment ([2]) $\gamma = 0{,}8$ on obtient donc

$$V_d - V_0 = 0{,}85\, V_0 \frac{d}{a} \quad \text{(Transvaal)} \qquad \text{et} \qquad V_d - V_0 = 3{,}6\, V_0 \frac{d}{a} \quad \text{(Lancashire)},$$

tandis qu'avec $\gamma = 0{,}7$ on aurait

$$V_d - V_0 = 1{,}12\, V_0 \frac{d}{a} \quad \text{(Transvaal)} \qquad \text{et} \qquad V_d - V_0 = 4{,}8\, V_0 \frac{d}{a} \quad \text{(Lancashire)}.$$

Il est d'ailleurs intéressant de remarquer que (7 *b*) montre que l'on a $\gamma > 0{,}6$ pour le globe terrestre.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Origine de certaines formes d'atmosphériques.* Note de M. **René Rivault**, présentée par M. Pierre Lejay.

Les enregistrements des formes d'atmosphériques permettent dans certains cas (types 4), de connaître la distance de l'éclair émetteur ([1]); sa localisation serait complète si l'on disposait de l'indication simultanée d'un goniomètre

([4]) S. K. Runcorn, *Month. Not. Roy. Astr. Soc. Geophys. Supp.*, 1948, sous presse (analysé dans *Science To-Day*, 3, 1948, n° 72).

([1]) R. Rivault, *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 540; Note préliminaire du *L. N. R.*, n° 65.

cathodique ([2]). Mais, lorsque cette distance est faible, l'atmosphérique suivi de ses échos produit généralement sur l'écran goniométrique une figure complexe d'allure elliptique où l'orientation du demi grand axe ne donne que grossièrement la direction de la source. Le procédé n'est applicable que pour des distances supérieures à 500^{km} environ; au-dessous de cette valeur, et pour les autres types d'atmosphériques ne permettant pas la télémétrie, il est nécessaire de disposer de deux goniomètres cathodiques situés aux extrémités d'une base de plusieurs centaines de kilomètres.

Nous utilisons deux goniomètres, l'un à Poitiers, l'autre à Bagneux, dont les opérateurs sont reliés par téléphone. L'appareil de Poitiers est asservi automatiquement aux dispositifs d'enregistrement de formes de la façon suivante: la tension rectangulaire positive qui commande le Wehnelt du tube cathodique des formes pendant la durée d'un balayage de l'écran (de 0,5 à 20 millisecondes environ) débloque la tension positive, provenant de l'amplificateur de lever de doute, qui module le Wehnelt du tube goniométrique. On n'obtient ainsi que les directions des atmosphériques dont les formes sont enregistrées. Deux tubes goniométriques sont en service, l'un, dont les indications sont photographiées par une caméra actionnée en synchronisme avec la caméra des formes, l'autre, à écran rémanent, permettant l'observation et la communication immédiate par téléphone des directions relevées à l'opérateur du goniomètre de Bagneux et le contrôle des indications de celui-ci. L'analyse des résultats fut, d'autre part, facilitée par les enregistrements permanents des goniomètres à secteur étroit de Bagneux, Rabat et Bordeaux.

Les premiers essais de ce dispositif eurent lieu quotidiennement de 20 à 23 heures TMG environ, du 25 septembre au 24 octobre 1947. Nous nous proposions de différencier les origines respectives des formes 3, trains d'ondes sinusoïdales amorties, et des formes 4 et, particulièrement, de voir si le grand nombre d'échos caractérisant certains types 4 d'automne était dû à la plus grande distance ou à la nature et à l'emplacement des foyers.

Les cartes météorologiques montrent que pendant cette période des dépressions venant généralement d'Espagne se déplacent d'Ouest en Est sur le bassin méditerranéen en devenant orageuses; elles s'amortissent en Méditerranée centrale, entre la Tunisie, l'Italie, la Sardaigne et la Corse, où elles se comblent lentement sur place. C'est ce qui s'est produit du 27 au 30 septembre, du 2 au 5, du 5 au 14 et du 18 au 26 octobre. Aux formes classiques du type 3, provenant généralement de foyers océaniques lointains goniométrés dans le quart Sud-Ouest, s'ajoutent alors des formes du type 4 originaires du quart Sud-Est. Les indications goniométriques et les distances de 500 à 1200^{km} obtenues par télémétrie à partir de ces atmosphériques s'accordent pour situer

---

([2]) A. Haubert, *Un goniomètre cathodique pour atmosphériques* (Note préliminaire du *L. N. R.*, n° 66).

les éclairs sur les côtes méditerranéennes. Lorsque les dépressions se comblent sur place et que l'activité orageuse s'affaiblit, ces formes 4 se modifient : les échos s'élargissent, les crêtes d'amplitude s'arrondissent et décroissent plus rapidement, rapprochant ces formes des types 3 et 5 et rendant la télémétrie moins aisée. Il est permis de penser que cette évolution est l'indice d'une modification physique de la décharge électrique en fin d'activité orageuse.

Des types 4 d'automne, à grand nombre d'échos peu amortis, provenant des foyers situés au nord de l'Italie, à une distance de 1000 à 1500^{km}, ne furent que trop rarement enregistrés pour qu'on put en tirer quelque conclusion.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la guerre, la bombe atomique, la pluie, la sécheresse, le beau temps et le régime Bikinien.* Note de M. **André Debierne**

On a envisagé à diverses reprises l'influence des opérations de guerre sur les conditions atmosphériques et les phénomènes météorologiques. Je citerai d'abord le cas des torpillages des navires pétroliers dans les mers chaudes. Sans qu'il y ait eu, je crois, de publications à ce sujet, c'était pendant l'occupation; on a considéré que la mince couche d'huile minérale qui se répandait à la surface de la mer pouvait diminuer l'évaporation, la quantité d'eau susceptible de se transformer en pluie et expliquer la sécheresse qui a sévi en certaines régions. Je ferai une remarque à ce sujet. Si l'on suppose qu'une certaine quantité d'eau, même trés petite, se trouve à l'état dissous dans le pétrole, ce qui est tout à fait probable, l'équilibre thermodynamique exige que la tension de la vapeur d'eau soit la même dans les deux phases en contact. Cependant en régime dynamique d'évaporation, pour une couche de pétrole d'épaisseur notable, l'évaporation est certainement diminuée fortement. Mais si l'on considère que l'effet attendu ne peut être important qu'avec une très grande surface couverte, c'est-à-dire une couche de pétrole infiniment mince, il est très possible que l'évaporation ne soit pas fortement modifiée par la présence de l'huile. Cela pourrait faire l'objet d'expériences directes.

D'autre part j'ai montré ([1]), avant l'expérience de Bikini, que les explosions, spécialement celle de la bombe atomique, devaient provoquer dans l'air la formation d'une grande quantité de gaz nitriques pouvant se transformer en un nombre extraordinairement grand de *centres moléculaires* de condensation dont l'action sur les phénomènes atmosphériques devait être très importante. Jusqu'à présent, à ma connaissance, aucun argument scientifique n'a été formulé contre la formation des gaz nitriques (paraissant d'ailleurs confirmée par la coloration rougeâtre du nuage de Bikini, vapeurs nitreuses) ni contre

([1]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1124; **222**, 1946, p. 1352; **224**, 1947, p. 1220.

la théorie de centres moléculaires de condensation et les conséquences qu'on pouvait en tirer sur les conditions atmosphériques.

Après l'explosion de la bombe atomique et la formation du nuage initial, qui doit occuper un volume considérable et s'étendre à une très grande hauteur par rebondissement des gaz sur le sol, les courants atmosphériques peuvent déterminer sa séparation en plusieurs masses secondaires dont les dimensions deviendront de plus en plus grandes et qui circuleront dans l'atmosphère. Après un certain temps, comme les causes de disparition des centres moléculaires nitriques sont peu importantes, il y aura des régions très étendues de l'atmosphère où la concentration des centres de condensation sera tout à fait anormale, ce qui déterminera un régime particulier au point de vue météorologique que je désignerai sous le nom de *régime bikinien.*

On peut imaginer qu'en régime bikinien, par temps découvert, il restera toujours en suspension dans l'air un très grand nombre de particules d'eau infiniment petites et que le bleu du ciel ne sera jamais très pur ni le soleil très ardent. Un aspect légèrement laiteux paraît assez caractéristique. Par temps couvert, la pluie sera rare, jamais très violente, et principalement constituée par de petites gouttes. Des nuages très sombres peuvent, malgré leur apparence, ne pas se résoudre en pluie. Dans l'ensemble, en régime bikinien, la quantité d'eau tombée pourra être anormalement petite, quoiqu'une pluie fine puisse persister longtemps. Cependant la masse d'eau accumulée dans l'atmosphère sous forme de particules très petites peut devenir très grande et provoquer des phénomènes exceptionnels.

Pour la vie journalière le régime bikinien est plutôt agréable, l'air n'est jamais très sec ni trop chaud, ni les pluies très fortes, mais il pourra arriver que la terre reste sèche pendant de longues périodes et qu'elle ne soit que rarement très mouillée à une certaine profondeur. Or la terre mouillée paraît nécessaire à certains stades de la végétation, elle joue également un rôle qui peut être important dans la température du sol. Le dégagement de chaleur au moment de la congélation et l'absorption de chaleur pendant la vaporisation empêchent les températures extrêmes, gelées profondes et dessèchement rapide. La sécheresse de la terre paraît être le principal résultat à craindre d'un régime bikinien prolongé.

En considérant les états atmosphériques qui ont caractérisé les dernières années dans nos régions tempérées, il m'apparaît comme certain que pendant de longues périodes, ils rappellent d'une manière frappante ce que nous pouvons prévoir du régime bikinien. Les conséquences ont été nettement désastreuses pour les récoltes et pour l'accumulation de l'eau dans les réservoirs d'eau des usines hydroélectriques.

La disparition rapide des masses atmosphériques bikiniennes est peu probable. On doit plutôt craindre l'augmentation de leur volume par dispersion naturelle.

En conclusion je pense que les explosions de bombe atomique constituent un danger sérieux pour les différentes régions du globe. Les autorités qui ordonnent et organisent de telles expériences ont une grande responsabilité.

PHYTOPHARMACIE. — *Valeurs comparées du sel d'ammonium de l'hexanitrodiphénylamine et du sulfate de cuivre dans la prophylaxie du mildiou de la Vigne.* Note de M. **Pierre Gavaudan** et Mlle **Germaine Debraux**, présentée par M. Louis Blaringhem.

L'avenir des recherches de thérapeutique et de prophylaxie des maladies cryptogamiques des végétaux est lié à la possibilité d'étudier rapidement au laboratoire, en toute saison, la valeur réelle des composés. C'est l'utilisation d'une méthode comportant ces avantages ([1]) qui nous a permis d'examiner la valeur de plus de 150 substances organiques ou organo-métalliques. La méthode de culture de *Plasmopara viticola* sur feuilles de Vigne isolées nous permet à la fois d'entretenir le parasite *en permanence* au laboratoire (depuis 2 ans) et de déterminer la *valeur prophylactique* des substances; cette dernière est définie : 1° par la toxicité pour les conidies du mildiou; 2° par l'innocuité pour la feuille de Vigne; 3° par la rétention sur la feuille et par la solidité à l'air et à la lumière de la substance. Le prix de revient élevé des préparations cupriques et la rareté du cuivre dans les pays non producteurs ont suscité depuis longtemps des recherches destinées à améliorer les conditions d'utilisation de ce métal en le faisant entrer dans des combinaisons organiques, à lui substituer d'autres métaux, enfin même à employer des molécules entièrement organiques.

Nous avons étudié un assez grand nombre de composés organiques contenant des métaux, tels que benzoylacétonates, méthyl ou diméthyl et diphényldithiocarbamates, sels d'acides aminés, sulfanilates, anthranilates, complexe acridine-cuivre, sel de cuivre de l'*o*-hydroxyquinoléine. Nous sommes d'accord avec J. G. Horsfall ([2]) pour penser que l'on gagne pratiquement bien peu de chose à faire entrer le cuivre dans des combinaisons organiques.

Nous avons poussé nos recherches dans une autre direction, celle des substances purement organiques; Truffaut et Pastac s'étaient engagés dans cette voie sans obtenir de résultats intéressants et L. Pastac ([3]) a attribué cet échec à l'absence de solidité à la lumière des composés étudiés qui étaient des colorants. L'intérêt de la bouillie bordelaise réside dans son adhésivité et dans l'établissement permanent dans les eaux de rosée d'une concentration efficace d'un toxique stable, cette concentration étant longtemps assurée en vertu d'un équilibre avec l'insoluble.

([1]) G. Debraux et P. Gavaudan; *Gallica biologica Acta*, 1, 1948, p. 3-10.

([2]) *Fungicides and their action*, 1945, p. 3, chap. XI.

([3]) *Revue de Viticulture*, décembre 1945, p. 1-12.

Nous avons cherché s'il était possible d'obtenir un résultat semblable au moyen de composés organiques stables adsorbés et libérés progressivement. L'étude de substances organiques plus ou moins toxiques pour divers tests et de systèmes adsorbants divers nous a conduits à retenir le sel d'ammonium de l'hexanitrodiphénylamine ou *aurantia*, connu comme matière colorante et comme substance inhibitrice de la caryocinèse [M. V Faworsky ([4]) et P. Gavaudan ([5])]. Cette substance, de fabrication facile, peu coûteuse et stable à l'air et à la lumière, empêche régulièrement et complètement le développement du mildiou de la Vigne sur feuilles isolées dès la concentration de 0^g,011 par litre. Elle offre une grande marge de sécurité d'emploi car elle ne lèse la feuille qu'à partir d'une concentration vingt fois plus forte. Cette substance est supérieure au diméthyldithiocarbamate de zinc (Schering) et au 1.3-dinitro 4-sulfocyanobenzène (Bayer) préconisés antérieurement.

On met à profit le principe de l'adsorption de la substance (bouillie à 0^g,120 par litre) par une bouillie au caséinate de calcium additionnée de sulfate d'aluminium servant à neutraliser et à augmenter le volume de l'excipient; l'aurantia se fixe dans les eaux de pluie ou de rosée à une concentration qui demeure suffisante pendant très longtemps comme le montrent des lavages expérimentaux. Des expériences au laboratoire et sur le terrain ont montré que dans ces conditions d'utilisation l'aurantia possède un pouvoir prophylactique égal à celui d'une bouillie bordelaise à 2 % de sulfate de cuivre.

Si l'emploi de cette substance ne représente pas la solution définitive du remplacement du cuivre dans la prophylaxie du mildiou de la Vigne, son étude aura montré quelques principes généraux directeurs pour d'autres recherches.

GÉOGRAPHIE BOTANIQUE. — *Les caractères floristiques de la Nouvelle-Calédonie.* Note de M. **André Guillaumin**, présentée par M. Louis Blaringhem.

L'achèvement de la *Flore phanérogamique de la Nouvelle-Calédonie* à laquelle je travaille depuis 1909 permet de résumer les caractères de la végétation de la France australe. Ces conclusions précisent l'exposé que j'en ai fait en 1921 ([1]).

Le nombre des familles a été porté de 136 à 172, mais en partie à la suite du démembrement de certaines d'entre elles. Aucune n'est spéciale; néanmoins les Balanopsidacées ne sont représentées en dehors de la Nouvelle-Calédonie qu'à Vanua-Lava dans les îles Banks et à Rockingham bay du Queensland.

([4]) *C. R. Acad. Sc. U. R. S. S.*, 23, 1939, p. 71-74.

([5]) *Pharmacodynamie de l'inhibition de la caryocinèse, Thèse* État, Pharmacie, Paris, n° 10, 1945, p. 164.

([1]) F. Sarasin et J. Roux, *Essai de géographie botanique de la Nouvelle-Calédonie* (*Nova Caledonia, Botanique*, 1, p. 256-295).

En 1921, j'avais relevé 600 genres dont 99 endémiques; le nombre s'élève maintenant à 861 dont près de 1/8 sont endémiques. Le nombre des espèces endémiques connues en 1921 qui était de 1694 approche maintenant de 1850 sur un total de près de 3100, ce qui est l'un des plus forts pourcentages connus.

On a été amené à décrire depuis 25 ans un nombre important d'espèces nouvelles et il s'en trouve encore d'autres à faire connaître; les introductions volontaires : plantes alimentaires ou ornementales, Graminées pour améliorer les pâturages, ainsi que les introductions fortuites se sont multipliées, atteignant déjà près de 18 %. Il est vraisemblable qu'à la suite du séjour des Américains, on constatera la présence de nouvelles adventices.

Ces plantes introduites diffèrent essentiellement des plantes autochtones parce que la majorité sont herbacées, tandis que les espèces néo-calédoniennes sont en très grande majorité (près de 80 %) ligneuses. C'est là un caractère tropical, bien que la Nouvelle-Calédonie, quoique située presque sous le tropique, jouisse d'un climat tempéré comparable à celui des rives de la Méditerranée (23°,5 de moyenne annuelle). De plus, les plantes endémiques de la Nouvelle-Calédonie ont un aspect nettement xérophile, ce qui s'explique par le fait que, si les chutes annuelles de pluie dépassent un mètre, le relief de l'île qui atteint 1650^{m}, sa faible largeur (60^{km} à peine) qui la laisse balayer par des vents violents, le rayonnement intense dû à la couleur rouge et verte des roches et la faible nébulosité amènent un ruissellement rapide et une évaporation intense.

Parmi les plantes non endémiques, le plus grand nombre se retrouve en Australie, surtout au Queensland (près de 1/10); suivent ensuite, presque à égalité, celles de Malaisie et de Nouvelle-Guinée et, sensiblement en même proportion, celles de Polynésie, tandis que le nombre de celles communes à la Nouvelle-Calédonie et à la Nouvelle-Zélande est infime.

On peut donc concevoir que sur un fond canaque à éléments anciens, de type australien quoique spécial, se sont superposés des types malayo-papou et polynésien, enfin, en dernier lieu, l'élément adventice provenant de tous les points du globe.

Heckel a prétendu que la flore néo-calédonienne était indienne, Rickli qu'elle était malaise, tandis que Grisbach soutenait qu'elle était complètement distincte, enfin Engler incorporait la Nouvelle-Calédonie à son *Araucariengebiet* avec le Queensland et l'île nord de la Nouvelle-Zélande (dans cette dernière, il n'y a d'ailleurs pas d'*Araucaria*).

En réalité, il n'y a que des affinités secondaires avec la région indo-malaise par l'intermédiaire des Nouvelles-Hébrides, des îles Salomon, Bismarck, de l'Amirauté et la Nouvelle-Guinée, avec l'Australie de l'autre, mais les points de ressemblance ne sont frappants qu'avec l'étroite bande du Queensland et la mer et les Nouvelles-Hébrides; la flore de Nouvelle-Calédonie offre des caractères spéciaux. Je persiste donc à croire qu'il faut considérer les Nouvelles-

Hébrides, la Nouvelle-Calédonie et la partie du Queensland précitée comme constituant un domaine floral propre se divisant en trois régions : néo-hébridaise, néo-calédonienne et le Queensland oriental.

Si l'envahissement par la flore adventice constitue souvent un fléau, comme c'est le cas pour le *Lantana* en Nouvelle-Calédonie, la flore autochtone ne paraît pas menacée bien que les feux de brousse sévissent là aussi. Le relief du sol entrave d'ailleurs leur extension, et ils sont localisés sur la côte ouest où se trouvent les seules plaines propres à l'élevage. On a attribué la formation de ces étendues herbeuses parsemées de Niaoulis (*Melaleuca Leucadendron*) justement à une déforestation que l'homme aurait réalisée par le feu. Il est toutefois frappant qu'elles correspondent exactement à des formations géologiques déterminées : jurassique, crétacé et éocène et ne se sont guère étendues depuis l'occupation européenne; on ne voit pas pourquoi les indigènes auraient incendié la forêt puisqu'ils n'avaient pas de bétail et effectuaient le plus souvent leurs cultures vivrières en terrasses.

PHYSIOLOGIE DES SENSATIONS. — *Anosmies partielles et odeurs fondamentales.* Note de M. **Marcel Guillot**, transmise par M. Léon Binet.

J'ai signalé antérieurement ([1]) la fréquence relative, chez des individus par ailleurs normaux et sensibles à toutes les autres odeurs, d'anosmies permanentes à une seule, quelquefois à deux ou trois, substances odorantes bien définies. J'ai depuis étendu mes observations et, à l'heure actuelle, j'ai établi le début de liste suivant de substances à anosmies :

1. Exaltolide (et tous autres muscs à grand cycle).
2. Muscs stéroïdes de Ruzicka.
3. Acide cyanhydrique (odeur d'amande amère).
4. Ambre gris (odeur ambrée spéciale).
5. Salicylate de benzyle.
6. Méthylionone (odeur de violette en fleur).
7. Farnésol (odeur de tilleul en fleur).
8. Sclaréol (odeur de bois).

Le cas des deux premiers types d'anosmie est particulièrement intéressant, à plusieurs titres. D'abord parce que ces deux groupes de substances (muscs à grands cycles et stéroïdes musqués) ont *même odeur*, ou du moins des odeurs extrêmement voisines. Les anosmies correspondantes sont cependant totalement indépendantes le plus souvent. J'ai relevé un cas d'anosmie aux stéroïdes seuls, de nombreux cas d'anosmie aux grands cycles seuls, et un seul cas d'anosmie aux deux à la fois. Dans ce dernier cas, la sensibilité aux muscs nitrés (dont l'odeur est encore la même, à peu de chose près) était cependant

([1]) Communication Société de Biologie, mai 1947 (à l'impression).

normale. Cette indépendance a été confirmée par des expériences qu'a bien voulu entreprendre à ma demande J. Le Magnen ([2]). Par la méthode des cosaturations, il a constaté l'indépendance des mécanismes de perception des muscs à grands cycles et des muscs nitrés, malgré la grande analogie d'odeur. D'autre part, il a découvert ([3]) que l'anosmie à l'exaltolide était liée au sexe, qu'elle constituait la règle chez l'homme adulte et l'exception chez la femme, surtout après la puberté. Enfin, que chez cette dernière, la sensibilité varie au cours du cycle menstruel.

J'ai observé par ailleurs que, dans le cas du scIaréol, c'est l'anosmie qui est de règle, l'odeur n'étant perçue que par de très rares individus.

Quelles hypothèses peut-on formuler sur le mécanisme de ces phénomènes?

La plus simple est d'imaginer que chaque substance donnant lieu à une anosmie permanente, chez un individu, touche chez les autres un seul type de cellules sensorielles, absentes chez le sujet considéré. Ou encore, ce qui revient au même, que la cellule sensorielle spécifique étant présente, une partie du réseau nerveux qu'elle commande est interrompue (lacune ou lésion), l'ensemble du mécanisme sensoriel ne pouvant fonctionner. Cette hypothèse est probablement en défaut, au moins dans le cas de l'exaltolide, où des facteurs humoraux interviennent de toute évidence. Il est dans ce cas vraisemblable que le mécanisme sensoriel est inhibé, soit par défaut de concentration des humeurs en une substance sensibilisante, soit au contraire par excès anormal d'une substance antagoniste agissant en un point du circuit sensoriel.

Quelle que soit, dans chaque cas, la part de ces diverses causes possibles, on est amené de toute façon à conclure que chaque type d'anosmie correspond à un type de perception indépendant, c'est-à-dire à une *odeur fondamentale*. Il n'est pas inconcevable qu'une seule anosmie puisse correspondre à la déficience simultanée, chez l'individu considéré, de deux ou trois mécanismes différents, si l'odeur est complexe. Mais dans ce cas on observerait chez le même individu une série de parosmies connexes, correspondant à d'autres substances, dont l'odeur comporterait une des mêmes fondamentales. Tel n'est pas le cas. Les anosmies signalées sont toujours exemptes de parosmies annexes. Un autre fait remarquable est que, lorsque deux substances ont même odeur, il se peut que l'une donne seule lieu à une anosmie (odeur fondamentale unique), tandis que l'autre a une odeur manifestement complexe, qui correspond à un équilibre à plusieurs fondamentales (indépendantes d'ailleurs de la précédente).

On est ainsi amené à considérer la liste précédente des anosmies comme un commencement de liste des odeurs fondamentales. De plus, l'étude d'un certain nombre de cas de parosmies permanentes, chez des sujets anormaux, m'a permis de noter une insensibilité à une nuance nettement individualisée de

(2) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 753.
(3) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 694.

l'odeur des substances suivantes (odeur qui est évidemment complexe) :

Lewisite (chlorovinylarsine)....	nuance feuille de géranium
Scatol........................	nuance fécaloïde suffocante.

Il me semble bien qu'il s'agit ici encore d'anosmies partielles, l'une des fondamentales n'étant pas perçue. La liste donnée s'augmenterait donc de deux unités encore.

Remarquons que la plupart des odeurs caractéristiques restent en dehors de cette liste (odeurs de fleurs : rose, jasmin, œillet, etc.; de fruits : citron, pêche, etc.; odeurs d'anis, de camphre; odeurs acides, vertes, animales, sulfureuses, etc.). Ce fait, lié à celui que la seule odeur de musc intéresse *au moins trois* fondamentales, fait entrevoir chez l'homme un nombre de plusieurs dizaines, peut-être de plusieurs centaines de fondamentales, en contradiction avec les tentatives de simplification antérieure (Linné, Zwaardemaker, Crocker et Henderson) ([1]).

ÉLECTROPHYSIOLOGIE. — *Le problème de la propagation de l'onde de décharge dans l'organe électrique du Gymnote* (*Electrophorus electricus*). Note de Mme **Denise Albe-Fessard**, MM. **Carlos Chagas**, **Antonio Couceiro** et **Alfred Fessard**, présentée par M. Louis Lapicque.

L'Anguille électrique (*Électrophorus electricus*) est occupée sur les 4/5 de sa longueur par un volumineux organe composé d'environ 6000 feuillets élémentaires, qui sont disposés perpendiculairement à l'axe du corps. Pour tirer de ce montage en série le maximum de tension, l'animal devrait pouvoir exercer une commande nerveuse simultanée sur tous les feuillets. Chaque onde de la décharge rythmique durant seulement 2 à 3 msec., c'est en tout cas en moins d'un millième de seconde que tout l'organe devrait être mis en action : or sa longueur peut atteindre ou même dépasser le mètre. La tension totale pouvant approcher des 600 volts que suppose la mise en série parfaite des feuillets, nous devons nous attendre à trouver des vitesses de propagation de l'ordre du km/sec au moins. De telles vitesses ont été trouvées en effet, mais les auteurs qui les déterminèrent ([1]), ([2]) admettaient implicitement une extension unidirectionnelle des ondes de la tête vers la queue.

Contrairement à cette manière de voir, nos recherches ont révélé que la décharge s'amorce dans une région centrale, généralement située vers la fin du premier tiers ou quart céphalique de l'organe principal. A partir de ce point

([1]) *Voir* H. Piéron, *La Sensation, guide de vie*, Paris, 1945, p. 192.

([1]) C. W. Coates, R. T. Cox, W. A. Rosenblith et M. V. Brown, *Zoologica*, 25, 1940, p. 249.

([2]) C. Chagas, *Annais da Acad. brasileira de Ciencias*, 19, 1947, p. 113.

de départ, elle s'étend dans des sens opposés, et la méconnaissance de ce fait avait conduit les précédents auteurs à surestimer la vitesse du phénomène.

Nous utilisions, pour nos mesures, un tube cathodique à deux faisceaux, permettant l'enregistrement des décharges apparaissant dans deux segments contigus (pour certaines raisons techniques en effet, une électrode commune nous était imposée). En déplaçant notre fourchette de trois électrodes, nous parvenions à situer approximativement le point de départ de l'onde de décharge. Des fluctuations importantes dans les décalages (mesurés à moins de 0,05 msec. près) montrent que ce point est loin d'être fixe.

La vitesse réelle de propagation longitudinale reste élevée, soit environ 250 m/sec dans la région caudale, où elle est la plus faible : vitesse encore trop grande pour qu'il soit vraisemblable de l'attribuer à une conduction nerveuse. Nous avons d'ailleurs, pour la conduction médullaire, trouvé des vitesses comprises entre 20 et 40 msec, et pour les nerfs électriques transversaux 4 à 10 m/sec.

La propagation en direction transversale, quoique portant sur des distances plus petites, pose également un problème, du fait de l'inégalité des trajets nerveux qui atteignent les différents éléments de chaque feuillet, jointe à la faible vitesse de conduction des nerfs électriques. Dans ces conditions, lorsqu'on stimule isolément, par l'intermédiaire de ses nerfs, une tranche d'organe prélevée sur un poisson, on ne s'étonne pas de voir l'onde étaler ses composantes sur 8-10 msec, alors que la réponse élémentaire (d'après nos récentes déterminations) dure de 1,2 à 2 msec. Mais la même tranche aurait fourni en place (réception par électrodes rapprochées) des ondes de 2-3 msec seulement

Il convient donc de rechercher par quel mécanisme physiologique particulier se réalise ce synchronisme approximatif de toutes les décharges élémentaires, en dépit de conditions défavorables qui laissent attendre une dispersion des composantes sur plusieurs centièmes de seconde.

MORPHOGÉNÈSE. — *Mécanique gastruléenne de l'œuf de Truite* (*Salmo*). Note de M. **Charles Devillers**, présentée par M. Louis Fage.

Dans la gastrulation des téléostéens, par suite de la présence d'une énorme masse vitelline inerte, l'épibolie revêt une ampleur remarquable puisqu'elle amène un germe de 60/100 de millimètre de diamètre à englober une sphère d'au moins 5^{mm}. Au cours de ce processus, la pellicule exo-ovulaire (Devillers) (1) doit jouer un rôle important par ses capacités d'extension et de rétraction.

Si nous excisons cette pellicule et les cellules attenantes sur une morula,

(1) *Arch. d'Anat. micros.* (à l'impression).

l'expansion du cortex vitellin (pellicule + membrane cellulaire) vient en quelques heures recouvrir la surface dénudée du germe; celui-ci s'est roulé en boule puis, pressé par la tension corticale, s'enfonce dans le vitellus; un blastocèle s'y creuse. En retard de 4 à 5 jours sur le développement normal, se déclenche l'épibolie et un embryon se différencie. Le déficit cellulaire provoqué par l'excision n'altère donc pas les mouvements morphogénétiques ([2]). En retournant le germe nous réalisons, sans perte notable de matériel, une expérience de même ordre : une morula (ou une blastula) détachée de son vitellus est recollée sur le syncytium par sa face supérieure, lésée en un point pour permettre l'adhérence; l'ancienne base, dépourvue de pellicule, devient la surface supérieure. Tant que les cortex du blastodisque et du vitellus ne se sont pas soudés et tant que l'enroulement du germe n'a pas amené la pellicule à recouvrir complètement la face dénudée, l'épibolie ne se manifeste pas.

L'intégrité de la pellicule étant une condition nésessaire à la réalisation des mouvements morphogénétiques, leur cours sera peut-être modifié si nous pouvons altérer la structure corticale.

Les mouvements d'expansion corticaux provoqués par une lésion de la surface de l'œuf (*cf.* première expérience) sont renforcés par le calcium et affaiblis par les ions monovalents (K, Na, Li) qui ramollissent la pellicule. Pourtant aucune de ces substances n'altère l'épibolie d'un œuf intact et la gastrulation s'achève aussi bien dans du Holtfreter double que dans du NaCl(0,7 %), du LiCl(3 %) ou de l'eau distillée. L'eau et les ions ne peuvent, en effet, attaquer et franchir la face externe, imperméable, de la pellicule, tandis que par la tranche de section d'une blessure ils accèdent facilement aux couches profondes et peuvent agir sur les molécules.

Seuls les détergents ([3]) sont à même de ramollir et de dilacérer la pellicule d'un œuf intact et, par suite, de modifier l'épibolie ([4]). Des gastrula âgées (diamètre 140/100 de mm) sont placées dans une solution de Duponol G à 0,5 ou $0^{mg},2$ % dans l'eau distillée; l'épibolie s'arrête bientôt (1^h30^m), puis le diamètre du disque diminue jusqu'à redevenir celui d'une blastula et l'œuf meurt en 24-48 heures. Si dans le début de la régression (2 heures) l'œuf est replacé dans l'eau de source, l'épibolie repart et le développement s'achève normalement. Une action sur les blastomères n'est pas en cause, car une substance comme le Co_3Na_2 (M/20, pH 11,4), surtout dissociante, ne fait régresser l'épibolie, ni crever le périblaste, comme un détergent à concen-

---

([2]) Toutefois les quelques embryons obtenus sont trop jeunes pour affirmer qu'ils ne présentent aucun déficit.

([3]) M. le Professeur Fauré-Frémiet a mis à ma disposition les détersifs suivants : Duponols ME et G. Ucenol (détersifs à anion actif), Sapamine A (cation actif) et Ucepon (neutre).

([4]) Ils peuvent aussi aux fortes concentrations (1 %) dissocier le germe en ses blastomères, mais cette action devient insignifiante aux faibles doses.

tration semblable, mais disloque la neurula par gonflement des ciments intercellulaires.

On ne peut à la suite de ces expériences décider si l'épibolie correspond à un étalement actif du germe par déformation des blastomères, renforcée d'une expansion de la pellicule, ou si elle est le fait d'une contraction du périblaste qui distendrait le blastodisque comme l'admet Lewis ([5]). Pourtant quelques arguments appuient plutôt la deuxième hypothèse.

A la jonction du vitellus et du germe, la pellicule se poursuit sans interruption de l'un sur l'autre; le protoplasme périblastique se fond dans le syncytium vitellin auquel adhère le germe, collé par ailleurs à la pellicule. En se contractant, le périblaste tire sur le blastoderme grâce à ces liaisons, et c'est leur rupture qui expliquerait le retard apporté à l'épibolie par l'excision de la totalité ou seulement de la périphérie du cortex. Le détersif, en ramollissant le cortex vitellin, permettrait à la masse cellulaire de revenir à sa taille de départ par rétraction élastique.

Pendant la gastrulation, la piqûre de la sphère vitelline entraîne des sorties de vitellus bien plus abondantes qu'aux stades jeunes et qui trahissent un état de surtension considérable du périblaste. Enfin si nous rompons la liaison d'une gastrula ou d'un jeune neurula avec le périblaste, les bords du germe se retroussent vers le haut; il s'enroule à l'inverse des explantats jeunes en enveloppant sa face corticale. La pellicule du blastodisque était donc énergiquement tendue et se rétracte dès que cesse d'agir la traction du périblaste. Chez la neurula âgée cette rétraction ne se produit plus; à ce moment le disque participerait peut-être activement à l'épibolie.

Si l'expansion corticale résulte d'un déroulement de chaînes protéiniques, peut-être sous l'influence de l'eau (*cf.* passage de la kératine α à la kératine β) la contraction périblastique représenterait le phénomène inverse où interviendraient des agents agissant comme déshydratants. Les deux mouvements pourraient coexister dans l'œuf, provoqués par des substances différentes émises au niveau du disque embryonnaire et du vitellus et agissant sur la face profonde du cortex.

PROTISTOLOGIE. — *La sexualité et les spores durables des Eccrinides du genre Enterobryus.* Note (*) de Mlles **Odette Tuzet** et **Jehanne-Françoise Manier**, présentée par M. Louis Fage.

D'après Léger et Duboscq le genre *Enterobryus* (Leidy, 1849) quoique étant le plus anciennement connu est encore un des plus difficiles à préciser, car

([5]) *Anat. Rec.*, 85, 1943, p. 38. Ce travail ne m'est connu que par la mention de J. Oppenheimer dans *Quart. Rev. Biol.*, 22, 1947, p. 105-118.

(*) Séance du 12 avril 1948.

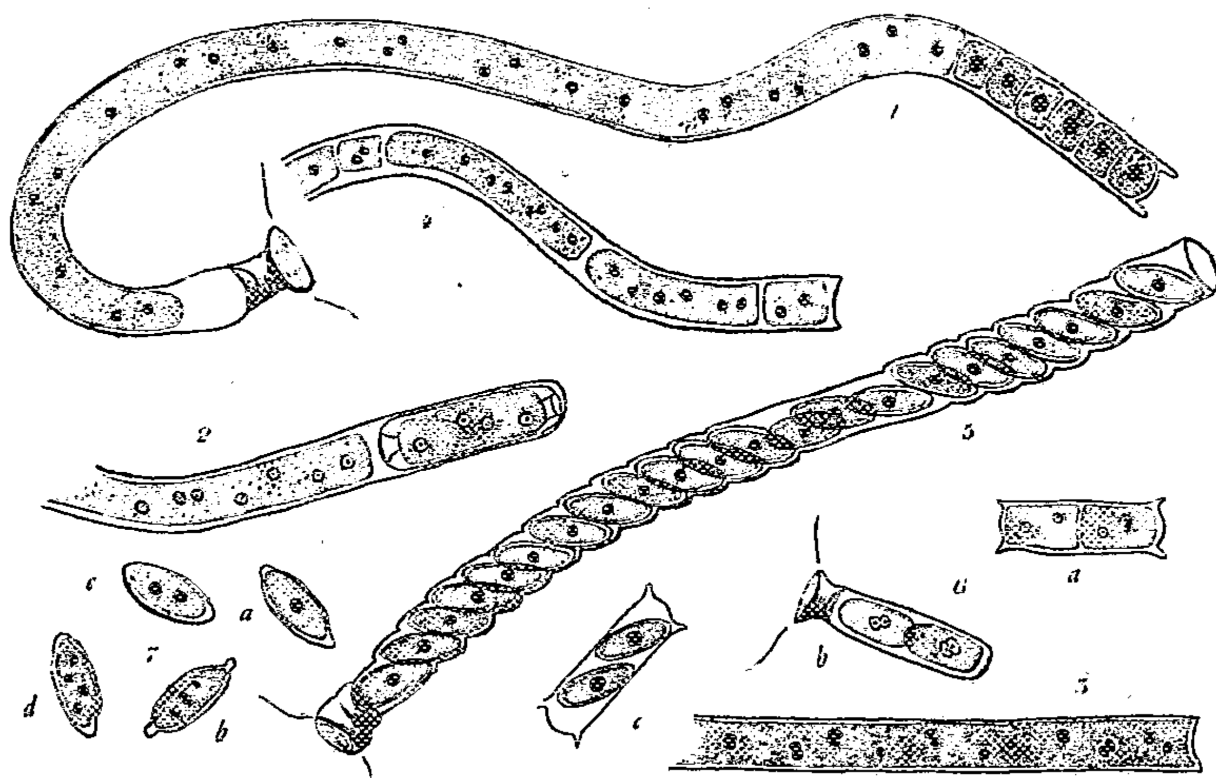
malgré sa fréquence on ne rencontre pratiquement que des stades végétatifs. Parmi les douze espèces qu'ils décrivent, Léger et Duboscq n'ont vu les spores durables que deux fois chez *Enterobryus inflatus*, parasite du *Phalloiulus distinctus* et chez *E. rectus* de *Iulus albipes*, mais sans avoir rien observé de leur formation.

A Montpellier, les Iulides muent au mois de janvier. A cette époque, dans les mues rejetées, comme à l'intérieur de la cuticule rectale des Iules sur le point de muer, toutes les Eccrinides se résolvent en spores durables. Nous avons observé la formation des spores durables chez plusieurs espèces d'*Enterobryus*, mais nous parlerons simplement ici de l'espèce qui parasite le rectum de *Schizophyllum sabulosum* var. *rubripes*.

Dans les *Schizophyllum sabulosum* var. *extinctum* de Cavalière, Léger et Duboscq ont décrit l'espèce *Enterobryus Robini*. L'*Enterobryus* de la var. *rubripes* est différent de celui de la var. *extinctum*, aussi le séparerons-nous de ce dernier et le nommerons-nous *Enterobryus Duboscqui*, nous réservant de donner sa diagnose dans un travail ultérieur.

Les filaments sont bien plus courts que ceux de *E. Robini*. Leur protoplasme est fréquemment vacuolaire et les noyaux, le plus souvent disposés en file axiale, sont petits avec un gros karyosome central.

Les tubes à microconidies atteignent 7 à 800$^{\mu}$. Les microconidies terminales sont peu nombreuses et à un seul noyau (*fig.* 1).



Les macroconidies se forment dans des tubes plus courts. Elles ont 4 noyaux, sont terminales et toujours en petit nombre, une ou deux par filament, rarement 3 ou 4. Elles ont une enveloppe complexe avec des prolongement tubulaires à chaque pôle (*fig.* 2). Elles sont libérées par rupture totale du filament et germent sur place.

Au moment de la mue, la reproduction endogène est totalement interrompue. Toutes les Eccrinides habitant le rectum du *Schizophyllum*, filaments et même macroconidies venant de se former, se transforment en spores durables. Les noyaux des filaments se rapprochent 2 à 2 puis s'accolent aussi bien dans la région proximale que dans la distale (*fig.* 3). Il y a, par fusion, formation de plus gros noyaux. Puis le protoplasme se découpe en sporoblastes syncytiaux plus ou moins allongés (*fig.* 4). Ils se scinderont en éléments uninucléés qui, devenant ovoïdes, se transforment en spores durables (*fig.* 5). Tout le filament donne des spores durables, du pavillon jusqu'à l'extrémité distale. La longueur des filaments en sporulation est très variable de 50 à 550 μ. Le nombre des spores est proportionnel à la longueur du tube leur donnant naissance (3 à 37 spores par filament). Les macroconidies à quatre noyaux, venant de se fixer ou encore libres dans la lumière intestinale, se transforment aussi en spores durables. Elles se scindent en deux loges contenant chacune deux noyaux (*fig.* 6*a*), puis les deux noyaux se rapprochent (*fig.* 6*b*), s'accolent et fusionnent. La macroconidie contiendra finalement deux spores durables à un noyau (*fig.* 6*c*). Les spores durables sortent par l'extrémité distale des tubes. A ce moment elles ont un unique noyau; la membrane qui les enveloppe montre un épaississement en forme de bouton à chaque pôle (*fig.* 7*a*). Elles n'ont pas toutes la même dimension. Leur longueur dépend du diamètre du filament où elles ont pris naissance. Dans la lumière rectale, le noyau de la spore va se diviser en 2, puis en 4 (*fig.* 7*bc*). La spore durable mûre aura donc 4 noyaux.

Ainsi que l'ont dit Léger et Duboscq, mais sans l'affirmer, n'ayant que des observations trop fragmentaires, le genre *Enterobryus* doit bien être séparé du genre *Eccrina* à cause de sa spore uniloculaire à quatre noyaux.

Considérons maintenant la question de la sexualité chez *Enterobryus Duboscqui*. Les formes végétatives et de reproduction endogène, micro et macroconidies, seraient haploïdes. Au moment de la mue tous les noyaux s'unissent deux à deux donnant des noyaux diploïdes par un processus très fruste de sexualité. Les spores durables à un noyau (copula ou zygote) sont diploïdes. Les deux mitoses successives qui se produisent pour donner la spore durable à quatre noyaux rétablissent le nombre haploïde. Pendant tout son cycle, l'organisme est haploïde; seule la spore au début de sa formation est diploïde.

Cette évolution est à rapprocher de ce que l'on observe chez les Champignons, en particulier chez les Phycomycètes et les Ascomycètes, où seul le noyau du zygote est diploïde. Pendant tout le reste du cycle, l'organisme est haploïde; la réduction chromatique se faisant dès les premières divisions du zygote (*cf.* par exemple Varitchak, 1931).

PARASITOLOGIE. — *Les foyers passifs et actifs des piroplasmoses ovines et l'anachromatisme des agents infectants dans certaines régions enzootiques.* Note de M. **Eugène Dschounkowsky**, transmise par M. Émile Roubaud.

En étudiant la piroplasmose sur tout le cheptel russe qui était sous mon contrôle avant 1918, j'ai été à même d'étudier l'état et la propagation de cette maladie en Asie centrale et en Perse.

De même, après la première guerre mondiale et, plus tard, grâce au concours de l'Institut parasitologique Serbe ([1]), j'ai pu contrôler mes observations sur le foyer enzootique de piroplasmose du mouton existant dans la région danubienne.

En comparant mes propres données avec celles des savants qui ont travaillé en Afrique, je suis parvenu aux conclusions exposées ci-après.

Tous les foyers peuvent être partagés en trois catégories, suivant les manifestations de la piroplasmose chez les ovins prémunis.

Dans la 1[re] *catégorie*, la maladie apparaît annuellement sur les animaux jeunes ou âgés; la prémunition, après la première crise, ne protège pas l'animal d'une rechute.

En 1937, dans le Banat, la mortalité fut de 37,4 %. Dans le sang on trouvait toujours *B. ovis*.

Toutes les régions de Transcaucasie, du bassin Danubien et de la mer Adriatique présentent ce type actif de piroplasmose. Dans cette dernière région, la maladie est provoquée par une espèce spéciale de parasite, décrit par Inchiostri ([2]), et dénommé par moi *Pirochroma Inchiostrii* ([3]).

Ces foyers sont les plus récents et se caractérisent par la contamination des jeunes par les tiques, ainsi que par l'apparition des signes de la maladie chez les sujets âgés, surtout après les transhumances en montagne, ou toute cause d'affaiblissement (vaccinations, maladies infectieuses, etc.).

Dans la 2[e] *catégorie*, les animaux possèdent un très grand état de prémunition; après la première infection, ils sont protégés contre les rechutes. La zone d'expansion de ce type enzootique se trouve principalement en Afrique du Nord. Les symptômes en ont été décrits par Lestoquard, qui a souligné l'absence de rechutes et la présence de parasites endoglobulaires chez les sujets atteints d'anémie pernicieuse, alors que cette présence n'est suivie ni d'augmentation de température ni d'autres symptômes cliniques.

Dans la 3[e] *catégorie* de foyers enzootiques, il n'y a absolument aucun symptôme de maladie; les bêtes sont apparement saines, on ne trouve pas de parasites dans le sang.

([1]) Section de Parasitologie de l'Académie des Sciences Serbe, Direct. Pr. Ch. Simich.

([2]) *Oster. Woch. f. Tierheilkunde*, Nr 29-34, 1912, p. 1-48.

([3]) E. Dschounkowsky, *Z. f. Bakt.*, 142, 1938, p. 56-59.

Cependant, en 1933, Buck (4) a publié l'observation d'un cas, à Madagascar, dans lequel, après splénectomie, des parasites qui furent identifiés par Lestoquard à *Babesiella ovis*, apparurent dans les hématies. On peut en conclure que, depuis très longtemps, les animaux de Madagascar présentent un état de prémunition très élevé et sont protégés dès leur naissance contre la maladie, puisque c'est seulement après un choc opératoire qu'on voit apparaître les parasites, sans signe d'infection préalable.

Ces faits sont d'une extrême importance. Si dans les régions du Caucase, du Danube et du Nord de l'Afrique la propagation et le développement de l'agent infectant sont visibles et compréhensibles, par contre le cas de Madagascar, où la vie du parasite s'est maintenue durant des siècles de manière inapparente, nous apparaît inexplicable.

Si, ni dans le sang, ni dans les organes on ne retrouve trace de la maladie, si aucun sujet jeune ne présente de forme observable, on se demande comment la piroplasmose peut être transmise à son hôte vecteur, la tique ?

Je suppose que c'est sous la forme incolorable, que j'ai décrite en 1927, sous le nom d'*Anachroma Luhsi*.

Les pacages de l'ancien et du nouveau monde n'ont pas fait jusqu'à ce jour l'objet d'observations précises à ce point de vue. Une délimitation attentive des foyers actifs et passifs des piroplasmoses serait plus qu'importante pour l'économie mondiale.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Démonstration de la migration des cellules de régénération des Planaires par la méthode des greffes et des irradiations combinées.* Note (*) de Mlle **Françoise Dubois**, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans une précédente Note [E. Wolff et F. Dubois, (1)], nous avions démontré l'existence de migrations, d'amplitude parfois considérable, effectuées par les cellules de régénération de la Planaire *Euplanaria lugubris* Hesse. Nous avions employé la méthode des irradiations localisées : après une irradiation suffisante par les rayons X, de la région antérieure au pharynx, les cellules de régénération de cette région sont détruites. La régénération de la tête peut cependant avoir lieu. Les cellules de régénération de la région postérieure, restées saines, migrent jusqu'à la surface de la blessure. Cette migration est déclenchée par un appel venu de la section (2).

Nous avons cherché à mettre en évidence cette migration par la méthode

(4) *Bull. Soc. Path. Exot.*, 26, 1933, p. 1127.

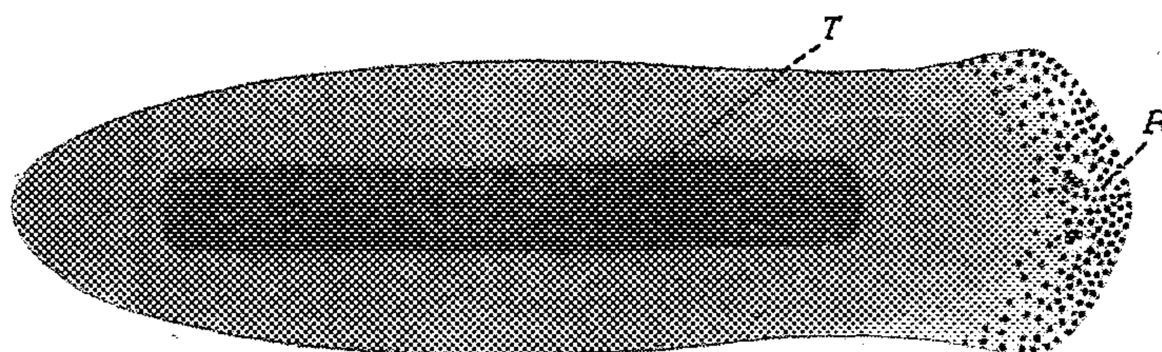
(*) Séance du 12 avril 1948.

(1) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1387-1388.

(2) *C. R. Soc. Biol.*, 141, 1947, p. 903-909.

des greffes. Plusieurs chercheurs ont déjà fait des expériences de transplantation chez les Planaires, mais seule N. N. Chevtchenko ([3]) a cherché à voir s'il existait une migration des cellules de régénération. Elle a combiné la méthode des greffes avec celle des irradiations; mais elle conclut que s'il y a des migrations de cellules entre le greffon et l'hôte, elles sont très difficiles à mettre en évidence et, en tout cas, n'ont qu'une ampleur très limitée. Nous avons repris le problème en nous plaçant dans des conditions techniques plus favorables.

Des Planaires sont irradiées *in toto*, avec une dose de rayons X suffisante pour détruire complètement les cellules de régénération (plus de 3000 r). Des témoins amputés à ce stade sont incapables de régénération et meurent en 4 à 6 semaines.



Résultat de l'expérience de greffe; en R, le régénérat a la même teinte de fond que le transplant T.

Un fragment rectangulaire de grande dimension est découpé à l'emporte-pièce au milieu du corps de chaque sujet irradié. Ce fragment est remplacé par un transplant de même forme et de même taille, prélevé dans la région équivalente d'un sujet non irradié.

La greffe prend en quelques heures; deux jours après l'opération, les sujets sont capables de supporter l'amputation de la tête. 16 sujets ont été opérés. Chez 15 d'entre eux le greffon a repris; trois sont morts accidentellement entre le troisième et le cinquième jour après l'opération. Les 12 autres Planaires sont toutes bien portantes et ont été régénérées; elles sont opérées depuis plus de six semaines.

Après un temps qui varie avec la distance entre la partie antérieure du greffon et la surface de la section (10 à 21 jours), un blastème de régénération apparaît, et se différencie en une tête normale. Il peut apparaître de légères nécroses latérales ou postérieures; elles disparaissent rapidement si des incisions transversales (deux latérales, une caudale) sont pratiquées sur les bords du corps de la Planaire, provoquant ainsi la migration des cellules saines dans l'ensemble du corps du sujet irradié.

L'expérience est particulièrement démonstrative quand le donneur et l'hôte ont une pigmentation très différente, par exemple, dans le cas où le greffon est

([3]) *Bull. Biol. et Méd. exp.* (en russe), 7, 1938, p. 276-278.

brun noir, dans un hôte brun clair, presque ocre : le jeune régénérat de tête est blanchâtre au début, mais il fonce rapidement, en prenant d'emblée la teinte de fond sombre du greffon (*fig.* 1).

Des témoins, irradiés avec la même dose que les sujets, ont subi la même opération, mais leur transplant provenait de Planaires irradiées elles aussi; tous ces témoins sont morts en 2 ou 3 semaines.

Conclusion. — Ces résultats confirment l'existence de migrations des cellules de régénération chez les Planaires d'eau douce, et montrent le pouvoir et l'amplitude parfois considérable de cette migration.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action de l'acide adénylique et de la ribonucléase sur la réaction de Stickland chez* Clostridium sporogenes. Note de MM. François Gros et Michel Macheboeuf, présentée par M. Jacques Tréfouël.

La réaction de Stickland est une réaction d'oxydoréduction couplée entre paires d'aminoacides que met en œuvre le *Clostridium sporogenes* (germe anaérobie strict) quand il se développe sur un milieu comportant des protides mais pas de glucide. Dans cette réaction l'un des aminoacides (alanine par exemple) fonctionne comme donateur d'hydrogène et l'autre (glycocolle par exemple) comme accepteur et il se produit de l'ammoniaque [1].

Divers travaux de notre Institut ont porté sur l'étude de cette réaction. Les principales conclusions furent les suivantes : 1° Le glucose, l'acide pyruvique et la pénicilline inhibent la réaction de Stickland [2], [3]; 2° La réaction de Stickland est empêchée par certains agents inhibiteurs de la phosphorylation : ions fluore, monoiodacétique et arsénieux [4].

Ces faits nous ont amenés à penser qu'un système de phosphorylation intervient dans la réaction de Stickland. Nous avons donc recherché si les mononucléotides ne pouvaient pas agir comme cofacteurs phosphorylés de cette réaction. A cet effet, nous avons étudié l'évolution de la réaction de Stickland en présence d'acide adénylique. Le couple d'aminoacides utilisé était : alanine-glycocolle. Des suspensions dans l'eau salée de *Clostridium sporogenes*, provenant d'une culture de 18 heures sur bouillon V-F non glucosé, furent mises au contact d'aminoacides à la concentration M/50. Une série de tubes témoins renfermait une suspension microbienne en présence seulement d'alanine ou seulement de glycocolle. D'autres tubes contenaient le couple alanine-glycocolle, ils permettaient de déterminer la désamination couplée de ces aminoacides par la bactérie. On suivait la production d'ammo-

(1) Stickland, *Bioch. J.*, 28, 1934, p. 1746.
(2) Raynaud et Macheboeuf, *Comptes rendus*, 222, 1945, p. 694.
(3) Raynaud et Gros, *Ann. Inst. Past.*, 73, 1947, p. 1004.
(4) Raynaud, Nisman et Cohen, *Ann. Inst. Past.*, 73, 1947, p. 1012.

niaque par la méthode de Raynaud et Gros ([3]). L'alanine en l'absence de glycocolle n'est pas désaminée du tout, tandis que le glycocolle en l'absence d'alanine l'est faiblement. La production d'ammoniaque est intense lorsque le glycocolle et l'alanine sont mélangés.

L'acide adénylique utilisé était de l'acide pur Hoffman-Laroche; il était neutralisé avant l'emploi, sa concentration finale était M/300. Nous avons vérifié que l'acide adénylique seul ou additionné seulement d'alanine ou seulement de glycocolle n'est pas pratiquement désaminé par le Clostridium.

Dans le tableau suivant les résultats sont exprimés en milligrammes d'ammoniaque provenant de la réaction de Stickland pour 5^{ml} de mélange (après déduction des témoins). Les expériences furent accomplies en tubes scellés sous vide, à la température de 37°C., avec des durées variables d'incubation. Le pH était 7,0 (tampon boraté M/20).

	4^h.	5^h30.	7^h.	15^h.
Sans acide adénylique	0,60	1,70	2,05	2,40
Avec acide adénylique	1,20	2,40	2,40	2,40

On voit qu'en présence d'acide adénylique, la vitesse de la réaction de Stickland est fortement accrue. Un nucléotide purique agit donc comme effecteur de la réaction de Stickland.

On sait ([5]) qu'il existe des enzymes, les nucléodépolymérases qui catalysent la libération de mononucléotides pyrimidiques à partir des acides nucléiques. Or, le Clostridium contient des quantités importantes d'acides nucléiques [surtout ribonucléiques ([6])] que les dépolymérases pouvaient attaquer. Nous nous sommes demandé si ces enzymes en libérant des nucléotides n'agiraient pas indirectement sur la réaction de Stickland en lui fournissant des effecteurs. Nous avons donc refait des expériences semblables aux précédentes, mais dans lesquelles l'acide adénylique était remplacé par de la ribonucléodépolymérase. Cette enzyme fut préparé à l'état cristallisé par le procédé de Kunitz ([7]) à partir de pancréas de Bœuf. Il fut utilisé à la dose de 200 μg par millilitre d'émulsion. Des témoins nous permirent de vérifier que la diastase elle-même n'est pas désaminée par la bactérie et ne modifie pas les quantités d'ammoniaque provenant de l'alanine ou du glycocolle pris isolément.

Dans le tableau suivant figurent les quantités d'ammoniaque en milligrammes provenant de la réaction de Stickland pour 5^{ml} de mélange. L'expérience fut accomplie à 37° C. à pH 7,0 (tampon phosphaté).

	4^h.	5^h30.	7^h.	15^h.
Sans ribonucléase	0,93	1,95	2,10	2,40
Avec ribonucléase	1,95	2,25	2,55	2,70

([5]) SCHMIDT et Al., *J. Biol. Chem.*, 168, 1947, p. 204.

([6]) GROS et MACHEBOEUF, *Ann. Inst. Past.*, 74, 1948 (sous presse).

([7]) *Meth. der Fermentforsch.*, 2, 1941, p. 1937.

M. Boris Rybak nous a aidés à préparer la ribonucléodépolymérase cristallisée.

Sous l'action de la ribonucléase, la vitesse de la réaction de Stickland est donc considérablement accrue. Ce fait peut être interprété comme une action adjuvante des mononucléotides pyrimidiques libérés par action enzymatique.

La désamination couplée des aminoacides chez Clostridium sporogenes (*réaction de Stickland*) *est donc étroitement liée au métabolisme de l'acide ribonucléique*). Nous avions montré par ailleurs que la pénicilline inhibe le catabolisme des mononucléotides ([6]); or, la pénicilline inhibe la réaction de Stickland. Ces faits peuvent paraître contradictoires; en effet, la pénicilline qui protège les mononucléotides inhibe une réaction pour laquelle ces mononucléotides sont des activateurs. Ceci nous amène à penser que l'activation de la réaction de Stickland n'est pas le fait des mononucléotides eux-mêmes, mais d'un de leurs dérivés métaboliques.

SÉROLOGIE. — *Vieillissement du sérum sanguin.*
Note de M. **Wladislas Kopaczewski**, présentée par M. Hyacinthe Vincent.

Dès 1920, au cours de nos recherches sur les caractères physicochimiques des diverses solutions, nous avons constaté des discordances inexplicables : ainsi leur conductibilité électrique variait, au cours de la conservation, dans des proportions notables, dans les deux sens et, parfois, d'une manière périodique.

Ces mesures, effectuées sur des solutions électrolytiques, conservées dans des récipients paraffinés, hermétiquement obturés, ont confirmé l'existence des troubles d'ionisation. Voici quelques chiffres ([1]) :

	Durée de conservation.				
Solutions.	0.	1/2 an.	1 an.	10 ans.	21 ans.
KCl M/10	124,2	121,1	-	123,4	104,6
$MgCl_2$ M/10	157,3	160,6	172,4	164,5	143,6
$CdCl_2$ M/10	104,4	104,8	102,4	87,3	81,0
$PbCl_2$ M/20	37,1	39,1	47,4	42,1	47,2
UO_2Cl_2 M/100	29,5	32,6	32,1	26,3	20,1
$LaCl_3$ M/200	295,5	148,1	167,5	143,2	182,6
$ThCl_4$ M/20	175,8	161,2	155,1	123,9	284,7

Nous avons élargi ces recherches sur le vieillissement des colloïdes, tels que savons et protides et sur du sérum sanguin de cheval ([2]). Pour nous mettre à l'abri des variations individuelles, nous avons récolté une grande quantité de sérum provenant du même animal (3 chevaux apparemment normaux); nous l'avons réparti dans des ampoules de verre, rapidement scellées et mis en conservation pendant 13 ans, à l'obscurité et à la température ambiante du

(1) W. Kopaczewski, *Soc. Biol.*, **91**, 1924, p. 402.
(2) *Ibid.*, *L'Art Médical*, **11**, 1934, p. 12.

laboratoire (variations extrêmes 2 à 30°C.). Toutes ces déterminations furent effectuées sur du sérum frais, puis sur du sérum conservé. Voici les résultats concernant le sérum âgé, respectivement, de 2 et 13 ans.

	Durée de conservation.			
Caractères physiques à 20°C.	Frais.	2 ans.	13 ans.	Observations.
Densité	1,0230	1,0225	1,0235	
Viscosité spécifique	1,49	1,46	1,50	
Tension superficielle (dynes/cm).	68,7	56,4	56,8	
Conductibilité (10^{-4})	101,9	108,0	99,0	
pH	7,3	6,7	7,1	Color. de Hellige.
Lactogélification (heures)	3,8	3,5	8,5	Acide lact. $0^{cm^3},5$ H_2O $0^{cm^3},5$ et sérum 4^{cm^3}.

Ajoutons qu'il se forme dans du sérum âgé un léger dépôt blanc, lequel augmente et devient au bout de 13 ans, abondant et compact.

Ce sédiment compact a été étudié par M. Piettre. Il résulte de ses analyses qu'il se décompose en 64 % de matières protéiques et 36 % de sels calciques d'acides gras, ces derniers ayant un point de fusion 48-49° C.

M. Piettre a également analysé la teneur et la répartition des diverses fractions des protides dans nos sérums vieux; il a constaté qu'elles s'y répartissent de la façon suivante :

	Sérum 1.	Sérum 2.	Sérum normal.
Globulines	0,88	1,05	2,0-2,8
Myxoprotéines	1,03	1,75	1,0-1,6
Albumines	2,70	4,22	3,0-4,0
Quotient $\frac{\text{globuline}}{\text{albumine}}$	$\frac{1,0}{1,4}$	$\frac{1,0}{1,5}$	$\frac{1,0}{0,6}$

Tout se passe donc comme si le sérum s'enrichissait en fraction albuminoïdes, fait déjà observé par Bauer [3], en 1920, et qui explique l'abaissement du pouvoir gélifiant du sérum par l'acide lactique.

Ces résultats confirment ceux que nous avons déjà publiés à propos des sérums curatifs [4].

Conclusions. — Le vieillissement du sérum normal de cheval s'accompagne des modifications suivantes : 1° Les troubles d'ionisation apparaissent plus ou moins tardivement et évoluent périodiquement.

2° Le seuil de la coagulation par le chlorure de cérium se produit tantôt en concentration finale de M/1200, tantôt nécessite celle de M/200; notons qu'il varie d'un sérum de cheval frais à l'autre, dans des proportions considérables (M/400-M/900).

(3) *Arch. mikrosk. Anat.*, 101, 1920 p. 483.
(4) *Protoplasma*, 30, 1938, p. 291.

3° La viscosité augmente régulièrement avec l'âge du sérum.

4° La tension superficielle diminue fortement.

5° Le pH baisse, puis remonte vers sa valeur primitive.

6° La lactogélification est de plus en plus retardée.

7° Les pouvoirs-tampons envers les ions OH et H (acide chlorhydrique et soude caustique) ainsi qu'envers les substances tensio-actives (acide acétique) restent sans changement au bout de 13 ans de conservation; par contre, le pouvoir-tampon envers les ions K et Cl augmente d'environ 9 % ([5]).

8° Le vieillissement du sérum sanguin s'accompagne de la formation d'un sédiment blanc compact composé de 64 % de protides et de 36 % de sels calciques d'acides gras ayant un point de fusion de 48-49° C.

RADIOLOGIE PHYSIOLOGIQUE. — *De l'enregistrement de la cinétique du tube digestif par la Ciné-densigraphie. Utilisation de cette nouvelle méthode pour détecter le cancer de l'estomac au début* ([1]). Note (*) de M. **Maurice Marchal**, présentée par M. René Leriche.

Les ondes gastriques ont une période de 5 à 30 secondes ou plus. La technique d'amplification des courants photo-électriques est donc différente de celle du densigramme du cœur, mais nous utilisons les mêmes cellules réceptrices : photo-électriques, radio-électriques ou des compteurs de Geiger-Muller. La mobilité respiratoire de l'estomac étant importante, il est nécessaire d'enregistrer *simultanément les mouvements du diaphragme et les contractions gastriques* afin d'être certain d'avoir une onde kinétique pure en période d'apnée totale.

Technique A. — *Méthode simple de face* (*fig.* 1). — *a*. Position horizontale ou verticale, une cellule sur le diaphragme; une cellule sur la paroi à étudier. Fente de la cellule orientée perpendiculairement ou parallèlement au grand axe de l'estomac selon le cas.

B. *Méthode complexe de face* (*fig.* 1). — *b*. Une cellule diaphragmatique, une ou plusieurs cellules superposées en regard de la petite courbure, une ou plusieurs cellules sur la grande courbure, une ou plusieurs cellules pyloro-duodénales.

C. *Méthode complexe à deux incidences* (*fig.* 1). — *c*. Deux tubes à rayons X dont

---

([5]) Rappelons que le sérum de cheval frais tamponne : KCl en concentration finale de M/400; HCl en concentration finale de M/1000; NaOH en concentration finale de M/10000; CH_3COOH en concentration finale de 1/1000; la conductibilité électrique permet de mesurer le pouvoir-tampon ionique, la tension superficielle le pouvoir-tampon capillaire (*voir* W. Kopaczewski, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 635; *C. R. Soc. Biol.*, **102**, 1929, p. 749; *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 1029.

([1]) Voir *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 973 et 1314; *Arch. Mal. du cœur*, p. 346, nos **9-10**, octobre 1946; *Soc. méd. Hôp. Paris*; *Soc. Rad. méd. France*, septembre-octobre 1947.

(*) Séance du 23 février 1948.

les faisceaux sont croisés à angle droit ou aigu et irradiant plusieurs celulles donnant ainsi simultanément *la cinétique de face et de profil.*

D. *Méthode d'enregistrement de la variation de densité du corps gastrique* (*fig* 1). — *d.* Les dispositions précédentes enregistraient la cinétique des bords, mais en utilisant un lait baryté peu opaque ou une insufflation gastrique et en disposant des cellules en face du centre de l'estomac, on obtient le ciné-densigramme du corps gastrique.

Toutes ces méthodes peuvent être utilisées avec la pharmaco-radioscopie de Porcher. Porcher et Fischgold nous ont suggéré d'utiliser notre procédé de ciné-densigraphie pour déclencher une radiographie à une période donnée de la contraction ou du remplissage de l'estomac ou du bulbe. La gastro-densigraphie permettra aussi d'apprécier les différents caractères normaux ou pathologiques de l'onde péristaltique : inotropie, bathmotropie, chronotropie, etc. Le *tonus* peut être exploré, mais la période est beaucoup plus longue de 60 à 120 secondes.

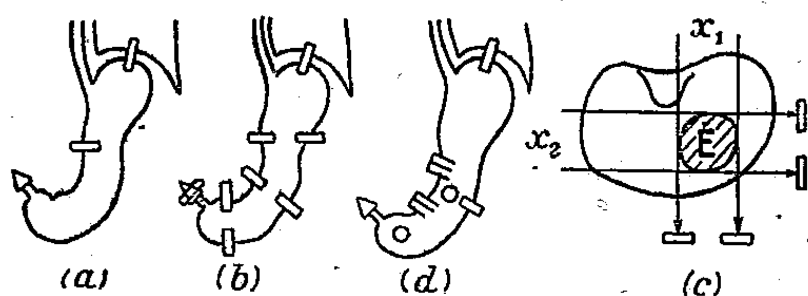


Fig. 1.

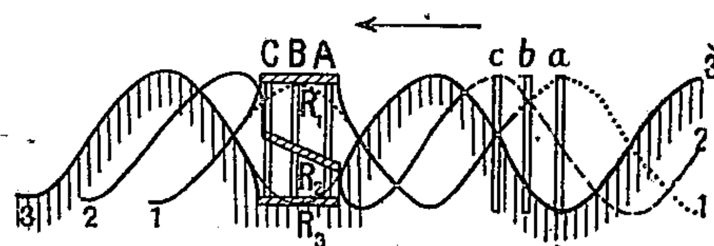


Fig. 2.

Fig. 2. — *Schéma théorique du péristaltisme en cas de raideur locale.* La flèche = sens du péristaltisme. Deux groupes de 3 cellules *a*, *b*, *c*, et A, B, C sont disposés à une certaine distance l'un de l'autre. La raideur R occupe successivement les positions R1, R2, R3. On voit que pour une paroi normale : *a*, *b*, *c* donnent des courbes *déphasées* alors que A, B, C, donnent des courbes *en phase*, car R se soulève d'un seul bloc tout en basculant légèrement pendant son mouvement (planche sur vague).

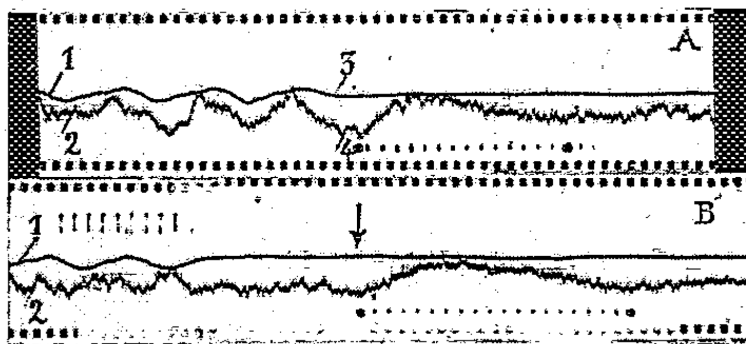


Fig. 3. — *Gastro-densigrammes.* A, courbe 1 = diaphragme, courbe 2 = estomac. I, intervalle = 1 seconde Début : respiration normale. Visibilité des mouvements du diaphragme (période 4 secondes) synchrones à ceux de l'estomac (déplacement respiratoire). En 3 : apnée, diaphragme immobile. En 4 : apparition d'une onde kinétique pure de 15 secondes de période, puis : reprise de la respiration. B, deux ondulations respiratoires puis apnée (diaphragme immobile) et 11 secondes après cet arrêt : ↓ = apparition d'une onde péristaltique de 19 secondes de durée.

Utilisation de la gastro-densigraphie pour la détection du cancer au début.

L'école française ([2]) a mis en valeur la détection des petites rigidités permanentes des bords traduisant l'infiltration cancéreuse à son extrême début *à une période où la cure chirurgicale radicale est encore possible.* Ces techniques radio-

---

([2]) R. A. Gutmann, *Soc. Radiol. med.*, mars 1933; Gutmann, Guy Albot, Lannegrace, Porcher et Bertrand-Peristianya, *Presse Médicale, Jour. Radiol.*, 1933-1946, etc.

logiques sont très simplifiées par la gastro-densigraphie et se réduisent à la comparaison de courbes.

Prenons la petite forme infiltrante typique dont la zone raide est *portée par les contractions gastriques comme une planche sur les vagues* (R. A. Gutmann). L'étendue de la lésion est de 1 à plusieurs centimètres; il faut donc une analyse très fine de la contraction. A cet effet, nous disposons deux groupes de trois cellules jointives avec fentes de 1 à 2^{mm}, groupes séparés au moins d'une période contractile, plus deux cellules de contrôle sur la grande courbure et sur le diaphragme, soit 8 traces oscillographiques sur le même film (*fig.* 1 *d*).

La méthode consiste à enregistrer les variations *d'un même train d'onde kinétique* avant, pendant et après son passage sur la zone lésée. Il suffit de regarder le schéma pour comprendre que le premier groupe de cellules (zone raide) présente une modulation différente de celle du deuxième groupe (zone normale), et ceci pour le passage de *la même onde contractile*. Si les périodes sont trop longues, on peut les raccourcir par la pharmacodynamie. Ce cas est le plus difficile, mais quand il s'agit de lésions avec atteinte de la musculeuse, la différence de modulation successive pour la même onde des deux groupes de cellules est encore plus évidente. Il est certain que l'exploration des ulcères, des périgastrites, des atonies et, d'une façon générale, de toutes les maladies gastriques peut tirer un certain bénéfice de ce procédé, mais nous estimons que son intérêt principal est dans *la détection du cancer au début*.

A 16^h l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^{h}30^m.

L. B.

ERRATA.

(Séance du 15 mars 1948.)

Note de M. *Nicolas Baganas*, Sur un problème de M. P. Montel et les intégrales pseudo-abéliennes :

Page 988, ligne 35, *au lieu de* transcendante algébrique, *lire* transcendante algébroïde.

Page 990, ligne 23, *au lieu de* il existe une fonction transcendante, *lire* il existe une fonction transcendante algébroïde.

Page 990, ligne 24, *au lieu de* la fonction algébrique $n(z)$, *lire* la fonction algébrique $u(z)$.

Note de Mlle *Madeleine Fourcroy* et M. *Fernand Pellissier*, L'évolution du concept de G. Chauveaud sur l'accélération basifuge :

Page 948, ligne 32, *au lieu de* épicotylée, *lire* hypocotylée.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 AVRIL 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉLECTRICITÉ. — *Perfectionnement aux systèmes d'émission de télévision en couleurs.* Note (*) de M. **RENÉ BARTHÉLEMY.**

Les procédés de transmission des images colorées qui ont été effectivement expérimentés se réduisent à deux systèmes; l'un, le plus ancien, consiste dans les projections successives sur la mosaïque de l'analyseur des composantes trichromes de la scène à transmettre et dans la reconstitution synchrone, à la réception, à l'aide d'un tube cathodique et de filtres tournants. L'intervention de dispositifs mécaniques, la nécessité d'une fréquence élevée de la répétition des couleurs, compliquent l'appareillage sans éviter complètement les franges colorées et le papillotement. Ce procédé conserve néanmoins l'avantage d'une certaine simplicité.

L'autre système, plus récent, pratiquement utilisé pour le film, consiste dans l'analyse par un point lumineux présentant un large spectre, d'un film en couleurs, et dans la division du flux lumineux issu du film par transparence, en trois composantes, obtenues par des prismes et des filtres, reçues sur des cellules photoélectriques, amplifiées séparément, mais simultanément. Chaque cellule alimente une voie de transmission, qui conduit à un tube cathodique, présentant la fluorescence de couleur correspondante. On projette simultanément sur un même écran les trois images fournies par les tubes cathodiques, la superposition exacte étant obtenue par de délicats réglages optiques et électriques. Il n'y a plus de franges colorées dans les sujets mobiles et le papillotement est évité avec la fréquence ordinaire d'analyse.

En ce qui concerne la prise de vue directe, des expériences basées sur la même méthode ont été tentées avec trois tubes d'analyse, chacun fournissant une trame de couleur; mais la difficulté de la coïncidence des trois trames

(*) Séance du 19 avril 1948.

devient considérable, car il faut réaliser les trois égalités optiques (l'erreur de parallaxe est gênante) et l'identité des balayages, à moins d'un millième près, sur une image qu'on n'apprécie que par un dispositif intermédiaire, présentant d'autres défauts.

Une solution plus pratique de la prise de vues directe, et même de télécinéma, est possible par l'intervention des accumulateurs d'images, en conservant le système simple de la projection successive des images filtrées sur un analyseur unique. On sait qu'un accumulateur d'images, dont de nombreux projets ont été proposés, peut être constitué, en principe, par un tube cathodique dont le faisceau trace les balayages ordinaires sur une surface isolante, doublée à l'arrière d'une couche conductrice. On dépose à l'aide du faisceau convenablement modulé des charges électriques aux différents points de la plaque isolante. Les charges se conservent, et lorsqu'on analyse la surface avec le même faisceau, mais non modulé, on provoque dans le circuit de sortie, relié à la couche conductrice, des impulsions reproduisant la modulation primitive. Il est possible d'obtenir plusieurs répétitions de cette modulation si l'on ne décharge que partiellement les particules isolées. Dès lors, l'application d'un tel organe à la suite d'une caméra fournissant les analyses successives de trames colorées est à peu près évidente. En effet, ladite caméra sur laquelle on projette, par des filtres tournants, ou un sélecteur statique de couleurs à rotation de plan de polarisation (cellule de Kerr), les images bleue, verte et rouge, fournit chaque 1/50 de seconde une analyse à 700 ou 800 lignes d'une des trames colorées. Cette modulation (image verte par exemple) est envoyée sur la voie qui correspond au tube récepteur convenable, mais en même temps elle charge un accumulateur d'images. Celui-ci fournira à son tour, deux fois pendant les 2/50 de seconde suivants, la même modulation, par le jeu approprié d'un commutateur électronique, au tube à fluorescence verte. Ce tube projette donc dans les conditions normales, c'est-à-dire 50 fois par seconde, la composante verte de l'image. On répète la même opération, mais décalée de 1/50 de seconde avec le rouge, puis le bleu, en utilisant deux autres accumulateurs d'images connectés aux époques convenables.

Le résultat est analogue à celui obtenu par le procédé précédemment cité, utilisant un film coloré à l'émission.

Il y a lieu de noter qu'on n'a pas à se préoccuper de l'identité géométrique des images dans les accumulateurs, car c'est le même faisceau qui crée le stockage et effectue ensuite l'analyse. La cadence de répétition de l'image totale de 16 2/3 par seconde paraît suffisante pour la continuité des mouvements, car trois projections de composantes, pendant cette période, sont superposées dans le récepteur.

Ces progrès dans les études de la télévision en couleurs ne permettent pas encore de prévoir une exploitation régulière, certains problèmes restant à résoudre dans le domaine de l'émission et encore plus dans celui de la réception.

BOTANIQUE. — *Sur l'existence dans les Pyrénées d'une nouvelle race chromosomique du groupe du* Phleum alpinum *L.* Note (*) de M. **René de Litardière**.

Gaudin (in *Alpina*, 3, 1808, p. 4) a distingué dans le *Phleum alpinum* L. deux espèces, conservant ce dernier nom pour la plus commune dans les Alpes et le Jura et donnant au type des hautes Alpes du Valais celui de *P. commutatum*. Ultérieurement la plupart des floristes ont rattaché le *P. commutatum* au *P. alpinum*, soit comme variété, soit comme sous-variété ou même comme simple forme. Depuis 1930, plusieurs auteurs, surtout anglais et suédois, notamment J. W. Gregor, Sansome, Müntzing, H. Nordenskiöld, ont étudié très soigneusement ces plantes des points de vue morphologique, chromosomique, génétique et chorologique; dans le récent mémoire que H. Nordenskiöld (1) a consacré aux *Phleum* du groupe *Euphleum*, l'auteur conclut d'une façon formelle à leur autonomie spécifique :

P. alpinum L. Plante auto-fertile, à $2n = 14$. Épi ovoïde-cylindrique; glumes à arête ciliée-velue.

P. commutatum Gaud. Plante auto-stérile, à $2n = 28$. Épi plus court; glumes à arête scabre, non ciliée-velue.

Le *P. commutatum* possède une aire d'extension beaucoup plus vaste que le *P. alpinum* (2): c'est en effet au premier que se rapportent les localités du domaine circumboréal, de l'Écosse, de la péninsule balkanique, du Caucase, de l'Asie occidentale, centrale et orientale, des Montagnes Rocheuses et de l'Amérique australe.

Jusqu'ici aucun auteur n'a étudié du point de vue chromosomique les *Phleum* pyrénéens du groupe *alpinum*, dont d'ailleurs la répartition dans la chaîne demeure très imprécise (3). M. Aylies nous a adressé, en août 1947, une plante qu'il avait récoltée dans la vallée du Marcadau, près du refuge Wallon, au-dessus de Cauterets (Hautes-Pyrénées). Elle offre tous les caractères morphologiques du *P. commutatum* (épi court, ovoïde, mesurant 13 × 10 mm., glumes à arête dépourvue de cils) et a été envisagée comme tel par H. Nordenskiöld, à qui nous l'avons soumise. Nous avons reconnu cependant

---

(*) Séance du 19 avril 1948.

(1) *Cytogenetic-studies in the genus Phleum* (*Act. Agr. Suec.*, 1, 1945, p. 1-138).

(2) Pour la répartition de ces plantes, consulter H. Nordenskiöld, *Op. cit.*, p. 110-114, 116-119, map. n° 1 (104-105) et map. n° 2 (p. 111); il manque toutefois des données relatives à plusieurs régions, par exemple le Massif Central et la Corse.

(3) De Candolle (*Fl. Fr.*, 5, p. 249) indique comme synonyme du *P. commutatum* Gaud. le « *P. alpinum* Lap. Abr. 32, non L. » et ajoute que la plante est commune dans les Pyrénées, où il n'a jamais vu le type. Par la suite, ce dernier a été trouvé en plusieurs points de la chaîne et, si l'on se rapporte aux indications de Rouy (*Fl. Fr.*, 14, p. 51), il y serait bien plus répandu que le *commutatum*, cité seulement de deux localités des Pyrénées-Orientales et de l'Ariège. Cette plante y paraît cependant assez fréquente, à en juger par l'examen des herbiers. Mais nous devons faire remarquer que le *P. commutatum* ne peut être identifié d'une façon certaine d'après ses seuls caractères morphologiques, sans qu'il soit procédé à un examen caryologique.

qu'elle possède le *nombre chromosomique qui caractérise le P. alpinum*, $2n = 14$, et non 28, comme chez le *P. commutatum*.

Il nous paraît dès lors impossible d'accorder un rang spécifique aux *P. commutatum* et *alpinum*, puisque la plante du refuge Wallon offre à la fois les caractères morphologiques du *P. commutatum* et les caractères chromosomiques du *P. alpinum*.

Du fait que les *Phleum pratense* L., *nodosum* L., *alpinum* L. et *commutatum* Gaud. sont morphologiquement très proches, comme l'a mis en relief H. Nordenskiöld ([4]), nous estimons, avec Ascherson et Graebner ([5]), qu'il y a lieu de grouper ces différents types dans une même espèce collective, *P. pratense* L. Le subsp. *alpinum* (L.) Asch. et Graebn. comprendrait, dans le domaine de la flore française continentale, les trois races jusqu'ici définies :

Var. *eu-alpinum* R. Lit., *nov. nom.* = *P. alpinum* L. (1753) p. p., emend. Gaud. (1808) = *P. alpinum* var. *typicum* Beck (1890); non *P. pratense* var. *typicum* Beck (1890) = *P. alpinum* var. *genuinum* « Briq. » ([6]) subvar. *typicum* (Beck) Briq. (1910). (Voir caractères ci-dessus indiqués; $2n = 14$).

Var. *Ayliesianum* R. Lit., *nov. var.* Plante présentant les caractères du var. *tenue* (Kunth) R. Lit., épis courts, glumes à arête scabre, non ciliée; $2n = 14$ ([7]).

Var. *tenue* (Kunth) R. Lit., *nov. comb.*; = *P. alpinum* L. (1753) p. p.; *P. commutatum* Gaud. (1808); *P. alpinum* β Mert. et Koch (1823); *P. alpinum* var. *tenue* Kunth (1833); *P. alpinum* var. *commutatum* (Gaud.) Boiss. (1884); *P. alpinum* var. *genuinum* subvar. *commutatum* (Gaud.) Briq. (1910); *P. alpinum* fa. *commutatum* (Gaud.) Wollmann (1914). (Voir caractères ci-dessus indiqués; $2n = 28$).

Il serait particulièrement intéressant de rechercher quelle est l'aire d'extension du var. *Ayliesianum* et de pouvoir constater la présence certaine du var. *tenue* dans les Pyrénées, ceci en procédant à des examens caryologiques. D'autre part, il conviendrait aussi d'étudier les caractères chromosomiques de diverses autres races appartenant au groupe *alpinum* : var. *foliosum* Reut., du Jura de l'Ain, var. *parviceps* Briq., des hautes montagnes corses, var. *tuberosum* Willk., qui, d'après Ascherson et Græbner, n'est pas rare dans l'Europe centrale, sans compter les plantes de l'Amérique australe. Quant aux *P. alpi-*

([4]) *Loc. cit.*, p. 126.

([5]) *Syn.*, 2, 1899, p. 141-145.

([6]) Rectius Willk. in Willk. et Lange (1861).

([7]) Habitus omnino var. *tenuis* (Kunth) R. Lit., cum spica brevi, ovoidea, glumarum arista scabra, haud ciliato-villosa, a qua recedit chromosomatum numero, $2n = 14$, ut in var. *eu-alpino* R. Lit. (nec 28).

Hab. in Pyrenaeis centralibus, supra urbem Cauterets, in valle Marcadau, haud procul refugio « Wallon » dicto, ad alt. 1907 m. s. m., ubi J. Aylies d. 19 aug. invenit.

num var. *subalpinum* Hack. et var. *ambiguum* Beck, dont l'étude caryologique reste encore à faire, ce sont probablement, comme l'indique H. Nordenskiöld, des hybrides *alpinum* × *nodosum*.

COMMISSIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **Emmanuel Leclainche**, **Hyacinthe Vincent**, **Gabriel Bertrand**, **Maurice Caullery**, **Louis Blaringhem**, **Charles Jacob**, Membres de la Division des Sciences physiques, sont désignés pour faire partie de la Commission qui, sous la présidence de M. le Président, dressera la liste des candidats à la place de Secrétaire perpétuel pour les Sciences Physiques, vacante par le décès de M. *Alfred Lacroix*.

PLIS CACHETÉS.

M. **Xavier Séjourné** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la Séance du 13 octobre 1947 et enregistré sous le n° 12346.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient un Mémoire intitulé *L'Anneau de Saturne, sa genèse, sa structure, son mécanisme*.

(Renvoi à la Section d'Astronomie.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de la France d'Outre-mer** invite l'Académie à lui présenter un candidat au poste de Directeur de l'Institut Océanographique de Nhatrang.

(Renvoi à la Commission de l'Indochine.)

Le Président de la **Faculté des Sciences de l'Université libre de Bruxelles**, le Secrétaire général de l'**Institut Royal Colonial belge**, au nom de ces Établissements, adressent l'expression de leurs sentiments de condoléances à l'occasion du décès de M. *Alfred Lacroix*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Livrets du Service de la Carte géologique d'Alsace et de Lorraine*. Livret n° 1. Georges Dubois et Jacqueline Sauvage : *Description et explication élémentaire de la Carte Géologique Murale de l'Alsace et de la Lorraine*.

2° Union géodésique et géophysique internationale. Association de séismologie. *Comptes rendus des séances de la Conférence réunie à Strasbourg du 4 au 8 juillet* 1947, rédigés par Jean-Pierre Rothé.

3° Alberto Casolla. *Teoria fisica e matematica della musica*. Libro primo. *Meccanica del suono*.

Il signale également un Ouvrage polycopié :

JACQUES MAURIN. *Géométrie descriptive à quatre dimensions.* Premier livre. *Figures du premier degré.* Chapitres I, II, III : *Définitions, positions, intersections.*

THÉORIE DES RELATIONS. — *Sur la comparaison des types d'ordres.* Note (*) de M. **ROLAND FRAÏSSÉ**, présentée par M. Gaston Julia.

Les résultats mentionnés dans la présente Note sont analogues, sans en constituer une application directe, à des résultats concernant les types de relations générales, parus dans une Note précédente [1].

Introduisons les définitions suivantes : Un type d'ordre T′ sera dit *inférieur* à un type d'ordre T ($T' < T$) si un ensemble ordonné E de type T admet un sous-ensemble E′ (éventuellement $\equiv E$) de type T′. On posera encore, dans ce cas : $T > T'$ (T *supérieur* à T′).

La relation $<$ définie sur tout ensemble de types d'ordres, est réflexive et transitive. Deux types T et T′ seront dits *similaires* ($T \approx T'$) si chacun est inférieur (par conséquent supérieur) à l'autre. La relation $\approx$ est une *équivalence*.

On posera $T' \ll T$ (T′ *strictement inférieur* à T) si l'on a $T' < T$ sans avoir $T' > T$; définition analogue pour $T' \gg T$.

Enfin T et T′ seront dits *incomparables* si aucun n'est inférieur à l'autre.

Un type d'ordre dénombrable T sera dit *riche* si $T \approx \eta$ (η = type de l'ensemble ordonné des nombres rationnels). T sera dit *pauvre* dans le cas contraire ($T \ll \eta$). Un type dénombrable est riche ou pauvre selon qu'il est ou non supérieur à tous les types dénombrables [2].

On démontre les propositions suivantes concernant les types dénombrables :

1. La condition nécessaire et suffisante pour qu'un type dénombrable T soit riche, est que l'on ait $T > \alpha$ pour tout type d'ensemble bien ordonné dénombrable α.

2. A tout ensemble fini ou dénombrable de types pauvres T_i correspond un type pauvre $T \gg T_i$ pour tout i.

3. Tout type pauvre T est la somme [3] d'une suite ordonnée finie, d'une ω-suite ou d'une ω^*-suite composée de types $T_i \ll T$.

4. Si E est un ensemble ordonné de type T; E′ et E″ deux sous-ensembles déterminant une partition de E : $E' \cup E'' = E$, $E' \cap E''$ vide; alors les types

(*) Séance du 31 mars 1948.

(1) R. FRAÏSSÉ, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 987.

(2) Le type pauvre peut aussi être défini comme : type dénombrable et dispersé (scattered) au sens de A. Gleyzal (*Trans. Amer. Math. Soc.*, 48, 1940, p. 451, note 2).

(3) Termes définis par W. SIERPINSKI, *Leçons sur les nombres tranfinis*, Paris, 1928, p. 158 et 178.

respectifs de E′ et E″, soient T′ et T″, seront dits *types résultant d'une partition de* T *en* 2.

Un type T sera dit *indécomposable* si, pour toute partition de T en 2, l'un des types résultants, T′ ou T″, est $\approx$ T.

4.1. La condition nécessaire et suffisante pour qu'un type d'ensemble bien ordonné soit indécomposable est qu'il soit *indécomposable par l'addition* au sens de Sierpinski ([3]).

4.2. Tout type pauvre T admet un type indécomposable pauvre $T' \geqslant T$.

4.3. Tout type indécomposable T admet au moins une partition en 2 types T′ et T″ avec $T' \approx T'' \approx T$ ([4]).

5. Un ensemble dénombrable E de points d'une droite admet un dérivé au plus dénombrable, ou possédant la puissance du continu, selon que le type de E est pauvre ou riche.

Citons enfin une proposition concernant la structure des types riches, corollaire immédiat d'un théorème de A. Gleyzal ([5]). Tout type dénombrable riche est la somme d'un ensemble ordonné dénombrable dense composé de types pauvres de puissances non nulles.

Les démonstrations, utilisant l'axiome du choix, paraîtront ultérieurement.

Hypothèses. — Nous considérons comme vraisemblables les propositions suivantes :

I. Il n'existe pas de suite infinie de types dénombrables $T_1, T_2, \ldots, T_i \ldots$ avec $T_{i+1} \leqslant T_i$ pour tout i.

II. Si T est pauvre, le nombre des classes d'équivalence définies par la relation $\approx$ sur l'ensemble des types $< T$ est au plus dénombrable.

III. Soient E une famille, finie ou dénombrable, de types dénombrables t; T(E) un type quelconque $> t$ quel que soit t de E; $\mathfrak{T}$ un type inférieur à tout T(E); alors $\mathfrak{T}$ est inférieur à l'un des types t.

IV. Tout type indécomposable pauvre T est similaire au type d'une ω-suite ou d'une ω^*-suite de types $T_i \leqslant T$, ces types T_i étant soit indécomposables, soit de puissance 1.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration des équations de propagation des ondes lumineuses dans les milieux cristallins uniaxes.* Note de M. **Florent Bureau**, présentée par M. Jacques Hadamard.

1. La théorie de la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu cristallin, homogène, uniaxe, conduit à la résolution du problème de Cauchy pour le *système* d'équations aux dérivées partielles à quatre variables

---

([4]) *Cf.* loc. cit. ([1]), Hypothèse III.

([5]) Loc. cit. ([2]), p. 463, Théorème 17.

indépendantes x, y, z, t,

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - a^2\Delta u_1 - (a^2-c^2)\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial u_2}{\partial x} - \dfrac{\partial u_1}{\partial y}\right) = g_1(x, y, z, t), \\ \dfrac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - a^2\Delta u_2 + (a^2-c^2)\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial u_2}{\partial x} - \dfrac{\partial u_1}{\partial y}\right) = g_2(x, y, z, t); \end{cases}$$

nous avons posé $\Delta = (\partial^2/\partial x^2) + (\partial^2/\partial y^2) + (\partial^2/\partial z^2)$ et nous avons désigné par g_1 et g_2 des fonctions régulières au sens de M. J. Hadamard.

Nous nous proposons de montrer que le problème ainsi posé et qui a fait l'objet des recherches de Grünwald, Signorini, Tedone et Tonolo, peut être résolu directement en utilisant les solutions élémentaires et les solutions auxiliaires du système homogène et en appliquant la méthode des singularités.

2. Écrivons pour abréger

$$D_1 = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - a^2\Delta, \qquad D_2 = D_1 + (a^2-c^2)\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right).$$

L'étude du système (1) est liée à celle de l'équation $D_1 D_2 u = 0$ dont nous avons déterminé la solution élémentaire $v(x; t)$ et la solution auxiliaire $\mathcal{K}(x; t)$.

Les solutions élémentaires (v'_1, v'_2), (v''_1, v''_2) du système (1) sont données par

$$v'_1 = D_1 v + (a^2-c^2)\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \qquad v'_2 = (a^2-c^2)\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y},$$
$$v''_1 = v'_2, \qquad v''_2 = D_1 v + (a^2-c^2)\frac{\partial^2 v}{\partial y^2},$$

tandis que les solutions auxiliaires $(\mathcal{K}'_1, \mathcal{K}'_2)$, $(\mathcal{K}''_1, \mathcal{K}''_2)$ s'expriment par les formules précédentes où v est remplacé par $\mathcal{K}$. Signalons que les solutions auxiliaires sont nulles à l'intérieur de la nappe intérieure du cône caractéristique Γ.

3. La formule de réciprocité correspondant au système (1) s'écrit dans les conditions habituelles

$$\underset{D}{SSS}[v_1 g_1 + v_2 g_2 - u_1 G_1 - u_2 G_2]\, d\tau = -\underset{S}{SS}[v_1 U_1 + v_2 U_2 - u_1 V_1 - u_2 V_2]\, d\sigma,$$

G_1 et G_2 étant des fonctions régulières et U_1, U_2, V_1, V_2, des combinaisons des dérivées premières de (u_1, u_2), (v_1, v_2).

4. Supposons $a = 1$ et $0 < c < 1$ et appliquons la méthode des singularités en utilisant la solution élémentaire (v'_1, v'_2); en désignant par S^* la portion découpée par la nappe extérieure du cône caractéristique Γ dans le support S des données de Cauchy, il vient avec des notations évidentes,

$$4\pi u_1(P_0, t_0) = \operatorname{plog}\underset{D}{SSS}(v'_1 g_1 + v'_2 g_2)\, d\tau + \operatorname{plog}\underset{S^*}{SS}[v'_1 U_1 + v'_2 U_2 - u_1 V'_1 - u_2 V'_2]\, d\sigma + \underset{\Gamma}{SS}\,\mathfrak{M}\, d\sigma,$$

avec

$$\mathfrak{M} = \frac{y^2-x^2}{r^4}U_1 - \frac{2xy}{r^4}U_2.$$

On élimine $\mathfrak{M}$ en introduisant non plus (v'_1, v'_2), mais la solution auxiliaire $(\mathcal{K}'_1, \mathcal{K}'_2)$; en remarquant que V_1 et V_2 sont nuls lorsque (v_1, v_2) est remplacé par $(\mathcal{K}'_1, \mathcal{K}'_2)$, on obtient

$$\underset{\Gamma}{\mathrm{SS}}\mathfrak{M}\,d\sigma = -\underset{\mathrm{D}}{\mathrm{SSS}}[\mathcal{K}'_1 g_1 + \mathcal{K}'_2 g_2]\,d\tau - \underset{\mathrm{S}'}{\mathrm{SS}}[\mathcal{K}'_1 \mathrm{U}_1 + \mathcal{K}'_2 \mathrm{U}_2]\,d\sigma$$

et par suite, la valeur de $u_1(P_0, t_0)$.

Pour déterminer $u_2(P_0, t_0)$, il suffit d'employer les solutions (v''_1, v''_2) et $(\mathcal{K}''_1, \mathcal{K}''_2)$.

5. La méthode précédente peut être utilisée pour obtenir *directement* les solutions du problème de Cauchy correspondant aux systèmes d'équations aux dérivées partielles de la Physique mathématique; il suffit d'employer les solutions élémentaires et les solutions auxiliaires que nous avons données pour les équations d'ordre supérieur à deux. Lorsque les variables indépendantes sont en nombre impair, il faut utiliser les parties finies de certaines intégrales divergentes. En particulier, on peut déterminer la solution du problème de Cauchy pour le système des équations aux dérivées partielles des vibrations des corps élastiques isotropes, lorsque les déplacements sont indépendants d'une coordonnée; ce problème a déjà été étudié par V. Volterra à l'aide d'une autre méthode.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques applications de la théorie du potentiel.* Note de Mme **Jacqueline Lelong**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

I. *Compléments au théorème de Phragmen-Lindelöf-Heins.* — Soit C_α la classe des fonctions $v(M)$ sous-harmoniques dans le demi-espace $D(x > 0)$ de R^p et satisfaisant à :

a. $\overline{\lim}\, v(M) \leqq 0$ en tout point A de $\pi(x = 0)$ à distance finie.

b. si $m(r) = \overline{\text{borne}}_{\,OM=r}\, v(M)$, $\lim_{r\to\infty} m(r)/r = \alpha < \infty$.

Le théorème classique de Phragmen et Lindelöf, étendu à R^p, montre qu'il existe une constante $k(p)$ telle que $u(M) = k(p)\alpha x - v(M)$ est surharmonique positive dans D. En appliquant à $u(M)$ les résultats d'une Note précédente, on obtient le

Théorème I. — *Si* $v(M) \in C_\alpha$, *il existe une constante* γ *telle que :*

a. L'ensemble des points de D, *où* $|v(M) - \gamma x| \geqq \varepsilon x$ *est effilé à l'infini* relativement à D [1], *quel que soit* $\varepsilon > 0$.

b. $v(M)/x \to \gamma$ *lorsque* M *tend vers l'infini radialement, excepté au plus pour un ensemble* J *de rayons* [1].

c. Si l'on pose $\mu(r) = \overline{\text{borne}}_{\,OM=r}\, v(M)/x$, $\mu(r) \to \gamma$.

(1) *Voir* J. Lelong, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1161.

d. $m(r)/r$ tend vers γ si $\gamma > 0$ et vers 0 si $\gamma \leqq 0$, de sorte que $\alpha = \gamma^+$.

Le résultat *d* avait été démontré par M. Heins ([2]).

II. *Application à la représentation conforme.* — THÉORÈME II*a*. — *Soit Δ un domaine contenu dans le demi-plan $D(x > 0)$. La condition nécessaire et suffisante pour que la représentation conforme de Δ sur D admette une dérivée angulaire à l'infini, est que l'ensemble $D - \Delta$ soit effilé à l'infini, relativement à D.*

Soit en effet $f(z)$ la fonction, définie dans D, qui représente conformément Δ sur D, de sorte que $f(z) \to \infty$, lorsque $z \to \infty$. Posons $H(z) = \mathcal{R}[f(z)]$. Pour qu'il y ait dérivée angulaire à l'infini, il faut et il suffit que $\overline{\text{borne}}\, H(z)/x = c < \infty$. La démonstration est fondée sur la représentation de la fonction $u(z)[u(z) = cx - H(z)$ si $z \in \Delta$; $u(z) = cx$ si $z \in D - \Delta]$ par un potentiel de Green dans D. L'ensemble des points, où $u(z) \geqq cx$ (c'est-à-dire $D - \Delta$) est effilé à l'infini relativement à D ([1]).

En comparant ce résultat à un critère antérieurement démontré ([3]), on en déduit le théorème :

THÉORÈME II*b*. — *Δ étant un domaine simplement connexe contenu dans le demi-plan D, la condition nécessaire et suffisante pour que l'ensemble $D - \Delta$ soit effilé à l'infini relativement à $D(x > 0)$, est que pour toute suite croissante $R_n (R_n \to \infty)$, telle que*

$$\sum_1^\infty \delta_n^2 < \infty, \qquad \left[\delta_n = \log \frac{R_{n+1}}{R_n}\right],$$

on ait

$$\sum_1^\infty \theta_n \delta_n < \infty, \qquad \theta_n = \overline{\underset{z \in \Gamma_n}{\text{borne}}} \left[\frac{\pi}{2} - |\operatorname{Arg} z|\right],$$

Γ_n étant l'intersection de $D - \Delta$ avec la couronne $R_n \leqq |z| \leqq R_{n+1}$.

III. *Limites d'un potentiel de Green.* — *Définitions.* — 1. Nous dirons qu'un ensemble E, contenu dans le demi-espace $D(x > 0)$ de R^p est *semi-effilé* à l'origine (resp à l'infini) relativement à D, si la puissance extérieure ([1]) γ_n de $E_n = E \cap I_n$, où I_n est l'intersphère $s^{n+1} \leqq OM \leqq s^n (s < 1)$ [resp $s^{n+1} \geqq OM \geqq s^n (s > 1)$] satisfait à $\gamma_n / s^{np} \to 0$.

2. Nous dirons qu'une suite M_n est *régulière* en A si $M_n \to A$ et si le rapport AM_n/AM_{n+1} reste borné. De même la suite M_n sera dite *régulière à l'infini* si $M_n \to \infty$ et si le rapport OM_{n+1}/OM_n reste borné.

Propriétés a. — Une inversion de pôle O transforme un ensemble semi-effilé à l'origine, en un ensemble semi-effilé à l'infini (relativement à D).

([2]) *On the Phragmen-Lindelöf principle* (*Trans. Amer. Math. Soc.*, **60**, 1946, p. 238-244).

([3]) J. FERRAND, *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 507-508; et *Bull. Sc. Math.*, **69**, 1945, p. 165-174.

b. Si E est semi-effilé en O, l'ensemble des rayons issus de O sur lesquels il existe au moins une suite de points de E régulière en O, est un ensemble J.

Soit $U^{\mu}(M)$ un potentiel de Green de masse positive dans D.

LEMME 1. — *La condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une suite* M_n *régulière en* O *(resp à l'infini) telle que* $OM_n U^{\mu}(M_n)/x_n \to 0$ *est que* $\mu_n/s^{n(p-1)} \to 0$, *où* $\mu_n = \int_{I_n} \xi \, d\mu(P)$, I_n *étant l'intersphère déjà définie,* ξ *l'abscisse de* P.

LEMME 2. — *Si* $U^{\mu}(M) \not\equiv \infty$, *en presque tout point* A *de* π *(c'est-à-dire excepté sur un ensemble de mesure* $p-1$ *dimensionnelle nulle au plus), on a*

$$\int_{AP \leq r} \xi \, d\mu(P) = o(r^{p-1})$$

THÉORÈME III*a*. — *S'il existe une suite* M_n *régulière au point* A *de* π *(resp. à l'infini) telle que* $AM_n U^{\mu}(M_n)/x_n \to 0$ *[resp.* $OM_n U^{\mu}(M_n)/x_n \to 0$*] alors l'ensemble des points de* D, *où* $AM\,U^{\mu}(M)/x > \varepsilon$ *[resp.* $OM\,U^{\mu}(M)/x > \varepsilon$*] est semi-effilé en* A *(resp. à l'infini) relativement à* D, *quel que soit* $\varepsilon > 0$.

THÉORÈME III*b*. — *L'hypothèse du théorème* III*a est réalisée en presque tout point* A *de* π, *quel que soit* $U^{\mu}(M) \not\equiv \infty$.

THÉORÈME III*c*. — *Étant donné un ensemble quelconque* E *de mesure* $p-1$ *dimensionnelle nulle dans* π, *on peut déterminer un potentiel* $U^{\mu}(M) \not\equiv \infty$ *qui ne satisfait à l'hypothèse du théorème* III*a en aucun point de* E.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une méthode générale de recherche de fonctions orthogonales dans le domaine complexe.* Note (*) de M. **NOUBAR ARPIARIAN**, présentée par M. Paul Montel.

Ce procédé permet de déduire de toute suite orthogonale le long d'un segment, fini ou infini, de l'axe réel, une ou plusieurs suites orthogonales de poids convenable le long d'une courbe $\mathcal{C}$ quelconque, ou éventuellement sur un domaine $\mathcal{D}$, du plan complexe.

Prenons d'abord pour courbe $\mathcal{C}$ une circonférence $|Z| = R$.

Nous commençons, par un changement de variable approprié, par transformer l'intervalle d'orthogonalité des fonctions considérées en un intervalle de longueur 2π, par exemple $(-\pi, +\pi)$. Ceci peut se faire de plusieurs façons et peut modifier la fonction poids correspondante. On forme ainsi une suite de fonctions $\varphi_n(x)$ orthogonales de poids $p(x) > 0$ sur l'intervalle $(-\pi, +\pi)$ de l'axe réel, pour lesquelles

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \varphi_m(x)\,\varphi_n(x)\,p(x)\,dx = k\varepsilon_{mn} \qquad (\varepsilon_{mn} = 0 \text{ pour } m \neq n,\ \varepsilon_{nn} = 1).$$

Soit Z un point du cercle $c(O, R)(|Z|R)$. Établissons la correspondance

$$Z = R\,e^{ix}, \qquad \text{ou} \qquad x = \arg\frac{Z}{R} = -i \operatorname{Log}\frac{Z}{R} \qquad (-\pi \leqq x \leqq +\pi),$$

(*) Séance du 19 avril 1948.

la détermination du logarithme étant celle qui s'annule pour $Z = R$. On peut uniformiser par une coupure $(-\infty, 0)$ sur l'axe réel. Posons

$$\varphi_n\left(-i\,\mathrm{Log}\frac{Z}{R}\right) = F_n(Z), \qquad \left|p\left(-i\,\mathrm{Log}\frac{Z}{R}\right)\right| = P(Z).$$

$P(Z)$ se confond avec $p(x)$ quand Z parcourt la circonférence $c(O, R)$:

$$\frac{1}{M}\int_{c(O,\,R)} F_m(Z)\,\overline{F}_n(\overline{Z})\,P(Z)\,ds = N_n\varepsilon_{mn} \qquad [N_n \text{ norme, } M, \text{ masse de } c(O, R)].$$

On s'en rend compte en observant que

$$F_n(Z) = \varphi_n\left(i\,\mathrm{Log}\frac{R}{Z}\right) = \varphi_n\left(i\,\mathrm{Log}\frac{\overline{Z}}{R}\right) = \overline{F}_n(\overline{Z})$$

sur la circonférence $Z\overline{Z} = R^2$.

La suite $F_n(Z)$ est orthogonale de poids $P(Z)$ le long de $c(O, R)$. Une transformation conforme $Z = \varphi(z)$, faisant correspondre au cercle $|Z| = R$ une courbe $\mathcal{C}_R$ du plan z, nous fournira une suite de fonctions $f_n(z) = F_n[\varphi(z)]$, orthogonales avec le poids $\varpi(z) = P[\varphi(z)]|\varphi'(z)|$ le long de la courbe $\mathcal{C}_R$.

Si les fonctions $F_n(Z)$ ont, en outre, une expression qui peut être rendue indépendante de R, on en déduira, en vertu de notre théorème sur les courbes isogrammes ([1]), que les fonctions $F_n(Z)$ sont orthogonales sur la surface des cercles $|Z| \leqq R$, avec le même poids $P(Z)$, et, dans le cas où la courbe $\mathcal{C}_R$ est un contour fermé simple, que les fonctions $f_n(z)$ sont orthogonales sur le domaine $\mathcal{D}_R$ limité par le contour $\mathcal{C}_R$, et sur ses isogrammes, avec le poids

$$\Pi(z) = P[\varphi(z)]\,|\varphi'(z)|^2.$$

Exemples. — Prenons pour contour $\mathcal{C}_R$ l'ellipse $|z+1| + |z-1| = R + 1/R$; $Z = \varphi(z) = z + \sqrt{z^2-1}$ ou $z - \sqrt{z^2-1}$ réalise la représentation conforme de $\mathcal{C}_R$ sur le cercle $|Z| = R$.

La suite $\varphi_n(x) = \cos nx$, $p(x) = 1$, donne la suite $F_n(Z) = 1/2(Z^n/R^n + R^n/Z^n)$, orthogonale au sens de Szegö ($P = 1$) sur $|Z| = R$, et

$$f_n(z) = \frac{1}{2}\left[R^{-n}(z+\sqrt{z^2-1})^n + R^n(z-\sqrt{z^2-1})^n\right],$$

orthogonale de poids $\varpi(z) = 1/|\sqrt{z^2-1}|$ sur $\mathcal{C}_R$ [généralisation des fonctions $\cos n \arccos z$ ([2])]

$$\varphi_n(x) = \sin nx, \qquad p(x) = 1; \qquad F_n(Z) = \mathrm{sh}\, n\,\mathrm{Log}\frac{Z}{R} = \frac{1}{2}\left(\frac{Z^n}{R^n} - \frac{R^n}{Z^n}\right), \qquad P = 1;$$

$$f_n(z) = \pm\frac{1}{2}\left[R^{-n}(z+\sqrt{z^2-1})^n - R^n(z-\sqrt{z^2-1})^n\right], \qquad \varpi(z) = \frac{1}{|\sqrt{z^2-1}|}.$$

$$\varphi_n(x) = e^{inx}, \qquad p(x) = 1; \qquad F_n(Z) = Z^n, \qquad P = 1;$$

$$f_n(z) = (z+\sqrt{z^2-1})^n \quad \text{ou} \quad (z-\sqrt{z^2-1})^n, \qquad \varpi(z) = \frac{1}{|\sqrt{z^2-1}|}, \qquad \Pi(z) = \frac{1}{|z^2-1|},$$

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 771.
([2]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 668.

et

$$\varphi_n(x) = \cos n(x - i\log R), \quad p(x) = 1; \quad F_n(Z) = \frac{1}{2}\left(Z^n + \frac{1}{Z^n}\right),$$
$$P = 1 \text{ sur } C(O,R) \text{ et } C(O; R_0, R) \quad (R_0 \leqq |Z| \leqq R).$$
$$f_n(z) = \cos n \arccos z \quad \text{[polynomes trigonométriques (}^2\text{)]},$$
$$\varpi(z) = \frac{1}{|\sqrt{z^2-1}|}, \quad \Pi(z) = \frac{1}{|z^2-1|}.$$

Pour $\varphi_n(x) = \sin n(x - i\log R)$, résultats analogues. Signalons aussi

$$f_n(z) = \frac{\sin(n+1)\arccos z}{\sin\arccos z} \text{ (polynomes)}, \quad \varpi(z) = |\sqrt{z^2-1}|, \quad \Pi(z) = 1.$$
$$\varphi_n(x) = \frac{\sin(n+0{,}5)(x - i\log R)}{\sin 0{,}5(x - i\log R)}, \quad p(x) = |1 - \cos(x - i\log R)|;$$
$$F_n(Z) = \frac{Z^{n+\frac{1}{2}} - Z^{-\left(n+\frac{1}{2}\right)}}{Z^{\frac{1}{2}} - Z^{-\frac{1}{2}}}, \quad P(Z) = \left|\sqrt{Z} - \frac{1}{\sqrt{Z}}\right|^2 \text{ sur } |Z| = R \text{ et } C(O; R_0, R);$$
$$f_n(z) = \frac{\sin\left(n + \frac{1}{2}\right)\arccos z}{\sin\frac{1}{2}\arccos z} \text{ (polynomes)}, \quad \varpi(z) = \left|\sqrt{\frac{z-1}{z+1}}\right|, \quad \Pi(z) = \frac{1}{|z+1|}.$$

Pour $\varphi_n(x) = \dfrac{\cos(n+0{,}5)(x - i\log R)}{\cos 0{,}5(x - i\log R)}$, résultats analogues.

Les suites de polynomes de Legendre X_n, de Laguerre L_n, d'Hermite U_n, de Jacobi, donnent chacune plusieurs suites linéairement orthogonales sur $|Z| = R$ et sur les ellipses $\mathcal{E}_R$. Citons

$$X_n\left(\frac{Z^2 - R}{2iZ\sqrt{R}}\right), \quad P(Z) = |Z + R| \text{ sur } |Z| = R; \quad \frac{R^n + (-1)^n Z^{2n}}{Z^n}, \quad P(Z) = 1 \text{ sur } |Z| = R;$$
$$L_n\left(\frac{1}{i}\frac{\sqrt{Z} + i\sqrt{R}}{\sqrt{Z} - i\sqrt{R}}\right), \quad U_n\left(i\frac{Z - R}{Z + R}\right), \quad L_n\left(\frac{\pi\arccos z + i\log R}{\pi\arccos z - i\log R}\right), \quad \text{poids } ad\ hoc.$$

La méthode est aussi applicable à des suites de fonctions discontinues, comme la suite de Haar, ou non analytiques, comme la suite de Schauder.

TOPOLOGIE. — *Remarque sur les variétés feuilletées contenant une feuille compacte à groupe de Poincaré fini.* Note (*) de M. **Georges Reeb**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans une Note antérieure ([1]) j'ai énoncé sous une forme un peu plus particulière le théorème suivant :

Théorème 1. — *Si la variété V_n est feuilletée ([1]) pour la dimension $n-1$, et si Ω est un ouvert satisfaisant aux conditions suivantes : a. l'ouvert Ω est connexe, et il est saturé pour la relation d'équivalence : « x et y appartiennent à*

(*) Séance du 19 avril 1948.

([1]) G. Reeb, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1613.

une même feuille de V_n », *b. l'adhérence* $\overline{\Omega}$ *de* Ω *est compacte, c. l'ouvert* Ω *contient une feuille compacte à groupe de Poincaré fini, alors toutes les feuilles contenues dans* $\overline{\Omega}$ *sont compactes à groupe de Poincaré fini.*

[En particulier si V_n est connexe et compacte, on peut poser $\Omega = V_n$, et l'on obtient le théorème 2 de la Note ([1]).]

On peut se demander si ce résultat est encore valable dans le cas d'une variété feuilletée pour la dimension q (avec $q \leqq n-2$). Voici un contre-exemple, qui montre que la réponse est négative.

A cet effet soit V_n le produit topologique $S_{n-2}\, S_1\, S_1^*$ où S_{n-2}, S_1 et S_1^* sont des sphères euclidiennes ayant respectivement $n-2$ et 1 dimensions. Les sphères S_{n-2}, S_1 et S_1^* sont munies d'une structure de variété analytique; par suite il en est de même pour V_n.

Soit $x_1(z)$ pour $z \in V_n$, la première coordonnée cartésienne de la projection canonique $x(z)$ de z sur S_{n-2} $\left(\text{l'équation cartésienne de } S_{n-2} \text{ étant } \sum_{i=1}^{n-1}(x_i)^2 = 1\right)$. Soient $\varphi(z)$ et $\theta(z)$ les abscisses angulaires des projections de z sur S_1 et S_1^*. [Donc $\varphi(z)$ et $\theta(z)$ sont définies modulo 2π.]

A l'aide des formes différentielles dx_1, $d\varphi$ et $d\theta$ sur V_n et des fonctions numériques x_1 et $\sin\varphi$, nous pouvons construire les deux formes différentielles

$$\omega_1 = d\varphi, \qquad \omega_2 = [(1-\sin\varphi)^2 + x_1^2]\, d\theta + \sin\varphi\, dx_1.$$

Ces deux formes différentielles sont linéairement indépendantes en tout point $z \in V_n$.

En effet si z est tel que $x_1 \neq 0$ ou $\sin\varphi \neq 1$, le coefficient de $d\theta$ sera non nul. Or une combinaison linéaire $a\,d\varphi + b\,d\theta + c\,dx_1$ ne peut être nulle que si $a=0$ et $b=0$.

Si par contre $x_1 = 0$ et $\sin\varphi = 1$, la forme dx_1 est non nulle et par suite aussi $\sin\varphi\, dx_1$; or $d\varphi$, $d\theta$ et dx_1 sont indépendantes.

Le système différentiel $\omega_1 = 0$, $\omega_2 = 0$ définit dans V_n un champ E_{n-2} d'éléments de contacts à $n-2$ dimensions.

Ce champ est évidemment complètement intégrable (les formes ω_1, ω_2 s'expriment à l'aide des seules fonctions θ, φ et x_1).

Le champ E_{n-2} admet les systèmes de variétés intégrales suivants :

a. Les variétés définies par $\sin\varphi = 0$, $\theta = \text{const.}$, qui sont homéomorphes à S_{n-2}, et par suite simplement connexes.

b. Les variétés définies par $\sin\varphi = 1$, $\theta - \theta_0 = 1/x_1$ (et $x_1 \neq 0$) qui sont non compactes.

c. La variété définie par $\sin\varphi = 1$, $x_1 = 0$ qui est compacte, mais à groupe de Poincaré non fini, puisqu'elle est homéomorphe à $S_{n-3} \times S_1$ où S_{n-3} est l'équateur de S_{n-2} (défini par $x_1 = 0$).

On peut vérifier de plus que les variétés intégrales compactes à groupe de

Poincaré fini, ont pour réunion un ouvert. [En fait elles ont pour équation $\sin\varphi = \text{const.} \neq 1$; $\theta - \theta_0 = [\sin\varphi/(1 - \sin\varphi)] \operatorname{arc\,tg}[x_1/(1 - \sin\varphi)]$ et elles sont homéomorphes à S_{n-2}.]

Si nous supposons de plus que V_n est un espace de Riemann, nous pouvons vérifier que pour $N > 0$ donné, il existe une variété intégrale compacte, homéomorphe à S_{n-2}, dont le volume est supérieur à N. (En fait il suffit de choisir une variété intégrale vérifiant $\sin\varphi = 1 - \alpha$ où $\alpha > 0$ est assez petit.)

Ce dernier résultat a une portée générale :

Si la variété V_n est feuilletée pour la dimension $q\,(q \leq n - 1)$ et si $\Omega \subset V_n$ est un ouvert vérifiant les conditions a, b, c du théorème 1, et si de plus Ω contient une feuille qui n'est pas compacte à groupe de Poincaré fini, il existe des feuilles compactes, à groupe de Poincaré fini, dont l'*étendue* est supérieure à un entier donné N.

[Pour définir l'*étendue* d'une feuille de Ω nous pouvons procéder ainsi : Soit A ([1]), ([2]) un atlas de V_n dont chaque carte (f_i, Ω_i) est un homéomorphisme de Ω_i, sur le pavé P_n de R^n défini par $-i < x^i < 1\,(1 = i \ldots n)$, l'homéomorphisme inverse f_i^{-1} appliquant les variétés planes $x^i = \text{const.}\,(i = q + 1 \ldots n)$ dans les feuilles de V_n. L'image réciproque par f_i d'une variété plane $x^i = \text{const.}\,(i = q + 1 \ldots n)$ sera appelée plaque de Ω_i. Comme $\overline{\Omega}$ est compact, il peut être recouvert par un nombre fini d'ouverts Ω_i. L'étendue d'une feuille sera le nombre de plaques des ouverts Ω_i qu'elle contient.]

GÉOMÉTRIE. — *Sur la détermination des surfaces à courbure moyenne isotherme.* Note (*) de M. **Victor Lalan**, présentée par M. Élie Cartan.

1. J'ai déjà signalé l'existence, sur les surfaces dont les lignes d'égale courbure moyenne sont isothermes, d'une fonction remarquable, grâce à laquelle s'expriment très simplement les formes minima de la surface ([1]). Cette fonction apparaît aussi, d'une façon toutefois moins naturelle, quand on se place au point de vue réel.

Utilisons un trièdre trirectangle mobile ([2]), dont le premier vecteur Me_1 soit orthogonal à la ligne H = const. qui passe en M (H, courbure moyenne). Le caractère isotherme des lignes H = const. se manifeste par le fait que, si l'on pose $\omega_{12} = h\omega_1 + k\omega_2$, la forme $h\omega_2 - k\omega_1$ est une différentielle exacte. Le

([2]) L'atlas A est contenu dans l'atlas complet A* ([1]) définissant la structure de variété feuilletée.

(*) Séance du 12 avril 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 883-885 et *Bull. Soc. Math. de France*, 75, 1947, p. 81.

([2]) La méthode employée est celle de M. É. Cartan dans *Les systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques*, Paris, 1945.

système différentiel définissant nos surfaces sera donc

$$(1)\qquad \begin{cases} \omega_{13} = a\omega_1 + b\omega_2, & \omega_{23} = b\omega_1 + c\omega_2, \\ dH = \lambda\omega_1 & \\ \omega_{12} = h\omega_1 + k\omega_2, & \dfrac{d\mu}{\mu} = -k\omega_1 + h\omega_2, \end{cases} \qquad \left(H = \frac{a+c}{2}\right),$$

d'où, en différentiant extérieurement,

$$(2)\qquad \begin{cases} [da\,\omega_1] + [db\,\omega_2] + (\overline{a-c}\,h + 2bk)[\omega_1\omega_2] = 0, \\ [db\,\omega_1] + [dc\,\omega_2] + (2bh + \overline{c-a}\,k)[\omega_1\omega_2] = 0, \\ \qquad [(d\lambda - \lambda h\omega_2)\omega_1] = 0, \\ [dh\,\omega_1] + [dk\,\omega_2] + (h^2 + k^2 + ac - b^2)[\omega_1\omega_2] = 0, \\ \qquad [-dk\,\omega_1] + [dh\,\omega_2] = 0. \end{cases}$$

On constate que le système est en involution avec $s_1 = 5$; la solution générale dépend donc de *cinq fonctions arbitraires d'un argument.*

2. Nous allons montrer que *la détermination des surfaces en question se laisse ramener à l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du quatrième ordre, contenant dans ses coefficients une fonction arbitraire d'un argument.*

D'après la dernière équation (1), μ est facteur intégrant à la fois pour ω_1 et pour ω_2; on peut donc poser $dx = \mu\omega_1$, $dy = \mu\omega_2$, de sorte que $h = \mu'_y$, $k = -\mu'_x$. La quatrième relation (2) devient, dans ces conditions,

$$(3)\qquad \Delta_2(\log\mu) = \frac{ac - b^2}{\mu^2} \qquad \left(\Delta_2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right).$$

Appelant θ l'angle de Me_1 avec la première direction principale, et A la demi-différence des courbures principales, nous avons, par les formules d'Euler et d'Ossian Bonnet,

$$(4)\qquad a = H + A\cos 2\theta, \qquad b = -A\sin 2\theta, \qquad c = H - A\cos 2\theta.$$

Or, les deux premières relations quadratiques (2) donnent

$$-a_2 + b_1 + (a - c)h + 2bk = 0,$$
$$-b_2 + c_1 + 2bh + (c - a)k = 0,$$

ce qui, d'après (4), et compte tenu de $H_1 = \lambda$, $H_2 = 0$, $h = \mu_2/\mu$, $k = -\mu_1/\mu$, s'écrit

$$\left(\frac{A\sin 2\theta}{\mu^2}\right)_1 + \left(\frac{A\cos 2\theta}{\mu^2}\right)_2 = 0,$$
$$\left(\frac{A\cos 2\theta}{\mu^2}\right)_1 - \left(\frac{A\sin 2\theta}{\mu^2}\right)_2 = \frac{\lambda}{\mu^2}.$$

La première de ces relations montre qu'il existe une fonction $\psi(x, y)$ vérifiant

$$d\psi = \frac{2A\cos 2\theta}{\mu^2}\,dx - \frac{2A\sin 2\theta}{\mu^2}\,dy,$$

d'où

(5) $$\Delta_1\psi = \left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2 = \frac{4A^2}{\mu^4},$$

et la seconde, quand on pose $H = f(x)$, d'où $\lambda = \mu f'(x)$, que

(6) $$\Delta_2\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = \frac{2f'(x)}{\mu^2}.$$

La fonction ψ ainsi définie est celle dont nous parlions en débutant. En vertu de (5) et (6), μ et A s'expriment en fonction de $f(x)$ et de $\psi(x, y)$

$$\mu^2 = \frac{2f'(x)}{\Delta_2\psi}, \qquad A = f'(x)\frac{\sqrt{\Delta_1\psi}}{\Delta_2\psi},$$

et l'équation (3), qui traduit le théorème de Gauss, devient, puisque $ac - b^2 = H^2 - A^2$,

(7) $$\Delta_2 \log\frac{\Delta_2\psi}{f'(x)} = \frac{\Delta_1\psi}{\Delta_2\psi}f'(x) - \Delta_2\psi\frac{f^2(x)}{f'(x)};$$

c'est l'équation aux dérivées partielles en ψ que nous avions en vue. Son intégration introduira, d'après ce qui a été vu au n° 1, quatre fonctions arbitraires d'un argument, en plus de la fonction arbitraire $f(x)$ qui figure dans les coefficients. Si l'on posait $x = u + v$, $y = i(u - v)$, on obtiendrait, pour (7), l'expression qui figure dans ma Note antérieure.

Les lignes $\psi(x, y) = \text{const.}$ ont pour équation

$$\cos 2\theta\, dx - \sin 2\theta\, dy = 0,$$

ce qui prouve que les lignes de courbure bissectent les lignes $H = \text{const.}$ et $\psi = \text{const.}$

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Interprétation de l'influence d'un champ magnétique sur le frottement intérieur des corps ferromagnétiques.* Note (*) de M. **Christian Boulanger**, présentée par M. Pierre Chevenard.

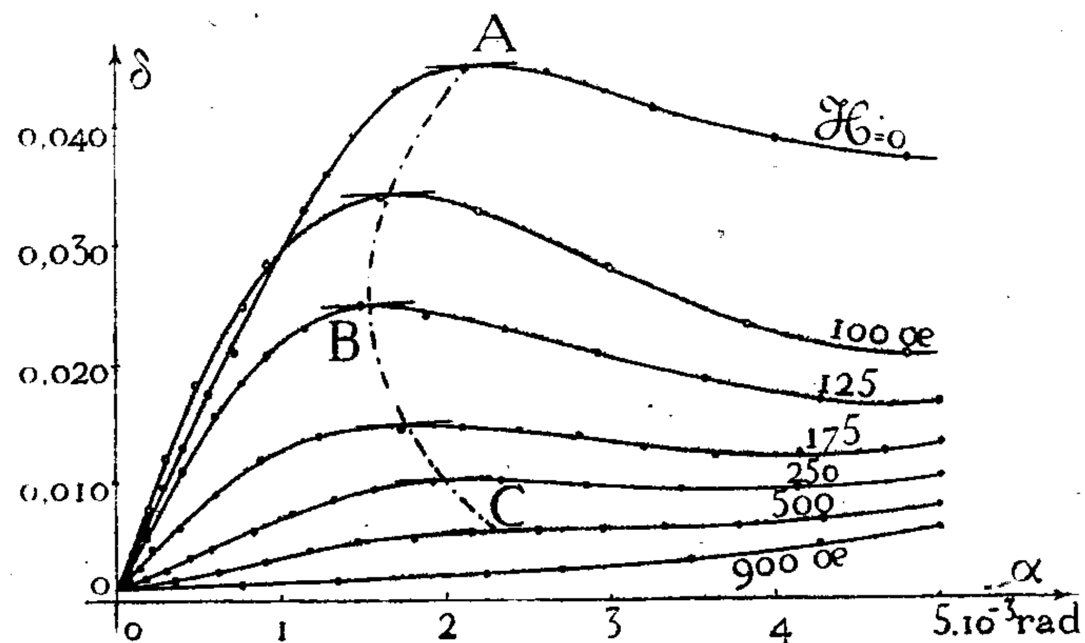
L'attention a déjà été attirée ([1]) sur le maximum très accusé de la courbe qui représente, en fonction de l'amplitude, le frottement intérieur d'un métal ou d'un alliage ferromagnétique et sur la disparition de cette singularité dans un champ magnétique capable de créer la saturation. J'ai entrepris d'étudier ce changement d'aspect pour divers métaux, aciers et alliages austénitiques, sous des champs de plus en plus intenses jusqu'à 1 000 œ : la figure, donnée à titre d'exemple, concerne un nickel commercialement pur. D'autres auteurs,

(*) Séance du 19 avril 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1286.

notamment M. Billot ([2]), ont déjà étudié le phénomène. Mais opérant sur des fils, c'est-à-dire sous faibles contraintes, ils n'ont pas atteint le maximum du décrément δ, facilement accessible au contraire avec le micropendule de Coulomb et les microéprouvettes en usage au laboratoire d'Imphy, où ces expériences ont été faites.

Extrapolées jusqu'à l'amplitude α nulle, toutes les courbes (δ, α) aboutissent à un même point. Lorsque le champ s'élève, leur pente à l'origine s'accroît d'abord, puis décroît et tend vers zéro. L'ordonnée du maximum diminue constamment, tandis que l'abscisse se déplace vers la gauche, puis vers la droite (courbe ABC). *Tous ces phénomènes me semblent s'interpréter dans le détail par la théorie des domaines de P. Weiss.*



Comme l'ont établi plusieurs auteurs ([3]), une déformation élastique détermine à la fois un déplacement et une rotation de ces domaines, c'est-à-dire agit comme un champ magnétique : d'où analogie entre l'hystérésis magnétique et l'hystérisis mécanique d'origine ferromagnétique. La perte d'énergie par cycle mécanique étant le produit du décrément δ, fonction linéaire de l'amplitude α au voisinage de l'origine, par l'énergie potentielle sensiblement proportionnelle à α^2, se trouve être quasi proportionnelle à α^3, suivant une loi analogue à celle de L. Rayleigh. Puis elle tend vers une limite comme l'hystérésis magnétique. Superposer un champ magnétique aux oscillations mécaniques, c'est ne plus se placer à l'origine de la courbe *aimantation-champ* pour une amplitude nulle; c'est aussi réduire le nombre de déplacements possibles des parois qui limitent les domaines de P. Weiss; c'est donc amoindrir les effets du ferromagnétisme sur l'amortissement.

Pour des champs faibles, n'excédant pas la validité de la loi de L. Rayleigh, la courbe (δ, α) sera peu changée. Cependant, le δ maximum sera plus faible

([2]) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 453.
([3]) F. Bitter, *Introduction to ferromagnétism*, 1937.

et sera atteint pour une moindre contrainte : d'où orientation vers la gauche du tronçon AB de la courbe ABC.

Si l'on fait croître le champ, aussitôt dépassée la validité de la loi de L. Rayleigh, les cycles d'hystérésis magnétique sont plus enflés pour une même variation de champ. Par analogie, les cycles mécaniques doivent être plus enflés pour une même variation de contrainte, de telle sorte que la pente à l'origine de la courbe (δ, α) va croître : la courbe 100 œ part, en effet, au-dessus de la courbe $\mathcal{H} = 0$. Le maximum de δ sera moins élevé; il sera déplacé vers la gauche, d'une part, à cause du moindre déplacement des parois, d'autre part, parce que l'amplitude α nulle est décalée par rapport au centre du cycle magnétique.

Pour des champs plus intenses encore, où les domaines subissent la rotation réversible, la pente à l'origine de la courbe (δ, α) va diminuer et le maximum sera reporté vers les α croissants : d'où orientation vers la droite du tronçon BC de la courbe ABC.

A saturation enfin, les parois des domaines de P. Weiss ne sont plus susceptibles de déplacements et la courbe (δ,α) devient celle d'un métal non ferromagnétique.

Si le métal est très légèrement écroui, les courbes (δ, α) cessent d'avoir un point commun sous amplitude nulle, puisque celle-ci ne correspond plus à des tensions nulles. Un écrouissage énergique, en bloquant tout déplacement des parois, supprime complètement l'hystérésis mécanique d'origine ferromagnétique.

Les phénomènes décrits sont ceux qu'on observe sur les corps magnétiquement doux. S'il existe une hystérésis tournante notable, comme dans les aciers trempés, le décrément sous amplitude nulle n'est plus indépendant du champ magnétique, mais croît avec lui au moins jusqu'à 1000 œ.

HYDRAULIQUE. — *Sur les changements de régime dans les canalisations. Étude expérimentale de la dispersion parallèle.* Note (*) de M. **Louis A. Sackmann**, présentée par M. Henri Villat.

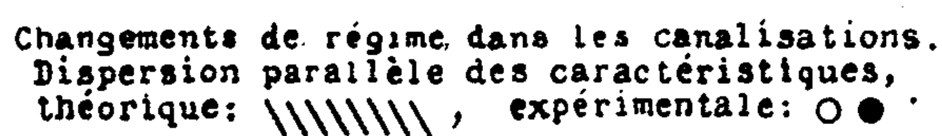
Rappel des résultats théoriques. — Nous avons soumis le phénomène de transition dans les tubes à une étude sélective, en retenant, grâce à des mesures instantanées, les caractéristiques extrêmes des régimes alternants. On aboutit ainsi au dédoublement du point représentatif unique de la perte de charge moyenne, relatif au débit d'écoulement.

L'expérience a révélé, par la représentation graphique des pertes de charge, que les points doubles ainsi définis se situent respectivement sur les courbes classiques de Poiseuille ou de Blasius : les régimes participants extrêmes sont donc soit laminaire, soit turbulent.

(*) Séance du 19 avril 1948.

Des recherches théoriques récentes [1], sur la dispersion géométriques de ces doublets, ont enfin montré que ces derniers, dans tout le domaine de la transition, prennent un *alignement pratiquement parallèle*, calculable en fonction des paramètres physiques et géométriques du problème. Nous nous proposons de soumettre ce résultat à une vérification expérimentale.

Notations principales. — On étudie et l'on représente le phénomène dans le



Changements de régime dans les canalisations. Dispersion parallèle des caractéristiques, théorique: \\\\\\\\ , expérimentale: ○ ●.

plan des *vitesses*. *Pertes de charges linéaires*, en partant de la perte de charge totale, à laquelle on fait subir la correction de force vive.

Soient : U_L, U_T les vitesses instantanées extrêmes,

ΔP la perte de charge totale,

$\Delta p'$ la correction de force vive,

Δl la longueur de la canalisation,

$\left(\frac{\Delta p}{\Delta l}\right)_L$, $\left(\frac{\Delta p}{\Delta l}\right)_T$ les pertes de charges linéaires corrigées,

---

(1) L. A. Sackmann, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 793.

$\operatorname{tg}\alpha$ la pente des doublets de la représentation graphique : on a trouvé

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\left(\frac{\Delta p}{\Delta l}\right)_T - \left(\frac{\Delta p}{\Delta l}\right)_L}{U_T - U_L} = \varphi\left(\frac{\Delta P}{\Delta l}\right).$$

Vérification expérimentale. — *a. Les données expérimentales* sont tirées d'un travail exécuté avec Codaccioni à l'Institut de Mécanique des Fluides de Marseille ([2]). Le dispositif, perfectionné, dérivait de celui de Reynolds.

Les mesures comprenaient huit charges différentes, réparties le long de la transition, et pour lesquelles nous avions déterminé les vitesses extrêmes. On calcule ensuite les pertes de charge corrigées correspondantes.

Les points expérimentaux doubles : ○ (laminaire) et ◍ (turbulent), sont représentés dans la figure ci-contre, avec les courbes continues pour les régimes nettement établis de Poiseuille et de Blasius.

b. Les doublets théoriques correspondants, calculés d'après ce qui précède, sont figurés par des segments transversaux //////// reliant les deux courbes. La figure est enfin complétée par la courbe représentative de la fonction φ, dont les valeurs numériques ont été calculées antérieurement ([1]).

Résultats. — On peut dégager actuellement les résultats suivants :

1° *Les points expérimentaux*, tout en s'intégrant respectivement aux courbes des régimes *laminaire* et *turbulent*, coïncident avec les pôles des doublets théoriques, aux erreurs de mesure près. Pour les expériences ① et ⑧, effectuées aux frontières du domaine de la transition, seuls les régimes limites subsistaient; il n'y a donc pas de dédoublement.

2° *Les doublets de la scission*, résultat de l'alternance des régimes, se dispersent parallèlement dans le domaine de transition, comme le réclame la variation extrêmement lente de la fonction φ.

Conclusions. — L'étude des caractéristiques moyennes de l'écoulement, déduites des mesures de débit, semble être sous la domination de la loi de dispersion.

ASTROPHYSIQUE. — *Le groupe* 4050 Å *dans le spectre des noyaux des comètes* 1946 *a* et 1946 *b*. Note (*) de MM. Tcheng Mao-Lin et Charles Fehrenbach, présentée par M. Bernard Lyot.

Swings ([1]) a montré que le groupe de radiations 4050 Å du spectre des noyaux cométaires paraissait identique à celui de la molécule CH_2 obtenu au

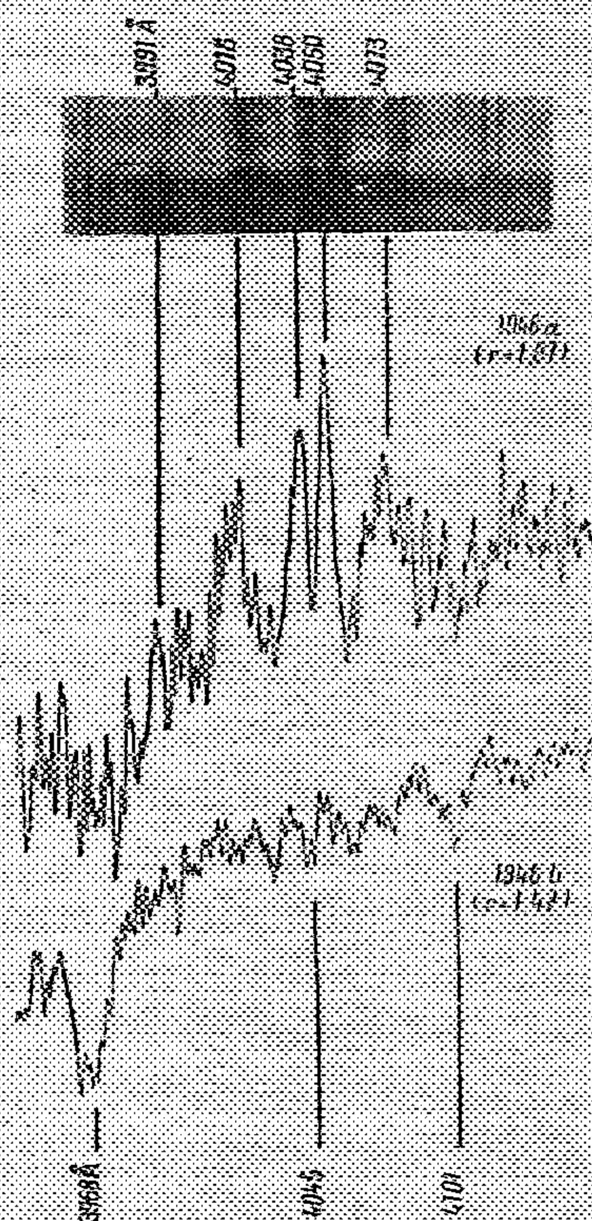
([2]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1326.

(*) Séance du 19 avril 1948.

([1]) *Monthly Notices of R. A. S.*, 2, 1943, p. 86.

laboratoire par Herzberg (²). Depuis, Mme Herman (³) a excité, par une méthode toute différente, le spectre de la même molécule et a mesuré les longueurs d'onde des radiations émise. La comparaison avec les longueurs d'onde des comètes 1940 *c* (Swings, Elvey et Babcock) et 1942 *g* (Dufay et Tcheng Mao-Lin) a confirmé l'attribution à CH_2 du groupe 4050 Å.

Nous avons étudié spécialement ce groupe dans les comètes 1946 *a* et 1946 *b*, au moyen du spectrographe à fente à un prisme de flint monté sur le télescope de 120^cm de l'Observatoire de Haute-Provence. Un cliché de la comète 1946 *a* a été obtenu avec 11 heures de pose, au cours de 3 nuits et 3 clichés de la



comète 1946 *b*, avec des poses de 3 heures 30 à 6 heures. Nous donnons, dans le Tableau ci-contre, les longueurs d'onde mesurées de 4078 à 4140 Å. Pour la comète 1946 *b*, on a pris la moyenne des mesures faites sur les deux meilleurs clichés. Les radiations trouvées sur un seul d'entre eux figurent entre parenthèses. L'accord avec les déterminations du laboratoire est satisfaisant dans l'ensemble, sauf au voisinage de la forte raie d'absorption H_δ. Les spectres de ces deux comètes sont en effet caractérisés par un fond continu intense et la présence de nombreuses raies d'absorption solaires qui rendent plus difficile et moins sûre la mesure des bandes d'émission.

(²) *Rev. Mod. Phys.*, 14, 1942, p. 195.
(³) *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 281.

Laboratoire (Herman).	Comètes 1946*a*.	Comètes 1946*b*.
3 979,7.....	3 978,4 (1,7)	[3 980,0 (1,6)]
3 983,3.....		[3 983,5 (0,8)]
(3 985,1)		
3 987,3.....	3 987,1 (1,8)	
	3 988,6 (2,2)	[3 989,8 (1,5)]
3 990,8.....	3 990,4 (1,6)	
		[3 993,2 (1,6)]
3 994,5.....	3 994,1 (1,2)	
	3 995,8 (1,5)	3 995,8 (1,2)
(3 997,1)....		
(3 998,1)....	3 998,6 (1,8)	[3 998,3 (1,0)]
4 000,6		
(4 001,8)....		4 002,2 (1,4)
(4 007,5)....	4 007,5 (0,9)	
	4 009,2 (2,0)	
4 012,9.....	4 012,0 (2,0)	4 012,2 (1,6)
	4 014,1 (2,6)	4 014,7 (1,3)
4 015,8		
4 018,4.....	4 018,0 (3,1)	4 018,4 (1,6)
(4 020,3)....		[4 020,8 (1,4)]
(4 021,9)		
	4 023,8 (1,4)	
(4 026,6)....		[4 025,9 (1,6)]
4 033,0		
	4 035,4 (1,7)	
	4 037,4 (2,7)	
4 038,3.....	4 039,4 (3,8)	4 038,6 (1,4)
(4 042,5)....		4 043,0 (0,9)
4 043,9		
(4 046,7)....		[4 047,7 (1,0)]
4 050,0.....	4 048,9 (5,3)	4 049,5 (1,2)

Laboratoire (Herman).	Comètes 1946*a*.	Comètes 1946*b*.
4 052,2.....		4 052,2 (1,0)
(4 054,9)		
(4 056,2)		
4 062,6		
(4 063,2).....	4 063,7 (1,8)	
(4 067,1)		
		4 068,8 (0,8)
(4 070,1)....	4 070,3 (2,9)	
4 072,3.....	4 072,6 (2,7)	
4 075,0.....		4 074,3 (0,9)
	4 076,9 (1,7)	
4 084,2.....		[4 083,8 (0,7)]
	4 087,7 (1,6)	4 086,0 (1,2)
(4 089,1)		
(4 090,7)....		4 090,7 (1,1)
	4 094,7 (1,1)	
4 098,5.....		[4 097,5 (0,8)]
4 101,5		
(4 102,0)....	Absorption Hδ	
(4 103,1)		
4 105,1		
4 107,7.....	4 106,3 (1,2)	
		[4 110,0 (1,4)]
		4 115,1 (1,4)
	4 118,3 (1,2)	[4 117,8 (0,8)]
	4 122,7 (1,2)	[4 122,9 (1,4)]
	4 125,5 (1,6)	
		4 127,0 (0,9)
	4 136,4 (0,9)	[4 136,8 (1,1)]
	4 138,8 (1,2)	4 140,0 (0,8)
		[4 142,5 (0,5)]

Les enregistrements microphotométriques reproduits ci-contre montrent le groupe 4050 Å beaucoup plus intense dans la comète, 1946 *a* éloignée du Soleil (r = 1,42 U.A.) que dans la comète 1946 *b* plus proche (r = 1,41 U.A.), comme on doit s'y attendre s'il appartient à la molécule triatomique CH_2. Un agrandissement d'un cliché de Mme Herman, reproduit à la même échelle, permet également de constater la coïncidence des principales bandes d'émission.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur le nombre de signaux discernables en présence du bruit erratique dans un système de transmission à bande passante limitée.* Note de M. **Jacques Laplume**.

Soit un signal $s(t)$ de durée T, défini par sa densité spectrale d'énergie $S(f)$. Ce signal peut être transmis sans distorsion exagérée à travers un circuit de bande passante W pourvu que la quasi-totalité de l'énergie soit comprise dans la bande $0 \leqq f \leqq W$. Le bruit erratique, de densité spectrale $\beta(f) = \text{const.}$, a pour effet d'introduire dans la mesure de la composante $S(f)$ une incertitude $\Delta S(f) = \beta$. D'autre part, si l'on imagine que le spectre est analysé au moyen de $n = W/\Delta f$ circuits de bande passante Δf accordés sur les différentes régions du spectre, la bande Δf de ces circuits doit être de l'ordre de grandeur de $1/T$ au plus afin que la durée d'établissement du régime permanent dans ces circuits soit au plus égale à T. Dans le plan S, f, la zone d'incertitude de localisation d'un point figuratif est donc un rectangle de base Δf et de hauteur β. L'aire limitée par l'enveloppe du spectre peut contenir $N = \frac{\int S\,df}{\beta\,\Delta f}$ rectangle d'incertitude. L'intégrale du numérateur représente la puissance moyenne P du signal. Si b désigne la puissance de bruit, $b = \beta W$, de sorte que

$$N = \frac{P}{b} n = \frac{P}{b} TW.$$

On obtiendra tous les spectres discernables à la réception en répartissant ces N rectangles d'incertitude sur la plage W, c'est-à-dire entre n colonnes verticales, les rectangles d'incertitude étant naturellement indiscernables. Cette répartition peut être faite de $M = (N + n - 1)!/N!\,(n-1)!$ manières différentes, chacune d'elles définissant un spectre, et par conséquent un signal, discernables.

On peut encore mettre M sous la forme

$$(1) \qquad M = \frac{1}{NB(N, n)} = \frac{1}{\frac{P}{b} TWB\left(\frac{P}{b} TW, TW\right)},$$

B étant la fonction eulérienne de seconde espèce.

Si N et n sont suffisamment grands, on peut former une expression approchée de $\log M$ en utilisant la formule de Stirling limitée aux termes prépondérants. On trouve ainsi

$$(2) \qquad \log M \# N \log \frac{N+n}{N} + n \log \frac{N+n}{n}.$$

Si, de plus, $N \gg n$,

$$(3) \qquad \log M \# n \log \frac{N}{n} = TW \log \frac{P}{b}.$$

Considérons maintenant le cas où le signal $s(t)$ est utilisé pour transmettre à distance un certain nombre d'indications devant permettre la reconstitution d'un signal originel $u(t)$.

L'opération qui effectue le passage de $u(t)$ à $s(t)$, et réciproquement, définit un type de modulation, en prenant ce terme dans son sens le plus général. Cette transformation est supposée biunivoque.

Le signal $u(t)$ pourra être reconstitué si l'on connaît les valeurs de u à des instants régulièrement espacés de Δt, la fidélité de reproduction étant d'autant meilleure que Δt est plus petit. La durée θ du signal originel comprend $r = \theta/\Delta t$ intervalles Δt.

Soit a l'amplitude maximum de $u(t)$, et soit Δa la précision sur l'évaluation de u. Deux signaux $u(t)$ seront discernables s'ils diffèrent de Δa au moins pendant l'un des intervalles Δt. Dans chacun de ces intervalles, le signal peut avoir l'une quelconque des amplitudes discernables $0, \Delta a, 2\Delta a, \ldots, q\Delta a$, avec $q = (a/\Delta a)$.

Ces amplitudes discernables sont au nombre de $q+1$. Le nombre total des signaux discernables est donc

$$M = (q+1)^r,$$

d'où

$$\log M = r \log(q+1). \tag{4}$$

Dans le cas où $N \gg n \gg 1$, on obtient, par comparaison avec (3),

$$\frac{r}{T} = W \frac{\log \frac{P}{b}}{\log(q+1)}. \tag{5}$$

Le facteur r/T mesure la *définition* du signal $u(t)$ au sens que les spécialistes de la télévision attachent à ce terme.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Rayon classique de l'électron et déplacement du niveau* 2S *de l'atome d'hydrogène*. Note (*) de M. **Piero Caldirola.**

Récemment Lamb et Retherford [1] ont démontré que le niveau $2S_{1/2}$ de l'atome d'hydrogène est déplacé relativement au niveau $2P_{1/2}$ d'une quantité $\Delta\nu = 0{,}03\ \text{cm}^{-1}$. L'existence d'un tel déplacement a été déjà suggérée, il y a quelques années, par Pasternack [2] dans l'essai d'expliquer les résultats expérimentaux de Houston et de Wiliams [3] relatifs à la structure fine de la

(*) Séance du 12 avril 1948.

(1) *Phys. Rev.*, 72, 1947, p. 241.

(2) *Phys. Rev.*, 54, 1938, p. 113.

(3) W. V. Houston, *Phys. Rev.*, 51, 1937, p. 446; R. C. Williams, *Phys. Rev.*, 54, 1938, p. 558; les résultats de ces Auteurs ont été confirmés par L. Giulotto, *La Ricerca Scientifica*, 17, 1947, p. 209.

raie H_α. On sait d'ailleurs que la théorie de Dirac, appliquée au problème d'un électron soumis à l'action du champ coulombien produit par son interaction avec le proton, prévoit la coïncidence des niveaux $2S_{1/2}$ et $2P_{1/2}$. Pour expliquer le déplacement du niveau $2S_{1/2}$, quelques auteurs ([4]) ont admis que, à des distances très petites, l'interaction proton-électron cessait d'être coulombienne. Sommerfeld ([5]) a discuté à fond cette possibilité en démontrant que des résultats en accord avec l'expérience peuvent être obtenus seulement en admettant que le champ cesse d'être coulombien à des distances

$$r \leqq R \approx 13,7\, r_0,$$

$r_0 = e^2/m_0c^2$ étant le *rayon classique* de l'électron. Le rayon critique R, trouvé par Sommerfeld, est trop grand pour être acceptable si l'on suppose que l'interaction de nature non coulombienne est d'origine nucléaire. D'ailleurs une explication plausible du déplacement du niveau 2 S a été récemment proposée par Bethe ([6]) qui le suppose dû à l'interaction de l'électron avec le champ électromagnétique de radiation. Nous désirons faire remarquer qu'il n'y a aucune différence substantielle parmi les résultats qu'on obtient dans une théorie phénoménologique dans laquelle on admet qu'à petites distances entre l'électron et le proton le champ cesse d'être coulombien et les résultats de Bethe, à condition qu'on examine avec soin le sens qu'il faut attribuer au concept de rayon classique de l'électron. On sait que dans la théorie classique des phénomènes électromagnétiques, l'on suppose l'électron possédant une distribution rigide de charge électrique à l'intérieur d'une sphère de rayon r_0; on détermine ce rayon en écrivant la condition

$$\frac{e^2}{r_0} \approx m_0c^2,$$

qui exprime que l'énergie électrostatique de l'électron est, comme ordre de grandeur, égale à toute son énergie propre. On en tire la valeur du rayon classique de l'électron

$$r_0 \approx \frac{e^2}{m_0c^2} = 2,8.10^{-13}\,\text{cm}.$$

Mais si l'on tient compte que l'électron possède aussi un moment magnétique, on doit, en suivant une observation due à Born et Schrœdinger ([7]), lui attribuer un rayon classique sensiblement supérieur de r_0. En effet, en supposant le moment magnétique distribué sur une sphère de rayon r', on pourra écrire la

---

([4]) E. C. KEMBLE et R. D. PRESENT, *Phys. Rev.*, **44**, 1932, p. 1031; H. FRŒHLICH, W. HEITLER et B. KAHN, *Proc. Roy. Soc.*, A **171**, 1939, p. 269; B. KAHN, *Physica*, 8, 1941, p. 58.

([5]) *Zeits. f. Phys.*, **118**, 1941, p. 295.

([6]) *Phys. Rev.*, **72**, 1947, p. 339.

([7]) *Nature*, **135**, 1935, p. 342; *cf.* G. PETIAU, *La Revue scientifique*, **85**, 1947, p. 917.

relation

$$\frac{1}{2}\frac{\mu_0^2}{r'^3} \leq m_0 c^2,$$

d'où [posant $\mu_0 = (eh/4\pi m_0 c^2)$ et $\alpha = (hc/2\pi e^2) = (1/137)$] on tire

$$r' \geq \left(\frac{\mu_0^2}{2 m_0 c^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{r_0}{2\alpha^{\frac{2}{3}}} \approx 13,6 r_0.$$

Puisque r' est sensiblement supérieur à r_0, l'énergie électrostatique d'un électron sphérique de rayon r' se trouve être une petite fraction de celle magnétique liée au moment μ_0 et peut être négligée dans l'évaluation du rayon classique de l'électron, qui pourra donc être supposé égal à $r' \approx 13,6\, r_0$. On voit pourtant qu'il y a une coïncidence parfaite entre la valeur du rayon classique de l'électron, calculée en considérant l'existence du moment magnétique, et la distance critique R à laquelle on doit supposer que les forces entre l'électron et le proton ne suivent plus la loi de Coulomb. Dans la théorie relativiste et dans celle quantique, où l'électron est considéré comme rigoureusement ponctuel, la notion de rayon de l'électron intervient pour définir un domaine dimensionnel autour de l'électron où les lois de Maxwell ne s'appliquent plus. Dans ce domaine, on devra remplacer les forces coulombiennes avec des forces d'autre type; comme il a été démontré par Sommerfeld, l'allure effective des forces pour $r \leq r'$ n'est pas trop sensible dans le calcul du déplacement du niveau 2S. De cela résulte évident le lien entre la notion du rayon classique de l'électron et les considérations de Bethe.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Application aux mélanges de la théorie du transfert des grandeurs aléatoires.* Note de M. **Jean Bass**.

Dans des Notes antérieures [1] j'ai étudié la théorie du transfert des grandeurs aléatoires, et j'ai montré qu'elle s'applique formellement à la mécanique quantique, quoique la signification physique des grandeurs introduites reste parfois peu nette. Je m'étais alors borné aux cas purs. Je me propose d'étudier ici le cas des *mélanges*. On sait qu'un mélange est défini par un opérateur statistique intégral ayant un noyau $S(x_k, y_k, t)$, dont les propriétés sont bien connues. La moyenne d'une grandeur correspondant à un opérateur A est

$$\overline{A} = \int \lim_{y_k = x_k} AS(x_k, y_k, t)\, dx, \qquad dx = dx_1 dx_2 dx_3.$$

On retrouve les formules des cas purs si $S(x_k, y_k, t) = \psi(x_k, t)\psi^*(y_k, t)$.

Si A et B sont deux opérateurs tels que $BA - AB = im$, (m nombre réel),

(1) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 46 et 226, 1948, p. 1120.

j'ai démontré ([1]) que $e^{A+B} = e^{i\frac{m}{2}+A} e^{B}$. Il en résulte qu'on peut attacher au système de variables aléatoires position-impulsion une fonction caractéristique

$$\varphi(\lambda_k, \mu_k, t) = \int e^{i\Sigma\lambda_k x_k} S\left(x_k - \frac{\mu_k h}{2}, x_k + \frac{\mu_k h}{2}, t\right) dx,$$

et une densité de probabilité

$$f(x_k, u_k, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-i\Sigma\mu_k u_k} S\left(x_k - \frac{\mu_k h}{2}, x_k + \frac{\mu_k h}{2}, t\right) d\mu.$$

On retrouve ainsi un résultat démontré par une autre méthode par Wigner et J. Yvon ([2]). Bien entendu, f n'est pas une véritable densité de probabilité, et peut prendre des valeurs négatives. Ce n'est qu'un utile intermédiaire de calcul, qui contient cependant les lois de probabilité correctes de tous les systèmes de trois variables prélevées parmi les six variables X_1, X_2, X_3, U_1, U_2, U_3 et ayant des indices différents.

Nous supposerons que les fonctions φ et S sont déterminées à l'instant t en fonction de leurs valeurs pour $t = 0$. Moyennant certaines hypothèses générales, on démontre les résultats suivants :

1° Pour que la théorie du transfert s'applique à la loi de probabilité f, il est nécessaire que S vérifie une équation aux dérivées partielles de la forme

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{h}{2i} \sum_k \left(\frac{\partial^2 S}{\partial y_k^2} - \frac{\partial^2 S}{\partial x_k^2}\right) = a(x_k, y_k, t)\, S, \tag{1}$$

où a est une fonction donnée.

2° Pour que cette équation convienne en particulier aux cas purs, il faut que a soit de la forme $b(y_k, t) - b(x_k, t)$.

3°

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \sum_k \lambda_k \frac{\partial \varphi}{\partial \mu_k} = a\left(\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial \lambda_k} - \frac{h}{2}\mu_k, \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial \lambda_k} + \frac{h}{2}\mu_k, t\right)\varphi, \tag{2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_k u_k \frac{\partial f}{\partial x_k} = a\left(x_k + \frac{h}{2i}\frac{\partial}{\partial u_k}, x_k - \frac{h}{2i}\frac{\partial}{\partial u_k}, t\right) f. \tag{3}$$

4° On peut faire correspondre au mélange un fluide classique, qui est soumis au potentiel $V(x_k, t) = ihb(x_k, t)$, ce qui définit la fonction a.

Cas particulier et exemple. — Dans un cas pur, (1) se réduit à l'équation de Schrœdinger. Dans ce cas, le fluide de probabilité est irrotationnel. En général, il est rotationnel. Ce fluide constitue une approximation, très incomplète, du corpuscule quantique. Pour le corpuscule libre et l'oscillateur harmonique, les équations (2) et (3) sont les mêmes en mécanique quantique et en mécanique aléatoire classique. Le fluide de probabilité réalise la même image des deux corpuscules. Mais des différences fondamentales apparaissent si l'on dépasse

---

([1]) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 347.

cette approximation. En particulier l'énergie du point aléatoire est une fonction de la position et de l'impulsion, alors que celle du corpuscule quantique est une variable aléatoire distincte.

Pour l'oscillateur à une dimension, (2) devient (avec des unités réduites)

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \lambda\frac{\partial\varphi}{\partial\mu} + \mu\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda} = 0.$$

Cette équation aux dérivées partielles a pour solution générale

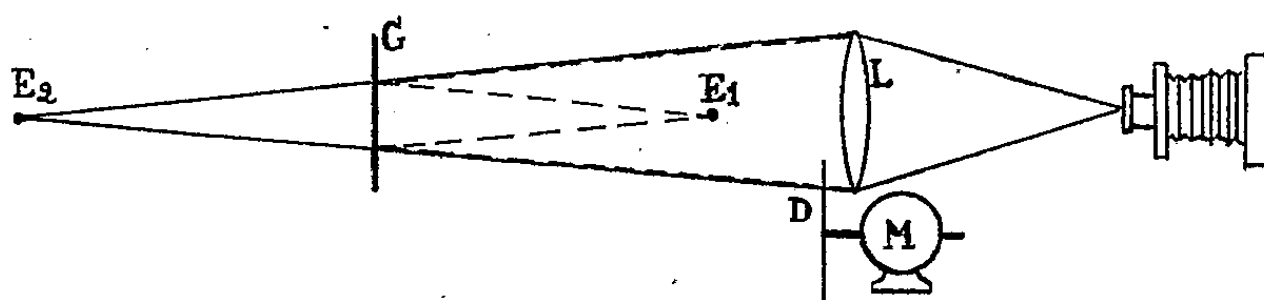
$$\varphi(\lambda, \mu, t) = \varphi_0(\lambda\cos t - \mu\sin t, \lambda\sin t + \mu\cos t).$$

On retrouve très simplement un résultat déjà donné par B. d'Espagnat ([3]) à partir d'autres considérations.

CHRONOMÉTRIE. — *La mesure de très petits intervalles de temps entre deux étincelles.* Note(*) de M. **Lucien Bull**, présentée par M. Joseph Pérès.

Dans une Note précédente ([1]) nous avons indiqué un dispositif permettant de photographier l'onde de choc dès le début de sa formation. Mais pour compléter l'étude du phénomène, il est indispensable de connaître l'intervalle de temps qui sépare les deux étincelles, celle qui donne naissance à l'onde et celle qui, un instant plus tard, en fournit l'image. La mesure de cette très courte période peut être faite soit avec l'oscillographe cathodique, soit optiquement au moyen d'un miroir tournant. Il est possible cependant et plus simple d'inscrire directement l'indication du temps sur la photographie même du phénomène en faisant donner par chacune des étincelles, l'image d'un mobile qui se déplace rapidement à une vitesse connue dans le champ photographique. La mesure sur le cliché de l'écart entre les deux positions de ce mobile permet de déterminer l'intervalle de temps cherché.

Technique. — Sur l'axe d'un moteur M (*fig.* 1) pouvant tourner à très grande vitesse (130 tours par seconde), est monté un disque transparent D de $0^m,25$ environ de diamètre,



dont le bord est divisé par une série de traits fins. Ce bord empiète légèrement sur le champ photographique L, de sorte qu'au moment de l'expérience l'étincelle E2 qui donne

([3]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1058.

(*) Séance du 19 avril 1948.

([1]) L. Bull, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 405.

la photographie de l'onde, donne en même temps une position des repères tracés sur le bord du disque. Mais l'emplacement de l'étincelle E 1, celle qui engendre l'onde, ne lui permet pas de donner directement une image du disque tournant. Pour y arriver, on place à mi-chemin entre les deux étincelles et normalement à l'axe optique, une glace transparente G à faces parallèles. Cette glace laisse librement passer le faisceau lumineux provenant de E 2; elle reçoit en même temps de la lumière venant en sens inverse (en pointillé sur la figure) de E 1 dont elle renvoie une fraction qui suit alors identiquement le même trajet que le faisceau direct de E 2 et qui donne ainsi l'autre image nécessaire à la mesure de l'intervalle de temps cherché.

Ce dispositif donne toute satisfaction. Avec la vitesse périphérique du disque de 100^{m} à la seconde, le déplacement des traits de repère atteint 1^{mm} pour 10 microsecondes. Même avec une réduction photographique de 1:2, il est facile avec une loupe d'évaluer sur le cliché des intervalles jusqu'à 2 microsecondes et, à l'extrême rigueur, une seule.

Toutefois il n'est guère possible ainsi de descendre au-dessous de cette limite qui correspond d'ailleurs à peu de chose près au retard le plus faible que l'on puisse, avec notre installation, établir entre l'éclatement des deux étincelles, Mais par l'emploi d'un principe tout différent et très simple également, il devient possible non seulement de photographier le phénomène en question avec un retard aussi faible que l'on désire, mais encore de connaître avec une précision parfaite la valeur de ce retard. Ce principe, basé sur la vitesse très exactement connue de la lumière, consiste à photographier le phénomène avec la même étincelle qui l'a engendré après avoir fait parcourir aux rayons lumineux un chemin correspondant au retard voulu. Un miroir argenté situé à 15^{m} dans une direction quelconque de l'étincelle E 1, renvoie la lumière de celle-ci sur un second miroir convenablement orienté dans l'axe optique de l'installation photographique avec un retard de 30×3.10^{-8} sec, c'est-à-dire 1/10 de microseconde.

Nous avons utilisé ce procédé qui donne d'excellents résultats, et dont le seul défaut est de ne pas se prêter commodément à la réalisation de retards plus considérables. On peut, en outre, avec plusieurs miroirs situés à des distances appropriées, obtenir sans difficulté et avec une seule et même étincelle, une série d'images séparées par des intervalles de temps de même ordre, c'est-à-dire à une fréquence de plusieurs millions par seconde.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les pertes diélectriques.*

Note (*) de M. **Jean Granier**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les pertes diélectriques sont variables avec la fréquence, et la théorie classique de Debye fournit, pour la composante wattée ε'' de la constante diélectrique, une expression de la forme

$$\varepsilon'' = A \frac{\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2},$$

(*) Séance du 19 avril 1948.

dans laquelle ω représente la pulsation et τ le temps de relaxation des dipôles contenus dans la molécule. En faisant apparaître la *qualité* $q = 1/\varepsilon''$ du diélectrique et, en posant $\tau\omega = x$, la formule précédente devient

$$q = B\left(x + \frac{1}{x}\right),$$

et sa représentation graphique fournit une courbe présentant un minimum pour $\omega = 1/\tau$.

De nombreux essais ([1]) ont montré que cette formule n'est que bien rarement vérifiée par l'expérience : pour la plupart des isolants, le minimum est beaucoup moins brutal qu'il ne devrait l'être, et même, dans certains cas, il disparaît complètement. Cela provient du fait qu'il n'existe pas dans les corps étudiés un temps de relaxation bien défini, le même pour toutes les molécules comme le supposait la théorie élémentaire, mais au contraire un grand nombre de temps de relaxation, variables d'un point à l'autre du diélectrique suivant l'importance des associations moléculaires locales.

Nous nous proposons de montrer expérimentalement que, pour représenter convenablement les phénomènes, il suffit, dans la formule précédente, de remplacer x par x^n, n étant un nombre constant compris entre 0 et 1, et τ désignant alors l'inverse de la pulsation pour laquelle q passe un minimum. La valeur de l'exposant n permet, d'ailleurs, une mesure de la liberté moléculaire; une valeur voisine de zéro correspond à des associations moléculaires très importantes, tandis que pour $n = 1$ on retombe sur la formule de Debye valable pour des molécules indépendantes.

Voici, par exemple, un tableau permettant d'apprécier la validité de la formule proposée. Les résultats expérimentaux relatifs à la glycérine ont été extraits du mémoire de Yäger; les autres ont été obtenus dans notre laboratoire par la méthode classique du pont de Schering.

Glycérine à $-43^\circ \left(B = 0,238,\quad \tau = \frac{1}{75\,475},\quad n = 0,75\right)$.

x.	q mesuré.	q calculé par notre formule.	q calculé par la formule primitive de Debye.
0,256	0,0757	0,0748	0,099
0,854	0,0481	0,0480	0,0488
2,56	0,062	0,060	0,0702
8,54	0,123	0,123	0,206

Résine phénolique $\left(B = 0,68,\quad \tau = \frac{1}{450},\quad n = 0,36\right)$,

---

([1]) WAGNER, *Annalen der Physik*, 1914; FUOSS, *Journal of chemical Physics*, 1941.

x.	q mesuré.	q (notre formule).	q (Debye).
0,320	1,46	1,47	2,33
1,04	1,36	1,36	1,36
3,40	1,50	1,49	2,51
9,52	1,80	1,93	6,54

On voit que la formule proposée fournit une approximation suffisante ; en outre, la valeur de n est nettement plus faible pour la glycérine que pour la résine phénolique, produit fortement polymérisé dont les molécules possèdent des dimensions très variables.

Lorsque la valeur du coefficient τ est considérable, le minimum de q se produit pour des fréquences très basses, nettement inférieures à celles que l'on utilise couramment dans les laboratoires. La formule proposée se simplifie alors et, pour ces dernières fréquences, peut se mettre sous la forme $q = \mathrm{B} f^n$; c'est ce que montre en particulier le tableau suivant relatif à un échantillon de papier paraffiné ($q = 2{,}51 f^{0{,}24}$) :

f.	q mesuré.	q calculé.
25	2,15	2,165
50	2,55	2,557
924	5,20	5,15
100600	14,5	15,8

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Structure d'une onde de vitesse de phase c.* Note de M. **Anatole Abragam**.

On sait, en chargeant un guide par une structure appropriée, donner à la vitesse de phase, des ondes s'y propageant, des valeurs inférieures à c. Une étude dynamique montre que seules des ondes de vitesse égale à c ou très voisine peuvent communiquer de grandes énergies à un électron dans un accélérateur ordinaire.

Si l'on fait abstraction des conditions aux limites et si l'on ne considère que les équations aux dérivées partielles de Maxwell, il n'y a pas de différence essentielle entre les ondes de vitesse inférieure ou supérieure à c.

Dans les deux cas une onde pourra être constituée par une combinaison arbitraire à coefficients constants d'ondes transverses magnétiques (TM) et transverses électriques (TE).

Il n'en est pas ainsi en général dans le cas d'une onde de vitesse c.

Notations employées. — Nous considérons des ondes se propageant suivant l'axe des z

$$\vec{\mathrm{E}} = \vec{\mathcal{E}} e^{i\omega\left(t-\frac{z}{c}\right)}, \quad \vec{\mathrm{H}} = \vec{\mathcal{H}} e^{i\omega\left(t-\frac{z}{c}\right)}.$$

$\vec{E}$ et $\vec{H}$ sont les vecteurs champs électrique et magnétique; $\vec{\mathcal{E}}$ et $\vec{\mathcal{H}}$ sont des vecteurs complexes qui ne dépendent que de x et y.

On obtient les résultats suivants :

1° *Une onde* de vitesse c ne peut pas en général être obtenue comme combinaison d'une onde TM et d'une onde TE. En effet :

2° Une onde de vitesse TE ou TM *à la vitesse c* correspond à l'uniformité de la composante longitudinale dans un plan de section droite et à l'orthogonalité des champs magnétique et électrique transversaux.

3° Dans le cas particulier de la symétrie de révolution, la composante longitudinale est uniforme dans le plan de section droite. Dans ce cas particulier, une onde est la combinaison linéaire d'une TE et d'une TM, et l'on peut, sans restreindre la généralité, se limiter à la considération des ondes TM.

4° L'onde de vitesse c la plus générale dépend de 4 fonctions analytiques arbitraires.

5° Une particule de vitesse c (ou très voisine de c) suivant Oz est soumise dans une telle onde à une force transversale égale à $\vec{f} = -(e\lambda/2\pi i)\,\mathrm{grad}_{tr}\mathcal{E}_z$. λ est la longueur d'onde, $\mathrm{grad}_{tr}\mathcal{E}_z$ est le vecteur de composantes $\partial\mathcal{E}_z/\partial x$, $\partial\mathcal{E}_z/\partial y$, 0.

Il n'y a jamais de focalisation. Dans le cas de la symétrie de révolution cette force transversale est nulle.

6° Lorsqu'une onde de vitesse $g \neq c$ tend vers une onde de vitesse c, le rapport champ longitudinal/champ transversal tend vers zéro, à moins que les quantités $(\partial\mathcal{E}_z/\partial x) + \mathcal{Z}_0(\partial\mathcal{H}_z/\partial y)$, $(\partial\mathcal{E}_z/\partial y) - \mathcal{Z}_0(\partial\mathcal{H}_z/\partial x)$ ne tendent vers zéro. (Dans le système M. K. S. d'unités, $\mathcal{Z}_0 = 120\pi$.)

Cette condition est réalisée automatiquement si l'onde considérée a la symétrie de révolution.

7° On peut, dans une onde de vitesse c, se donner arbitrairement $\mathcal{E}_z$ et $\mathcal{H}_z$ satisfaisant à $(\partial\mathcal{E}_z/\partial x) + \mathcal{Z}_0(\partial\mathcal{H}_z/\partial y) = (\partial\mathcal{E}_z/\partial y) - \mathcal{Z}_0(\partial\mathcal{H}_z/\partial x) = 0$ et s'imposer encore la nullité d'une composante transversale.

Les résultats précédents deviennent triviaux dans le cas de la symétrie de révolution, seul cas envisagé jusqu'à présent par les constructeurs d'accélérateurs.

ÉLECTRONIQUE. — *Sur la dynamique de l'électron dans un accélérateur linéaire.* Note de M. **Albert Messiah.**

L'électron, ayant subi au préalable une accélération convenable, à l'aide d'une machine Van de Graff par exemple, est injecté à une vitesse v très voisine de c. L'onde accélératrice parcourt l'accélérateur, qui se présente à elle comme un guide chargé, à une vitesse g très voisine de c, c'est-à-dire que $\varepsilon = 1 - g/c \ll 1$. On voit aisément que, dès que l'énergie de l'électron atteint quelques MeV, la

condition optimum de fonctionnement est $g=c$, $\varepsilon=0$. Mais cette condition ne peut être qu'approximativement réalisée.

Le but essentiel de cette étude est de déterminer l'influence que les fluctuations de g autour de c peuvent avoir sur le spectre des énergies de sortie, ou plus précisément sur la partie la plus énergique de ce spectre; en d'autres termes, la tolérance que l'on peut admettre sur la valeur de g.

Nous admettons que la composante longitudinale E du champ électrique est une fonction sinusoïdale du temps

$$E = E_0 \sin\varphi = E_0 \sin\omega\left(t - \int_0^z \frac{dz}{g}\right).$$

La vitesse de propagation g dépend essentiellement :

a. de z ($z'z$ axe de propagation de l'onde), en raison des irrégularités volontaires on non dans la périodicité de structure du guide chargé;

b. d'un certain nombre d'autres paramètres A indépendants de z, dont le principal est la fréquence de l'onde excitée

$$g=g(z, A), \qquad \varepsilon=\varepsilon(z, A).$$

Mais l'intervention du paramètre z dans la valeur de g a sur le mouvement de l'électron un effet très différent de celle de A.

Pour un guide de structure périodique parfaitement régulière, une variation de A au cours de l'émission d'un train d'onde se traduit par une variation de la vitesse g d'une fraction du train d'onde à l'autre, mais la vitesse d'une fraction donnée est constante tout le long du guide.

Au contraire, A restant constant, les irrégularités dans la structure périodique du guide font varier la vitesse g de chaque fraction du train d'onde au cours de sa propagation, autour d'une valeur moyenne $\bar{g}$.

L'étude du cas idéal $g=c$, puis celle du cas de g indépendant de z mais différent de c, enfin celle de g variable avec z conduisent aux résultats ci-dessous.

Les électrons étant injectés avec une énergie totale convenable W_0 et une répartition uniforme en phase, pour que l'accélérateur soit susceptible de fournir au quart des électrons injectés une énergie égale à $W \pm 20\ \%$, il faut lui attribuer une longueur $L=1,2(W/eE_0)$ (E_0, valeur maximum du champ électrique longitudinal; e, charge de l'électron).

Il faut en outre réaliser une stabilité des conditions d'excitation de l'onde telle que, si $\bar{g}$ est sa vitesse moyenne de propagation sur toute la longueur L

$$|\bar{\varepsilon}| = \left|1 - \frac{\bar{g}}{c}\right| < 0,2\,\frac{eE_0\lambda}{W} \quad (\lambda \text{ longueur d'onde de l'onde accélératrice}).$$

Ce résultat est certainement valable pourvu que les irrégularités dans la périodicité des corrugations du guide n'entraînent pas une variation trop

grande de g au cours de la propagation dans le guide. Plus précisément, si le guide est constitué d'éléments théoriquement identiques de longueur moyenne $\bar{d}$ et si η est la moyenne de ε sur un élément, il faudra une erreur quadratique sur η inférieure à

$$10^{-2}\left(\frac{\lambda}{\bar{d}}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{e\mathrm{E}\lambda}{\mathrm{W}}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

L'énergie d'injection optimum est : $W_0 = 6(m_0c^2)^2/(eE_0\lambda)$, mais il n'est pas nécessaire de la réaliser avec une grande précision ; une variation de 25 % dans l'un ou l'autre sens sur la valeur ci-dessus indiquée n'a sensiblement aucun effet sur les résultats concernant ε et η.

Remarquons que si, pour une énergie W escomptée, la longueur de l'accélérateur dépend de E_0, c'est le produit $E_0\lambda$ qu'il faut faire croître pour augmenter la tolérance sur les écarts de $\bar{g}$ avec c et sur les irrégularités du guide.

A titre d'exemple numérique, on peut prendre les données concernant le projet d'accélérateur de M. I. T. (U. S. A.)

$$E_0 = 50000\ \mathrm{V/cm}, \qquad \lambda = 10^{\mathrm{cm}}, \qquad W = 1000\ \mathrm{MeV}, \qquad \lambda = 2\bar{d}.$$

On trouve que, pourvu que $W_0 = 3\,\mathrm{MeV} \pm 0{,}7$ (soit une énergie cinétique comprise entre 1,8 et 3,2 MeV),

$$L = 240\ \mathrm{m}, \qquad |\bar{\varepsilon}| < 10^{-4},$$

erreur quadratique sur $\eta < 3.10^{-4}$.

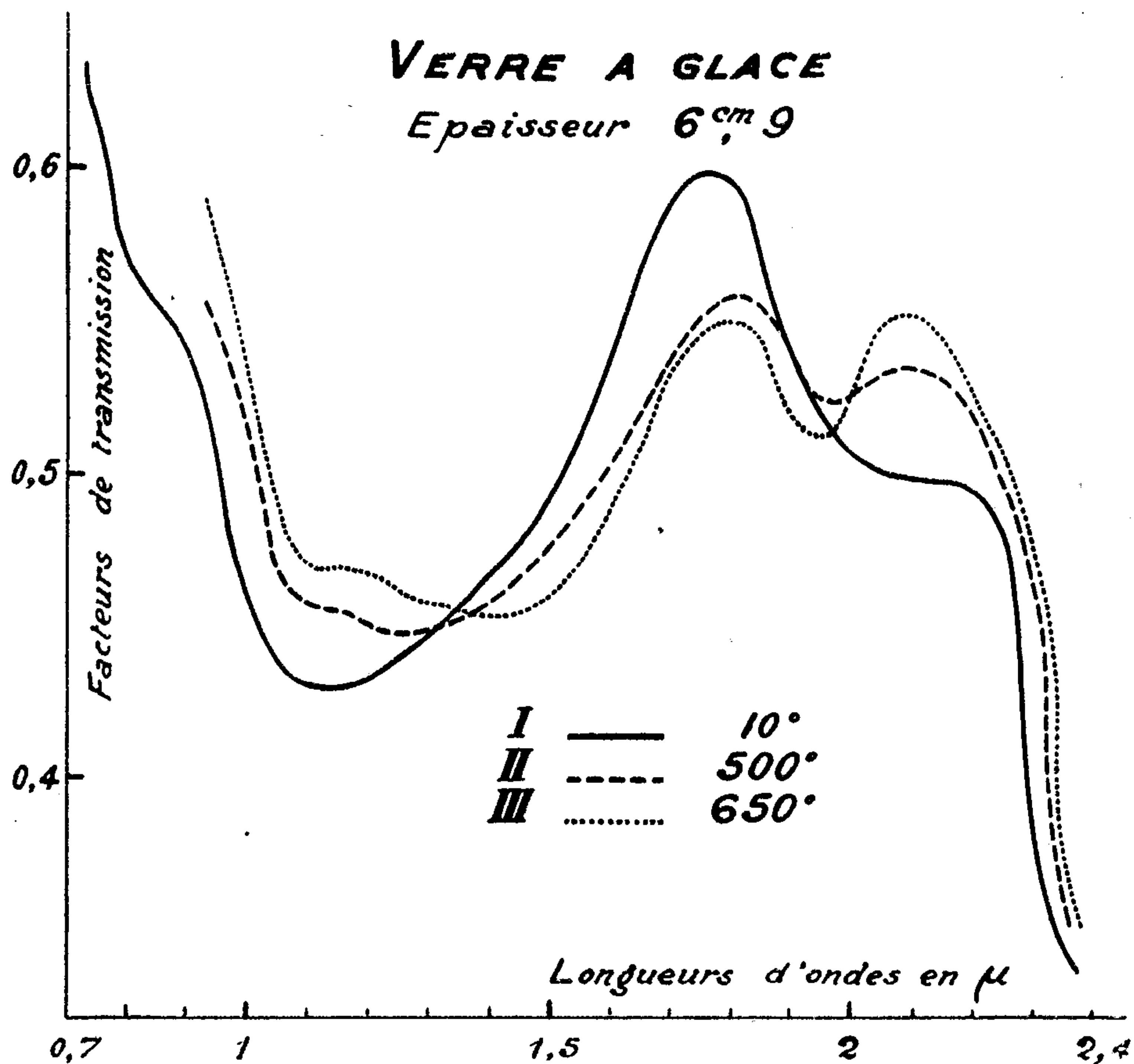
PHOTOMÉTRIE. — *Mesures de transparence pour le spectre infrarouge, à froid et à chaud, d'un échantillon épais de verre à glace.* Note (*) de M. **Jean Escher-Desrivieres**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Les verres industriels incolores (vitre, glace, etc.), sous les épaisseurs de 2 à 5^{mm}, sont affectés d'une transparence élevée pour la région du spectre comprise entre $0^{\mu},8$ et 2^{μ}. Il est impossible lorsque les mesures, comme il est habituel, portent sur des échantillons de quelques millimètres d'épaisseur, de définir les particularités effectives du spectre d'absorption de la substance pour cette région du spectre. Nous avons mesuré directement la transparence d'un échantillon de $6^{\mathrm{cm}},9$ d'épaisseur ayant la composition et la teneur en fer d'un verre à glace courant. Pour la mesure, le bloc est disposé sur le trajet d'un flux de lumière parallèle qui est ensuite concentré sur la fente d'entrée du spectrophotomètre. La figure donne la courbe de transmission de l'échantillon. La bande d'absorption principale du fer ferreux (maximum $1^{\mu},1$) est très nette. L'inflexion de la courbe pour la région de $0^{\mu},8$ correspond à la présence de fer

(*) Séance du 19 avril 1948.

ferrique. De plus, sous l'épaisseur de 7^{cm} environ, la chute de transparence du verre observée sous épaisseur plus faible à partir de 2^{μ} est très nette à partir de $1^{\mu},7$. Mais la courbe présente ensuite un palier (2^{μ} à $2^{\mu},2$) qui traduit vraisemblablement l'existence d'une bande d'absorption.

Nous avons d'autre part mesuré la transparence du même échantillon chauffé, pour un domaine de température compris entre 10° et 650°. La pièce, introduite dans une boîte métallique, est protégée par deux lames minces en silice transparente en contact étroit avec les faces de l'échantillon normales au



flux lumineux. Cet artifice nous a permis de franchir la zone de ramollissement commençant du verre (595°), sans toutefois qu'il ait été possible de dépasser la limite 650°, en raison de l'attaque de la silice, pour des températures plus élevées, par le verre semi-fluide. La température de l'échantillon, au centre du four, pourvu d'une thermorégulation, est uniforme à 5° près. La source lumineuse, alimentée par accumulateurs et munie d'une résistance à graphite réglable avec contrôle potentiométrique, émet un flux canalisé par deux miroirs toriques aluminés donnant des images stigmatiques pour des flux incident et émergent à angle droit. Le premier miroir donne de la source une image au

centre de l'échantillon, laquelle est reprise par le second miroir qui concentre la lumière sur la fente d'entrée du spectrophotomètre. Le rapport des élongations galvanométriques à chaud et à froid pour une radiation donnée est une mesure du rapport des facteurs de transmission de l'échantillon à chaud et à froid, pour cette radiation. Afin de tenir compte de l'émission propre du four, dans chaque cas, le zéro du galvanomètre a été déterminé par une observation, la lampe source étant masquée.

La figure donne les courbes de transmission de l'échantillon, déduite de ces expériences, pour les températures 500 et 650°; conformément à des données anciennes portant sur des verres minces chargés de fer et fortement colorés, on constate que la chauffe a pour effet un déplacement de la bande du fer vers les grandes longueurs d'onde (maximum d'absorption $1^{\mu},25$ à 500°, $1^{\mu},40$ à 650°). Il semble que la bande du fer subisse un dédoublement à température élevée. D'autre part, pour la région du spectre comprise entre $1^{\mu},7$ et $2^{\mu},2$, on note d'importantes modifications du spectre d'absorption lorsque la température croît. A chaud l'existence d'une bande avec maximum pour $1^{\mu},95$ à 650° est indiscutable. Cette bande est caractéristique sans doute d'éléments constitutifs essentiels du verre.

POLARISATION ROTATOIRE. — *Pouvoir rotatoire du camphre en solution dans le phénol.* Note (*) de MM. **Jean-Charles Pariaud** et **Georges Chapas**, présentée par M. Paul Pascal.

Le système camphre-phénol a été étudié d'abord par Günther et Peiser (1). Frappés par les propriétés thérapeutiques de telles solutions, ils tentèrent, sans succès, de démontrer la formation d'une combinaison moléculaire. Plus récemment, un mémoire de Francis (2) apporte *la preuve physique de l'existence des complexes de camphre et de phénol* (*ou des crésols*). Ayant entrepris une recherche systématique du camphre dans certains solvants, nous avons étudié polarimétriquement ses solutions dans le phénol.

Le camphre utilisé a un pouvoir rotatoire $\rho = +46°20'$ dans l'éthanol anhydre ($c = 0^{g},100$ par centimètre cube de solution). Le phénol a été distillé deux fois. Les solutions sont conservées pendant 4 heures dans un laboratoire dont la température se maintient constante. On procède aux lectures du polarimètre (raie D du sodium) 15 minutes après le remplissage du tube ($l = 2$ dm).

Voici quelques valeurs obtenues à 17°C. :

c..........	0,3165	0,4036.	0,4917	0,5732
x..........	3,785	2,622	1,728	1,224
ρ..........	+15° 10′	20° 26′	26° 35′	31° 0′

x désigne le rapport des nombres de moles de phénol et de camphre.

(*) Séance du 19 avril 1948.

(1) *Z. physik. Chem.*, 128, 1929, p. 169.

(2) *J. amer. pharm. Ass.*, 30, 1941, p. 229.

On voit que *le pouvoir rotatoire est une fonction rapidement décroissante du nombre de moles de phénol mises en présence du camphre.* La tangente à la courbe $\rho = \rho(x)$ a pour pente $d\rho/dx = -7,6°$/mole vers $x = 2$, et $-10,6°$/mole vers $x = 1,2$. L'extrapolation pour $x = 0$ donne une valeur $\rho = 55°$, sensiblement égale au pouvoir rotatoire propre du camphre que l'on peut determiner dans des solvants tels que l'éther ou l'hexane.

Nous sommes amenés à conclure que l'influence du phénol sur l'activité optique du camphre surpasse celle de tous les autres solvants utilisés dans nos recherches et qui comprennent notamment plusieurs alcools.

L'influence de la température se traduit par une augmentation de ρ; exemple :

$$x = 4,688, \quad \rho = +13°20' \text{ à } 17°\text{C.} \quad \text{et} \quad +19°45' \text{ à } 40°\text{C.};$$

au delà de cette température, la rotation est sensiblement constante.

Nous avons étudié ensuite le système ternaire : camphre-phénol-eau. La concentration du camphre est fixée à $c = 0,100 \text{g/cm}^3$. Soient encore :

$$X_{aq} = \frac{\text{moles } OH_2}{\text{moles camphre}}, \qquad X = x + x_{aq}.$$

On trouve :

x..........	3,056	2,955	2,923	2,791
x_{aq}.......	0,154	0,499	0,826	1,307
X.........	3,210	3,454	3,749	4,098
ρ..........	+19° 45′	21° 13′	22° 30′	24° 0′

Une solution ayant $x_{aq} = 1,791$ est saturée en camphre.

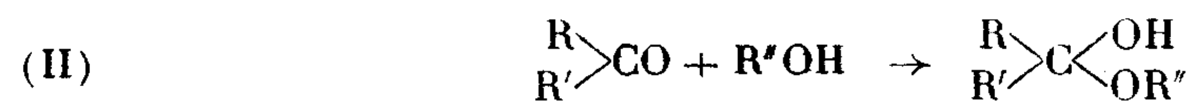
En supposant $x = X$, on obtiendrait pour ρ des nombres supérieurs à ceux trouvés dans cette série et l'écart va en augmentant avec X. On en conclut que *le remplacement de l'eau par un nombre égal de molécules de phénol,* non seulement élève le pouvoir rotatoire du camphre, mais *semble réduire considérablement l'influence du phénol contenu dans le mélange.*

Nous interprétons ces résultats en admettant que le phénol, composé hydroxylé, contracte avec le camphre une union labile par l'intermédiaire de l'atome d'hydrogène fonctionnel (liaison-*hydrogène*).



(I) $C_9H_{16}{>}CO + C_6H_5OH \rightleftharpoons C_9H_{16}{>}CO \rightarrow H-O-C_6H_5$

On sait qu'avec certains aldéhydes ou cétones, cette union peut aller jusqu'à la formation d'un semi-acétal



(II) $\frac{R}{R'}{>}CO + R''OH \rightarrow \frac{R}{R'}{>}C{<}\frac{OH}{OR''}$

C'est alors le pouvoir rotatoire du mélange de camphre et du complexe (I) ou (II) que fournit l'expérience.

Quant à l'influence de l'eau dans le système étudié ici, il semble qu'elle doive s'associer au phénol suivant un mécanisme analogue



$$C_6H_5OH + OH_2 \rightarrow C_6H_5{-}O{-}H \leftarrow OH_2,$$

rendant ainsi inactif un nombre croissant d'atomes d'hydrogène du groupement fonctionnel.

Ces résultats établissent d'une manière indiscutable l'action des molécules du solvant sur celle d'un corps optiquement actif. L'étude des spectres d'absorption qui a été faite par ailleurs ([3]) vient à l'appui de cette conception.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La formation d'eau oxygénée dans l'eau irradiée par les rayons* X *et* α. Note(*) de MM. **Paul Bonét-Maury** et **M. Lefort**, présentée par M. Frédéric Joliot.

I. *Action de l'eau oxygénée.* — Malgré d'assez nombreux travaux, l'action primaire des rayonnements ionisants sur l'eau reste assez mal connue. La connaissance de cette action est cependant importante, tant pour la radiochimie des solutions aqueuses que pour mieux pénétrer le mécanisme de l'action biologique du rayonnement, car les êtres vivants renferment environ 80 % d'eau. La formation d'eau oxygénée pouvant être régulièrement mise en évidence dans l'eau irradiée ([1]), une étude systématique de ce phénomène a été entreprise pour des rayonnements de densité ionique très différente : rayons X de 0,9 Å et rayons α du polonium et du radon.

Technique. — L'irradiation par les rayons X et le titrage de l'eau oxygénée sont effectués suivant les techniques déjà décrites ([2]). Pour étudier l'action de l'oxygène dissous, l'eau est dégazée dans le vide en alternant les pompages avec des rentrées d'argon ou d'azote privés d'oxygène; on titre l'oxygène dissous avec une technique particulière permettant d'opérer sur 30^{cm^3} d'eau et de doser encore $0^{mm^3},2$ d'oxygène avec une précision de 5 %. Ce titrage s'effectue sur un témoin traité exactement comme l'échantillon irradié. Pour l'irradiation α nous avons utilisé, soit le rayonnement du radon dissous dans la solution ([3]), soit celui du polonium lorsqu'on peut réduire suffisamment l'action catalytique de cet élément ([4]) sur la décomposition de l'eau oxygénée.

Action de l'oxygène dissous : a. Rayons X. — Pour une même dose de rayonnement, la quantité d'eau oxygénée formée dépend étroitement de la concentration d'oxygène dissous (*fig.* 1) et dans l'eau soigneusement dégazée, on ne

---

([3]) Pariaud et Ricard, *Comptes rendus*, 226, 1948, p 886.

(*) Séance du 15 mars 1948.

([1]) P. Bonet-Maury, *C. R. Soc. Biol.*, 135, 1941, p. 941 ; R. Latarjet, *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 73; M. Frilley, *British Journal of Radiology*, 1, 1947, p. 50.

([2]) P. Bonét-Maury et M. Frilley, *Comptes rendus*, 135, 1944, p. 400.

([3]) P. Bonét-Maury, *Journ. Chim. Phys.*, 1942.

([4]) P. Bonét-Maury et M. Lefort, *Comptes rendus*, 226, 1948, . 173.

peut plus déceler d'eau oxygénée, même pour des doses de l'ordre de $1,7.10^{18}$ paires d'ions/cm³, soit plus de 2 millions de Röntgens (dose en surface). Le rendement ionique (*a*) diminue régulièrement avec l'augmentation de la dose, principalement pour les fortes concentrations en oxygène.

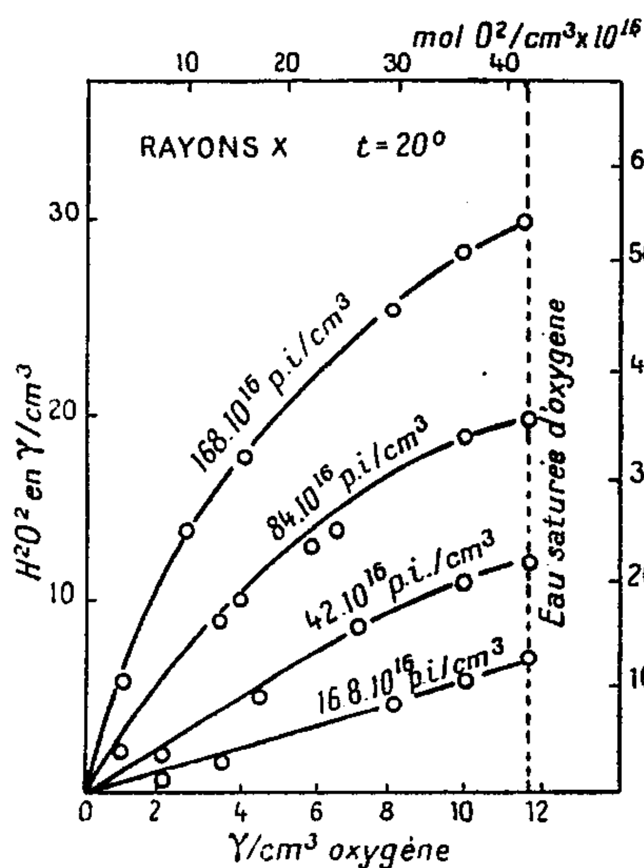


Fig. 1.

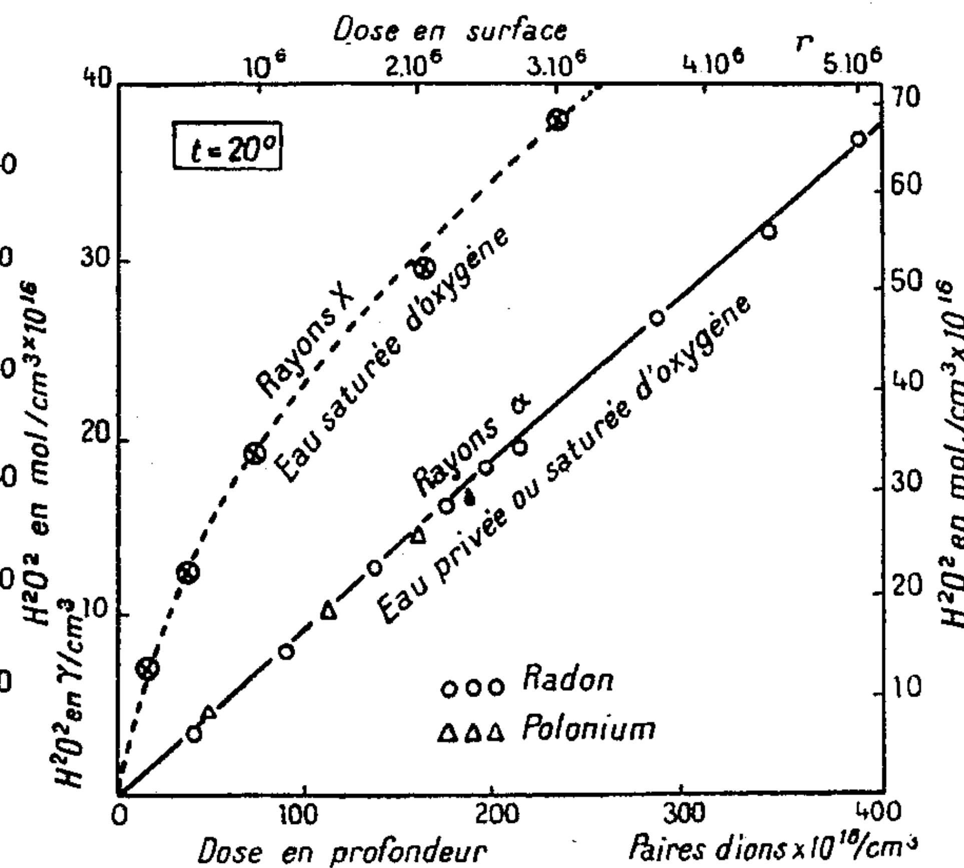


Fig. 2.

b. Rayons α. — Avec ceux du radon dissous dans l'eau (*b*), on constate, au contraire, que l'oxygène ne joue plus aucun rôle dans la réaction, et l'eau complètement dégazée donne la même quantité d'eau oxygénée que l'eau saturée d'oxygène (*fig.* 2). Les rayons α du polonium donnent le même résultat, mais les expériences sont compliquées par l'action catalytique du radio-élément tendant à décomposer l'eau oxygénée formée. Le rendement ionique est indépendant de la dose dans tout l'intervalle exploré pour les concentrations initiales de radon utilisées (1 à 3 mc/cm³).

La formation d'eau oxygénée s'effectue, d'après ces expériences, suivant des mécanismes différents pour les rayons X ou α, et la densité ionique linéaire influence les réactions primaires de décomposition de l'eau irradiée. L'interprétation de ces résultats sera donnée dans une Note ultérieure consacrée à l'action de la température.

a. Le rendement ionique est généralement défini comme le rapport du nombre de molécules décomposées au nombre de paires d'ions formées. Cette définition n'est pas applicable à la formation d'eau oxygénée, le nombre de molécules d'eau décomposées n'étant pas directement connu. Le rendement ionique est relatif, dans cette Note, à la quantité d'eau oxygénée formée.

b. Le rendement ionique avec des rayons X permet de prévoir que les rayons β du radon doivent contribuer pour moins de 5 % à l'effet total du rayonnement $\alpha + \beta$. Nous avons vérifié directement ce fait en faisant agir le rayonnement β seul, les rayons α étant arrêtés par les parois d'une ampoule de verre mince renfermant le radon et plongée directement dans le réactif titanique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Application de la Théorie d'Onsager à la détermination des moments polaires de quelques homologues de la pyridine.* Note (*) de M. **Henri Lumbroso**, présentée par M. Paul Pascal.

Nous avons déterminé les moments polaires de quelques homologues de la pyridine (picolines, lutidines et collidines). Ces corps ont été préparés et purifiés avec grand soin par M. J. Ploquin au Laboratoire de Chimie organique de M. J. Amiel, à Poitiers.

Méthode. — Au lieu d'utiliser la théorie classique de la polarisation diélectrique de Debye [1] actuellement réfutée par plusieurs auteurs [2], [3], parce qu'elle part d'une expression inexacte du champ local, nous avons déterminé les moments polaires par la méthode de Böttscher [3] déduite d'un travail théorique d'Onsager sur le champ de réaction [4].

La méthode de Böttscher permet d'obtenir le moment du gaz à partir de la constante diélectrique du liquide pur en tenant compte du champ de réaction; les moments ainsi déterminés sont pratiquement indépendants de la température.

Partie expérimentale. — La formule utilisée est

$$\mu = 0{,}220\sqrt{\frac{M}{\alpha}\,\frac{(2\varepsilon + n^2)(\varepsilon - n^2)}{\varepsilon(n^2+2)^2}} \quad \text{en Debyes.}$$

(Les lettres ont leur signification habituelle.)

ε a été mesurée par la méthode des doubles battements hétérodynes ($\lambda = r$).

n est l'indice de réfraction interne obtenu par extrapolation de n pour $\lambda \to \infty$ ou par application de la formule

$$n_\infty^2 = \frac{n_1^2\lambda_1^2 - n_2^2\lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}.$$

Précision des mesures. — L'erreur absolue sur μ est égale à 10^{-2}D; on a trouvé :

α-Picoline, $d_{4^\circ}^{20^\circ} = 0{,}9506$.		γ-Picoline, $d_{4^\circ}^{15^\circ} = 0{,}9571$.		2.3-Lutidine, $d_{4^\circ}^{20^\circ} = 0{,}9352$.		2.5-Lutidine. $d_{4^\circ}^{20^\circ} = 0{,}9405$.		3.4-Lutidine. $d_{4^\circ}^{20^\circ} = 1{,}0150$.	
t (°C).	μ.	t (°C).	μ.	t (°C).	μ.	t (°C).	μ.	t (°C).	μ.
18...	(1,90)	17...	1,91	22...	2,07	20...	2,14	17,5...	1,86
20...	1,86	20...	1,90	25...	(2,1)	23...	2,12	20.....	1,85
25...	1,85	30...	1,89	28...	2,03	25...	2,11	23.....	1,85
				30...	2,05	30...	2,11	25.....	1,85

(*) Séance du 19 avril 1948.

[1] *Polar Molécules* (*The Chemical catalog.* Co. 1930).

[2] *Physica*, 59, 1939, p. 59.

[3] Bottscher, *Rec. Trav. Chim. P. B.*, **62**, 1943, p. 119-133.

[4] Onsager, *Am. Chem. Soc.*, **38**, 1936, p. 1482.

2.3.4-Collidine, $d_{4^\circ}^{20^\circ} = 1,0072$.		2.3.6-Collidine, $d_{4^\circ}^{20^\circ} = 0,9995$.	
t (°C).	μ.	t (°C).	μ.
		19...	2,09
20...	2,11	20...	2,09
		24...	2,10
		25...	2,09
25...	(2,03)	27...	2,09
		30...	2,07

Conclusion. — La théorie de Debye ([1]), basée sur le champ local de Lorentz, est actuellement critiquée par plusieurs auteurs ([2]), ([4]). En effet elle laisse prévoir un phénomène de ferroélectricité qui n'est observé qu'exceptionnellement. D'autre part, d'après cette théorie un liquide de grand p. i. s. (c'est le cas des corps étudiés $\varepsilon > 8$) est dans un état voisin du point de Curie ferroélectrique et dans cette région le p. i. s. devrait être très sensible aux facteurs physiques (température, pression, etc.), ce que l'expérience ne vérifie pas.

Onsager a montré que le champ interne de la théorie de Debye ([1]) n'est pas applicable aux moments permanents; seule une fraction de ce champ (champ de cavité) tend à orienter les dipôles, l'autre fraction (champ de réaction) parallèle à l'axe du dipôle accroît la dissymétrie électronique. L'auteur établit la formule (I) que nous avons utilisée.

Les moments trouvés sont indépendants de la température dans la limite de précision des expériences; la faible variation de μ avec t peut être imputée à un changement de structure du liquide.

Frölich ([5]), en développant ε en fonction de $\gamma = \mu R/kT$ (R, champ de réaction, k, constante de Bolzman) et en se limitant au premier terme, montre que la formule (I) ne s'applique plus quand ε est > 9; or $\varepsilon > 9$ pour la 2.5-lutidine : on n'a cependant observé aucune anomalie.

Les moments expérimentaux de la α-picoline, 2.5-lutidine, 3.4-lutidine, 2.3.4-collidine, 2.3.6-collidine sont en accord avec les moments déduits par sommation géométrique des moments de liaison. Pour la γ-picoline, la 2.3-lutidine et la 2.3.4-collidine, on observe une forte perturbation par la charge négative de l'azote sur le méthyle en para de l'atome de N (2.3.4-collidine).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Une nouvelle méthode de mesure de l'hydrophobie due aux groupements méthyléniques dans les composés organiques, déduite de l'étude des produits de condensation avec l'oxyde d'éthylène.* Note (*) de M. **Max Cohen**, transmise par M. Jacques Duclaux.

La propriété que possède l'oxyde d'éthylène de se polymériser sur lui-même

([5]) Frölich, *Trans. of Faraday Soc.*, Déc. 1946.

(*) Séance du 12 avril 1948.

est connue depuis les travaux de Wurtz [1], mais des recherches récentes [2] ont montré que l'oxyde d'éthylène pouvait se polymériser en se fixant sur les composés organiques possédant un hydrogène actif, tels que les alcools, les phénols, les acides, les amines, etc., en donnant des produits solubles dans l'eau et manifestant des propriétés tensio-actives fort intéressantes.

Les molécules d'oxyde d'éthylène se condensent sur les alcools en donnant des dérivés polyglycoliques de formule



$$CH_3-(CH_2)_n-(O-CH_2-CH_2)_{n'}-OH,$$

dont le nombre n' définit l'état de condensation.

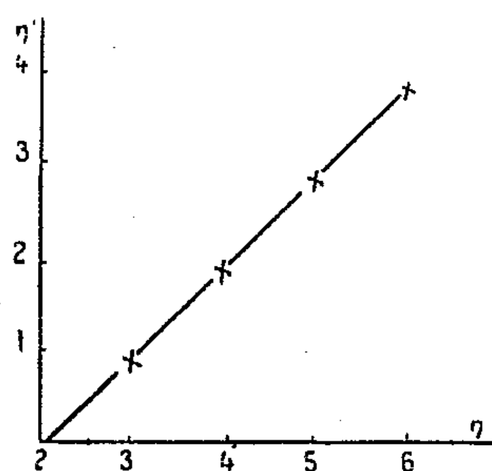
Nous avons fixé l'oxyde d'éthylène sur les alcools : butylique, amylique, hexylique et heptylique; nous nous sommes attaché à déterminer comment varie en fonction du poids moléculaire de l'alcool la valeur minimum de n' nécessaire pour que le produit de la réaction soit miscible à l'eau en toutes proportions à la température de fusion du polymère.

Ces produits ont été préparés en envoyant un courant d'oxyde d'éthylène gazeux à la pression atmosphérique, sur l'alcool de départ porté à une température qui varie de 125 à 180°C. lorsque l'on passe de l'alcool butylique à l'alcool heptylique. La potasse à la dose de 0,5 % de l'alcool de départ catalyse la fixation de l'oxyde d'éthylène.

La réaction de polymérisation est poursuivie jusqu'à ce que l'essai de solubilité du polymère dans l'eau donne une solution limpide. Les résultats des expériences sont représentés dans le tableau suivant :

Alcools.	n.	n'.
Butylique	3	0,8
Amylique	4	1,8
Hexylique	5	2,8
Heptylique	6	3,8

La représentation graphique de ces résultats met en évidence une relation linéaire entre n et n'. La droite est inclinée à 45° et coupe l'axe des abscisses



au voisinage de $n = 2$ (alcool propylique). A partir de cet alcool, pour chaque groupement CH_2 introduit dans le radical C_nH_{2n+1}, il faut fixer sensiblement

(1) *Comptes rendus*, 49, 1859, p. 813.

(2) Brevet Allemand, 727202 (*Soc. I. G. Farben Industrie*, 29 Nov. 1940).

une molécule d'oxyde d'éthylène de plus pour avoir un produit parfaitement soluble.

Les essais ont été poursuivis avec les alcools laurique et cétylique ($n = 11$ et $n = 15$), mais le caractère colloïdal des solutions obtenues s'oppose à une définition exacte du seuil de solubilité complète. Toutefois les produits de condensation donnant des solutions transparentes comportent pour l'alcool laurique entre 8,3 et 9 molécules d'oxyde d'éthylène et pour l'alcool cétylique entre 12 et 13, ce qui milite en faveur d'une extrapolation de la relation linéaire mise en évidence avec les premiers termes des alcools. Il ressort donc que l'hydrophobie apportée par le groupement CH_2 est compensée par les propriétés solubilisantes d'un groupement $CH_2 - CH_2 - O$.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Enregistrement du débit et analyse des faibles émissions gazeuses.* Note (*) de M. **Marcel Chopin**, présentée par M. Pierre Chevenard.

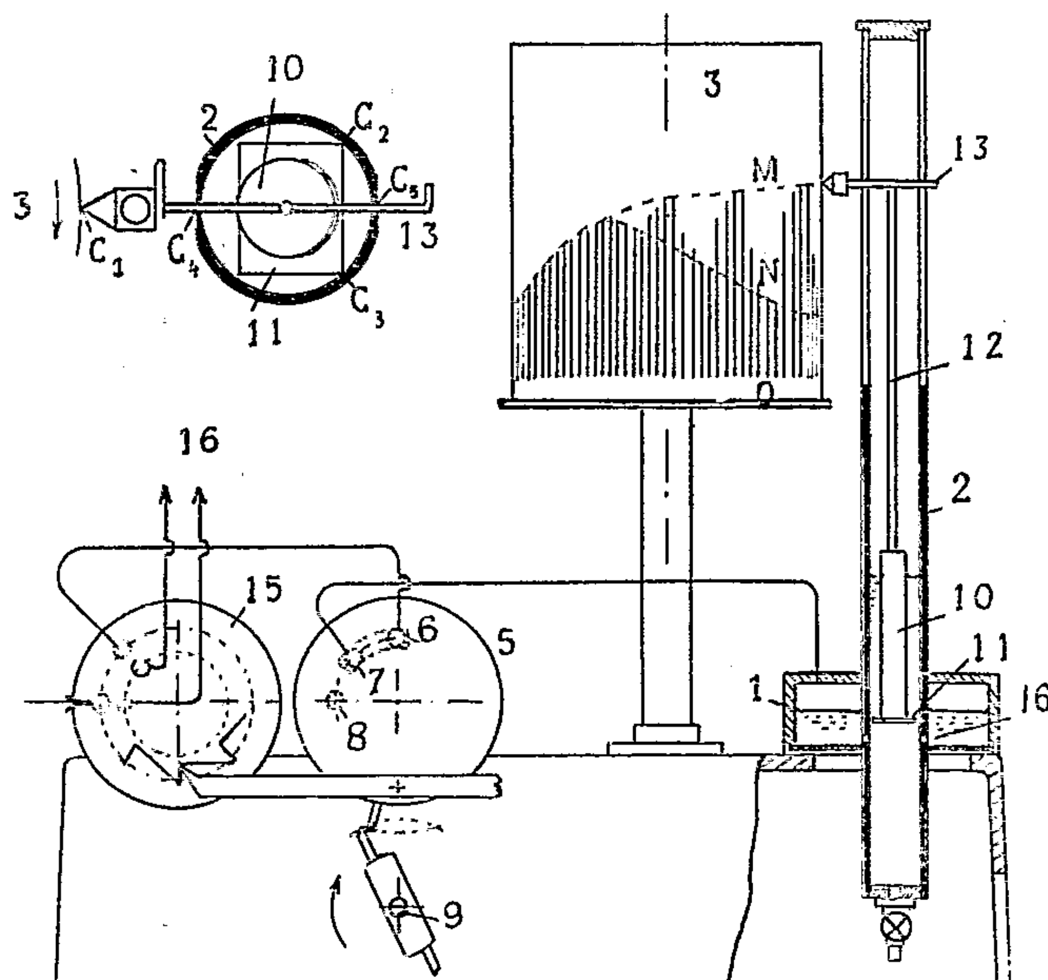
La variation du volume gazeux dégagé au cours d'une réaction chimique ou biologique est intimement liée aux modifications que subit dans le temps la substance expérimentée, et présente de ce fait beaucoup d'intérêt. Son enregistrement, à l'échelle industrielle, ne présente pas de difficultés, mais il n'en est pas de même dans les essais de laboratoire, où l'on ne dispose souvent que de faibles volumes. On procède dans ce cas à des relevés périodiques, besogne fastidieuse lorsque l'essai a une longue durée, et qui ne permet pas de suivre exactement l'évolution du phénomène.

Nous avons construit, pour l'étude de la fermentation panaire, un appareil automatique qui permet l'enregistrement de faibles débits gazeux, et leur analyse. Cet appareil, représenté schématiquement par la figure, effectue à intervalles rapprochés le jaugeage des volumes par déplacement d'un liquide dans l'espace annulaire 1 et son refoulement dans le tube central 2. Le niveau du liquide dans ce tube est enregistré sur le tambour 3 par l'équipage mobile 12. Une valve 5 commande ce dispositif. Elle est composée d'un corps fixe cylindrique, terminée par une surface plane rodée sur laquelle débouchent trois orifices 6, 7, 8, reliés respectivement avec la source d'émission gazeuse, l'espace 1 et avec l'atmosphère. Sur cette surface repose un disque pourvu d'une lumière convenablement disposée, et qui oscille périodiquement sous l'action de taquets portés par l'arbre 9 entraîné par un petit moteur synchrone. L'admission du courant gazeux dans 1 est suivie d'une vidange avec retour au zéro, pendant laquelle l'admission est interrompue par la valve, avec retenue des gaz. Le cycle a une durée totale de 150 sec. et l'enregistreur trace une série d'ordonnées proportionnelles aux volumes ; la courbe enveloppe coïncide avec celle des débits.

La précision d'un tel dispositif est subordonnée à l'enregistrement exact du niveau du liquide dans le tube 2. On sait les difficultés que présente ce problème et la nécessité de réduire au minimum les contraintes qui agissent

(*) Séance du 19 avril 1948.

sur le flotteur. Nous l'avons résolu de la manière suivante : l'équipage mobile, rigide, est formée d'un flotteur allongé 10, visible également sur la coupe horizontale portant à la base une plaque rectangulaire 11, et une tige 12 reliée à la plume d'enregistrement par une seconde tige cylindrique 13. Celle-ci pénètre dans deux fentes, biseautées latéralement, de manière à réduire les surfaces de contact, et qui sont pratiquées à la partie supérieure du tube 2 selon deux génératrices opposées. L'équipage mobile qui flotte sur le liquide, repose par la plume sur le tambour en C_1, et par deux arêtes C_2 et C_3 de la



plaque 11 sur le tube 2. Le réservoir 1 pivote sur la surface dressée du socle et peut être rapproché graduellement du tambour 3. Dans ce mouvement l'équipage se redresse, et lorsqu'il est au voisinage de la verticale, la pression exercée sur les contacts devient très faible. Par suite de la rotation du tambour, la tige 13 vient au contact des arêtes opposées des fentes, en C_4 et C_5. Si l'on assimile l'équipage mobile à un solide indéformable possédant six degrés de liberté, on voit qu'il est sollicité par un minimum de contraintes, dues aux 5 contacts qui viennent d'être désignés, le sixième degré de liberté correspondant au mouvement de translation que lui communique le liquide. Dans un appareil construit soigneusement et pourvu de vis de niveau, la précision des tracés ainsi obtenus est bien supérieure à celle que donne la lecture directe d'un ménisque.

Le mesureur volumétrique décrit ci-dessus présente tous les éléments d'un manomètre enregistreur à liquide. L'orifice de jonction 16 est calibré de manière à réaliser l'amortissement critique des oscillations, et la masse du liquide est réduite au minimum. Nous utilisons ce manomètre dans nos essais plastiques des pâtes de farine.

Dans le cas de mélanges gazeux, il peut être utile de déterminer en outre la teneur de l'un des constituants, et ce cas se présente notamment dans l'étude d'une pâte fermentée refoulant un mélange d'air et de gaz carbonique. L'appareil comprend une seconde valve 15 qui dirige alternativement le courant gazeux, soit directement dans le mesureur, soit après passage dans un vase d'absorption du CO_2 relié aux conduits 16. Dans cette valve, construite d'une manière analogue à la valve 5, le disque tourne d'un 1/8 de tour par une bielle et une roue dentée à chaque oscillation de la valve 5, et les lumières dont il est pourvu permettent d'obtenir la succession de 4 mesures directes et de 4 mesures après absorption. On évite ainsi les interactions observées dans une alternance simple. La figure représente un fragment des tracés obtenus : les enveloppes M et N des ordonnées maxima et minima de chaque cycle donnent le débit total et le débit après absorption. A un instant quelconque, la teneur en CO_2 est donnée par le rapport MN/MO.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur un mode de formation de boehmite par électrolyse.* Note de M. **Marcel Le Peintre**, présentée par M. Louis Hackspill.

On trouve dans la nature trois hydroxydes d'aluminium : la gibbsite ou hydrargylite $Al_2O_3 3H_2O$, le diaspore α ($Al_2O_3 H_2O$), la boehmite γ ($Al_2O_3 H_2O$), ces deux derniers de même composition centésimale diffèrent par leur diagramme X.

L'hydroxyde γ ($Al_2O_3 H_2O$) a été découvert par M. J. Boehm (1) dans la bauxite à l'aide de la diffraction X; nous devons sa description cristallographique à M. J. de Lapparent (2) qui lui a donné le nom de boehmite maintenant universellement adopté. Les conditions de passage de la gibbsite à la boehmite ont été étudiées et précisées par MM. Hackspill et Stempfel (3). La formation de ces hydroxydes par voie chimique a fait l'objet d'importants travaux, par contre la précipitation électrolytique a été moins étudiée (4).

L'utilisation de l'appareillage dû à M. P. Jolibois et Mlle M. Bergès (5) a permis à ce dernier auteur d'obtenir par électrolyse la gibbsite pure et cristallisée.

Il nous a paru intéressant d'identifier les produits obtenus à la cathode par électrolyse du sulfate et du chlorure d'aluminium à l'aide de l'électrodialyseur utilisé antérieurement (6).

Les expériences ont été effectuées sur des solutions amenées au préalable par une base au pH de précipitation des ions Al^{+++}, c'est-à-dire au voisinage du pH 4,1.

---

(1) *Z. Anorg. Chem.*, **11**, 1925, p. 203.
(2) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1661.
(3) *C. R. Congrès C. I.*, 1928, *Thèse*, Strasbourg, 1929.
(4) Brevet allemand n° 586585 (*J. Chem. Ind. Moscou*, **10**, 1934, p. 50).
(5) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 78; **225**, 1947, p. 241.
(6) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 1004.

Pour le sulfate, afin d'éviter la présence d'ions étrangers, nous avons utilisé la baryte comme base.

Pour une solution à 5g par litre le courant électrique avait les caractéristiques suivantes : densité de courant 1 mA par centimètre carré sous une tension continue de 110 V.

L'alumine formée adhère en masse compacte sur la membrane cathodique à l'intérieur du compartiment central, puis se dépose ensuite à la partie inférieure de ce compartiment.

Le pH de la solution est passé de 4,1 à 3 au moment du prélèvement de l'échantillon.

L'alumine obtenue est difficilement soluble dans les acides concentrés à froid, sa solution acide renferme de petites quantités d'ions SO_4^{--}

Le diagramme X de cette alumine a été effectué au Laboratoire des Rayons X du Centre National de la Recherche Scientifique à Bellevue.

Ce diagramme présente des anneaux de diffraction correspondant à de petits cristaux, mais suffisamment nets pour permettre une identification avec le diagramme de la boehmite.

Avec le chlorure en opérant d'une façon à peu près analogue (nous sommes obligés dans ce cas de neutraliser avec de la soude, ce qui introduit des ions étrangers dans la solution), nous avons obtenu dans les mêmes conditions de pH des anneaux de diffraction X encore plus nets que précédemment, montrant clairement la présence de boehmite.

Par voie chimique, Weiser, Milligan et Purcell (7), ont obtenu avec le sulfate, à un pH inférieur à 5,5, un composé de diagramme X inconnu; ces auteurs pensent avoir mis en évidence un sel basique $SO_3Al_2O_3XH_2O$. Avec le chlorure et le nitrate d'aluminium, dans les mêmes conditions, les auteurs précédents ont obtenu la boehmite. Nous voyons que par voie électrolytique les résultats sont différents pour le sulfate.

En résumé nous avons obtenu en milieu acide (pH 4,1) une précipitation électrolytique de boehmite sur membrane cathodique, tandis qu'à la neutralité Mlle M. Bergès obtenait la gibbsite.

La comparaison de ces résultats suggère deux hypothèses sur la nature des cations donnant ces deux formes d'alumines :

1° La gibbsite et la boehmite sont le produit de la décharge de deux cations différents suivant le pH de la solution.

2° Il n'existe qu'un seul cation formant de la boehmite, cette dernière s'hydratant en gibbsite à la neutralité.

Ces considérations montrent l'intérêt que présente l'utilisation de l'électrodialyseur pour l'étude des précipités d'hydroxydes ou de complexes métalliques dans le compartiment central, cathodique, ou même anodique.

---

(7) *Ind. Eng. Chem.*, 33, 1941, p. 669.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Sur le comportement des joints de grains au cours du processus de fusion de l'aluminium très pur.* Note (*) de MM. Georges Chaudron, Paul Lacombe et Nicolas Yannaquis, présentée par M. Albert Portevin.

Chalmers [1] a montré que le métal qui constitue le contour des grains d'un échantillon d'étain très pur possède une température de fusion légèrement inférieure à celle de la masse des cristaux. Nous avons observé le même fait dans le cas de l'aluminium très pur (métal raffiné de titre 99,99 et 99,998 %). Nous avons utilisé un dispositif très simple, déjà signalé par l'un de nous [2].

Il consiste à chauffer une éprouvette rectangulaire de métal de 10×130^{mm} de surface et de 1^{mm} d'épaisseur sur une sole parfaitement horizontale, dans un four qui permet d'établir un gradient de température de 10° d'une extrémité à l'autre de l'éprouvette. Dans ces conditions, il est possible de fondre une extrémité de l'éprouvette, tandis que l'autre est encore à l'état solide.

Grâce au polissage électrolytique préalable de l'éprouvette, on observe dans une zone du métal restée solide (zone C de la figure 1), l'apparition des contours

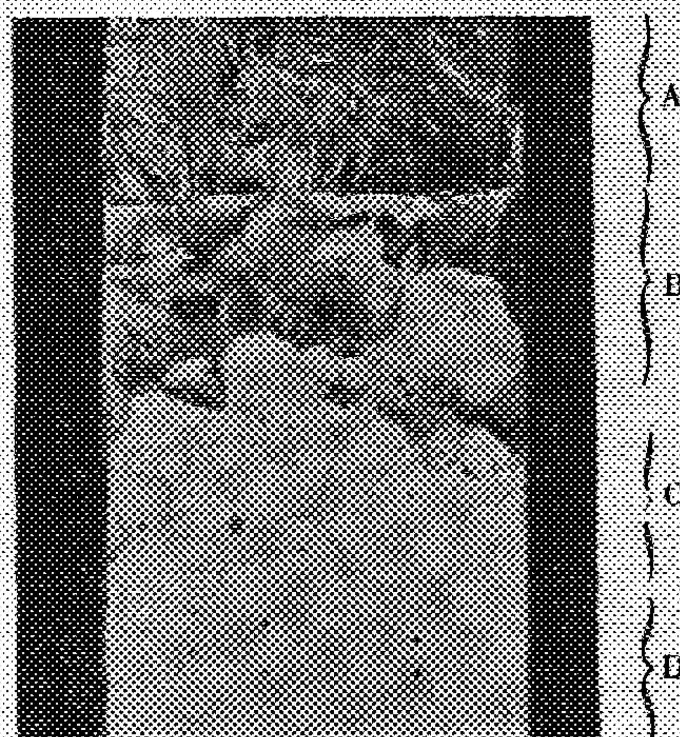


Fig. 1. — Passage du métal fondu au métal solide. A, zone entièrement fondue; B, zone où les cristaux sont partiellement fondus; C, zone où seuls les contours des grains sont fondus; D, zone restée solide. (G = 2.)



Fig. 2. — Absence de fusion d'un joint séparant deux cristaux A et B en position de macle. (G = 10.)

intergranulaires. Ceux-ci se présentent en creux par suite d'un affaissement du

(*) Séance du 19 avril 1948.

(1) *Proc. Roy. Soc.*, A, 175, 1940, p. 100.

(2) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 116.

métal lié à sa fusion. Les espaces intergranulaires qui séparent des cristaux d'orientation différente fondent, alors que les contours de macle restent inaltérés (*fig.* 2); ceux-ci auraient donc une température de fusion extrêmement voisine de celle de la masse des cristaux eux-mêmes. Comme nous l'avons montré dans le cas de l'attaque par les acides ([3]), les joints de macle ont donc des propriétés particulières.

L'attaque par une solution d'acide chlorhydrique à 30 % permet de se faire une idée de la largeur de la zone perturbée par la fusion. Dans le cas d'un contour sinueux, séparant deux cristaux en position de macle et n'ayant pas subi la fusion, la largeur du sillon d'attaque est très faible. Au contraire, sur le même échantillon, les joints ayant subi la fusion donnent un fossé intergranulaire irrégulier et relativement large (*fig.* 3).

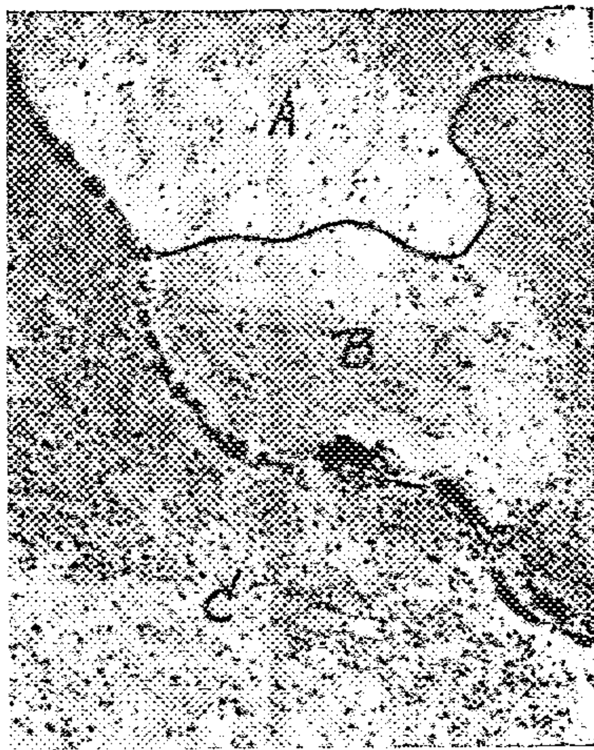


Fig. 3. — Différence d'attaque intergranulaire sur un contour ayant subi la fusion et sur un joint non fondu. (G = 10.)

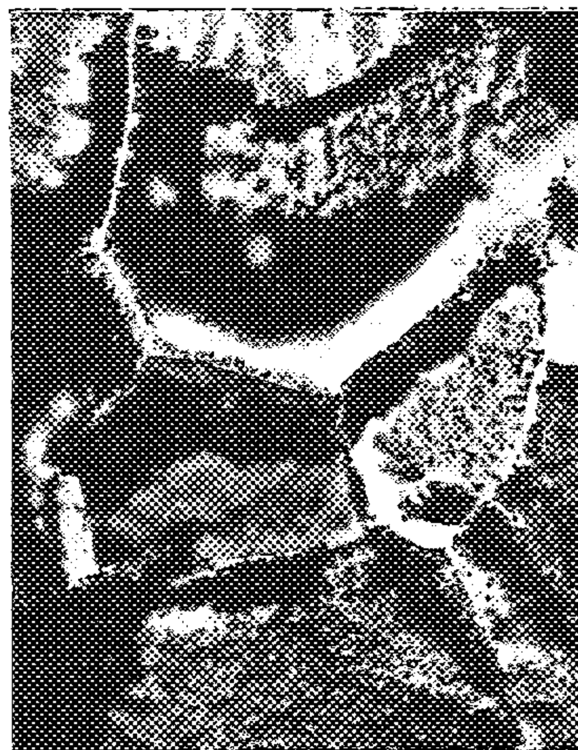


Fig. 4. — Inversion de l'attaque par ClH à 30 % sur de l'aluminium pur maintenu 15 heures près du point de fusion. (G = 10.)

Dans un certain nombre de cas, le chauffage très prolongé du métal (15^h) à proximité de son point de fusion, permet d'observer un phénomène de corrosion assez inattendu. L'attaque par l'acide provoque la dissolution du cristal, cependant que les contours des grains restent inaltérés et apparaissent sous forme d'une cloison très mince. On obtient ainsi une sorte de structure en nids d'abeilles (*fig.* 4). Nous nous proposons dans une Note ultérieure de préciser le mécanisme de cette inversion de la corrosion.

([3]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 721 et 226, 1948, p. 498.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Influence de la constitution physico-chimique des alliages métalliques sur leurs propriétés élastiques.* Note (*) de MM. ROBERT CABARAT, LÉON GUILLET et RENÉ LE ROUX, présentée par M. Albert Portevin.

L'étude des propriétés physiques des alliages métalliques a souvent permis de confirmer la constitution établie par l'analyse thermique ou cristalline. Cependant, les propriétés élastiques ont été longtemps délaissées à ce point de vue, en raison de la difficulté rencontrée dans leur détermination expérimentale (1), dans le cas des alliages fragiles, bien que certaines lois aient été mises en évidence ces dernières années en ce qui concerne les composés définis (2).

Pour cette détermination, il semble que les méthodes dynamiques qui ne soumettent les matériaux qu'à de très faibles déformations de haute fréquence (10000 à 50000 p/s) présentent des avantages incontestables en évitant les modifications passagères ou permanentes que toute action mécanique produit

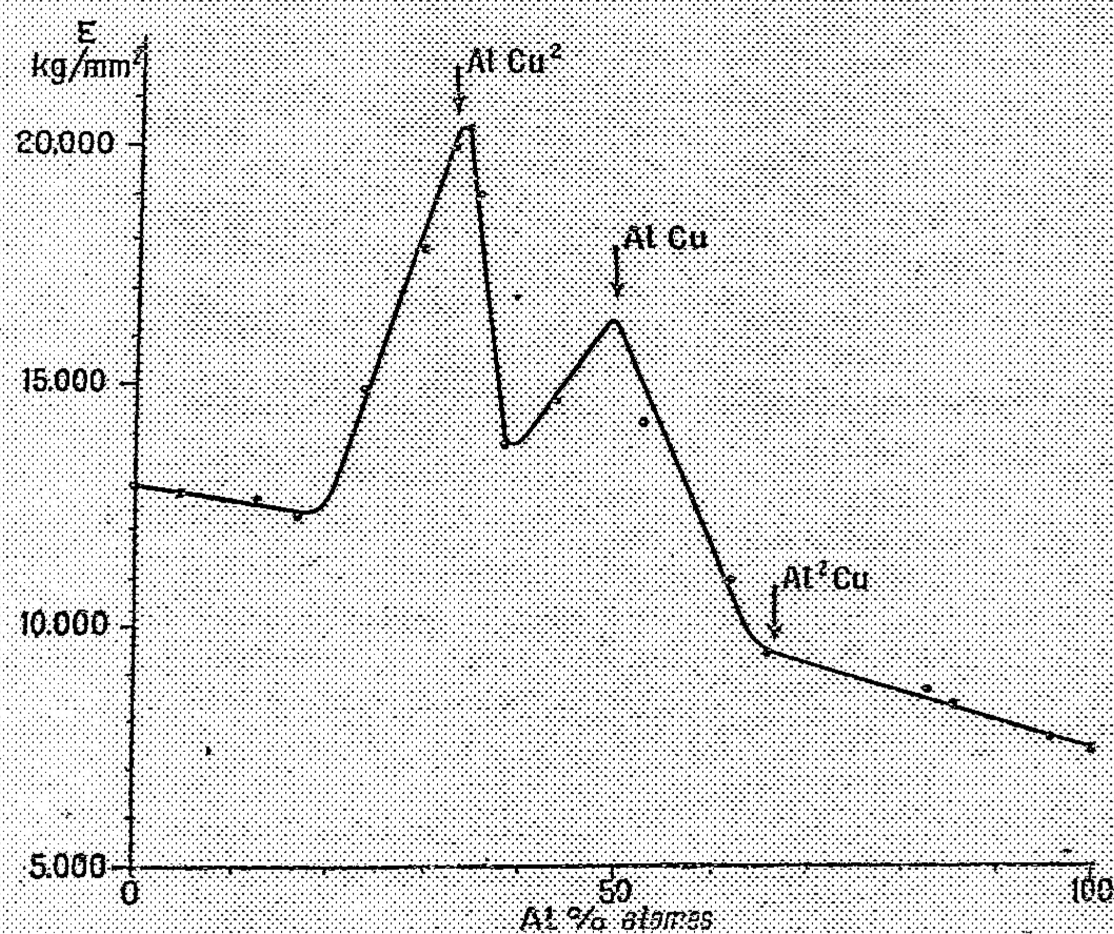


Fig. 1.

sur les solides et qui donnent lieu aux phénomènes bien connus de réactivité et d'écrouissage.

Nous donnons ici deux diagrammes caractéristiques de l'influence de la

(*) Séance du 19 avril 1948.

(1) P. CHÉVENARD et A. PORTEVIN, *Chimie et Industrie*, 16, 1926, p. 434.

(2) A. PORTEVIN et L. GUILLET fils, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 237; F. FORSTER, *Zeits. für Metallkunde*, 29, 1937, p. 116; DRUYVESTEYN et MEYERING, *Physica*, 8, 1941, p. 1059; A. PORTEVIN et L. GUILLET, *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 261.

constitution sur les propriétés élastiques. Le premier (*fig.* 1) est relatif au module d'Young E des alliages cuivre-aluminium et a été obtenu avec l'appareil Florisson ([3]) qui utilise les vibrations longitudinales propres d'une éprouvette cylindrique (diamètre 5^{mm}, longueur 60^{mm}) excitée par choc, vibrations détectées par quartz piézo-électrique, et permet de mesurer la fréquence fondamentale par couplage avec un fréquencemètre étalonné. Le second (*fig.* 2) a trait au frottement interne (caractérisé par le décrément logarithmique δ) des alliages

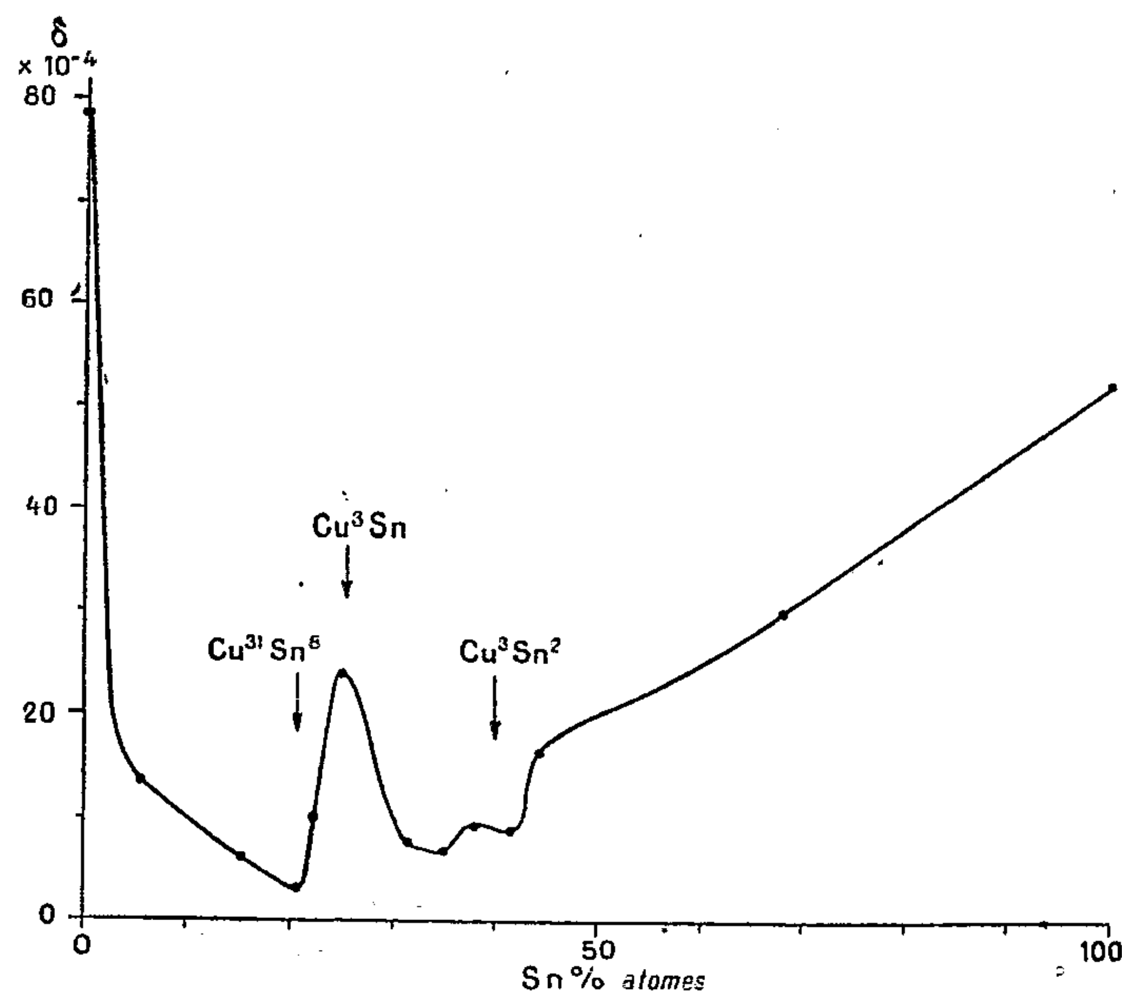


Fig. 2.

cuivre-étain. Il a été déterminé avec l'appareil Cabarat ([4]) qui soumet l'éprouvette cylindrique (diamètre 8^{mm}, longueur 140^{mm}) à des vibrations longitudinales forcées engendrées par un procédé électrostatique et permet de tracer la courbe des amplitudes de vibrations en fonction de la fréquence des sollicitations, c'est-à-dire la courbe de résonance de l'éprouvette étudiée.

Les éprouvettes ont été, pour la plupart, moulées en coquille, et recuites pendant 100 heures à la température maxima compatible avec le diagramme d'équilibre, puis refroidies à la vitesse moyenne de un degré par minute. L'absence de solutions de continuité a été contrôlée par radiographie et par comparaison de la densité expérimentale avec celle qu'on a calculée à partir des dimensions de la maille cristalline.

Ces deux diagrammes confirment l'existence des composés définis déjà mis en évidence par d'autres méthodes, et il est intéressant, en particulier, de noter

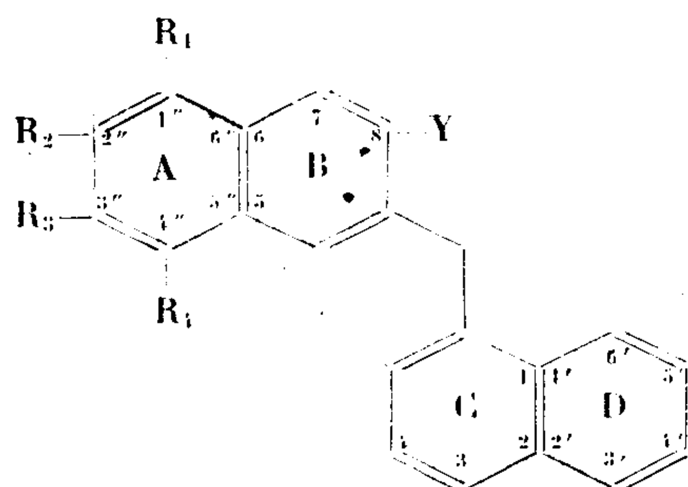
([3]) *Société Française des Mécaniciens*, février 1938.

([4]) *Comptes rendus*, **217**, 1943, p. 229.

que les variations du décrément sont parallèles à celles de la conductibilité électrique [5] [6], fait à rapprocher de la théorie de Zener [7] [8]. Dans le cas des alliages cuivre-étain, le décrément semble plus sensible aux variations de constitution que le module d'élasticité, le diagramme de cette dernière grandeur ne mettant en évidence que le composé $Cu_{31}\ Sn_8$ [9].

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelles recherches dans le domaine du dibenzo-1.2.5.6 fluorène* [1]. Note (*) de M. **Paul Cagniant**, présentée par M. Marcel Delépine.

De récentes expériences ont montré que le dibenzo-1.2.5.6 fluorène [2] possède un certain pouvoir inhibiteur de l'action biologique des hydrocarbures cancérigènes. On sait que la substitution par des groupements méthyles sur certaines positions exalte l'activité cancérigène de l'hydrocarbure considéré. Il était donc intéressant de préparer dans la série du dibenzo-1.2.5.6 fluorène des dérivés méthylés en différentes positions, de façon à déterminer quelle influence ont les groupements méthyles sur le pouvoir inhibiteur et si, pour certaines positions, on ne constaterait pas une exaltation de cette importante propriété biologique. Dans la présente Note nous décrivons quelques dérivés méthylés de l'hydrocarbure (I) sur les noyaux A et B :



(I) $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = Y = H$;
(II) $R_1 = R_2 = R_4 = Y = H$, $R_3 = CH_3$;
(III) $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = H$, $Y = CH_3$;
(IV) $R_2 = R_3 = Y = H$, $R_1 = R_4 = CH_3$;
(V) $R_2 = R_3 = Y = H$, $R_2 = R_4 = CH_3$;
(VI) $R_1 = R_4 = Y = H$, $R_2 = R_3 = CH_3$;

le méthyl-3″ dibenzo-1.2.5.6 fluorène (II), le méthyl-8 dibenzo-1.2.5.6 fluorène (III), le diméthyl-1″.4″ dibenzo-1.2.5.6 fluorène (IV), le diméthyl-2″.4″

(5) W. Broniewski et B. Hackiewicz, *Revue de Métallurgie*, 25, 1928, p. 671.

(6) Cependant la durée du recuit n'a pas été suffisante pour permettre la formation complète du composé stable $Cu_3\ Sn_2$.

(7) *Proc. Roy. Soc.*, 52, 1940, p. 152.

(8) On notera que la valeur du décrément du cuivre pur portée sur la figure 2 est plus élevée que celle donnée par divers auteurs; il s'agit d'un cuivre électrolytique contenant moins de 0,01 % d'impuretés solubles et 0,007 % seulement d'oxygène.

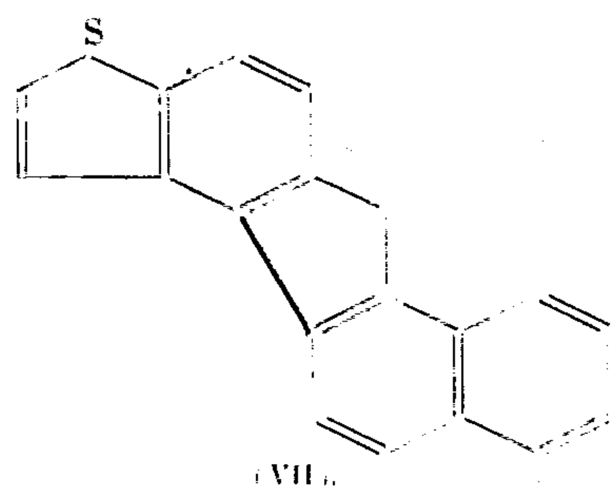
(9) A. Portevin et L. Guillet fils, *loc. cit.*

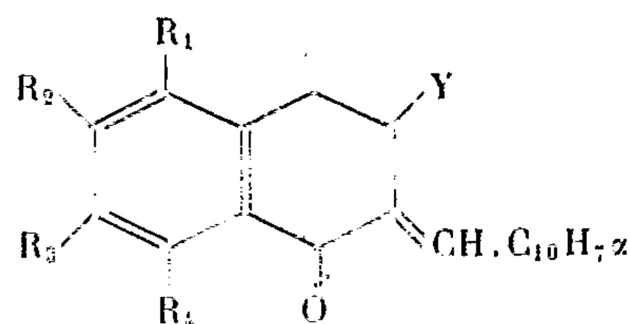
(*) Séance du 19 avril 1948.

(1) Pour la partie spectrographique, voir P. Cagniant, thèse en préparation.

(2) A. Lacassagne, Buu-Hoï et P. Cagniant, *C. R. Soc. Biol.*, 128, 1944, p. 16.

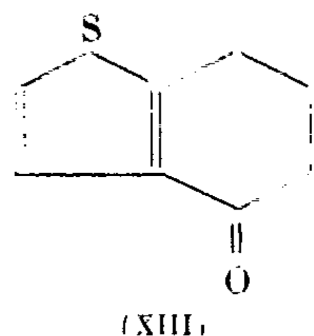
dibenzo-1.2.5.6 fluorène (V), le diméthyl-2″.3″ dibenzo-1.2.5.6 fluorène (VI); ainsi qu'un de ses isostères soufrés : le thiophéno-(2′.1′.5.6) benzo-1.2 fluorène (VII). Tous ces hydrocarbures ont été obtenus par la méthode de Rapson et Shuttleworth [3] : cyclisation des 2-naphtylidène α-tétralones méthylées correspondantes (VIII), (IX), (X), (XI), (XII), au moyen de P_2O_5 dans le xylène bouillant.

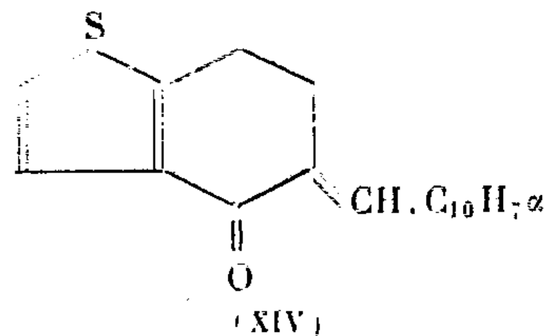


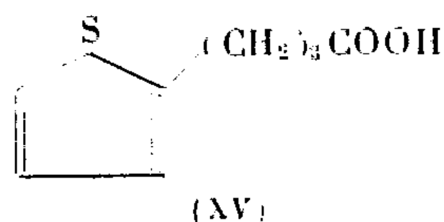


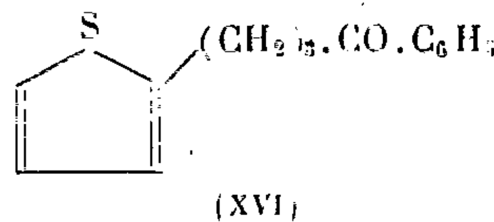
(VIII)	$R_1 = R_2 = R_4 = Y = H$,	$R_3 = CH_3$;
(IX)	$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = H$,	$Y = CH_3$;
(X)	$R_2 = R_3 = Y = H$,	$R_1 = R_4 = CH_3$;
(XI)	$R_1 = R_4 = Y = H$,	$R_2 = R_3 = CH_3$.

Pour préparer (VII), nous avons cyclisé le dérivé 5-naphtylidénique (XIV) du céto-4 tétrahydro-4.5.6.7 thionaphtène (XIII). Cette cétone bien connue [4] se prépare par cyclisation du chlorure de l'acide γ.2-thiényl-butyrique (XV). Nous avons préparé cet acide par synthèse malonique à partir du bromure de β.2-thiényl-éthyle dont nous disposions, saponification de l'ester obtenu et décarboxylation habituelle. Notons que la cyclisation du chlorure de l'acide (XV), en milieu benzénique et sous l'influence de Cl_3Al, nous conduit à un mélange de (XIII) et d'une cétone $C_{14}H_{14}OS$, probablement (XVI).









Description des corps nouveaux obtenus [5]. (II) $C_{22}H_{16}$, F 180°, cristaux incolores (benzène); picrate F_{inst} 147°, aiguilles rouge violacé (alcool), (III) $C_{22}H_{16}$, F 136°, cristaux incolores (alcool); picrate F_{inst} 181°,5, cristaux rouge brique (alcool). (IV) $C_{23}H_{18}$, F 184°,

---

(3) *J. Chem. Soc.*, **157**, 1940, p. 636.

(4) Fieser et Kenelly, *J. Amer. Chem. Soc.*, 57, 1935, p. 1611.

(5) Pour la préparation des tétralones de départ, *voir*, P. Cagniant, *Thèse*.

aiguilles incolores (alcool); picrate F_{inst} 199°, aiguilles rouge violacé (alcool). (V) $C_{23}H_{18}$, F 187°, cristaux incolores (benzène); picrate F_{inst} 197° cristaux rouge violacé (benzène). (VI) $C_{23}H_{18}$, F 205°, aiguilles incolores (benzène); picrate F_{inst} 174°, cristaux rouge brique (benzène). (VII) $C_{19}H_{12}S$, se sublimant totalement sans fondre vers 220°; picrate F_{inst} 179°, cristaux rouge grenat (alcool). Tous ces hydrocarbures présentent une fluorescence assez faible, bleu violet dans l'alcool. (VIII) $C_{22}H_{18}O$, F 136°, paillettes nacrées brillantes (alcool). (IX) $C_{22}H_{18}O$, F 102°, cristaux peu colorés (alcool). (X) $C_{23}H_{20}O$, F 79°, cristaux jaune clair (alcool). (XI) $C_{23}H_{20}O$, F 116°, cristaux à peine colorés (alcool). (XII) $C_{23}H_{20}O$, F 140°, petites aiguilles jaune citron (alcool). (XIV) $C_{19}H_{14}OS$, F 118°, petits cristaux incolores (alcool), donnant un picrate F_{inst} 108°, petits cristaux jaunes (alcool). β.2-(thiényléthyl)-malonate d'éthyle $C_{13}H_{18}O_4S$, $É_{10}$ 175°; liquide incolore Acide correspondant $C_9H_{10}O_4S$, F 124°,5, cristaux incolores fondant sans décomposition. Cétone (XVI), F 85°, cristaux incolores (alcool). Semicarbazone $C_{15}H_{17}ON_3S$, F_{inst} 197°, aiguilles incolores (alcool).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'acide benzoylacrylique; action de l'ammoniaque.* Note de MM. **Joseph Bougault** et **Pierre Chabrier**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'un de nous ([1]) a déjà signalé que l'acide benzoylacrylique (I)

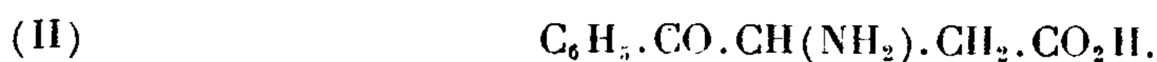


(I) $C_6H_5.CO.CH = CH.CO_2H$

fixe facilement, sur sa double liaison, des molécules très diverses, telles que l'ammoniaque, l'aniline, l'acide cyanhydrique, les hydracides, etc. L'objet de cette Note est d'insister sur les particularités de la fixation de l'ammoniaque suivant qu'elle s'effectue en milieu aqueux ou en milieu alcoolique.

I. Si l'on dissout l'acide benzoylacrylique dans une solution aqueuse d'ammoniaque, aucun précipité n'apparaît. L'acidulation après quelques heures, par l'acide chlorhydrique ne produit pas de précipité. Mais, en évaporant la liqueur, un précipité apparaît peu à peu, et chose surprenante, reste insoluble, même si l'on rétablit, par addition d'eau, le volume primitif.

Le composé ainsi précipité est l'acide aminé (II) ($C_{10}H_{11}O_3N$)



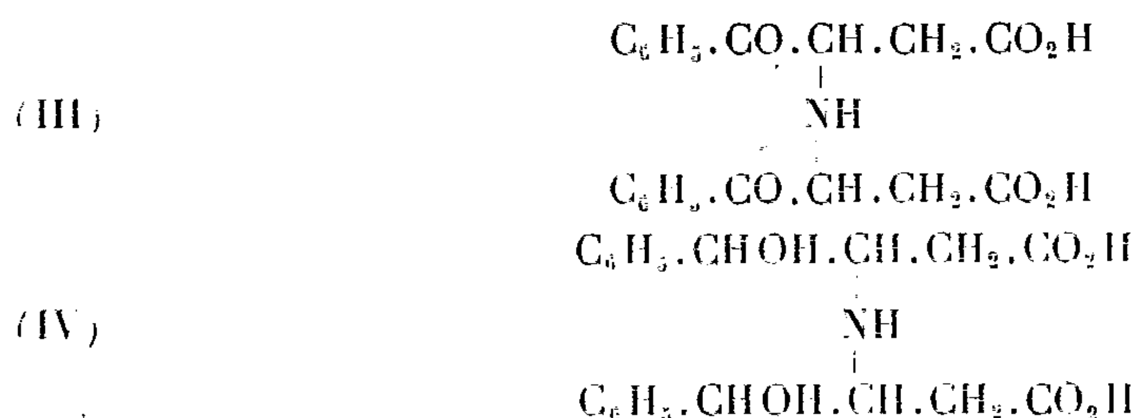
(II) $C_6H_5.CO.CH(NH_2).CH_2.CO_2H$.

Il fond à 194°, est insoluble dans l'eau, dans l'alcool et dans l'éther. Réduit par l'amalgame de sodium, il donne l'acide-alcool correspondant, F 215° ($C_{10}H_{13}O_3N$) qui ne fournit pas la lactone que l'on pourrait attendre.

II. En solution alcoolique saturée d'ammoniaque, les résultats sont tout différents. On observe rapidement un dépôt de cristaux brillants, qui sont le sel ammoniacal d'un diacide (III) ($C_{20}H_{19}O_6N$), que l'on isole facilement par l'acide chlorhydrique. Cet acide fond à 204°. Il est insoluble dans l'eau et dans l'éther, mais un peu soluble dans l'alcool. Son hydrogénation par l'amalgame

([1]) *Ann. Chim. et Phys.*, 8e série, 15, 1908, p. 491-515.

de sodium conduit à l'acide-alcool (IV) ($C_{20}H_{23}O_6N$) correspondant, F. 225°, lequel ne nous a pas donné la lactone.



Ce diacide-alcool (IV) étant saturé par la soude diluée, et la solution acidulée par l'acide acétique, fournit un sel de sodium acide (F 285°), peu soluble dans l'eau, qui sert avantageusement à la préparation de l'acide très pur.

III. Le sel ammoniacal du diacide (III) subit spontanément une remarquable transformation, rapidement à chaud, lentement à froid : il donne le monoacide (II). Si l'on conserve la solution alcoolique ammoniacale où se sont formés les cristaux brillants du sel ammoniacal du diacide (III), on voit ceux-ci s'effriter lentement et donner une poudre blanche. Celle-ci n'est autre chose que le monoacide (II). Ce n'est pas son sel ammoniacal, comme on aurait pu le penser, étant donné le milieu saturé d'ammoniaque où il s'est formé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la céto-yobyrine*. Note de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Marcel Delépine.

Par la déshydrogénation au sélénium de la yohimbine, Mendlik et Wibaut ont obtenu trois substances dont l'une, la céto-yobyrine, n'a pas encore été étudiée pharmacologiquement. Les expériences que nous avons faites avec un produit très pur préparé par Wibaut lui-même nous ont montré que la céto-yobyrine, qui n'a que peu d'influence sur la pression artérielle, paraît être presque totalement dépourvue d'activité aussi bien sympathicolytique que sympathicosthénique. Ces effets étant bien différents de ceux de la yohimbine et de la yobyrine, la pharmacodynamie devait en chercher les raisons dans la constitution moléculaire de ces trois substances.

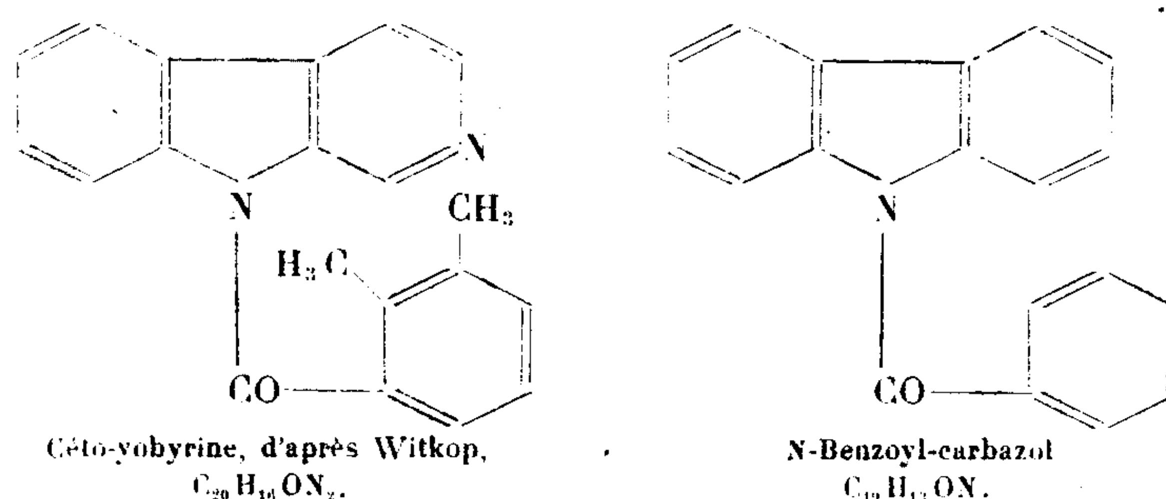
Malheureusement, si la formule de constitution de la yohimbine n'est plus contestée aujourd'hui et si celle de la yobyrine qu'a proposée Witkop [1] a été confirmée par la pharmacologie [2] et la synthèse [3], celle de la céto-yobyrine s'est déjà heurtée à quelques objections [2]. Pour la réfuter définitivement, il

(1) *Liebig's Ann.*, 554, 1943, p. 83.

(2) Raymond-Hamet, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 387.

(3) G. R. Clemo et G. A. Swan, *Journ. of the Chem. Soc.*, 1946, p. 617.

nous a suffi de nous assurer que les spectres d'absorption de la céto-yobyrine et du N-benzoyl-carbazol ([1]) qui seraient à peu près identiques si elle était exacte, sont en réalité tout à fait différents (*fig.* 1).



Céto-yobyrine, d'après Witkop, $C_{20}H_{18}ON_2$. — N-Benzoyl-carbazol $C_{19}H_{13}ON$.

Au contraire, la comparaison des spectres d'absorption ultraviolets de la céto-yobyrine et de la rutécarpine ([2]), alcaloïde dont la formule de constitution peut être tenue pour certaine, a révélé l'incontestable analogie de ces

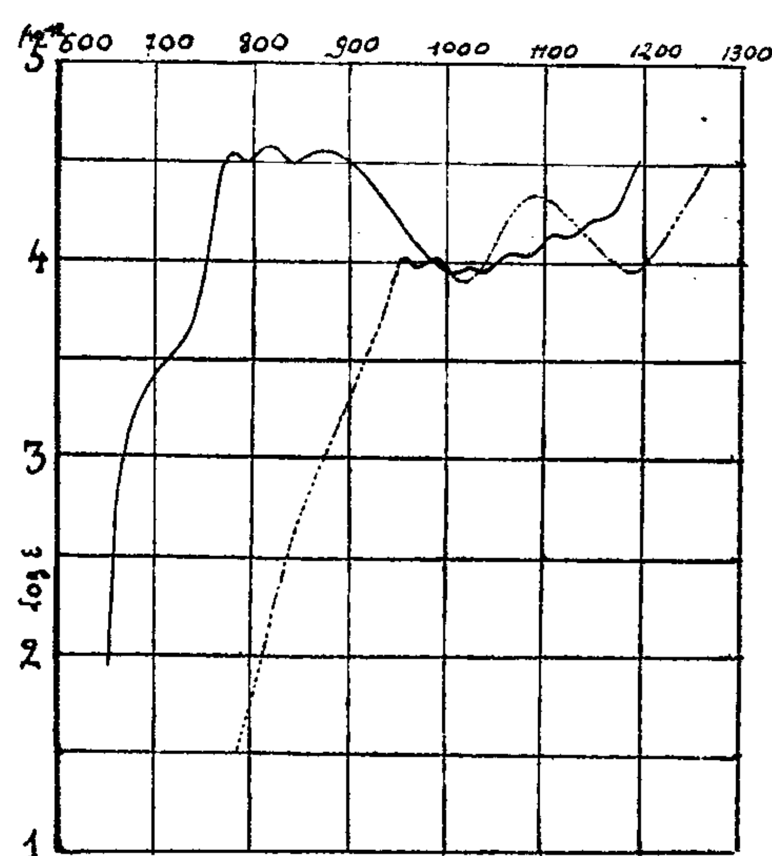


Fig. 1.
——— Céto-yobyrine.
Max. : 781-820-867-1027-1066-1107-1149-1195.
Min. : 791-840-1007-1038-1079-1115-1172-1212.
- - - - - - N. benzoyl-carbazol.
Max. : 955-988-1091.
Min. : 971-1013-1190.

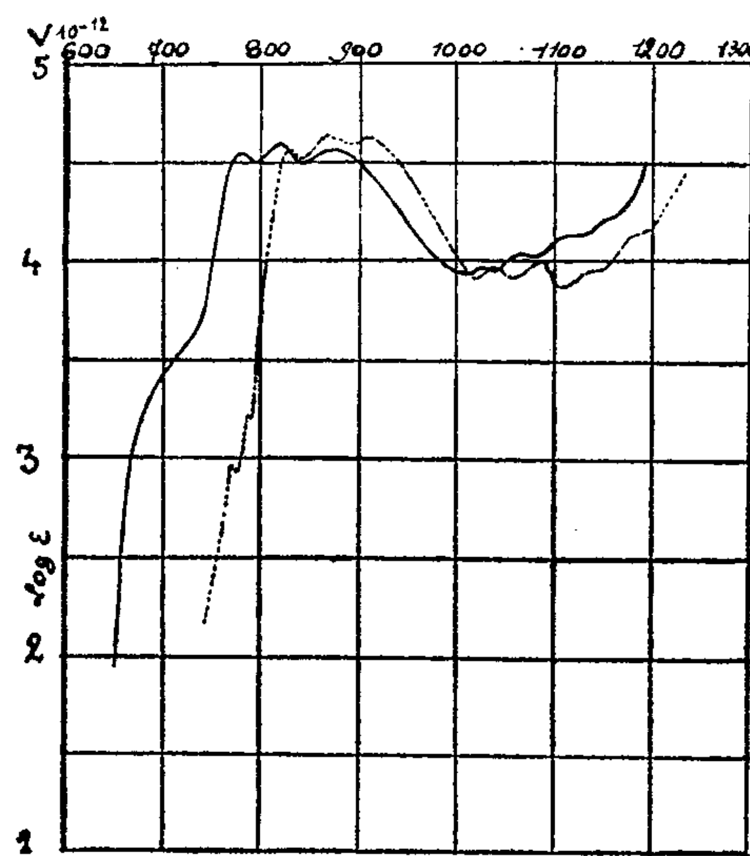
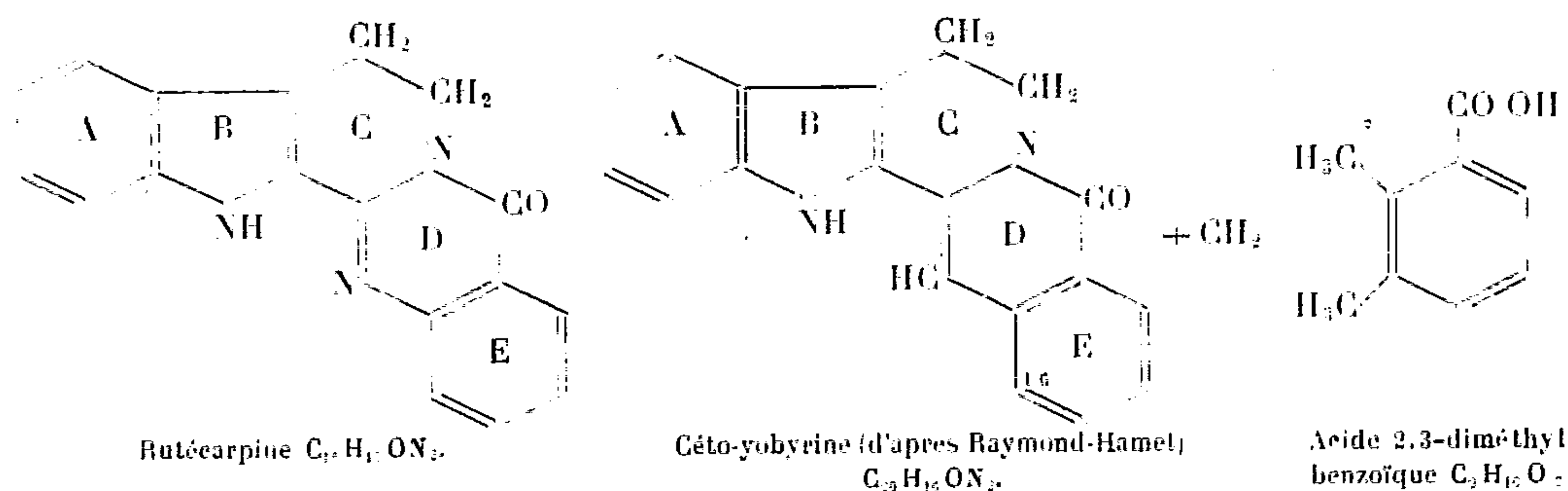


Fig. 2.
——— Céto-yobyrine.
- - - - - - Rutécarpine.
Max. : 771-785-826-864-909-1038-1087-1136-1183.
Min. : 779-795-843-895-1020-1060-1107-1158-1200.

deux substances (*fig.* 2). On doit donc admettre qu'elles présentent toutes deux la même architecture cyclique générale et qu'elles possèdent l'une et

(1) Préparé par M. Sandulesco.
(2) Préparée par Asahina.

l'autre, dans le cycle D, d'une part un groupement cétonique, d'autre part une double liaison conjuguée à un noyau aromatique.



Rutécarpine $C_{18}H_{13}ON_3$. Céto-yobyrine (d'après Raymond-Hamet) $C_{19}H_{16}ON_2$. Acide 2.3-diméthyl benzoïque $C_9H_{10}O_2$.

Puisque Mendlik et Wybaut d'abord, Barger et Scholz ensuite, ont obtenu de l'acide 2.3-diméthylbenzoïque en traitant par la potasse la céto-yobyrine, on peut admettre hypothétiquement que cette substance comporte un groupe méthyle fixé sur son carbone 16, c'est-à-dire sur le carbone qui, dans la molécule de la yohimbine, supporte le groupement carbométhoxyle.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Étude des interactions de l'acide nitrique et de la diméthylaniline*. Note (*) de M. **François-Michel Lang**, présentée par M. Louis Hackspill.

D'après des études récentes ([1]) sur la constitution de l'acide nitrique : en milieu aqueux, très dilué, l'acide nitrique est sous forme ionique NO_3-H^+, en milieu concentré (conc. $>60\,\%$) sous forme covalente NO_2-OH et pour des concentrations moyennes, NO_2-OH forme, avec l'eau, un complexe : $OH_2\ldots NO_2-OH$. Seule la forme covalente libre possède une tension de vapeur et est capable de nitrer effectivement la cellulose.

Les solvants organiques peuvent se diviser en deux familles :

1° Ceux qui jouent vis-à-vis de NO_3H le rôle de base, c'est-à-dire qui disposent d'une paire d'électrons qu'ils peuvent céder à l'H de NO_3H (c'est le cas des solvants contenant de l'oxygène, tels l'acide acétique, l'éther); l'acide nitrique ainsi associé en complexe perd tout pouvoir nitrant vis-à-vis de la cellulose.

2° Ceux qui sont non basiques vis-à-vis de NO_3H, tels que CCl_4, $CHCl_3$, laissent à l'acide nitrique son pouvoir nitrant.

Dans le cas de la série benzénique, alors que les carbures ne se nitrent qu'en milieux nitriques ou sulfonitriques très concentrés, deux familles, les phénols et les amines, se nitrent avec une particulière facilité par action de l'acide

(*) Séance du 12 avril 1948.

([1]) Dalmon, *Mémor. des Serv. Chim. de l'État*, 30, 1943, p. 141; Vandoni, *Mémor. des Serv. Chim. de l'État*, 31, 1944, p. 87; Chedin, *Mémor. des Serv. Chim. de l'État*, 29, 1939, p. 111, 31 1944, p. 113; *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1424.

nitrique en milieux aqueux même dilués. Cette nitration a lieu aussi au sein de solvants organiques présentant un caractère basique vis-à-vis de NO_3H.

Alors que certains auteurs, comme Hodgson ([2]), ne semblent pas avoir eu connaissance des études sur la constitution de l'acide nitrique dans les divers milieux, d'autres, comme Halberstadt, Hugues et Ingold ([3]), admettent que le complexe $HO - NO_2, H_2O$, qui généralement est inactif vis-à-vis de la matière organique, est capable de nitrer dans certaines conditions. Signalons cependant que Stig Veibel ([4]) a démontré, dans le cas de la nitration des phénols, le passage probable par des complexes formés par les phénols et l'acide nitreux.

Nous avons entrepris l'étude systématique des interactions de l'acide nitrique et de la diméthylaniline ([5]) par variation régulière de la concentration de l'acide nitrique :

1° L'acide nitrique dilué, sans vapeurs nitreuses, neutralise tout d'abord presque totalement l'amine.

2° Après une *période d'induction* semblable à celle qu'on a observée dans le cas des phénols, il se produit des vapeurs nitreuses, et la neutralisation est suivie de la formation de *nitrate de p-nitrosodiméthylaniline*. (Rdt 20 % à une température de — 10° C. avec NO_3H de concentration 20 %.) En même temps prennent toujours naissance des produits d'oxydation de la diméthylaniline (en particulier la tétraméthylbenzidine et ses dérivés).

3° L'acide étant plus concentré ou à plus forte température, le dérivé nitrosé s'oxyde en dérivé nitré.

Dans l'éther, même dans les conditions où l'acide nitrique est associé en complexe (et n'agit pas sur la cellulose), la nitration se fait très facilement. L'insolubilité relative des produits formés dans le solvant nous a permis d'isoler facilement les intermédiaires de la réaction : nitrate de diméthylaniline et de *p*-nitrosodiméthylaniline, paranitrodiméthylaniline.

4° En employant des acides nitriques de concentration ≤ 70 %, nous avons pu isoler et caractériser sans ambiguïté les dérivés N-*nitrosés* de la diméthylaniline :

N-nitroso	N-méthyl..........	2.4-dinitroaniline	(Rdt 80 %)
»	»	2.4.6-trinitroaniline	(»)

Ce sont ces produits qui se forment et non pas les dérivés monométhylés, généralement admis. Les dérivés N-nitrosés sont décomposés très facilement par les agents physiques (chaleur en particulier) et chimiques (action des bases et des acides), ce qui explique aisément la confusion précédente.

([2]) Hodgson et Turner, *J. Chem. Soc.*, **121**, 1942, p. 584; Hodgson, *J. Soc. Dyers Colourists*, **60**, 1944, p. 151.

([3]) Halberstad, Hugues et Ingold, *Nature*, **158**, 1946, p. 514.

([4]) Stig Veibel, *Zeits. Physik. Chem.*, **10**, 1930, p. 22 (Part. I).

([5]) F. M. Lang, *Thèse*, Faculté Sciences, Paris, 6 janvier 1948.

5° Au contraire, en employant de l'acide nitrique de concentration $>70\,\%$, nous avons pu isoler et caractériser la : N-*nitro* N-*méthyl* 2.4-*dinitroaniline*.

En conclusion, pour des concentrations nitriques $\leqq 70\,\%$ ou dans des solvants organiques présentant un caractère basique vis-à-vis de NO_3H, la nitration vraie (par l'entité nitrante NO_2^+) ne semble pas avoir lieu. La formation des dérivés nitrés se fait par l'intermédiaire de la nitrosation (par l'entité nitrosante $N \equiv O^-$), cette nitrosation étant suivie d'oxydation.

GÉOLOGIE. — *Nouvelles données sur la structure des Andes de l'Équateur.* Note de M. **Edmond Bruet**, présentée par M. Charles Jacob.

Une Note récente de Victor Oppenheim (¹) renferme une opinion d'ensemble intéressante sur la structure des Andes, du Vénézuéla à la Patagonie. Mais en ce qui concerne le territoire de la République de l'Équateur, si l'auteur admet que la Sierra de Cutucu, située dans le Haut-Amazone, « rejoint l'éperon le plus à l'est de la Cordillère orientale du Pérou », dans le texte, comme dans la carte jointe, il marque une solution de continuité entre les Cordillères orientales du Pérou et de Colombie, sur le territoire de l'Équateur, et faute de données, il rattache la troisième cordillère de Colombie (au départ du Pacifique) à la deuxième cordillère de l'Équateur. La réalité est bien différente. Déjà on a des indications dans une Note du Dr H. J. Tschopp (²), directeur de La Schell of Ecuador. Ensuite, au cours de mes voyages dans le Haut-Amazone, j'ai pu relever, ou vérifier, de nombreux faits dont voici les principaux.

1° Au nord du débouché du Pastaza sur la Plaine amazonienne, le Crétacé présente du côté cordillère une dénivellation de l'ordre de 2400m par rapport au Crétacé du Napo. Le cours de certains affluents ou sous-affluents de l'Amazone est orienté comme le sont les failles soit Nord-Sud à légèrement Nord-Nord-Est (cours supérieur de l'Upano dans la région de Macas; Pastaza après Shell-Méra; Coca supérieur au nord-nord-est de Baeza; Rio San Miguel supérieur). Au sortir des montagnes, l'Upano, le Pastaza et le Coca n'ont pu encore régulariser leur cours. A l'ouest d'Alapices, au nord du Rio Palora, au Nord du Pàstaza, les murs de la cordillère sont verticaux sur la Plaine Amazonienne.

2° La Cordillère de Guacamayo, composée de granites, de schistes, granodiorites et gabbros, appartient à la Cordillère dite orientale, dont elle n'est qu'un rameau avancé sur la Plaine Amazonienne. Elle est jalonnée à son extrémité Est par une ligne de failles sensiblement Nord-Est-Sud-Ouest.

3° Par contre vers l'Est et au Nord, il existe la Cordillère de Galeras avec le

(¹) *Amer. Journ. of. Sci.*, 245, n° 3, 1947, p. 158-174.
(²) *Impresora Uruguaya*, Montevideo, 1945.

volcan Sumaco, lesquels viennent rompre la monotonie de la Plaine Amazonienne. Ici apparaissent des plis de direction Nord-Est-Sud-Ouest limités à l'Est et à l'Ouest par des failles et comprenant en particulier : 1° le Crétacé supérieur et moyen, calcaires avec argiles schisteuses; 2° les sables et grès avec intercalations de tufs et basaltes allant du Crétacé moyen au Jurassique supérieur inclus. Plus au Sud, avec les mêmes alignement et composition lithologique, viennent successivement les anticlinaux du Napo, de Vuano et de Mirador, bordés par des failles, dont les failles de Canelos.

4° Au sud de Mirador, la trouée du Pastaza a permis un épanouissement du réseau avec un puissant travail d'érosion.

5° Plus au Sud, après la trouée de l'Upano, apparaît la Sierra de Cutucu ([3]), composée de haut en bas des couches suivantes plissées avec poussée vers l'Est : Tertiaire avec argiles et sables à végétaux, Crétacé supérieur sableux, moyen et inférieur, à Ammonites, Jurassique supérieur et inférieur, Lias à Arietites, Trias à Pseudomonotis, Carbonifère à Spirifer et Productus, Silurien ou Cambrien à Lingules, ce dernier extrêmement plissé. Le substratum est précambrien ou cristallin. Le tout est encadré par de grandes failles longitudinales.

6° Cette troisième cordillère ainsi jalonnée se rattache au Nord à la Cordillère orientale de Colombie décrite succinctement par T. Clements ([4]) et au Sud, par la Cordillère de Condor, à la Cordillère orientale du Pérou. A l'Est, s'étendent les plaines orientales boisées doucement ondulées, qui continuent, sur le territoire de l'Équateur, les Llanos de Colombie.

7° L'Altiplano de l'Équateur est un *graben*. Il est bordé de grandes failles, sur lesquelles ou en bordure des voussoirs effondrés, se sont installés des volcans, et il est rempli par leurs projections. De la même façon, les volcans Reventador et Sangay sont installés sur la ligne des failles située en bordure de la Plaine Amazonienne, mais le Sumaco est placé au centre de la véritable Cordillère orientale que nous venons de définir.

8° Cette cordillère occupe donc l'emplacement d'un géosynclinal qui comprend des couches allant du début du Primaire à la fin du Tertiaire. C'est à cette dernière époque qu'elles ont acquis leur caractère tectonique actuel à la suite des plissements *Quichua* que Steinmann a placés, au Pérou, au Tertiaire supérieur. Ici, comme ailleurs dans les Andes, les failles longitudinales, de très grande étendue, manifestent l'action des mouvements épirogéniques.

([3]) Que V. Oppeinheim a signalée le premier (*Bol. Soc. Geol. Peru*, 14-15, p. 104, Lima, 1943).

([4]) *Bull. Geol. Soc. Amer.*, 1941, 52, n° 12, part. II, p. 1246.

GÉOLOGIE. — *Présence du Llanvirn en Grande Kabylie (Algérie).* Note de MM. **André Barbier, Henri Termier** et Mme **Geneviève Termier**, présentée par M. Paul Fallot.

Plusieurs massifs de l'Algérie atlasienne comprennent de grandes étendues occupées par des roches que la carte géologique désigne, dans leur ensemble, sous la dénomination de *Terrains azoïques et cristallophylliens*, et attribue au Précambrien. Une Note récente ([1]) a signalé la découverte de l'Ashgill dans les « Schistes X » du flanc nord du Djurdjura. La présente communication a pour objet de faire connaître trois affleurements de « Schistes X » d'un âge plus ancien et situés à 4km de Tizi-Ouzou, sur la bordure nord du Massif Kabyle ([2]). Le principal gisement fossilifère se trouve près du confluent de l'Oued Stita avec l'Oued Sebaou, sur le flanc sud de la colline nommée la Zaouia, à 170 mètres d'altitude. Les bancs que nous avons exploités sont traversés par des filons de pegmatite et de quartz et touchés de métamorphisme. Nous avons pu extraire des parties les moins transformées les genres et espèces suivants :

Synhomalonotus Aragoi, Pharostoma pulchra, Dalmanitina sp., *Dionide* sp., Asaphidé (plèvres), Gigantostracés (débris), *Pleurotomariidæ, Pionodema budleighensis,* « *Orthis* » *incola,* « *Orthis* » cf. *desiderata,* « *Orthis* » cf. *bohemica, Glossorthis* sp., *Platystrophia* sp., cf. *Porambonites* sp., *Leptæna* sp., *Sowerbyella* sp., *Lingula* cf. *Lesueuri, Acanthograptus* nov. sp.. *Thallograptus* nov. sp., *Koremagraptus* nov. sp., *Airograptus* nov. sp., *Inocaulis* sp., *Graptodictya,* cf. *Pachydictya, Protocrinus* cf. *oviformis* (région buccale et brachioles), *Sphæronites* nov. sp. (de grande taille), *Ovocystis* (région bucco-anale), *Sinocystis* cf. *yunnanensis* (plaques thécales).

A 1500 mètres plus au Sud-Est, sur la rive droite du Sebaou, un peu au-dessus de la Fontaine que les Ponts et Chaussées ont établie sur la route dans la partie aval des gorges, nous avons recueilli à la cote 150m une faune semblable (à *S. Aragoi, Thallograptus* nov. sp., *Koremagraptus* nov. sp., *Inocaulis* sp., *Palæodictyota* et *Sphæronites*). Enfin, à moins de 100 mètres à l'ouest du village d'Akaoudj, à la cote 430m, des schistes localement métamorphiques nous ont donné : *Orthis* (non) *calligramma* (var. figurée par Cowper Reed), *Vellamo* sp., associés à *Thallograptus* nov. sp., *Koremagraptus* nov. sp., *Streptograptus* nov. sp., *Airograptus* nov. sp., *Inocaulis* sp., *Mastigograptus* sp., à des *Sphæronites* de petite taille et à des fragments de Trilobites. Les Brachiopodes, *S. Aragoi,* les Diplolorites et les Graptolites concourent tous

([1]) Alexis Lambert, Henri Termier et Geneviève Termier, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 84.

([2]) Les gisements 1 et 2 ont été découverts par A. Barbier; ces deux points, ainsi que le gisement 3 que nous avons trouvé ensemble, ont été fouillés par nous trois en compagnie de J. Monod.

à l'attribution de la faune du premier gisement au Llanvirn (probablement même à la 7e zone de la classification anglaise, zone qui, pour certains auteurs, est la base du Llandeilo). De nouvelles recherches sont nécessaires pour savoir si le troisième gisement ne représente pas un horizon voisin, sa faune étant légèrement différente.

Il est frappant de constater que le faciès biologique du Llanvirn est ici bien différent de celui du Maroc ([3]), avec lequel il n'a de commun que *S. Aragoi* et *P. budleighensis*. Jusqu'à présent, nous ne connaissons rien d'identique en Afrique du Nord et dans l'Europe Occidentale, malgré la présence de *S. Aragoi*, *P. pulchra* et *P. budleighensis* dans le Massif Armoricain et de *P. pulchra* à Sart-Bernard (Belgique). En revanche, la faune que nous signalons présente des affinités certaines avec la Bohême par ses Trilobites et ses Brachiopodes, avec l'Amérique du Nord par des Graptolites, enfin avec la région Baltique et la Chine par ses Echinodermes.

Nous sommes en présence du premier ensemble important de Dendroïdes qui soit connu sur le Continent africain. Quant aux Diploporites, il s'agit aussi d'un groupe de formes, nouvelles en Afrique du Nord, d'une valeur capitale pour l'histoire des Echinodermes paléozoïques de la Méditerranée occidentale.

De plus, la présence du Llanvirn et de l'Ashgill en deux points éloignés de 28km situés, l'un au Nord, l'autre au Sud du Massif Kabyle, sur une ligne transversale aux plis atlasiens, laisse à penser que l'Ordovicien constitue une bonne part des terrains anciens de ce massif et que l'on a de sérieuses chances d'y trouver le Llandeilo franc et le Caradoc.

Enfin, comme le métamorphisme régional paraît offrir les mêmes caractéristiques en grande Kabylie et dans le Massif d'Alger ([4]), c'est-à-dire sur une vaste étendue, il est permis d'espérer qu'il sera possible d'établir la stratigraphie du Primaire algérien par la prospection et l'étude systématiques des affleurements les moins cristallins dans une série qui comporte surtout des micaschistes et des gneiss.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Observations de morphologie et de tectonique sur le front nord-occidental de la Montagne Noire. La faille d'Escoussens.* Note de M. **Georges Baeckeroot**, présentée par M. Emmanuel de Martonne.

Vue du pied du Château d'Escoussens, la butte toute proche (cotée 348 sur la minute au 1/40000e) apparaît mieux dégagée que celle de la Sagne. Sa forme est caractéristique : la base, largement étalée, montre de blancs affleurements

([3]) Henri et Geneviève Termier, *C. R. somm. S. G. F.*, 13, 1947, p. 254.

([4]) Louis Royer, *Les terrains cristallophylliens des massifs d'Alger et de la grande Kabylie* (*Bull. Serv. Carte Géol. Algérie*, 5e série, 2, 1947).

de calcaire sur une étendue et une hauteur plus grandes que sur la butte voisine, et deux replats structuraux, inclinés vers l'extérieur du Massif, y ont trouvé place; le sommet de la butte, d'un tout autre style, est une calotte conique très régulière, posée à même le replat supérieur.

Entre la butte d'Escoussens et la Montagne Noire, le raccordement se fait, vers le Sud, dans une dépression beaucoup plus ouverte que celle de la Sagne, dont elle est cependant le prolongement; les pentes en sont d'abord assez douces, avec des terres blanchâtres, mises en cultures ou en beaux pâturages. Ces pentes, après un ressaut très net, deviennent ensuite progressivement plus fortes et ne sont plus occupées que par de la lande à fougères et enfin par la forêt. Vers l'Est, par contre, le glacis cultivé vient se heurter à des pentes fortes, boisées dès la base du Massif, et dont la raideur est encore renforcée par la profonde entaille de l'affluent de la Bernazoubre descendu de Fonbruno.

Tous les détails de ce paysage trouvent leur explication dans la structure.

1° La plus grande partie de la butte d'Escoussens, depuis sa base jusqu'au replat supérieur, est constituée par le Calcaire de Castres d'abord visible dans le soubassement de l'église d'Escoussens, à l'altitude de 275^m.

L'ensemble des couches de Calcaire, dont le pendage est de 35 degrés vers le Nord-Ouest, et l'épaisseur visible de 65^m au moins, ne laisse apercevoir nulle part sa brèche de base, entre le village d'Escoussens et la butte.

Mais si, en s'éloignant de la butte vers le Sud, on suit le chemin rural qui, de la carrière, descend d'abord dans la dépression pour remonter ensuite les premières pentes du Massif ancien, on ne tarde pas à rencontrer, à la partie inférieure d'une tranchée profonde de 8^m, où le chemin s'embourbe, une brèche en tout semblable à celle de la Sagne, c'est-à-dire composée de fragments de schistes à séricite gris vert enrobés dans un ciment calcaire. Il s'agit bien de la brèche de base du Calcaire de Castres.

2° Quelle est l'extension des affleurements du banc de brèche?

a. Vers le Nord-Ouest, c'est-à-dire dans la direction de son pendage, on peut le voir, à la lisière sud du hameau de la Faurinié et dans le chemin de la Faurinié à la Blancarié, s'arrêter net contre les couches de calcaire correspondant à celles de la partie moyenne de la butte d'Escoussens. Ce contact anormal marque le passage certain d'une faille dont le rejet serait d'une vingtaine de mètres; son tracé se trouve exactement aligné avec celui de la faille de la Sagne avec laquelle il faut l'identifier.

b. Vers le Sud-Est, les premières pentes de la Montagne Noire au-dessus de la tranchée coïncident avec le dos du banc de brèche sur lequel reposent encore, et comme à point nommé, quelques restes de Calcaire de Castres, bien en place. Cette surface structurale forme un glacis incliné qui remonte sur une distance de quelques centaines de mètres jusqu'à ce que la brèche cède subitement la place aux schistes cambriens au pied d'un talus. Celui-ci doit être considéré comme un élément de plan de faille à faible rejet, car il se trouve

aligné avec une facette située au sud d'Escoussens, sur le versant droit du ravin de la Bernazoubre, à la base du promontoire schisteux du Pasquet, un peu en aval du Moulin de Lavessenq. Cette seconde faille est sensiblement parallèle à la première.

Ainsi donc, la brèche de base du Calcaire éocène de Castres, invisible au pied de la butte d'Escoussens, a été remontée par failles, de telle sorte qu'elle constitue, à elle seule, le revêtement de la partie supérieure d'un voussoir soulevé de schistes cambriens, D'après la fraîcheur des escarpements, les failles auraient joué (ou rejoué) à une époque récente.

C'est ce que viennent confirmer d'autres observations. En effet, le glacis structural de la brèche décrit ci-dessus est fortement raviné et recouvert de ses propres débris *qui sont, eux aussi, ravinés*. Ce ne sont donc pas des dépôts-de-pente *actuels*. On les retrouve à la partie supérieure de la tranchée sous la forme de dépôts détritiques grossiers comprenant des fragments de la brèche, des éléments dissociés de celle-ci, avec d'assez nombreux cailloux mal roulés de quartz laiteux et de quartzites. *Et c'est dans la même masse de cailloutis grossier qu'a été modelé le chapiteau conique de la butte d'Escoussens*. Il semble donc que la dernière phase tectonique qui ait fait jouer les failles bordières de la Montagne Noire soit de peu antérieure au creusement du vallon périphérique.

3° Les observations suivantes permettent de tracer une faille faisant avec les précédentes un angle de 100° et dirigée SW-NE :

— Le Calcaire de Castres affleure à l'est de la Bernazoubre (Est du *mot* Ricardous de la carte) et s'arrête net devant les terrains primaires (calcaires et schistes cambriens);

— De même plus au Sud, dans le ravin (près de l'*s* d'Embarthès);

— Sur le chemin remontant de là à la Blancarié, réapparition soudaine du calcaire éocène en contact immédiat avec le calcaire cambrien.

Conclusions. — Sur le front nord-occidental de la Montagne Noire, dans la région située au sud et à l'est d'Escoussens :

1° Ce que la carte géologique (f. de Castres) attribue, sous l'indice $e^{2-1}g$, à une formation littorale de la mollasse oligocène est représenté, en réalité : *a*. Sur les premières pentes du Massif, par la brèche de base du Calcaire éocène de Castres, déjà reconnue près de la métairie de la Sagne; *b*. Au sommet de la butte d'Escoussens et sur son flanc Nord, par un dépôt détritique grossier, de date récente, mais non pas *actuel*, provenant du remaniement de la brèche de base.

2° Au cours d'un soulèvement récent, le Massif de la Montagne Noire a entraîné avec lui, vers le haut, les terrains tertiaires de sa bordure. Deux failles parallèles à regard Nord et de direction W-E, sont recoupées par une troisième, de direction SW-NE, délimitant ainsi des compartiments étagés en escalier.

3° Les éléments de surfaces inclinés vers le NW appartiennent à une pénéplaine pré-éocène qui n'est sans doute ici que la pénéplaine post-hercynienne elle-même.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la présence des organites élaborateurs du tanin (taninoplastes) dans les espèces du genre* Acacia. Note (*) de M. **Jean Politis**, présentée par M. Louis Blaringhem.

D'après les travaux de Guillermond et de Pierre Dangeard, les tanoïdes apparaissent généralement dans les cellules très jeunes, dans lesquelles les vacuoles se trouvent sous forme de nombreux éléments mitochondriformes. P. Dangeard a utilisé pour ses recherches des méthodes de coloration vitale chez de très jeunes feuilles d'un certain nombre de Conifères, de façon à connaître les premiers stades des vacuoles et le mode de formation des tanins. Les colorants vitaux mettent en évidence de petits grains des filaments, disposés de façon irrégulière et variable, ou un réseau. Ces éléments se transforment très rapidement en éléments tanifères. Le système vacuolaire, plus tard, dans les feuilles âgées, se dilate toujours en réseaux épais et finalement en grosses vacuoles réfringentes remplies d'un tanin abondant. Nous avons observé un mode de formation du tanin, dans des cellules de diverses plantes, qui diffère de celui qu'a décrit P. Dangeard. D'après les résultats de nos recherches, dans de jeunes cellules que nous avons examinées, le tanin ne se forme pas dans des filaments ou dans un réseau.

En 1911 ([1]) nous avons démontré que le tanin, dans les feuilles de certaines Orchidées (*Cœlogyne cristata, Eria stellata*) peut être élaboré au sein d'un petit corpuscule, unique par cellule. Ces corpuscules se conservent quand on les traite par une solution d'acide osmique qui leur donne une coloration noire; ils présentent toutes les réactions microchimiques des tanoïdes et prennent les colorants vitaux. La rosaniline, le violet de gentiane, le violet dahlia, le vert malachite, le vert d'iode, le vert de méthyle, la thionine, le vert de méthylène, la safranine, la vésuvine, le brun Bismark, le vert de lumière, le rouge neutre peuvent être emmagasinés dans le corps en question en peu de temps au moyen d'une solution très diluée sans aucun fixage préalable. En suite nous avons étudié le mode de formation cytologique des tanins chez certaines espèces d'Acacias et nous exposons, par la présente Note, les résultats de nos recherches.

Acacia trinervata Sieber. — Les feuilles composées de cette plante ont été examinées à l'époque où leur longueur était de deux centimètres. Si nous soumettons ces feuilles à l'action de vapeurs d'ammoniaque, au bout de quelques heures elles prennent une couleur brune due à la présence d'une substance tannique. Sur une coupe perpendiculaire faite à travers une foliole,

(*) Séance du 5 avril 1948.

([1]) J. Politis *Atti r. Ac. Lincei.*, (V), 20, VI 1911, p. 343, Classe Sc. fisiche; *Atti Ist. Botan. Univ. Pavia*, 14, 1914 p. 377.

nous distinguons sous le microscope que toutes les cellules du parenchyme en palissade et du parenchyme spongieux contiennent du tanin, qui se forme de la manière suivante : dans chacune de ces cellules, outre le noyau et les chloroplastes, on voit au commencement un très petit corpuscule sphérique, incolore, se colorant en brun sous l'influence des vapeurs d'ammoniaque et de l'oxygène de l'atmosphère. Ce corpuscule présente une enveloppe et contient du tanin; en s'accroissant peu à peu, il devient plus grand que le noyau et finalement il perd la forme sphérique; alors le tanin formant une masse homogène, remplit une très grosse vacuole. D'autres fois, le corpuscule en question émet, de sa surface, des protubérances sphériques et l'on trouve dans la cellule plusieurs corpuscules réunis en grappe. Finalement ces corpuscules fusionnent et forment une masse qui remplit une grande partie de la cavité cellulaire. Dans les cellules oblongues du parenchyme en palissade, ces corpuscules apparaissent près de l'épiderme supérieur.

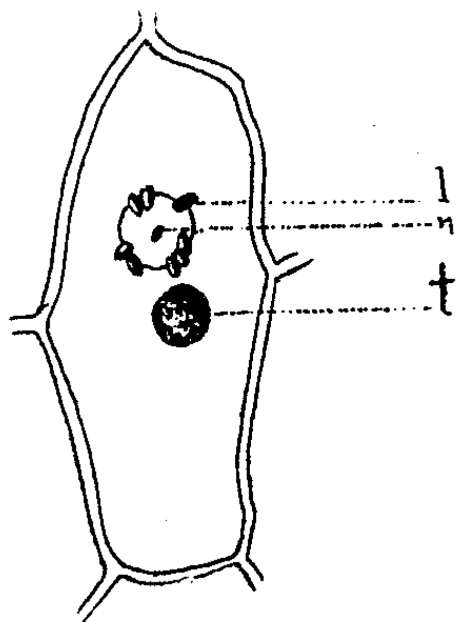


Fig. 1.

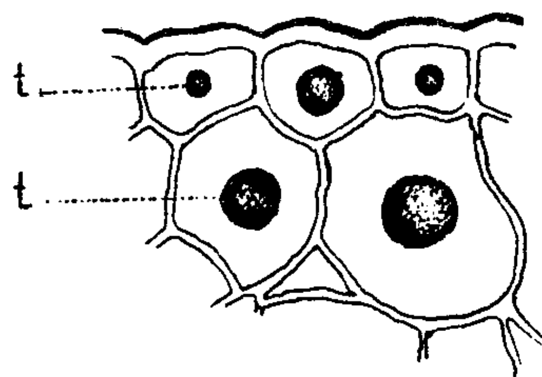


Fig. 2.

Fig. 1. — Cellule épidermique d'une feuille d'*Eria stellata* avec un organite élaborateur du tanin (t) (taninoplaste) qui apparaît au voisinage du noyau (n). l = leucoplastes.

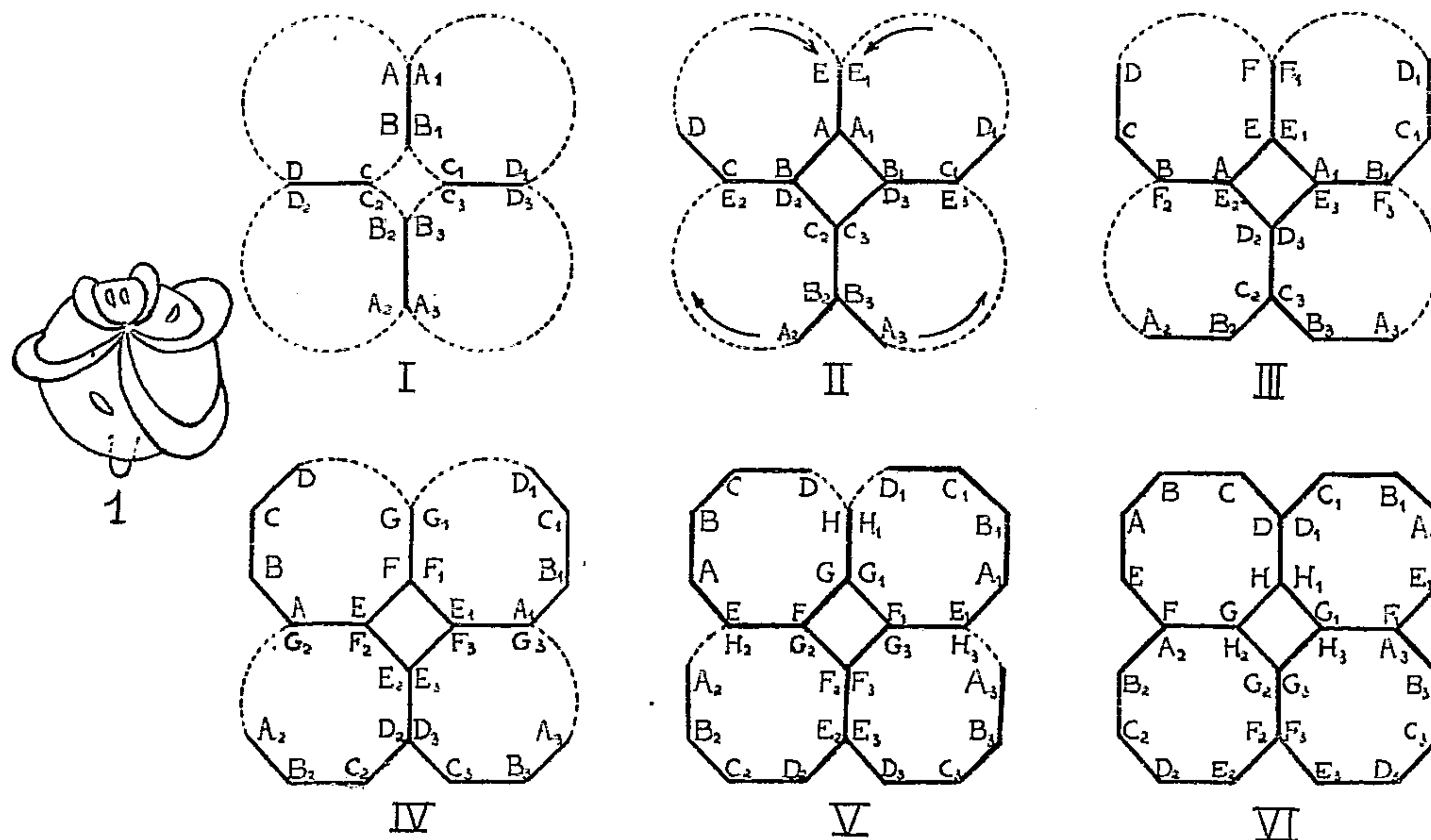
Fig. 2. — Cellules épidermiques et sous-épidermiques d'une jeune tige d'*Acacia eburnea* Willd. Chacune de ces cellules renferme un taninoplaste (t).

Acacia eburnea Willd. — En examinant au microscope des coupes perpendiculaires, à travers les folioles, qui constituent une jeune feuille composée, nous distinguons les deux épidermes et le mésophylle. Chaque cellule du mésophylle, outre le noyau et les chloroplastes, renferme un corpuscule sphérique qui présente des réactions microchimiques du tanin. Ce corpuscule, très petit tout d'abord, s'agrandit peu à peu et finalement disparaît, tandis que la substance tannique remplit une grosse vacuole. Les fleurs ont été examinées lorsqu'elles étaient encore fermées. Dans toutes les parties florales nous avons trouvé du tanin. Les plus convenables de ces parties, pour suivre la formation du tanin, sont les filets des étamines et les pétales ou sépales minces. Si nous plaçons sur la lame du microscope ces fleurs soumises auparavant à l'action des vapeurs d'ammoniaque et de l'oxygène atmosphérique, et si nous les

comprimons au moyen de la lamelle, les diverses parties de la fleur se séparent les unes des autres. En les examinant sous le microscope, nous constatons qu'elles renferment des corpuscules qui contiennent du tanin et ressemblent à ceux décrits ci-dessus.

MYCOLOGIE. — *Sur le développement de la spore chez les Agaricales jugasporés (genre* Clitopilus *Fr.*). Note (*) de M. **Henri Romagnesi**, présentée par M. Roger Heim.

On admet de plus en plus aujourd'hui que la spore des Basidiomycètes subit au cours de son élongation un mouvement de torsion, selon une trajectoire hélicoïdale. C'est ainsi que M. Locquin ([1]) a signalé que les verrues sporales de *Laccaria tortilis* (Bolton) sont disposées en double spirale gauche dextrorsum. De notre côté, nous avons observé (*fig.* 1) que les grandes ailes qui décorent



la spore de *Lactarius fuliginosus* Fr., f. *argematus* (Fr.), s'irradient en arcs de cercle à partir d'un point situé sensiblement à l'opposé du hile, ce qui suggère la même explication. Cette hypothèse permet en outre de donner une explication rationnelle de la morphologie sporale des *Clitopilus*, dont la spore présente un certain nombre de pans longitudinaux limités par des arêtes ou côtes qui unissent l'un de ses pôles à l'autre, ce qui la fait paraître polygonale en coupe transverse. On compte normalement 6 facettes (*Hexajuga*) ou 8 (*Octojuga*), plus rarement 5, 7, 9 ou 10.

Or, on observe fréquemment que les spores, soit au bout des stérigmates,

(*) Séance du 12 avril 1948.

([1]) *Bull. trimestr. Soc. Linnéenne de Lyon*, 14, n° 2, 1945, p. 41.

soit, lorsque, prématurément tombées, elles nagent dans la préparation, sont étroitement collées les unes aux autres en tétrades et déformées par pression mutuelle; leur région interne présente, plus ou moins accusés, les pans caractéristiques des Jugasporés, ce qui s'explique à l'évidence par la poussée qu'elles exercent les unes sur les autres, tandis que, naturellement, leur région externe, libre de tout contact, est régulièrement arrondie. On rencontre souvent isolées des spores plus mûres ayant conservé cette semi-angulosité. Mais comment expliquer qu'à la maturité le contour sporal tout entier soit régulièrement anguleux? On ne peut le faire qu'en supposant, précisément, que les spores subissent une rotation autour de leur grand axe, qui amène successivement tous les points de leur région externe en contact les uns avec les autres, et qu'elles subissent ainsi une sorte de laminage. Les dessins ci-contre (*fig.* 1 à 6) reproduisent, schématisées, les six phases du phénomène (on a représenté en pointillé les régions qui n'ont pas encore subi de laminage et on a supposé que toutes les spores tournaient dans le même sens, de gauche à droite). Le nombre de facettes est en raison inverse de l'étendue de la surface de contact sur les jeunes tétrades. On remarquera qu'il n'est pas nécessaire de supposer une rotation complète de 360° pour expliquer le contour complètement anguleux.

Il est aussi instructif que facile de reproduire expérimentalement le phénomène. On fait tourner en contact avec une surface dure une masse oblongue de matière malléable enfilée sur une aiguille montée. On s'aperçoit que si la rotation est continue, on n'obtient aucun résultat, car les angles sont effacés aussitôt que formés. Mais si l'on opère six pressions successives, séparées chacune par une rotation de 60°, on obtient sans peine le volume cherché. Cette expérience suggère que, soit le mouvement de torsion de la spore sur son axe, soit la pression exercée par la croissance de la spore en largeur, soit plus probablement les deux à la fois, s'effectuent de façon discontinue, par saccades.

Cela n'a rien de surprenant : R. Heim (²) a montré que les spores déformées qu'on observe fréquemment chez les *Inocybe* leiospores n'acquièrent leur galbe définitif que par paliers. G. Malençon (³) a récemment repris en la précisant cette explication pour les *Inocybe* goniospores et même pour les *Rhodophyllus*.

Conclusions. — 1° Les facettes de la région interne des spores de *Clitopilus* ont pour origine la pression mutuelle exercée par les spores les unes sur les autres dans les jeunes tétrades.

2° La présence de ces mêmes facettes sur la région externe conduit à l'hypothèse que la spore subit un mouvement de rotation, probablement hélicoïdal, autour de son grand axe, et que le phénomène est discontinu.

(²) *Le genre* Inocybe, Paris, 1931; *Rev. de Mycol.*, n. s., 8, 1943, p. 32.

(³) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 425; **222**, 1946, p. 912.

3° La disposition des ornements à la surface des spores de *Laccaria tortilis* et de *Lactarius fuliginosus*, ainsi que l'évolution du volume sporal des *Inocybe*, confirment cette hypothèse.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la présence de l'acide citrique dans la Poire. Teneur comparative des moûts de poires en acides citrique et malique.* Note de MM. **Jean Tavernier** et **Pierre Jacquin**, présentée par M. Maurice Javillier.

A la suite de nos travaux sur la composition de l'acidité organique des moûts de pommes ([1]), nous avons entrepris l'étude des acides organiques des moûts de poires.

D'après Warcollier ([2]), l'acidité organique des poires est constituée uniquement par l'acide malique. Baragiola ([3]), puis Baragiola et Kléber ([4]) ne mentionnent pas dans leurs travaux sur les cidres et les poirés suisses la présence de l'acide citrique et affirment même l'avoir recherché en vain.

Nous avons travaillé sur 11 variétés de poires à poiré et sur 6 variétés de poires de table récoltées et brassées à complète maturité. L'analyse des moûts issus de ces poires a été effectuée dès la sortie du pressoir, avant tout départ de prolifération microbienne. L'acide citrique a été caractérisé dans les 17 moûts par la réaction de Denigès ([5]), et par la réaction de Denigès modifiée par Pozzy-Escot ([6]). La forte concentration en sucres des moûts de poires perturbant ces réactions, nous avons séparé l'acide citrique des moûts en le précipitant à l'état de citrate de baryum, en milieu alcoolique à 50°, suivant la technique de Peynaud ([7]). Après centrifugation et lavage du précipité pour éliminer les sucres, l'acide citrique, remis en liberté par addition d'acide sulfurique dilué, a été facilement caractérisé. Nous avons procédé au dosage de l'acide citrique par la méthode de Kogan ([8]) suivant Peynaud ([7]) et au dosage de l'acide malique par la méthode de Peynaud ([7]).

La détermination de l'acidité de titration et de l'alcalinité des cendres nous a permis d'établir la somme des cations dans les moûts de poires et de calculer le pourcentage des anions citrique et malique, par rapport à cette somme.

Le tableau suivant condense les résultats exprimés en milliéquivalents par litre de jus.

([1]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1373.
([2]) *Cidrerie*, 3e édit., 1928, p. 412.
([3]) *Landw. Jahrb. d. Schweiz*, 30, 1916, p. 441-454.
([4]) *Landw. Jahrb. d. Schweiz*, 31, 1917, p. 303-314.
([5]) *Bull. Soc. Chim.*, 27, 1902, p. 13.
([6]) *Bull. Ass. d. Chim.*, **11-12**, 1947, p. 363.
([7]) *Ann. Chim. Anal.*, 28, 1946, p. 127.
([8]) *Zeits. Anal. Chem.*, 80, 1930, p. 112.

Variétés.	Acidité de titration.	Alcalinité des cendres.	Somme des cations.	Acide malique.	Acide citrique.	% de la somme des cations. Acide malique.	Acide citrique.
Poires à poiré :							
Chenevières	74,0	33,0	107,0	96,5	1,9	90,2	1,8
Coignet	186,0	55,5	241,5	75,0	115,8	31,0	47,9
Fausset	142,0	42,5	184,5	155,0	6,8	84,0	3,7
Graneville	134,0	52,0	186,0	25,0	112,8	13,4	60,6
Muscadet	162,0	40,0	202,0	49,0	104,0	24,2	51,5
Navet	72,0	22,5	94,5	27,0	64,4	28,6	68,1
Plant de Blanc	112,0	34,5	146,5	125,5	18,6	85,6	12,7
Petit Roux	76,0	32,7	108,7	98,5	2,2	90,6	2,0
Rouge Vigny	170,0	37,5	207,5	74,0	86,5	35,7	41,7
Rousset	188,0	49,0	237,0	217,7	7,7	91,8	3,2
Souris	66,0	39,0	105,0	91,5	2,9	87,1	2,8
Poires de table :							
Beurré Clairgeau	9,5	30,7	40,2	24,5	1,30	60,9	3,2
Charles Ernest	14,0	19,2	33,2	26,0	0,64	78,3	1,9
Comtesse de Paris	16,5	25,0	41,5	31,5	1,00	75,9	2,4
Doyenné d'Alençon	38,0	48,5	86,5	52,5	1,42	60,7	1,6
Passe Crassane	52,0	41,0	93,0	80,5	2,32	86,5	2,5
Président Mas	23,0	30,5	53,5	43,5	2,52	81,3	4,7

L'on voit que suivant la variété étudiée, la composition des poires en acides citrique et malique est sujette à de grandes fluctuations. Les poires de table analysées ainsi que quelques variétés de poires à poiré ont une teneur en acide citrique comparable à celle des pommes, c'est-à-dire représentant 1,5 à 13 % de l'acidité totale. Par contre, certaines variétés à poiré se distinguent par une richesse en acide citrique supérieure à leur teneur en acide malique, l'acide citrique constituant pour ces variétés 40 à 68 % de l'acidité totale, alors que l'acide malique ne représente plus que 13,5 à 35 % de cette acidité.

Cette teneur élevée de certaines poires en acide citrique qui, à notre connaissance, n'avait pas été signalée, permet d'expliquer la forte agressivité exercée pas les poirés sur le matériel de cidrerie.

Le fait que les poirés peuvent renfermer normalement jusqu'à 8^g d'acide citrique par litre est gros de conséquence, étant donnée la législation en vigueur réglementant le commerce des cidres et des poirés : se basant sur l'absence d'acide citrique dans les pommes et dans les poires, la loi, qui autorise le coupage en toute proportion des cidres et des poirés, ne tolère dans ces boissons qu'une addition maximum de $0^g,5$ d'acide citrique par litre.

PHYSIOLOGIE. — *L'étude des conditions thermodynamiques de l'excitation olfactive et les théories de l'olfaction.* Note de M. **Pierre Gavaudan**, Mlle **Hélène Poussel**, M. **Georges Brebion** et M. **Marcel-Paul Schutzenberger**, transmise par M. Robert Courrier.

Jusqu'à présent, dans les recherches sur le mécanisme de l'olfaction, on a seulement tenu compte des concentrations-seuils des substances odorantes exprimées en poids ou en molécule-gramme par litre. On a parfois aussi souligné le rôle important de la vitesse du courant odorant. Mais ces simples données expérimentales ne définissent pas exactement les conditions du système olfactif constitué par la substance odorante à une pression de vapeur partielle donnée dans l'atmosphère et par la phase qui est le lieu de l'excitation dans la cellule.

Nous nous sommes proposé de réaliser pour l'olfaction une étude analogue à celle déjà effectuée dans le cas de la narcose et de l'excitation sapide par les narcotiques indifférents [1]. Beaucoup de substances odorantes sont aussi narcotiques liposolubles et déclenchent des sensations sapides bien définies. Il s'agit de déterminer si les conditions énergétiques du déclenchement des sensations sapides et odorantes sont semblables ou différentes.

Nous avons déterminé des seuils olfactifs exprimés directement en activités thermodynamiques (rapport p/p_0 de la pression partielle à la pression saturante) grâce à des techniques spéciales qui seront décrites ultérieurement.

Nous avons d'abord étudié les séries homologues aliphatiques car les odeurs y sont suffisamment différentes et les propriétés physiques et pharmacodynamiques bien connues. Dans la série des alcools le seuil d'activité thermodynamique provoquant une sensation spécifique passe de l'ordre de grandeur de 1000×10^{-6} pour l'alcool méthylique à celui de 6×10^{-6} pour l'alcool butylique et à celui de 30 à 60×10^{-6} pour l'alcool octylique. Contrairement à ce que l'on observe dans la narcose et dans l'excitation sapide, où l'activité-seuil, de l'ordre des centièmes, reste à peu près constante, on observe dans l'olfaction une diminution considérable, du terme en C_1 au terme en C_4, puis une légère remontée du terme en C_4 au terme en C_8. Il semble qu'une pareille oscillation s'observe aussi avec les acides d'après les résultats de J. Passy [2] en extrapolant la valeur de la tension de vapeur saturante de l'acide en C_{10}, non trouvée dans les tables pour $T = 20°$. En C_4 l'activité descend à $0{,}2 \times 10^{-6}$.

La valeur parfois très faible de l'activité thermodynamique et l'allure très

---

(1) P. Gavaudan, M. Dodé et H. Poussel, *Mémorial des Services chimiques de l'État*, **31**, 1944, p. 384-423 et **32**, 1946, p. 388-409; P. Gavaudan, H. Poussel et M. P. Schutzenberger, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 751.

(2) *Comptes rendus*, **116**, 1893, p. 1007.

spéciale de sa variation dans les séries homologues suggèrent que dans l'olfaction des mécanismes assez différents de ceux de la narcose et de l'excitation sapide sont mis en jeu. Il n'existe pas de règle simple analogue aux règles de Meyer et Hemmi ou de Traube permettant de prévoir l'activité-seuil et encore moins la qualité de l'odeur. La narcose et l'excitation sapide dépendent de propriétés physiques communes à toutes les molécules et assez banales : elles sont relatives à la solubilité et à l'adsorption et leurs grandeurs sont directement reliées au nombre d'atomes de carbone; toute molécule, quelle que soit sa grandeur, produit le phénomène de façon *indifférente*. Dans le cas de l'olfaction il s'agit au contraire d'une action plus spécifique comme l'indiquent les variations du seuil et de la qualité sensorielle. Mais il n'est pas exclu que des règles reliant cette spécificité à certaines propriétés physiques puissent être établies.

En effet, les incréments de diverses constantes physiques telles que longueur de la chaîne, point de fusion, coefficient d'activité, constante capillaire, varient en oscillant périodiquement dans les séries homologues, traduisant les modifications de la *forme* et de la *symétrie* moléculaires. On pourrait s'attendre à trouver une relation entre ces derniers caractères physiques, les variations des seuils d'activité thermodynamique et la qualité de la sensation. Il faut d'ailleurs noter que certains phénomènes de toxicité [H. Hurst (³)] présentent aussi une variation oscillante dans les séries homologues. Il n'est donc pas nécessaire de recourir d'emblée à une théorie vibratoire du type de celle de Dyson (⁴) pour expliquer l'excitation olfactive. Il paraît encore possible de rechercher des hypothèses de travail dans le cadre des propriétés physico-chimiques habituellement invoquées pour l'explication des phénomènes pharmacodynamiques et toxiques.

PHYSIOLOGIE. — *Sur l'automatisme du ventricule isolé du cœur de Limnée.* Note de MM. **Antoine Jullien** et **Jean Ripplinger**, présentée par M. Léon Binet.

L'espèce étudiée a été *Limnæa stagnalis*. Dans le montage, on place la ligature d'amont un peu au-dessus du sillon auriculo-ventriculaire car, comme chez *Murex trunculus*, le serrage sur le sillon même arrête le ventricule en systole, vraisemblablement par excitation d'un système inhibiteur. L'organe étant petit et fragile, on se sert pour l'enregistrement, d'un myographe très léger que l'on construit à cet usage.

La liqueur de base que nous avons utilisée est une de celles qui se révèlent

---

(³) *Trans. Farad. Soc.*, 39, 1943, p. 390-411.

(⁴) *Perf. Essent. Oil Rec.*, 28, 1937, p. 13 et *Chemistry and Indust.*, 57, 1938, p. 647-651.

favorables chez les *Helix* et dont la composition a été fixée, d'après des données tirées de l'analyse et du dosage de cations usuels dans l'hémolymphe. Sa teneur par litre est de $0^{mol},046$ de NaCl, $0^{mol},004$ de KCl et $0^{mol},0075$ de $CaCl_2$. La valeur du rapport A/AT des alcalins aux alcalino-terreux (ceux-ci représentés par le seul Ca) oscille entre 6 et 7.

Nous avons recherché l'influence, sur les qualités du rythme, d'une part, de la concentration globale de la solution appliquée sur le myocarde ventriculaire, les différents rapports ioniques restant inchangés et, d'autre part, des variations du rapport des alcalins (Na + K) au Ca, pour une concentration constante correspondant à celle de la liqueur de base.

Par les essais conduits dans le premier sens, on constate dans l'ensemble, en désignant par **C** la concentration de la liqueur de base, que les solutions hypertoniques 1,25 **C**; 1,5 **C**; 2 **C**, sont capables d'assurer un automatisme ample et régulier avec cependant, pour la concentration 2 **C**, une chute parallèle des tonus systolique et diastolique et, après un certain temps de fonctionnement, un arrêt en diastole. Les solutions hypotoniques 0,75 **C** et 0,5 **C** sont rapidement systolisantes. Ces constatations, chez un Gastéropode Pulmoné d'eau douce, confirment et étendent les résultats recueillis antérieurement par l'un de nous chez les Pulmonés terrestres (*Helix*) ([1]), les Prosobranches (*Murex*) et les Lamellibranches (*Huître*) ([2]).

Dans une seconde série d'expériences, nous avons soumis le ventricule à l'action de solutions isotoniques à la liqueur de base et dans lesquelles le rapport A/AT prenait les valeurs suivantes : ∞ (pas de Ca), 20, 15, 6, 3 et 1. Ces nombres correspondent à une augmentation progressive de la teneur en Ca. En l'absence de Ca, on observe que le cœur s'arrête presque immédiatement en systole. Il en est de même pour les valeurs 20 et 15 du rapport, mais après un fonctionnement de courte durée, caractérisé par des contractions d'amplitude progressivement diminuées, conséquence de l'élévation du tonus diastolique. Ici, à la différence de ce que l'un de nous a constaté chez l'Huître et la Seiche, il n'y a pas d'effet chronotrope positif.

Les valeurs inférieures du rapport A/AT à partir de 6,5 (liqueur de base) sont toutes susceptibles de maintenir une activité régulière du ventricule, sans différences sensibles dans la fréquence et l'amplitude des contractions. Cependant, la solution la plus riche en Ca (A/AT = 1) développe des effets chronotrope négatif et inotrope positif, puis amène assez rapidement un arrêt en diastole.

Ainsi, dans l'étude des modifications rythmiques du ventricule du cœur de Limnée, soumis à l'action de solutions de concentration et de composition variables, on retrouve les limites de fonctionnement caractéristiques de la

([1]) H. Cardot et A. Jullien, *Arch. internat. Pharm. et Thér.*, **38**, 1930, p. 122.

([2]) A. Jullien, *J. Physiol. et Pathol. gén.*, **34**, 1936, p. 757.

plupart des cœurs de Mollusques, savoir : l'arrêt en systole pour les faibles teneurs en Ca, l'arrêt en diastole pour les concentrations hypertoniques et les plus fortes doses de Ca. Mais, à l'intérieur de ces limites, on constate que le cœur de Limnée est susceptible de s'accommoder de larges changements dans la solution qui le baigne, sans modifications très appréciables de son automatisme. C'est le cas, notamment, pour les solutions hypertoniques et pour une certaine gamme de valeurs du rapport A/AT. En d'autres termes, le ventricule de Limnée, souple, peu exigeant, nous fournit l'exemple d'un automatisme primitif, qui n'est peut-être pas sans relation avec la disposition architecturale très simple de l'organe; nous rappelons ici que ses travées constitutives dessinent de petits éventails entrecroisés et inégalement développés non répartis en deux puissants systèmes comme chez les *Helix* (3).

En résumé, dans son fonctionnement, le ventricule du cœur de Limnée, entre certaines limites, paraît dépendre beaucoup moins étroitement que les autres cœurs de Mollusques, des variations qualitatives et quantitatives de la liqueur qui le baigne. Cette insensibilité relative est peut-être liée à la structure simple de sa paroi et à la systématisation encore peu marquée de ses travées myocardiques.

GÉNÉTIQUE. — *Ectrodactylie naturelle chez le Crapaud ordinaire* (Bufo bufo). Note de M. **Jean Rostand**, présentée par M. Maurice Caullery.

J'ai signalé précédemment l'existence, chez le Crapaud ordinaire (*Bufo bufo*), d'une polydactylie naturelle, caractérisée par le dédoublement de l'orteil le plus interne (premier orteil) aux deux pattes postérieures. Sur 7407 individus adultes (du sexe mâle), j'ai trouvé six de ces polydactyles. Comme, d'autre part, l'an dernier, j'ai obtenu, d'un lot de têtards gynogénétiques provenant d'une même femelle, trois individus polydactyles pour quatre individus normaux (1), je ne doute pas qu'il s'agisse d'une anomalie héréditaire, ou mutation.

Or, parmi les 7407 crapauds examinés, j'ai observé également d'autres anomalies portant sur le nombre ou l'aspect des orteils et qui ne paraissent pas résulter d'une amputation. Elles sont au nombre d'une trentaine, dont *vingt-cinq* peuvent se rattacher à l'*ectrodactylie* (suppression, ou atrophie d'un orteil) et cinq anomalies diverses (bifidité du deuxième orteil, disposition atypique des orteils, etc.).

Pour ce qui est de l'ectrodactylie, deux types bien tranchés me paraissent, dès maintenant, devoir retenir l'attention des généticiens :

(3) A. Jullien et R. Brunet, *Arch. Zool. exp. et gén.*, 78, 1937, p. 375.

(1) *C. R. Soc. Biol.*, 141, 1947, p. 629.

1° La suppression complète d'un orteil (quatre orteils, au lieu de cinq);
2° L'atrophie du cinquième orteil, ou orteil le plus externe.

Parmi les animaux du premier type, qui sont au nombre de dix-sept, quinze présentent l'anomalie d'un seul côté, deux la présentent des deux côtés à la fois. Tantôt, le pied anormal est plus étroit que le pied normal, car c'est le premier orteil (orteil interne) qui manque; tantôt, le pied anormal est de même largeur que le pied normal, avec un vide entre le premier et le troisième orteil; c'est alors le deuxième orteil qui fait défaut.

Chez les deux exemplaires à ectrodactylie bilatérale, c'est le premier orteil qui est manquant.

Les pattes antérieures des crapauds à quatre orteils sont parfaitement normales; d'une façon générale, d'ailleurs, je n'ai relevé aucune anomalie des pattes antérieures chez ces milliers de crapauds examinés, alors que ceux-ci m'ont fourni *près de quarante anomalies des pattes postérieures.*

Parmi les animaux du second type (atrophie du cinquième orteil, ou orteil externe), qui sont au nombre de huit, sept présentent l'anomalie aux deux pieds, alors qu'un seul la présente d'un seul côté.

L'orteil atrophié est quelquefois à peine visible, sous forme d'une toute petite proéminence.

Des croisements appropriés seront évidemment nécessaires pour faire apparaître la nature héréditaire de ces anomalies. Pour l'instant, j'ai obtenu la descendance d'un individu ectrodactyle, accouplé à une femelle normale; les résultats de ce croisement ne sont pas encore connus.

Pour l'ectrodactylie comme pour la polydactylie, il y aura lieu de comparer la fréquence des anomalies dans la population adulte et celle des mêmes anomalies chez les têtards, car il n'est pas impossible qu'elles donnent prise à la sélection naturelle.

PARASITOLOGIE. — *Leishmaniose canine autochtone dans la région parisienne.* Note de M. **Jean Guilhon**, présentée par M. Émile Roubaud.

La leishmaniose du Chien dont l'agent a été observé, pour la première fois, par Nicolle et Comte, en 1908, à Tunis, est une affection fréquente dans les territoires circum-méditerranéens, y compris la France. Dès 1912, Pringault l'a dépistée, à Marseille, sur des chiens de fourrière. Depuis cette époque, il est classique d'admettre que son aire géographique, d'abord limitée à la Côte d'Azur (Alpes-Maritimes, Var, Bouches-du-Rhône) s'est étendue et, de fait, plusieurs cas en ont été observés dans le Rhône, dans le Gard, dans la Haute-Garonne, dans l'Hérault, dans l'Allier; il est vraisemblable d'admettre que d'autres départements n'en sont point exempts.

La plupart des cas auxquels nous faisons allusion, hormis quelques excep-

tions, se rapportent à des chiens qui avaient séjourné, plus ou moins longtemps, sur la Côte d'Azur ou qui revenaient avec leurs maîtres, de diverses régions plus éloignées, notamment de l'Afrique du Nord, comme nous l'avons constaté, maintes fois, depuis une dizaine d'années. Tout différent est le cas qui nous a été soumis en 1939. Il s'agissait d'un sujet de onze mois, né et élevé dans la région parisienne (Saint-Maur-des-Fossés) qu'il n'avait jamais quittée. Les signes cliniques, les réactions sérologiques et l'examen microscopique de divers prélèvements s'associaient pour constituer un faisceau de preuves, en faveur d'un parasitisme leishmanien intense. Le sujet sacrifié à la demande de la propriétaire, qui voulait se soustraire aux frais d'un traitement long et coûteux et sans garantie expresse d'efficacité, nous a permis de confirmer notre diagnostic par l'observation microscopique de nombreux frottis colorés, d'organes et de moelle osseuse. Il s'agissait bien d'un cas de leishmaniose authentique constaté sur un animal qui n'avait jamais dépassé les limites du département de la Seine. La contamination azuréenne ne pouvant être incriminée, il nous paraît vraisemblable de penser que cet animal a été infecté, sur place, par des phlébotomes qui se sont eux-mêmes contaminés, à l'occasion d'un repas de sang, sur un chien du voisinage porteur insoupçonné de leishmanies, après un séjour dans une région infectée. Une enquête, qui s'avérait difficile au départ, ne nous a laissé aucune chance de préciser l'origine exacte de la contagion.

En conclusion, il convient d'ajouter à la liste des départements (Allier, Gard, Haute-Garonne, Hérault, Rhône), où des cas de leishmaniose canine autochtone ont été constatés, celui de la Seine, encore plus éloigné que les précédents, du foyer classique azuréen.

PARASITOLOGIE. — *Obtention simple d'une culture pure temporaire d'Amibes parasites*. Note de M. **Louis Lamy**, présentée par M. Émile Roubaud.

Le problème de la culture pure des Amibes parasites a été abordé depuis longtemps et à diverses reprises par de très nombreux chercheurs. Rappelons les travaux de Cleveland et Sanders ([1]), Meleney et Frye, Meleney, Frye, Leather et Snyder ([2]), de C. Rees, V. Reardon. L. Jacobs, F. Jones, F. Daft, B. Chinn et J. Bozicevich ([3]). En fait, ce problème n'a jamais été résolu et, actuellement encore, on peut dire que tout se passe comme si les bactéries associées aux Amibes étaient indispensables à la vie de ces Protozoaires.

Depuis plusieurs années, nous avons entrepris l'étude de l'action de composés

([1]) *Science*, **72**, 1930, p. 149-151.
([2]) *Proc. 3e Intern. C. Micro.*, 1939, p. 410-411.
([3]) *Am. J. Trop. Med.*, **21**, 1941, p. 695-715; *id.*, p. 567-578; *id.*, **22**, 1942, p. 581-586; *id.*, **24**, 1944, p. 189-183.

sulfamidés sur les Amibes parasites en culture, puis, plus tard, celles d'autres antibiotiques, pénicilline en particulier. Nous avons montré dans plusieurs Notes ([1]) à quoi peut se réduire cette action : extrêmement importante sur la flore associée, presque nulle sur l'Amibe elle-même.

A priori, rien ne peut permettre d'affirmer que les Amibes parasites doivent obligatoirement être associées à la flore bactérienne intestinale, ou à une partie de cette flore, ou même à un seul microbe, pour pouvoir se maintenir en culture; le fait, d'ailleurs, que les composés sulfamidés permettent déjà de réduire cette flore à un strict minimum, semble plaider en faveur de la possibilité des cultures abactériennes, sur un milieu transformé et approprié naturellement.

Si le principe en paraît simple, la résolution du problème de la culture pure est pratiquement très compliquée et, même si cette possibilité était un fait certain, il faudrait néanmoins, et à la fois, trouver le milieu convenable, en même temps que le moyen d'y introduire des Amibes séparées de toute bactérie. La première partie du problème, utilisation de nouveaux milieux, offre, sans difficultés, un grand nombre de solutions, mais la séparation des Amibes de la flore pose un autre problème très complexe. Le principe de cette séparation peut paraître très simple, à l'aide du micromanipulateur de de Fonbrune, mais, pratiquement, cette micromanipulation consiste à prélever stérilement, c'est-à-dire en dehors de toute bactérie étrangère à la culture, une ou plusieurs Amibes séparées de toute bactérie présente, normalement, dans le milieu de culture. Or, ces prélèvements stériles sont déjà délicats par eux-mêmes et même après plusieurs lavages, des bactéries restent facilement collées à la surface de l'ectoplasme des Amibes ; d'autre part, celles-ci renferment dans leur protoplasme des bactéries vivantes qu'elles ont phagocytées et qui, par suite de la mort d'une Amibe, peuvent se répandre dans le milieu de culture et le contaminer. Il y aurait donc presque nécessité, dans ce cas de séparation mécanique, de n'ensemencer qu'un seul individu par tube, ce qui peut donner, ainsi que nous l'avons montré, des cultures positives dans un pourcentage de cas important, mais beaucoup plus faible que celui des échecs. Il est possible de simplifier le problème en ensemençant des kystes au lieu de formes végétatives, mais le départ de la culture est encore moins certain.

Quoi qu'il en soit de cette technique mécanique et même si elle ne représentait qu'une difficulté relative, il y aurait cependant nécessité de prélever et d'ensemencer, stérilement, des séries importantes de milieux de cultures nouveaux à éprouver, ce qui représente un travail extrêmement important, difficile et de très longue haleine.

([1]) *Ann. I. Pasteur.*, 70, 1944, p. 318; 72, 1946 p. 295-296.

C'est pour toutes ces raisons que nous avons essayé d'envisager différemment le problème. Nous travaillons depuis longtemps sur *Entamœba invadens*, Amibe parasite des Reptiles, très voisine morphologiquement d'*Entamœba dysenteriæ* et qui est, avec un pouvoir pathogène supérieur, beaucoup plus intéressante pour la solution du problème qui nous préoccupe.

Nous avons étudié un procédé chimique permettant d'obtenir des cultures pures d'*E. invadens*. Nous avons d'abord réalisé une culture impure, dans un milieu à décrire du type Ringer sérum, sans phase solide, à partir d'une seule Amibe prélevée au micromanipulateur de de Fonbrune, afin de travailler sur un matériel bien homogène. Nous avons, ensuite, choisi une bactérie très sensible à un antibiotique puissant et telle que nous ayons la possibilité, en ajoutant une dose assez forte et renouvelée de cette substance, inactive sur les Amibes, d'empêcher son développement et, par suite, de faire disparaître ce germe de la culture. La bactérie choisie est le Staphylocoque de Londres, peut-être identique à *l'organisme t* des chercheurs américains, et l'antibiotique est la pénicilline. Nous avons, alors, réalisé une culture pure mixte, Amibes — Staphylocoque de Londres, bien équilibrée et donnant des développements abondants. Notons que l'emploi du micromanipulateur se borne à ces deux temps : culture monogerme et culture pure mixte.

En possession de cette culture pure mixte, nous sommes dès lors en mesure de considérer le problème d'une façon beaucoup plus nette et plus simple. Nous pouvons, en effet, supprimer de la culture, le germe associé, sans que la pénicilline tue les Amibes, ou entrave leur développement; il est vrai que, consécutivement et indirectement à la disparition des microbes, les Amibes vont mourir, mais entre la disparition des bactéries et la mort des Amibes, il existe un certain laps de temps pendant lequel une survie plus ou moins longue de celles-ci peut-être envisagée. C'est pendant ce laps de temps que nous pouvons éprouver des milieux susceptibles de permettre une culture pure définitive. On comprend facilement l'avantage d'un tel procédé sur celui qui consiste à faire chaque fois des prélèvements et des ensemencements au micromanipulateur. Ceci est également un avantage sur le procédé de l'ensemencement des kystes, en ce sens que nous travaillons sur une culture déjà en développement et renfermant de nombreuses Amibes.

Ainsi, par notre procédé, il est possible d'obtenir, pour un certain temps et facilement, une culture pure d'Amibes, pouvant servir de base aux investigations qui permettront d'obtenir une culture pure indéfinie.

PATHOLOGIE GÉNÉRALE. — *Sur la coïncidence de l'hypotension artérielle au cours de la radiothérapie des cancers, avec l'accumulation de l'acide pyruvique.* Note de Mme **Nadine Dobrovolskaïa-Zavadskaïa** et M. **Vladimir Momsikoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

Lors de récentes études sur le pyruvisme expérimental ([1]) et ([2]), notre attention a été attirée par des troubles d'ordre circulatoire dans un myocarde ([3]) qui se présente, sur les coupes histologiques, œdématié, dissocié par du liquide accumulé entre les faisceaux musculaires. Le développement du tissu scléreux peut accompagner parfois cet état d'œdème chez des animaux plus âgés.

Les recherches ultérieures sur le pyruvisme clinique ([4]) nous ont révélé que, chez la grande majorité des malades présentant dans leurs urines une augmentation de B. B. S. (substances bloquant les bisulfites, parmi lesquelles l'acide pyruvique est la plus importante), la tension artérielle non seulement n'a pas été augmentée, mais présentait une tendance nette à descendre au-dessous de la normale. Les malades soumis au traitement radiothérapique présentent souvent des abaissements de la tension artérielle, coïncidant, ordinairement, avec la fatigue et l'affaiblissement de l'état général. Cela oblige parfois le médecin traitant à interrompre l'administration des rayons pour laisser le malade se reposer. Or, l'éclaircissement de cette question, à part son intérêt théorique, peut également présenter quelques avantages au point de vue pratique.

Cette communication présente les premiers résultats obtenus sur les malades cancéreux traités par les rayons X à l'Institut du Radium. Voici quelques détails sur ces observations :

M. *P. J...*, 56 ans (épithélioma de l'œsophage). — Au début du traitement par les rayons X, la tension artérielle est de 10-7, et la teneur de l'urine en B. B. S. est de 589^{mg} par litre et par 24 heures; la semaine suivante, le Pp se maintient à 10-7, la teneur de B. B. S. est de 638^{mg} par litre et de 478^{mg} par 24 heures; dans les deux semaines qui suivent, le Pp s'abaisse à 7,5-5 et 8,5-?, et le taux de B. B. S. remonte à 790^{mg} par litre et 751^{mg} par 24 heures. Pendant cinq semaines ultérieures, le Pp se maintient sur 10-7 et 9,5-5,5 et le taux de B. B. S. descend, avec quelques oscillations, jusqu'à 198^{mg} par litre et 247^{mg} par 24 heures. Vers la fin du traitement, la tension artérielle est remontée à 12-8, et la teneur de l'urine en B. B. S. est tombée à 110^{mg} par litre et 165^{mg} pour 24 heures.

Mme *A. B...*, 46 ans (métastases pulmonaires d'un cancer du corps thyroïde). — Au cours du traitement radiothérapique (un mois), la tension artérielle variait de 10-6 à 11-7, et le taux de B. B. S. de 294 à 488^{mg} par litre, et de 441 à 666^{mg} par 24 heures. Le traitement fut interrompu à cause d'une complication par pneumonie.

---

(1) N. Dobrovolskaïa-Zavadskaïa, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 248.
(2) N. Dobrovolskaïa-Zavadskaïa et V. Momsikoff, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 93.
(3) N. Dobrovolskaïa-Zavadskaïa, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 358.
(4) N. Dobrovoskaïa-Zavadskaïa et V. Momsikoef, *Ann. de Médecine*, **48**, 1947.

M. *R. M*..., 55 ans (cancer de la base du poumon gauche). — Tension artérielle au début du traitement : 10-7; le B. B. S., 184^{mg} par litre et 294^{mg} par 24 heures. Deux semaines ultérieures, le Pp est de 10-6 et 10-7; le taux de B. B. S. est de 255 et 220^{mg} par litre et de 384 et 440^{mg} pour 24 heures. La dernière semaine, le Pp remonte à 12-8,5, et le taux de B. B. S. tombe à 92^{mg} par litre et 175^{mg} pour 24 heures.

M. H. M., 74 ans, épithélioma de la face inférieure de la langue. On a fait 2 dosages : la tension artérielle de 9-7 coïncide avec 466^{mg} de B. B. S. par litre et en 24 heures et le Pp de 13,5-7 avec 242^{mg} par litre et 303^{mg} pour 24 heures.

M. G. L., 49 ans, épithélioma maxillaire inférieur. Deux dosages : le Pp de 11,5-7 coïncide avec 462^{mg} par litre et le Pp 8-5 avec les 545^{mg} par litre et 654^{mg} par 24 heures.

M. A. R., 41 ans, épithélioma amygdalien. Observation de cinq semaines, le Pp oscille entre 8-5 et 9-7 (le plus souvent 9-6) et le taux de B. B. S. entre 105 à 272^{mg}, par litre et 290 et 409^{mg} par 24 heures.

M. A. H., 43 ans épithélioma pharyngien. Trois dosages : les deux premiers avec le Pp de 9-7 ont donné 537 et 312^{mg} par litre et 671 et 390^{mg} par 24 heures; le troisième dosage, avec le Pp de 7-5 a donné 198^{mg} par litre et 445^{mg} par 24 heures.

On voit ainsi que ce n'est que le dernier cas qui a donné une certaine réduction de concentration de B. B. S. avec la diminution de la tension artérielle; dans tous les autres cas, le rapport est plutôt inverse, c'est-à-dire que l'hypotension coïncide avec l'accumulation de l'acide pyruvique. Cette accumulation peut être combattue par des moyens divers; nous sommes maintenant en train de vérifier l'action d'un extrait lipoïdique de la cortico-surrénale.

Il y a lieu de se demander si les états connus sous les noms d'hyposphyxie (A. Martinet, 1913), d'hypotension artérielle permanente (C. Lian et A. Blondel), ou d'angiohypotonie constitutionnelle (Ferranini) ne se trouvent pas également en corrélation avec cette déviation du métabolisme intermédiaire dont il a été question dans cette Note.

La séance est levée à 15^{h}40^{m}. L. B.

ERRATA.

(Séance du 22 mars 1948.)

Note de MM. *André Mennessier, Raymond Boucher* et *Pierre Montigny*, Bases théoriques du coefficient τ des vitesses d'adsorption :

Page 1091, 21e ligne, *au lieu de* T, V et $\mathfrak{N}$ (appareillage, *lire* T, V et $\mathfrak{M}$ (appareillage.

Note de M. *Henri Cabannes*, Application du calcul symbolique à l'étude de la dynamique des fils :

Page 1168, ligne 4, *au lieu de* $e^{i\theta}$, *lire* $\lambda.e^{i\theta}$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 MAI 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Marius Jacob Sirks**, Professeur de génétique à l'Université de Groningue, Président de l'Union Internationale des Sciences biologiques, qui assiste à la séance.

ARITHMÉTIQUE ET THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur les systèmes généraux de numération.* Note (*) de M. **Émile Borel.**

Pour définir un système classique de numération, applicable aux nombres incommensurables, on donne une infinité de nombres rationnels simples u_n et tout nombre incommensurable x est mis sous la forme d'une série convergente dont les termes sont certains des u_n, *convenablement choisis.*

Le système le plus simple est le système binaire, pour lequel on a

$$u_n = \frac{1}{2^n}.$$

La règle du choix est alors aussi simple que possible, on peut choisir une infinité arbitraire des u_n, chacun étant choisi une fois au plus.

Pour le système décimal, on doit poser

$$v_{9n-k} = \frac{k}{10^n} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots; k = 9, 8, 7, 6, \ldots, 2, 1),$$

et choisir un v au plus parmi ceux dont l'indice renferme un entier donné n.

On peut observer que, pour obtenir un nombre α avec une erreur inférieure à 10^{-30}, ce qui équivaut à peu près à 2^{-100}, il faut une série de 30 termes au plus dans le système décimal et de 100 termes au plus dans le système binaire; mais, par contre, les termes de la série binaire sont choisis parmi 100 nombres donnés seulement, tandis que les termes de la série décimale sont choisis parmi

(*) Séance du 26 avril 1948.

270 nombres donnés. Il y a, *en moyenne*, 50 termes non nuls dans le système binaire et 27 termes non nuls dans le système décimal.

Un système général de numération sera défini par une suite dénombrable de nombres positifs, que l'on supposera être des nombres rationnels simples

$$(u) \qquad u_1, \quad u_2, \quad \ldots, \quad u_n, \quad \ldots.$$

On devra admettre que les u_n décroissent constamment et tendent vers zéro; la différence $u_{n-1} - u_n$ tend donc également vers zéro; on admettra qu'elle décroît constamment avec n. Étant donné un nombre positif α assez petit, il existera un nombre n tel que

$$(1) \qquad u_{n-1} > \alpha > u_n.$$

On posera alors

$$(2) \qquad \alpha = u_n + \alpha_1$$

et il existera un nombre n_1 tel que

$$(3) \qquad u_{n_1-1} > \alpha_1 > u_{n_1}.$$

Les relations (1), (2), (3) donnent

$$(4) \qquad \alpha_1 = \alpha - u_n < u_{n-1} - u_n,$$

$$(5) \qquad u_{n_1} < u_{n-1} - u_n.$$

La relation (5) entraîne, d'après nos hypothèses,

$$(6) \qquad n_1 > \varphi(n),$$

la fonction croissante $\varphi(n)$ étant, en principe, connue lorsque la loi des u_n est connue; on doit supposer $\varphi(n)$ à croissance plus rapide que n.

Un système de numération pourra être défini par la suite (u), si l'on ajoute que l'on doit choisir dans cette suite des termes d'indices croissants, tels que deux indices consécutifs vérifient l'inégalité (6). Sous ces hypothèses, tout nombre α suffisamment petit pourra être représenté d'une seule manière dans le système (u). Il sera parfois nécessaire d'ajouter quelques conditions complémentaires pour les premiers termes de la série, si l'on veut pouvoir représenter tout nombre α compris entre 0 et 1.

Parmi l'infinité de systèmes possibles, on ne devra retenir que ceux pour lesquels la fonction $\varphi(n)$ est assez simple pour que l'on sache facilement si l'inégalité (6) est vérifiée. Si l'on prend, par exemple, $u_n = 1/n$, la relation (5) devient $(1/n_1) < 1/(n-1) - (1/n)$ et donne

$$(7) \qquad n_1 > n(n-1).$$

On en conclut que tout nombre incommensurable α peut être représenté d'une seule manière par une série de la forme

$$(8) \qquad \alpha = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \ldots + \frac{1}{a_n} + \ldots,$$

les a_n étant des entiers croissants vérifiant les inégalités

$$a_n > a_{n-1}(a_{n-1} - 1). \tag{9}$$

D'après (9), les nombres a_n croissent très rapidement avec n; on en conclut aisément que l'on obtiendra généralement une erreur sur α inférieure à 10^{-30} avec 6 ou 7 termes seulement au lieu de 30 dans le système décimal et 100 dans le système binaire, mais ces 6 ou 7 termes sont choisis parmi plus de 10^{15} termes possibles.

Les développements unitaires normaux, que j'ai définis dans une Note antérieure (¹), se rattacheraient à une suite dénombrable de suites dénombrables, dont la $n^{\text{ième}}$ a comme terme général

$$\frac{1}{u_1 u_2 \ldots u_n}, \tag{S_n}$$

les $u_1, u_2, \ldots, u_n$ étant des entiers non décroissants; on doit choisir un terme dans chacune des suites (S_n), avec cette restriction que les valeurs de $u_1, u_2, \ldots, u_{n-1}$ doivent être les mêmes que celles choisies dans la suite (S_{n-1}). Cette complication est rachetée par une très grande simplicité dans les calculs.

Nous avons laissé de côté les algorithmes tels que les fractions continues qui conduisent à des séries alternées. On pourrait alors introduire un facteur 2 dans le second membre de (7), mais l'alternance des signes + et — ne serait pas régulière.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *La topologie des fonctions.* Note de M. **Arnaud Denjoy.**

Les propriétés limites des ensembles de fonctions continues définies dans les espaces cartésiens se démontrent par la voie d'un raisonnement de type constant. Poincaré l'avait rencontré; Baire en fit un illustre emploi. J'ai commenté ces doubles usages et le principe de cet instrument logique dans mes *Leçons sur le Calcul des coefficients d'une série trigonométrique* (IIᵉ partie, p. 151-158). Dans un chapitre du même Ouvrage, je me suis efforcé de rattacher à l'énoncé d'un théorème général unique (associé à une sorte de réciproque) toutes les applications de cet appareil démonstratif.

Dans sa remarquable Thèse de Doctorat, récemment publiée, M. Gustave Choquet, étudiant le problème du contingent et du paratingent (terminologie de M. Bouligand) des ensembles dans les espaces métriques, énonce un théorème qu'à juste titre il qualifie de fondamental (p. 77-78) et qui, pour cette question tout au moins, offre plus de ressources que les théorèmes topologiques cités plus haut. Je rappelle mes hypothèses (*Leçons*, p. 174, 199 et surtout 213-214).

(¹) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 773.

Dans l'espace cartésien U_r (l'indice r désigne le nombre des dimensions) P est un ensemble parfait décrit par un point X. Dans l'espace U_p un point T décrit un ensemble e, admettant un point d'accumulation T_0 étranger à e; e, T_0 *sont indépendants de* X, et c'est là ce qui limite la portée de notre théorème. Dans l'espace U_q, $Y = F(X, T)$ est un point ou un ensemble fermé, fonction de X et de T; Y varie continûment avec X. Et quand T tend vers T_0 (sans quitter e), le point ou ensemble Y possède un ensemble d'accumulation $L(X)$.

Dans ces conditions, l'ensemble dénombrable X_n étant partout dense sur P et T_n tendant vers T_0 quand n croît, si le point $Y_n = F(X_n, T_n)$ présente une certaine propriété avec une approximation tendant vers zéro, notre théorème direct (p. 175) affirme que la propriété limite correspondante est vérifiée exactement par $L(X)$ sur tout un résiduel R de P (R est sur P, et $P - R$ est la réunion d'une infinité dénombrable d'ensembles situés et non denses sur P).

Ce théorème direct donne lieu à un théorème inverse susceptible de revêtir deux formes suivant que les hypothèses se traduisent par des inégalités fermées (p. 199) ou au contraire ouvertes (p. 208, et p. 213-216 pour les hypothèses les plus générales de l'une et l'autre espèce). Dans tous les cas, si telle propriété limite p appartient à $L(X)$ en tout point X de P, on a cette conclusion : quel que soit ε positif indépendant de X, la convergence de $F(X, T)$ vers $L(X)$ selon un mode correspondant à p est, à ε près, uniforme : ou bien sur la totalité de P, ou bien sur toute portion de P disjointe d'un ensemble fermé $K(P, \varepsilon)$ situé et *non dense* sur P. Si ε prend une suite de valeurs tendant vers zéro, l'ensemble $\Gamma = \Sigma K(P, \varepsilon)$ est gerbé (p. 137). $P - \Gamma$ est un résiduel R de P. En tout point de R, la convergence de Y vers $L(X)$ est uniforme localement. $L(X)$ présente une continuité de certaine nature en tout point de R, spécialement à P.

Ce théorème fournit les propriétés de l'ensemble $L(x)$ des nombres dérivés d'une fonction $f(x)$ définie et continue sur un segment linéaire ab; $L(x)$ est l'ensemble d'accumulation des nombres $y = F(x, t) = [f(x+t) - f(x)]/t$ quand t tend vers o (sans s'annuler). Le champ de variation e de t (l'axe des t, sauf $t = 0$) est indépendant de x (du moins si f est défini dans un intervalle contenant le segment ab). Mais supposons que l'on veuille, avec M. Choquet, étudier le faisceau dérivé (F. Roger) d'un ensemble discontinu E aux points d'un ensemble parfait P (disjoint de E), inclus dans la fermeture de E, E et P étant dans un même espace U où X décrit P tandis que T parcourt E; $Y = F(X, T)$ est la demi-droite d'origine X et passant par T; Y peut être figuré par un point d'un espace U' (qui est une variété à $2r - 1$ dimensions dans U_{2r} si U est un U_r); $L(X)$ est l'ensemble d'accumulation de ces demi-droites quand T tend vers X sans quitter E. En conséquence le point d'accumulation T_0 vers lequel doit tendre T (T_0 étant à exclure de E), T_0 n'est plus indépendant de X, puisque T_0 est X. Il faut donc élargir les hypothèses faites

sur l'ensemble e de notre théorème général. e doit pouvoir varier continûment avec X, et aussi T_0. Si $\overrightarrow{e(X)}$ désigne l'ensemble des vecteurs $\overrightarrow{O_pT}$ de U_p, O_p étant l'origine de U_p et T décrivant E, $\overrightarrow{T_0(X)}$ étant le vecteur $\overrightarrow{O_pT_0}$, soit $\overrightarrow{e'(X)} = \overrightarrow{e(X)} - \overrightarrow{T_0(X)}$; $e'(X)$ varie continûment avec X; O_p est un point d'accumulation de $e'(X)$ étranger à cet ensemble. Et T décrivant $e'(X)$ doit tendre vers la limite O_p indépendante de X.

Mais déjà cette extension dépasse les hypothèses utiles pour résoudre les problèmes posés par le contingent. Car, dans ce dernier cas, l'ensemble $e(X)$ de U est indépendant de X, c'est E lui-même (E doit être disjoint de P), seul $T_0 = X$ varie avec X, en sorte que, tous les ensembles $e'(X)$ sont égaux et ne diffèrent les uns des autres que par une translation dans U_p.

Il est naturel de figurer le couple (X, T) par un point unique M(X, T) d'un espace V (produit topologique de U, ou simplement de P, par U lui-même); M décrira la variété $[X = \text{const.}, T \in e'(X)]$. Dans les applications que j'ai en vue, les espaces U, V sont toujours cartésiens ou ce sont des variétés incluses dans les espaces cartésiens. Mais, avec M. Choquet, on peut plus généralement les supposer métriques. Voici nos hypothèses définitives (avec des notations modifiées) :

Dans un espace U, *soient* Q *et* P *deux ensembles disjoints*, P *parfait et inclus dans le dérivé de* Q; P est décrit par le point X, Q par le point M; Q *est la réunion d'ensembles* $e(X)$, non nécessairement disjoints, $e(X)$ admettant X pour point d'accumulation. *Dans un espace* V, $Y = F(M)$ *est un point ou un ensemble fermé, fonction de* M *définie sur* Q, et L(X) est l'ensemble d'accumulation des Y(M) quand M tend vers X sans quitter $e(X)$. Soit E(X) l'ensemble des couples (M, Y) quand M décrit $e(X)$.

On suppose que tout point (M, Y) *de* E(X) *est un point de convergence de l'ensemble* E(X') *quand* X' *mobile sur* P *tend vers* X.

En d'autres termes, X étant un point quelconque de P, M un point quelconque de $e(X)$, ε un nombre positif quelconque indépendant de M et de X, il correspond à ε un nombre positif $\eta = \eta(M, X, \varepsilon)$ de façon que, si dist. XX' (dans U) $< \eta$, $e(X')$ contient un point M' vérifiant les inégalités : dist. MM' $< \varepsilon$, écart(Y, Y') (dans V) $< \varepsilon$ $[Y' = F(M)]$.

Ainsi la continuité de F(M) sur Q n'est pas exigée. On pourrait plus libéralement encore (et une idée analogue est déjà signalée par M. Choquet) se contenter des inégalités : dist. MM' $< \varepsilon + \delta(M)$, écart (Y, Y') $< \varepsilon + \delta(M)$, pourvu que la fonction positive $\delta(M)$ de M tendît vers o *uniformément* avec la distance de M à P.

On considérera des familles dénombrables de couples (X_n, M_n); les X_n sont partout denses sur P, M_n et sur $e(X_n)$, et la distance $M_n X_n$ tend vers o quand n croît. On soumettra les $Y_n = F(X_n, M_n)$ aux hypothèses de l'espèce indiquée plus haut.

Dans ces conditions, les énoncés des théorèmes topologiques de mes *Leçons* subsistent avec leurs démonstrations à peu près inchangées. Mais leur champ d'application dépasse largement désormais le problème général du contingent.

En montrant que P contient un point (et même P contient un résiduel) où L(X) est semi-continu supérieurement, M. Choquet généralise très heureusement le théorème de Baire selon lequel une fonction limite de fonctions continues se saurait être totalement discontinue sur aucun ensemble parfait.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Papilionacées. Développement de l'embryon chez le* Lupinus polyphyllus *Lindl.* Note de M. **René Souèges.**

Hofmeister d'abord, en 1858, puis Hegelmaier, Strasburger, Marshall Ward, en 1880, ont publié des observations plus ou moins détaillées sur le développement du germe chez les Lupins. L. Guignard [1], en 1881, a succinctement résumé les résultats de ces premières recherches et fait justice des idées erronées que leurs auteurs en avaient dégagées. Il a pu lui-même apporter la vraie solution à la plupart des questions que pose l'embryogénie des Lupins, à celles surtout qui se rattachent à la constitution du sac embryonnaire, à la génération de l'albumen, à l'origine véritable du suspenseur et au rôle des éléments qui le composent. Mais l'imperfection des techniques alors en usage ne lui permettait pas d'aborder l'étude de certains détails qu'envisage aujourd'hui obligatoirement la cytologie des éléments participant à la reproduction, ni de suivre la marche rigoureuse de la segmentation dans le globule embryonnaire. Guignard, après Hofmeister, avoue que l'étude des Lupins est loin d'être facile. Nous reconnaissons volontiers aujourd'hui que ces premiers embryologistes ont eu, dans leurs travaux, à surmonter les plus grandes difficultés.

Ces recherches d'ailleurs se compliquent du fait que « les Lupins ne se ressemblent même pas entre eux en ce qui concerne la structure et la position de l'appareil destiné à fournir l'embryon, aussi bien que la constitution de l'embryon lui-même ». Des différences profondes apparaissent déjà dans la constitution de l'ovule : chez la plupart des espèces il ne se présente qu'un seul tégument; dans d'autres, moins nombreuses, il s'en développe deux. Le suspenseur offre des dimensions et une composition cellulaire fort variables : chez le *Lupinus subcarnosus* Hook., il peut comprendre 22 et même plus de 30 paires cellulaires; chez le *Lupinus polyphyllus*, 3 paires seulement. Guignard ne fait pas connaître le mode de génération de ces paires cellulaires; on ne sait si elles proviennent en totalité ou en partie de la seule cellule basale du proembryon bicellulaire.

---

(1) *Ann. Sc. nat. Bot.*, 6e série, 12, 1881, p. 92.

A ce proembryon bicellulaire (*fig.* 1) succède une tétrade *première* globuleuse comportant deux cellules supérieures juxtaposées *cc* et *cd*, séparées par une cloison plus ou moins oblique (*fig.* 2 et 3). Ces deux cellules, comme les deux éléments juxtaposés nés de la cellule basale, se cloisonnent transversalement (*fig.* 4 et 5) et donnent un proembryon octocellulaire offrant 4 dyades régulièrement superposées.

La formation de ce proembryon marque une étape importante du développement, correspondant à une véritable période de croissance avec arrêt prolongé de la segmentation (*fig.* 5 à 10). Au cours de cette période, les trois paires cellulaires inférieures qui représentent le suspenseur proprement dit commencent à se dissocier; leurs éléments se gonflent, se séparent plus ou moins vite les uns des autres et se dispersent dans la cavité du sac. Au terme

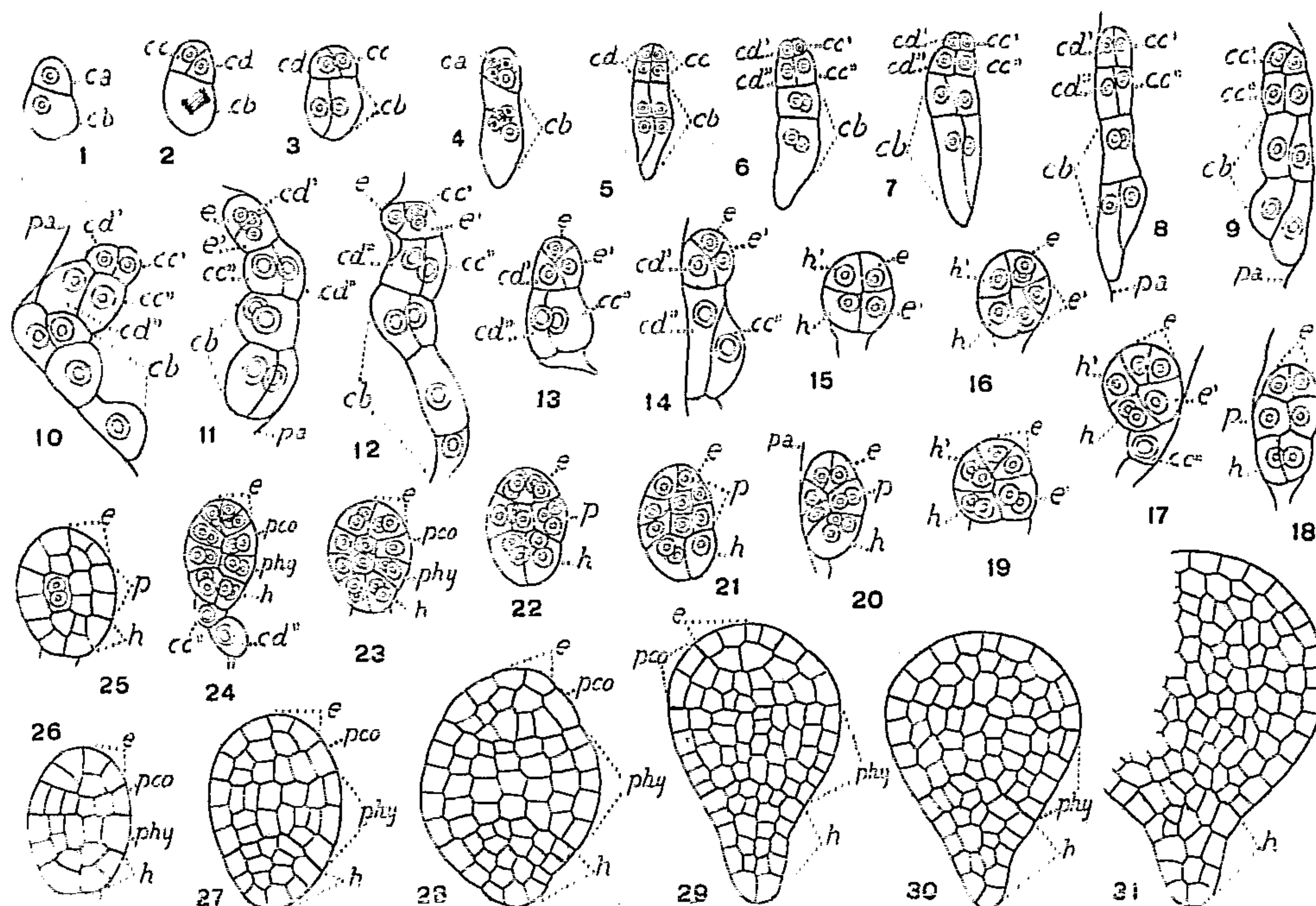


Fig. 1 à 31. — *Lupinus polyphyllus* Lindl. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *cc* et *cd*, cellules-filles de *ca*; *cc'* et *cc"*, cellules-filles de *cc*; *cd'* et *cd"*, cellules-filles de *cd*; *pa*, paroi du sac; *e*, épiphyse; *h*, hypophyse; *e'* et *h'*, cellules-sœurs de *o* et de *h* ou étage médian, *p*, du proembryon; *pco*, partie cotylée *sensu stricto*; *phy*, partie hypocotylée. G = 300.

de cette désagrégation du suspenseur, l'embryon, qui tire origine des deux cellules supérieures *cc'* et *cd'*, forme un globule isolé encore paucicellulaire. Pour donner ce globule, les cellules *cc'* et *cd'*, d'abord très petites, s'accroissent inégalement, puis elles se divisent obliquement, la plus grande avant l'autre (*fig.* 11, 13, 14). De ces divisions résultent quatre éléments qui normalement devraient se montrer groupés en tétraèdre, mais qui, par suite de l'inclinaison

des parois sur le plan de la figure, se présentent comme disposés dans un plan vertical autour d'un axe horizontal de séparation (*fig.* 15).

Ces quatre éléments ont valeur de quadrants et les deux cellules *cc'* et *cd'*, dont ils dérivent appartiennent à une tétrade *seconde*, dont les deux éléments inférieurs sont les cellules *cc''* et *cd''* du proembryon octocellulaire (*fig.* 6). Les quatre quadrants se divisent par cloisons anticlines en donnant huit octants (*fig.* 19). A ce même moment, la forme de l'embryon se modifie; il s'allonge et devient ovoïde (*fig.* 18). Cet allongement résulte de l'écartement des deux quadrants opposés, occupant l'un le sommet l'autre la base de l'embryon; il provoque la formation, aux dépens des deux autres quadrants, d'un étage médian (*fig.* 18), bicellulaire au stade des quadrants, quadricellulaire au stade des octants (*fig.* 19 et 20). Le quadrant supérieur, *e*, représente l'épiphyse, le quadrant inférieur, *h*, l'hypophyse; les deux quadrants médians produisent la partie cotylée *sensu strito* et la partie hypocotylée.

Le quadrant représentant l'épiphyse donne deux, puis quatre cellules circumaxiales (*fig.* 22 et 23), qui, par cloisons généralement anticlines à direction horizontale (*fig.* 24) engendrent, à leur tour, en groupe cellulaire offrant bientôt, après formation de parois périclines, dermatogène et couche sous-épidermique (*fig.* 25 et 26). De même, le quadrant correspondant à une cellule hypophysaire donne 2, puis 4 éléments (*fig.* 20 à 24) qui se cloisonnent transversalement (*fig.* 26) ou obliquement (*fig.* 25 à droite) et finalement dans divers sens pour engendrer un groupe d'où tirent origine les initiales de la racine et les portions centrales de la coiffe. Ce massif cellulaire se termine inférieurement par un court pédicule. Au niveau des deux quadrants médians, *p*, apparaissent bientôt deux assises cellulaires (*fig.* 21 à 25), génératrices l'une de la partie cotylée *sensu stricto*, l'autre de la partie hypocotylée (*fig.* 23 à 27). Les parois transversales séparant ces deux assises déterminent un plan équatorial qui partage la masse embryonnaire en deux hémisphères de composition cellulaire symétrique (*fig.* 20). En 29, la partie cotylée *s. str.* compte deux assises sous-épidermiques : la partie hypocotylée en comporte deux au stade des figures 26 et 27, quatre environ au stade des figures 28 et 30. Plus tard, avant la naissance des cotylédons, la masse embryonnaire se montre tout à fait indifférenciée, les limites des quadrants étant disparues. Les histogènes s'individualisent peu après.

L'histoire du développement de l'embryon du *Lupinus polyphyllus* offre des caractères vraiment exceptionnels. Ces caractères se rapportent sourtout : 1° à la tétrade *première* composée de deux cellules supérieures juxtaposées plus ou moins dissemblables, d'où dérivent deux cellules embryonnaires terminales identiques, *cc'* et *cd'*, mais néanmoins hétérodynames puisqu'elles engendrent des régions du corps tout à fait différentes; c'est une tétrade de la catégorie B_1; 2° au proembryon octocellulaire, dérivé de l'œuf, très régulièrement construit, et marquant une période de simple croissance de l'embryon; 3° à la tétrade

seconde représentée par les quatre éléments, *cc'*, *cd'*, *cc''* et *cd''*, produits, non par deux cellules superposées, mais par deux cellules juxtaposées filles de la cellule apicale; cette tétrade seconde, étant donné le caractère hétérodyname des deux éléments *cc'* et *cd'*, rentre également dans la catégorie B_1; 4° au mode de désagrégation du suspenseur; 5° à la disposition des quadrants et à leur individualisation suivie de l'élongation du corps embryonnaire. Par les destinées de la cellule basale et des blastomères *cc''* et *cd''*, par la nature hétérodyname des éléments *cc'* et *cd'*, le *Lupinus polyphyllus* vient occuper, dans la classification périodique, la place, libre encore, correspondant au mégarchétype VI dans le dixième groupe embryogénique.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Reviviscence du* Xanthoria parietina *desséché avec sa faune, six ans dans le vide et deux semaines à* — 189° C. *Ses conséquences biologiques.* Note de M. **Paul Becquerel.**

Nous avons déjà démontré que des Lichens, des Rotifères, des Tardigrades desséchés dans le vide pouvaient revivre après congélation à la température de — 271° (¹). Mais la durée de leur vie latente ne dépassait pas quelques mois. Il était donc nécessaire de savoir si la propriété de reviviscence de ces organismes ne s'affaiblirait pas au bout d'un temps plus long et s'ils étaient encore susceptibles d'être congelés sans périr.

Dans ce but, le 1er juillet 1941, nous avions recueilli sur les tuiles des murs de la station de Beau-Site des *Xanthoria parietina*. Ils étaient mélangés avec quelques rares Physcia et quelques Algues vertes : Pleurocoques, Cystocoques, Coccobotrys.

La récolte avait été faite après trois semaines de beau temps, ce qui avait permis à ces plantes d'être très sèches et à leur faune de passer à l'état de vie latente.

Avant de préparer les expériences, nous avions humecté, avec de l'eau stérilisée, quelques-uns de ces Lichens, pendant plusieurs heures, et examiné leur reviviscence au microscope. Les hyphes étaient encore vivants ainsi que leurs gonidies et les Algues vertes précitées.

La faune comprenait des Rotifères, *Callidina constricta*, des *Hypsibius Oberhäuseri*, quelques *Milnesium tardigradum* et de rares Anguillules du genre *Plectus*, qui s'agitaient.

De cette récolte, nous préparâmes trois lots de deux grammes chacun. Le premier placé dans un tube stérilisé fermé avec du coton, le deuxième dans un tube stérilisé contenant du chlorure de calcium séparé des organismes par un peu de coton hydrophile. Dans celui-ci, nous fîmes, avec la pompe moléculaire, un vide relatif de 2cm de mercure de pression, et le fermâmes à la flamme. Enfin

---

(¹) P. Becquerel, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 978.

les Lichens du troisième lot furent partagés dans quatre tubes plus petits, et nous les avons desséchés avec la pompe en quartz de Langmuir jusqu'à ce que le vide au 1/10000 ne renfermât plus de traces de vapeur d'eau, ce qu'indiquait un tube témoin où l'on faisait passer un courant électrique; puis ces tubes furent scellés à la flamme. Ces récipients furent enfermés dans un tiroir à l'abri de la lumière. Rapportés à Paris le 15 avril dernier, nous avons fait des expériences à la température de l'air liquide à 189°.

Auparavant, nous avions constaté sur des échantillons de ces trois lots le pouvoir de reviviscence des organismes. Après humectation, les essais démontrèrent que dans le premier lot, il y avait à l'air libre une forte baisse de la faculté de reviviscence pour les hyphes et les spores des Lichens, sauf pour les gonidies; les Algues avaient conservé leur vitalité. Les Rotifères et les Tardigrades qui s'agitaient étaient plus rares. Par contre, dans l'air sec raréfié et dans le vide, la conservation de la vie latente était la même qu'il y a six ans. C'est alors que nous plongeâmes très lentement, au contact de l'air liquide, les trois lots où ils séjournèrent 336 heures.

Après refroidissement lent, puis humectation, pendant trois heures, nous avons constaté, au microscope, la reviviscence des organismes. Elle a été la même qu'avant l'action de la basse température. Très rare pour les organismes conservés à l'air libre, plus parfaite pour l'air raréfié sec et le vide. *Ainsi, les Xanthoria parietina desséchés dans le vide, accompagnés des Algues vertes, des Callidina, des Hypsibius et des Milnésium, ont repris leur vie active au bout de six ans, après avoir subi pendant deux semaines l'action de la basse température de l'air liquide sans que leur pouvoir de reviviscence ait paru atteint.* Dans ces conditions exceptionnelles, pendant le refroidissement, l'anaéroanhydrobiose est devenue une anabiose totale. En effet, le protoplasma solidifié, synérésé par la congélation, avait perdu toute trace d'eau libre, de gaz, en même temps que son état colloïdal, et cependant au dégel, lorsque les molécules protéiques eurent repris leur liaison avec les molécules d'eau, et absorbé l'énergie nécessaire, les phénomènes physicochimiques de la vie revinrent. Or cette faculté de reviviscence pourrait-elle durer plus que six ans? Certainement plus longtemps; car nous avons déjà conservé des Pleurocoques, des Tribonemas dans le vide sec à l'obscurité pendant 26 ans. Mais si avec le vide le plus élevé, la plus basse température est maintenue, on ne peut assigner de limites à l'anaéroanhydrobiose. Le protoplasma solidifié, desséché, congelé, soustrait aux radiations, paraît complètement stabilisé. Seule, une expérience prolongée pendant une durée considérable l'indiquerait. La nature réalise peut-être quelque part cette expérience, au moins pour la congélation dans la glace. Il se peut qu'il existe des germes, des organismes gelés encore reviviscents, depuis des milliers d'années dans ou sous les glaces qui ensevelissent le Pôle Sud sous une épaisseur de plusieurs milliers de mètres. Des sondages nous les feraient connaître.

D'autre part, cette étonnante faculté du protoplasme des Lichens, des Algues, des Animaux reviviscents, d'être doués de synérèse colloïdale réversible sans qu'il y ait coagulation, comme nous l'avons découvert dans les cellules de certaines Mousses ([2]), nous explique comment ces êtres se maintiennent dans les contrées les plus désolées de la Terre, autour du Pôle Nord et au Pôle Sud, où ils attendent, gelés pendant dix mois de l'année entre —10° et —60° C., le dégel pour ne vivre que deux mois seulement entre 0° et 25° C.

Enfin, ces faits reculent les limites de la vie. Ils apportent des arguments nouveaux à l'hypothèse de l'existence d'une végétation particulière dans la planète Mars, à laquelle seraient dus les changements saisonniers de coloration. En effet, comme dans nos expériences, la raréfaction extrême de l'atmosphère, les écarts de température entre le jour et la nuit, entre l'hiver et l'été, entre —100° et +30°, n'empêcheraient pas de subsister une flore de Cryptogames et une faune d'animalcules xérophiles reviviscents.

M. **René Barthélemy** fait hommage à l'Académie d'une plaquette consacrée à ses principaux travaux et intitulée : *Contribution à l'étude des Analyseurs électroniques. L'Iconoscope. L'Isoscope, précédée de quelques souvenirs.*

DÉSIGNATIONS.

MM. **Emmanuel de Martonne**, Membre de l'Académie, **André Cholley**, **Henri Baulig**, **Pierre Gourou**, **Maximilien Sorre**, **Aimé Perpillou** sont désignés pour représenter la France au Congrès International de Géographie, qui aura lieu à Lisbonne, le 21 septembre 1948.

MM. **Charles Maurain**, **Henri Villat**, **Louis de Broglie**, **Albert Caquot**, **Jean Chazy**, **Joseph Pérès**, **Emmanuel de Martonne**, **Charles Laubry**, **Henri Beghin**, **Pierre Lejay**, **Donatien Cot** sont désignés pour représenter l'Académie à l'inauguration du **Laboratoire Central d'Hydraulique**, qui aura lieu à Maisons-Alfort, le 3 juin 1948.

CORRESPONDANCE.

Le Secrétaire général du Premier **Congrès International de Physiopathologie, de la Reproduction animale et de Fécondation artificielle** informe l'Académie de l'ouverture de ce Congrès qui aura lieu à Milan, le 23 juin 1948.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Faune de France. 48. *Coléoptères hydrocanthares*, par M. Félix Guignot.

2° Encyclopédie biogéographique et écologique. I. *Essai de bryogéographie de la Péninsule Ibérique*, par Pierre Allorge (présenté par M. Roger Heim).

([2]) *Comptes rendus*, 206, 1939, p. 746.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété des polynomes de Lagrange.* Note (*) de M. **François Leja**, présentée par M. Paul Montel.

Soit F une courbe située sur la frontière d'un domaine infini $\mathcal{D}$ contenant le point $z=\infty$ dans son intérieur. Faisons correspondre à chaque nombre $n=1, 2, \ldots$, un système de $n+1$ points différents quelconques $\xi_0^{(n)}$, $\xi_1^{(n)}, \ldots, \xi_n^{(n)}$ appartenant à F. Ce système sera désigné aussi par une seule lettre $\xi^{(n)}$

(1) $$\xi^{n}=\{\xi_0^{(n)}, \xi_1^{(n)}, \ldots, \xi_n^{(n)}\} \qquad (n=1, 2, \ldots).$$

Les $n+1$ polynomes de degré n

(2) $$\mathcal{L}_n^{(i)}(z;\xi^{(n)})=\prod_{\substack{k=0\\(k\neq i)}}^{n}\frac{z-\xi_k^{(n)}}{\xi_i^{(n)}-\xi_k^{(n)}} \qquad (i=0, 1, \ldots, n)$$

seront dits *polynomes de Lagrange* correspondant au système (1).

Partageons F en deux courbes F_1 et F_2 sans points communs et supposons que, parmi les points (1), les $\mu=\mu(n)$ initiaux appartiennent à F_1 et les $\nu=\nu(n)$ restants à F_2; donc

$$\mu+\nu=\mu(n)+\nu(n)=n+1,$$

(3) $$\xi_0^{(n)}, \xi_1^{(n)}, \ldots, \xi_{\mu-1}^{(n)} \text{ appartiennent à } F_1,$$

(4) $$\xi_\mu^{(n)}, \xi_{\mu+1}^{(n)}, \ldots, \xi_n^{(n)} \quad \text{» à } F_2.$$

L'ensemble $F=F_1+F_2$ est, par définition, borné et fermé; supposons que F_1 soit aussi fermé et que l'on ait $\mu\geq 1$, $\nu\geq 0$.

Soit z un point quelconque fixe du plan. Désignons par $M_n^{(1)}(z)$ le plus grand des modules $|\mathcal{L}_n^{(i)}(z;\xi^{(n)})|$, $(i=0, 1, \ldots, \mu-1)$,

(5) $$M_n^{(1)}(z)=\max_{(i=0,\ldots,\mu-1)}|\mathcal{L}_n^{(i)}(z;\xi^{(n)})|$$

et, pareillement, posons

(6) $$M_n^{(2)}(z)=\max_{(i=\mu,\ldots,n)}|\mathcal{L}_n^{(i)}(z;\xi^{(n)})|.$$

La quantité (6) n'est définie que si $\nu>0$; si $\nu=0$, posons par définition $M_n^{(2)}(z)=0$.

Observons que le plus grand des nombres $M_n^{(1)}(z)$ et $M_n^{(2)}(z)$ n'est jamais plus petit que $\frac{1}{n+1}$, ce qui résulte de l'identité $\sum_{i=0}^{n}\mathcal{L}_n^{(i)}(z;\xi^{(n)})\equiv 1$. Dans le cas où le point z est identique, quel que soit n, avec un des points (4) on a $M_n^{(1)}(z)=0$

(*) Séance du 19 avril 1948.

et $M_n^{(2)}(z) = 1$ pour $n = 1, 2, \ldots$, et par suite,

$$\lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{M_n^{(1)}(z)} = 0 \qquad \text{et} \qquad \lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{M_n^{(2)}(z)} = 1.$$

On démontre que

I. *Si z_0 est un point de la partie F_2 de F et*

$$\liminf_{n \to \infty} \sqrt[n]{M_n^{(2)}(z_0)} < 1, \tag{8}$$

on a

$$\limsup_{n \to \infty} \sqrt[n]{M_n^{(2)}(z_0)} > 1. \tag{9}$$

Il s'ensuit que si les modules de ceux des polynomes (2) qui correspondent aux points (4) deviennent très petits en un point de F_2, les modules de ceux qui correspondent aux points (3) augmentent avec n comme $(1+\varepsilon)^n$, où $\varepsilon > 0$.

Ce théorème peut être déduit d'un résultat antérieur ([1]) que voici : Soit E un ensemble fermé et borné quelconque de points du plan. Désignons par $\mathcal{D}(E)$ le plus grand domaine connexe contenu dans l'ensemble complémentaire à E et contenant le point $z = \infty$, et soit

$$\zeta = \{\zeta_0, \zeta_1, \ldots, \zeta_n\} \tag{10}$$

un système de $n + 1$ points de E et $\mathcal{L}_n^{(i)}(z; \zeta) = \prod_{\substack{k=0 \\ (k \neq i)}}^{n} (z - \zeta_k)/(\zeta_i - \zeta_k)$, $i = 0, 1, \ldots, n$,

les polynomes de Lagrange correspondant au système (10). Désignons encore par $\mathcal{L}_n(z, E)$ la borne inférieure du plus grand des modules

$$|\mathcal{L}_n^{(i)}(z; \zeta)|, \qquad i = 0, 1, \ldots, n,$$

lorsque n et z étant fixes le système (10) varie dans E

$$\mathcal{L}_n(z, E) = \inf_{\zeta \in E} \{\max_{(i)} |\mathcal{L}_n^{(i)}(z; \zeta)|\}, \qquad n = 1, 2, \ldots. \tag{11}$$

II. *Si le diamètre transfini de E est positif, la suite $\{\sqrt[n]{\mathcal{L}_n(z, E)}\}$ tend en chaque point fini du plan vers une limite finie $\mathcal{L}(z, E) = \lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{\mathcal{L}_n(z, E)}$ jouissant des propriétés suivantes :*

1° $\mathcal{L}(z, E) = 1$ *en dehors du domaine* $\mathcal{D}(E)$;

2° $\mathcal{L}(z, E) > 1$ *dans le domaine* $\mathcal{D}(E)$; $\log \mathcal{L}(z, E)$ *étant identique à la fonction de Green classique ou généralisée du domaine* $\mathcal{D}(E)$ *avec le pôle* $z = \infty$.

Ajoutons que le théorème I peut être complété comme il suit : *Lorsque le nombre* $\nu = \nu(n)$ *des points* (4) *situés sur* F_2 *remplit la condition* $\lim_{n \to \infty} \nu(n)/n = 0$, *la limite supérieure* (9) *n'est pas plus petite que* $\mathcal{L}(z_0, F_1)$. D'autre part, le théorème I reste vrai dans le cas où F est la frontière d'un domaine contenant le point $z = \infty$ dans son intérieur.

([1]) *Ann. de la Soc. Polon. de Mathém.*, **12**, 1934, p. 57-71 et **18**, 1945, p. 4-11.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la moyenne d'un élément aléatoire abstrait.* Note (*) de M. **Shafik Doss**, transmise par M. Émile Borel.

M. Fréchet a donné une définition de la moyenne d'un élément aléatoire choisi au hasard dans un espace distancié quelconque ([1]). Nous allons donner une autre définition qui ne semble équivalente à la sienne que dans les cas les plus simples. A cet effet, on peut d'abord démontrer que sur la droite euclidienne, (ξ, η) désignant la distance des deux points ξ, η, la valeur moyenne a d'un nombre aléatoire X est caractérisée par la relation

$$(1) \qquad (a, \lambda) \leqq \mathfrak{M}(X, \lambda) \qquad \textit{quel que soit } \lambda,$$

où λ désigne un nombre certain et $\mathfrak{M}$ la valeur moyenne classique donnée par l'intégrale de Lebesgue-Stieltjès.

La définition (1) garde un sens pour un espace *distancié* quelconque E. X désignant un élément aléatoire de l'espace E, λ un élément certain quelconque de E. On pourra donc généraliser et dire qu'un élément certain a est moyenne de X s'il possède la propriété (1).

Propriétés de la nouvelle moyenne. I. — A. Soient X et Y deux éléments aléatoires définis simultanément à chaque épreuve, $\mathfrak{M}_Y$ et a_Y désignant des moyennes conditionnées, on aura si b désigne une moyenne de a_Y

$$\mathfrak{M}_Y(X, \lambda) \geqq (a_Y, \lambda) \qquad \text{quel que soit } \lambda,$$
$$\mathfrak{M}(X, \lambda) = \mathfrak{M}\mathfrak{M}_Y(X, \lambda) \geqq \mathfrak{M}(a_Y, \lambda) \geqq (b, \lambda) \qquad \text{quel que soit } \lambda,$$

ce qui montre que b est une moyenne de X.

B. Soient $X_1, X_2, \ldots, X_n$ des éléments aléatoires, l'analogue de $\Sigma X_i/n$ sera tout élément aléatoire Z_n tel que

$$\sum_{i=1}^{n} (X_i, \lambda) \geqq n(\mathfrak{Z}_n, \lambda),$$

quel que soit λ.

Si les X_i ont même distribution que X, toute moyenne de Z_n est aussi une moyenne de X.

Dans ce même cas, si l'espace E est *séparable* et si les X_i sont *indépendants*, il y a une probabilité égale à 1 que les points d'accumulation de $\mathfrak{Z}_n$ soient moyennes de X. En particulier si l'espace E est tel que les sphéroïdes y soient

(*) Séance du 22 mars 1948.

([1]) *L'intégrale abstraite d'une fonction abstraite d'une variable abstraite et son application à la moyenne d'un élément aléatoire de nature quelconque* (*Revue Scientifique*, 82e année, 1944, p. 483-512, spécialement). Cette définition a été généralisée et précisée par M. Fréchet dans un article en cours d'impression dans les *Ann. Inst. H. Poincaré*.

compacts et si X n'a qu'une valeur moyenne a, $\mathfrak{Z}_n$ converge *presque certainement* vers a.

II. Considérons le cas plus particulier où E est un espace *vectoriel* distancié *complet*. On a alors les propriétés suivantes :

C. a étant une moyenne de l'élément aléatoire U et n désignant un nombre réel certain, na est moyenne pour nU;

C'. N désignant un nombre réel aléatoire, ν étant sa valeur moyenne et u un élément certain de E, νu est une moyenne pour Nu;

D_1. Si a est une moyenne pour U, b pour V, c pour U + V, $a + b$ et c sont moyennes d'un même élément W;

E. Si a est moyenne pour U, on a

$$\|a\| \leqq \mathfrak{M}\|U\|.$$

Si l'on introduit la condition :

D_2. Si a est moyenne pour X et si λ est certain, $a - \lambda$ est moyenne pour $X - \lambda$;

On voit que les conditions D_2, E sont équivalentes à notre définition (1), laquelle, comme on l'a vu, implique C, C' et E.

Si l'on observe maintenant que les conditions C', D, E ([2]) impliquent D_2, E, on voit que C est une conséquence des trois conditions C', D, E.

III. Dans le cas où la norme dans l'espace vectoriel E est une fonctionnelle linéaire du second ordre, si la moyenne de M. Fréchet ([1]) basée sur l'extension de la notion d'intégrale existe, elle est définie de façon univoque par (1).

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur une nouvelle définition des positions typiques d'un élément aléatoire abstrait.* Note (*) de M. **Maurice Fréchet**, transmise par M. Émile Borel.

Dans la Note précédente, M. Shafik Doss a proposé une définition très intéressante. J'avais donné dans le Mémoire qu'il cite, deux définitions de la moyenne d'un élément aléatoire abstrait, les premières, à ma connaissance. L'une, basée sur une généralisation convenable de la notion d'intégrale, n'était valable que dans un espace vectoriel distancié. L'autre était valable dans un espace distancié quelconque; mais dans le cas où l'élément aléatoire n'était pas *quadratiquement borné en moyenne*, il m'a fallu la *prolonger* ultérieurement par un passage à la limite convenable. La définition de M. Shafik Doss a l'avantage d'éviter cette distinction.

([2]) *Voir* le Mémoire de M. Fréchet où les conditions C, C', E, ainsi que la condition D (si a est moyenne pour U et b pour V, $a + b$ est moyenne pour U + V) sont introduites.

(*) Séance du 22 mars 1948.

J'avais pu étendre ma seconde définition de la moyenne et donner une définition des positions typiques d'ordre k dont ma définition de la moyenne n'était que le cas particulier où $k=2$, et qui correspond pour $k=1$ à celle de la valeur équiprobable. Il est intéressant d'observer que la définition de M. Shafik Doss se prête à une extension analogue de la façon suivante. Soit T une définition d'une *valeur typique* TN d'un *nombre* aléatoire non négatif N. Si X est un élément *abstrait* choisi au hasard dans un espace distancié quelconque $\mathfrak{D}$, et s'il existe un élément certain γ, de $\mathfrak{D}$ tel que, quel que soit l'élément certain λ, de $\mathfrak{D}$, on ait

$$(\gamma, \lambda) \leqq \mathrm{T}(\mathrm{X}, \lambda),$$

on pourra dire que γ est *une position typique* $\mathfrak{T}$X, de X, dans le sens correspondant *à la définition* T.

Une telle définition ne réussira pas quelle que soit la définition T. Et cela même si l'on se restreignait au cas où X est un nombre aléatoire. La Note de M. Doss montre déjà cependant au paragraphe III que cette définition donne au moins un résultat satisfaisant quand TN est la moyenne au sens classique et quand X est pris dans un espace euclidien ou dans l'espace de Hilbert. Si l'on prend pour TN : soit toute valeur *équiprobable* de N, soit toute valeur *dominante* de N, on s'aperçoit que déjà dans le cas particulier où X est un *nombre* aléatoire, la définition de $\mathfrak{T}$X, qui correspond à TN, n'est pas exactement [1] celle qui lui correspond dans le langage classique. Mais, dans ces deux cas, $\mathfrak{T}$X est au moins aussi typique que dans la définition classique, de sorte que notre extension reste justifiée.

MÉCANIQUE DES MILIEUX CONTINUS. — *Sur deux théorèmes généraux de la dynamique d'un milieu incompressible illimité.* Note de M. **Jean-Jacques Moreau**, présentée par M. Henri Villat.

Lorsqu'on envisage un milieu continu s'étendant à l'infini, dans les conditions usuelles de l'hydrodynamique les intégrales qui définiraient la résultante cinétique et le moment cinétique de l'ensemble du milieu ne convergent pas. On est ainsi privé du secours de ces éléments pour l'étude des efforts que subissent des corps immergés.

Dans le cas d'un *milieu incompressible* à trois dimensions, nous formons, à partir du vecteur tourbillon $\vec{\omega}$ deux quantités qui suppléent dans ce cas à la déficience des éléments cinétiques, et s'y relient d'ailleurs lorsque ceux-ci sont

---

(1) Par exemple, si X est un nombre nécessairement égal à a, b, ou c ($a < b < c$) avec les probabilités respectives p, q, r, et si l'on prend pour TN la dominante de N, $\mathfrak{T}$X sera la dominante de X si celle-ci a une probabilité supérieure à 1/2, mais pas nécessairement dans le cas contraire.

définis; ce sont les intégrales vectorielles :

$$\vec{I} = \iiint \overrightarrow{OM} \wedge \vec{\omega}\, d\tau, \qquad \vec{J} = -\iiint OM^2 \vec{\omega}\, d\tau,$$

où O désigne un point origine fixe.

Considérant d'abord un milieu emplissant tout l'espace, nous montrons que

$$\rho \frac{d\vec{I}}{dt} = \vec{R}, \qquad \rho \frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{H},$$

ρ densité du milieu, $\vec{R}$ et $\vec{H}$ résultante et moment résultant en O des forces extérieures, *autres que celles qui dérivent d'un potentiel*, appliquées au milieu. Pour la première relation nous devons supposer, si u, ω sont les grandeurs de la vitesse et du tourbillon et T_{ik} la tenseur des efforts intérieurs, que ru, $r^3\omega$, $r^2 T_{ik}$ tendent vers zéro à l'infini. Pour la seconde relation il doit en être encore de même avec $r^3 u^2$, $r^4\omega$, $r^3 T_{ik}$. Ces conditions sont remplies dans un fluide, parfait ou visqueux, tiré du repos par une action perturbatrice localisée à distance finie.

En particulier, pour un milieu emplissant tout l'espace et soumis à la seule pesanteur, $\vec{I}$ et $\vec{J}$ sont invariants.

Ces résultats ne prennent leur plein intérêt que grâce au fait suivant. Ils sont encore valables lorsque le milieu est partagé en plusieurs portions astreintes seulement à l'*adhérence*, c'est-à-dire telles qu'à la traversée des surfaces séparatrices les composantes de la vitesse soient continues, mais non nécessairement leurs dérivées. C'est ce qu'on établit en transformant les intégrales triples en intégrales de surface qui portent sur les efforts superficiels, sur les vitesses, et sur la composante normale du tourbillon, laquelle ne dépendant que des vitesses sur la surface doit être continue. Si d'ailleurs il y a dans le milieu des surfaces de glissement, on pourra encore appliquer les relations précédentes en assimilant, comme il est classique, ces discontinuités à des répartitions superficielles de tourbillons qu'on fera entrer sous une forme convenable dans les expressions $\vec{I}$ et $\vec{J}$. De même, la présence de lignes tourbillonnaires n'est pas exclue.

On en déduit alors une expression en fonction des tourbillons pour la résultante et le moment résultant des actions que subissent des corps immergés animés de mouvements connus. Cela conduit notamment à la synthèse immédiate de divers résultats classiques concernant les fluides parfaits. (Expressions de la résultante et du moment résultant des efforts en fonction des vitesses sur la surface de l'obstacle, paradoxe de d'Alembert, etc.)

Le caractère essentiel de cette théorie est l'élimination des forces de potentiel, inactives dans la dynamique d'un milieu incompressible, ainsi que de la pression, laquelle, du point de vue mathématique, n'est dans ce cas qu'une variable

auxiliaire, la *réaction* ou le *multiplicateur* corrélatif de la liaison d'incompressibilité.

Le cas de deux dimensions se prête à des développements analogues. Le tourbillon étant alors défini par un scalaire ω, on forme l'intégrale vectorielle

$$\vec{I} = -2\vec{z} \wedge \iint \overrightarrow{OM}\,\omega\, d\sigma,$$

($\vec{z}$ vecteur unité normal au plan) et l'intégrale scalaire

$$J = -\iint OM^2\,\omega\, d\sigma,$$

dont les dérivées se relient comme précédemment à la résultante et au moment résultant des forces sans potentiel appliquées au milieu. En ce qui concerne l'expression de la résultante, on doit supposer que ru^2, $r^3\omega$, rT_{ik} tendent vers zéro à l'infini, et pour le moment résultant qu'il en est encore de même avec ru, $r^4\omega$, r^2T_{ik}. On pourra admettre dans le milieu des lignes de glissement ou des centres tourbillonnaires en les faisant entrer dans les expressions de $\vec{I}$ et J.

Précisons que l'annulation de ru n'a pas lieu dans un mouvement irrotationnel à circulation : nous montrons que le théorème du moment est cependant encore valable dans ce cas.

Cela nous permet de retrouver très simplement de nombreux résultats classiques de l'hydrodynamique à deux dimensions : fixité du centre de gravité des *masses tourbillonnaires* et invariance de leur moment d'inertie pour un fluide parfait, et même visqueux, emplissant tout le plan; expressions équivalentes aux formules de Blasius pour les efforts subis par un corps immergé dans un fluide parfait; cas de mouvements non permanents; sustentation par émission de tourbillons. Le rôle des éléments I et J apparaît ainsi comme fondamental dans toutes les théories tourbillonnaires.

ÉLASTICITÉ. — *Expériences concernant l'homogénéité élastique des métaux.* Note (*) de MM. **Constantin Sălceanu** et **Marius Borneas**, présentée par M. Aimé Cotton.

Des expériences faites antérieurement ([1]), se basant sur la détermination du décrément logarithmique, ont montré la variation de la viscosité des fils métalliques, avec l'amplitude des oscillations. Les auteurs de ces expériences avaient travaillé avec des fils métalliques préparés préalablement, soumis à un traitement nécessitant un temps de longue durée.

Dans nos expériences, nous avons cherché l'influence de la traction sur la

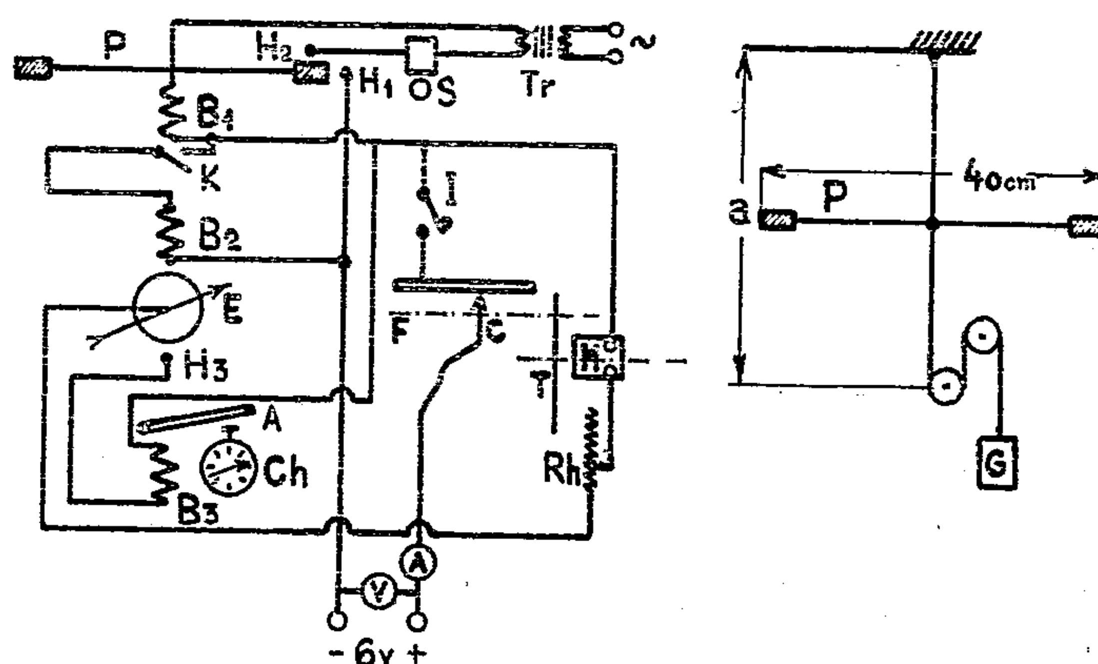
(*) Séance du 26 avril 1948.

([1]) Subrahmaniam et Gunnaiya, *Phil. Mag.*, 1925, p. 711-716; 1926, p. 1074; 1927, p. 852.

période d'oscillation d'un pendule de torsion et nous avons constaté des variations de cette période. Comme ces variations sont de l'ordre du centième de seconde, il a fallu imaginer une méthode électrique rigoureuse, grâce à laquelle on a pu s'assurer de l'exactitude des mesures pour 30 périodes pendulaires complètes avec une erreur de $\pm 0,01$ seconde. Dans ce but, nous avons assuré la marche des mesures à partir d'une même amplitude. Dans le schéma électrique figuré le pendule de torsion P est formé par une tige métallique creuse supportant à ses extrémités deux poids de 25 grammes chacun et établit un contact électrique, par l'intermédiaire d'un fil d'acier très fin, avec la goutte de mercure H_i. Le courant très faible débité par la source d'une batterie d'accus de 6 volts, agissait sur le relais B_1 qui, fermant le contact K, permettait le passage d'un courant puissant dans la bobine B_2. Celle-ci faisait attirer l'armature de la montre-pendule E qui avançait de cette manière d'un cran.

Le phénomène se répète pour chaque contact du pendule avec la goutte de mercure H_i. De cette façon l'aiguille de la pendule E avance d'un mouvement rythmique sur le cadran en touchant dans sa plus basse position la goutte de mercure H_3 qui permet le passage d'un courant dans la bobine B_3. Celle-ci, attirant l'armature A, appuie sur le bouton du chronomètre Ch qui permet la lecture à un centième de seconde. Deux passages consécutifs de l'aiguille de la pendule contre la goutte de mercure H_3 faisait marquer 30 oscillations dont la durée est enregistrée par le chronomètre. Le contact C, actionné par le moteur M, par la transmission T et la vis sans fin F, interrompt automatiquement tous les circuits, une fois que 30 oscillations se sont effectuées.

Le courant alternatif d'une sonnerie S assure l'amplitude rigoureusement



constante de la première oscillation pendulaire par le contact de mercure H_2. La constance de la longueur du fil de torsion a été maintenue par le montage indiqué dans la figure, où la tige horizontale est toujours attachée au milieu du fil. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

	Acier.	Fer.	Argent.	Aluminium.	Cuivre.
Diamètre (cm).....	0,05	0,05	0,06	0,1	0,11
Longueur a (cm)...	16	10	10	24	50
0,5 kg	–	–	–	44,52 sec	–
1,5 »	–	77,22 sec	–	44,39 »	–
2,5 »	79,02 sec	76,80 »	78,31 sec	44,26 »	41,77 sec
3,5 »	78,87 »	76,10 »	78,00 »	44,16 »	41,68 »
4,5 »	78,61 »	75,71 »	77,80 »	44,11 »	41,62 »
5,5 »	78,41 »	75,64 »	77,60 »	44,10 »	41,59 »
6,5 »	78,29 »	–	–	44,09 »	41,58 »
8 »	78,28 »	–	–	44,09 »	41,58 »

Le phénomène est réversible pour les tensions que nous avons appliquées pendant des intervalles de temps relativement courts. En soumettant au préalable un fil de cuivre à un effort poussé jusqu'à sa rupture, l'effet a cessé de se manifester. De même un fil d'acier, qui avait été soumis à une traction continue pendant des années, ne le manifeste pas.

Les expériences décrites constituent une méthode qui rend compte de la manière dont se comportent les fils métalliques pour arriver à l'état d'homogénéité élastique qui correspond au palier obtenu dans le cas de nos expériences. Elle constitue aussi une limite à partir de laquelle commencent les expériences des auteurs cités.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la visualisation chronophotographique des écoulements gazeux.* Note de M. **Joseph-Maurice Bourot**, présentée par M. Henri Villat.

Considérons l'écoulement d'un fluide F à l'intérieur d'une tuyère ou autour d'un obstacle S. Lorsque cet écoulement aura atteint son état de régime, il sera caractérisé par un champ vectoriel $\overline{V_{SF}(M)}$, qu'il s'agit de déterminer expérimentalement. On sait que la méthode chronophotographique de visualisation consiste à injecter dans le fluide des particules solides P, de très petites dimensions, et à déterminer leurs vitesses relativement à un appareil photographique, en général lié à l'obstacle ou à la tuyère.

Désignons par $\overline{V_{SP}(M)}$ et $\overline{J_{SP}(M)}$ les vitesse et accélération, relativement au système S, d'une particule P, qui, à l'instant t, coïncide avec le point M du champ; définissons par M′ sa position à l'instant $t+dt$, et soit M″ un point du fluide, très voisin des précédents, où ne passe aucune particule dans l'intervalle de temps ainsi défini. On établit la validité de la relation

$$\overline{J_{SP}}(M)+K[\overline{V_{SP}}(M)-\overline{V_{SP}}(M'')+\overline{MM''}(\overline{\overline{\text{grad}}}\,V)_{M''}]=0, \tag{1}$$

$\overline{\overline{\text{grad}}}\,V$ étant le tenseur mixte de deuxième ordre associé au champ de vitesses, et K un coefficient qui dépend des caractéristiques d'inertie de la particule et de la viscosité μ du fluide.

Pour fixer les idées, nous considérerons dans cette Note un écoulement permanent à plan directeur, et nous nous placerons en un point où l'accélération des particules est positive. Nous obtenons dans ces conditions

$$(2)\quad \left\{\begin{array}{l} \left[\dfrac{V^2}{R}\right]_{SP}(M) = K\, V_{SF}(M)\sin\alpha, \\ V_{SP}(M') - V_{SP}(M) = K\, MM'\dfrac{V_{SF}(M)\cos\alpha - V_{SP}(M)}{V_{SP}(M)}. \end{array}\right.$$

Le vecteur $\overline{V_{SF}(M)} = \overline{V_{SF}(MM'')} - \overline{MM''}$. $(\overline{\text{grad } V})_{M''}$ représente la vitesse de l'élément fluide qui passe en M, quand le domaine de ce point n'est plus occupé par une particule P; α désigne l'angle (V_{SF}, V_{SP}) et R_{SP} le rayon de courbure de la trajectoire de la particule. Posons $\lambda = (V_{SP} - V_{SF})/V_{SP}$, il vient

$$(3)\quad \left\{\begin{array}{l} (1-\lambda)\sin\alpha = \dfrac{1}{k}\left[\dfrac{V}{R}\right]_{SP}(M), \\ (1-\lambda)\cos\alpha = 1 + \dfrac{1}{k}\,\dfrac{V_{SP}(M') - V_{SP}(M)}{MM'}. \end{array}\right.$$

En réalité, le coefficient K dépend, non seulement des caractéristiques de la particule, mais aussi de la position du vecteur $\overline{V_{FP}}$ par rapport à ses axes d'inertie de cette particule. Pour préciser cette influence, M. Moreau a considéré des particules circulaires minces, de diamètre d et de masse m, en mouvement dans un fluide de viscosité μ; soit θ l'angle de $\overline{V_{FP}}$ avec l'axe du disque : le rapport Km/dp varie entre 8 pour $(\theta = 0)$ et 5,4 pour $(\theta = \pi/2)$. Pour des disques elliptiques, la variation est d'ordre comparable.

Les relations (3), dont la discussion graphique est aisée, sont susceptibles de deux applications fondamentales :

1° Étant donné un cliché chronophotographique, supposons connue, pour l'ensemble des particules en suspension, une limite inférieure de K : les relations (3) donnent, pour chaque point, une limite supérieure des paramètres α et λ, et l'on peut juger si le cliché qui représente les trajectoires particulaires visualise correctement le champ aérodynamique, sans qu'il soit besoin pour cela d'avoir *a priori* un renseignement quelconque sur la configuration réelle de ce champ.

2° La discussion précédente permet, d'autre part, lorsqu'on a des connaissances théoriques sur l'écoulement à explorer, de déterminer les poudres qu'il convient d'utiliser pour que les paramètres α et λ restent inférieurs à certaines valeurs fixées à l'avance. On démontre à ce sujet que, moyennant quelques conditions peu restrictives, on peut encore appliquer les relations (3) en y remplaçant V_{SP} et R_{SP} par les grandeurs V_{SF} et R_{SF}, supposées connues : chacune des relations donne alors une limite inférieure de K; on effectuera donc les calculs pour quelques points judicieusement choisis, et l'on prendra des particules de coefficient supérieur à la plus grande des limites trouvées.

On peut expérimentalement obtenir des particules, pour lesquelles le coefficient K admet une limite donnée, en entraînant les poudres brutes du commerce par un courant d'air de vitesse très faible c. Les particules ainsi recueillies sont telles que

$$K = \frac{g}{c},$$

g étant l'accélération de la pesanteur.

La grandeur $g/c = K_0$ caractérise donc l'aptitude globale de la poudre obtenue à donner de bonnes visualisations. Par une sélection soignée, on atteint, pour l'air, la valeur $K_0 = 50\,000$ c. g. s. Pour fixer les idées, si l'on adopte les limites $\alpha \leqq 1^{\circ},5$ et $\lambda \leqq 0,01$, la poudre en question permettra de représenter correctement une trajectoire fluide, de rayon de courbure 1^{cm}, parcouru à 12 m/s; elle décelera fidèlement une variation de vitesse de 5 m/s par centimètre.

Notons que les poudres brutes les plus fines ont un coefficient moyen de l'ordre de 12 000.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *L'expérimentation des tuyères thermopropulsives sur modèles réduits.* Note (*) de MM. **René Leduc** et **Jean Villey**, présentée par M. Albert Caquot.

L'expérimentation des tuyères thermopropulsives ([1]) sur modèles réduits semble *a priori* impossible, parce que l'on ne peut pas réduire à volonté le parcours nécessaire pour obtenir la combustion complète. Il semble alors que l'on doive abandonner l'espoir de perfectionner ces propulseurs par le procédé d'étude si fécond qu'est l'expérimentation en soufflerie aérodynamique.

Une telle conclusion serait grave : les mises au point, alors réalisables seulement sur l'appareil lui-même en vraie grandeur, donc sur avion-laboratoire en vol, seraient si longues et si coûteuses qu'on devrait se contenter de résultats peut-être très éloignés de l'optimum accessible par une expérimentation méthodique complète.

Tout ce qui concerne la bonne réalisation de la combustion exige effectivement des essais en vraie grandeur. Mais un artifice permet heureusement de réaliser sur modèles réduits tous les essais relatifs aux détails des formes aérodynamiques, et même ceux qui concernent la répartition des apports de chaleur.

En effet, la poussée propulsive est la résultante de toutes les pressions appliquées sur les parois internes de la tuyère. Or, la même répartition des pressions p peut être obtenue en substituant aux apports de chaleur des réduc-

(*) Séance du 26 avril 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 52, 461 et 638.

tions de section par l'introduction, dans la tuyère, d'un corps de révolution coaxial de profil convenable.

La présence de ce corps coaxial, immobilisé par des supports indépendants, est équivalente, au point de vue de la poussée aérodynamique sur la tuyère elle-même, à l'apport des quantités d'énergie thermique ∂q libérées par la destruction d'énergie potentielle chimique dans la combustion. Nous pourrons dire que nous avons ainsi introduit une *combustion figurée*, qui est susceptible de réduction par similitude géométrique comme la tuyère elle-même.

On peut déterminer son profil de proche en proche en utilisant les équations aux dérivées logarithmiques introduites par l'un de nous (²) pour l'étude des écoulements non isentropiques des gaz parfaits. Elles s'écrivent

$$\frac{du}{u} = \frac{1}{1-\xi}\left[-\frac{ds}{s} + \xi(\gamma-1)\frac{\partial q}{u^2} + \xi\gamma\frac{\partial w}{u^2}\right], \tag{1}$$

$$\frac{dv}{v} = \frac{\xi}{1-\xi}\left[-\frac{ds}{s} + (\gamma-1)\frac{\partial q}{u^2} + \gamma\frac{\partial w}{u^2}\right], \tag{2}$$

$$\frac{dT}{T} = \xi\frac{\gamma-1}{1-\xi}\left[\frac{ds}{s} + (1-\xi\gamma)\frac{\partial q}{u^2} - \xi\gamma\frac{\partial w}{u^2}\right], \tag{3}$$

$$\frac{dp}{p} = \xi\frac{\gamma}{1-\xi}\left[\frac{ds}{s} - \xi(\gamma-1)\frac{\partial q}{u^2} - \big(1+\xi(\gamma-1)\big)\frac{\partial w}{u^2}\right]. \tag{4}$$

Dans le cas de la combustion réelle, la section s se confond avec la section S de la tuyère, et les apports de chaleur ∂q réalisés aux divers endroits sont supposés connus.

Dans le cas de la combustion figurée, les $\partial q'$ sont nuls, et l'on a la section de passage $s' = (S - \Sigma)$, en appelant Σ la section du corps coaxial.

L'équation (4), complétée par les équations (1) et (3) pour le calcul de u^2 et de $\xi = (u^2/\gamma RT)$, permet de déterminer de proche en proche les $d\Sigma$ qui provoquent une variation de pression dp' égale à celle dp provoquée par l'apport de chaleur ∂q dans la combustion réelle, du moins si l'on sait évaluer les quantités d'énergie ∂w et $\partial w'$ décoordonnées par les frottements.

Dans le convergent de sortie, où $\partial q = 0$, on aura en première approximation, si $\partial w/u^2$ est considéré comme négligeable devant ds/s, la condition

$$\frac{dS - d\Sigma}{S - \Sigma} = \frac{dS}{S}, \qquad \text{d'où} \quad \frac{d\Sigma}{\Sigma} = \frac{dS}{S},$$

c'est-à-dire que la section Σ du corps axial doit varier proportionnellement à la section S de la tuyère.

La fraction Σ/S y garde la valeur Σ_2/S_2 qu'elle atteint à la fin de la chambre de combustion, laquelle est déterminée par le rapport des volumes spécifiques v_2 et v'_2 qui y sont réalisés. En effet l'hypothèse des décoordinations négligeables donne, par un calcul simple, si l'on considère u_2^2 et $u_2'^2$ comme

(²) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1471.

négligeables,

$$\frac{\Sigma}{S} = 1 - \sqrt{\frac{\rho'}{\rho}} = 1 - \sqrt{\frac{\rho'_2}{\rho_2}}.$$

Au delà de la section de sortie S_3, le corps axial doit se prolonger par un cylindre de section Σ_3, si du moins la pression y est redevenue égale à la pression extérieure.

On observera que la question traitée dans la présente Note peut être immédiatement rattachée à la théorie du projectile-source que nous avons étudiée il y a quelques années ([3]).

En effet, la même combustion figurée pourrait théoriquement être obtenue en substituant au corps solide Σ un écoulement supplémentaire, limité par la même surface, qui serait fourni par des sources convenables de débit global m. L'ensemble de la tuyère et de ces sources constituerait un projectile-source. On montre facilement, dans l'hypothèse des décoordinations négligeables, que la poussée $M(u_3 - u_0)$ obtenue dans la combustion réelle est égale à la poussée mu_0 que supporterait le projectile-source.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Étude de la couche limite autour d'un profil quelconque.* Note de MM. **Edmond Brun** et **Marcel Vasseur**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Nous supposons que l'on connaisse la vitesse $U(x)$ et, par suite, la température $\theta_2(x)$ dans l'écoulement irrotationnel le long du profil. Nous nous proposons d'en déduire les propriétés de la couche limite par une méthode approchée qui généralise celle donnée par Eckert ([1]).

1° Soit $k(x)$ une grandeur intéressant la couche limite et attachée au point P du profil d'abscisse x. Par exemple, dans la méthode d'Eckert, $k(x)$ est l'épaisseur du flux de quantité de mouvement au point P.

Imaginons deux profils (C_1) et (C_2). Faisons correspondre, au point P_1 d'abscisse x_1 du premier, un point P_2 d'abscisse x_2 du second. Soient, en ces points, $U_1(x_1)$ et $U_2(x_2)$ les vitesses dans les mouvements irrotationnels; $k_1(x_1)$ et $k_2(x_2)$ les grandeurs (de même nature) étudiées. Si, pour ces deux points, existent les relations

$$U_1(x_1) = U_2(x_2), \tag{1}$$

$$\frac{dU_1}{dx_1} = \frac{dU_2}{dx_2}, \tag{2}$$

$$k_1(x_1) = k_2(x_2), \tag{3}$$

([3]) *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1130 et 1479.

([1]) *Forschungscheft*, **416**, [Traduction G. R. A., n° **542**] (1943).

nous postulons que la relation

$$\frac{dk_1}{dx_1} = \frac{dk_2}{dx_2} \tag{4}$$

est également vérifiée.

Supposons alors que, pour un point particulier du profil (C_1), on connaisse, non seulement la loi $U_1(x)$, mais encore la valeur de k_1. Nous pouvons imaginer un profil (C_2) dont on sait faire l'étude de la couche limite et pour lequel, au point P_2, les équations (1), (2) et (3) sont vérifiées. A ce moment, puisque dk_2/dx est connu, il en est de même de dk_1/dx. On pourra donc obtenir k_1 sur le profil (C_1), pour des points voisins du premier.

2° Les profils (C_2) qui servent à l'étude du profil (C_1) sont des dièdres d'angles $\beta\pi$ dont les couches limites sont connues.

En posant $\beta = 2m/(m+1)$, on sait qu'alors les équations précédentes peuvent s'écrire

$$U_1(x_1) = U_{21} x_2^m, \tag{1'}$$

$$\frac{dU_1}{U_1\, dx_1} = \frac{m}{x_2}, \tag{2'}$$

$$k_1(x_1) = k_2(x_2), \tag{3'}$$

$$\frac{dk_1}{k_1\, dx_1} = \frac{dk_2}{k_2\, dx_2}. \tag{4'}$$

La valeur particulière de k_1 qui permet de démarrer est celle du point d'arrêt, si le profil est arrondi. En ce point, le profil (C_1) peut être assimilé à un dièdre d'angle π et la valeur de k_1 y est connue.

3° La méthode d'Eckert utilise, en fait, la méthode générale précédente en prenant pour k, dans le cas de la couche limite dynamique, l'épaisseur de flux de quantité de mouvement

$$\delta_2 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U}\right) \frac{u}{U}\, dy$$

et, dans le cas de la couche limite thermique, l'épaisseur de déplacement thermique

$$\Delta_1 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\theta - \theta_p}{\theta_2 - \theta_p}\right) dy.$$

Ce sont des raisons empiriques qui font choisir pour définir les propriétés des couches limites, dans le premier cas, δ_2, et, dans le second, Δ_1. *A priori*, il eût été plus rationnel, ayant pris l'épaisseur de flux de quantité de mouvement δ_2 pour définir la couche limite dynamique, de choisir l'épaisseur de flux d'enthalpie Δ_2 pour caractériser la couche limite thermique.

En fait, puisque, dans la pratique, c'est le frottement à la paroi et le coefficient de convection qui nous intéressent, il paraît normal de choisir pour valeur de k, dans le cas de la couche limite dynamique, le coefficient local de frottement C_f et, dans le cas de la couche limite thermique, le coefficient local de convection α.

Les calculs numériques ont été faits en ce qui concerne la couche limite thermique. Les résultats sont obtenus plus rapidement en choisissant $k = \alpha$ qu'en prenant $k = \Delta_1$; ils sont, dans les deux cas, conformes aux résultats expérimentaux, les écarts entre les deux méthodes étant du même ordre que les erreurs dues aux approximations du calcul.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur l'équation générale des potentiels hélicoïdaux en fluide parfait compressible.* Note (*) de MM. **Raymond Siestrunck** et **Jean Fabri**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Considérons en coordonnées semi-polaires r, θ, z, l'équation générale du potentiel des vitesses φ du mouvement non stationnaire d'un fluide parfait compressible, obtenue en éliminant p et ρ entre les relations classiques

$$\vec{v} = \operatorname{grad} \varphi, \qquad \frac{v^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} = -\varphi'_t, \qquad \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = 0, \qquad p = f(\rho).$$

Nous citons cette équation, qui n'a pas, à notre connaissance, été indiquée (a représente la célérité du son)

$$a^2 \Delta\varphi = \varphi'^2_r \varphi''_{r^2} + \left(\frac{\varphi'_\theta}{r^2}\right)^2 \varphi''_{\theta^2} + \varphi'^2_z \varphi''_{z^2} + \varphi''_{t^2} + 2\left(\frac{\varphi'_r \varphi'_\theta \varphi''_{r\theta}}{r^2} + \frac{\varphi'_\theta \varphi'_z \varphi''_{\theta z}}{r^2} + \varphi'_r \varphi'_z \varphi''_{rz}\right)$$
$$- \frac{\varphi'^2_\theta \varphi'_r}{r^3} + 2\left(\varphi'_r \varphi''_{rt} + \frac{\varphi'_\theta \varphi''_{\theta t}}{r^2} + \varphi'_z \varphi''_{zt}\right).$$

2. Parmi les mouvements précédents, nous caractériserons les écoulements dus aux déplacements hélicoïdaux des surfaces portantes par leur propriété d'être stationnaires par rapport à des axes animés d'une rotation uniforme ω autour de Oz ; ce qui se traduit par la relation

$$\varphi'_t + \omega \varphi'_\theta = f(t),$$

$f(t)$ étant une fonction arbitraire qu'il n'y a aucun inconvénient à prendre nulle, étant donnée l'indétermination de φ par rapport à t. Il en résulte que l'équation générale des potentiels hélicoïdaux s'écrit

$$(a^2 - \varphi'^2_r)\varphi''_{r^2} + \left[a^2 - \left(\frac{\varphi'_\theta}{r} - \omega r\right)^2\right]\frac{\varphi''_{\theta^2}}{r^2} + (a^2 - \varphi'^2_z)\varphi''_{z^2}$$
$$= 2\left[\varphi'_r \frac{\varphi''_{r\theta}}{r}\left(\frac{\varphi'_\theta}{r} - \omega r\right) + \varphi'_z \frac{\varphi''_{\theta z}}{r}\left(\frac{\varphi'_\theta}{r} - \omega r\right) + \varphi'_r \varphi'_z \varphi''_{rz}\right] - \frac{\varphi'_r}{r}\left(a^2 + \frac{\varphi'^2_\theta}{r^2}\right).$$

3. Cette équation ne peut être éventuellement praticable que dans les hypothèses usuelles de linéarisation ; mettons à part le courant principal de translation ($\varphi = Wz + \psi$), dans lequel la célérité du son est a_0, et posons $m = (W/a_0)$ (Mach de translation), puis $M = (|\omega| R/a_0)$ (Mach périphérique de rotation);

(*) Séance du 19 avril 1948.

on obtient pour une hélice *à droite* ($\omega < 0$)

$$(1) \qquad \psi''_{\xi\xi} - \frac{\psi'_{\xi}}{\xi} + (1 - M^2\xi^2)\frac{\psi''_{\theta\theta}}{\xi^2} + (1 - m^2)\psi''_{zz} - 2mM\psi''_{\theta z} = 0$$

(les longueurs sont rapportés au rayon R). Des transformations linéaires sur θ et z éliminent facilement le terme rectangle de l'équation et permettent d'obtenir des groupes de solutions élémentaires produits de fonctions d'une variable seulement; mais les nouvelles surfaces coordonnées se prêtent mal à la satisfaction des conditions aux limites des problèmes d'écoulement.

4. Dans le cas où le mouvement relatif reste subsonique, on sait que le potentiel de perturbation linéarisé ne dépend de θ et z que par la combinaison $\zeta = \theta - z/\lambda (\lambda = m/M)$; dans cette hypothèse, on constate immédiatement que l'équation (1) redonne l'équation de Goldstein : dans le cadre de la théorie linéaire, la compressibilité n'intervient donc pas dans la nature même du potentiel, mais uniquement dans les conditions aux limites, qui tiennent compte des caractéristiques des profils en fluide compressible. Ce résultat, bien connu dans la théorie de l'aile, ne semble pas avoir été indiqué ([1]), quoiqu'on l'utilise implicitement dans les calculs d'hélices. Il est aisé de préciser que si la symétrie hélicoïdale possède le pas λ^* à la suite du glissement aérodynamique $\mu = \lambda^* - \lambda$, le potentiel ψ vérifie l'équation de Goldstein relative au paramètre $\lambda' = \lambda^*(1 + M^2\mu^2/2)$, dont la différence avec λ^* est en général négligeable.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur la détermination de l'échelle des températures stellaires par photométrie visuelle.* Note (*) de MM. **Junior Gauzit** et **Paul Proisy.**

Au moyen du montage photométrique à plages utilisant les phénomènes de dispersion rotatoire, que nous avons décrit ([1]), nous avons mesuré la température de couleur de 146 étoiles, de différents types spectraux et de magnitudes inférieures ou égales à 4. Des observations faites sur une même étoile pour diverses distances zénithales ont permis d'évaluer l'influence de l'absorption atmosphérique pour chaque soirée d'observation. Nous calculons *directement* les températures stellaires d'après celle d'une lampe étalon, tandis que les observateurs qui ont réalisé des mesures analogues ont employé jusqu'ici une méthode détournée; ainsi Wilsing ([2]), qui aurait pu opérer

([1]) D'autres l'ont été, à la suite de généralisations hâtives de la méthode de Prandtl-Glauert; par exemple, Tsien et Lees, *Journ. of Aeron. Sciences,* XII, 2, 1945.

(*) Séance du 19 avril 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 291, 1944, p. 607.

([2]) *Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam*, 24, n° 76, 1920.

comme nous, a éliminé la température de sa lampe étalon et a choisi l'échelle des températures de manière à ce qu'elle concorde aussi bien que possible avec celle déduite de ses mesures spectrophotométriques visuelles antérieures.

Nous donnons les résultats détaillés de nos mesures dans une autre publication. L'erreur commise dans la détermination de la température de couleur pour chaque étoile a une double origine : incertitude des pointés photométriques et estimation plus ou moins correcte de l'absorption atmosphérique.

La réduction de toutes nos observations nous montre que l'erreur absolue, dans l'échelle en C_2/T, est sensiblement la même pour tous les types spectraux et qu'elle a une valeur moyenne de $\pm$ 0, 35.

En adoptant la classification spectrale de Harvard, nous avons calculé la température de couleur moyenne T pour quelques types spectraux; nous trouvons pour les étoiles A0 (43 mesures) $T = 17400°K \pm 1000$, et pour les étoiles géantes du type K0 (19 mesures) $T = 4670°K \pm 120$.

Nos résultats sont en accord satisfaisant avec les déterminations récentes des températures stellaires par spectrophotométrie photographique, par exemple avec celles de Kienle, Wempe et Beileke (³) ou de Barbier et Chalonge (⁴), d'une part, et de Greaves, Davidson et Martin (⁵), d'autre part, qui obtiennent respectivement pour les étoiles A0 une température moyenne de 16100° K., de 16500°K. et 18000°K. Par contre, ils diffèrent notablement de ceux de Wilsing, qui a trouvé pour les étoiles A0 une température moyenne de 9300°K. (la réduction ultérieure de ces mêmes mesures par Brill (⁶) conduit à $T = 10250°K.$).

Nos observations montrent donc qu'*il n'y a pas de désaccord systématique entre les mesures photographiques et les mesures visuelles*, comme l'admettent encore certains auteurs. Quant aux résultats de Wilsing, ils sont certainement entachés d'erreurs. Il n'y a donc plus aucune raison ni pour adopter, comme on l'a fait autrefois, l'échelle des températures de Wilsing, ni, comme semblent le faire quelques astronomes (⁷), une échelle intermédiaire entre celles déduites des mesures de Wilsing et des déterminations photographiques récentes.

---

(3) *Veröffent. der Univ. Sternwarte zu Göttingen*, n° 75, 1940.

(4) *Annales d'Astrophysique*, 4, 1941, p. 30.

(5) *Royal Observatory, Greenwich, Observations of colour temperatures; et Monthly Notices*, 94, 1934, p. 488.

(6) *Astronomische Nachrichten*, **218**, 1923, p. 209; **219**, 1923, p. 21 et 353.

(7) Citons, comme exemple récent, celui de F. H. Seares et Mary Joyner (*Astrophysical Journal*, 98, 1943, p. 382) qui prennent pour température des étoiles A0 14300°K.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Rotation et magnétisme.*
Note (*) de M. **René Reulos.**

Nous avons montré ([1]) l'analogie que présentent par leur structure et leurs effets, le champ électromagnétique dans un système galiléen, et le champ d'inertie (somme du champ gravifique et du champ d'accélération) dans un système accéléré. Nous mettons en parallèle, d'une part, la charge électrique, le champ électrique, le champ magnétique; d'autre part, la masse inerte, le champ d'inertie, le rotationnel des vitesses. Moyennant quoi, le mouvement relatif d'un corpuscule matériel neutre se traite comme le mouvement absolu d'un corpuscule électrisé dans un champ électromagnétique. En particulier, l'expression $R = \text{rot}\, V$ (V, vitesse d'entraînement) peut s'écrire $(\partial R/\partial t) = \text{rot}\, J$ (J accélération d'entraînement), expression analogue à l'équation de Maxwell-Faraday ([2]). Cette remarque, jointe à l'identité de forme entre la formule de Coriolis et celle de Lorentz, détermine un parallélisme entre la mécanique et l'électromagnétisme. *La loi de Faraday sur l'induction est donc transposable dans le domaine de l'inertie. Elle donne le travail des forces d'inertie le long d'un circuit fermé.* Ce phénomène étant du premier ordre (au sens relativiste), est donc facilement observable, principalement sur les électrons libres dans les conducteurs métalliques, l'action qu'ils subissent s'adressant à leur masse et non plus à leur charge. Le dispositif proposé est une bobine plate tournant autour d'un axe de symétrie situé dans son plan, à une vitesse ω, les deux brins terminaux étant reliés à un collecteur sur lequel frottent des balais (*fig.* 1 et 2).

L'espace balayé par la bobine est démagnétisé, résultat obtenu lorsque le courant recueilli aux bornes de l'appareil (qui n'est autre qu'un cerceau de Delezenne) n'est plus décelable. On fait alors tourner ce dispositif autour d'un axe perpendiculaire au premier, à une vitesse Ω. Le flux du vecteur $R = 2\Omega$ varie sinusoïdalement et produit une force que nous pouvons appeler force électromotrice, mais qu'il serait plus correct d'appeler *force gravimotrice* puisqu'elle agit sur la masse gravifique de l'électron. Elle a pour expression $F = d\Phi/dt$ exprimée en erg/g, unité mécanique de potentiel. Un gramme contient $1/m$ électrons (de masse m) et e/m unités électromagnétiques (la charge e étant exprimée en *u. e. m.*). Le travail par unité électromagnétique sera $F = (m/e)(d\Phi/dt)$ *u. e. m.*, soit $10^{-8}\,(m/e)(d\Phi/dt)$ volt par spire. Pour un cadre comportant n spires de surface moyenne S, on trouve

(*) Séance du 19 avril 1948.

([1]) *Cahiers de Physique*, section théorique, n° 31-32, p. 84 (Imprimé en 1943, paru en janvier 1948).

([2]) Et conservée en dynamique relativiste (E. Durand, *Journal. de Math.*, 25, fasc. 3, 1946).

$F = 10^{-8} 2n (m/e) S \Omega \omega$ volt, cette quantité représentant l'amplitude d'une tension sinusoïdale obtenue avec un collecteur à bagues lisses. On obtiendrait du courant redressé en utilisant un collecteur approprié. Cet appareil, plus efficace que les

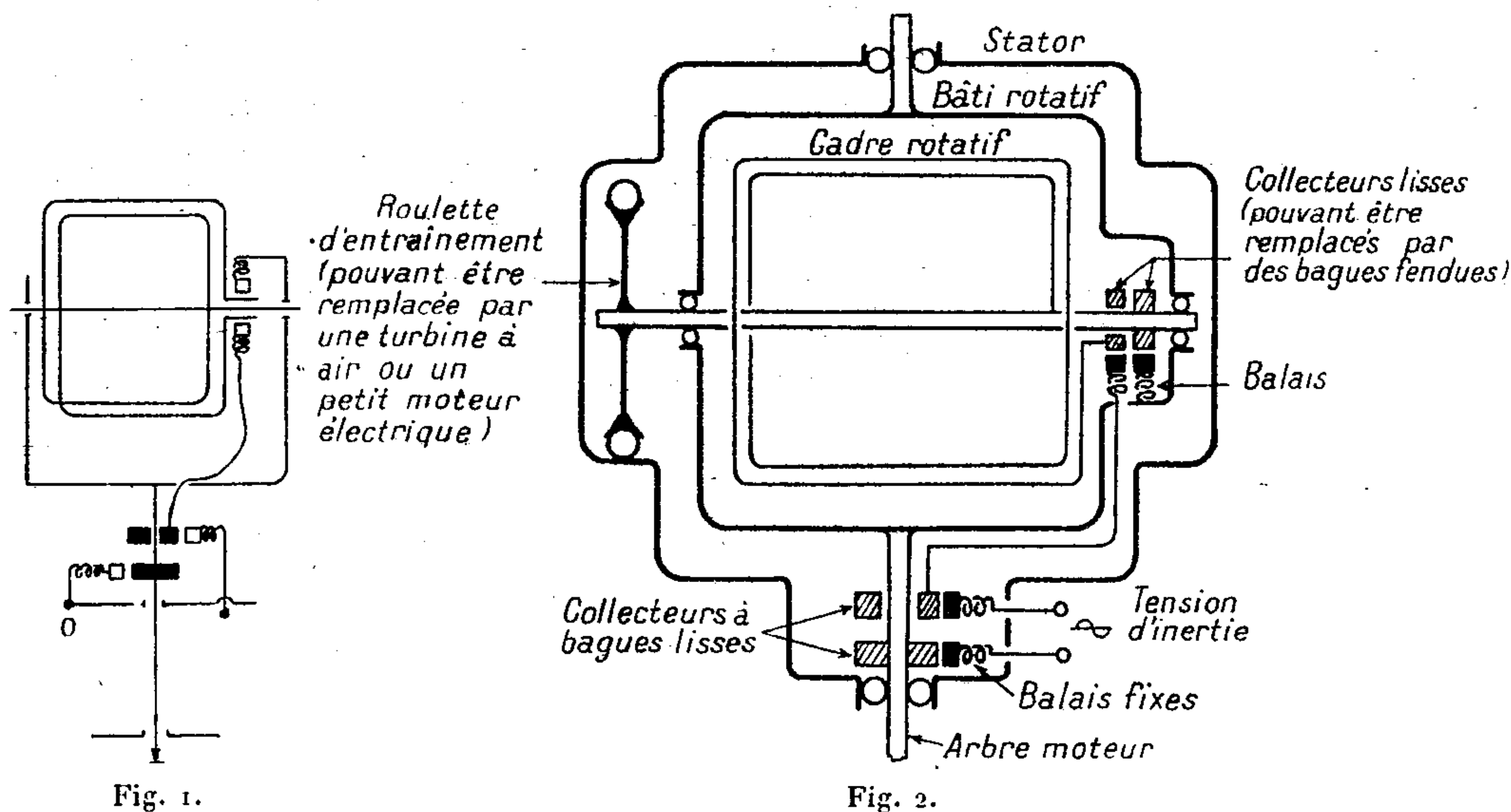


Fig. 1. Fig. 2.

dispositifs proposés en vue d'obtenir un courant électrique en s'adressant aux phénomènes d'inertie, présente en particulier l'avantage d'une faible vitesse linéaire du collecteur et d'un grand nombre de spires dans l'induit. En dehors de son intérêt purement théorique, il pourrait être utilisé à la mesure du rapport e/m.

L'analogie entre le champ magnétique et le champ de rotation est plus qu'un modèle mécanique puisqu'elle permet d'obtenir les mêmes effets par des voies différentes et de considérer le champ de rotation comme un pseudo-champ magnétique et réciproquement. Ces deux champs peuvent donc produire des effets identiques : l'induction dont il vient d'être question, et d'autres bien connus tels que l'aimantation des corps ferro-magnétiques et la précession de Larmor.

CHALEUR. — *Sur la détermination du rapport des chaleurs spécifiques des gaz par une méthode électroacoustique.* Note de M. **Jean Bouchard**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Les mesures du rapport des chaleurs spécifiques des gaz à partir de la vitesse du son dans les tuyaux ont été perfectionnées récemment par l'emploi de transformateurs électroacoustiques.

1. Dans les recherches modernes, la source sonore est constituée par un téléphone à membrane ou à bobine mobile disposé à l'une des extrémités d'un tuyau, fermé à l'autre bout par un piston mobile P. Par une ouverture pratiquée

dans le tuyau, l'oreille saisit (directement ou au moyen d'un microphone) les points de résonance maximum obtenus en déplaçant le piston, ce qui fournit la valeur de la demi-longueur d'onde $\lambda/2$ et la célérité V du son dans les conditions de l'expérience.

Nous avons simplifié et notablement perfectionné la technique précédente en déterminant les points de résonance maximum à partir de la mesure des variations qu'éprouvent les constantes électroacoustiques de la source sonore elle-même.

L'impédance Z d'un téléphone peut être mise sous la forme

$$Z = R + jL\omega + \frac{M^2}{z},$$

où $R + jL\omega$ est l'impédance de son circuit électrique, M la f. é. m. induite dans l'enroulement pour l'unité de vitesse du diaphrame et $z = f + jm\omega + (k/j\omega)$ l'impédance mécanique du système mobile. Or z dépend, par le terme f qui contient la résistance de rayonnement de la membrane, des caractéristiques du milieu dans lequel le téléphone rayonne le son; à toute modification des constantes acoustiques de la portion utile du tuyau doit correspondre une variation concomitante de Z. En effet, soit a le coefficient de réflexion du piston pour des pressions ou des vitesses, l la longueur utile du tube, ρ la masse spécifique du gaz; un calcul simple conduit, pour l'impédance acoustique au niveau de la membrane, à une expression de la forme

$$Z_0 = \frac{\rho V}{S}\left(\frac{1 - a^2}{1 + a^2 - 2a\cos 2l\frac{2\pi}{\lambda}} - j\,\frac{2a\sin 2l\frac{2\pi}{\lambda}}{1 + a^2 - 2a\cos 2l\frac{2\pi}{\lambda}}\right)$$

avec, comme cas limite, $Z_0 = \rho(V/S)$ qui est bien l'impédance itérative pour un tuyau de section S.

Effectivement nous avons constaté que l'impédance Z du récepteur passe par des valeurs identiques (en négligeant l'affaiblissement dû à la propagation dans le tuyau) lorsque la position du piston varie d'un multiple de $\lambda/2$. En général l'impédance Z est minimum lors de la résonance du tuyau, pour les fréquences appartenant aux domaines extérieurs à la boucle de Kennelly.

Le téléphone est alimenté par un courant sinusoïdal fourni par un générateur à battements dont l'un des oscillateurs est stabilisé par quartz. Un oscillographe cathodique permet de déterminer la forme du courant et notamment l'absence d'harmonique ainsi que la valeur très précise de la fréquence au moyen d'une méthode de comptage dont nous avons donné antérieurement le détail. Un voltmètre électronique, dont l'impédance pratiquement infinie ne perturbe pas le fonctionnement du dispositif, fournit la valeur de la d. d. p. aux bornes d'une résistance insérée dans le circuit. Sur la courbe représentant les indications du voltmètre en fonction de l'abscisse du piston mobile, on

relève avec précision la valeur de la demi-longueur d'onde acoustique dans les conditions de l'expérience.

Cette méthode a été utilisée avec des tuyaux de dispositions variées et aussi dans l'espace libre. Dans ce cas, il est avantageux d'employer un générateur électroacoustique à bobine mobile et à membrane étendue inséré dans une paroi de grandes dimensions et un réflecteur constitué par une surface plane importante; la résonance est alors très aiguë.

2. Lorsqu'on se propose de déterminer le rapport $\gamma = C/c$ pour un gaz, la méthode du piston mobile est d'application délicate. Afin d'éliminer les inconvénients provenant de la présence d'un organe mobile de l'extérieur et d'assurer facilement une étanchéité convenable, nous avons cherché à utiliser la résonance d'un tuyau complètement fermé. En modifiant la fréquence et en déterminant les valeurs f_1, f_2, ... successives de résonance du tuyau, à partir des mesures de Z, on constate que ces fréquences ne sont pas dans des rapports simples, ce qui traduit une influence complexe de la source. Nous avons reconnu que cette influence devient négligeable si le téléphone est couplé au tuyau par un branchement latéral de faible section établi au voisinage de l'une des extrémités. A titre d'exemple, nous donnons les résultats obtenus dans l'air à 10°,5 en utilisant un tuyau de verre ($L = 89^{cm},5$, $D = 4^{cm},5$) avec un branchement latéral à $2^{cm},5$ d'une extrémité.

Fréquences (p. p. s.)....	187,5	375,9	565,0	753,1	942,3	1131,0	1319,2
Vitesse V (cm/s)........	33560	33640	33720	33700	33740	33730	33730

ce qui donne en moyenne $\gamma = 1,395$ avec une erreur relative inférieure à 1 %. Dans l'air libre, nous avons obtenu, dans les mêmes conditions, V = 337,5 m/s et $\gamma = 1,403$.

Les corrections à faire subir à V pour tenir compte de l'influence du tube sont toujours incertaines et la méthode est surtout intéressante dans les mesures relatives. En opérant dans le même tube fermé et en déterminant les fréquences f_k et f'_k relatives à un partiel de même rang pour un gaz de constantes γ et ρ connues et pour un gaz de rapport γ' inconnu, on peut écrire $\gamma' = \gamma (f'_k/f_k)^2 \rho'/\rho$ et, sinon écarter entièrement l'influence de l'épaisseur des parois et du diamètre du tube, qui dépend de la nature du gaz, du moins en réduire grandement l'importance. Cette technique semble particulièrement adaptée à l'étude de variations du rapport γ'.

ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES. — *Propagation des ondes dans un guide à section presque circulaire.* Note de M. **Marc Jouguet**.

On considère un guide d'ondes dont l'axe est rectiligne et dont la section droite diffère peu d'un cercle de rayon R. On utilise des coordonnées cylindriques z, r et φ et l'on se donne la section droite par son équation en coor-

données polaires sous la forme

$$r = R + \delta R + R \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\varphi + b_n \sin n\varphi), \tag{1}$$

δR, a_n et b_n étant considérés comme des infiniment petits. On peut établir les résultats suivants.

1. A toute onde (E_p) du guide à section circulaire de rayon $R(p \neq 0)$, correspondent, dans le guide considéré, deux ondes distinctes, ayant des structures et des vitesses de phase légèrement différentes. Elles peuvent être définies par leur vecteur de Hertz, qui se réduit à sa composante suivant l'axe et qui est de la forme

$$\Pi = \left[A_0 J_0(\alpha' r) + \sum_{m=1}^{\infty} (A_m \cos m\varphi + B_m \sin m\varphi) \right] \cos \Phi, \tag{2}$$

Φ étant la phase $kct - k'_z z + \psi$ (avec $k^2 - k'^2_z = \alpha'^2$). Si α est la valeur propre pour l'onde dans le guide circulaire, on a, pour les deux ondes correspondantes,

$$\alpha' = \alpha + \delta\alpha = -\alpha \frac{\delta R}{R} \mp \frac{\alpha}{2} \sqrt{a_{2p}^2 + b_{2p}^2}. \tag{3}$$

Le rapport (A_p/B_p) est déterminé et a des valeurs distinctes pour les deux ondes. Chacune d'elles a donc, autour de l'axe, une orientation déterminée, ne dépendant que de la composante $2p$ de la déformation. Les coefficients du développement (2), autres que A_p et B_p se calculent facilement en fonction des a_n et des b_n et sont infiniment petits avec eux. A_m et B_m sont des combinaisons linéaires de a_{m+p}, b_{m+p}, $a_{|m-p|}$ et $b_{|m-p|}$. Dans des conditions très générales, les développements sont convergents en tout point intérieur du guide. Dans (3), le premier terme du second membre correspond à un effet d'élargissement ou d'amincissement moyen du guide, le second à l'effet de déformation.

Pour les ondes (H_p), les résultats sont analogues et l'on a, au lieu de (3),

$$\alpha' = \alpha + \delta\alpha = -\alpha \frac{\delta R}{R} \mp \frac{\alpha}{2} \frac{\alpha^2 R^2 + p^2}{\alpha^2 R^2 - p^2} \sqrt{a_{2p}^2 + b_{2p}^2}. \tag{4}$$

A toute onde (E_0) ou (H_0) ne correspond qu'une seule onde et l'effet de déformation sur la valeur de α est nul au second ordre près.

2. Une déformation, accidentelle ou non, de la section droite d'un guide cylindrique a, sur la propagation : *a*. Un *effet principal* dû à la différence des vitesses de phase des deux ondes en lesquelles se décomposent en général une onde donnée; *b*. Des *effets secondaires*, consistant en une légère modification de la structure de l'onde.

a. Au second ordre près, l'effet principal ne dépend que de la composante d'ordre $2p$ de la déformation et n'existe que pour $p \neq 0$. Supposons, pour simplifier, $\delta R = 0$. Une onde à polarisation rectiligne ou elliptique est trans-

formée en deux ondes de vitesses $V \mp \delta V$ (δV se déduit de $\delta\alpha$). Cet ensemble équivaut à deux ondes en quadrature, ayant même vitesse de phase V, mais des amplitudes variables de façon sinusoïdale le long du guide, l'amplitude de l'une étant nulle quand celle de l'autre est maxima. Si l'on choisit le plan méridien origine de façon que $b_{2p} = 0$, par rapport à ce plan, les plans de symétrie des deux ondes à amplitude variable occupent des positions symétriques. Le long du guide, les deux ondes se transforment alternativement l'une dans l'autre; la longueur l nécessaire à la transformation complète est $l = (\pi/2)\delta k_z$ (δk_z est la variation de k_z qui correspond à $\delta\alpha$ pour $\delta R = 0$). Si l'on part d'une onde à polarisation rectiligne, au bout d'une longueur l, on retrouve une onde identique, mais orientée symétriquement par rapport au plan $\varphi = 0$. Aux points intermédiaires, on a une onde à polarisation elliptique. La longueur l est d'autant plus courte que la fréquence est plus élevée.

Ces résultats permettent de compléter et de préciser, quant à la stabilité des ondes du guide cylindrique, les indications fournies par l'étude de déformations particulières (guides à section elliptique, par exemple). On constate que toutes les ondes sont instables, à l'exception de (E_0) et de (H_0) et les applications numériques montrent que les effets d'instabilité sont considérables.

b. Par suite des effets secondaires, chacune des deux ondes qui correspond à une onde donnée, peut être regardée comme la superposition d'une onde principale du même type et de perturbations de faible amplitude. Ces perturbations sont toutes du type électrique pour une onde (E_p), toutes du type magnétique pour une onde (H_p). Pour une onde (E_p), par exemple, la perturbation du type (E_m) correspond aux composantes d'ordre $m+p$ et $|m-p|$ de la déformation. Corrélativement, la composante de déformation d'ordre n donne des perturbations de types (E_{n+p}) et $(E_{|n-p|})$. Pour une onde (E_0) ou (H_0), à la composante d'ordre n de la déformation, correspond une seule perturbation, de type (E_n) ou (H_n).

PHOTOGRAMMÉTRIE. — *Sur une méthode de transformation des photographies aériennes inclinées en vues verticales.* Note (*) de M. **Bernard Dubuisson**, présentée par M. Georges Poivilliers.

Nous avons indiqué ([1]) qu'un appareil enregistreur gyroscopique permet d'obtenir sur film de 35^{mm}, les images superposées du sol et du pied de la verticale, en un instant donné du vol d'un avion.

Nous avons fait réaliser, en outre, des systèmes de liaison électro-magnétiques permettant d'assurer, à bord d'avions, la synchronisation des prises de vues de la chambre photographique aérienne avec cet appareil enregistreur.

(*) Séance du 19 avril 1948.

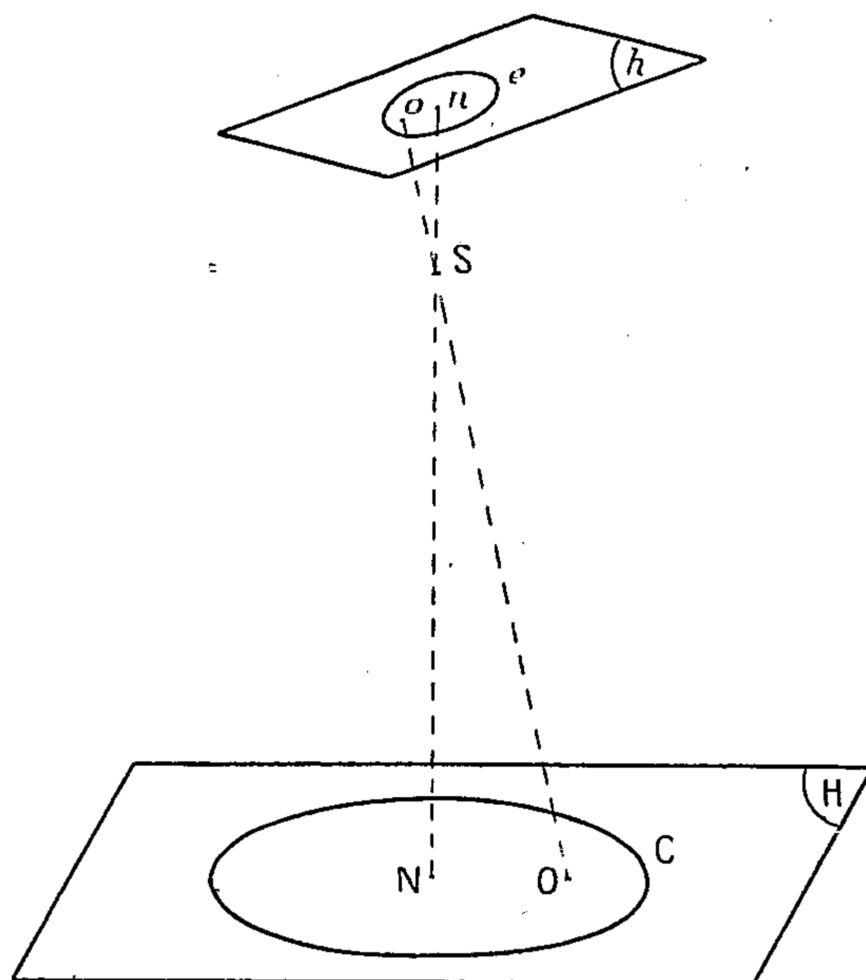
([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 309-311.

L'identification des images d'objets communs à ces deux séries de photographies, par agrandissement du micro-film, permet d'obtenir (en une demi-minute par cliché) le point du pied de la verticale sur les clichés aériens.

Finalement, un cliché aérien comportant le repérage de son centre (point principal) et du pied de la verticale de prise de vues (point nadiral) se trouve orienté dans l'espace, sans que la connaissance topographique d'aucun point du sol ne soit nécessaire.

Nous avons mis au point une méthode rapide pour assurer le *redressement* de ces clichés (c'est-à-dire la transformation de l'image en celle qu'eût fourni un appareil à axe principal exactement vertical), et permettant d'utiliser tout agrandisseur du commerce dont l'écran de projection est monté sur un axe de rotation horizontal compris dans le plan de l'axe optique de l'objectif et normal à ce plan.

Le principe de la méthode est de superposer au cliché aérien h (*fig.* 1), lors de cette projection, une ellipse (e) qui soit l'image d'un cercle (C) ayant pour



centre le point nadiral N et un rayon arbitraire connu et situé sur le plan horizontal H de l'espace photographié.

Pour chaque distance focale d'appareil photographique utilisé, une série de ces ellipses a été calculée, chacune de celles-ci correspondant à une inclinaison donnée de l'axe de prise de vues, de 30 minutes en 30 minutes et de 0 à 5 grades.

Chaque ellipse comporte l'indication du point nadiral N et du point principal O correspondants dont les positions ont été calculées.

En conséquence, le détail du processus opératoire est le suivant :

Dans le porte-cliché de l'agrandisseur, l'image de l'ellipse adaptée (tirée sur

film transparent) est accolée à celle du cliché, en superposant les images des points nadiraux et des points principaux. Dans la projection, on incline l'écran de l'agrandisseur de façon que :

1° L'image de l'ellipse soit un cercle;

2° Le centre de ce cercle soit l'image du point nadiral N.

L'image projetée est ainsi *redressée* et se prête à des mesures topographiques précises. La mise à l'échelle nécessite, par ailleurs, la connaissance d'une longueur mesurée sur le terrain.

L'ensemble de ces opérations est quatre fois plus rapide que le redressement effectué aux appareils redresseurs spéciaux basés sur la connaissance topographique minimum de quatre points au sol, identifiés sur les clichés et dont les divers organes possèdent, en plus de l'agrandisseur envisagé, les degrés de liberté suivants (liés ou non par un dispositif automatique) :

— rotation du porte-cliché et de l'écran dans leurs plans respectifs.

— décentrement angulaire de l'objectif.

L'expérience a montré que ces complications n'étaient pas utiles pour les clichés à axe optique inclinés de moins de 5° sur la verticale, ce qui est le cas général.

De plus, ces appareils redresseurs spéciaux n'existent qu'en nombre très réduit (5 ou 6 en France) et ne permettraient pas de satisfaire à l'ensemble des besoins en plans à grande échelle nécessaires pour l'urbanisme et le remembrement rural.

Le procédé présenté offre les avantages suivants :

1° Limiter à l'extrême les opérations topographiques;

2° Mettre en œuvre un grand nombre d'appareils agrandisseurs aménagés en redresseurs;

3° Mécaniser des opérations délicates en les mettant à la portée de personnels non spécialistes.

DIFFRACTION. — *Diffraction de la lumière par le demi-plan indéfini parfaitement noir.* Note (*) de M. **Émile Durand.**

Considérons une onde plane qui tombe normalement sur l'écran E [*fig.* 1 (*a*)]. Par raison de symétrie la coordonnée y n'intervient pas dans les formules. Désignons par $\psi(x, z, t)$ la vibration lumineuse au point P. Elle devra satisfaire l'équation des ondes cylindriques

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=0,$$

(*) Séance du 19 avril 1948.

et dans le plan de l'écran, c'est-à-dire pour $z = 0$, on devra avoir

$$\psi(x, 0, t) = A(x, 0)\, e^{ikct} \qquad \text{avec} \quad k = 2\pi\frac{\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Il faudra que la représentation graphique de la fonction qui donne l'amplitude $A(x, 0)$ soit celle de la figure 1 (b).

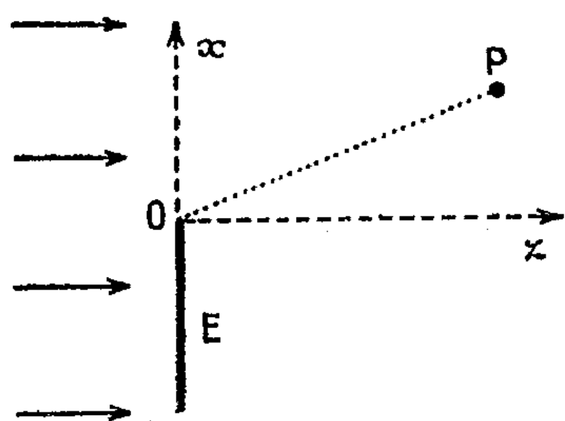


Fig. 1 a.

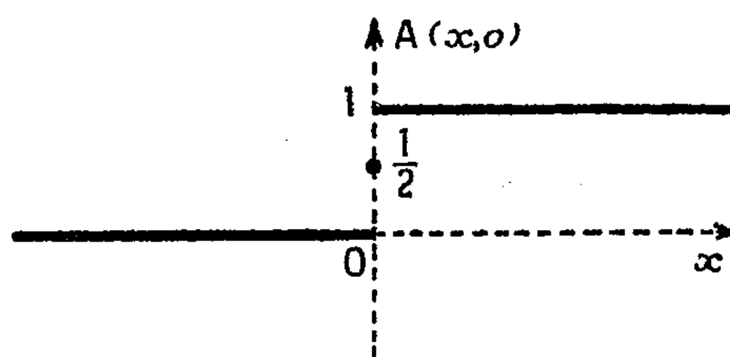


Fig. 1 b.

La fonction ci-après répond aux conditions précédentes

$$(1) \qquad \psi(x, z, t) = \left\{ \frac{1}{2} e^{-ikz} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin ukx}{u} e^{-ikz\sqrt{1-u^2}}\, du \right\} e^{ikct}.$$

L'équation des ondes est bien satisfaite, et quand $z = 0$, l'amplitude $A(x, 0)$ a pour expression

$$A(x, 0) = \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin ukx}{u}\, du \right\}.$$

Cette fonction de x est égale à 1 pour $x > 0$; égale à 0 pour $x < 0$; elle présente une discontinuité pour $x = 0$ où elle prend la valeur 1/2. Elle est donc bien représentée par la courbe de la figure 1 (b).

Quand $u > 1$ le radical $\sqrt{1 - u^2}$ est imaginaire; il est donc préférable de scinder en deux l'intervalle d'intégration et d'écrire

$$(2) \quad \psi(x, z, t) = \left\{ \frac{1}{2} e^{-ikz} + \frac{1}{\pi} \int_0^1 \frac{\sin ukx}{u} e^{-ikz\sqrt{1-u^2}}\, du + \frac{1}{\pi} \int_1^\infty \frac{\sin ukx}{u} e^{-kz\sqrt{u^2-1}}\, du \right\} e^{ikct}\, du.$$

Montrons que la formule (2) qui est rigoureuse donne les mêmes intensités que la méthode de Fresnel dans les conditions habituelles d'observation des franges de diffraction. On sait que la méthode de Fresnel qui consiste à appliquer le principe d'Huygens sous une forme élémentaire donne une valeur correcte pour l'intensité, mais qu'elle introduit une erreur de $\pi/4$ dans la phase.

Prenons par exemple $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ mm, $z = 10^3$ mm; on a alors $kz = (2\pi/\lambda)\, z \sim 10^7$; dans ces conditions quand $x = 5^{\text{mm}}$ environ, l'intensité est réduite au millième de l'éclairement normal dans l'ombre géométrique; on a donc au maximum $x/z = 1/200$.

La dernière intégrale de la formule (2) est complètement négligeable. La

première intégrale n'apporte une contribution non négligeable que si u est très voisin de zéro; car le facteur $kz \sim 10^7$ dans le cosinus (ou le sinus) donne rapidement des boucles extrêmement serrées. Il reste donc à l'approximation considérée

$$(3) \qquad \psi(x, z, t) = \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sin ukx}{u} e^{ikz\frac{u^2}{2}} du\right\} e^{ik(ct-z)}.$$

On a étendu l'intégrale de o à l'infini au lieu de o à 1, car d'après ce que nous venons de dire les grandes valeurs de u n'apportent aucnne contribution au résultat.

Posons $u = \sqrt{(\pi/kz)}m$, il vient $ukx = \pi\sqrt{(2/\lambda z)}xm$ et $kzu^2 = \pi m^2$; en posant aussi $v = \sqrt{(2/\lambda z)}|x|$ on a $ukx = \pm \pi v m$; (+) si le point P est dans la lumière géométrique ($x > 0$) et (—) s'il est dans l'ombre géométrique ($x < 0$). En introduisant alors les intégrales M et N ci-après

$$(4) \qquad M = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sin \pi v m}{m}\cos\left(\frac{\pi}{2}m^2\right)dm, \qquad N = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sin \pi v m}{m}\sin\left(\frac{\pi}{2}m^2\right)dm,$$

la formule (3) prend la forme

$$\psi = \sqrt{I}\, e^{i[k(ct-z)-\Phi]} \qquad \text{avec} \qquad I = \left(\frac{1}{2} \pm M\right)^2 + N^2, \qquad \operatorname{tg}\Phi = -\frac{N}{M \pm \frac{1}{2}}.$$

Pour comparer ces formules avec les formules classiques que voici :

$$\psi' = \sqrt{I'}\, e^{i[k(ct-z)-\Phi']} \qquad \text{avec} \qquad I' = \frac{1}{2}\left\{\left[\frac{1}{2} \pm \xi\right]^2 + \left[\frac{1}{2} \pm \eta\right]^2\right\}, \qquad \operatorname{tg}\Phi' = \frac{\frac{1}{2} \pm \eta}{\frac{1}{2} \pm \xi},$$

où ξ et η désignent les intégrales de Fresnel

$$\xi = \int_0^v \cos\left(\frac{\pi}{2}m^2\right)dm, \qquad \eta = \int_0^v \sin\left(\frac{\pi}{2}m^2\right)dm,$$

il faut chercher les relations qui existent entre M, N et ξ, η.

En dérivant sous le signe somme par rapport à v dans (4) et en tenant compte de $M = N = 0$ pour $v = 0$, on trouve les relations

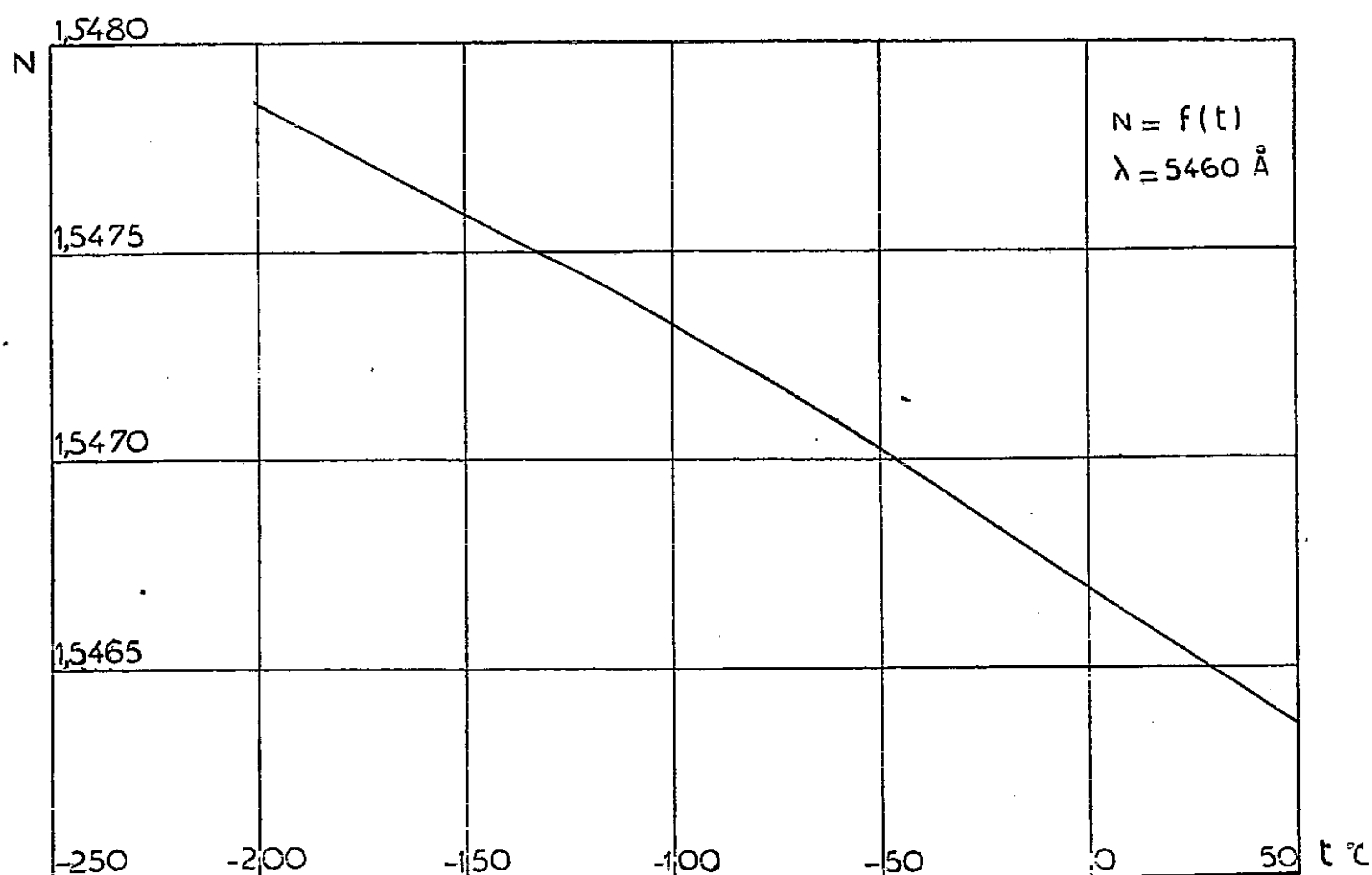
$$M = \frac{1}{2}[\xi + \eta], \qquad N = \frac{1}{2}[\xi - \eta].$$

On vérifie alors aisément que $I = I'$, mais que $\operatorname{tg}\Phi = \operatorname{tg}[\Phi' - (\pi/4)]$. Notre formule donne donc une valeur correcte pour la phase.

OPTIQUE CRISTALLINE. — *Constantes optiques du quartz à basse température.* Note (*) de M. **Marc Barbaron**, présentée par M. Aimé Cotton.

On ne dispose sur les indices du quartz, au-dessous de la température ordinaire, que de deux mesures (à — 45° et — 140°) dues à Rinne et Kolb (¹). Leur précision est insuffisante pour affirmer dans quel sens les indices varient.

Nous avons mesuré ces indices dans le vide depuis la température ordinaire jusqu'à — 200°C. en utilisant un appareil qui sera décrit ultérieurement. Nous employons un prisme de quartz dont les arètes sont parallèles à l'axe optique, ayant un angle de 60° et 14^mm de largeur de faces. La source de lumière est un arc de mercure dont on utilise principalement la raie verte. On peut mesurer en une seule opération les variations des indices *absolus* de réfraction ordinaire et extraordinaire pour plusieurs longueurs d'onde. Ces variations étant mesurables avec plus de précision que les indices eux-mêmes, on a pris pour ceux-ci à 0° et pour $\lambda = 5460$ Å, les valeurs $N_0 = 1,54669$ et $N_e = 1,55589$ qui sont les plus probables.



La température est mesurée avec un couple cuivre-constantan, placé dans un logement creusé dans le prisme. Les pointés sont effectués avec des vitesses de réchauffement variées, à partir de températures différentes dont la plus basse est voisine de celle de l'azote solide (— 210°,5 C.).

Indice ordinaire. — La figure représente une courbe moyenne, établie d'après

(*) Séance du 26 avril 1948.

(¹) *Neues Jahrbuch Min.*, 2, 1910, p. 138.

plusieurs centaines de pointés. L'erreur maxima peut être estimée à 3.10^{-6}; elle provient principalement de la mesure de la température du prisme. La courbe a une forme régulière et à peu près rectiligne; elle prolonge bien celle qui représente les variations au-dessus de la température ordinaire. La valeur moyenne de sa pente dN/dt entre 0° et — 190° est de — $0,58_5.10^{-5}$ par degré; il semble qu'elle soit plus élevée vers 0° (0,65) et moins élevée vers — 200° (—0,52).

Indice extraordinaire. — La courbe est très semblable à la précédente avec une variation plus rapide. Sa pente moyenne dans le même intervalle est de — $0,68.10^{-5}$ par degré.

Biréfringence. — Sa variation est très faible et tout à fait linéaire. De 0° à 190°, la mesure de l'écart entre les raies vertes indique une augmentation de 19.10^{-5}, soit une pente de $1,0.10^{-6}$ par degré.

t	— 200°.	— 150°.	— 100°.	— 50°.	0°.	+ 50°.
N_0	1,54785	1,54759	1,54732	1,54702	1,54669	1,54637
N_e	1,55724	1,55694	1,55662	1,55627	1,55589	1,55552
$(N_e - N_0)\,10^5$	939	935	930	925	920	915

La diminution des indices relatifs à l'air à — 140°, que trouvaient Rinne et Kolb et qu'ils suggéraient d'attribuer à une modification cristalline hypothétique du quartz stable à très basse température, était seulement due à la forte augmentation de l'indice de l'air et à l'imprécision de pointés effectués en présence de brouillard.

Dispersion. — Une variation de l'étalement des spectres entre la température ordinaire et celle de l'azote liquide est difficile à déceler à la précision des mesures. $N_{4046} - N_{5460}$ semble diminuer à froid de $2,5\ 10^{-5}$, mais les mesures visuelles dans le violet sont imprécises. Les variations indiquées par la courbe peuvent donc être considérées comme valables pour d'autres longueurs d'onde du spectre visible entre le jaune et le violet moyennant une translation de l'échelle des indices.

Rotativité magnétique. — On peut appliquer aux pouvoirs dispersifs $dN/d\lambda$ les résultats obtenus pour les rotativités magnétiques qui leur sont proportionnelles, pour l'additivité ([2]), le défaut d'additivité, ou la variation thermique. Inversement, les résultats sur la dispersion permettent de présumer que la rotativité magnétique du quartz ne doit que très peu varier jusqu'à — 190° puisque $dN/d\lambda$ diminue environ de 1/400. Cette évaluation sera prochainement contrôlée par une mesure directe de la rotation magnétique.

([2]) Barbaron, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 506.

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Au sujet des variations locales de sensibilité dans les cellules photoélectriques.* Note (*) de MM. **Nelson Laycock** et **Gordon T. Winch**, présentée par M. Albert Pérard.

Dans une Note récente ([1]), J. Terrien, C. Anglade et G. Touvay ont donné les résultats de mesures sur les variations de la sensibilité d'un point à l'autre sur la cathode de diverses cellules photoélectriques, comprenant les types KMV 6 et RMV 6.

Il est vrai que les variations trouvées dans le cas de ces dernières cellules rendent certaines précautions nécessaires lorsqu'elles sont utilisées en photométrie, mais ces précautions ne sont pas aussi difficiles à assurer qu'il semblerait d'après ce que disent ces auteurs. L'un de nous (G. T. Winch) a utilisé ces cellules pendant de nombreuses années en photométrie de haute précision ([2]), et la conclusion à laquelle il est parvenu est que la variation de sensibilité existante ne diminue en rien la possibilité de leur emploi pour ce genre de travail.

Il est actuellement impossible d'assurer l'uniformité de la sensibilité sur toute la surface d'une photocathode avec une exactitude égale à celle que l'on réalise dans la photométrie de la plus haute précision. Il s'ensuit qu'on doit prendre des précautions pour s'assurer que la lumière mesurée se répartit toujours de la même façon sur la cathode de la cellule, quelles que soient les variations de sensibilité trouvées dans telle ou telle cellule.

Des variations de sensibilité telles que celles qu'ont observées les auteurs ne sont pas admises comme inévitables. La construction des cellules du type KMV6 et RMV6 a été modifiée récemment : on a supprimé la nervure qui traverse verticalement la cathode en son milieu et la soudure de la cathode à son support; ainsi se trouve éliminée l'une des sources de variation mentionnées par les auteurs.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La formation d'eau oxygénée dans l'eau irradiée par les rayons* X *et* α. *Action de la température.* Note (*) de MM. **Paul Bonét-Maury** et **Marc Lefort**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Rayons X. — Dans l'eau saturée d'oxygène, la production d'eau oxygénée diminue régulièrement avec la température, avec une nette discontinuité au moment du changement d'état : eau-glace (*fig.* 1). A partir de — 116°, on

(*) Séance du 19 avril 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1142.

([2]) *Trans. Illum. Eng. Soc.*, 11, n° 6, juin 1946, p. 107.

(*) Séance du 19 avril 1948.

ne peut plus déceler, avec la technique utilisée (limite de sensibilité 0,1 γ/cm^3) d'eau oxygénée, même pour une dose de 2.10^6 r.

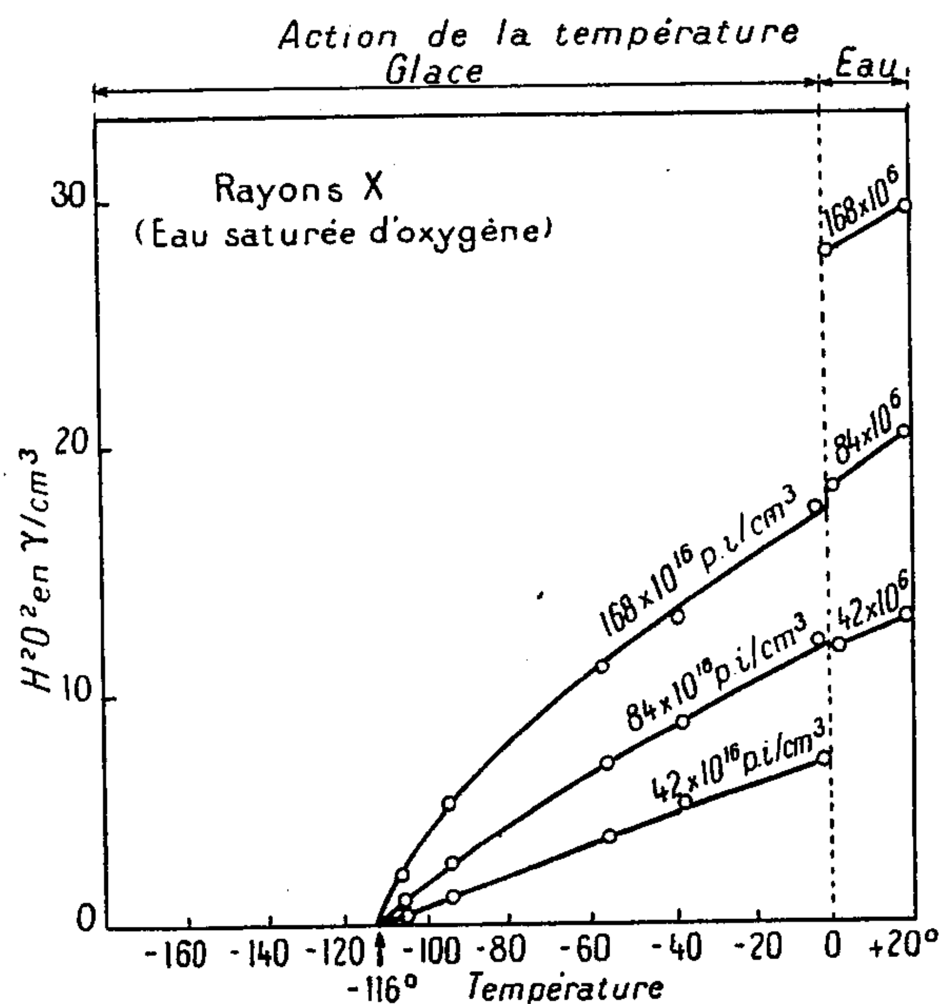


Fig. 1.

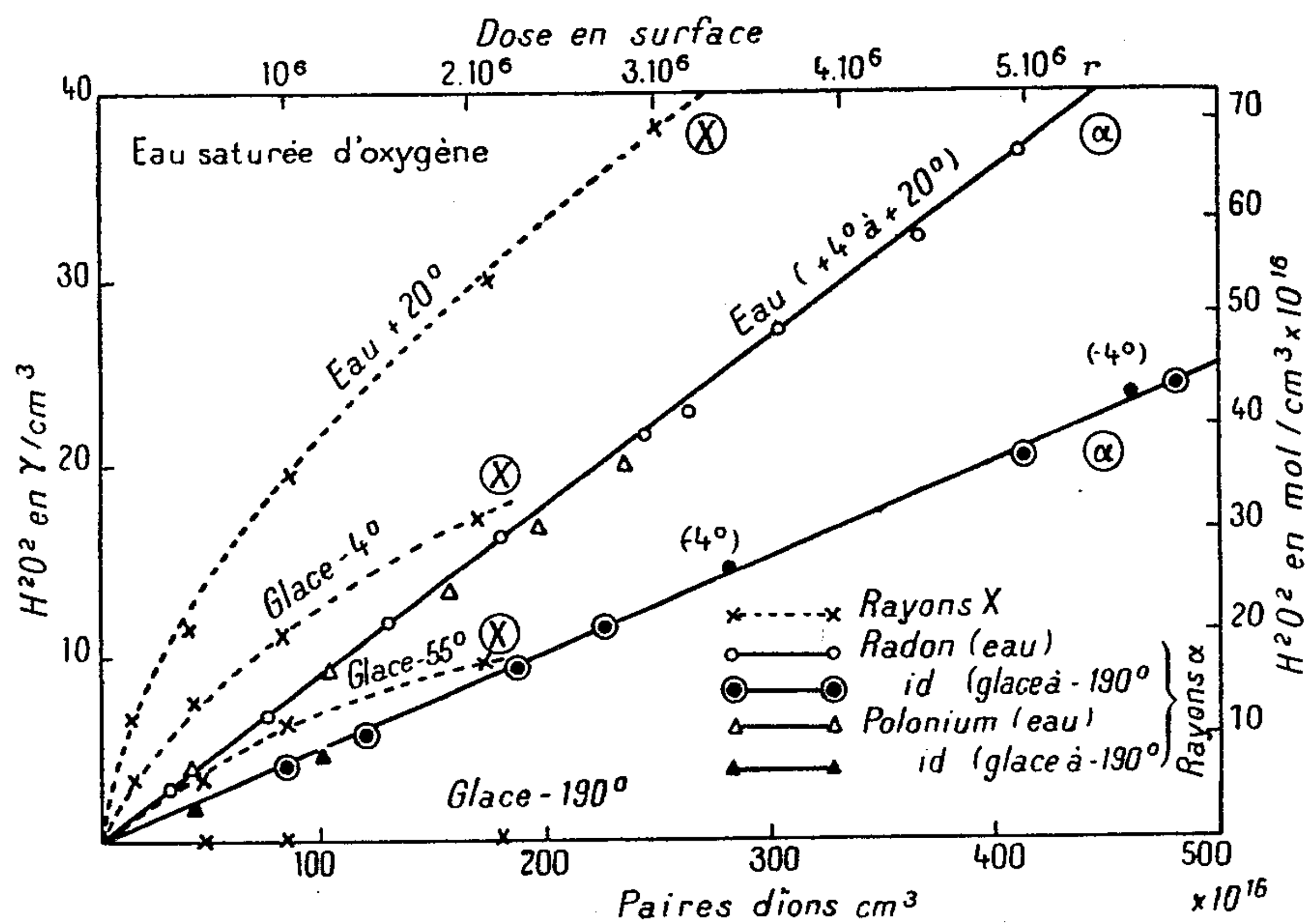


Fig. 2.

Rayons α. — La température apparaît, jusqu'à — 190°, sans aucune influence sur la formation de H_2O_2 par les rayons α du radon dissous dans l'eau ou la glace saturés d'oxygène. On observe cependant au moment du changement

d'état eau-glace, une discontinuité analogue à celle mise en évidence pour les rayons X (*fig.* 2); les rayons α du polonium donnent des résultats analogues qualitativement, l'action catalytique du radio-élément se trouvant réduite par l'abaissement de la température.

Ces faits, comme ceux relatifs à l'action de l'oxygène dissous ([1]), confirment que la formation d'eau oxygénée obéit à des mécanismes distincts pour les rayons X et les rayons α. Ces résultats sont en excellent accord avec les hypothèses avancées par plusieurs auteurs britanniques pour interpréter les actions radiobiologiques différentes des rayons X et α. D'après ces conceptions le long d'une trajectoire ionisante, il se forme principalement des atomes d'hydrogène H et des radicaux libres OH (Weiss) ([2]), dont la distribution spatiale correspond à celle des paires d'ions primaires (Lea et Gray) ([3]).

Pour les rayons X, la distribution est telle que les atomes H et les radicaux OH restent voisins et, en l'absence d'oxygène, leur recombinaison sous forme de H_2O est la réaction la plus probable. En présence d'oxygène dissous la réaction



$$2H + O_2 = H_2O_2 \tag{1}$$

devient possible et donne naissance à des quantités d'eau oxygénée qui croissent avec la concentration en oxygène et la température.

Sur la trajectoire d'une particule α, les radicaux OH restent concentrés au centre de la colonne d'ionisation et séparés à l'origine des atomes de H qui forment une gaine périphérique. La réaction



$$OH + OH = H_2O_2 \tag{2}$$

est la plus probable et donne naissance à de l'eau oxygénée, même en l'absence d'oxygène dissous, sans être sensiblement influencée par la température. La constance du rendement ionique, pour les rayons α, montre, que, en présence d'oxygène, la quantité d'eau oxygénée formée suivant la réaction (1) est négligeable devant celle formée suivant la réaction (2). D'après ces résultats, l'eau oxygénée doit jouer un rôle important dans le mécanisme de l'action biologique des radiations, car sa formation paraît être une des premières réactions radiochimiques produites dans les milieux aqueux soumis aux rayonnements ionisants.

La remarquable constance du rendement ionique pour les rayons α montre que la méthode photocolorimétrique convient particulièrement bien au dosage des rayonnements à ionisation dense (rayons α, neutrons, rayons de fission).

([1]) P. Bonét-Maury et M. Lefort, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 173.

([2]) Weiss, *Nature*, **143**, 1944, p. 748 et **157**, 1946, p. 584; *Trans. Far. Soc.*, n° 267; 1944, **40** (juin); Allsop, *British Journal of Radiology*, 1948, supplément n° 1, p. 43.

([3]) Lea, *Actions of Radiations of Living Cells*, 1945, p. 48, *Cambridge University Press* et *Br. J. of Radiology*, 1948, supplément n° 1, p. 59; Dale, Meredith et Gray, 1948, *Journ. of Br. Radiology* (sous-presse); Gray (Communication personnelle).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Mesure de la surface spécifique d'un adsorbant ou d'un catalyseur accessible aux molécules gazeuses.* Note de MM. **André Mennessier** et **Raymond Boucher**, présentée par M. Gustave Ribaud.

En catalyse physique hétérogène, les micro-anfractuosités du catalyseur dont les sections moyennes à l'entrée sont comprises entre 10,5 Å^2 et 45 Å^2 paraissent jouer un rôle fondamental. A l'intérieur de ces failles, les niveaux d'énergie des molécules réactionnelles sont profondément perturbés par l'intervention d'un nouveau potentiel V_1, spécifique de la nature et de la structure du catalyseur. La variation entraînée dans la valeur des niveaux d'énergie peut provoquer l'égalité de ces derniers et permettre ainsi par résonance le franchissement de la barrière de potentiel. Le changement de valeur brusque du potentiel perturbateur V_1 le long des limites séparant deux phases solides voisines (identiques ou distinctes) peut induire l'acte réactionnel si la durée de voisinage des éléments réagissants est suffisante.

La mesure de l'aire ΔA, correspondant aux failles dont le diamètre d'entrée est voisin de celui des molécules gazeuses réagissantes, donnera par rapport à la surface totale S le pourcentage de l'aire adsorbante où la probabilité réactionnelle est la plus élevée. Il semble que l'on puisse voir là, en quelque sorte, la matérialisation d'un type particulier de *centres actifs*.

Pour expliciter ΔA nous déterminons les aires S_M et S_N recouvertes par deux molécules de tailles différentes, physiquement adsorbées en monocouche :

$$\Delta A = S_M - S_N.$$

La théorie de S. Brunauer, P. H. Emmett et E. Teller (1) que nous avons utilisée pour ce calcul permet de trouver le volume v_m équivalent à celui du gaz adsorbé quand la surface entière de l'adsorbant est couverte par une monocouche. Avec l'aide de quelques hypothèses simplificatrices dont la principale concerne l'évaluation de σ (aire moyenne recouverte par une molécule gazeuse adsorbée), on passe alors de v_m aux surfaces S. L'appareillage utilisé (2) permet de tracer aisément les isothermes d'adsorption en phase gazeuse pour des températures comprises entre 0°C. et 100°C. Nous avons adopté dans nos travaux la température de 20°C. et employé jusqu'à ce jour les molécules étalons suivantes : méthanol ($\sigma = 18{,}5$ Å^2), acétone (20,5 Å^2), dichloréthane 1-2 (28,2 Å^2), benzène (31 Å^2), isobutyrate de méthyle (37,7 Å^2), heptane-*n* (45 Å^2). Pour de nombreux adsorbants et catalyseurs, nous avons pu ainsi déterminer le facteur $\Delta A/S_M$ et la portion de la courbe $S = f(\sigma)$ correspondant à 18,5 Å$^2 < \sigma <$ 45 Å^2.

(1) *J. Am. Chem. Soc.*, **60**, 1938, p. 309.

(2) R. Boucher, *C. R. Services des recherches, Houillères du bassin du Nord et du Pas-de-Calais*, janvier 1948 (non publié).

Le choix de la plus petite molécule M servant à définir S_M, terme supérieur de comparaison des surfaces spécifiques accessibles, est essentiellement variable; il faut en effet tenir compte, dans chaque cas particulier, de la nature de la réaction catalytique, des fluctuations d'énergie cinétique des molécules, de leur distorsion éventuelle dans les champs de force et de leur encombrement stérique.

Voici, par exemple, les résultats obtenus avec un échantillon de charbon actif (à la température de 20° C.),

S (m^2/g).		σ ($Å^2$).
712	(isobutyrate de méthyle)	37,7
712	(dichloréthane-1.2)	28,2
870	(acétone)	20,5
1095	(méthanol) $\Delta A = 383$ m^2/g	18,5

D'un travail de Brunauer, Emmett et Teller ([1]), nous extrayons les valeurs reproduites ci-après en ajoutant une colonne comportant les valeurs en $Å^2$ des aires moyennes des molécules adsorbées. L'échantillon étudié consistait en $0^g,200$ de charbon de bois.

Gaz ou vapeur.	σ($Å^2$).	t (°C).	S (m^2/g) (assemblage solide).
n-butane	32	0	545
N^2	13,8	−183	646
CO	13,7	−183	665
A	12,8	−183	746
O^2	12,1	−183	767

Récemment ([3]) J. W. Rowen et R. L. Blaine ont effectué des mesures de surface spécifique sur des fibres textiles naturelles et artificielles au moyen d'isothermes d'adsorption de l'azote (— 195° C.) et de la vapeur d'eau (25° C.). Ils ont enregistré des différences ΔA considérables avec la fibre de soie : 140 m^2/g en utilisant H_2O, et 0,76 m^2/g avec N_2. On voit l'intérêt que l'on peut avoir à utiliser systématiquement des molécules de tailles différentes pour connaître la micro-architecture, non seulement des catalyseurs, mais encore des corps poreux.

Un point qui demeure encore délicat dans l'application de cette technique, est la détermination précise de σ. G. Jura et W. O. Harkins ([4]) ont montré que les aires occupées par des molécules en monocouche adsorbées à la surface d'un solide, sont variables suivant la nature de l'adsorbant et oscillent en général entre la valeur trouvée à partir de la formule de l'assemblage compact à l'état solide et celle à l'état liquide. Il ne peut donc être question de faire des mesures exactes en valeur absolue, mais plutôt de déterminer des ordres de grandeur applicables à l'interprétation de certains phénomènes physiques.

([3]) *Ind. Eng. Chem.*, 39, 1947, p. 1659.
([4]) *J. Am. Chem. Soc.*, 66, 1944, p. 1366.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur la couche de diffusion, en régime stationnaire, au voisinage d'une anode métallique, les électrolytes en présence étant entièrement dissociés.* Note (*) de M. **Jean Mercadié**, présentée par M. Pierre Jolibois.

Quand une anode métallique se dissout dans un bain acide, la convection naturelle du liquide, devenue prépondérante à l'extérieur de la couche de diffusion qui enveloppe l'anode, assure l'évacuation rapide des produits de l'électrolyse provenant de cette couche, et renouvelle le bain à son contact. Elle contribue donc à stabiliser son épaisseur, et établit autour de l'anode un régime quasi stationnaire tant que la composition de l'ensemble du bain n'est pas sensiblement modifiée.

Étudions la répartition des concentrations et du champ à l'intérieur de la couche de diffusion dans le cas typique d'une électrode de cuivre plongeant dans une solution normale d'acide sulfurique que nous considérerons comme entièrement dissocié. Nous exclurons de cette étude la région contiguë à l'anode où s'effectuent la décharge des ions et les réactions secondaires liées à cette décharge. Celles-ci ont lieu à une distance de l'électrode ayant l'ordre de grandeur des particules élémentaires, donc négligeable devant le micron, et *a fortiori* devant l'épaisseur de la couche de diffusion considérée, en général, comme voisine du dixième de millimètre. Cette couche contient des ions Cu^{++}, résultat ultime de la dissolution de l'anode, et des ions $(SO_4)^{--}$ provenant du bain. Dans l'incertitude concernant les conditions aux limites qu'implique nécessairement la notion discontinue de couche de diffusion, nous supposerons d'abord, pour simplifier, que les ions H^+, sollicités par le champ, ont quitté cette couche où ils ont été remplacés par les ions métalliques.

Nous envisageons le cas où l'anode porte des aspérités de l'ordre du micron, petites par rapport à l'épaisseur de la couche qu'elles n'affectent donc qu'au voisinage immédiat de l'électrode.

Si l'on néglige l'influence de l'atmosphère ionique sur la mobilité des ions et sur leur coefficient de diffusion, et si l'on assimile activité et concentration (ce qui ne semble pas altérer l'essentiel des phénomènes), des calculs classiques conduisent aux équations suivantes, reliant en chaque point la densité de courant $\vec{I}$ au champ électrique $\vec{E}$ et aux concentrations c et c' des ions Cu^{++} et $(SO^4)^{--}$:

$$\frac{\vec{I}}{2FU} = c\vec{E} - \frac{\lambda}{2}\overrightarrow{\text{grad}}\,c, \tag{1}$$

$$0 = -c'\vec{E} - \frac{\lambda}{2}\overrightarrow{\text{grad}}\,c', \tag{2}$$

$$\text{div}\,\vec{E} = \frac{4\pi}{D}F(2c - 2c') = 2{,}77.10^{16}(c - c'). \tag{3}$$

(*) Séance du 23 février 1948.

U : mobilité de l'ion Cu^{++}; F : Faraday; $\lambda = RT/F$; D : constante diélectrique de l'eau.

Les longueurs sont évaluées en centimètres, les concentrations en ions — g/cm³, les grandeurs électriques en unités pratiques. A 25° C., $\lambda \neq 1/39$ et $D = 78,8$.

La valeur très élevée du coefficient de $(c - c')$ dans (3) nous permet de faire $c = c'$ dans les équations (1) et (2).

Indiquons, sans calculs, les conséquences les plus importantes des relations précédentes :

a. les surfaces équipotentielles sont des surfaces d'égale concentration (*c'est en particulier le cas de la surface de l'anode*). La concentration augmente notablement quand on se rapproche de l'anode;

b. les lignes de courant sont confondues avec les lignes de force du champ;

c. on obtient la relation

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{2}{\lambda} E^2. \tag{4}$$

Il existe donc, dans la couche de diffusion, une charge électrostatique positive répartie, due à un léger excès de c sur c', et proportionnelle à E^2.

Elle se localise, en particulier, au contact de l'anode, dans les régions où le champ aurait tendance à être le plus intense, c'est-à-dire *près des aspérités*. Elle a pour effet de réduire sélectivement l'intensité du champ en ces points. *Elle tend donc à uniformiser la densité de courant à la surface de l'anode.*

En l'absence d'une résolution de l'équation (4), je réserve, pour le moment, mes conclusions quant à l'importance numérique de cet effet.

Des calculs analogues, quoique plus compliqués, et qui seront publiés ailleurs, montrent que si l'on admet que des ions H^+ restent dans la couche de diffusion, les conclusions précédentes subsistent, la densité de la « charge d'espace » se trouvant même accrue.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Sur la méthode des états de spin.*

Note (*) de MM. **Raymond Daudel** et **Robert Jacques**.

Dans la méthode des états de spin on peut définir l'indice de liaison de la façon suivante. Posons

$$n_{lm} = \sum_{ij} [2 a_i a_j g_{ijlm} - a_i^2 g_{ilm}],$$

si a_i est le coefficient du $i^{\text{ème}}$ état de spin, si $g_{ijlm} = 1$ dans le cas où il y a couplage attractif entre les atomes l et m pour les deux fonctions i et j et o dans le cas contraire et, enfin, si $g_{ilm} = 1$ dans le cas où il y a couplage répulsif entre les deux atomes l et m pour la fonction i et o dans le cas contraire.

(*) Séance du 23 février 1948.

On peut alors définir l'indice de liaison à l'aide de la relation

$$I_{lm} = A n_{lm} + B,$$

A et B sont deux constantes que l'on choisit, en sorte que l'on ait : 1° $I_{lm} = 0$ pour une liaison simple d'une molécule conjuguée d'où serait exclue la résonance, ce qui entraîne

$$0 = -\frac{1}{2}A + B.$$

2° $I_{lm} = 1$ pour une liaison double, ce qui donne

$$1 = A + B,$$

d'où

$$I_{lm} = \frac{1}{3}(2n_{lm} + 1).$$

C'est là une définition très analogue à celle que Penney [1] a publiée à la suite du traitement proposé par Pauling et collaborateurs [2].

On peut évidemment, comme il a été fait en mésomérie [3] et en méthode orbitale [4], et comme on pourrait le faire à partir de la méthode de Pauling-Penney, définir un indice de valence libre à l'aide d'une formule du type suivant :

$$J_l = C - \sum_m I_{lm}$$

[en mésomérie il faut prendre $C = 1$ [3]. En méthode orbitale, C a été choisi égale à 1,68 [5]].

Cependant, la méthode déjà proposée [6] pour la définition de la valence libre reste convenable (surtout pour classer les indices de valence libre au sein d'une même molécule). En effet, à chaque formule du type $_{+}{}^{+-}{}_{-}$ on peut faire correspondre une formule nouvelle de polarisation du type $_{+-}{}^{+-}{}_{-}$ qui introduit à la fois un couplage attractif pour le perturbateur et un couplage attractif interne qui tend à diminuer la hauteur de la barrière de potentiel. Tandis qu'au contraire une formule telle que $_{-}{}^{+-}{}_{+}$ introduit une formule nouvelle du type $_{-+}{}^{+-}{}_{+}$ qui tend au contraire à élever cette barrière.

---

(1) *Proc. Roy. Soc.*, A, **158**, 1937, p. 306.

(2) PAULING, *Proc. Nat. Acad. Sc.*, **18**, 1932, p. 293; PAULING, BROCKWAY et BEACH, *J. of the Am. Chem. Soc.*, **57**, 1935, p. 2705.

(3) R. DAUDEL et A. PULLMAN, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 599; P. DAUDEL, R. DAUDEL, R. JACQUES et M. JEAN, *Revue Scientifique*, **84**, 1946, p. 489.

(4) C. A. COULSON, *Trans. Far. Soc.*, **42**, 1946, p. 265; C. A. COULSON, P. DAUDEL et R. DAUDEL, *Revue Scientifique*, **85**, 1947, p. 29.

(5) C. A. COULSON, *Trans. of the Faraday. Soc.* (sous presse).

(6) R. DAUDEL, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 175.

La définition en question est particulièrement facile à appliquer quand on calcule les poids des états de spin par la formule approchée

$$a^2 = \frac{1}{p^2} \text{ étendue à tous les états de spin}$$

(p étant le nombre des couples de spin de même signe et adjacents dans l'état de spin envisagé).

D'ailleurs les deux définitions proposées correspondent peut-être, l'une à la notion véritable de *valence libre*, l'autre au *caractère d'insaturation*. Mais il y aurait lieu de définir ces notions avec plus de précision.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse du (bromo-diméthylmercapto)-triphényléthylène.* Note (*) de MM. **Dat Xuong**, **Paul Cagniant** et **Charles Mentzer**, présentée par M. Marcel Delépine.

Quand on remplace dans une molécule physiologiquement active un groupement (— CH = CH —) ou un atome d'oxygène par un atome de soufre, trois cas peuvent se présenter :

a. la nouvelle substance, isostère de la précédente, possède qualitativement les mêmes propriétés que cette dernière;

b. elle est inactive;

c. elle est un antagoniste du dérivé initial.

Jusqu'ici la notion d'antagonisme a été particulièrement féconde dans le domaine des vitamines, mais n'a pas encore permis l'obtention d'antihormones. Partant d'un composé œstrogène : le bromo-diméthoxy-triphényléthylène (III), nous avons donc tenté de remplacer dans cette molécule les deux atomes d'oxygène par deux atomes de soufre, pensant qu'il serait intéressant d'examiner au point de vue biologique le nouveau dérivé ainsi obtenu.

En ce qui concerne la synthèse, deux d'entre nous ont montré récemment [1] que l'action du chlorure de l'acide phénylacétique sur l'anisol en présence de $AlCl_3$ peut donner naissance :

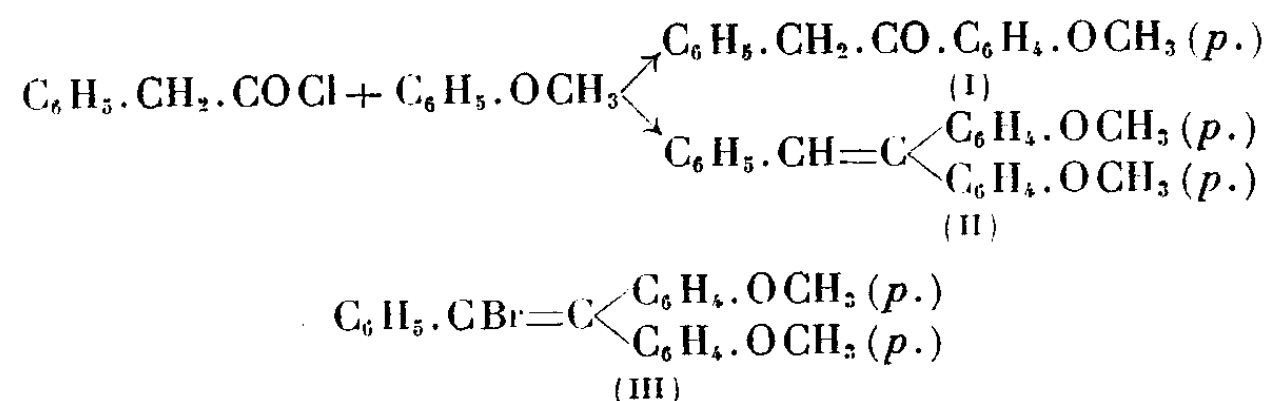
a. à la cétone (I) pure si l'on ajoute goutte à goutte le chlorure d'acide au mélange anisol + $AlCl_3$;

b. au dérivé éthylénique (II) si, au contraire, on introduit $AlCl_3$ dans le

(*) Séance du 26 avril 1948.

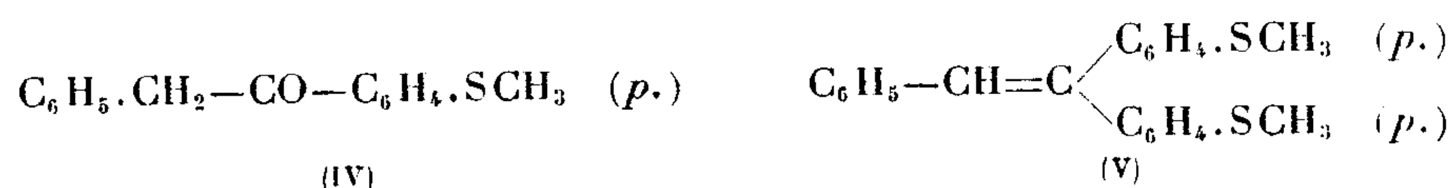
[1] C. Mentzer et Dat Xuong, communication au *XIe Congrès International de Chimie*, Londres, 1947.

mélange de chlorure d'acide et d'anisol.



En remplaçant dans la réaction (b) l'anisol par le thioanisol, il se forme avec des rendements satisfaisants le di-(méthyl-mercapto) triphényléthylène qui par bromuration directe dans l'acide acétique conduit au corps cherché. La technique utilisée est d'ailleurs identique à celle qui a été déjà décrite dans notre travail précédent ([2]).

Dans un mélange de 3 molécules de thioanisol et de 1 molécule de chlorure de l'acide phénylacétique, introduire, par petites fractions, 1,1 molécule de $AlCl_3$ en agitant énergiquement. Abandonner le mélange à la température du laboratoire pendant 48 heures et traiter comme d'habitude. Il se forme un mélange de *p*-(méthyl-mercapto)-phényl-benzyl-cétone (IV) $C_{15}H_{14}OS$, très soluble dans l'alcool chaud (F 98°; S trouvé, 13,3 %; S calculé, 13,2 %), et de *di*-(*p*-méthyl mercapto) triphényléthylène (V) $C_{22}H_{20}S_2$, peu soluble dans l'alcool chaud (F 112°, donnant une coloration bleu foncé en présence de SO_4H_2 concentré : C calculé, 75,86 % ; C trouvé, 76,3 % ; H calculé, 5,74 % ; H trouvé, 5,84 %).



La bromuration de ce dérivé éthylénique s'effectue suivant le procédé classique par action du brome en solution acétique, à la température ordinaire et à la lumière du jour. Le bromo-*di*-(*p*-méthyl mercapto)-*tri*-phényléthylène, $C_{22}H_{19}S_2Br$, fond à 133°; Br calculé, 18,7 % ; Br trouvé, 18,4 %.

Le composé administré à la rate castrée est dépourvu de propriétés œstrogènes, même à la dose de 5^{mg}. Son éventuelle activité *antiœstrogène* est à l'étude.

([2]) C. Mentzer et Dat Xuong, *Bull. Soc. Chim.*, (5), 14, 1947, p. 885.

MINÉRALOGIE. — *Détermination de la cristobalite à l'aide des rayons X dans les plaques minces de roches volcaniques*. Note de Mlle **Mireille Michel-Lévy**, présentée par M. Charles Mauguin.

La cristobalite apparaît fréquemment dans la synthèse des roches acides. Elle affecte dans ce cas la forme de petites sphères blanches dans les géodes et se rencontre également en tablettes imbriquées en tuiles de toit au sein du verre.

Partant de ces constatations, nous avons poursuivi la recherche de ce minéral dans la riche collection de plaques minces de roches accumulées par M. Alfred Lacroix au Muséum d'Histoire Naturelle.

M. Lacroix avait signalé dans de nombreux gisements de France et de nos colonies la présence de la tridymite. Par contre, il n'indique en 1910 (1) la présence de la cristobalite que dans quelques rares gisements et il ne la décrit que dans sa forme en octaèdres, seule connue à cette époque.

Si l'on a recours aux ouvrages de Rosenbusch, on constate qu'en 1905, cet auteur attribuait à la tridymite la forme en tuiles alors que plus tard, en 1927, Mügge, dans la cinquième édition révisée de Rosenbusch, donne la forme en tuiles comme caractéristique de la cristobalite (2).

Pour sortir de l'indécision où nous laissaient les méthodes habituelles du microscope polarisant pour la détermination précise de ces deux formes de silice cristallisée aussi voisines, nous avons eu recours à l'emploi des rayons X appliqués directement sur la plaque mince.

A cet effet, la plaque mince de la roche est isolée de son support de verre, puis recouverte, sauf l'endroit intéressant, d'une peinture faite de plomb en poudre fine dilué dans de la gomme laque; le cliché de rayons X, exécuté avec la radiation K_α du cuivre, donne seulement les taches dues à la diffraction à travers la plage cristalline à identifier, taches nombreuses correspondant à plusieurs individus cristallins, mais cependant ne constituant pas des raies continues comme le ferait une poudre fine; l'identification se fait par superposition avec un diagramme de poudre réalisé avec une cristobalite authentique. Toutes les taches du premier cliché se placent sur les raies du second. Le faisceau de rayons X frappant la bordure de plomb de la plage isolée, détermine l'apparition de raies faibles du plomb, nullement gênantes. Cette plage peut ne pas dépasser deux dixièmes de millimètre de diamètre.

Nous avons pu ainsi assurer la présence de la cristobalite en tablettes imbriquées en tuiles de toit dans la pâte microlitique de la roche, dans un échan-

(1) *Bull. Soc. Minér.*, 33, 1910, 86.

(2) *Mikroskopische Physiographie*, 1905, 4e édition; Rosenbusch et Mügge, *id.*, 1927, 5e édition.

tillon de dacitoïde de la Montagne Pelée; dans une dellénitoïde à hornblende et biotite provenant du col du Djebel-Tizi Aïcha, région de Marnia, en Algérie; dans la dômite du Puy de Clierzou; dans une dellénite formant filon dans la brèche andésitique du Plomb du Cantal.

Un contrôle supplémentaire a été apporté à ces constatations par la comparaison des indices de ces minéraux avec des liqueurs d'indice connu; profitant de ce que les plaques minces étaient entièrement décollées, on les a percées au voisinage de la cristobalite et on les a immergées dans un liquide d'indice 1,481, intermédiaire entre celui de la tridymite (1,477 environ) et celui de la cristobalite (1,486 environ). Les cristaux ont chaque fois montré un indice supérieur. Nous avons aussi appliqué ce procédé à une latite des environs de Murat.

D'autre part, la révision de nombreuses plaques (dômite des Puys de Dôme, de Cocuset, de la Coquille, rhyolite sphérolytique et sancyite de Lusclade, sancyite de la vallée de Lacour, dacite en filon du Lioran, dellénitoïde du Puy Mary, etc.) nous conduit à penser que la cristobalite s'y trouve partout identifiable.

Les pétrographes de pays étrangers ont d'ailleurs reconnu depuis une vingtaine d'années de nombreux gisements de roches volcaniques contenant de la cristobalite.

On voit la sécurité qu'apportent les rayons X à la détermination d'une espèce cristalline qui n'apparaît dans les roches que sous une forme difficile à préciser et cependant très fréquente.

GÉOLOGIE. — *Le sondage de Fitou (Aude).*
Note de M. **Jean-Paul Destombes**.

Fitou est situé à proximité de la côte méditerranéenne, à 15^{km} au nord de Perpignan. Un sondage a été implanté à 2^{km} à l'ouest de la localité, sur le Causse urgo-aptien et sur le bord sud d'une dépression correspondant aux affleurements d'un diapir triasique, à l'altitude de 140^{m}. Son but était de reconnaître la composition et le mode de gisement du Trias salifère de cette partie orientale des Corbières, où existent des sources salées d'origine triasique.

Le carottage continu a révélé l'existence d'un complexe anhydrito-dolomitique, avec de rares indices de sel gemme et quelques calcaires, fortement replissé, de la profondeur 0 à 650^{m}. L'anhydrite est remplacée par le gypse dans les 250 premiers mètres. Sous ce complexe, des schistes *maclifères* forment la base du sondage, entre 650 et 672^{m}. Entre les profondeurs 135 et 210^{m}, s'intercale une lame de terrains primaires : schistes carburés gothlandiens, schistes et lydiennes carbonifères, *non métamorphiques*. La seule détermination des échantillons du socle hercynien autorise immédiatement deux conclusions :

a. la présence proche du sondage d'un massif granitique qu'on pourrait relier à celui de Querigut, au S-W, en direction conforme à celle des plis des Corbières orientales; *b*. l'importance du déplacement de l'écaille primaire non métamorphique, lors d'un des paroxysmes d'âge pyrénéen.

La position stratigraphique du complexe anhydrite-dolomie n'est pas exactement définie. Les calcaires qui lui sont liés sont ceux qu'on trouve à Padern (Aude), au toit du Trias moyen [1]. On n'a donc pas de raison de le rattacher au Keuper plutôt qu'au Muschelkalk. L'épaisseur considérable (100 à 150^m) et le faciès de ces dépôts lagunaires autorisent cependant à les comparer à l'*Anhydrite-groupe* du Muschelkalk germanique. Leur épaisseur apparente est due à une accumulation tectonique. A peu de distance au Nord (Treilles, la Marende) le Trias est réduit à de petites cicatrices apparaissant entre le socle primaire et le Jurassique, où il a été au contraire fortement réduit par laminage.

Une étude pétrographique détaillée du complexe, facilitée par la solubilité relative de la dolomie, a montré une liaison intime des cristaux de dolomie et de ceux d'anhydrite : structures intersertales, oolithiques; chevelus microcristallins de l'un ou de l'autre minéral dans des strates pœcilitiques indifférenciés. La simultanéité des dépôts ne semble pas douteuse.

Des brèches de foisonnement montrent les différents termes de passage du complexe stratifié à la brèche gypseuse classique, et dans différents ciments la série des minéraux néogènes : dolomie rhomboédrique, pyrite, quartz bipyramidés. Une étude statistique sur ces cristaux montre qu'on les trouve, en milieu gypseux ou anhydritique, lorsque la dolomie et son support argileux ont été remis en circulation et cimentent les brèches.

L'ophite, roche éruptive qui très vraisemblablement s'est injectée en sills dans la partie supérieure du Keuper [2], existe à l'état de blocs, quelquefois microscopiques, en contact bréchique de divers éléments du complexe. Un certain métamorphisme affecte une grande quantité d'échantillons étudiés; l'anhydrite, la dolomie, le gypse surtout, sont souvent piquetés de tourmaline, en très fines baguettes, et de phyllites de muscovite. L'ophite elle-même est affectée par ce métamorphisme et l'on doit en rechercher l'origine dans un massif de syénite néphélinique contigu au sondage. Cette syénite traverse l'Urgo-aptien de la région; elle est liée ici à la première phase orogénique pyrénéenne (ante-Cénomanienne) qui a joué un rôle majeur dans les Corbières, comme dans une grande partie des Pyrénées où elle s'accompagne aussi de roches éruptives. L'étude des brèches de friction du sondage et de leurs ciments sous le rapport de la présence de la tourmaline, est significative. On observe

(1) L. Barrabé, *B. S. C. G. F.*, 187, 1932, p. 121.

(2) J.-P. Destombes et R. Bollo, *Sur l'âge triasique supérieur d'une coulée ophitique à Ségalas* (*Ariège*) (*C. R. S. G. F.*, 1946, p. 51).

que la plus grande partie d'entre elles ont leurs éléments et leurs ciments métamorphisés. La brèche de base de l'écaille primaire, en particulier, est dans ce cas; la tourmaline chevauchant éléments et ciment est postérieure à la mise en place de l'écaille. *On peut donc penser qu'à Fitou des mouvements majeurs ont dû se situer au Crétacé moyen.* L'étude du sondage de Fitou apporte donc à la connaissance géologique de la région les principaux faits suivants :

L'existence d'un bassin lagunaire (où le sel a dû se déposer), riche en sulfates de chaux contemporains de la dolomie. Ce bassin subsident a été fortement plissé et poussé vers le socle primaire résistant des Corbières, au Nord-Ouest, *à l'époque crétacée.* Le déplacement de la couverture vers le Nord-Ouest, mouvement sur lequel M. L. Barrabé a attiré l'attention ([3]), semble à Fitou bien démontré.

Le socle primaire lui-même en s'écaillant a contribué à la multiplication des plis rencontrés par la sonde.

GÉOLOGIE. — *Sur l'existence d'ondulations dirigées ENE-WSW dans la partie septentrionale du Massif Central français.* Note de M. **Jean Dautry**, présentée par M. Charles Jacob.

L'étude du contact entre le Bassin Parisien et le nord du Masif Central nous a conduit à admettre l'existence d'ondulations d'âge hercynien orientées ESE-WNW, formant avec les directions armoricaines et varisques un angle toujours constant.

A. *Dans les couches sédimentaires*, à l'est de la Faille du Sancerrois, et plus précisément à travers le bassin permien du Bourbonnais, nous avons constaté les anomalies suivantes : 1° interruption de la montée vers le Sud des couches sédimentaires; 2° présence d'îlots plus anciens : Houiller de Theneuille-Vieure, horst de Bourbon-l'Archambault, Permien de Montilly, alignés au milieu de couches plus récentes, allant du Permien jusqu'au Lias; 3° discordance et variations d'épaisseur dans le Permien moyen, le Rhétien et le Lias; 4° faciès particulier au milieu des argiles micacées du Permien moyen (calcaire et schistes à Poissons).

Ces anomalies paraissent jalonner, suivant la direction indiquée, une ligne de hauts fonds, flanquée parallèlement, au Nord et au Sud, par deux régions déprimées. Plus au Nord, une ligne allant de Cerilly jusqu'à Decize paraît constituer un ancien axe anticlinal servant de bascule entre le Sancerrois et le Nivervais au Nord et la Limagne au Sud. Discordance, variations d'épaisseurs, faciès, tout semble situer ces mouvements à partir du milieu du Carbonifère.

([3]) *La terminaison de la nappe des Corbières Orientales* (*B. S. G. F.*, n° 211, 1942, p. 165).

B. *Dans la zone hercynienne, à l'ouest de la Faille du Sancerrois*, les ondulations décelées se prolongent vers l'Ouest-Sud-Ouest: 1° par les pendages des gneiss et des micaschistes plissés eux-mêmes en anticlinaux et synclinaux de direction ENE-WSW, même à travers le Fossé du Cher, par le seuil gneissique de Reugny, au nord de Montluçon; 2° par l'orientation et la genèse probable des îlots ou des masses granulitiques, ainsi que par l'alignement ENE-WSW ou E-W des amphibolites suivant les lignes de plissements; 3° par la zone mylonitique de G. Mouret, de Montluçon à la Creuse, charriage probable prolongeant l'anticlinal Théneuille-Vieure; 4° par des discordances, Stéphanien sur Dinantien, et par la conservation de lambeaux stéphaniens, alignés ENE-WSW, en dehors des fossés tectoniques (La Bouteille, Ahun, Bosmoreau, etc.).

Le contact entre le batholite de Guéret et la Marche, zone hercynienne le prolongeant au Nord, semble montrer la juxtaposition de deux styles tectoniques différents :

a. un batholite antéhercynien;

b. une tectonique plissée de style plus souple, avec charriage ou ligne de contact par pli-faille, à poussées vers le Nord-Nord-Ouest et granulitisation syn- ou post-tectonique. Le passage graduel à des plis de direction armoricaine s'accomplit par alignements E-W, puis NW-SE (Saint Sulpice-les-Feuilles-Maillac), mais avec interférence par la poursuite de directions granulitiques et gneissiques vers l'Ouest-Sud-Ouest. Dans cette région, les ondulations décelées paraissent d'âge postdinantien et antéstéphanien.

Toutes les ondulations dont il vient d'être question sont caractérisées par: 1° leur dissymétrie, avec flancs nord anticlinaux à pente douce, flancs sud à pente raide; 2° les nœuds et les ventres, c'est-à-dire élargissements et rétrécissements suivant la direction des plis; 3° l'arrêt de toutes les failles méridiennes ou subméridiennes à la traversée des anticlinaux.

Au Sud, le pli de La Bosse, au NW du Bassin d'Ébreuil, paraît s'intégrer à ces mouvements. *Au Nord*, il en est de même des directions anciennes entre le Massif de Saint-Saulge et le Sancerrois. Le prolongement de ces plis paraît se poursuivre à travers la Limagne, où, à Varennes-sur-Allier, un ilôt de Stampien surgit au milieu de l'Aquitanien. Le rejeu tertiaire certain de ces directions, décelé par les failles et l'inclinaison et la variation de l'épaisseur de l'Aquitanien, permet de considérer ces plis comme dus à des mouvements lents, en rapport avec des zones de subsidences localisées, mais continues. Les lignes principales d'affaissement restent des synclinaux; les lignes de résistance, une ligne de hauts fonds, les mouvements alpins ayant faillé les seuls synclinaux.

Ces lignes paraissent se retrouver dans le Morvan, puis se prolonger dans le Massif de la Serre, témoin principal d'un haut fond ancien, sans doute cause d'une déviation des plis du Jura.

GÉOLOGIE. — *Un nouveau Bassin houiller dans le Sud-Oranais (Algérie) : le Bassin du Mézarif.* Note de MM. **Wilhelmus Josephus Jongmans** et **Paul Deleau**, présentée par M. Paul Fallot.

Au pied du revers méridional de l'Atlas saharien, à 60km au sud de Béni-Ounif et à 70km à l'est de Colomb-Béchar, le Djebel Mézarif est un anticlinal complexe de calcaire carbonifère (Viséen-Namurien). Il peut être considéré comme la retombée Est d'une très large zone anticlinale, alignée Nord-Sud, s'étendant du Djebel-Béchar au Djebel Mézarif et dont l'axe est occupé par l'Oued Zousfana. A l'est de cette zone anticlinale on peut donc s'attendre à retrouver une zone synclinale qui, géologiquement, serait le symétrique du grand Bassin de Sfaïa-Abadla (1) par rapport à l'axe Zousfana. Mais la majeure partie de la région située à l'est du Mézarif est couverte par des atterrissements, des calcaires lacustres récents, des ergs, sauf dans la cuvette d'érosion de Nekheïla. En 1943, M. Vazeille, alors Directeur des Houillères de Colomb-Béchar et Kénadza, avait reconnu dans cette cuvette un affleurement charbonneux qui paraissait intéressant. L'exploration de la cuvette de Nekheïla vient de nous faire découvrir une très belle flore et une faune des assises les plus élevées du Westphalien. Le bord sud de la cuvette montre, au-dessus d'une importante masse de grès (200m) et de marnes schisteuses grisâtres ou verdâtres à intercalations de grès feuilletés (150 à 200m), deux stampes de chacune 40m d'épaisseur environ, séparées par un banc de grès gris à ripple marks. Le plongement général des strates varie entre 35° et 7° Est.

Chaque stampe renferme deux couches charbonneuses notées comme il suit, de haut en bas : dans la stampe inférieure, la couche A ou veine Vazeille (découverte par M. Vazeille, en 1943) et la couche B; dans la stampe supérieure, les couches C et D. Les toits de ces intéressantes couches charbonneuses sont très fossilifères.

— Toit de la veine Vazeille : *Neuropteris scheuchzeri* (nombreux) *N.* cf. *rarinervis* (rares); *Pecopteris miltoni* (nombreux); *Pec. arborescens; Pec. sp.* div.; *Sphenopteris* groupe *obtusiloba Sphenophyllum emarginatum* (nombreux); *Sph.* cf. *majus; Lepidodendron ophiurus; L.* cf. *wortheni; Lepidostrobus* sp.; *Calamites; Annularia sphenophylloïdes; Calamostachys; Cordaïtes.*

— Toit de la couche B : *Neuropteris scheuchzeri* (nombreux); *Cyclopteris fimbriata* appartenant à *Neuropteris (Mixoneura) ovata; Pecopteris miltoni* (nombreux); *Sphenophyllum* sp.

— Toit de la couche C : *Neuropteris scheuchzeri* (nombreux); *N. rarinervis* (très rares); *Linopteris muensteri* (très rares); *Pecopteris miltoni; Asolanus camptotaenia.*

---

(1) Paul Deleau, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 5e série, **15**, p. 625-632 et **16**, p. 2-10.

— Toit de la couche D : Il apparaît dépourvu de flore mais, à deux centimètres au toit du remplissage charbonneux, se trouve un niveau très riche en Crustacés : *Candona elongata* accompagnés d'*Anthracomya prolifera*. Cette association caractérise, avec *Estheria limbata*, les couches les plus élevées du Bassin de Béchar et Kénadza, reconnues par sondages sous les morts terrains [2].

La détermination des flores n'est pas encore terminée et fournira sans doute *d'autres espèces*, en particulier pour les *Pecopteris*, dont la détermination à première vue est difficile. Il est certain qu'il existe plusieurs espèces apparemment stéphaniennes. La flore et la faune des affleurements houillers de Nekheïla indiquent avec certitude le Westphalien D (= Stéphanien inférieur). Au-dessus de ces stampes houillères viennent *en concordance* 400 à 500^{m} de marnes rouges à intercalations de bancs de grès rouges, surmontés d'un poudingue rouge. Toutes ces assises de marnes et de grès rouges, sauf le poudingue, sont connues dans le grand bassin houiller de Sfaïa-Abadla. Elles peuvent représenter le Westphalien E, c'est-à-dire le Stéphanien moyen et supérieur, et peut-être même le Permien (Autunien).

La découverte du Westphalien D (= Stéphanien inférieur) à Nekheïla, à 10^{km} à l'est des affleurements namuriens du Djebel-Mézarif, permet de prévoir l'existence des Westphaliens A et B et du Westphalien C, productif à Béchar-Kénadza et à Sfaïa-Abadla, entre le Djebel Mézarif et la cuvette de Nekheïla. Ces étages sont masqués par 30 à 40^{m} de marnes et de calcaires lacustres probablement pliocènes. Nous espérons, dans un bref délai, apporter des données plus complètes sur ce bassin houiller qui paraît couvrir au minimum 300$^{km^2}$.

GÉOLOGIE. — *Sur le comportement du sillon albano-thessalien au cours de l'orogénèse.* Note de M. **Jan Houghton Brunn**, présentée par M. Paul Fallot.

J'ai montré, dans une Note récente [1], que le sillon albano-thessalien s'était comporté durant l'Oligocène et le Miocène, comme une zone relativement mobile, en ce qui concerne tout au moins les effets verticaux des pressions orogéniques.

Par contre, pour autant qu'on puisse reconstituer son histoire, ce sillon semble avoir joué dans l'orogénèse le rôle d'un bloc résistant vis-à-vis des déplacements horizontaux.

1° La dernière phase orogénique datant du Miocène terminal (postérieure au

---

(2) Paul Deleau, *Présence du Stéphanien dans le Carbonifère du Bassin de Colomb-Béchar-Kénadza* (*C. R. S. Soc. Géol. Fr.*, 4, 1940, p. 29).

(1) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 940-942.

Vindobonien, antérieure au Pliocène supérieur à *Elephas meridionalis* et *Equus Stenonis*) est celle pour laquelle les documents sont les plus clairs. Les couches oligocènes et miocènes du sillon sont fortement redressées tout le long de leur bordure Sud-Ouest; elles sont même parfois renversées (Zalovon, ouest de Grevena) ou, près de Krania (sud-ouest de Grevena), sont chevauchées par les roches vertes venant de la zone dinarique externe, c'est-à-dire du Sud-Ouest. Il s'agit donc là de mouvements tangentiels d'une amplitude assez considérable. Or, ces déformations ne se manifestent que sur une largeur de quelques centaines de mètres à partir de la limite sud-ouest des couches tertiaires. Dans tout le reste du sillon, large d'une trentaine de kilomètres en moyenne, les terrains oligocènes et miocènes sont faiblement inclinés vers le Nord-Est, comme s'il n'y avait eu qu'un mouvement de relèvement d'ensemble autour d'un axe synclinal situé très près de la limite nord-est du sillon.

2° Au cours de la phase tectonique principale (Oligocène inférieur), le bord sud-ouest du sillon marque la limite, vers le Nord-Est, des plis intenses de la zone dinarique externe. En maints endroits le long de la zone de contact entre celle-ci et le sillon, on voit les calcaires éocènes inférieurs et crétacés de cette zone externe réapparaître, violemment redressés, perçant leur manteau de flysch et parfois la nappe des serpentines, comme s'ils avaient rencontré un obstacle les forçant vers le haut. On peut suivre ce phénomène depuis le Grammos jusqu'au Kotziakas inclus.

Au nord-est de cette limite, aux rares points où le substratum du sillon affleure sous le Tertiaire, on voit les calcaires du Crétacé supérieur, modérément inclinés, reposer normalement, avec parfois quelques bancs conglomératiques rougeâtres intercalés, sur des riadiolarites, elles-mêmes recouvrant des roches basiques à peu près saines. Plus loin vers l'Est, sur la bordure occidentale du massif pélagonien, ces calcaires sont transgressifs indifféremment sur le Trias, les roches vertes et autres terrains fortement plissés, mais ne présentent eux-mêmes que des ondulations à grand rayon de courbure.

3° La phase orogénique de la fin du Crétacé inférieur dite phase *anté-Gosau*, n'a au contraire affecté que les régions situées au nord-est du sillon, où elle se manifeste par la discordance du Crétacé supérieur mentionnée plus haut. Au sud-ouest du sillon, dans la zone dinarique externe, on ne peut y rapporter tout au plus que des variations de faciès dans une série concordante depuis le Trias moyen jusqu'à l'Eocène supérieur. Bien loin d'être un effrondrement récent, le sillon semble donc avoir eu, comme tel, une longue histoire derrière lui. Il paraît avoir occupé depuis longtemps la même place relative en bordure du massif pélagonien. Son fond est demeuré rigide et a joué par rapport aux poussées orogéniques le rôle d'une butée arrêtant la propagation des déformations tectoniques.

Ces quelques considérations entrent dans le cadre de la suggestion que j'ai

déjà formulée concernant l'origine des roches vertes de Grèce et d'Albanie ([2]). Me fondant sur leurs conditions de gisement, j'ai été amené à admettre qu'elles auraient été émises, après le Trias, par une grande déchirure qui se serait produite, lors d'une période de distension, entre le massif pélagonien et le géosynclinal dinariqne, précisément dans la situation encore occupée par le sillon ([3]). Celui-ci se trouverait donc sur le lieu de l'ancienne émission fissurale; il est effectivement jalonné sur toute sa longueur par les roches vertes. Cette sorte de batholithe aurait d'abord été profondément enracinée dans les zones plutoniques dont il émanait, ce qui pouvait suffire à arrêter la propagation vers le Sud-Ouest des mouvements anté-Gosau du massif pélagonien. Puis, décollé par les grandes poussées tertiaires, il se serait alors déplacé, probablement vers le Sud-Ouest, en bloc avec le massif pélagonien, transmettant vers la zone dinarique externe les poussées qui ont donné lieu aux plis et aux charriages intenses de cette zone.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *L'ontogénie du phloème chez le* Phaseolus vulgaris *L.* Note (*) de M. **Albert Duchaigne.**

Alors que le xylème des plantules a été particulièrement bien étudié, le phloème, plus difficile à observer, n'a pas encore été décrit avec toute la précision nécessaire. C'est pourquoi nous nous sommes efforcé, en étudiant l'ontogénie de l'appareil conducteur du *Phaseolus vulgaris*, de voir s'il y avait une véritable évolution du phloème.

Nous avons constaté, au cours du développement, d'importantes modifications dans la structure libérienne aux divers niveaux de la plantule. Les premiers tubes criblés se différencient avant les premiers vaisseaux et le phloème prend dans la tige une plus grande extension que dans la racine.

1° Dans la majeure partie de la racine, il est formé de tubes criblés serrés les uns contre les autres et disposés en une bande étroite étalée sur le péricycle; les cellules du parenchyme sont rares et de faible taille; un massif de fibres (*f*, *fig*. 6 et 9), à différenciation précoce, occupe la région médiane et interne de chaque faisceau libérien.

2° A l'approche du collet, la racine se dilate progressivement; les fibres, de moins en moins nombreuses, finissent par disparaître; les tubes criblés se dispersent dans un parenchyme libérien homogène, de plus en plus abondant au fur et à mesure que l'on s'élève.

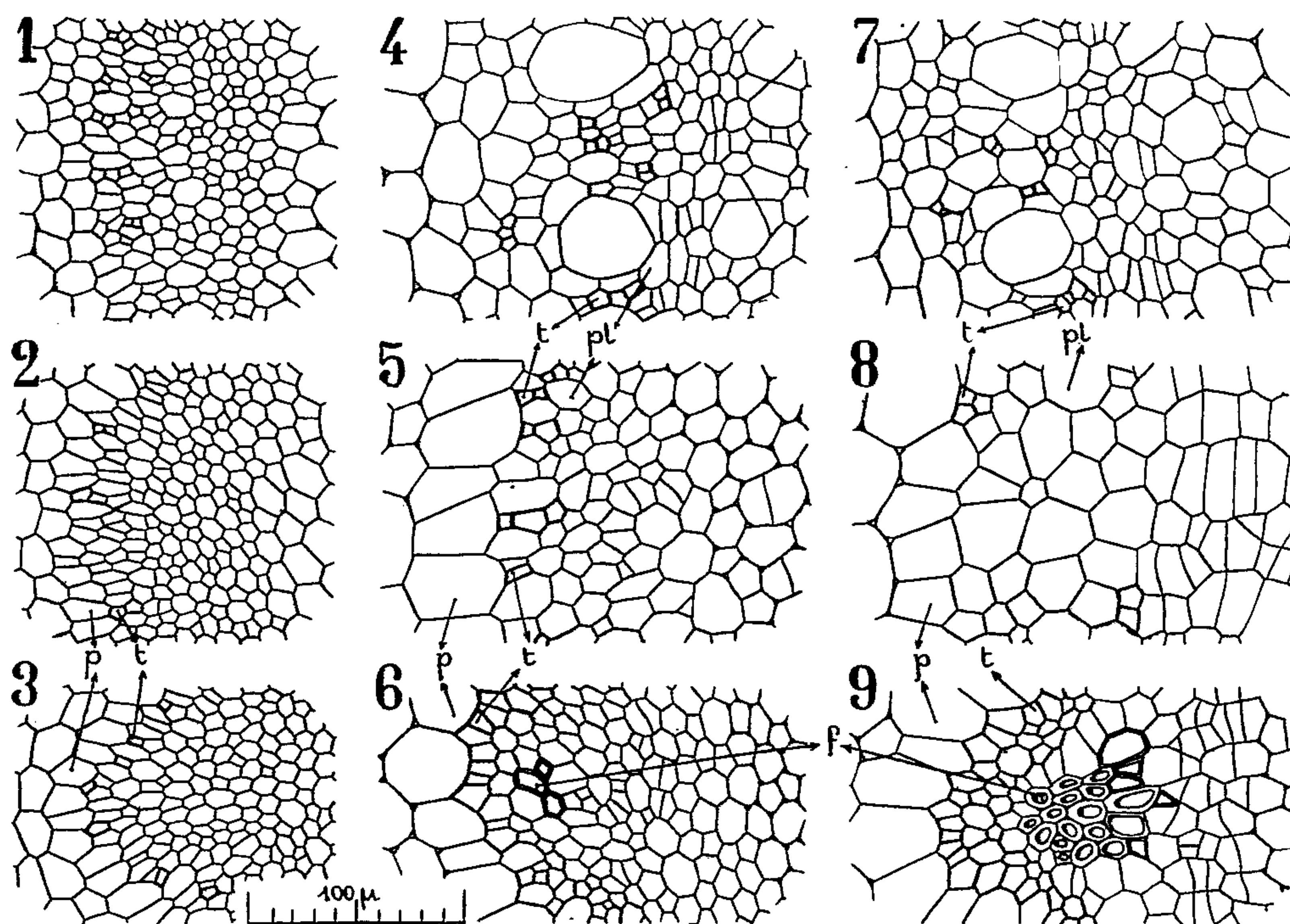
([2]) *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 735-736.

([3]) Ces roches vertes, issues du sillon, se sont en grande partie épanchées jusque dans le géosynclinal adriatico-ionien, où nous les voyons maintenant engagées dans la tectonique en nappe de la zone externe.

(*) Séance du 27 avril 1948.

3° Au collet, le parenchyme libérien devient peu à peu hétérogène. D'immenses cellules régulières apparaissent, atteignant de 40 à 50$^{\mu}$ de diamètre; elles sont disposées en une seule assise et sont séparées par des plages d'éléments plus petits dont le diamètre ne dépasse guère 20$^{\mu}$. Les tubes criblés, de 8$^{\mu}$ de calibre environ, un peu plus petits que dans la racine, forment des petits groupes dispersés dans le parenchyme, et l'ensemble contribue à donner au phloème de la tige un aspect particulier.

On peut donc distinguer dans les jeunes plantules de Haricot trois types différents de phloème, l'un fibreux, réalisé dans la majeure partie de la racine (*fig.* 6, 9); le second sans fibres, à parenchyme libérien homogène,



Phaseolus vulgaris. — Graines, 1, 2, 3; plantule de 2 jours, 4, 5, 6; plantule de 4 jours, 7, 8, 9. Racine, 3, 6, 9; base radicale, 2, 5, 8; milieu de l'hypocotyle, 1, 4. 7. Péricyle, *p*; tubes criblés, *t*; fibres, *f*; parenchyme libérien, *p. l.*

dans la base radicale (*fig.* 5, 8); le troisiéme sans fibres également, mais à parenchyme hétérogène, dans la tige (*fig.* 4, 7). Ces types ne se succèdent jamais brusquement, mais toujours progressivement. Ils commençent à s'ébaucher dans la graine (*fig.* 1, 2, 3).

D'autre part nous avons observé une évolution vasculaire semblable à celle que nous avons déjà décrite chez le *Calendula* (1), mais plus accélérée toutefois,

(1) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 946.

et une activité particulièrement intense de la zone génératrice au collet, en rapport avec la naissance précoce des radicelles (*comparer fig.* 7 et 8).

Ces faits confirment encore qu'il n'y a pas identité des faisceaux dans la racine et dans la tige et qu'il n'y a pas non plus raccord de deux appareils conducteurs différents, l'un radical, l'autre caulinaire. Ils montrent l'existence d'une évolution du phloème primaire que nous qualifions de basifuge, car le phloème secondaire de toute la plante ressemble au phloème primaire de la tige.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Variété des organites cellulaires évoluant en taninoplastes.* Note (*) de M. **Jean Politis**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Acacia macradenia Benth. — Tandis que les feuilles de l'espèce *Acacia trinervata* et d'autres espèces du genre *Acacia,* soumises à l'action des vapeurs d'ammoniaque et de l'oxygène atmosphérique, prennent une coloration brune à cause de la grande quantité de tanin qu'elles contiennent (1), celles de l'espèce *Acacia macradenia,* soumises à la même action, ne prennent pas cette coloration. Cela est dû précisément à l'absence d'une grande quantité de tanin. En effet, en examinant une coupe perpendiculaire à travers une des folioles formant les feuilles composées de cette plante, on s'assure qu'un très petit nombre de cellules du parenchyme en palissade, seules, contiennent du tanin. Dans chacune de ces cellules on voit d'abord un corpuscule sphérique qui, sous l'action des vapeurs d'ammoniaque, prend une coloration brune et présente en général toutes les réactions microchimiques du tanin. Ces corpuscules, parfois, paraissent se multiplier par une sorte de bourgeonnement et dans ce cas on trouve, dans la cellule, plusieurs corpuscules réunis en grappe. On voit donc que les tanins, dans un certain nombre de plantes, apparaissent d'abord dans le cytoplasme, au sein de corpuscules spéciaux que nous désignons sous le nom de *taninoplastes.*

Le taninoplaste grossit progressivement, prend un volume égal ou supérieur à celui du noyau, puis perd la forme sphérique; alors le tanin remplit une grosse vacuole. Dans ces cas on rencontre dans les mêmes cellules deux catégories de vacuoles, les unes riches en tanin, les autres dépourvues de ce produit. Des taninoplastes, nous en avons observé dans d'autres espèces d'Acacias, à savoir: *Acacia decurrens* Willd., *A. brachybotrya* Benth., *A. neriifolia* A. Cunn., *A. pubescens* R. Br., *A. linifolia* Willd., *A. cultiformis* A. Cunn., *A. sclerophylla* Lindl.

Les recherches de Mangenot (1928-29-30) ont attiré l'attention sur l'existence, signalée par Went et par Af. Klercker, de deux catégories distinctes de

(*) Séance du 27 avril 1948.

(1) J. Politis, *Comptes rendus,* t. 226, 1948, p 1389.

vacuoles dans les cellules adultes de nombreux végétaux, des vacuoles riches en tanoïdes et d'autres vacuoles dépourvues de tanoïdes.

Bailey a révélé (1930) ces deux catégories de vacuoles dans les cellules cambiales de nombreuses Gymnospermes et Angiospermes. Ces vacuoles spécialisées apparaissent de très bonne heure; leur origine n'a pu être précisée. D'après nos recherches les vacuoles tannifères d'*Acacia* résulteraient d'une action de certains organites élaborateurs que nous avons désignés sous le nom de taninoplastes. Nous avons constaté que les élaïoplastes décelés dans un grand nombre de plantes phanérogames apparaissent en contact avec le noyau. D'autre part, nos observations sur des cellules renfermant des pigments anthocyaniques nous ont permis de constater que les corpuscules décrits par nous sous le nom de cyanoplastes apparaissent souvent au voisinage du noyau. Ces faits nous ont conduit à supposer qu'un gène, à la suite d'une excitation, sort du noyau et se multiplie; les éléments qui proviendraient de cette multiplication produisent de l'anthocyane et seraient en même temps des facteurs héréditaires.

Ce que nous avons supposé pour la formation de l'anthocyane, nous pouvons aussi le supposer pour les tanoïdes et d'autres produits de l'activité de la cellule. D'après cette hypothèse on pourrait distinguer trois cas dans l'évolution des organites élaborateurs des tanoïdes. Dans le premier cas, un gène, après être sorti du noyau, constituerait une sphérule unique par cellule; c'est le cas des taninoplastes de certaines Orchidées (*Eria stellata*, *Cœlogyne cristata*). Dans le second cas, le gène, qui sort du noyau grossit un peu, puis se multiplie pour former des éléments qui se transforment en sphérules indépendantes les unes des autres ou réunies en grappe, qui sont capables d'élaborer des tanoïdes. C'est le cas de certains taninoplastes d'*Acacia*. Dans le troisième cas, qui serait le plus commun, le gène sorti du noyau, grossit un peu, puis se multiplie pour former de nombreux éléments mitochondiformes, en filament; ces formes, qui sont modifiables et qui paraissent dépendre des mouvements cytoplasmiques, on peut les observer dans ces cellules embryonnaires. C'est le processus décrit par P. Dangeard pour la formation des tanins dans les jeunes feuilles d'un certain nombre de Conifères.

MORPHOGENÈSE. — *Sur la destinée des fragments de rayons osseux isolés de leur base dans les nageoires de Poissons Téléostéens.* Note de M. **Maurice Blanc**, présentée par M. Louis Fage.

Dans un travail antérieur (¹) je m'étais posé la question de savoir ce que devenait un fragment de rayon restant isolé de la base de la nageoire après amputation de celle-ci, lorsque la réparation ne se faisait pas normalement.

(¹) *Arch. Zool. exp. gén.*, N. et Rev. n° 4, 85, 1947.

J'avais émis l'opinion que ce fragment osseux persistait grâce à l'apport de matériaux nutritifs fournis aux dépens des rayons entiers voisins, par l'intermédiaire d'anastomoses sanguines transversales dont j'avais en effet constaté la formation à la suite de l'opération.

Aujourd'hui, j'apporte la confirmation de ce fait. Les fragments distaux des rayons osseux isolés de la base de la nageoire ont pu être maintenus expérimentalement dans cette situation pendant une année entière sans aucune résorption. Ils conservent le même aspect que les rayons entiers voisins et comme eux peuvent même continuer à s'accroître distalement par l'addition de nouveaux articles à la partie terminale, ainsi qu'on peut s'en rendre compte facilement en comptant le nombre des articles et en comparant les chiffres obtenus sur un même animal à différentes époques.

J'ai alors essayé de pratiquer à la fois sur les mêmes rayons, l'amputation de quelques articles médians de ces rayons et l'amputation des articles terminaux des fragments distaux déjà isolés de leur base par la première amputation. J'ai pu ainsi constater que l'extrémité distale des fragments de rayons isolés de leur base était capable de régénérer leur partie terminale supprimée, au même titre que les autres rayons de la nageoire restés en relation avec leur partie basale.

Ces résultats m'ont alors incité à envisager quel pouvait être le rôle du système nerveux radiaire sur la régénération des rayons osseux. En effet, dans les expériences ci-dessus, la continuité des nerfs radiaires a été forcément interrompue en même temps que la continuité osseuse lors de l'amputation médiane. Il suffit donc de veiller à ce que l'orifice pratiqué dans la nageoire ne se referme pas pendant la durée de l'expérience pour être sûr que cette continuité nerveuse ne se rétablit pas, tout au moins en suivant le trajet normal.

Deux auteurs, Vilter ([2]) et Thibault ([3]), ont mis successivement en évidence l'existence d'une innervation trisegmentaire dans les nageoires des Poissons Téléostéens : chaque nerf radiaire innerve non seulement son propre rayon, mais aussi les deux rayons voisins, par suite d'un *recouvrement nerveux en surface*. Il y a donc, d'après eux, pour chaque rayon, une innervation principale fournie par le nerf radiaire du rayon considéré et une innervation accessoire fournie par les nerfs radiaires des deux rayons encadrants. Par conséquent, la section de trois nerfs radiaires successifs provoque à coup sûr l'énervation complète du rayon central.

L'apparition à l'état permanent d'une zone de mélanodilatation dans la région dont on a sectionné les nerfs (les animaux étant maintenus constamment sur fond blanc) peut servir, en effet, comme preuve de l'énervation complète; s'il n'en était pas ainsi, la mélanodilatation disparaîtrait rapidement. Person-

---

([2]) *Comptes rendus, Soc. Biol.*, **129**, 1938, p. 1166-1168, et **130**, 1939, p. 388-390.
([3]) *Bull. Mus. Hist. Nat. Marseille*, 4, 1, 1944 p. 17-40.

nellement, ce contrôle physiologique de l'énervation d'une partie de la nageoire, bien qu'indirect, me semble préférable aux vérifications que l'on pourrait tenter de faire à l'aide d'injections au bleu de méthylène. Le seul inconvénient de la méthode est que la solidité de la nageoire se trouve fortement compromise par ces amputations, et que l'on risque de voir la région située au delà du volet se détacher lorsque l'animal effectue des mouvements trop brutaux si le volet pratiqué est très étendu. Néanmoins, j'ai pu constater de cette façon que le système nerveux radiaire n'est pas indispensable à la régénération terminale des rayons osseux des nageoires de Poissons Téléostéens; en effet, ces phénomènes se produisent très bien dans les conditions expérimentales définies ci-dessus.

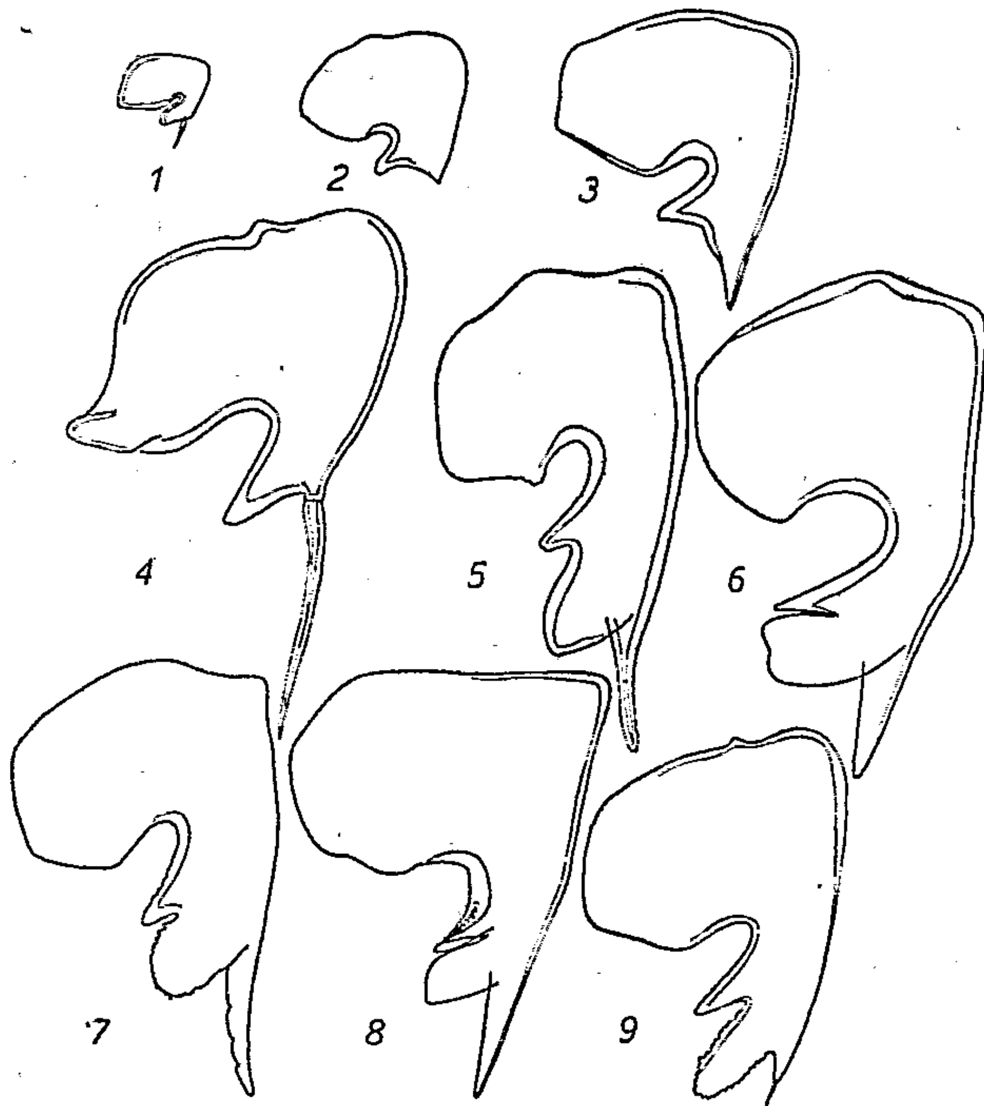
Nous pouvons donc dire que des fragments de rayons osseux, séparés expérimentalement de la partie basale de la nageoire et n'ayant de rapport avec celle-ci que par la voie sanguine, peuvent continuer à subsister ainsi, à croître normalement, et même à régénérer leur partie terminale si on la leur supprime.

ZOOLOGIE. — *Les variations de* Phymatoniscus tuberculatus *Rac.* (*Crustacés Isopodes terrestres*). *Essai d'interprétation de la loi biogénétique.* Note de M. **Albert Vandel**, présentée par M. Louis Fage.

E. G. Racovitza a institué deux genres d'Isopodes terrestres, *Oritoniscus* et *Phymatoniscus*, voisins l'un de l'autre, mais dont le second est plus spécialisé que le premier. L'exopodite du premier pléopode mâle porte un lobe simple chez *Oritoniscus* (*fig.* 4), trifurqué chez *Phymatoniscus* (*fig.* 5-9). La répartion typiquement tyrrhénienne du genre *Oritoniscus* implique que sa différenciation date de l'époque nummulitique. La distribution pyrénéo-cévenole de *Phymatoniscus* établit que l'origine de ce genre s'est produite sur une Tyrrhénide déjà scindée en deux moitiés par le géosynclinal alpin; elle remonte donc au néogène. L'espèce pyrénéenne, *Phymatoniscus tuberculatus* Rac., occupe la moitié orientale des Pyrénées, depuis la vallée de la Garonne jusqu'aux Corbières occidentales. Elle présente des variations à la fois très étendues et extrêmement complexes. Au cours de 25 ans de recherches, des séries assez complètes de cette espèce, toujours rare et très localisée, ont pu être rassemblées. Leur étude a permis d'établir les faits suivants :

1° *Variations ontogéniques.* — L'exopodite du premier pléopode mâle subit, au cours du développement individuel, des transformations importantes. Cet appendice (*fig.* 1) présente, chez le très jeune mâle ($1^{mm},25$), *tous les caractères de l'appendice correspondant du genre Oritoniscus* (*fig.* 4, *Or. pyrenæus* Rac.). Ce fait établit, sans conteste, que *Phymatoniscus* dérive d'*Oritoniscus*, dont il ne diffère que par la spécialisation et la complication du premier pléopode mâle. C'est là un remarquable exemple de parallélisme de l'ontogénie et de la

phylogénie (loi biogénétique). Le développement est caractérisé par la réduction, et généralement la disparition, de la soie terminale et par la trifurcation du lobe interne de l'exopodite (*fig.* 2-3).



2° *Variations raciales.* — *Phy. tuberculatus* se scinde, comme beaucoup de formes pyrénéennes, en races géographiques ou sous-espèces; elles sont caractérisées par la forme de l'exopodite du premier pléopode mâle. On peut reconnaître, dans l'état actuel de nos connaissances, cinq sous-espèces distinctes : *a. arbassanus* (*fig.* 5), comprise entre les vallées de la Garonne et du Salat; *b. gironensis* (*fig.* 6), localisée dans l'Aven Casteras, à Riverenert, près de Saint-Girons; *c. helenæ* (*fig.* 7), qui peuple la moyenne vallée de l'Ariège, entre Tarascon et Foix; *d. varilhensis* (*fig.* 8), propre aux petites Pyrénées ariégeoises; *e. tolosanus* (*fig.* 9), originaire des Corbières occidentales, mais qui a atteint secondairement, en suivant la dépression languedocienne, le pays toulousain.

3° Le polymorphisme si étendu de *Phy. tuberculatus* représente le résultat de la combinaison de variations ontogéniques et raciales. Les caractères sexuels des mâles de la race *varilhensis* se développent avec une extrême lenteur. Les mâles de grande taille ($4^{mm},5$) correspondant au stade adulte, ne possèdent, pour la plupart, que des caractères sexuels incomplètement formés; ils doivent être considérés comme des *néoténiques*. Inversement, les caractères sexuels de la race *gironensis* apparaissent de façon remarquablement précoce. Les mâles mesurant $2^{mm},25$ possèdent déjà des caractères sexuels parfaitement développés.

A ce stade, l'exopodite de *gironensis* présente très exactement la forme de l'appendice correspondant d'*arbassanus* (*fig.* 5). Mais, lorsque le mâle atteint la taille maxima de l'espèce (4^{mm}, 5), la forme de l'exopodite est nettement différente (*fig.* 6); le type *gironensis* est donc *surévolué* par rapport à celui d'*arbassanus*.

Conclusions. — Il est possible de rendre compte des variations complexes de *Phy. tuberculatus* en invoquant un mécanisme ontogénique très simple. On sait que la croissance des caractères sexuels est de type allométrique positif (Lameere, Champy, J. S. Huxley, etc.). Les caractères sexuels des Arthropodes se trouvent sous la dépendance d'un inducteur ou organisateur sexuel dont la nature exacte nous échappe encore, mais dont l'existence ne saurait être mise en doute. Si l'induction est faible, le caractère sexuel se développe lentement, et sa différenciation est faible. C'est la condition réalisée chez les formes primitives. Si l'induction est forte, l'évolution du caractère sexuel est rapide; elle conduit, en raison des conditions d'allométrie, à un haut degré de différenciation de l'organe. C'est le propre des espèces évoluées. Les genres *Oritoniscus* et *Phymatoniscus*, les sous-espèces *arbassanus* et *gironensis*, offrent des exemples très clairs de ces conditions opposées. L'évolution phylogénique et ses répétitions ontogéniques (loi biogénétique) apparaissent comme la conséquence de la vitesse variable des déroulements embryonnaires.

PHYSIOLOGIE. — *Sur quelques propriétés remarquables de l'extrait de glande hypobranchiale chez* Murex erinaceus. Note (*) de MM. **Antoine Jullien** et **Jean Ripplinger**, présentée par M. Léon Binet.

L'extrait de glande à pourpre de *Murex erinaceus* manifeste des propriétés bien différentes de celui de *Murex trunculus* et *Murex brandaris* déjà étudiés par l'un de nous (1). Nous nous sommes servis, dans nos investigations, du produit obtenu par broyage et macération de glandes fraîchement excisées en Ringer ésériné. Quelques douzaines d'exemplaires de Murex sont nécessaires pour fournir un gramme d'organe. Le liquide de macération est incolore; l'apparition du pigment est lente et exige une exposition de plusieurs heures à la lumière solaire.

Si l'on applique l'extrait au 1/20 sur une préparation de muscle dorsal de Sangsue stabilisée (mS; *fig.*), on recueille, au début, un effet de type acétylcholinique (3, *fig.*), mais il est de faible amplitude et correspond à un taux minime de substance équivalente en acétylcholine; il ne dure que quelques minutes; alors, la contraction s'arrête et une décontraction lui succède (4, *fig.*). Elle ramène tout d'abord progressivement la préparation à sa longueur initiale;

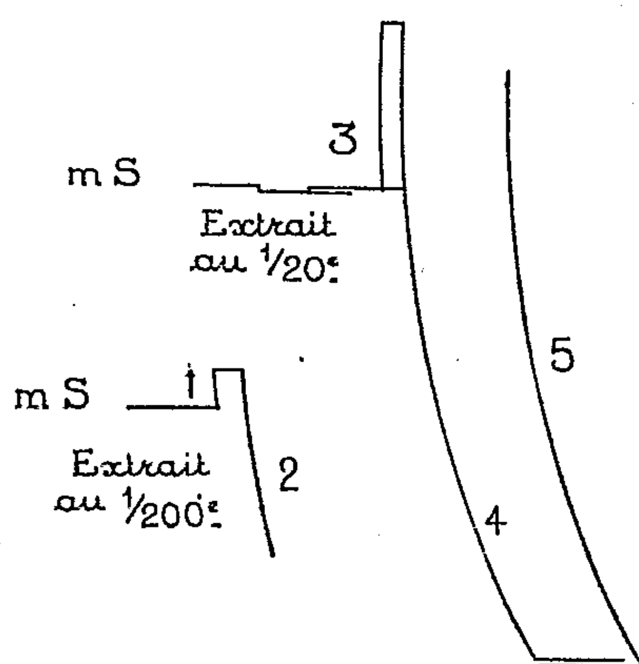
(*) Séance du 26 avril 1948.

(1) A. Jullien, M.-D. Garabedian et R. Gibault, *C. R. Soc. Biol.*, 135, 1941, p. 1936.

puis, la détente musculaire s'accentue et se poursuit régulièrement jusqu'à atteindre, après une demi-heure, une ampleur telle que le muscle de Sangsue peut s'allonger du tiers environ de la dimension qu'il avait au départ. Les effets ci-dessus se manifestent déjà à la concentation de 1/200 (1 et 2, *fig.*).

L'action dévevoppée par l'extrait de *M. erinaceus* s'oppose donc à l'effet puissant consécutif à l'application, sur le même test, de l'extrait similaire de *M. tranculus*, comme elle se différencie également de celui de *M. brandaris*, qui laisse la préparation insensible.

L'adjonction subséquente à l'extrait de *M. erinaceus* d'une certaine quantité de solution d'AC $1/10^7$ arrête cette chute marquée du tonus et amorce une nouvelle contraction (5, *fig.*). Cette dernière peut être bloquée par l'addition d'une certaine quantité d'extrait au 1/20 et il est posssible d'établir empiriquement un mélange équilibré d'AC et d'extrait, inactif sur le muscle et susceptible de le fixer à un niveau de contraction choisi par l'expérimentateur.



Ainsi l'extrait total de glande hypobranchiale de *Murex erinaceus* se révèle, sur le muscle de Sangsue, comme un antagoniste parfait de l'acétylcholine.

L'injection de l'extrait au 1/20, à la dose de 1^{cm^3} dans la cavité abdominale d'un poisson d'eau douce (Tanche ou Poisson-Chat) laisse inaltéré son comportement normal, sauf, parfois, l'apparition d'un léger engourdissement passager, sans changement de posture. L'extrait semble donc dépourvu de toxicité à la différence de l'extrait de *M. trunculus* fortement toxique ([1]).

L'extrait de *M. erinaceus* est capable de neutraliser les effets toxiques consécutifs à l'injection d'un extrait de glande à pourpre desséchée de *M. trunculus*. Celui-ci à la dose de 1^{cm^3} d'une solution au centième provoque, après un intervalle de temps de 5 à 10 minutes, un ralentissement progressif des mouvements, l'arrêt de la respiration, puis une immobilisation complète sur le côté; l'animal flotte entre deux eaux. Ce n'est là toutefois qu'un état de

([1]) A. Jullien et A. Bonnet, *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 932.

mort apparente qui persiste pendant plusieurs heures. Si, au cours de cette période, on met le cœur à nu, l'organe se montre animé de contractions, mais le rythme est très ralenti. Cependant, la mort survient toujours par la suite, l'évolution des symptômes étant irréversible. Ces effets sont vraisemblablement à rapporter à une action analogue à celle que l'un de nous a étudiée antérieurement, avec H. Cardot, chez la Grenouille, c'est-à-dire à une curarisation par élévation de la chronaxie musculaire.

Si, à ce stade de mort apparente, on injecte à l'animal de l'extrait au 1/20 de glande à pourpre de *M. erinaceus*, on assiste à une véritable résurrection par réapparition rapide des mouvements et de la respiration. Cet extrait agit comme décurarisant, non par un effet contraire sur l'excitabilité musculaire puisque injecté seul, il laisse à peu près inaltérée la motilité normale, mais peut être, soit par destruction ou fixation par adsorption des composés curarisants réalisant ainsi une combinaison inactive, soit par sa seule présence, à la façon dont l'atropine chez les Vertébrés s'oppose à l'action de l'acétylcholine.

En résumé, d'une première série d'observations faites chez *Murex erinaceus* sur l'extrait frais de glande hypobranchiale, il résulte que le produit fait baisser dans des proportions considérables le tonus du muscle de Sangsue et est antagoniste de l'acétylcholine, qu'il sembre dépourvu d'action sur l'excitabilité neuro-musculaire et qu'il neutralise les effets curarisants de l'extrait similaire chez *Murex trunculus*.

PHYSIOLOGIE DES SENSATIONS. — *Sur la relation entre l'odeur et la structure moléculaire*. Note de M. **Marcel Guillot**, transmise par M. Léon Binet.

Depuis bien longtemps on s'est efforcé de mettre sur pied une théorie générale reliant la structure moléculaire des composés chimiques à leur odeur. Tout permet de penser qu'une telle relation doit exister. Les innombrables exemples maintenant connus de rapport étroit entre structure moléculaire et activité pharmacodynamique suffiraient à le faire prévoir *a priori*. Mais de plus, des règles empiriques ont été accumulées par les techniciens de la parfumerie ([1]). On a caractérisé, dans les molécules organiques, les groupements fonctionnels favorables à l'apparition de l'odeur (osmophores), l'influence sur eux d'autres groupements et de leur position, l'influence mutuelle de plusieurs osmophores dans la même molécule. La complexité de cette masse de résultats amène toutefois à conclure que c'est en réalité l'ensemble de la structure moléculaire qui intervient. On sait d'ailleurs que les moindres modifications structurales (passage d'un *cis* au *trans* dans le cas du

---

([1]) Martinet, chapitre *Odeur et constitution chimique*, in *Traité de Chimie organique*, Paris, (s. d.), 2, fasc. II, p. 599.

nérol et du géraniol, cyclisation dans le cas du citronellal et de la pseudo-ionone) ont un immédiat retentissement sur l'odeur.

On observe même une grande analogie d'odeur entre molécules contenant des groupements fonctionnels différents, si la configuration générale reste la même : toutes les molécules à grand cycle polyméthylénique de Ruzicka sont douées de l'odeur de musc, dès que le nombre des atomes de carbone atteint une certaine valeur, quelle que soit la nature du maillon à fonction différenciée, de même que toutes les molécules isostériques (même nombre d'électrons libres dans le noyau, quel que soit le nombre de ses maillons) ont une odeur apparentée (Ehrensvärd), comme par exemple la benzaldéhyde et le furfural ([2]).

Cependant, un fait capital subsiste, qui jusqu'ici a constitué un obstacle infranchissable à l'établissement d'une théorie générale : c'est l'analogie évidente d'odeur existant, dans certains cas, entre composés de structures absolument différentes, comme l'acide cyanhydrique et la benzaldéhyde, d'une part, ou les muscs à grands cycles et les muscs nitrés d'autre part.

Or cette difficulté me semble désormais levée par les conclusions auxquelles m'a déjà amené l'étude des anosmies partielles chez l'Homme. J'ai en effet été conduit à admettre ([3]) que dans chacun de ces cas litigieux, ces types de structure différents correspondaient nécessairement à des récepteurs sensoriels (ou à des mécanismes nerveux) indépendants, c'est-à-dire à des odeurs fondamentales distinctes, malgré l'analogie subjective des sensations olfactives. Il n'y a dès lors plus aucune restriction à apporter à la conception d'une relation directe entre chaque type de structure moléculaire et un type particulier de récepteur (ou d'odeur fondamentale). Il est vraisemblable qu'une telle correspondance est attribuable à une analogie ou à une compatibilité de configuration entre la molécule odorante fixée par la cellule sensorielle et l'un des constituants essentiels de celle-ci (ce qui nous ramène aux osmorécepteurs de Ruzicka). On sait d'ailleurs aujourd'hui que ce sont de telles analogies structurales qui conditionnent les absorptions sélectives, ou qui permettent dans une cellule vivante la substitution d'un métabolite normal par une substance physiologiquement active (antivitamines, antibiotiques, sulfamides, cancérigènes, etc.).

Bien entendu, certaines molécules odorantes peuvent toucher à la fois plusieurs types différents de cellules (odeur à plusieurs composantes fondamentales). On peut imaginer alors, soit que la molécule est aisément déformable, par exemple au moment de son adsorption, et que c'est l'une des formes prises par cette molécule qui, dans chaque cas, présente la compatibilité de structure

([2]) *Acta physiol. Scand.*, 3, supp. IX, 1942, p. 1.
([3]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1307.

requise avec l'élément moléculaire actif de chaque organe sensoriel. Ou bien que diverses régions de la même molécule odorante sont successivement intéressées.

Quoi qu'il en soit, le fait qu'on est ainsi conduit à admettre l'existence d'un très grand nombre de fondamentales s'accorde bien avec la variété si grande des structures moléculaires des composés odorants. On peut enfin se poser la question de savoir si les cellules sensorielles de la muqueuse olfactive ne sont pas elles-mêmes non seulement spécialisées, mais morphologiquement différenciées d'une manière visible. Les curieuses observations faites autrefois par L. Ranvier sur leur polymorphisme autorisent cette hypothèse ([4]).

ÉLECTROPHYSIOLOGIE. — *Hypothèse sur le mécanisme de la propagation de la décharge chez le Gymnote* (Electrophorus electricus). Note de Mme **Denise Albe-Fessard**, MM. **Carlos Chagas**, **Antonio Couceiro** et **Alfred Fessard**, présentée par M. Louis Lapicque.

La propagation très rapide de l'onde de décharge le long de l'organe électrique du Gymnote pose un problème physiologique particulier : on ne peut en effet invoquer ni une vitesse exceptionnellement rapide de conduction nerveuse ([1]), ni un mécanisme cérébral de coordination des commandes au départ, la propagation étant aussi rapide chez un animal décérébré dont on provoque la décharge par stimulation médullaire haute.

On pouvait se demander si le champ créé par la décharge au moment où elle s'amorce dans un segment de l'organe n'exercerait pas quelque action, facilitante ou même excitatrice, sur les parties voisines encore au repos : dans e dernier cas, l'extension du phénomène se produirait simplement par le jeu d'une excitation de proche en proche, d'autant plus rapide à se propager qu'il y a accroissement des influences électriques à mesure que s'accumulent les éléments recrutés.

Nos recherches ont montré que le mécanisme cherché devait être plus complexe. Elles portèrent sur une vingtaine de poissons, soumis à divers types d'opération. Les enregistrements obtenus sur oscillographe cathodique, avec utilisation fréquente de deux faisceaux permettant la comparaison des décharges dans deux segments, nous ont donné les indications suivantes :

1° Il ne se produit pas, à proprement parler, d'auto-excitation, car un segment d'organe déconnecté de la moelle par section de ses nerfs reste inactif bien qu'encadré par des segments actifs; de même, après section médullaire, la portion située en arrière de la section n'est pas activée par la décharge de la

---

([4]) *Traité technique d'histologie*, 2e éd., Paris, 1889, p. 715.

([1]) D. Albe-Fessard, C. Chagas, A. Couceiro et A. Fessard, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1309.

portion antérieure, du moins si l'on a attendu assez longtemps (3 jours) pour qu'ait cessé l'irritation médullaire au voisinage de la coupure.

2° Cependant, le champ créé par une décharge naissante dans les régions voisines encore inactives semble jouer un rôle, car si une portion moyenne d'organe assez longue, 15^{cm} par exemple, est rendue silencieuse par déconnexion nerveuse bilatérale, des défaillances dans la synchronisation des segments extrêmes s'observent. Il arrive même que les décharges segmentaires se poursuivent sur des rythmes indépendants.

3° Cette action supposée du champ de l'onde naissante est à rapprocher de celle que l'on peut observer réellement [2] lorsque, stimulant rythmiquement le nerf d'une tranche d'organe prélevée sur un animal, on fait passer perpendiculairement aux plaques un courant électrique durable dans le sens qu'y aurait la décharge naturelle : la réponse s'enrichit alors de nombreuses composantes, comme si des impulsions nerveuses devenaient tout à coup capables d'activer des plaques électriques qu'elles bombardaient jusque-là sans succès. En l'absence de courant extérieur, c'est chaque décharge partielle qui exerce l'effet facilitant, dont bénéficiera la décharge suivante sous forme d'un accroissement d'amplitude, jusqu'à ce que toute la tranche soit active. Tout indique l'existence d'une action facilitante de la décharge qui commence sur l'excitabilité de l'organe qu'elle envahit.

4° Revenant à la décharge naturelle, il reste à prouver qu'au moment où s'amorce localement cette décharge, des impulsions nerveuses se trouvent partout prêtes à profiter de cette auto-facilitation. Nous avons eu l'indication de cette possibilité en étudiant l'activité électrique d'une moelle, dans un cas où ayant, après une délicate opération, sectionné tous les nerfs électriques, nous pûmes enregistrer les potentiels d'action intra-médullaires sans être gênés par la décharge. Nous observâmes alors que la moelle lance par moments des trains d'impulsions à fréquence élevée (600 par seconde et davantage), de telle sorte que, à moins de 1,7 milliseconde près, il se trouverait toujours une impulsion pour déclencher la réponse d'une plaque, à condition qu'à ce moment un champ assez intense et convenablement orienté occupe l'espace environnant.

5° Le fait qu'avant la décharge principale on observe très souvent des séries espacées de petites ondes de quelques volts est un autre argument en faveur de l'idée qu'une préparation de l'organe est nécessaire : son invasion par les impulsions préparantes s'accompagnerait çà et là de décharges qui avortent. On voit parfois surgir la première grande onde de la décharge normale d'une de ces ondes partielles dont on a pu observer sur l'écran l'enflure progressive rapide.

---

(2) D. Albe-Fessard, C. Chagas, A. Couceiro et A. Fessard, *Anais de Acad. brasileira de Ciencias*, 19, 1947, p. 371.

Ainsi, deux mécanismes distincts, le premier lié à la commande nerveuse, le second à l'effet électrique de la décharge naissante, semblent devoir être associés successivement pour assurer la mise en marche presque simultanée des innombrables éléments qui constituent l'organe électrique du Gymnote.

BIOLOGIE. — *Modifications de la résistance électrique de la crête du Chapon sous l'influence de l'hormone mâle.* Note (*) de MM. **Fernand Caridroit** et **Ladislav Tauc**, présentée par M. Robert Courrier.

Sous l'effet des hormones mâles, la crête du Chapon s'accroît. On peut se rendre compte de l'augmentation de ses dimensions soit par la mesure de sa longueur et de sa hauteur, soit par la mesure de sa surface, soit par des pesées. Les méthodes de dosage des androgènes basées sur les changements morphologiques donnent des résultats assez précis pour des quantités d'hormones dont l'activité est voisine de celle de l'unité-Chapon internationale, ($100^{\mu g}$ d'androstérone) mais, pour des quantités plus faibles ou avec des produits moins actifs, elles deviennent ou inexactes, ou très longues, ou demandent trop de sacrifices animaux.

Nous avons pensé qu'une méthode reposant sur des propriétés physiques tissulaires nous donnerait plus de sensibilité et plus de précision. Nous avons donc pris en considération la *conductibilité électrique* de la crête.

Technique. — Le premier problème à résoudre était celui des électrodes. Il fallait qu'elles donnent des résultats constants malgré les petits mouvements inévitables de la tête de l'oiseau. Nous avons construit des électrodes en forme de pince légère en plexiglass munie de deux aiguilles sur un côté qui piquaient la partie postérieure de la crête, la plus sensible aux changements de résistance électrique. Nous avons employé un pont de Wheatstone et une source de courant de 1000 fréquences sous une tension de deux volts. Tous les animaux sont de la race Leghorn blanc.

Résultats. — 1° La conductibilité de la crête du Chapon présente des différences remarquables avec celle du Coq; pour le Coq, elle est 5 à 7 fois plus grande que pour le Chapon. Des mesures faites dans les semaines qui suivent immédiatement la castration montrent que la résistance électrique s'accroît à peu près à la même vitesse que la régression des tissus (*fig.* 1). Pour un Chapon, arrivé à l'état neutre, la résistance ne varie que dans d'étroites limites : $\pm 4\%$.

2° Nous injectons chaque jour à des Chapons une solution huileuse de propionate de testostérone à des doses allant de 1,5 à $40^{\mu g}$, un même Chapon recevait toujours la même dose. Des mesures préliminaires ont toujours lieu avant l'expérience. Déjà 24 heures après l'administration de $5^{\mu g}$ de propionate de testostérone, on pouvait noter un abaissement de la résistance électrique de 5 %, et, avec $20^{\mu g}$ (équivalent de l'U. C. I.), de 15 %. Dans les jours suivants

(*) Séance du 19 avril 1948.

la résistance électrique continue à diminuer rapidement; le troisième jour, avec 20$^{\mu g}$, l'abaissement est de 37 %.

Pour de très faibles doses, au troisième jour d'injection, la diminution devient significative : ainsi avec 2$^{\mu g}$,5, l'abaissement de la résistance est de 10 %.

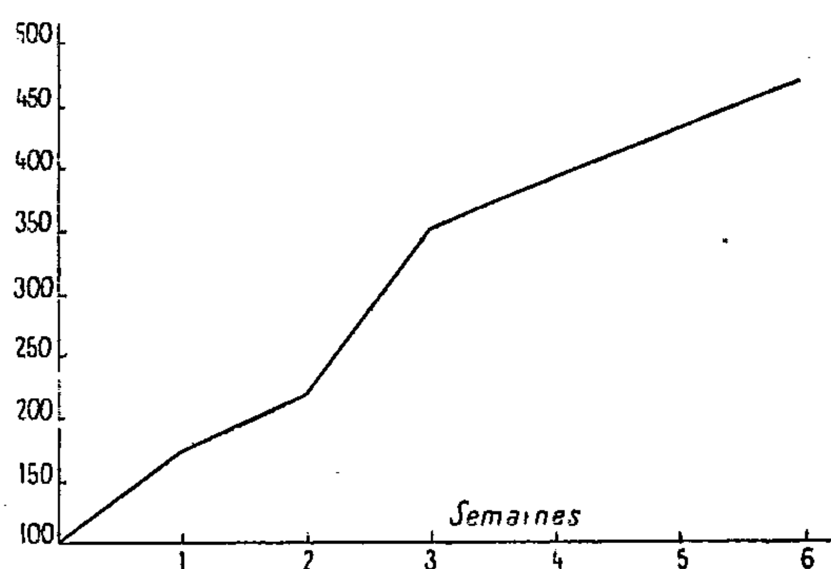


Fig. 1.

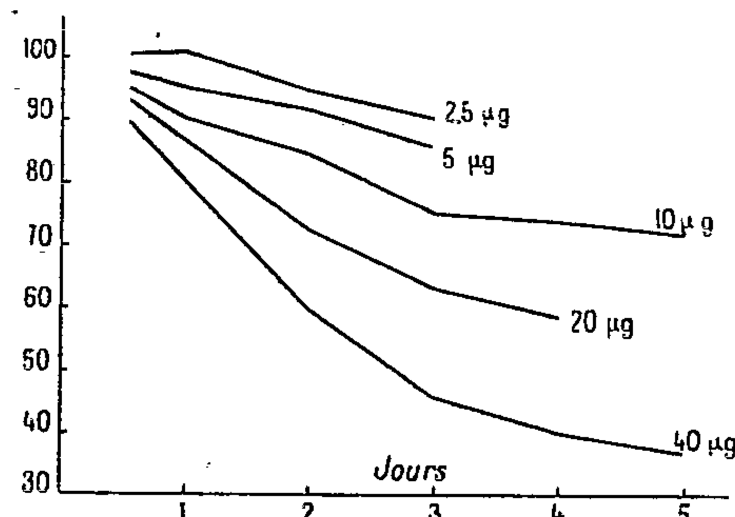


Fig. 2.

Fig. 1. — Augmentation de la résistance électrique de la crête après la castration. *En ordonnée*, valeur relative de la résistance. *En abscisse*, temps en semaines.

Fig. 2. — Abaissement de la résistance électrique de la crête du Chapon par l'hormone mâle. *En ordonnée*, valeur de la résistance. *En abscisse*, temps en jours.

Par la suite les courbes des variations tendent à devenir horizontales, mais, pour chaque dose, elles restent distinctes (*fig.* 2) pendant au moins une semaine, durée maximum des injections.

Conclusion. — Par la comparaison entre l'accroissement des dimensions de la crête d'un Chapon et la diminution de sa résistance électrique sous l'influence d'une quantité donnée d'hormone androgène, on peut se rendre compte des avantages d'une méthode de dosage biologique qui serait basée sur la mesure de la conductibilité électrique du récepteur hormonal. Elle serait plus sensible (2$^{\mu g}$,5 au lieu de 5 à 10$^{\mu g}$ de testostérone), plus précise (erreur de mesure de $\pm$ 4 % au lieu de $\pm$ 10 à $\pm$ 20 % pour le test de Pézard) et plus rapide (24 heures pour un changement de résistance électrique avec 5$^{\mu g}$ de propionate de testostérone au lieu de 4 ou 5 jours pour un changement de dimensions).

BIOLOGIE PHYSICOCHIMIQUE. — *Rôle joué par le lipo-polysaccharide du bacille tuberculeux dans l'hypersensibilité à la tuberculine et dans l'acido-résistance du bacille.* Note de Mlle **Nine Choucroun**, transmise par M. Jacques Duclaux.

Nous avons montré [1] que deux fractions isolées du bacille tuberculeux (une fraction protéinique et une fraction lipopolysaccharide) étaient respec-

[1] *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1757; *ibid.*, **210**, 1940, p. 511 et 749; **223**, 1946, p. 104; *Science*, **105**, 1947, p. 2715; *Amer. Rev. Tbc.*, n° 56, 3, 1947 p. 209.

tivement responsables des effets importants de sensibilité à la tuberculine (hypersensibilité) et de production d'anticorps glucosidiques développés dans les organismes vivants, par l'introduction du bacille tout entier.

L'objet de cette Note est de montrer que le lipo-polysaccharide que nous avons réussi à extraire du bacille tuberculeux, joue un rôle essentiel (1°) dans l'établissement de l'hypersensibilité (2°) dans la propriété d'acido-résistance du bacille tuberculeux.

Hypersensibilité. — La fraction protéinique et la fraction glucosidique isolées ont été obtenues à partir d'un extrait huileux de cadavres bacillaires tuberculeux, et trouvées dans le précipité formé par addition du dioxane à cet extrait huileux. Ainsi qu'il a été décrit ([2]), un mélange de ces deux substances se dissout dans le chloroforme additionné de 5 % d'alcool méthylique, et leur séparation est effectuée par l'éther de pétrole.

Le lipo-polysaccharide, très soluble dans le chloroforme, l'éther et l'éther de pétrole, fut facilement débarrassé, par centrifugation, de toute trace de la fraction protéinique sensibilisante insoluble dans tous les solvants organiques usuels. Mais, dans notre procédé d'extraction, nous n'avions pas réussi à débarrasser complètement ce résidu protéinique du lipo-polysaccharide, comme le montra la présence d'anticorps polysaccharidiques dans le sérum des cobayes sensibilisés avec notre substance sensibilisante la plus purifiée.

Une extraction prolongée de cette substance sensibilisante pulvérisée par un mélange de solvants nous permit d'en séparer une nouvelle quantité de lipo-polysaccharide. Quand cette extraction fut terminée, nous avons essayé sur des cobayes le pouvoir sensibilisant de cette substance protéinique purifiée. Les animaux reçurent deux injections intrapéritonéales de 1/10 de milligramme de substance protéinique dans un centimètre cube d'huile de paraffine, à deux semaines d'intervalle. Ces animaux, éprouvés à la tuberculine trois semaines après la dernière inoculation, réagirent négativement. Les animaux contrôles inoculés avec la substance sensibilisante non purifiée réagirent fortement, comme d'habitude, à l'épreuve tuberculinique.

Il suffit d'ajouter 20 γ *de lipo-polysaccharide à* 100 γ *de la substance protéinique purifiée pour lui redonner sa capacité sensibilisante.*

Nous voudrions insister sur une déduction importante liée au rôle essentiel joué par le lipo-polysaccharide du bacille tuberculeux dans le développement de l'hypersensibilité. On a très longtemps pensé que seuls les corps bacillaires tout entiers, morts ou vivants, avaient le pouvoir de développer l'hypersensibilité. Quand nous réussîmes à extraire du bacille tuberculeux une fraction ayant la capacité sensibilisante du bacille lui-même, on se demanda encore si l'hypersensibilité développée chez les animaux n'était pas due à la présence éventuelle de bacilles ou débris bacillaires dans notre substance sensibilisante.

([2]) *Amer. Rev. Tbc.*, n° 65, 3, 1947, p. 209.

Nous pensons que le nouveau résultat concernant le rôle du lipo-polysaccharide répond définitivement à cette objection. Si des bacilles ou des débris bacillaires étaient responsables de la sensibilité induite par notre substance sensibilisante, ils n'auraient pas besoin du concours du lipo-polysaccharide pour développer chez les animaux cette sensibilité à la tuberculine.

Acido-résistance. — Parmi les travaux nombreux consacrés à l'étude de l'acido-résistance du bacille tuberculeux, ceux de Boissevain et Schæffer ([3]) en 1927, ont mis en lumière un fait important concernant la relation entre l'acido-résistance du bacille tuberculeux et sa capacité sensibilisante. Ces auteurs ont montré que le bacille tuberculeux, rendu non acido-résistant par hydrolyse acide, perd en même temps son pouvoir sensibilisant.

Devant l'importance révélée de notre lipo-polysaccharide dans l'établissement de l'hypersensibilité, et sachant que cette substance est acido-résistante, nous avons pensé que l'hydrolyse de cette fraction du bacille tuberculeux pouvait être responsable de la perte de la propriété d'acido-résistance par les bacilles hydrolysés. Dans ce cas, on devait pouvoir détecter les produits d'hydrolyse du lipo-polysaccharide dans les produits d'hydrolyse des bacilles acido-résistants. Nous avons effectivement trouvé de l'acide mycolique et des sucres parmi les produits d'hydrolyse des bacilles acido-résistants. Plus important encore, nous avons pu redonner la propriété d'acido-résistance aux squelettes non acido-résistants, en leur ajoutant le lipo-polysaccharide tout entier.

Développant la technique simple de Boissevain, nous avons réussi à obtenir une fine suspension de ces formes non acido-résistantes, dans l'éther. Nous avons pu alors redonner à ces squelettes bacillaires la propriété d'acido-résistance en ajoutant à cette suspension, du lipo-polysaccharide en solution dans l'éther. L'acide mycolique et sa lactone, tous deux acido-résistants, rétablissent également l'acido-résistance des squelettes non acido-résistants.

Ces squelettes sont moins épais que les bacilles acido-résistants normaux. Ils sont attachés les uns aux autres, formant de longues chaînes, suggérant que la charge négative du bacille a été changée et abaissée au cours de la perte de l'acido-résistance. Les squelettes bacillaires *habillés* de lipo-polysaccharide deviennent plus épais et plus dispersés, montrant que leur charge a été rétablie en même temps que leur acido-résistance. Nous avons vérifié, par électrophorèse, que ces bacilles redevenus acido-résistants, par addition de lipo-polysaccharide sont plus chargés que les squelettes bacillaires non acido-résistants.

Ainsi, nous trouvons l'explication de la vraie nature de l'acido-résistance du bacille tuberculeux dans le fait que le lipo-polysaccharide que nous avons isolé est la substance responsable de cette propriété.

([3]) *Amer. Rev. Tbc.*, 16, 1927, p. 749.

SÉROLOGIE. — *Anticorps et protéines, leurs liaisons dans le sérum antisymptomatique.* Note de M. **René Paille**, présentée par M. Léon Binet.

Partant du sérum antirouget (sérum antimicrobien) et des protéines qui en furent extraites par M. Piettre avec sa *méthode à l'acétone aux basses températures*, en 1946, J. Basset a montré (1), confirmé ensuite, que l'*anticorps immunisant* est lié aux deux protéines, mais dans des proportions différentes. Par rapport au sérum entier, l'albumine supporte 60 % du pouvoir préventif; la globuline 10 ou peut-être 20 % tout au plus. Dans ce sérum, obtenu d'un cheval hyperimmun où le taux des anticorps était stabilisé, l'*anticorps agglutinant* est supporté tout entier par l'albumine (2).

Il convenait de rechercher ces liaisons dans un sérum à la fois antimicrobien et surtout antitoxique. Nous avons choisi le sérum contre le charbon symptomatique, obtenu de chevaux préparés selon la technique et avec la souche de Basset (3). Le cheval utilisé (10 ans, parfaite santé) avait reçu, en 11 mois, 2^l de culture dans la veine et 7^l de toxine (décantée) sous la peau; saignée 12 jours après la dernière injection; sérum récolté 4 jours plus tard.

Les protéines, séparées par M. Piettre, nous parvenaient séchées sous vide à basse température, la globuline et la myxoprotéine préalablement dispersées par NaOH N/10 au pH voisin de 7; pour 100 de sérum elles accusaient, en poids, albumine : 5,68 (quantité remarquablement grande); globuline : 1,32; myxoprotéine (assez proche de la globuline) : 1,35. L'expérience, faite sur le Cobaye mâle (600^g en moyenne), fut conduite exactement comme pour le rouget. A cause de la résistance naturelle que présentent 20 % en moyenne des animaux (Basset, 1925), nous dûmes opérer sur de grands nombres : une centaine.

Témoins renseignant sur le *pouvoir pathogène de la culture.* — Chez tous les cobayes, même dose de culture de 48 heures : 1/4 de centimètre cube. Sur 14 animaux : 12 succombent dans un temps de 20 à 36 heures.

Témoins renseignant sur la *qualité préventive du sérum.* — La culture, à la dose uniforme de 1/4 de centimètre cube est inoculée, sous la peau de la cuisse, 24 heures après le sérum injecté en péritoine. Avec 1/4 de centimètre cube de sérum, 6 cobayes : tous survivent; avec 1/2 centimètre cube, 1 cobaye (sur 6) meurt le onzième jour; avec 1 centimètre cube, tous survivent. Pas de lésion ou lésion minime dans la région inoculée.

---

(1) *Anticorps et protéines; leurs liaisons dans les immunsérums. Résultats expérimentaux; applications thérapeutiques.* (*Académie Vétérinaire*, **19**, séance du 10 octobre 1946, p. 261-275).

(2) Jean Basset et René Paille, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1096-1098.

(3) *Quelques maladies infectieuses*, 1946, p. 401-480.

Albumine dissoute en eau physiologique au volume correspondant de sérum.

Pouvoir immunisant. — 5 lots de chacun 6 cobayes reçoivent respectivement, dans le péritoine : 1/4, 1/2, 1, 2, 3^{cm^3} d'albumine. Éprouvés comme précédemment, tous survivent, à l'exception d'un seul ayant reçu $1/2^{cm^3}$, qui meurt en trois jours. Plusieurs sujets des trois premiers lots font une lésion locale plus ou moins importante.

Ces résultats prouvent que le pouvoir immunisant de la sérum-albumine ne le cède guère à celui du sérum total; on peut le chiffrer au moins à 80 %.

Globuline sodique (pH 7) dissoute en eau salée au volume correspondant de sérum.

Pouvoir immunisant. — 4 lots de chacun 6 cobayes reçoivent respectivement dans le péritoine : 0,5, 1, 2, 3^{cm^3} de globuline. Éprouvés comme précédemment on enregistre : 2 morts (24 heures et 3 jours) dans le premier lot; 1 (en 3 jours) dans le deuxième; 1 (en 12 jours) dans le troisième. Les survivants font, en grosse majorité, une lésion locale importante. Seuls, les cobayes ayant reçu 3^{cm^3} de globuline survivent tous et sans lésion très notable. Avec la globuline, 1 à 2^{cm^3} sont donc nécessaires pour conférer une résistance comparable à celle que l'on obtient avec seulement 1/4 de centimètre cube d'albumine, et *a fortiori* de sérum. Le pouvoir immunisant peut ainsi être chiffré aux environs de 10 %.

Globuline + myxoprotéine. — Outre la globuline, Piettre, par sa méthode, extrait du sérum une autre protéine assez proche mais différente : la myxoprotéine ([4]); et il convenait de mesurer le pouvoir protecteur de ces deux substances mélangées. Un lot de 6 cobayes reçoit le mélange à la dose de 1/4 de centimètre cube, dose qui, en albumine ou en sérum, protège tous les animaux. A l'épreuve, cinq succombent en un ou deux jours, et le survivant présente une lésion volumineuse de la région inoculée. La myxoprotéine n'ajoute donc rien au pouvoir de la globuline, et ces résultats confirment toute la supériorité de l'albumine.

Conclusions. — *L'anticorps immunisant*, dans le sérum antisymptomatique (sérum mixte surtout antitoxique), comme dans le sérum antirouget (sérum antimicrobien), est lié aux deux principales protéines, mais dans des proportions très différentes, et les résultats sont ici particulièrement nets. Par rapport au sérum entier, l'albumine supporte au moins 80 % du pouvoir préventif; la globuline, 10 % environ.

Pouvoir agglutinant. — Sur une culture jeune (12 heures d'étuve), nos résultats montrent que l'anticorps agglutinant est supporté, presque tout entier, par la globuline (ainsi qu'il fut antérieurement constaté avec d'autres sérums antitoxiques). Et la globuline seule produit la floculation en présence d'une culture chauffée à 100° pendant 30 minutes, c'est-à-dire où seul persiste l'antigène somatique.

([4]) M. Piettre, *Biochimie des protéines*, 1937.

Pour le sérum antirouget, c'est exactement le contraire. On n'est donc pas autorisé à généraliser concernant le support de l'agglutinine, et pas davantage à considérer comme liés à la seule globuline les anticorps immunisants.

SÉROLOGIE. — *Anticorps et protéines, leurs liaisons dans le sérum antirouget.* Note de M. **Jean Basset**, présentée par M. Léon Binet.

Ici même ([1]) nous avons rapporté les résultats d'expériences faites sur le Pigeon en 1946 avec ce sérum et, parallèlement, avec les protéines qui en furent extraites par M. Piettre par sa *méthode à l'acétone aux basses températures.* Il s'ensuivait : *a. concernant l'immunisine,* que par rapport au sérum entier, l'albumine supporte environ 60 % du pouvoir préventif, la globuline 10 ou peut-être 20 % tout au plus; *b. concernant l'agglutinine,* qu'elle était liée, tout entière, à l'albumine.

Nous avons repris l'expérience en utilisant des doses moindres des protéines susdites et examiné une autre protéine, assez proche de la globuline mais différente : la myxoprotéine, que M. Piettre extrait des sérums par sa méthode ([2]). Enfin, le cheval utilisé en 1946 n'ayant pas cessé de servir, il pouvait être intéressant de comparer les qualités de ses humeurs à deux ans de distance. En 1946 il avait déjà reçu au total, dans les muscles, 13 litres de culture très riche, et son sérum possédait une très haute qualité protectrice. Lors de la présente expérience de 1948, 13 litres avaient été encore injectés; on constatera que la qualité du sérum s'était légèrement amoindrie (ce n'est pas pour surprendre), mais que les anticorps avaient respectivement conservé leurs liaisons protéiniques.

Le plan expérimental est resté le même. Comme naguère, les protéines, séparées par M. Piettre, nous parvenaient séchées sous vide à basse température; pour 100 de sérum, elles accusaient, en poids : albumine, 3,40 (concentration analogue à celle du sérum normal); globuline, 1,65; myxoprotéine, 2,40, ces deux dernières, préalablement dispersées dans l'eau avec NaOHN/10 au voisinage de pH 7 avant dessiccation.

Pouvoir pathogène de la culture. — Notre souche, dont l'hypervirulence est entretenue par passages sur le Pigeon, reste inchangée. Avec 1/4 de cm^3, dose uniforme pour toutes les épreuves d'immunité, et qui correspond à 50 doses minimales mortelles, les quatre pigeons succombèrent entre 60 heures et quatre jours.

([1]) J. Basset, *Anticorps et protéines; leurs liaisons dans les immunsérums. Résultats expérimentaux; applications thérapeutiques* (*Académie vétérinaire*, **19**, 1946, p. 261-275). J. Basset et René Paille, *Comptes rendus*, **225**, 1947, 1096-1098.

([2]) M. Piettre, *Biochimie des protéines*, 1937.

Qualité préventive du sérum. — La culture (1/4 de cm^3) est inoculée 24 heures après le sérum. Le sérum est injecté à doses diverses. Avec 1/8 de cm^3, sur sept pigeons, trois seulement survivent (en 1946, tous avaient résisté). Avec 1/4 de cm^3, cinq pigeons, tous survivent; cette dose représente donc aujourd'hui la dose minimale protectrice.

Qualité préventive de l'albumine dissoute en eau physiologique au volume correspondant de sérum. — Avec 1/8 de centimètre cube, les pigeons (4 sur 4) succombent à l'épreuve comme les témoins; ce qui, par rapport au sérum, ne saurait surprendre. Mais avec 1/4 de centimètre cube, si 2 succombent (avec un retard notable par rapport aux témoins), les 2 autres résistent parfaitement, preuve que l'albumine, inférieure au sérum total, supporte néanmoins une proportion très importante d'immunisine (En 1946, cette même dose avait protégé 3 pigeons sur 4; et tous avaient résisté avec 0,5 ou 1^{cm^3}) [3].

Qualité préventive du mélange globuline et mixoprotéine dissoutes en eau physiologique au volume correspondant de sérum. — Avec 1/8, 1/4 de centimètre cube, les pigeons (8 sur 8) meurent dans le même temps que les témoins (en 1946, 1^{cm^3} même n'avait pu assurer la protection; il avait toutefois conféré un certains degré de résistance accusé par une survie de 8 à 9 jours. 2^{cm^3} étaient nécessaires pour obtenir l'immunité).

L'expérience actuelle confirme donc nos précédents résultats. L'albumine est moins riche que le sérum total en immunisine, mais c'est elle surtout (non pas les autres protéines du sérum : globuline, myxoprotéine) qui supporte l'anticorps immunisant.

Qualité agglutinante des protéines sériques. — Nos recherches de 1946 montraient que l'agglutinine était liée, tout entière, à l'*albumine* qui se comportait sensiblement comme le sérum total. Les observations actuelles confirment ces résultats; globuline, myxoprotéine, séparées ou mélangées, sont complètement inactives; elles ne supportent aucune partie de l'anticorps agglutinant.

Ce fait, si caractéristique, prouve, notamment, que la méthode, établie par Piettre, permet de séparer les protéines *à l'état de pureté;* que, par suite, la proportion d'immunisine (faible mais non négligeable) liée à la globuline n'est pas due à des *entraînements*.

Conclusions. — Dans un sérum antimicrobien : le sérum antirouget est obtenu d'un cheval possédant une hyperimmunité maximum, les anticorps sont presque exclusivement liés à l'*albumine*. Les globulines (contrairement à ce

---

(3) Ce n'est pas sans peine que les 32 pigeons adultes utilisés ici purent être rassemblés; or, ce nombre était trop faible pour l'expérimentation complète projetée. Avec les doses limites de protéines, les variations individuelles de résistance, de réaction, eussent nécessité un plus grand nombre de sujets dans les lots correspondants. Pour ce motif encore, il fut impossible d'expérimenter avec des doses supérieures progressivement croissantes, en sorte que, pour ces doses-là, nous devons nous en référer aux résultats de 1946.

qu'on observe dans les sérums antitoxiques) sont dépourvues de la qualité floculante. Ces faits s'opposent aux publications des biologistes américains affirmant que les globulines supportent la presque totalité des anticorps circulants.

A 16h l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h45m.

L. B.

ERRATA.

(Séance du 15 mars 1948.)

Note de M. *Michel Cazin*, Relation entre les masses des mésons :

Page 881, ligne 32, *au lieu de* 190_0 et 212, *lire* 190 m_0 et 312 m_0.

(Séance du 22 mars 1948.)

Note de Mlle *Germaine Cousin*, Sur des formules permettant l'estimation exacte de la variation des types structuraux dans l'espèce :

Page 1039, ligne 24, *au lieu de* du fait de l'allométrie, *lire* ni du fait de l'allométrie;
» 1040, » 27, *lire* Si l'on cherche en outre, pour les caractères nettement allométriques à faire connaître.

(Séance du 31 mars 1948.)

Note de M. *Georges Mangenot*, Sur les caractères et la position systématique du genre *Phyllosiphon* :

Page 1104, ligne 38, *au lieu de* Chlorophycées, *lire* Chrysophycées.

Note de MM. *Anatole Rogozinski* et *Marc Lesage*, Mesure absolue de la fréquence du rayonnement cosmique effectuée à l'Observatoire de Meudon :

Page 1132, ligne 19, *au lieu de* μ, *lire* y;
» » » 38, *au lieu de* ΔN_h, *lire* ΔN.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 MAI 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** informe l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de la Pentecôte, la prochaine séance publique aura lieu le mercredi 19 mai au lieu du lundi 17.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété caractéristique des systèmes orthonormaux complets; généralisation.* Note (*) de M. **Gaston Julia.**

Dans un espace unitaire E_n à n dimensions, tout système orthonormal complet (ε_i) (en abrégé ONC) possède la propriété exprimée par l'égalité

$$|X|^2 = \sum_{i=1}^{n} |(\varepsilon_i, X)|^2, \tag{1}$$

valable pour tout vecteur X *de* E_n; $|X|$ est la longueur de X, et (ε_i, X) le produit scalaire de ε_i et X. Dans quelle mesure cette propriété caractérise-t-elle les systèmes ONC? On va le voir dans la présente Note.

1. Soit (ε_i), $(i=1, 2, \ldots, n)$, un système quelconque satisfaisant à (1) pour tout X de E_n. La variété linéaire fermée $[\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n]$, sous-tendue par les ε_i, est identique à E_n, sans quoi un vecteur $X \neq 0$, orthogonal à cette variété, mettrait (1) en défaut; les ε_i sont donc *indépendants*. Soit (η_k) le système *dual* des (ε_i) : $(\varepsilon_i, \eta_k) = \delta_{ik}$. On a, par (1) appliquée à η_k, $|\eta_k|^2 = 1$. Par (1) appliquée à ε_i on a $|\varepsilon_i| \leqq 1$. Or $1 = (\varepsilon_i, \eta_i) \leqq |\varepsilon_i| . |\eta_i| = |\varepsilon_i|$, par le lemme de Cauchy-Schwarz. Donc $|\varepsilon_i| = 1$. Alors $1 = (\varepsilon_i, \eta_i) = |\varepsilon_i| . |\eta_i|$ exige $\eta_i = k_i \varepsilon_i$, ($k_i$ scalaire), et $(\varepsilon_i, \eta_i) = k_i |\varepsilon_i|^2 = k_i$ donne $k_i = 1$ et $\varepsilon_i = \eta_i$. Donc $(\varepsilon_i, \varepsilon_k) = \delta_{ik}$ et le système (ε_i) est ONC. La propriété (1), valable pour n vecteurs de E_n, *caractérise les systèmes* ONC *de* E_n.

2. La propriété (1) n'est certainement pas valable pour un système de

(*) Séance du 3 mai 1948.

vecteurs ε_i en nombre $< n$, car un tel système est incomplet et un vecteur $\neq 0$, orthogonal à tous les ε_i, la met en défaut. Mais on trouve aisément des systèmes de $n+p$ points de E_n, quel que soit $p > 0$, pour lesquels elle est encore valable. On va *déterminer tous ces systèmes.*

Soit (ε_i), $(i = 1, 2, \ldots, n+p)$, un système de E_n pour lequel on a

$$|X|^2 = \sum_1^{n+p} |(\varepsilon_i, X)|^2 \tag{2}$$

pour tout X de E_n. Il y a parmi eux *n vecteurs indépendants*, sans quoi un vecteur $\neq 0$ de E_n, orthogonal à tous les ε_i, mettrait (2) en défaut. *Immergeons l'espace* E_n *dans un espace unitaire* E_{n+p}, à $n+p$ dimensions, et appelons E_p *la* variété complémentaire de E_n dans E_{n+p}($E_p = E_{n+p} \ominus E_n$). Dans E_{n+p}, pourvu d'une base ONC arbiraire $(e_1, \ldots, e_{n+p})$, définissons l'opérateur A, pour tout X de E_{n+p}, par $Y = AX = \sum_1^{n+p} e_i(\varepsilon_i, X)$.

Dans E_p, A est nul. Si X décrit E_n, $Y = AX$ décrit une variété linéaire E'_n, de façon que $|AX| = |X|$ à cause de (2). A, isométrique dans E_n, y conserve l'indépendance des vecteurs, donc E'_n *a n dimensions* et sa correspondance avec E_n est biunivoque. Soit U un opérateur unitaire de E_{n+p} transformant E'_n en E_n et $E'_p = {}_{n+p} \ominus E'_n$ en E_p. Alors UA transforme E_n en E_n isométriquement, et E_p en O. UA se réduit dans E_n à un *opérateur unitaire de* E_n, soit *u*. Soit U_1 l'opérateur unitaire de E_{n+p} *se réduisant à u dans* E_n *et à* 1 *dans* E_p. $U_1^{-1}UA$ est nul dans E_p; il se réduit dans E_n à $u^{-1}UA = u^{-1}u = 1$. C'est donc le *projecteur* P, de E_{n+p}, *qui projette orthogonalement sur* E_n. On en déduit $A = U^{-1}U_1P = U^*U_1P$, où $U^* = U^{-1}$ est l'adjoint de U. J'ai montré d'autre part [1] et l'on vérifie immédiatement, que l'adjoint A^* de A dans E_{n+p} est défini par

$$Z = A^*X = \sum_1^{n+p} \varepsilon_i(e_i, X);$$

d'où $\varepsilon_i = A^*e_i$, $(i = 1, 2, \ldots, n+p)$. Or $A^* = PU_1^*U$, donc $\varepsilon_i = PU_1^*Ue_i$. L'opérateur U_1^*U est *unitaire dans* E_{n+p}; donc les $e'_i = U_1^*Ue_i$ sont un système ONC de E_{n+p} et l'on a $\varepsilon_i = Pe'_i$. *Tout système* (ε_i) *de* E_n, *vérifiant* (2) *pour tout vecteur* X *de* E_n, *est la projection orthogonale sur* E_n *d'un système* ONC(e'_i) *de* E_{n+p}. *La réciproque est vraie*, car si $X \in E_n$, on a $(Pe'_i, X) = (e'_i, X)$ et par conséquent $\Sigma|(Pe'_i, X)|^2 = \Sigma|(e'_i, X)|^2 = |X|^2$.

La condition (2) *caractérise les projections sur* E_n *des systèmes* ONC *de* E_{n+p}. Lorsqu'un tel système ONC est formé d'une base ONC de E_n et d'une

---

[1] *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 733-736.

base ONC de E_p, sa projection sur E_n fournit les n vecteurs d'un système ONC de E_n, et p vecteurs nuls, c'est la solution du n° 1.

3. Le résultat du 2 peut s'établir aussi à partir d'une propriété que j'ai donnée antérieurement ([2]) pour caractériser, dans l'espace hilbertien ou unitaire, tout système de vecteurs d'un sous-espace qui est projection sur ce sous-espace d'un système ON de l'espace primitif.

Adaptée au problème actuel, la condition est la suivante : *La condition n. et s. pour que le système* (ε_i) $(i=1, 2, \ldots, n+p)$ *de* E_n *soit la projection sur* E_n *d'un système* ON *de* E_{n+p} *est que la forme hermitienne* $\sum_1^{n+p}|x_i|^2-\left|\sum_1^{n+p}x_i\varepsilon_i\right|^2$ *soit non négative et de rang* $\leqq p$. Or, on a pour tout point ξ de E_n,

$$|(\Sigma x_i\varepsilon_i, \xi)|^2=|\Sigma \bar{x}_i(\varepsilon_i, \xi)|^2\leqq(\Sigma|x_i|^2)(\Sigma|(\varepsilon_i, \xi)|^2)=(\Sigma|x_i|^2)|\xi|^2,$$

en tenant compte de (2); d'où, pour $\xi=\Sigma x_i\varepsilon_i$, $|\Sigma x_i\varepsilon_i|^2\leqq\Sigma|x_i|^2$, l'égalité correspondant au seul cas $x_i=\lambda(\varepsilon_i, \xi)$, λ scalaire quelconque. Lorsque ξ décrit E_n, on montre que le point de coordonnées $x_i=(\varepsilon_i, \xi)$ $(i=1, 2, \ldots, n+p)$, décrit dans E_{n+p} une variété ayant exactement n dimensions, car il y a *n vecteurs* ε_i *indépendants*. La variété des zéros $(x_1, \ldots, x_{n+p})$ de $\Sigma|x_i|^2-|\Sigma x_i\varepsilon_i|^2$, dans E_{n+p}, ayant exactement n dimensions, le rang de cette forme est exactement p. Il existe donc un système orthonormal $(e'_1, \ldots, e'_{n+p})$ de E_{n+p} (ce système est donc *complet dans* E_{n+p}), dont les ε_i sont la projection sur E_n, ce qui est le résultat du n° 2.

4. La propriété actuelle (n°s 1 et 2) admet une propriété *corrélative* et elle s'étend à l'espace hilbertien, comme on le verra prochainement.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Application de l'électrolyse à la prise directe des laitiers.* Note (*) de MM. **Pierre Jolibois** et **Albert Nicol.**

Le plus souvent, les phénomènes de séparation par électrolyse sont utilisés au dépôt des métaux ou à l'isolement des éléments. Nous avons insisté à plusieurs reprises sur la mise en liberté des acides à l'anode et des bases à la cathode que nous considérons comme le phénomène élémentaire de l'électrolyse. On peut faire de cette idée une application à la prise du laitier.

Cette substance, qui est un résidu abondant des opérations métallurgiques, peut être mélangée à l'eau sans faire prise. Il faut, pour que ce phénomène se produise, lui adjoindre une matière alcaline, soit la chaux libre, soit le ciment de Portland qui, au cours de son hydratation, donne naissance à un excès de chaux.

([2]) Rapprocher les 3 Notes suivantes : *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 892-895; **219**, 1944, p. 8-11; **221**, 1945, p. 317-319.

(*) Séance du 3 mai 1948.

Nous avons résolu ce problème d'une manière différente en mettant à profit l'apparition de milieu alcalin par électrolyse.

Le dispositif expérimental consiste à noyer des électrodes filiformes à l'intérieur d'une pâte formée de poudre de laitier et d'une solution d'un sel alcalin ou alcalino-terreux.

On plonge cette pâte supportée par ces électrodes dans un bac où se trouve une anode en charbon et l'on relie au pôle négatif d'une source continue les armatures métalliques de la pâte.

Au bout d'un certain temps, de l'ordre de quelques heures, la masse du ciment est solidifiée et présente les caractères d'un ciment ayant subi la prise.

Les sels qui nous ont paru les plus efficaces sont le gypse pulvérisé ou le chlorure de sodium que nous avons également employés, associés l'un à l'autre.

Nous avons, par exemple, réalisé une pâte avec un laitier granulé passant avec un refus de 3 % au tamis de 4900 mailles par centimètre carré avec 10 % de gypse et 1 % de chlorure de sodium.

Composition du laitier : SiO_2 : 30,32, CaO : 45,30, Al_2O_3 : 16,35, Fe_2O_3 : 1,71, TiO_2 : 0,69, MgO : 5,43, S : 0,78, MnO : 0,65.

Après un temps de passage de six heures d'un courant de 17 milliampères sous 25 volts pour une pâte occupant 20^{cm^3} et un séjour dans l'eau de 24 heures, 3 jours, 28 jours, nous avons obtenu un ciment ayant une résistance à l'écrasement de $60 kg/cm^2$, $122 kg/cm^2$, $320 kg/cm^2$. La quantité d'électricité ainsi utilisée est faible.

Nous voyons dans ce procédé une technique qui permet de s'affranchir des cuissons à haute température; les substances utilisées sont ainsi des produits naturels ou des résidus de fabrication. D'autre part, les produits obtenus sont fabriqués sans chaux libre, dont la présence dans le ciment ordinaire provoque pour les travaux à la mer une action destructrice bien connue. Il est bien certain que l'on doit pour chaque forme d'objet étudier la répartition des électrodes dans la masse de la pâte, de façon à utiliser au maximum la mise en liberté des produits de l'électrolyse qui amorcent la prise du laitier et à éviter les courants parasites dont l'action ne serait pas employée à fabriquer les produits nécessaires à la prise.

Ce procédé utilise de l'énergie sous forme d'électricité, mais s'affranchit totalement de la consommation du charbon dans la fabrication du ciment.

MYCOLOGIE. — *Nouvelles réussites culturales sur les* Termitomyces. Note de M. **Roger Heim**.

Dans plusieurs Notes et Mémoires, publiés de 1938 à 1942, et résumés dans une mise au point parue dans la *Revue Scientifique* (¹), nous avons repris

(¹) *Les Champignons des termitières. Nouveaux aspects d'un problème de Biologie et de Systématique générales* (*Rev. Scient.*, 80, n° 3205, 1942, p. 69-86).

l'examen des divers problèmes posés par les Champignons qu'on a prétendu cultivés méthodiquement, sélectivement et régulièrement par les Macrotermites, en Asie Méridionale, en Insulinde, en Océanie, en Afrique intertropicale. L'une des questions essentielles auxquelles nous nous sommes attaché était la reconstitution précise du cycle de ces Macromycètes dont le premier et minuscule stade — la mycotête —, levuroïde, cavernicole, sur meules souterraines de la termitière, conduisait dans des conditions favorables à un primordium souterrain produisant directement une longue et grêle pseudorhize, bientôt visiblement fertile à son extrémité, apte à traverser le dur ciment du nid et la terre qui le recouvre, favorisée dans son érection par un perforatorium sommital, qui deviendra le mamelon central, généralement épais et puissant, du chapeau. Ce dernier est l'aboutissement de cette pseudorhize, la terminaison apicale portée vers la lumière par celle-ci, qui s'y épanouit sous forme d'un Agaric dont nous avons précisé la nature et la position taxonomique. Nous avons ainsi établi plusieurs faits d'ordre mycologique et biologique qui paraissent aujourd'hui définitivement acquis :

1° Les mycotêtes s'identifient à des primordiums d'Agarics, adaptés à des conditions de vie très particulières, notamment cavernicole; 2° les Agarics termitophiles stricts, venant sur meules souterraines *habitées* par des *Macrotermes*, appartiennent à un genre bien distinct de tous les genres connus d'Agarics (notamment de ceux dans lesquels les auteurs les avaient successivement et à tort inclus), coupure que nous avons nommée *Termitomyces;* 3° *tous* les *Termitomyces* sont étroitement liés à ces mêmes conditions très particulières d'habitat; 4° *tous* les Agarics liés aux meules de termitières vivantes, et produisant des mycotêtes cavernicoles, sont des *Termitomyces;* 5° il existe plusieurs espèces de *Termitomyces*, liées respectivement à des termitières de nature différente et possédant en commun des particularités que nous avons définies, mais se différenciant les unes des autres, non seulement par la nature précise de leur support, mais par leur physionomie, leurs voiles, les couleurs du pileus et du stipe, leurs dimensions, les réactions oxydasiques de leur chair.

En 1939, à Kindia (Guinée française), à partir des blastospores provenant des mycotêtes naturelles du *Termitomyces striatus* (Beeli), croissant sur meules souterraines construites par le *Pseudacanthotermes militaris* Hagen, nous avons pu obtenir pour la première fois, sur milieu gélosé-glucosé-peptoné, des cultures de mycotêtes dont la structure s'est révélée identique à celle des mêmes formations naturelles. Ces mycotêtes artificielles étaient groupées en colonies formant des grappes inordonnées autour du point d'ensemencement. Les repiquages sur divers milieux, poursuivis depuis bientôt neuf années, n'ont pas altéré l'aspect et la structure de ces colonies. Nous avions obtenu également en 1939 *une* réussite à partir d'ensemencements polyspermes de basidiospores de la même espèce, provenant d'une sporée de l'Agaric fructifié; cette culture artificielle avait donné pareillement des mycotêtes opales-

centes et levuroïdes, formées des mêmes cellules-levures binucléées, à quatre chromosomes par noyau, et non pas une culture filamenteuse comme il est de règle chez les Hyménomycètes. Nous avions signalé cette dernière réussite, mais avec les réserves qui tenaient au caractère exceptionnel de son obtention. Nous avons par ailleurs tiré diverses déductions des autres cultures obtenues à partir des mycotêtes naturelles. Il restait cependant à confirmer l'ensemble de ces expériences, réalisées par chance et en très petit nombre au cours d'un voyage d'études relativement rapide. L'occasion nous en a été donnée depuis peu.

Lors d'une mission au Cameroun (juillet 1946), nous avons réobtenu en culture artificielle le *Termitomyces striatus*, dans la région de Baigon, au sud de Foumban, à partir de la chair du carpophore fertile et sur milieu de Sabouraud. Tout récemment (février 1948), lors d'un rapide séjour à Etoumbi, au Congo français, nous avons pu pareillement réaliser des cultures pures luxuriantes du *Term. striatus* var. *aurantiacus* nob. à partir des mycotêtes (sur milieu gélosé à base de farine d'avoine) et de la chair du chapeau (sur ce même milieu et sur maltea). Les cultures obtenues sont constituées d'amas de petits grains blancs un peu translucides, de moins de $1^{mm},5$ de diamètre, d'un aspect et d'une constitution analogues à ceux des mycotêtes naturelles, c'est-à-dire à la fois formés de cellules-levures ovoïdes ou cylindracées et de sphérocystes plus volumineux.

Mais c'est surtout à partir du *Termitomyces mammiformis* Heim que nos réussites culturales ont été nombreuses et suggestives. Déjà, en 1946, à Kindia, nous avions cultivé à l'état pur à partir des mycotêtes d'une part, de la chair de la pseudorhize d'autre part, ce Champignon sur milieu de Sabouraud. Les colonies de mycotêtes devenues duveteuses, repiquées sur divers milieux gélosés et sur celui dit de Hérissey ([2]), ont produit de grosses mycotêtes à structure levuroïde typique.

En février 1948, par ailleurs, la découverte dans la palmeraie d'Etoumbi de nombreux spécimens de *Term. mammiformis* nous a permis de réaliser des cultures polyspermes sur milieux au malt, à l'avoine et de Lutz *à partir des basidiospores*, uninucléées. Les colonies se présentent ici encore sous forme de chapelets de mycotêtes blanches, de 1^{mm} de diamètre environ, presque translucides; en milieu de Sabouraud, la culture, à la fois sébacée et hispide au début, donne ensuite un foisonnement rapide de grosses mycotêtes groupées, reposant sur un subiculum sébacé, plus ou moins radialement sillonné, puis finement tomenteux-farineux. De même, à partir de la chair du chapeau et de la pseudorhize sont apparues des colonies de mycotêtes typiques et subtranslucides offrant la présence à la fois de blastospores (environ $16\text{-}25 \times 7\text{-}10\ \mu$) et de sphérocystes (diamètre $27\text{-}45\ \mu$ environ) identiques à ceux des mycotêtes

([2]) R. Heim, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 421.

naturelles. Enfin, à partir de ces dernières et des primordiums, nous avons obtenu pareillement des cultures blanc pur groupant de multiples mycotêtes arrondies, opalescentes, de 1^{mm} environ de diamètre, groupées, parfois foisonnant en un amas d'aspect pulvérulent-cristallin, à grains plus petits, plus rares et dispersés quand il s'agit de milieux artificiels relativement pauvres et moins favorables, comme ceux de Czapek et de Leonian.

D'autres réussites ont été réalisées pareillement sur milieux de Leonian et à base d'avoine avec le *Term. fuliginosus* Heim, à partir des petites mycotêtes recueillies à Ebana (Congo français) en février 1948. Enfin, des mycotêtes récoltées sur meules énormes construites par le *Macrotermes natalensis* (Hav.), à Yaoundé (Cameroun), en août 1946, mycotêtes sans doute liées au *Termitomyces Le Testui* (Pat.) ou au *T. Schimperi* (Pat.), ont produit des cultures tuberculeuses, efflorescentes, comparables aux précédentes.

La relation de ces expériences démontre définitivement l'exactitude des premières réussites que nous avions signalées dès 1940 ([3]). Que ce soit à partir des mycotêtes ou des primordiums qui manifestent l'annonce de la fructification, c'est-à-dire des blastospores elles-mêmes, ou encore de la chair de la pseudorhize ou du chapeau, ou bien des basidiospores uninucléées, *les cultures obtenues sont pratiquement les mêmes*. Elles sont également caractérisées par des mycotêtes levuroïdes, de même constitution que les mycotêtes naturelles. Ces Champignons ne produisent donc jamais en conditions artificielles de cultures filamenteuses durables. C'est la mycotête levuroïde qui est la seule forme culturale stable, la blastospore binucléée le seul élément reproducteur ici apparu. Il nous reste, à la lumière des données cytologiques, à définir la signification profonde du cycle aberrant des *Termitomyces*.

MÉDECINE. — *Essais de réanimation après anoxémie aiguë.*
Note de MM. **Léon Binet** et **Maurice Strumza.**

Un chien chloralosé, respirant brusquement dans une atmosphère totalement privée d'oxygène, présente, après un temps qui varie de 1 à 4 minutes, un arrêt respiratoire. Cet arrêt de la respiration est très rarement accompagné, plus exceptionnellement encore précédé, d'une syncope cardiaque; le plus souvent une bradycardie marquée accompagne l'apnée. Une, deux, cinq et même sept minutes plus tard, on note une reprise des mouvements respiratoires qui sont brusques et profonds; ce sont les mouvements dits agoniques, les gasps, les mouvements dits du dernier soupir. Du côté circulatoire, on note, après la bradycardie signalée plus haut, une accélération du rythme cardiaque, une élévation de la tension artérielle qui finalement va baisser régulièrement; la syncope cardiaque coïncide en général avec l'arrêt respiratoire secondaire.

([3]) *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 410.

On sait que la réanimation est possible pendant la phase de bradycardie, ou même de tachycardie accompagnant la reprise respiratoire si de l'oxygène est inhalé, ou grâce à la respiration artificielle faite par la méthode de compression thoracique ou surtout par insufflations intratrachéales. Mais si la tension artérielle est effrondrée, et à plus forte raison si le cœur est arrêté, la respiration artificielle se montre inefficace.

Nous sommes parvenus à ranimer des animaux après l'arrêt respiratoire secondaire et l'arrêt cardiaque à l'aide d'une transfusion de sang oxygéné réalisée par l'artère carotide, bout cardiaque et bout céphalique. Ces faits ont été soulignés ailleurs (1).

Nous rapportons ici des résultats encore plus intéressants observés dans des essais de réanimation par oxygénation pulmonaire et par compressions transdiaphragmatiques du cœur. Après laparatomie, la main, glissée au-dessus du foie, appuie par son dos sur le cœur. Les pressions exercées à une cadence rapide, 40 à 60 à la minute, doivent être très énergiques afin de maintenir une tension artérielle de 60-100 mm Hg au moins. Elles réalisent en même temps une respiration artificielle efficace. Des injections intraveineuses d'adrénaline ou d'éphédrine peuvent être associées. Des reviviscences sont obtenues après 10, 15 et 20 minutes d'arrêt cardiaque, le massage du cœur ainsi que l'oxygénation étant commencés 2 à 7 minutes et 40 secondes après l'arrêt cardiaque, arrêt contrôlé et directement et par l'inscription de la pression artérielle.

La survie est constante lorsque la réanimation est entreprise moins de 2 minutes et 30 secondes après l'arrêt cardiaque; elle est fréquente après 3 minutes 30 secondes, et elle est possible après 7 minutes 30 secondes. La privation d'apport d'oxygène dure ainsi de 8 à 11 minutes.

Voici, à titre d'exemple, quelques protocoles d'expériences :

Un chien pesant 21^{kg}, anesthésié au chloralose depuis 1 heure 20 minutes, respire de l'azote pur. La respiration s'arrête en 1 minute 45 secondes, le rythme cardiaque est alors de 24 à la minute, la tension artérielle est de 60-120 mm Hg. Après 35 minutes d'apnée, des mouvements respiratoires reparaissent au nombre de 13 en 2 minutes 25 secondes, le rythme cardiaque s'accélère, 60 à la minute, la tension artérielle s'élève à 110-150 mm Hg. Une fois les mouvements respiratoires secondaires arrêtés, la tension artérielle tombe à zéro, et le cœur s'arrête. La durée totale de l'épreuve depuis le début de la respiration en azote est de 4 minutes 45 secondes. Après 6 minutes 25 secondes d'arrêt cardiaque, les poumons sont remplis d'oxygène pur à l'aide de quelques mouvements de respiration artificielle et restent reliés au réservoir d'oxygène. Après laparatomie, les massages du cœur par compressions énergiques au rythme de 40 à 60 à la minute à travers le diaphragme, sont commencés. Après 12 minutes de lutte, se produit un premier battement de cœur, suivi bientôt d'autres contractions à un rythme plus rapide. Les compressions du cœur sont interrompues. Dix-sept minutes plus tard, la respiration spontanée reprend, d'abord faible et lente, puis plus puissante et accélérée, fréquence normale.

---

(1) *La Semaine des Hôpitaux de Paris*, **23**, n° 38, 1947, p. 2282.

Un chien pesant 15kg,5, chloralosé depuis 1 heure 40 minutes, inhale de l'azote pur. L'apnée survient après 2 minutes, le rythme cardiaque est de 52 à la minute, la tension artérielle oscille entre 90-200 mmHg. Nous notons la reprise des mouvements dits agoniques 1 minute 25 secondes plus tard, entraînant une élévation de la tension artérielle à 160-220 mmHg. Le *dernier soupir* est rendu après 3 minutes 30 secondes, et le cœur s'arrête, les sphincters se relâchent. La durée totale de l'expérience aboutissant à l'arrêt cardiaque est de 8 minutes 20 secondes. Après 1 minute 25 secondes d'attente, nous commençons les compressions transdiaphragmatiques du cœur, la trachée de l'animal étant reliée à un réservoir d'oxygène. Après 2 minutes 30 secondes, les battements cardiaques, d'abord faibles et inefficaces, puis puissants et rapides, reprennent, la tension artérielle s'élève à 80-90 mmHg. Mais les mouvements respiratoires restent absents; 7 minutes plus tard, la tension artérielle baisse. Les massages du cœur sont repris entraînant une reprise de la fonction cardiaque et une remontée de la tension artérielle. Nouvel effondrement tensionnel 12 minutes plus tard. L'injection intraveineuse d'adrénaline provoque un redressement temporaire. Une injection d'éphédrine provoque une réascension durable de la tension artérielle. C'est seulement après 30 minutes d'apnée qu'un premier mouvement respiratoire est noté spontanément. Soulignons que, pendant toute la durée de l'apnée, lorsque les massages du cœur sont interrompus, l'oxygénation de l'organisme est assurée par la diffusion de l'oxygène sans brassage pulmonaire comme nous l'avons exposé dans notre étude sur la vie en milieu d'oxygène sans mouvements respiratoires ([2]). Quatre minutes 30 secondes après le mouvement respiratoire, en survient un second, puis 4 minutes 15 secondes après, un troisième. Ensuite, la fréquence augmente progressivement. Enfin, après 1 heure 5 minutes, la puissance respiratoire est suffisante pour permettre l'oxygénation de l'organisme à l'air normal. L'animal survit.

Voici enfin une expérience dans laquelle les mouvements respiratoires ont repris, mais le cœur ayant fibrillé n'a jamais repris ses battements. Il s'agit d'une chienne de 16kg,5, chloralosée depuis 2 heures 40 minutes, respirant de l'azote pur. Apnée primitive en 1 minute 40 secondes; bradycardie, 20 battements à la minute et tension artérielle à 40-80 mmHg. Reprise respiratoire après 2 minutes 35 secondes suivie d'une augmentation de la fréquence cardiaque. Les compressions du cœur par voie transdiaphragmatique sont commencées 6 minutes 20 secondes après la syncopecardiaque, la trachée de l'animal étant connectée avec le réservoir d'oxygène. Après 6 minutes 45 secondes d'efforts, les mouvements respiratoires reparaissent. Pendant 30 minutes encore, le massage du cœur est continué. La respiration reste ample et fréquente, 16 mouvements respiratoires à la minute, les muqueuses sont roses, les réflexes reparaissent. Mais le cœur ne présente aucune contraction spontanée. Lorsque les massages sont interrompus, nous notons le syndrome respiratoire classique de l'anoxie : accélération respiratoire initiale suivie d'apnée. La reprise des massages entraîne la reviviscence du centre respiratoire.

Ainsi, les compressions manuelles transdiaphragmatiques du cœur, associées à l'inhalation d'oxygène pur, dépassent comme méthode de réanimation dans l'asphyxie, les méthodes que nous avons eu l'occasion de mettre en œuvre : respiration artificielle manuelle ou instrumentale, rocking, insufflations directes intratrachéales, transfusion de sang oxygéné par voie intracarotidienne. Nous avons obtenu des succès après plus de 6 minutes d'arrêt du cœur et des privations d'oxygène de 11 minutes. Lorsque la reprise des battements

([2]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 12.

cardiaques a eu lieu, celle des mouvements respiratoires a toujours suivi. Parfois, néanmoins, il a fallu attendre 30 minutes. Nous notons que la reprise du cœur peut exiger un massage prolongé pendant 10, 15 et 20 minutes. Enfin chez le chien, la fibrillation cardiaque représente le grand danger. Les injections d'adrénaline ont, dans certains cas, déclenché la reprise des battements cardiaques, mais aussi parfois ont entraîné la fibrillation. L'effet sur la tension artérielle est d'ailleurs fugace. Les injections d'éphédrine ont un effet plus prolongé sur le tonus vasculaire.

L'association de l'oxygénothérapie aux massages transdiaphragmatiques du cœur permet d'assurer un minimum d'oxygénation aux tissus et en particulier aux centres nerveux et au cœur. On a le temps de laisser se dissiper le choc nerveux et de permettre la reprise des fonctions indispensables à la vie. Certaines substances médicamenteuses, inactives tant que les tissus sont anoxiques, récupèrent leur puissance après oxygénation artificelle. Ainsi, une injection de 1^{mg} d'adrénaline chez un chien pesant 21^{kg}, pratiquée dans le cœur arrêté depuis 3 minutes, ne provoque l'hypertension qu'après 3 minutes 15 secondes de massage et d'oxygénation.

La technique de *circulation provoquée* et d'*oxygénation artificielle* ainsi réalisée mérite d'être mise en œuvre toutes les fois que les méthodes plus simples de réanimation ont échoué, toutes les fois que l'arrêt cardiaque est noté depuis plusieurs secondes.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection du Secrétaire perpétuel pour les Sciences physiques, en remplacement de M. *Alfred Lacroix*, décédé.

Le nombre de votants étant 52,

M. Robert Courrier obtient............... 51 suffrages
M. Charles Jacob » .... 1 suffrage

M. **Robert Courrier**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

COMMISSIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **Aimé Cotton**, **Maurice Caullery**, **Gaston Julia**, **Jean Chazy**, **Auguste Chevalier**, **Arnaud Denjoy**, **Paul Fallot** sont élus Membres des Commissions des prix Albert Ier de Monaco et Le Conte.

CORRESPONDANCE.

Le Directeur de l'**Institut de Sélection et Évolution des Plantes de l'Université de Sofia** adresse l'expression de ses sentiments de condoléances à l'occasion du décès de M. *Alfred Lacroix*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Jean Lecomte. *Le Rayonnement infrarouge*. Tome I. *Applications biologiques, physiques et techniques* (présenté par M. Jean Cabannes).

2° Marcello Puma. *Nuova quantistica della luce. — Nuovo trattato di geometria e meccanica quantistiche.*

3° Robert Pierret et R. Romain. *Une station de cure préventoriale : Villard-de-Lans.*

4° P. Drumaux. *La récesssion des nébuleuses extra-galactiques*, 1re et 2e parties.

5° *Annales Universitatis Mariæ Curie-Skłodowska*. Lublin-Polonia. Vol. I, n° 1, Sectio A, 1946.

Il signale également deux fascicules polycopiés émanant de l'Office national d'études et de recherches aéronautiques :

1° *Progrès récents dans la conception des servo-mécanismes et systèmes de télécommande*. Quatre conférences par M. Gérard Lehmann, mai-juin 1947.

2° *Arcs-Aires-Volumes, Centres de gravité, Moments d'inertie*, par J. Deschodt.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur des approximations asymétriques.* Note de M. **Nicolae Negoescu**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Le problème de la meilleure approximation asymétrique des nombres irrationnels par des rationnels a été posé par B. Segre (1). Il consiste, θ étant irrationnel, de trouver la valeur maximum de ξ telle qu'il existe une infinité de fractions rationnelles p/q qui satisfassent à

$$(1) \qquad -\frac{1}{\xi q^2} < \frac{p}{q} - \theta < \frac{\tau}{\xi q^2} \qquad (\tau > 0).$$

Par la méthode de Perron (2), nous montrerons la difficulté du problème.

1. Conformément à un théorème élémentaire, si $\xi = \text{maximum}(1, \tau)$, (1) est satisfaite par toutes les réduites de θ, placées à sa gauche ou à sa droite, suivant que $\tau \leqq 1$ ou $\tau \geqq 1$. Il résulte que l'ensemble de tous les nombres ξ, tels

(1) *Duke Mathematical Journal*, **12**, 1945, p. 337.

(2) *Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie*, 1921.

que (1) soit satisfaite par une infinité de fractions rationnelles p/q, n'est pas vide. La borne supérieure de l'ensemble (ξ) est fonction de θ et de τ. Désignons cette borne par $M(\theta, \tau)$.

Soit θ fixe et τ fini. Si l'ensemble (ξ) n'est pas borné, nous mettons, par définition, $M(\theta, \tau)=\infty$ et (1) est satisfaite par une infinité de fractions p/q, ξ étant arbitrairement grand. Si $M(\theta, \tau)$ est fini, l'inégalité (1) avec $\xi=M(\theta, \tau)-\varepsilon$, est satisfaite par une infinité de fractions p/q, tandis que la même inégalité avec $\xi=M(\theta, \tau)+\varepsilon$ n'est satisfaite que par un nombre fini de fractions ($\varepsilon>0$ arbitrairement petit). L'inégalité (1) avec $\xi=M(\theta, \tau)$ peut être satisfaite par une infinité de fractions rationnelles ou bien par un nombre fini de celles-ci.

Le théorème 10 de M. B. Segre [1], pour tout irrationnel θ, donne $\xi\geqq\sqrt{1+4\tau}$. L'approximation avec $\xi\geqq\max(1, \tau)$ est meilleure que celle de M. Segre pour $\tau>2+\sqrt{5}$. Le théorème V, de ma Note précédente [3], donne $\xi\geqq\max\left(\sqrt{1+4\tau}, \sqrt{\tau^2+4\tau}\right)$.

2. Soit $p_n/q_n=[a_0, a_1, \ldots, a_n]$ la réduite d'ordre n de θ et $\theta_{n+1}=[a_{n+1}, a_{n+2}, \ldots]$. Si l'on désigne $\theta_{n+1}+q_{n-1}/q_n=[a_{n+1}, a_{n+2}, \ldots]+[0, a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1]$ par ρ_n, on a

$$(2)\qquad \theta-\frac{p_{2\nu}}{q_{2\nu}}=\frac{1}{q_{2\nu}^2\rho_{2\nu}} \quad \text{et} \quad \frac{p_{2\nu+1}}{q_{2\nu+1}}-\theta=\frac{\tau}{q_{2\nu+1}^2\rho_{2\nu+1}^2}.$$

Les réduites qui satisfont à (1) $\left(\xi\geqq\max\left(\sqrt{1+4\tau}, \sqrt{\tau^2+4\tau}\right)\right)$ satisfont à l'une au moins des inégalités

$$(3)\qquad (g)\quad -\frac{1}{\xi q_{2\nu}^2}<\frac{p_{2\nu}}{q_{2\nu}}-\theta<0, \qquad (d)\quad 0<\frac{p_{2\nu+1}}{q_{2\nu+1}}-\theta<\frac{\tau}{\xi q_{2\nu+1}^2}.$$

Soit M_g et M_d les bornes supérieures des ensembles des nombres tels que (g), resp. (d), de (3) soit satisfaite par une infinité de réduites d'ordre pair resp. impair. M_g dépend de θ et M_d de θ et de τ. Les inégalités (3) (g), resp. (d), seront satisfaites par une infinité de réduites d'ordre pair, resp. impair, pour $\xi=M_g(\theta)-\varepsilon$, resp. $\xi=M_d(\theta;\tau)-\varepsilon$, et seulement par un nombre fini pour $\xi=M_g(\theta)+\varepsilon$, resp. $\xi=M_d(\theta;\tau)+\varepsilon$, ($\varepsilon>0$ arbitrairement petit).

Du (2) et de la définition analytique de la limite supérieure d'une suite on a

$$M_g(\theta)=\overline{\lim_{\nu=\infty}}\,\rho_{2\nu} \quad \text{et} \quad M_d(\theta;\tau)=\tau\,\overline{\lim_{\nu=\infty}}\,\rho_{2\nu+1}.$$

Pour θ et τ donnés, on a en général deux valeurs pour ξ telles que (1) soit satisfaite par une infinité de réduites. Vu que $M(\theta;\tau)$ est la borne supérieure de l'ensemble (ξ), il résulte

$$(4)\qquad M(\theta;\tau)=\text{maximum}\left(\overline{\lim_{\nu=\infty}}\,\rho_{2\nu},\ \nu\,\overline{\lim_{\nu=\infty}}\,\rho_{2\nu+1}\right).$$

---

[3] *Bulletin of the Amer. Math. Soc.*, 47, 1941, p. 602.

3. Conformément au raisonnement de M. Oppenheim ([1]), les fractions

$$\frac{p_n+\varepsilon p_{n-1}}{q_n+\varepsilon q_{n-1}} \qquad (\varepsilon=\pm 1)$$

peuvent être solutions de (1). Si les approximations par $(p_n+\varepsilon p_{n-1})/(q_n+\varepsilon q_{n-1})$ étaient meilleures que celles par les réduites des irrationnels, on contredirait les meilleures approximations symétriques ($\tau=1$). Donc les approximations des nombres irrationnels par leurs réduites sont les meilleures possibles.

4. Considérons un système d'axes rectangulaires $O\tau$, OM dans un plan. Soient θ fixe et τ variable. L'équation $M=M(\theta;\tau)$, conformément à (4), représente une courbe continue par rapport à τ. Le point anguleux

$$\tau=\frac{\overline{\lim\limits_{\nu=\infty}}\rho_{2\nu}}{\overline{\lim\limits_{\nu=\infty}}\rho_{2\nu+1}}, \qquad M=\overline{\lim_{\nu=\infty}}\rho_{2\nu}$$

de cette ligne brisée détermine parfaitement cette courbe, et réciproquement. De cette manière nous avons établi une correspondance univoque : à toute classe de nombres irrationnels θ proprement équivalents entre eux correspond un point anguleux du plan τOM.

Varions θ de manière qu'il parcoure l'ensemble de tous les nombres irrationnels. Dans le plan τOM, nous obtiendrons l'ensemble E des points anguleux. On obtient ainsi le résultat suivant : le problème des meilleures approximations se réduit à l'étude de l'ensemble E.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Fonctions analytiques dans un angle et propriétés des séries de Taylor.* Note de M. **Shmuel Agmon**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Soit $\{\lambda_n\}(n\geq 0)$ une suite croissante de nombres non négatifs satisfaisant à la condition suivante : $0<h\leq\lambda_{n+1}-\lambda_n\leq R<\infty$. Soit $N(x,k)$ le nombre de λ_n tels que $x\leq\lambda_n<x+k(x>0,\ k>0)$. Posons

$$T(k)=\frac{\overline{\lim}\,N(x,k)}{k}, \qquad x\to\infty;$$

$T=\overline{\text{borne}}\,T(k)$, $0<k<\infty$. Nous appellerons T la densité arithmétique supérieure de la suite $\{\lambda_n\}$.

A chaque suite $\{\lambda_n\}$ on fait correspondre plusieurs classes de suites $\{q_n\}$ satisfaisant, toutes, aux conditions $q_n>0(\lim q_{n+1}/q_n=1)$, et qui sont définis de la manière suivante :

$A\{\lambda_n\}=A\{n\}$ est la classe des suites $\{a_n\}$ telles que $1-\varepsilon(n)<a_{n+1}/a_n<1+\varepsilon(n)$, $\varepsilon(n)\downarrow 0$, $\Sigma\varepsilon(n)/n<\infty$.

([1]) *Bulletin de l'École Polytechnique de Jassy*, 3, 1948, p. 3.

$B\{\lambda_n\}$ est la classe des suites $\{b_n\}$ ($b_n \geqq 1$), $\log b_n$ étant une fonction concave de λ_n.

$C\{\lambda_n\}$ est la classe des suites $\{1/c_n\}$($c_n \geqq 1$) telles que $\log c_n$ soit une fonction concave de λ_n, et telle qu'en posant

$$\eta(n) = \frac{\log c_n - \log c_{n-1}}{\lambda_n - \lambda_{n-1}} - \frac{\log c_{n+1} - \log c_n}{\lambda_{n+1} - \lambda_n},$$

$\eta^*(n) = \overline{\text{borne}}\, \eta(t)(t \geqq n)$ on ait : $\Sigma\eta^*(n) < \infty$. (De la concavité résulte déjà que $\eta(n) \geqq 0$, $\Sigma\eta(n) < \infty$).

Enfin, soit $L\{\lambda_n\}$ la classe des suites $\{l_n\}$ où $l_n = a_n b_n / c_n$, les suites $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{1/c_n\}$ appartenant aux classes précédentes. On voit aisément que les classes $A\{\lambda_n\}$, $B\{\lambda_n\}$, $C\{\lambda_n\}$ sont toutes contenues dans $L\{\lambda_n\}$.

Nous pouvons maintenant énoncer les théorèmes suivants :

Théorème I. — *Soit* $\{\lambda_n\}$ *une suite de nombres non négatifs avec*

$$0 < h \leqq \lambda_{n+1} - \lambda_n \leqq R < \infty.$$

Soit T *la densité arithmétique supérieure de cette suite. Soit* $H(z)$ *une fonction holomorphe dans le secteur infini* Σ_α : $|\arg z| < \alpha \leqq \pi/2$. *Supposons que les conditions suivantes soient remplies :*

(1) $$\overline{\lim_{r=\infty}} \frac{\log|H(re^{i\theta})|}{r} \leqq \Omega|\sin\theta|, \qquad |\theta| < \alpha, \qquad 0 \leqq \Omega < \infty.$$

(2) $$|H(\lambda_n)| \leqq l_n,$$

la suite $\{l_n\}$ *appartenant à la classe* $L\{\lambda_n\}$.

(3) $$T > \frac{\Omega}{\pi}.$$

Posons $\Lambda(x) = l_n$, $\lambda_n \leqq x < \lambda_{n+1}$, *dans ces conditions, on a uniformément dans chaque secteur* Σ_β *intérieur à* Σ_α :

$$|H(z)| = |H(x+iy)| \leqq K\Lambda(x)\, e^{\Omega|y| + \delta(x)(|y|+1)},$$

avec $\delta(x) \to 0$, *lorsque* $x \to \infty$, $K = K(\Omega, T, h)$ *étant une constante qui ne dépend que de* Ω, T *et* h [*et non de* $H(z)$].

Nous utilisons ce théorème dans le cas particulier $\lambda_n = n$ *pour démontrer le théorème suivant :*

Théorème II. — *Soit* $f(z)$ *une fonction holomorphe dans un domaine simplement connexe* D, *contenant l'origine, et supposons que dans le voisinage de l'origine on ait* $f(z) = \Sigma d_n z^n$, *le rayon de convergence de cette série étant égal à* 1. *Soit* $S_N(z) = \sum_0^N d_n z^n$ *la somme partielle de* $f(z)$. *Supposons, enfin, que les coefficients* d_n *sont majorés par une suite* $\{l_n\}$ *qui appartient à la classe* $L\{n\}$,

$|d_n| \leqq l_n$. *Dans ces conditions on a, dans tout domaine fermé* $\bar{\Delta}$ *contenu dans* D

$$\left|\frac{f(z) - S_{N-1}(z)}{l_N z^N}\right| \leqq M(1 + \delta(N)),$$

où $\delta(N) \downarrow 0$ *et* $M = M(D, \bar{\Delta})$ *est une constante qui ne dépend que de* D et $\bar{\Delta}$ [*et non de* $f(z)$].

Remarquons que le théorème I, lorsque $\lambda_n = n$, et le théorème II sont équivalents.

Des applications de ces deux théorèmes aux problèmes de la recherche des singularités et à quelques autres problèmes seront exposées dans des Notes ultérieures.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Deux théorèmes généraux sur le potentiel et quelques applications.* Note de M. **Marcel Brelot**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

1. Voici deux théorèmes qui auraient pu, pour l'essentiel, être établis il y a une dizaine d'années avec les connaissances de l'époque. Nous nous placerons dans l'espace $\bar{R}_\tau$ déduit de l'espace euclidien R_τ (à $\tau \geqq 2$ dim.) par adjonction d'un point à l'infini ([1]). Notons en passant, bien que ce soit inutile pour le théorème 1, local, qui suit, que dans un ouvert ω de R_τ, les potentiels locaux, c'est-à-dire les fonctions sur ω qui valent, dans un voisinage ouvert de tout point de ω, un potentiel newtonien ou logarithmique (presque partout défini et fini) de masses de signe quelconque (à une fonction harmonique près, ou encore, avec équivalence de l'énoncé général, exactement) sont les différences de deux fonctions sousharmoniques dans tout ω; et il y a extension à un ouvert ω de $\bar{R}_\tau$, ne contenant pas un point Q, en considérant le potentiel $-h_Q$. On peut en effet montrer que, étant donnée une distribution de masses $\leqq 0$ dans cet ω, on peut trouver une fonction sousharmonique dans tout ω, dont les masses localement associées forment la distribution précédente ([2]).

Théorème 1. — *Soit dans* Ω *ouvert (dans* $\bar{R}_\tau$*), une fonction* w*, différence de deux fonctions sousharmoniques, telle que* $w \geqq 0$ *là où* w *est définie. Alors sur l'ensemble où* w *est définie et nulle, la distribution des masses associées* (différence des distributions associées aux deux fonctions sousharmoniques) *est* $\leqq 0$.

Application. — Cela peut servir à améliorer beaucoup, en un certain sens,

---

([1]) *Voir* là-dessus et sur les notions de sousharmonicité à l'infini, de potentiel $-h_Q$, mon Mémoire des *Annales de l'École Normale Supérieure*, 61, 1944, p. 301-332,

([2]) Cela étend le résultat de la Note des *Comptes rendus* (201, 1935, p. 1316-1318), dont on peut adapter le raisonnement.

de la manière suivante, le théorème d'unicité donné récemment sur une extension du problème de Cauchy [3] :

Soient u harmonique dans un domaine Ω, ω un domaine coupant la frontière $\overset{*}{\Omega}$ de Ω, $v(M)$ harmonique > 0 bornée dans $\omega \cap \Omega = \omega_1$, tendant vers o quand M sur ω_1 tend vers tout point-frontière régulier de Ω situé dans ω. On suppose $|u|$ borné dans ω_1, u/v tendant vers o quand M de ω_1 tend vers tout point de $\overset{*}{\Omega} \cap \omega - \alpha$, où α est un ensemble polaire fixé. Enfin on suppose que $\omega \cap C\Omega - \alpha$ est *annulant* pour ω, c'est-à-dire annule partout toute fonction harmonique dans ω, qui s'annule sur lui (ce qui a lieu en particulier s'il y a dans ω un point extérieur à Ω). Alors $u = 0$ dans Ω.

2. Théorème 2. — *Soit dans le domaine Ω (de $\overline{R}_\tau$) un ensemble E fixé non polaire, et u_0 sousharmonique sur l'intersection de Ω et d'un voisinage ouvert de la frontière $\overset{*}{\Omega}$* [4]. *On considère une famille de fonctions sousharmoniques u dans Ω, majorant u_0, majorées sur E par une même constante finie. Pour que ces fonctions soient bornées supérieurement dans leur ensemble sur tout compact de Ω, il faut et suffit que sur tout compact de Ω, les masses totales associées soient en module bornées dans leur ensemble.*

Application. — Considérons (pour $C\Omega$ non polaire) seulement la mesure harmonique ordinaire $\mu_M(e)$ et remarquons que c'est la charge de e, changée de signe, relative à la fonction sousharmonique qu'est la fonction de Green G(M, P) prise dans $\overline{R}_\tau$ hors du pôle $P \in \Omega$. On en déduit par exemple l'énoncé :

La condition que $G(M, P)/(G(M, P_0)$ (P_0 fixé $\in \Omega$) soit borné quand M et P varient au voisinage de deux points-frontière respectifs distincts quelconques équivaut à ce que $\mu_M(e)$ pour tout compact e de $\overset{*}{\Omega}$ soit, au voisinage de tout point-frontière hors e, majoré par une fonction $KG(M, P_0)$ ($K = C^{te}$). Sous cette condition la structure uniforme de Martin est plus fine que la structure uniforme de $\overline{R}_\tau$ et toute fonction de Wiener $H_f^\Omega(M)$ correspondant à f supposée bornée au voisinage d'un point-frontière Q est elle-même bornée dans un voisinage de Q.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Distributions capacitaires pour les potentiels de fonction de Green.* Note de Mme **Jacqueline Lelong**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

La théorie du balayage développée par H. Cartan [1] s'applique aux potentiels de Green d'énergie finie, et permet d'établir l'existence d'une distribution

---

[3] *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 49-51.

[4] On sait qu'une fonction sousharmonique dans $\overline{R}_\tau$ est constante, ce qui traite le cas où $\overset{*}{\Omega}$ est vide.

[1] *Annales de l'Université de Grenoble*, 22, 1946.

capacitaire pour tout ensemble E strictement intérieur au domaine fondamental D. Mais elle ne s'applique plus si l'ensemble E a des points d'accumulation sur la frontière de D, car sa capacité peut alors être infinie. Nous allons traiter ce cas lorsque D est le demi-espace $x > 0$ de R^p, et caractériser les ensembles susceptibles d'une distribution capacitaire pour la fonction de Green de D. (Il ne s'agira, dans tout ce qui suit, que de distributions de masse positive dans D, et de potentiels pris par rapport à la fonction de Green de D.)

Définitions 1. — Soient $\mathcal{E}$ l'ensemble des distributions d'énergie finie dans D, $\mathfrak{M}$ l'ensemble des distributions μ telles que $U^\mu \not\equiv \infty$, $\mathcal{L}$ l'ensemble des distributions λ telles que $\int U^\mu d\lambda < \infty$ pour toute distribution μ de $\mathfrak{M}$. E étant un ensemble quelconque contenu dans D, nous désignerons, toujours selon les notations de H. Cartan, par $\mathcal{E}^i_E$ (resp. $\mathfrak{M}^i_E$) l'adhérence forte (resp. fine) des distributions de $\mathcal{E}$ portées par E; par $\mathcal{E}^e_E$ (resp. $\mathfrak{M}^e_E$) l'intersection des $\mathcal{E}^i_A$ (resp. $\mathfrak{M}^i_A$) relatifs à tous les ensembles ouverts A contenant E.

2. Nous appellerons *distribution capacitaire intérieure* (resp. extérieure) de E, une distribution μ (si elle existe) de $\mathfrak{M}^i_E$ (resp. $\mathfrak{M}^e_E$) telle que $U^\mu = 1$ excepté sur un ensemble de mesure nulle pour toute distribution λ de $\mathcal{E}^i_E$(resp. $\mathcal{E}^e_E$).

3. D étant le demi-espace $x > 0$ de R^p, et E un ensemble borné quelconque dans D, il existe une distribution λ de $\mathcal{E}^i_E$ (resp. $\mathcal{E}^e_E$) telle que $U^\lambda = x$ excepté sur un ensemble de mesure nulle pour toute distribution μ de $\mathcal{E}^i_E$ (resp. $\mathcal{E}^e_E$); λ appartient à $\mathcal{L}$. Nous appellerons *charge intérieure* (resp. extérieure) de l'ensemble E, la masse totale de la répartition λ, et nous dirons qu'un ensemble E est *raréfié intérieurement* (resp. extérieurement) en un point A de l'hyperplan $\pi(x = 0)$; si la charge intérieure (resp. extérieure) de $E_n = E \cap I_n$ satisfait à $\lambda_n = o[s^{n(p-1)}]$, I_n étant l'intersphère $s^{n+1} \leq AM \leq s^n$.

LEMME 1. — *S'il existe une suite* M_n *régulière* [2] *au point* A *de* $\pi(x = 0)$ *telle que* $AM_n U^\mu(M_n)/x_n \to 0$, *alors l'ensemble des points de* D, *où* $U^\mu(M) \geq \alpha$ *est raréfié extérieurement en* A, *quel que soit* $\alpha > 0$.

LEMME 2. — *Si la fonction* H(M) *est harmonique positive dans* D, *et s'il existe une suite* M_n *régulière en* A *telle que* $AM_n H(M_n)/x_n \to 0$, *alors* H(M) *tend vers zéro lorsque* M *tend vers* A *en restant dans un cône fixe* $C_k(AM/x \leq k)$ *et l'ensemble des points où* $H(M) \geq \alpha$ *est raréfié extérieurement en* A *quel que soit* $\alpha > 0$.

LEMME 3. — *Si l'hypothèse du lemme* 2 *est vérifiée en presque tout point* A *de* π, *alors* $H(M) \equiv 0$.

A l'aide de ces lemmes, nous démontrons le

THÉORÈME. — *La condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une distribution capacitaire intérieure (resp. extérieure) sur un ensemble* E, *est que* E *soit*

(2) J. LELONG, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1333.

raréfié intérieurement (*resp. extérieurement*) *en presque tout point* A *de* π (c'est-à-dire excepté sur un ensemble de mesure $p-1$ dimensionnelle nulle au plus).

Il est assez facile de démontrer que la condition est nécessaire en s'appuyant sur des résultats antérieurs ([2]) et sur le lemme 1.

Pour démontrer que la condition est suffisante, on considère une suite croissante de domaines D_n épuisant D, la suite des ensembles $E_n = E \cap D_n$ et leurs potentiels capacitaires U^{μ_n} intérieurs (resp. extérieurs). Ces potentiels forment une suite croissante, qui converge en général vers une fonction surharmonique positive $u(M)$. Pour montrer que $u(M)$ se réduit à un potentiel, on montre qu'il existe en presque tout point A de π une suite M_n régulière en A, telle que $AM_n\, u(M_n)/x_n \to 0$. On en déduit que la partie harmonique $H(M)$ de $u(M)$ satisfait à l'hypothèse du lemme 3, donc $H(M) \equiv 0$.

Dans le cas général, si la condition n'est pas réalisée, la fonction $u(M)$ existe toujours. On peut montrer que sa partie harmonique $H(M)$ a pour limite angulaire 1 en presque tout point de l'ensemble E_1, des points de π où E n'est pas semi-effilé ([2]), et a une limite angulaire positive en presque tout point de l'ensemble E_2 des points de π où E n'est pas raréfié; on sait que $E_2 \supset E_1$. Il serait intéressant de savoir si E_1 et E_2 coïncident toujours à un ensemble de mesure nulle près, ou, à défaut, si la fonction $H(M)$ a encore pour limite angulaire 1 en presque tout point de E_2. Les résultats obtenus peuvent s'étendre, par une inversion, au domaine D constitué par la boule $OM < 1$. On peut d'ailleurs définir directement dans ce cas des notions analogues à celles que nous avons utilisées, en remplaçant la quantité x par n'importe quelle quantité équivalente à $1 - OM$ au voisinage de la frontière. Plus généralement, nos résultats s'étendent à tout domaine D limité par un nombre fini de surfaces à courbure bornée.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la probabilité de perte d'un appel téléphonique*. Note (*) de M. **Robert Fortet**, transmise par M. Émile Borel.

Dans la présente Note, nous reprenons le problème du calcul de la probabilité de perte P envisagé dans une précédente Note ([1]), en supposant cette fois qu'il y a X sélecteurs, répartis en n groupes de x sélecteurs chacun ($nx = X$), les x sélecteurs d'un même groupe étant commandés par un orienteur unique. On suppose toujours que les appels sont répartis suivant un schéma de Poisson, que les durées de conversation obéissent à la loi exponentielle et que le temps d'orientation (durée d'occupation d'un orienteur) a une durée constante θ; on reprend les notations de la Note citée (mais en supposant $c = 1$), et l'on ne s'intéresse qu'au régime stationnaire.

(*) Séance du 3 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 159.

Il est impossible de déterminer P sans introduire une autre loi de probabilité, la « loi du choix d'un groupe » : quand un appel se présente à un instant t où, sur les n groupes, $n-h$ seulement sont bloqués, il sera admis par l'un des h groupes libres, choisi, parmi les h possibles, selon une loi de probabilité ([2]) déterminée, que nous appelons la *loi du choix d'un groupe*, et dont nous supposerons qu'elle ne dépend (en dehors des données a, n, x, θ, ...), que des nombres des conversations en cours à l'instant t dans chaque groupe, et des temps depuis lesquels sont occupés les orienteurs actuellement non libres (ces hypothèses ne sont pas rigoureusement conformes à la réalité dans certains cas, mais elles semblent très admissibles dans d'autres cas, et des hypothèses plus larges conduiraient, croyons-nous, à des calculs inextricables).

Avec ces hypothèses, on se trouve en présence d'un système simple constant de Markoff, dont on peut étudier le régime stationnaire par des méthodes classiques; malheureusement il semble très difficile de tirer des équations obtenues une expression explicite rigoureuse de P. On peut alors envisager la méthode d'approximation suivante; posons

$$P=\frac{b^X}{X!\left[1+\frac{b}{1!}+\frac{b^2}{2!}+\ldots+\frac{b^k}{k!}+\ldots+\frac{b^X}{X!}\right]}$$

avec

$$(2)\qquad b=a(1+\theta+\lambda\theta),$$

ce qui ramène le calcul de P à celui de λ; la forme [(1), (2)] est intéressante en ce que $\lambda\theta$ y représente la correction provenant du blocage supplémentaire dû au fait qu'un même orienteur commande plusieurs (x) sélecteurs ($\lambda=0$ si $x=1$, $\lambda>0$ si $x>1$); considérons le développement de λ en puissance de θ

$$(3)\qquad \lambda=\lambda_0+\lambda_1\theta+\lambda_2\theta^2+\ldots+\lambda_k\theta^k+\ldots.$$

θ est toujours petit et l'on obtient toujours une précision pratiquement suffisante en remplaçant λ par la valeur approchée $\lambda_0+\lambda_1\theta$ ([3]); en général il suffit même de remplacer λ par λ_0, et nous allons indiquer comment on peut calculer λ_0. Posons

$$\Delta=1+\frac{a}{1!}+\ldots+\frac{a^k}{k!}+\ldots+\frac{a^X}{X!},\qquad \pi_s=\frac{a^s}{s!\,\Delta},\qquad S_k=\pi_k+\pi_{k+1}+\ldots+\pi_X,$$

et appelons R_j la probabilité, *calculée pour* $\theta=0$, que $(n-1)$ des groupes

---

([2]) Rappelons que le cas où le choix se ferait d'une façon purement déterministe, entre comme cas particulier dans le cas d'un choix aléatoire; en réalité c'est un sélecteur qui est choisi et non un groupe, mais cela se traduit toujours par une loi de choix d'un groupe.

([3]) Une approximation plus poussée serait illusoire, les hypothèses faites par ailleurs (les nôtres ou toutes autres qu'on pourrait leur substituer) ne pouvant s'ajuster rigoureusement à la réalité.

aient leurs x sélecteurs occupés, le $n^{\text{ième}}$ groupe en ayant $j(0 \leqq i \leqq x)$; posons

$$R_j = \frac{\pi_s}{\gamma_s} \qquad (s = X - x + j).$$

Les γ_s sont déterminées par la résolution d'un système d'équations algébriques linéaires, où intervient la loi du choix d'un groupe, et dont la solution explicite, qui semble presque impossible pour une loi du choix la plus générale, est au contraire aisée pour des lois du choix simples intéressantes. Ceci dit, λ_0 est donné par la formule

$$\lambda_0 = \frac{1}{X - a(1 - \pi_X)} \sum_{k=X-x}^{X-2} \frac{1}{\gamma_k} \left[\frac{X(X-1)(X-2)\ldots(k+1)}{a^{X-k-1}} - (k+1)(1 - S_{k+2}) \right].$$

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Précessions régulières d'un solide pesant asymétrique*. Extrait d'une lettre de M. **A. Signorini** à M. **Jacques Hadamard**.

... Je viens de présenter à la *Accademia dei Lincei* une Note de M. G. Grioli sur les précessions régulières ([1]) d'un solide pesant asymétrique.

M. Grioli considère un solide quelconque. Il s'agit donc d'une nouveauté remarquable dans le domaine d'un problème classique.

Soient G le centre de gravité du solide, $\mathcal{E}$ son ellipsoïde central d'inertie, f l'une ou l'autre des deux droites menées par G qui sont normales aux plans des sections circulaires de $\mathcal{E}$; Q un des points d'intersection de f et de $\mathcal{E}$; χ l'angle formé par f avec la normale à $\mathcal{E}$ en Q.

Si l'on fixe le solide par un point $O \neq G$ de f, parmi les ∞^6 mouvements possibles, il y a ∞^2 précessions régulières, qui ont en commun les propriétés suivantes :

1° l'axe de figure est f;

2° l'axe de précession forme l'angle χ avec la verticale ;

3° l'angle de nutation est un angle droit, les deux cônes de Poinsot sont égaux.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Amortissement des rides capillaires en fonction de la tension superficielle*. Note (*) de M[lle] **Marie Merle**, présentée par M. Joseph Pérès.

Les rides capillaires, produites par un vibrateur à la surface de l'eau contenue dans un réservoir, s'amortissent rapidement (ce qui constitue un sérieux

---

([1]) Il s'agit de mouvements dans lesquels les deux cônes de Poinsot sont de révolution et la vitesse angulaire constante. (J. H.)

(*) Séance du 26 avril 1948.

inconvénient pour l'utilisation de la cuve à rides pour l'étude de l'acoustique des salles). Mais nous avons pu constater qu'en établissant un très léger courant laminaire à la surface libre de l'eau, le champ des rides se trouvait considérablement augmenté. C'est ce que montrent les photographies 1 et 2.

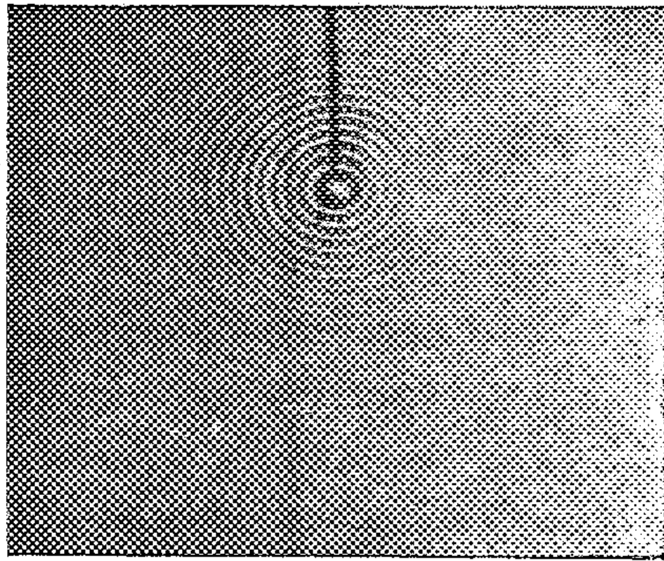


Fig. 1. — Rides dans la cuve sans courant d'eau.

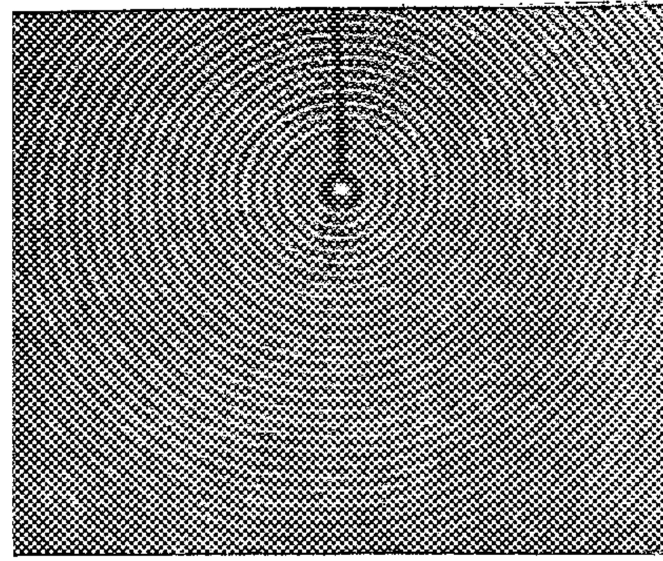


Fig. 2. — Rides dans la cuve avec un très faible courant d'eau en surface.

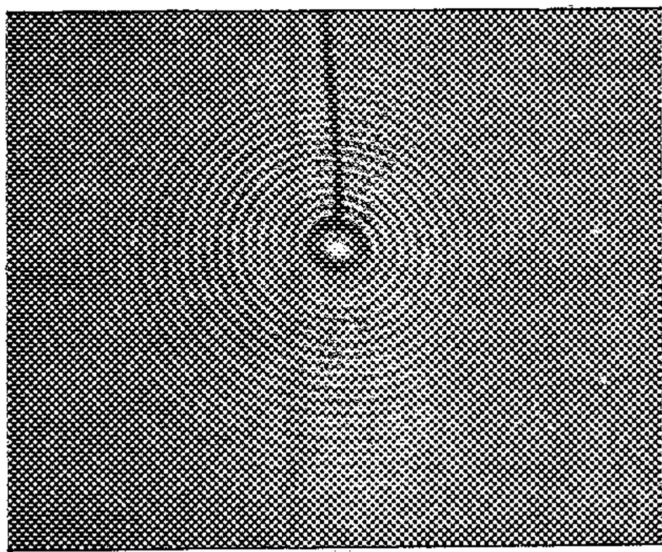


Fig. 3. — Eau ordinaire. A = 39,5 dynes par centimètre.

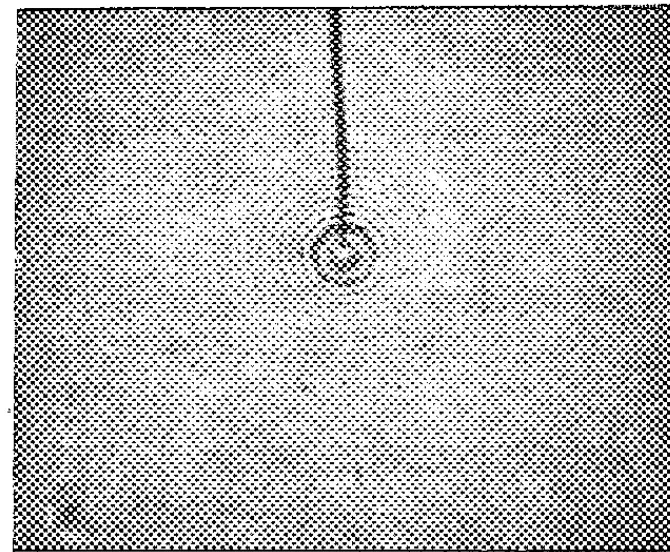


Fig. 4. — Eau additionnée de quelques gouttes de solution de sulforicinate de pyridine. A = 67,2 dynes par centimètre.

Fréquence du vibrateur : N = 45 vibrations par seconde.

Nous avons essayé d'interpréter ce fait en déterminant le coefficient d'amortissement de l'amplitude. Les formules et les notations employées sont les suivantes :

$$a = a_0 e^{-\mu r}, \qquad \mu = \frac{8\pi^2\eta}{V\lambda^2\rho}, \qquad \text{avec} \quad V = \lambda N$$

et

$$\rho\lambda V^2 = 2\pi A, \qquad \text{d'où l'on tire} \quad \mu = \frac{4\pi N\eta}{A}.$$

a_0, amplitude initiale des rides; a, amplitude à la distance r; r, distance à la source; μ, coefficient d'absorption; V, vitesse des rides; N, fréquence; λ, longueur d'onde; ρ, masse spécifique du fluide; η, coefficient de viscosité; A, tension superficielle.

L'amplitude à la distance r est donc fonction de la fréquence, de la viscosité et de la tension superficielle du liquide. On a intérêt à augmenter la tension superficielle, toutes choses égales d'ailleurs, pour augmenter le champ des rides. Nous avons donc émis l'hypothèse que le courant d'eau en surface, que nous avions réalisé, pouvait agir dans ce sens en nous fournissant un moyen très simple d'obtenir une *surface fraîche*. Pour justifier cette hypothèse, il nous fallait : *a*. vérifier l'influence de l'agitation sur la tension superficielle de l'eau employée; *b*. vérifier l'importance que la tension superficielle a sur l'amortissement des rides.

a. Une eau propre en apparence peut avoir une surface contaminée, soit par l'extension superficielle des particules de matières grasses en suspension dans l'air, soit surtout par la concentration superficielle des molécules tensio-actives qu'elle peut contenir. Ainsi la tension superficielle n'est pas uniquement déterminée par la composition globale du liquide et elle varie avec le temps. Effectivement nous avons pu relever un écart notable pour un même échantillon d'eau dans des mesures de la tension superficielle prises à une heure de distance. Parallèlement, nous avons constaté avec un diffusiomètre une modification de l'état de surface pour cette même durée de repos.

b. L'influence de la tension superficielle sur l'amortissement des rides est mise en évidence par les photographies 3 et 4.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Correspondance mécanique classique-mécanique ondulatoire. Intégrale du deuxième ordre indépendante du temps. Étude de deux cas particuliers*. Note (*) de M. ROBERT FAURE.

Nous avons montré dans une Note récente [1] qu'à une intégrale quadratique de la mécanique classique ne correspondait pas obligatoirement une intégrale du deuxième ordre quantique.

Nous avons indiqué les conditions auxquelles devaient satisfaire les données du problème lorsque l'Hamiltonien classique était

$$H = \sum_i \frac{1}{2} A_i p_i^2 + u$$

et l'intégrale $F = \Sigma_i P_i p_i^2 + R$.

L'étude des cas particuliers à deux et trois paramètres conduit aux résultats suivants :

1° *Cas à deux paramètres*. — Les équations de la mécanique analytique classique (E)

$$P_i \frac{\partial A_k}{\partial q_i} - A_i \frac{\partial P_k}{\partial q_i} = 0 \qquad (i = k,\ i \neq k), \tag{I}$$

$$2 P_i \frac{du}{\partial q_i} - A_i \frac{\partial R}{\partial q_i} = 0 \tag{II}$$

(*) Séance de 3 mai 1948.

(1) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1174.

conduisent aux systèmes

$$H = \frac{1}{2}\frac{B_1(q_1)p_1^2}{K_1(q_2)-K_2(q_1)} + \frac{1}{2}\frac{B_2(q_2)p_2^2}{K_1(q_2)-K_2(q_1)} + \frac{F_1(q_1)+F_2(q_2)}{K_1(q_2)-K_2(q_1)}.$$

Le système ainsi obtenu est un système séparable de Liouville et nous avons vu dans une Note antérieure ([2]) que pour un tel système le cas à deux paramètres est le seul où la séparation se maintienne en mécanique ondulatoire.

En séparant les variables dans l'équation $H = E$, on a

$$(3)\qquad \frac{1}{2}B_1(q_1)p_1^2 + F_1(q_1) = -EK_2(q_1) + \alpha,$$

$$(4)\qquad \frac{1}{2}B_2(q_2)p_2^2 + F(q_2) = EK_1 - \alpha.$$

Les équations (2) et (3) multipliées respectivement par K_1 et K_2 donnent

$$\frac{1}{2}(B_1K_1p_1^2 + B_2K_2p_2^2) + F_1K_1 + F_2K_2 = \alpha(K_1 - K_2),$$

et par suite, l'intégrale première

$$\frac{1}{2}\frac{B_1K_1p_1^2}{K_1-K_2} + \frac{1}{2}\frac{B_2K_2p_2^2}{K_1-K_2} + \frac{F_1K_1+F_2K_2}{K_1-K_2} = \alpha;$$

l'existence de l'intégrale première est liée au fait même que les variables se séparent, le même fait a lieu en mécanique ondulatoire et donne lieu à l'intégrale quantique

$$A = -\frac{h^2}{8\pi^2}\left(\frac{B_1K_1}{K_1-K_2}\frac{\partial^2}{\partial q_1^2} + \frac{B_2K_2}{K_1-K_2}\frac{\partial^2}{\partial q_2^2} + \frac{B_1K_1}{K_1-K_2}\frac{\partial}{\partial q_1}\operatorname{Log}\sqrt{\frac{B_1}{K_2}}\frac{\partial}{\partial q_1} + \frac{B_2K_2}{K_1-K_2}\frac{\partial}{\partial q_2}\operatorname{Log}\sqrt{\frac{B_2}{K_1}}\frac{\partial}{\partial q_2}\right) + \frac{F_1K_1+F_2K_2}{K_1-K_2}.$$

Cas à trois paramètres. — On peut satisfaire aux équations (E) avec

$$H = \frac{1}{2}\sum_1^3 \frac{F_1(q_1)(\alpha_2+\alpha_3)p_1^2}{(\alpha_2-\alpha_1)(\alpha_3-\alpha_1)} + \frac{G_1(q_1)(\alpha_2+\alpha_3)}{(\alpha_1-\alpha_2)(\alpha_3-\alpha_1)},$$

$$F_1 = \sum_1^3 \frac{F_1(q_1)p_1^2}{(\alpha_2-\alpha_1)(\alpha_3-\alpha_1)} + \frac{G_1(q_1)}{(\alpha_3-\alpha_1)(\alpha_1-\alpha_2)},$$

α_i, F_i, G_i n'étant fonction que de q_i.

L'étude de l'existence de la fonction R_1 à partir des résultats de la Note antérieure ([1]) montre que celle-ci n'existe pas lorsque les α_i sont de véritables fonctions et non des constantes.

Nous voyons donc dans l'étude de ce cas particulier qu'en général il est

([2]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1032-1033.

impossible d'affirmer d'emblée l'existence simultanée d'intégrales premières du deuxième ordre en mécanique classique et mécanique ondulatoire et par suite pour les ordres supérieurs à un. L'impossibilité d'une telle correspondance est due à la nature des coefficients des moments de Poisson dans l'Hamiltonien, c'est-à-dire à la nature des liaisons. Une telle correspondance n'a lieu que dans des cas bien particuliers, tels que celui de Liouville à deux paramètres où l'intégrale première provient d'une séparation de variables.

ASTROPHYSIQUE. — *Méthode de détermination spectroscopique des magnitudes absolues à partir de l'absorption du cyanogène.* Note (*) de M. **Jacques Plassard**, présentée par M. Bernard Lyot.

1. Depuis les travaux de Lindblad et de ses élèves, l'absorption des bandes violettes de cyanogène ($\lambda \leq 4216$ Å) sert à la détermination spectroscopique des magnitudes absolues des étoiles des classes F à M. Mais il est difficile d'évaluer l'absorption propre du cyanogène, par suite de la superposition de nombreuses raies métalliques. En particulier, la tête de bande la plus marquée, à 4216 Å, ne peut être séparée de la forte raie 4215,5 Å du strontium ionisé ($5^2S\ 1/2 - 5^2P\ 1/2$), d'où il résulte que les mesures faites en cet endroit portent sur l'absorption globale de CN et de Sr^+.

2. Nous avons cherché à déterminer plus exactement l'absorption du cyanogène, en opérant de la manière suivante. On mesure la densité optique D de l'atmosphère stellaire à 4216 Å; c'est la somme des densités optiques dues à CN et Sr^+.

$$D = D(CN) + D(Sr^+). \tag{1}$$

On mesure d'autre part la densité optique D′ à 4077,7 Å, qui provient de la forte raie de Sr^+ $[5^2S(1/2) - 5^2P(3/2)]$. Les deux raies 4215,5 et 4077,7 formant un doublet, le rapport de leurs intensités en absorption est invariable et égal au rapport des produits νg de la fréquence de chaque radiation par le poids statistique de son niveau supérieur. On peut donc calculer, à partir de D′, la densité optique $D(Sr^+)$ à 4215,5 Å et tirer D(CN) à 4216 Å de la relation (1). On obtient

$$D(CN) = D + \log(0{,}516 + 10^{-D'-0{,}316}). \tag{2}$$

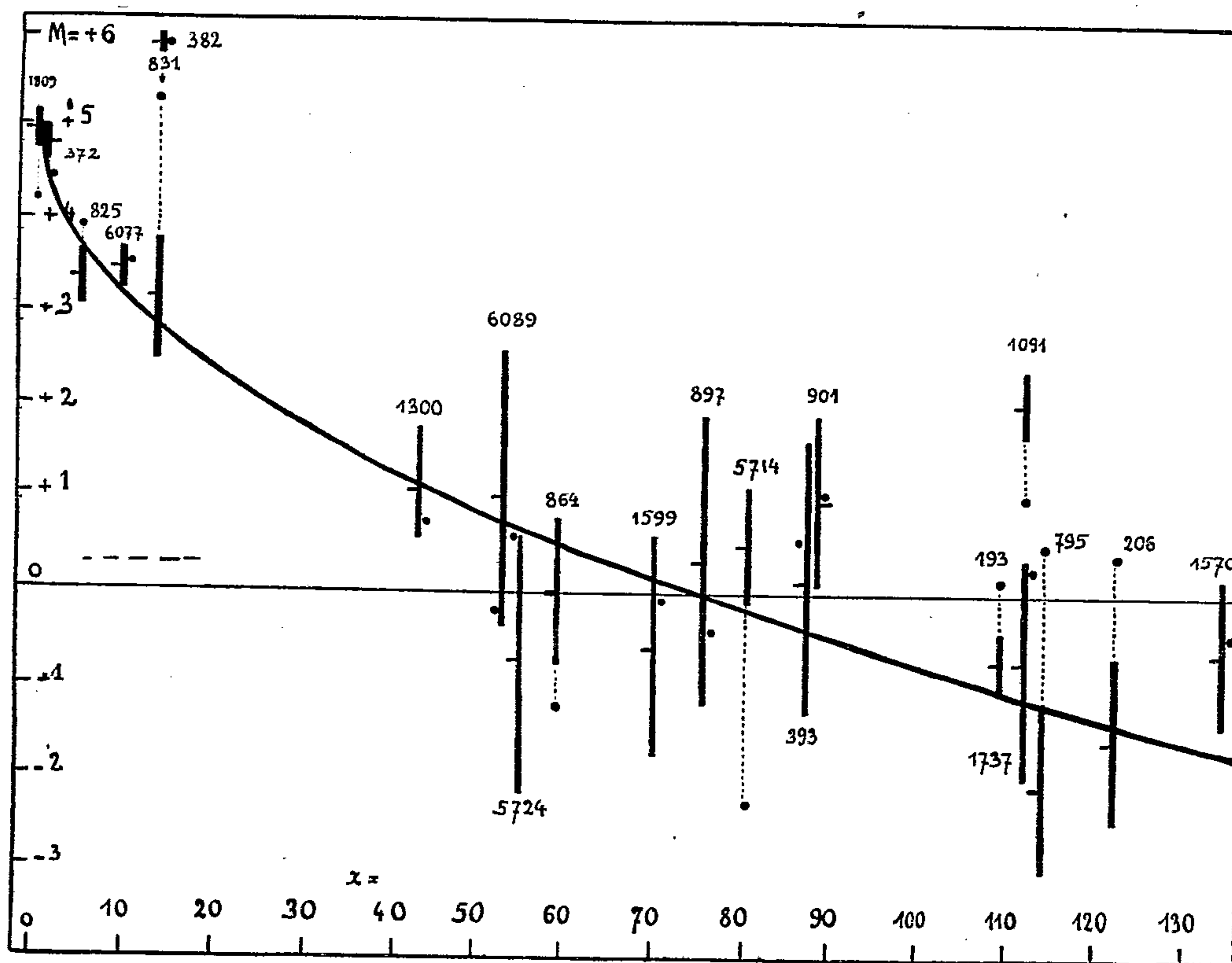
3. La méthode a été appliquée à l'étude des spectres de 21 étoiles que nous avons obtenus avec le spectrographe à un prisme monté sur le télescope de 120^{cm} de l'Observatoire de Haute-Provence (dispersion, 66 Å/mm à 4216 Å). La gradation des plaques est réalisée au moyen du dispositif décrit par Barbier ([1]), et les clichés sont enregistrés au microphotomètre de Moll.

(*) Séance du 3 mai 1948.

([1]) *Annales d'Astrophysique*, 1-2, 1944, p. 80.

Le tracé du spectre continu, indispensable à l'évaluation des densités optiques D et D', est difficile et constitue la principale cause d'incertitude des mesures.

Sur le graphique reproduit ci-dessous, on a porté en abscisse la quantité $x = 1000\,D(CN)$ et en ordonnée les magnitudes absolues déduites des parallaxes trigonométriques du Catalogue de Schlesinger ([2]). Chaque étoile est



représentée par un segment de droite joignant les deux valeurs limites correspondant à la précision des mesures trigonométriques et coupé en son milieu par un trait de repère. Le point noir placé à côté indique la magnitude absolue spectroscopique déterminée au Mont Wilson ([3]). Les numéros des étoiles sont ceux du *Preliminary General Catalogue* de Boss.

On voit que, à l'exception des étoiles n°s 382 et 1091, les magnitudes absolues se groupent bien le long d'une courbe moyenne d'équation

$$M = 5 - \sqrt{\frac{x}{3}}. \qquad (3)$$

4. Tandis que les relations établies précédemment à partir de mesures

([2]) *General Catalogue of Parallaxes*, Yale, 1935.

([3]) *Contributions from the Mount Wilson Observatory*, 511, 1935, p. 1.

moins explicites faisaient intervenir le type spectral (4), la relation obtenue ici est, au moins en première approximation, indépendante de celui-ci.

Pour les 19 étoiles conservées, l'écart moyen entre les magnitudes absolues calculées par (3) et les magnitudes absolues trigonométriques est $\pm$ 0,53 magnitude et il tombe à $\pm$ 0,07 si l'on adopte la magnitude trigonométrique correspondant à l'extrémité du segment la plus voisine de la courbe. Lorsque nous avons mesuré l'écart moyen entre les magnitudes absolues spectroscopiques du Mont Wilson et les mêmes magnitudes trigonométriques, nous avons trouvé, même après élimination des deux écarts les plus grands (étoiles nos 831 et 5714), des nombres plus élevés : $\pm$ 0,82 dans le premier cas et $\pm$ 0,29 dans le second.

ASTRONAUTIQUE. — *Sur les problèmes de l'évasion hors de l'attraction terrestre et de la gravitation autour de la Terre.* Note (*) de M. **Robert Genty**, présentée par M. Donatien Cot.

L'emploi des fusées a permis d'envisager favorablement la solution des problèmes de l'*évasion* et de la *gravitation* qui jusque-là présentaient des difficultés techniques considérables du fait de la grande importance de la résistance de l'air à basse altitude pour des vitesses élevées. Ces engins peuvent en effet, après avoir traversé les couches sensibles de l'atmosphère à vitesse relativement faible, gagner les régions suffisamment éloignées de la surface de la Terre pour que la résistance de l'air y soit négligeable. Cet éloignement entraîne d'autre part une réduction avantageuse des vitesses d'évasion V_ε et de gravitation V_γ, et implique des accélérations très modestes pour le mouvement du mobile. Cette dernière propriété facilite beaucoup la conception technique des engins et permet d'envisager, le cas échéant, l'emport d'êtres vivants.

Mais il n'est dès lors plus possible de conserver l'hypothèse des balisticiens : accélération de la pesanteur constante. C'est pourquoi nous avons repris le problème de la fusée en tenant compte de son nouvel aspect.

Il faut que la fusée atteigne en un point de sa trajectoire, que nous choisirons rectiligne par rapport à la Terre (cas du lancement vertical), la vitesse d'évasion V_ε ou la vitesse de gravitation V_γ, selon le cas. En ce qui concerne la gravitation, il sera nécessaire d'orienter la fusée à cet instant afin qu'elle prenne une direction tangente à sa trajectoire orbitale. Des procédés de télécommande radioélectrique de principe connu ou plus simplement même, un appareillage mécanique accélérométrique, peuvent déterminer ce basculement au moment voulu.

Soient V la vitesse de la fusée en un point d'abscisse S (comptée du centre de

(4) Forsten Setterberg, *Stokholms Observatoriums Annaler*, 15, 1, 1947.

(*) Séance du 3 mai 1948.

la Terre) correspondant à l'instant t, c la vitesse d'éjection des gaz qui sera considérée comme constante, la poussée étant alors elle-même constante, g l'accélération de la pesanteur, k la constante de l'attraction newtonienne, m_0 la masse totale de la fusée au départ, m_1 la masse de la fusée vidée de son fluide propulsif, m_p la masse du fluide propulsif au départ, avec $t=0$ et $S=S_0$ (rayon terrestre) au départ et $t=t_p$, $S=S_1$ en fin de combustion.

Posons $\delta=m_p/m_0$. Pour les raisons indiquées plus haut nous négligeons la résistance de l'air. L'équation différentielle du mouvement s'écrit

$$(1)\qquad \frac{dV}{dt}=\frac{\dfrac{m_p}{t_p}c}{m_1+m_p\dfrac{t_p-t}{t_p}}-g$$

ou

$$(2)\qquad \frac{d^2S}{dt^2}+\frac{k}{S^2}-\frac{\dfrac{m_p}{t_p}c}{m_1+m_p\dfrac{t_p-t}{t_p}}=0.$$

Nous intégrerons d'abord l'équation (1) en supposant g constant, puis nous calculerons le terme complémentaire qui tiendra compte de la variation de g avec S. Pour $g=g_0$ const. (g_0 valeur de g au sol), l'équation (1) donne pour la vitesse en un point courant

$$V'=-c\,\mathrm{Log}\left(1-\frac{\delta t}{t_p}\right)-g_0 t$$

et pour $t=tp$ en fin de course utile

$$(3)\qquad V'_1=c\,\mathrm{Log}\frac{1}{1-\delta}-g_0 t_p.$$

Cette formule est bien connue. Elle sert couramment aux techniciens de l'engin dit V 2, qui opèrent dans le domaine de la balistique. Cependant elle ne saurait suffire à l'étude qui nous intéresse parce que, dans les conditions actuelles, on se trouve à la limite des possibilités mécaniques, et il ne convient pas de s'arrêter à une solution systématiquement pessimiste. Calculons maintenant le terme complémentaire. Pour cela remarquons que l'expression $m_1+m_p(t_p-t)/t_p$ qui est une fonction de t est également une fonction de S. Sans faire aucune hypothèse particulière sur la forme de cette fonction, on peut écrire $m_1+m_p(t_p-t)/t_p=f(S)$; l'équation (2) devient alors

$$\frac{d^2S}{dt^2}+\frac{k}{S^2}-\frac{\dfrac{m_p}{t_p}c}{f(S)}=0$$

ou, en intégrant une fois,

$$(4)\qquad V^2-\frac{2k}{S}-2\int_{S_0}^{S}\frac{\dfrac{m_p}{t_p}c}{f(S)}\,dS+M\,(\text{const.})=0.$$

Or, pour g constant l'équation (1) donne par intégration

$$(5)\qquad V'^2 + 2g_0 S - 2\int_{S_0}^{S} \frac{\frac{m_p}{t_p} c}{f(S)} dS + M'\,(\text{const.}) = 0.$$

En effectuant le calcul entre les limites S_0 et S_1 et en retranchant membre à membre (5) de (4), il vient

$$(6)\qquad V_1^2 - V_1'^2 = 2g_0 \frac{(S_1 - S_0)^2}{S_1}$$

et en rapprochant cette expression (6) de (3)

$$V_1^2 = \left(c \operatorname{Log} \frac{1}{1-\delta} - g_0 t_p\right)^2 + 2g_0 \frac{(S_1 - S_0)^2}{S_1},$$

formule qui tient compte de la variation de g avec l'altitude.

CHALEUR. — *Influence de l'humidité sur la conduction thermique des corps granuleux.* Note de M. **Marcel Devienne**, présentée par M. Gustave Ribaud.

L'étude expérimentale de la conduction thermique des corps granuleux est faite à l'aide d'une méthode de régime variable décrite par ailleurs. Pour permettre une interprétation théorique plus commode, le corps granuleux est constitué de petites billes de même rayon (acier, silice, plomb) placées dans un cylindre métallique. Le cylindre à température homogène, est plongé dans un bain froid maintenu à une température constante. La variation de température en fonction du temps au centre du cylindre permet de déterminer la diffusivité thermique a du corps granuleux et, par suite, connaissant la chaleur spécifique et la densité de ce corps, le coefficient de conduction thermique λ.

L'étude a consisté, en particulier, dans l'examen de l'influence, sur le coefficient λ, de l'eau condensée sur des billes de verre de silice de $3^{mm},3$ de diamètre. La mesure du coefficient est d'abord effectuée avec de l'air rigoureusement desséché. On introduit ensuite des masses connues d'eau dans le cylindre qui est mis en relation avec une enceinte contenant de la vapeur d'eau sous diverses pressions et, pour chaque quantité d'eau, on effectue la mesure de λ. Dans l'air sec à $0°$ et, pratiquement dans l'air non saturé de vapeur d'eau à la même température, λ est égal à $\lambda_0 = 0{,}000418$ cal/cm^{-1}/sec^{-1} (°C)$^{-1}$. Au fur et à mesure que de l'eau se condense sur les grains, le coefficient de conduction apparente augmente. Au début, pour une masse d'eau condensée de 0,618 milligramme par litre, la conduction thermique augmente de 7 %; l'augmentation est de moins en moins rapide au fur et à mesure que s'accroît la quantité d'eau condensée; elle n'est que de 38 % pour une masse d'eau condensée de $0^g,300$ par litre; elle n'est seulement que de 55 % pour une masse d'eau de $2^g,78$. A remar-

quer que, si le cylindre contenant les billes est rempli d'eau, le coefficient λ est à peine 3,72 fois plus grand que celui de l'air sec.

On a essayé d'interpréter les résultats obtenus. L'influence qui paraît la plus grande est celle de la présence d'un noyau liquide au point de contact des billes, tout au moins dans le cas où la masse d'eau liquide est suffisante. Supposons que cette cause joue un rôle prépondérant, le calcul simple montre que les coefficients obéissent à la loi

$$\frac{\log \frac{m_k}{m_p}}{\lambda_k - \lambda_p} = \text{const.},$$

formule dans laquelle m_k et m_p représentent les masses d'eau condensée dans les expériences k et p, λ_k et λ_p les coefficients de conduction thermique du corps granuleux correspondant à ces masses. Effectivement, pour des masses d'eau condensée comprises entre $6^{\text{mg}},676$ et $2^{\text{g}},78$ par litre et des coefficients de conduction variant entre $1,137\,\lambda_0$ et $1,538\,\lambda_0$, on a, par exemple, en prenant pour p une expérience correspondant à une masse d'eau condensée de $0^{\text{g}},300$ par litre, des valeurs du rapport précédent variant entre 6,7 et 3,4.

Pour des masses d'eau plus faibles, le rapport atteint des valeurs sensiblement plus grandes, de l'ordre de 8,5; il se peut que, du fait de la faible condensation, l'eau soit localisée à la surface des billes et ne se rassemble plus aux points de contact de celles-ci, ce qui correspondrait à une augmentation beaucoup moins importante de la conduction.

Il est d'ailleurs probable que d'autres phénomènes d'importance relative moindre interviennent pour justifier les variations de la conduction thermique en présence d'eau. Par exemple, dans un champ thermique quelconque, une distillation s'effectuant des parties chaudes vers les parties froides, a pour effet une augmentation apparente de la conduction thermique.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *L'onde de surface de Sommerfeld. Solution définitive d'un problème resté depuis longtemps en suspens.* Note (*) de MM. **Théo Kahan** et **G. Eckart.**

En 1909, A. Sommerfeld (1) a étudié, dans un Mémoire célèbre, le rayonnement d'un dipôle électrique vertical au-dessus d'un sol plan.

Il obtient, dans le demi-espace supérieur pour la fonction de Hertz résultante :

$$(1) \qquad \Pi_1 = \text{const.} \int_0^{\infty} \frac{J_0(\lambda r)\, e^{-z\sqrt{\lambda^2-k_1^2}}\,\lambda\, d\lambda}{k_1^2\sqrt{\lambda^2-k_2^2}+k_2^2\sqrt{\lambda^2-k_1^2}}.$$

En posant $J_0(v) = [\mathcal{H}_0^{(1)}(v) + \mathcal{H}_0^{(2)}v]/2$ on peut faire passer le chemin d'inté-

(*) Séance du 26 avril 1948.

(1) *Ann. d. Ph.*, Bd. **28**, 1909, p. 665 et suiv.

gration de l'intégrale contenant $H_0^{(1)}$ dans le demi-plan supérieur du plan complexe λ, et il ne reste que l'intégrale suivante dans ce demi plan supérieur

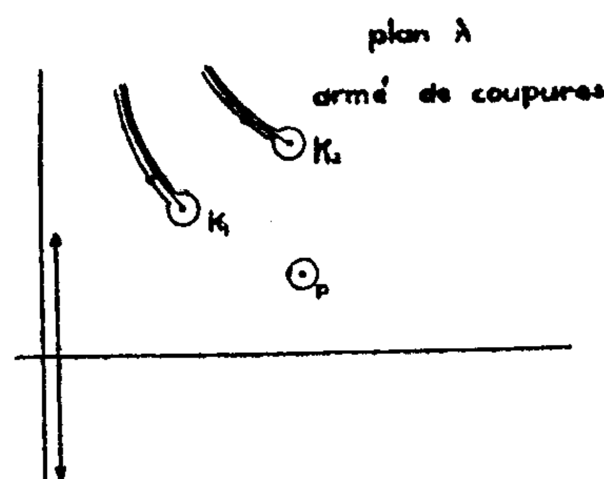
$$(2) \qquad \text{const.} \int \frac{H_0^{(1)}(\lambda r)\, e^{-z\sqrt{\lambda^2-k_1^2}}}{k_1^2\sqrt{\lambda^2-k_2^2}+k_2^2\sqrt{\lambda^2-k_1^2}}\,\lambda\, d\lambda$$

prise suivant les trois contours suivants : 1° sur un lacet (coupure de ramification) qui, partant de k_1 passe par l'infini du demi-plan supérieur; 2° sur un lacet du même genre partant du point k_2 et aboutissant à l'infini; 3° sur une circonférence entourant le pôle (zéro du dénominateur). Le chemin 1 fournit les ondes dites d'espace; le chemin 2 apporte une contribution négligeable; le contour 3 donne naissance à la célèbre onde de surface, de forme

$$(4) \qquad u_0 = \text{const.}\, \frac{e^{isr}}{\sqrt{r}}\, e^{-z\sqrt{s^2-k_1^2}},$$

s étant le pôle de l'expression sous le signe somme définie par $s = k_1 \sin\varphi$, $\varphi = \text{arc tg}(k_2/k_1)$ étant l'angle de Brewster.

En 1919, Weyl ([2]) traite le même problème sous une autre forme qui contient uniquement la partie fournie chez Sommerfeld par le lacet 1. Il met ainsi en doute l'existence même de l'onde de surface. Un grand nombre d'auteurs se sont attachés à la question de savoir si l'onde de surface possède une réalité physique ou non. En 1936, Norton constata, au cours d'une étude expérimentale, que l'onde de surface n'existait pas ([3]). En 1947, Epstein publie le raisonnement suivant qui serre de près la réalité ([4]) (*fig.* 2).



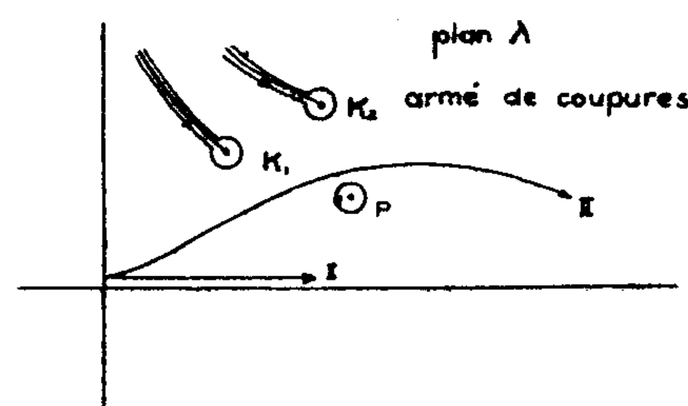


Fig. 1. (P doit se trouver à gauche de k_1.) Fig. 2.

Pour le rayonnement *primaire* on peut choisir à volonté pour notre intégrale, soit le chemin 1, soit le chemin 2 (*fig.* 2); celui-ci ne contient plus le pôle P. En déformant maintenant le chemin 2 de façon à le tirer en haut, on élimine

---

([2]) *Ann. d. Phys.*, 1919, p. 481 et suiv.
([3]) *Proc. I. R. E.*, septembre 1936.
([4]) *Proc. Nat. Ac. Sc.*, juin 1947.

l'onde de surface. Epstein fait alors remarquer que le problème de rayonnement en question n'est pas bien déterminé. Or, il est évident qu'on ne peut pas se contenter, comme le fait Epstein, de dire que le problème posé n'est pas univoque. Pour reprendre une formule de Sommerfeld, la nature réalise une, et une seule solution bien définie; il faut seulement trouver l'hypothèse supplémentaire qui permette de choisir la solution correcte parmi toutes les solutions possibles. C'est Sommerfeld lui-même qui fournit le critère dans son travail sur les fonctions de Green de l'équation d'onde ([5]).

Dans le cas de k_1 et k_2 réels ([6]), nous pouvons rendre le problème univoque en faisant appel à la célèbre condition d'unicité (*Ausstrahlungsbedingung*) de Sommerfeld ([5]) : il y a lieu d'exiger qu'à une distance suffisamment grande de l'émetteur, l'onde ne se compose que d'ondes divergentes, qu'elle ne contienne donc plus de composante revenant de l'infini. En procédant de la sorte, la solution devient univoque comme les auteurs le montreront ultérieurement.

Ainsi, en considérant l'onde de surface qui n'est autre chose qu'une onde incidente sous l'angle de Brewster, multipliée encore par le facteur const./$\sqrt{r}$, l'on obtient

$$u_{\text{surface}} = \frac{\text{const.}}{\sqrt{r}}\, e^{(ik\sin\varphi\, r - ik\cos\varphi\, z)}.$$

Le second terme de l'exposant montre qu'il s'agit d'une onde cheminant dans la direction $-z$, par conséquent d'une onde *convergente* partie de l'infini et ne satisfaisant plus à la *Ausstrahlungsbedingung*. Pour remplir cette condition, il faut choisir le chemin 2 pour l'intégrale contenant $H_0^{(1)}(\lambda_2)$.

Ainsi le problème est bien défini et univoque (contrairement à ce qu'affirme Epstein) et l'onde de surface n'existe pas dans le rayonnement du dipôle. Voilà donc supprimé le désaccord entre Sommerfeld et Weyl et le résultat expérimental de Norton se trouve théoriquement bien établi.

ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES. — *Propriétés et applications des guides à section ovale*. Note (*) de M. **Marc Jouguet**.

Dans une précédente Note ([1]) nous avons indiqué le principe d'une méthode de perturbation s'appliquant à l'étude de la propagation des ondes dans un guide à section presque circulaire. Les phénomènes que cette étude met en évidence, peuvent donner lieu à différentes applications :

([5]) *Jahresber. der Deutsch. Math. Vereinigung*, 1913, p. 309 et suiv.

([6]) La solution physique doit bien entendu rester valable aussi pour k_1 et k_2 réels. Pour k_1 et k_2 complexes, la solution obtenue par prolongement analytique doit satisfaire à l'*Ausstrahlbedingung*.

(*) Séance du 3 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1436.

1. En utilisant un tronçon de guide à section presque circulaire, de longueur convenable, et en donnant à sa section droite une forme appropriée, on peut effectuer sur une onde (E_p) ou (H_p) les transformations suivantes.

a. Transformation d'une onde à polarisation rectiligne en une onde de même type, mais orientée différemment autour de l'axe, les plans de symétrie de l'onde ayant finalement tourné d'un angle donné quelconque.

b. Transformation d'une onde à polarisation rectiligne en une onde de même type, mais à polarisation elliptique, l'ellipticité des champs pouvant être quelconque et transformation inverse ([2]).

2. En particulier, pour effectuer les transformations précédentes sur des ondes (E_1) ou (H_1), on peut utiliser un tronçon de guide à section ovale, ayant deux plans de symétrie rectangulaires A et A′ passant par l'axe. Considérons plus particulièrement une onde (E_1). Elle présente deux plans de symétrie rectangulaires P et P′. Appelons plan principal P celui qui coupe orthogonalement les lignes de force électrique et plan antiprincipal P′ celui qui coupe orthogonalement les lignes de force magnétique et qui contient les lignes nodales du champ magnétique. Si l'on effectue la transformation *a* sur une onde (E_1) au moyen d'un guide ovalisé ayant ses plans A et A′ inclinés à 45° sur les plans P et P′, ces derniers plans échangent leurs positions.

3. Cette propriété peut être utilisée pour faire passer une onde (H_0) d'un guide à section circulaire G_1 dans un autre guide identique G_2, les axes de ces deux guides faisant entre eux un angle donné quelconque β. Soit Q le plan des deux axes. Raccordons au guide G_1 un guide courbé à section circulaire C_1, faisant tourner l'axe d'un angle θ_1 dans le plan Q. On sait ([3]) que si θ_1 est multiple demi-entier d'un certain angle θ_0, l'onde (H_0) est transformée en une onde (E_1) admettant le plan Q pour plan principal. Faisons passer cette onde dans un tronçon convenable de guide ovalisé O_1, ayant ses plans de symétrie A et A′ inclinés à 45° sur le plan Q. Elle est transformée en une onde (E_1) qui admet le plan Q pour plan antiprincipal. Faisons-la passer ensuite dans un guide courbé à section circulaire C_2 qui fait tourner l'axe d'un angle θ_2 dans le plan Q. On sait ([3]) que, quel que soit θ_2, l'onde n'est pas sensiblement modifiée. En lui faisant alors traverser un tronçon O_2 identique à O_1, on amènera à nouveau le plan principal à coïncider avec le plan Q. Enfin, un guide à section circulaire courbé C_3, faisant tourner l'axe d'un angle θ_3, multiple demi-entier de θ_0, rétablira l'onde (H_0), qu'on pourra envoyer dans le guide G_2. Comme l'angle θ_2 peut être quelconque, il est toujours possible de choisir θ_1, θ_2 et θ_3 de façon que la somme algébrique de ces angles soit égale à l'angle donné β. Ainsi se trouve résolu le problème de la transmission d'une onde (H_0) dans un coude d'angle total quelconque.

([2]) Une application analogue des guides à section aplatie a été indiquée par Edmond Safa (*Ann. des Télécommunications*, **2**, n° 11, 1947).

([3]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 998-1000.

4. Le même problème peut d'ailleurs être résolu plus simplement, sans l'emploi de guides ovalisés. Il suffit de placer à la suite l'un de l'autre trois coudes C_1, C_2 et C_3 ayant leurs axes courbés respectivement dans trois plans Q_1 Q_2 et Q_3. Le plan Q_2 sera perpendiculaire à Q_1 et le plan Q_3 perpendiculaire à Q_2. On prendra encore pour θ_1 et θ_3 des valeurs multiples demi-entières de θ_0 et θ_2 sera choisi de façon que l'angle total dont tourne l'axe soit égal à l'angle β. Mais ici, les axes des guides G_1 et G_2 ne seront pas dans un même plan. Il est facile de montrer que, θ_1 et θ_3 étant choisis, il y a pour θ_2 une ou deux valeurs, suivant la valeur de β.

5. En ce qui concerne les ondes (H_0), ajoutons que la propriété remarquable dont elles jouissent, d'avoir un affaiblissement qui décroît quand la fréquence augmente, ne subsiste pas dès que la section du guide cesse d'être rigoureusement circulaire. Cette propriété est due, comme on le sait, à l'absence de courant longitudinal dans la paroi. Or, la moindre déformation de la section droite fait apparaître une composante longitudinale de courant, à laquelle correspond un affaiblissement supplémentaire qui croît avec la fréquence. Toutefois, cet affaiblissement est infiniment petit avec la déformation.

ÉLECTRONIQUE. — *Singularités du spectre lumineux des cathodes à oxydes pendant l'émission électronique.* Note (*) de MM. **Jean Debiesse** et **Robert Champeix**, présentée par M. Camille Gutton.

Les cathodes à oxyde utilisées dans les tubes thermoioniques comportent un support de nickel chauffé vers 1000°K. recouvert d'une couche d'environ 50 μ d'un mélange d'oxyde de baryum et de strontium.

Il semble actuellement admis qu'après activation, une telle cathode présente, d'une part, une couche complexe (silicate de Ba, aluminate de Ba, d'une façon plus générale sel oxygéné de Ba) au contact du nickel (1), d'autre part, un revêtement superficiel d'oxyde de strontium (épaisseur 10^{-5} cm) (2) probablement recouvert d'atomes de baryum.

W. Mecklenburg (4) puis récemment A. Wright (5) ont résumé les principales théories expliquant le mécanisme de l'émission des électrons par les cathodes à oxydes.

Il nous a semblé intéressant d'étudier si une certaine liaison ne peut exister entre l'émission électronique et l'émission de lumière par la cathode (Théorie de Boer 1935, par exemple).

(*) Séance du 3 mai 1948.
(1) H. P. Rooksby, *Nature*, G. B., 159, 1947, p. 602-610.
(2) A. Fineman and A. Eisenstein, *J. App. Phys.*, 17, 1946, p. 863.
(3) *J. App. Phys.*, 17, 1946, p. 664.
(4) *Zeits. f. Phys.*, 120, 1942, p. 21.
(5) A. Wright, *Proc. Phys. Soc.*, 60, 1948, p. 337.

Nous avons procédé aux expériences suivantes :

Une cathode à oxydes sert de source lumineuse à un spectrographe Huet (type A). La température est maintenue constante par contrôle au pyromètre. On tire alors un spectre de la source (pose quelques heures) :

1° Quand la cathode ne débite pas d'électrons.

2° Quand la cathode débite un flux électronique (courant anodique 75 mA. pour une surface utile de la cathode de 0,65 cm^2. Tension anodique 250 volts).

On obtient dans les deux cas le même spectre continu auquel se superposent, dans le deuxième cas seulement, des raies que nous avons étudiées et identifiées à l'aide du microdensimètre Vassy.

Ces raies sont les suivantes :

5535,5	Ba I	4962,2	Sr I	4934,1	Ba II
4861,3	Hβ	4961,6	Ba	**4607,3**	Sr I
4579,7	Ba	**4554**	Ba II	4340,4	Hγ

Les longueurs d'onde indiquées en caractères gras sont celles de raies particulièrement intenses.

L'émission de ces raies est facilitée soit par une élévation de la température de la cathode 800 à 1200°C., soit par un accroissement du débit électronique (25 à 100 mA).

A. Gehrts (6), puis F. Detels (7) avaient signalé la présence des raies du Ba dans le spectre de la lueur verte qui apparaît auprès d'une cathode au BaO, surchauffée, d'où l'on tirait un fort courant électronique.

Dans les conditions de nos expériences aucune lueur n'apparaît au voisinage de la cathode. La même étude a été faite avec des cathodes : soit à l'oxyde de strontium seul, soit à l'oxyde de baryum seul (8). Il apparaît alors, pour les premières,

les raies { 4861 Hβ, **4607,3** Sr I, 4340,4 Hγ,

et pour les secondes, avec une très faible intensité, la raie 4861,3 Hβ.

Conclusion. — Une certaine corrélation existe entre l'émission électronique et l'émission lumineuse (existence d'atomes alcalinoterreux une ou deux fois ionisés).

(La présence de raies dues à l'hydrogène s'explique par le recuit des électrodes dans ce gaz, recuit fait avant la fermeture des tubes.)

---

(6) *Zeits f. tech. Physik*, **11**, 1930, p. 246.

(7) *Zeits f. Hochfrequenz*, **30**, 1937, p. 10.

(8) Les cathodes au SrO ou au BaO n'émettent respectivement le flux électronique voulu (75 mA) que par l'emploi de potentiels anodiques de 280 et de 300 volts.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur la théorie du polissage anodique.*
Note (*) de M. **Jean Mercadié**, présentée par M. Pierre Jolibois.

A première vue, il semble paradoxal que la dissolution d'une anode métallique dans un bain d'électrolyse ne soit pas, en général, accompagnée du polissage de cette électrode, c'est-à-dire de la disparition sélective de ses microaspérités. Par analogie avec ce qui se passe dans l'air, au voisinage d'un conducteur, ou, à l'échelle du centimètre, dans une cuve rhéographique, on pourrait s'attendre à ce que les lignes de force du champ se concentrent à proximité des portions convexes de l'électrode, et provoquent, quel que soit le bain, la dissolution accélérée des aspérités. On sait, qu'au contraire, les bains de polissage sont très particuliers. Les résultats que j'ai publiés dans une Note précédente suggèrent une explication.

En général, le sel résultant de l'attaque électrochimique est entièrement dissocié. Nous avons vu que dans ces conditions, la charge d'espace répartie dans la couche de diffusion enveloppant l'électrode, tend à uniformiser la densité de courant à la surface de cette dernière et, par suite, à réduire l'attaque sélective des aspérités.

D'autre part, le mécanisme de décharge des ions ne semble pas directement affecté par les valeurs locales de la courbure de l'anode. Cette décharge, en effet, ainsi que les réactions secondaires qui l'accompagnent aussitôt, se produisent au voisinage immédiat de l'électrode, dans une couche extrêmement mince d'une épaisseur de quelques angströms. A cette échelle, la courbure des aspérités est négligeable, et ne paraît pas pouvoir intervenir.

Nous avons aussi établi que cette courbure n'affecte pas la concentration des produits de l'électrolyse, qui est constante sur l'électrode. Elle ne peut donc pas davantage agir indirectement, par cet intermédiaire, sur les conditions énergétiques locales de la décharge. Les polarisations d'activation et de concentration sont les mêmes en tous les points de l'anode.

Il n'apparaît donc aucune raison théorique pour que, dans un bain entièrement dissocié, le polissage ait lieu.

Supposons, par contre, que le métal dissous se trouve engagé dans des complexes peu dissociés. Quel que soit le détail des calculs, actuellement en cours, il est évident que la charge d'espace aura un effet réduit. Les produits de l'électrolyse au contact de l'anode, s'éloigneront sous l'influence prépondérante de la diffusion; c'est ce que W. Elmore avait posé *a priori* ([1]). Il en résulte, comme l'indique cet auteur, que les aspérités sont l'objet d'une attaque accélérée. Le polissage devient possible.

Les considérations précédentes m'ont conduit à rechercher sous quelle forme

(*) Séance du 23 février 1948.
([1]) W. Elmore, *J. Appl. Phys.*, 10, 1939, p. 724; 11, 1940, p. 797.

se trouve le métal dissous dans les bains phosphoriques servant en particulier à polir le cuivre et le cadmium. J'ai mesuré, à l'équilibre, le potentiel d'une électrode de cuivre plongeant dans une solution contenant une quantité fixe de cuivre en présence de quantités variables de phosphate monosodique. Mes mesures (²) montrent qu'à 25° le potentiel de l'électrode décroît régulièrement de 264 à 225 mV lorsque la concentration de PO_4H_2Na augmente de 0,073 à 2,09 mol/g/l. Cela implique que le métal dissous, presque entièrement à l'état d'ion Cu^{++} en présence de peu d'ions $(PO_4H_2)^-$, est au contraire très fortement combiné à ces ions, lorsque leur concentration atteint 1 ion/g/l.

J'ai, depuis, étudié par la même méthode une électrode de cadmium. A 25°, le potentiel de l'électrode décroît de —487 à —516 mV lorsque, la quantité de cadmium en solution restant constante ($4{,}50.10^{-3}$ atome/g/l), la concentration de PO_4H_2Na croît de 0,1236 à 1,740 mol/g/l. L'interprétation est nécessairement la même : en solution phosphorique concentrée, le métal ne se trouve qu'en faible proportion à l'état de cathion métallique libre.

Il est intéressant, à ce sujet, de noter les résultats publiés par J. M. Stokes, à la suite de recherches indépendantes du problème du polissage (³). Il a constaté qu'en solution concentrée les coefficients d'activité moyenne des phosphates alcalins monométalliques prennent des valeurs particulièrement basses, comparables seulement à celles des nitrates et des perchlorates alcalins.

Il ne paraît pas possible d'expliquer ce fait sans l'attribuer à une dissociation incomplète des sels étudiés. Cela met en évidence une tendance marquée des anions correspondants à se combiner aux cathions métalliques, même alcalins. Cette propriété qui, pour $(PO_4H_2)^-$, s'accorde avec mes résultats, constitue une analogie significative (la première, à ma connaissance, qui ait été signalée, entre les anions intervenant dans les denx bains de polissage les plus utilisés. On peut penser que l'acide nitrique, dans le cas où il n'attaquera pas un métal d'une façon trop irréversible, pourra aussi permettre le polissage anodique.

Indiquons, pour terminer, que, dans le cadre de notre théorie, les substances aecessoires introduites en quantités notables dans un bain de polissage (alcool, auhydride acétique), ont pour rôle évident de réduire la constante diélectrique du milieu, et favorisent, par suite, la formation des complexes.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur l'électrolyse des solutions aqueuses des iodures d'alcoyle.* Note (*) de M. **Édouard Gand**, présentée par M. Pierre Jolibois.

Les recherches que j'ai effectuées sur l'hydrolyse des iodures d'alcoyle, sur la conductivité de leurs solutions aqueuses et organiques et sur la réaction

(²) J. Mercadié, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 581.

(³) *Trans. Faraday Soc.*, **41**, 1945, p. 685.

(*) Séance du 3 mai 1948.

entre ces esters et les sels d'argent et de mercure, m'ont conduit à considérer comme plausible une ionisation partielle et progressive de l'ester dissous. J'ai été amené à faire l'électrolyse des solutions aqueuses de ces esters.

L'iodure d'alcoyle purifié selon la méthode que j'ai proposée ([1]) est dissous dans de l'eau purifiée. J'ai opéré avec électrodes en platine poli, en présence d'un excès d'ester et avec une faible agitation permanente pour maintenir la solution saturée et pour éliminer le plus possible l'iode moléculaire qui se forme à l'anode et qui se concentre de cette façon dans l'excès d'ester.

1° Après saturation des électrodes, des gaz se dégagent aux deux électrodes. Leurs débits, ainsi que l'intensité, croissent avec le temps, même à température maintenue constante. L'électrolyse présente donc un caractère de progressivité qui est le signe d'une évolution de la solution. Pendant tout le cours de l'électrolyse le volume total des gaz anodiques reste très inférieur au volume total des gaz cathodiques. Mais, par suite d'une diffusion faible d'une électrode à l'autre, leurs compositions qualitatives sont identiques.

2° Dès le début de l'électrolyse, de l'iode moléculaire apparaît à l'anode. Il en est ainsi même si la solution est fraîche, ce qui semble prouver qu'il ne s'agit pas d'iode libéré par l'hydrolyse, qui est d'ailleurs extrêmement lente ([2]). Pendant tout le cours de l'électrolyse il n'apparaît pas d'iode moléculaire à la cathode.

3° Les gaz dégagés ont été traités par le nitrate d'argent concentré, la potasse caustique, le brome et le pyrogallol. Le traitement par le nitrate d'argent détruit la vapeur de l'iodure d'alcoyle ([3]), et si sa concentration est suffisante, l'iodure d'argent formé reste dissous et son élimination est facile. La partie absorbable est formée de vapeur d'iodure d'alcoyle, de vapeur d'iode, de gaz carbonique, d'oxygène et de carbures éthyléniques. Il n'y a pas de carbures acétyléniques. L'analyse de la partie non absorbable a comporté l'élimination préalable de l'hydrogène par combustion sélective sur palladium métallique avec de l'air, dans des conditions qui ont permis de brûler la totalité de l'hydrogène sans brûler les carbures, et ceci avec une erreur infime.

La partie non absorbable est constituée par un mélange d'hydrogène, d'un carbure saturé et d'azote, celui-ci provenant de l'azote atmosphérique dissous dans le bain.

L'électrolyse d'un iodure d'alcoyle fournit à la cathode un carbure saturé seulement. Ce carbure est celui qu'on obtient en substituant dans la formule de l'ester, l'atome d'iode par un atome d'hydrogène. L'électrolyse d'une solution d'iodure de méthyle donne le méthane, celle d'une solution d'iodure d'éthyle donne l'éthane, etc.

([1]) *Bulletin de la Société Chimique de France*, **10**, 1943, p. 465.

([2]) *Id.*, **11**, 1944, p. 511.

([3]) *Id.*, **12**, 1945, p. 303.

4° L'oxygène dégagé à la cathode ne paraît pas provenir d'une réaction où l'eau interviendrait; car on peut réaliser des conditions expérimentales telles que le rapport des volumes d'azote et d'oxygène dans le gaz cathodique devient égal et même inférieur à celui des quantités de ces gaz normalement dissoutes dans l'eau en contact avec l'atmosphère. L'oxygène dégagé à la cathode provient donc vraisemblablement de l'oxygène atmosphérique dissous dans le bain.

L'absence d'iode moléculaire à la cathode exclut l'hypothèse d'une réduction de l'ester par l'hydrogène naissant. Diverses autres hypothèses sont possibles et font actuellement l'objet d'une étude critique. Mais l'hypothèse la plus simple est celle qui admet une ionisation partielle de l'ester dissous. Les ions alcooliques déchargés à la cathode s'y combineraient avec l'hydrogène naissant. Dans le cas de l'iodure d'éthyle, on aurait



$$C_2H_5 + H = C_2H_6.$$

Il ne se forme pas de butane, parce que la réaction a lieu sur une lame de platine où l'hydrogène est fortement adsorbé et parce que la mobilité de l'hydrogène doit être bien plus grande que celle de C_2H_5.

Les rapports des volumes de carbure et d'hydrogène se classent dans l'ordre des iodures d'alcoyle, c'est-à-dire dans l'ordre éventuel des mobilités des ions alcooliques.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude du coefficient de température de l'électrode à hydrogène. Effet des sels neutres sur la valeur de l'effet de température global.* Note (*) de M. **Maurice Bonnemay**, présentée par M. Louis Hackspill.

Dans une Note précédente on a donné les valeurs du coefficient de température global de l'électrode à hydrogène (1).

Dans la présente Note il est rendu compte des résultats des mesures faites sur des électrodes à hydrogène plongeant dans des solutions acides auxquelles on a ajouté des quantités déterminées de sels neutres, la composition de la solution étant déterminée pour chaque série d'expériences de manière à ce que l'activité des ions H^+ reste constante (2).

Les solutions dans lesquelles plongeaient les électrodes étaient de l'acide chlorhydrique auquel on avait ajouté en quantités croissantes les sels suivants : *a.* NaCl, *b.* KCl, *c.* $BaCl_2$, *d.* $MgCl_2$.

L'addition de sel neutre augmente le coefficient de température global γ_g (3); la courbe de variation de γ_g en fonction de la concentration en ions Cl^-

(*) Séance du 12 avril 1948.

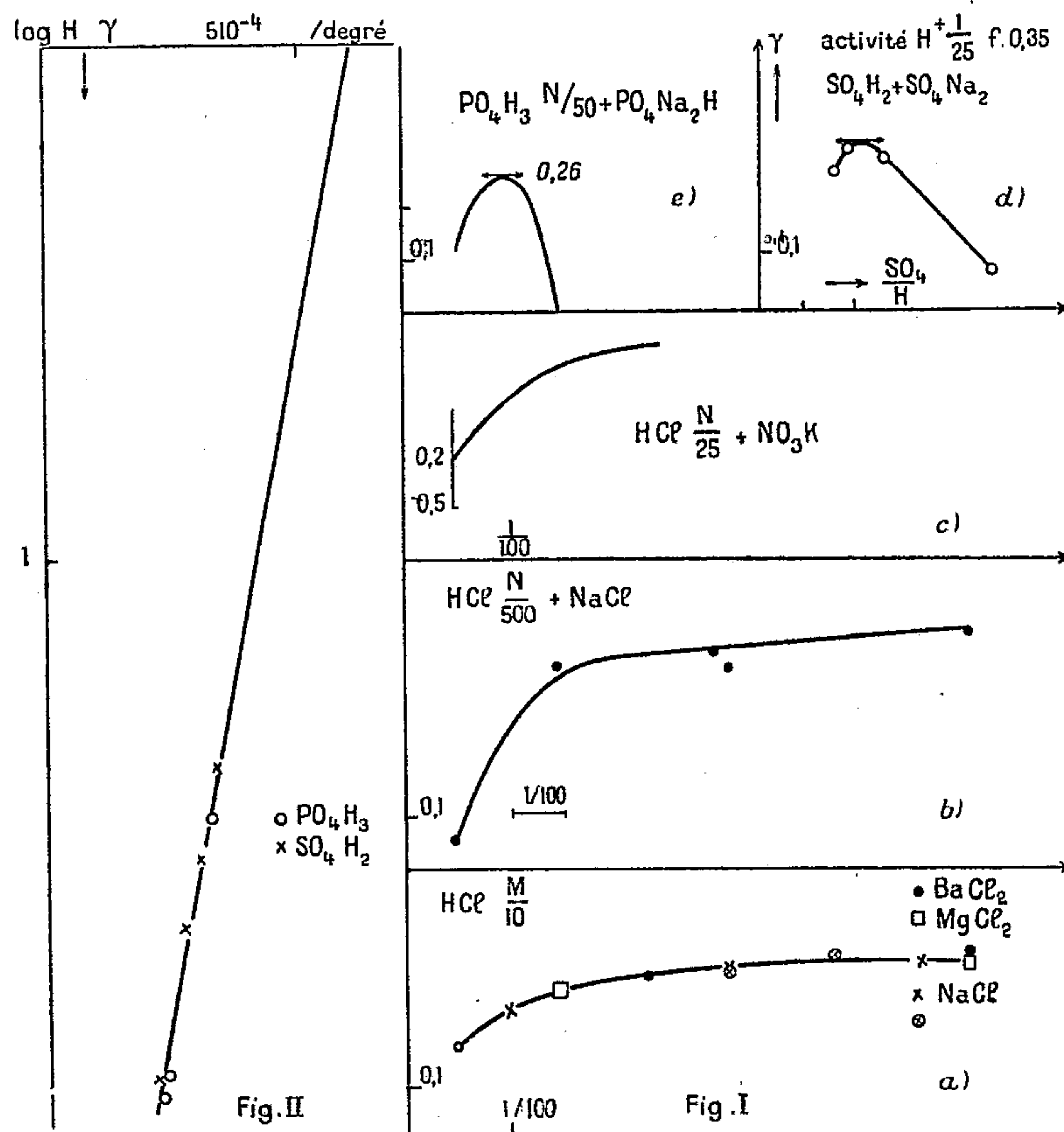
(1) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1014.

(2) Pour la détermination de l'activité, voir, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1014.

(3) Pour la définition de γ_g, voir, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1014.

a l'aspect indiqué à la figure (I, *a*, *b*, *c*). Sa forme générale reste la même quand l'activité en ions H^+ varie.

Les courbes qui correspondent à l'addition des divers sels cités plus haut sont les mêmes, quel que soit le sel ajouté, le phénomène ne dépend, à une



activité donnée, que de la concentration en ions Cl^- et non de la nature du cation (*fig.* I, *a*).

L'addition de nitrate de potassium donne lieu à un phénomène semblable : la courbe $\gamma_g = f$(concentration de l'anion) croît de plus en plus lentement et tend peut-être vers un palier.

Les mêmes expériences ont été reprises en ajoutant du sulfate de sodium à de l'acide sulfurique.

Les courbes ont alors un aspect différent : elles passent par un maximum pour une concentration donnée de sel neutre. Cette concentration étant elle-même fonction de l'activité des ions H^+ à laquelle a été tracée la courbe, la figure (I, *d*) rend compte du phénomène.

On note le même effet lorsqu'on ajoute dans les mêmes conditions, du phosphate neutre de sodium à de l'acide phosphorique : les courbes présentent un

maximum pour une certaine concentration de phosphate et cette concentration est fonction de l'activité des ions H^+ de la solution (*fig.* I, *e*).

Un fait important est à noter, c'est que la valeur γ_m de ces maxima est la même pour les solutions phosphoriques et pour les solutions sulfuriques qui correspondent à une même activité en ions H^+.

La figure II montre pour les diverses activités de l'ion H^+ la concordance des résultats obtenus pour PO_4H_3 et SO_4H_2.

Les valeurs du coefficient de température que l'on obtient de cette façon ne dépendent plus de la nature de l'acide, mais uniquement de l'activité des ions H^+. Elles se rangent sur une droite de pente R/F.

La valeur extrapolée qui correspond à $[H^+] = 1$ est

$$E = 0,6.10^{-4} \text{ volt/degré}.$$

En résumé l'ensemble de ces mesures montre qu'il est possible, en choisissant convenablement la composition des électrolytes, d'obtenir des électrodes à hydrogène dont l'effet de température ne dépend que de l'activité de l'ion H^+. C'est-à-dire qui est vraisemblablement affranchi de l'erreur due à la jonction liquide entre les deux électrodes.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur une transformation du sélénium à basse température.* Note (*) de M. **Jean-Michel Dunoyer**, présentée par M. Pierre Jolibois.

Peu de substances ont donné lieu à un aussi grand nombre d'observations que le sélénium, sans que, pour autant, le sujet paraisse épuisé. On sait que le sélénium obtenu par action des réducteurs sur des solutions d'acide sélénieux est rouge; il est considéré comme amorphe. Chauffé à une température comprise entre + 70° et + 220°C., le sélénium rouge cristallise plus ou moins lentement en prenant une teinte grise. Au-dessus de 220°C., le sélénium fond et au refroidissement se solidifie en passant par un état pâteux. C'est ce que l'on appelle le sélénium vitreux. Nous n'avons connaissance d'aucune expérience permettant de passer par voie physique du sélénium gris ou du sélénium vitreux au sélénium amorphe rouge.

Les observations qui font l'objet de la présente Note mettent en évidence l'existence d'un état du sélénium stable seulement à très basse température. Ces observations sont les suivantes :

a. Du sélénium vitreux noir, pulvérisé dans un mortier, porté à basse température, prend à partir de — 80°C. environ une teinte rougeâtre, devenant franchement rouge à la température de l'azote liquide. Ramené à la température ambiante, la poudre reprend un aspect initial.

(*) Séance du 3 mai 1948.

b. La même expérience faite avec une couche de sélénium de 1/100 de millimètre d'épaisseur environ étendue au pinceau ne laisse voir aucun effet similaire.

c. Un morceau de sélénium vitreux non broyé ne change pas de couleur même après un séjour de plusieurs heures dans l'air liquide.

d. L'examen de la vitesse de réchauffement de la poudre dans le cas *a* ne révèle aucune anomalie décelant une modification brusque de l'état de cristallisation.

e. Du sélénium gris cristallisé en poudre avec lequel on répète l'expérience *a* ne change pas de couleur.

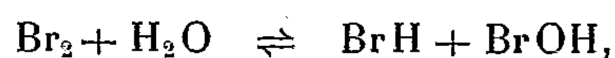
f. Une couche mince de sélénium obtenue par sublimation dans un très bon vide est transparente et rouge vif. Cette même couche portée quelque temps aux environs de + 200°C. devient grise et opaque par cristallisation.

L'interprétation de ces résultats nécessite l'obtention de diagrammes de Debye-Scherrer de sélénium vitreux en poudre à la température de l'azote liquide. Nous pensons pouvoir réaliser prochainement ces expériences ainsi que la prise de diagrammes de Laüe sur des couches de sélénium vaporisé.

CHIMIE MINÉRALE. — *Contribution à l'étude des solutions argentiques de brome.* Note (*) de Mlle **Marie-Louise Josien** et M. **Gabriel Sourisseau**, présentée par M. Paul Pascal.

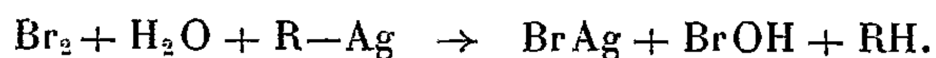
L'étude par l'un de nous des solutions argentiques de chlore et des solutions argentiques d'iode a déjà révélé un certain nombre de faits intéressants (1); nous avons essayé d'étendre au brome les résultats obtenus pour les deux premiers halogènes.

Existence d'une première étape : possibilité de dosage. — L'action d'un sel d'argent sur une eau de brome débute suivant le processus déjà établi pour le chlore et l'iode : on assiste à la rupture de l'équilibre d'hydrolyse :



$$Br_2 + H_2O \rightleftharpoons BrH + BrOH,$$

rupture provoquée par la précipitation de l'acide bromhydrique. Au total, cette première réaction peut être formulée :



$$Br_2 + H_2O + R{-}Ag \rightarrow BrAg + BrOH + RH.$$

Le dosage des eaux de chlore (2) contenant des ions Cl^- peut donc être étendu au brome. Il n'est pas nécessaire de recourir, comme pour l'iode, à d'autres indicateurs que le chromate de potassium.

(*) Séance du 3 mai 1948.

(1) Josien, *Ann. Chim.*, 11e série, 5, 1936, p. 147.

(2) *Ibid.*, p. 148.

ÉTUDE CINÉTIQUE DE LA DISPARITION DU POUVOIR OXYDANT. — A. *Méthode*. — Pour étudier l'évolution du pouvoir oxydant d'une solution argentique de brome vis-à-vis de l'anhydride arsénieux en milieu alcalin, nous avons constitué des mélanges correspondant à la formule moléculaire par litre, $a\,Br_2 + b\,R - Ag$ (R, radical acide) et appliqué la technique déjà décrite pour l'iode ([3]).

B. *Résultats*. — 1° Le pouvoir oxydant des solutions argentiques de brome décroît lentement.

C'est ainsi que les mélanges ($0{,}008\,Br_2 + 0{,}033\,NO_3Ag$), ($0{,}010\,Br_2 + 0{,}040\,NO_3Ag$), ($0{,}019\,Br_2 + 0{,}082\,NO_3Ag$), ($0{,}041\,Br_2 + 0{,}165\,NO_3Ag$) présentaient encore 100 % du pouvoir oxydant initial au bout d'une heure. Ce n'est qu'au bout de plusieurs heures qu'on observe des variations sensibles. Le mélange ($0{,}031\,Br_2 + 0{,}123\,NO_3Ag$), étudié à 18°, nous a donné les valeurs suivantes : après 1 heure, 100 %; après 23 heures, 84 %; après 48 heures, 72 %; après 96 heures, 56 %. Par contre, il est important de remarquer que le pouvoir oxydant en milieu acide demeure, lui, absolument constant.

2° Si l'on étudie des solutions argentiques constituées à l'aide d'acétate d'argent, au lieu d'azotate, on observe des courbes semblables aux courbes à l'azotate, mais de vitesse nettement supérieure.

Les pouvoirs oxydants résiduels présentés par deux mélanges analogues de même formule moléculaire ($0{,}019\,Br_2 + 0{,}038\,R - Ag$) et ne différant que par la nature du radical acide R : azotique ou acétique, ont été comparativement les suivants, à 20° : au bout d'une heure : 99 % pour l'azotate, 98,5 pour l'acétate; au bout de 7 heures : 93,5 et 83; au bout de 25 heures : 90 et 63; au bout de 59 heures : 87 et 49.

C. *Conclusions*. — L'évolution des solutions argentiques de brome se déroule donc comme pour celles obtenues avec le chlore et l'iode, mais à un rythme beaucoup plus lent.

Le mélange ($0{,}010\,I_2 + 0{,}019\,NO_3Ag$), à 16°, présente une vitesse considérable; il subsiste seulement 11 % du pouvoir oxydant initial au bout d'une minute, 3 % après 5 minutes, aucun après 10 minutes. Le mélange chloré ($0{,}010\,Cl_2 + 0{,}020\,NO_3Ag$) évolue déjà avec une vitesse beaucoup plus faible. Au bout d'une heure, à 17°, il présente encore 91 % du pouvoir oxydant initial, 82 % après quatre heures, 71 % après huit heures.

Mais c'est le mélange bromé ($0{,}010\,Br_2 + 0{,}040\,NO_3Ag$), mélange de même concentration en halogène, qui se révèle comme le plus lent, et cela, malgré un excès plus grand de sel d'argent. Après 17 heures, on trouve encore 98 % du pouvoir oxydant initial, 90 % après 72 heures, 89 % après 96 heures.

D'autre part, la vitesse d'évolution des solutions argentiques de brome dépend, comme pour l'iode, de la nature de l'anion du sel d'argent; mais il est remarquable que cette variation se produit en sens contraire. L'un de nous a déjà établi, en effet ([4]), que les sels d'acide fort provoquent une disparition plus rapide du pouvoir oxydant des solutions argentiques d'iode. Devant ce

---

([3]) *Ibid.*, p. 175.
([4]) *Ibid.*, p. 211.

fait, nous avons tenu à déterminer ce qui se passe dans le cas du chlore et nous avons constaté que le chlore se conduit comme le brome.

On peut donc se demander en face de cette absence de parallélisme entre les trois halogènes, si c'est le brome qui se particularise par rapport au chlore et à l'iode, courbe de disparition du pouvoir oxydant anormalement lente, ou, au contraire, si c'est l'iode qui se sépare du groupe chlore-brome à cause d'un mécanisme de réaction différent, révélé par l'influence accélératrice de l'acidité.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'absorption de l'oxyde de carbone par les solutions de carbonate cuivreux ammoniacal et son oxydation.* Note (*) de M. **Robert Duguet**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans de précédentes communications (1) nous avons précisé les différentes formes sous lesquelles pouvait se trouver retenu l'oxyde de carbone au cours d'un barbotage à travers une liqueur de carbonate cuivreux ammoniacal. Nous avons montré, en effet, que dans tout phénomène d'absorption d'oxyde de carbone par ces solutions, ce gaz se trouvait à la fois dans les trois états suivants : stade dissolution physique, stade complexe déplaçable par le cyanure, stade non déplaçable par le cyanure.

De nouvelles expériences nous ont montré que les phénomènes étaient en réalité notablement différents au cours d'essais d'absorption de courte et de longue durée.

Si le barbotage est réduit à quelques heures ou à quelques dizaines d'heures seulement (c'est le cas que nous avions étudié au cours de la Note précédente), on trouve toujours un bilan correct du gaz en comparant le CO absorbé (obtenu en déduisant le CO sortant de l'appareil du CO entrant) avec la somme du CO fixé sous les trois stades indiqués précédemment. En particulier, on n'a pas pu mettre en évidence un enrichissement net en gaz carbonique de la solution.

Le Tableau I reproduit les résultats d'essais de courte durée effectués à 33° sur 4500^{cm^3} d'une liqueur au carbonate cuivreux titrant par litre : CO_2 l/l, 58,5; Cu^+ g/l, 86^g; Cu^{++} g/l, 30^g.

Il n'en est plus de même lorsque le barbotage a été de longue durée à travers un volume plus petit de liqueur. Le CO récupéré par électrophorèse ne permet d'équilibrer le bilan que si l'on tient compte de l'enrichissement final de la liqueur en CO_2 provenant de l'oxydation, plus importante dans ce cas, d'un même volume de CO absorbé.

(*) Séance du 3 mai 1948.

(1) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1158 et **226**, 1948, p. 255.

Le Tableau II reproduit les résultats d'essais de longue durée effectués dans les mêmes conditions sur 2000$^{cm^3}$ d'une liqueur cuivreuse de composition voisine de la précédente (essai 4) ou de composition différente (essai 5).

	Tableau I.			Tableau II.	
Essais	1.	2.	3.	4.	5.
Durée barbotage (h)	4 40	4 45	5 30	53	78
Volume liqueur (cm³)	4500	4500	4500	2000	2000
% CO entrant	45,4	76,6	100	42	95
CO absorbé (l/l)	2,9	6,3	6,0	54,5	33,4
Durée du repos (h)	20 45	61	50	>500	470
CO déplaçable KCN fin (l/l)	0	0	0	0	0
CO dissous restant fin (l/l)	0,4	0,7	1	0,1	0,2
Enrichissement final en CO_2 (l/l)	0	0,5	0	13,9	19,0
Total CO analysable (l/l)	0,4	1,2	1	14,0	19,2
Écart bilans CO (l)	2,5	5,1	5,0	40,5	14,2
CO récupéré électrophorèse (l)	2,4	4,8	5,3	41,1	14,5

Conclusion. — En résumé, l'absorption de l'oxyde de carbone par barbotage à travers des solutions au carbonate cuivreux ammoniacal relève de trois phénomènes simultanés et distincts : un phénomène de dissolution physique, dépendant de la pression partielle du CO dans la phase gazeuse; un phénomène de double fixation complexe, où le CO s'associe au cuivre de la solution sous deux formes distinctes, l'une instable vis-à-vis du cyanure, l'autre stable, mais décomposable par électrophorèse; enfin, un phénomène d'oxydation classique du CO en CO_2 aux dépens de la partie oxydée (cuivre bivalent) des solutions.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la mercerisation de la cellulose par la soude. Étude interférométrique.* Note (*) de M. Édouard Calvet, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'absorption de la soude par la cellulose immergée dans les solutions de soude provoque des variations de concentration de ces solutions faciles à mesurer avec la méthode interférométrique, précédemment décrite ([1]), que nous utilisons pour l'étude de la diffusion verticale dans les liquides. Cette méthode donne sur un cliché photographique la représentation de la surface $c=f(x, t)$ donnant la concentration c à un niveau x à l'instant t en courbes de niveau $c=$ constante.

La cellulose est disposée au niveau supérieur de la solution de soude placée dans la cuve laboratoire. On compte le nombre n de courbes enregistrées

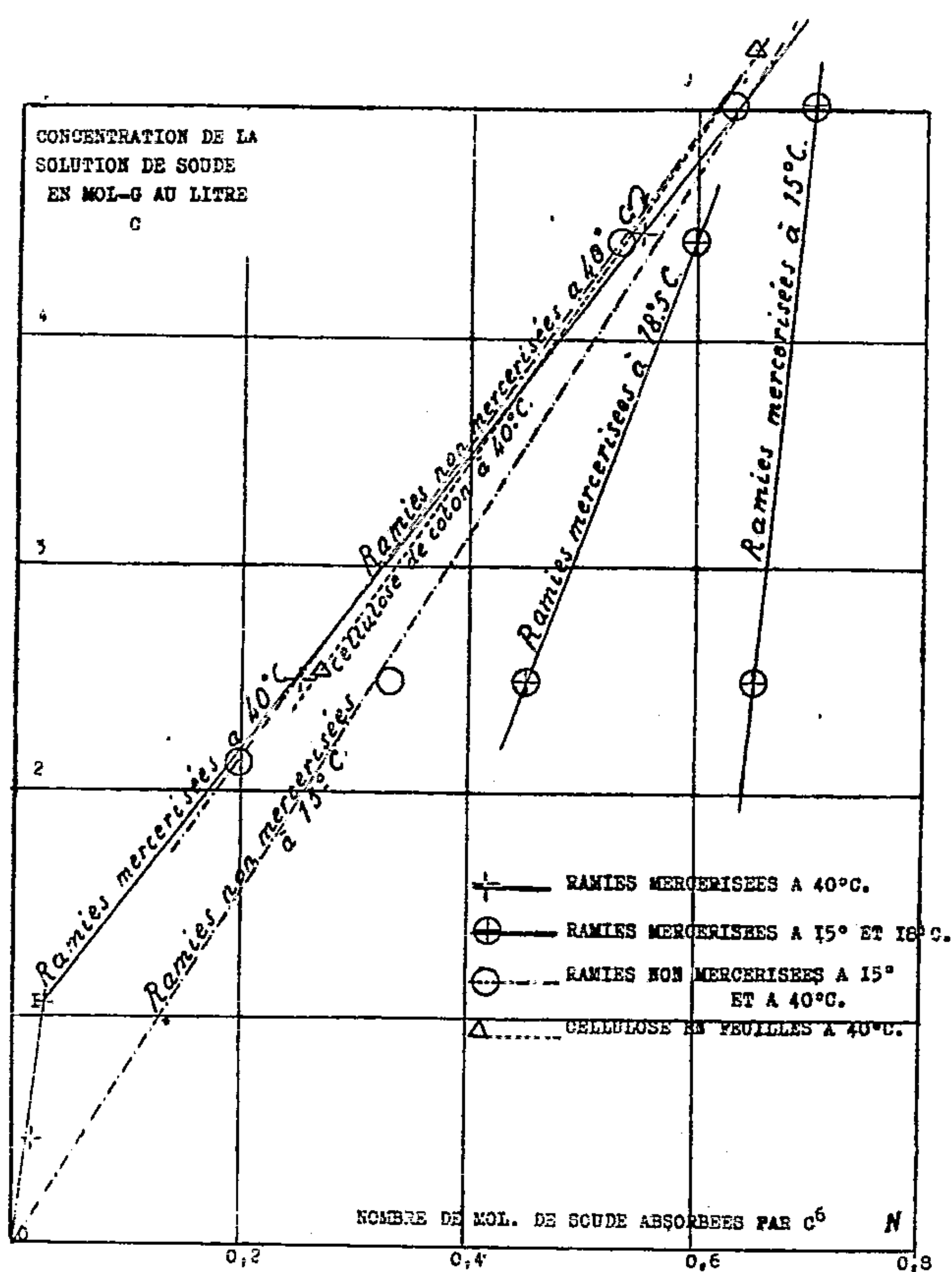
(*) Séance du 3 mai 1948.

([1]) E. Calvet, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 597 et **221**, 1945, p. 403; E. Calvet et R. Chevalerias, *J. Chim. Phys.*, **43**, 1946, p. 37-53 (*voir* notamment p. 49).

au-dessous de la courbe c_{∞} correspondant à la concentration obtenue à l'équilibre. Celle-ci est facile à repérer, car elle se confond finalement avec l'axe horizontal d'abscisse $x/2$, et il est aisé de la reconnaître au bout de trois ou quatre heures d'enregistrement. On a $c_{\infty} - c_0 = n\Delta c$, c_0 étant la concentration initiale et Δc l'intervalle de concentration correspondant à deux courbes consécutives, déterminé par étalonnage préalable. La détermination de $c_{\infty} - c_0$ permet le calcul de la quantité de soude absorbée.

Nous avons choisi l'état initial d'humidité de la cellulose et les quantités de produits mis en jeu de façon à rendre négligeables les effets dus à l'absorption de l'eau par la cellulose sur la détermination de n. La précision de nos mesures est de l'ordre de 1 à 2 %.

Résultats des mesures. — Le graphique ci-joint donne pour différentes



températures la concentration c de la soude en mol-g au litre en équilibre avec les complexes d'absorption soude-cellulose de composition N mol. de soude par C_6 (jusqu'à $N = 6$).

Conclusions. — Les courbes paraissent toutes converger vers un point de coordonnées approximatives $c = 5,5$, $N = 0,7$.

1° *Cellulose non mercerisée. A* 15° C. *il y a proportionnalité entre le nombre* N

de mol. de soude fixées par C_6 *et la concentration c de la solution de soude.* Pour la concentration 5 Normale, on trouve N = 0,68. A 40° C. la courbe est encore sensiblement linéaire, mais ne passe pas par l'origine. A cette température le complexe coton-soude (de formation exothermique) subit en effet une dissociation très notable, et il faut une concentration de la solution de soude plus élevée pour obtenir le même taux de soude fixée qu'à 15°. A 40°, pour la concentration 5 Normale, on trouve N = 0,64.

2° *Cellulose mercerisée. — A* 15°C., N *varie très peu quand la concentration de la soude varie.* Ainsi, pour $c = 5$ on trouve N = 0,70 et pour $c = 2,5$ on trouve N = 0,65. Cela signifie qu'à température relativement basse la forme mercerisée donne un complexe défini, peu dissociable, quelle que soit la concentration de la soude (entre $c = 2$ et $c = 5$).

La variation de N avec la concentration de la soude utilisée devient de plus en plus grande à mesure que la température s'élève. Elle est déjà beaucoup plus notable à 18°,5 qu'à 15°. A 40° l'absorption est plus faible aux basses concentrations des solutions de soude qu'à 15°. Elle est sensiblement la même avec les celluloses mercerisées et non mercerisées. On trouve une variation linéaire entre $c = 1$ et $c = 5$ et une variation brusque de pente au voisinage de $c = 1$.

En résumé, tandis que l'absorption de soude par la cellulose mercerisée est irréversible aux basses températures (vers 15° par exemple) et pour c compris entre 2 et 5, elle devient réversible vers 40°. Pour la cellulose non mercerisée l'absorption est réversible aussi bien à 15° qu'à 40°.

RADIOCRISTALLOGRAPHIE. — *Étude aux rayons* X *de la texture fine de cristaux d'aluminium.* Note (*) de MM. **André Guinier** et **Jacques Tennevin**, présentée par M. Charles Mauguin.

On sait (1) que, lorsqu'une lamelle cristalline est traversée sous l'incidence α par un faisceau de rayons X polychromatiques issu d'une source ponctuelle S, à la distance D, les rayons réfléchis par une famille de plans réticulaires faisant l'angle φ avec la surface de la lame sont focalisés sur une droite P à la distance D′, telle que

$$D' = D\frac{\sin(\alpha + 2\varphi)}{\sin\alpha}.$$

C'est à cette distance qu'on place le film, dans les expériences suivantes.

Quand le cristal est parfait, la largeur de la raie P dépend de la largeur de la source et de l'épaisseur de la lame, mais non de la distance D. Or, si les

(*) Séance du 3 mai 1948.

(1) J. Barraud, *Comptes rendus*, **217**, 1943, p. 682 et **225**, 1947, p. 310; Y. Cauchois, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 82.

plans réfléchissants subissent une légère rotation ε, le déplacement de la raie P est $2D'\varepsilon$. Ainsi la sensibilité du montage peut être très grande pour la mesure des faibles désorientations, si les distances entre l'échantillon et la source sont grandes. Par exemple dans le montage que nous avons réalisé (largeur effective de la source, $0^{mm},04$; épaisseur de la lame, $0^{mm},6$; distance D, 1^{m}) la largeur de la raie observée avec un cristal parfait serait $0^{mm},1$ ce qui correspond à un angle ε de $10''$, c'est-à-dire seulement deux à trois fois l'ordre de grandeur de la largeur du domaine de réflexion sur un cristal parfait. Ainsi, sans atteindre le pouvoir de résolution du spectromètre à deux cristaux, ce montage extrêmement simple donnant des clichés en des temps courts permet de mettre en évidence des imperfections cristallines que la méthode ordinaire de Laue ne peut déceler.

Nous avons utilisé cette technique pour étudier les désorientations existant entre les blocs élémentaires constitutifs d'un monocristal d'aluminium soumis à divers traitements.

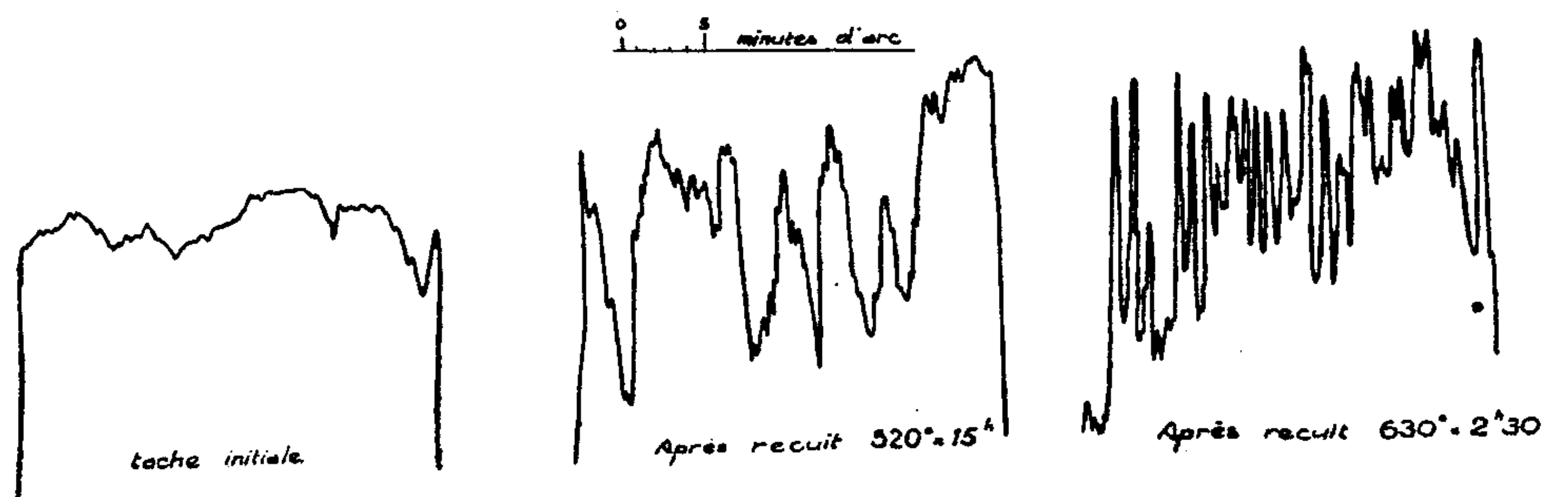
1. Dans un cristal préparé par la méthode de Carpenter et Elam, avec le plus de soin possible, à partir d'aluminium de haute pureté, la désorientation totale peut, pour certains échantillons, ne pas dépasser $30''$, le volume irradié étant une lamelle de $7 \times 5 \times 1^{mm}$. Or, les mesures de pouvoir réflecteur de rayons X [2] ont montré que les cristaux d'aluminium sont assez voisins de l'état de cristal idéalement imparfait. La très faible valeur mesurée pour la largeur angulaire du domaine de réflexion laisse penser que les réseaux des différents blocs de la mosaïque seraient rendus incohérents plus par des translations que par des rotations.

2. Nous avons étiré le cristal d'une très faible quantité (allongement de 0,75 %) : pour une même surface de la lame irradiée, les désorientations atteignent alors $45'$. Mais celles-ci *ne sont pas réparties de façon homogène.* En irradiant seulement le cristal sur une bande de $0^{mm},2$ de large, convenablement orientée, on trouve qu'en déplaçant cette bande parallèlement à elle-même, il y a côte à côte des zones où la désorientation reste de l'ordre de 3 à 4 minutes, et d'autres où elle atteint 30 minutes. Dans les débuts de la déformation par glissement, il y aurait donc des blocs restés à peu près intacts séparés par des zones perturbées. Quand le taux de la déformation s'accroît, il n'est plus possible à l'échelle de notre expérience ($0^{mm},2$) de séparer des zones de degré de perfection différent.

3. Nous avons suivi l'effet du recuit sur un cristal légèrement écroui (5 % d'allongement). Le cristal déformé donne une tache floue qui traduit la courbure des plans réticulaires (de l'ordre de 1°). Après un recuit de 1 heure à 450° des stries se superposent à la tache floue. Ces stries deviennent de plus

(2) R. W. James, G. W. Brindley et R. C. Wood, *Proc. Roy. Soc.*, A, **121**, 1928, p. 155.

en plus nettes à mesure que le recuit se poursuit à température plus élevée (500 à 600°). Finalement la tache est entièrement résolue en un grand nombre de raies nettes et distinctes les unes des autres (*fig.* 1). Entre deux recuits successifs, certaines de ces raies peuvent subir de légers déplacements; quand l'échantillon est maintenu à la température du recuit pendant l'exposition aux



Enregistrement microphotométrique de la tache de diffraction d'un cristal d'aluminium écroui au cours du recuit.

rayons X, les taches du cliché sont floues, comme si elles s'étaient déplacées pendant la pose. Enfin, quand l'échantillon est porté à une température proche de la température de fusion, il peut arriver que l'ensemble de la tache disparaisse complètement. Il y a eu *recristallisation;* le ou les nouveaux cristaux, d'orientation indépendante de celle du cristal initial donnent des taches aussi fines que celles des meilleurs cristaux d'aluminium. La phase qui précède la recristallisation correspond à la *restauration* et *recristallisation in situ* ([3]). Nos clichés mettent bien en évidence le mécanisme de ce phénomène appelé aussi *polygonisation* par Orowan ([4]). Le cristal écroui dont les plans réticulaires ont une courbure continue, se fractionne en une série de blocs d'orientations discrètes. Cette transformation est progressive, les blocs augmentent de taille quand le revenu se poursuit. C'est pourquoi l'arrangement des blocs élémentaires est variable au cours du temps. D'après le nombre des stries observées et le volume du métal irradié, les dimensions de ces blocs sont après le recuit à 630° de l'ordre de grandeur de 150 μ.

GÉOLOGIE. — *Les traits structuraux de la vallée du São Francisco* (*Brésil*). Note de M. **Boris Brajnikov**.

Les principaux fleuves du Brésil, à l'exception de l'Amazone et de quelques-uns de ses affluents amont, ont un parcours général sensiblement N-S à NE-SW. Cette orientation est déterminée par la direction structurale fondamentale du

---

([3]) Ch. Crussard, *Revue de Métallurgie*, nos 4-5, 1944, p. 111-121 et 133-142.
([4]) Communication au Congrès de la Société française de Métallurgie d'Octobre 1947.

Bouclier brésilien, plus ou moins parallèle à sa côte atlantique ([1]). Il en est de même pour le cours supérieur du rio São Francisco, tandis que son cours inférieur décrit une immense boucle jusqu'à acquérir la direction WNW-ESE avant de se jeter dans l'Atlantique.

D. Guimarães ([2]) a supposé qu'anciennement (fin de l'ère primaire et pendant le Secondaire) le fleuve précurseur du São Francisco aurait eu un parcours sensiblement méridien et se serait déversé dans un golfe marin situé à peu près sur l'emplacement des actuels états de Maranhão et Piaui. Vers le Crétacé supérieur (Turonien?), à la suite de la disjonction du continent américain d'avec l'africain et sous l'effet de la translation du premier, accompagnée de torsion, des cassures transversales seraient apparues dans la partie orientale du Bouclier brésilien et auraient dévié le cours du São Francisco vers l'Est.

Un voyage le long du rio, effectué en 1947, m'a permis de faire quelques observations structurales et morphologiques dans la région. Celles-ci, jointes à l'examen des travaux antérieurs par divers auteurs, semblent conduire à la conclusion suivante : *la totalité du parcours du rio São Francisco doit être divisée en trois tronçons,* chacun caractérisé par une structure tectonique et une morphologie propres.

1° Le *haut-cours,* des sources à environ 12 à 13° de latitude Sud, direction générale SSW-NNE : sauf pour les têtes de vallées creusées dans les formations attribuées à l'Archéen et à l'Algonkien, le fleuve et ses affluents traversent une région relativement plane et basse (de 500^{m} d'altitude moyenne), légèrement inclinée vers le Nord, et formée d'une suite de grès, ardoises et calcaires que les géologues brésiliens placent généralement au Silurien ([3]). Le vaste bassin silurien est bordé du côté oriental par une chaîne montagneuse, la Serra do Espinhaço, formée essentiellement de dépôts d'âge algonkien; les limites occidentales du bassin et leur structure sont très peu connues. Les couches siluriennes du centre du bassin ont une disposition subhorizontale; elles se relèvent assez rapidement sur son bord oriental. Je déduis des études de L. J. de Moraes ([4]) et de B. von Freyberg ([5]), ainsi que de mes observations personnelles, que *le raccord entre les deux unités structurales,* le bassin silurien de São Francisco et la Serra do Espinhaço, *se fait par une flexure qui évolue*

([1]) B. Brajnikov, *Essai sur la tectonique de la région à l'Est de Belo Horizonte Minas Gerais, Brésils* (*B. S. G. F.*, séance du 19 mai 1947); *Les grandes unités structurales du Brésil* (*B. S. G. F.*, 1947, sous presse).

([2]) *Metallogenese nas formações arqueo-proterozoicas do Brasil* (*Inst. Technol. Industr.*, Belo Horizonte, 1947.)

([3]) A. I. Oliveira e O. H. Leonardos, *Geologia do Brasil,* Rio de Janeiro, 1943.

([4]) *Geologia economica do Norte de Minas Gerais* (*Bol n° 19 Serv. Fomento Prod. Min.*, 1937.

([5]) *Ergebnisse geologischer Forschungen in Minas Gerais* (Brasilien) (*Neues Jarb. Min. Geol. Pal., Sonderband,* 2, 1937).

localement vers une faille subverticale ou, comme l'a montré L. J. de Moraes, *vers une faille inverse*, le massif de la Serra do Espinhaço venant chevaucher légèrement le bord du bassin de São Francisco. *Le bassin silurien du São Francisco est un fossé tectonique*, flanqué du côté oriental par le môle de la Serra do Espinhaço. Il y a des raisons de croire que ce n'est pas un fossé d'effondrement, mais plutôt un *fossé de serrage*.

2° Le *cours moyen*, de sa limite d'avec le haut-cours jusqu'à un endroit situé sur le coude le plus septentrional du fleuve, entre Joazeiro et Cabrobo, que l'on ne peut pas encore préciser. Orientation générale WSW-ENE. Du point de vue structural, cette région est *une zone d'ennoyage du môle de la Serra do Espinhaço* : la limite stratigraphique Archéen-Algonkien qui, dans la partie centrale et méridionale de la chaîne, est souvent vers 1000^{m} d'altitude, s'abaisse ici vers 200 à 250^{m} (évalué). Cette zone a très vraisemblablement été occupée au Quaternaire (et peut-être bien avant) par un grand lac, s'étendant sur plusieures centaines de kilomètres, présomption appuyée par les trouvailles, dans la plaine alluviale du rio, de *Megatherium* et *Cuvieronius* dans des formations apparemment lacustres ([6]).

3° Le *bas-cours*, de sa limite d'avec le cours moyen jusqu'à l'embouchure; orientation générale WNW-ESE. En accord avec les idées de D. Quimarães, j'estime que c'est indubitablement une direction tectonique déterminée par les cassures transversales (par opposition aux cassures longitudinales NNE-SSW). La région est essentiellement formée de gneiss archéens.

Les étapes de l'évolution dans le temps de la vallée du São Francisco, de même que l'âge géologique des structures tectoniques décrites, ne peuvent pas encore être précisés de façon satisfaisante. Toutefois, quelques indications assez sérieuses laissent penser que ces structures sont de formation relativement récente et qu'elles se sont moulées suivant les directions structurales très archaïques.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les tourbillons de sable d'origine aérodynamique; applications météorologiques*. Note de M. **Jean Lacaze**, présentée par M. Charles Maurain.

Ce qui suit complète une Note antérieure ([1]).

I. Le sable est soulevé par *coups de balai* (Donitch) successifs et réguliers, et, en altitude, son mouvement présente aussi des pointes de vitesse de rotation, d'où des maxima de compacité; on peut expliquer ces phénomènes en faisant intervenir la compressibilité de l'air.

L'entretien d'un tourbillon ne se fait pas par la base, mais par le haut; s'il se

---

([6]) A. I. Oliveira e O. H. Leonardos, *Op. cit.*

([1]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 425.

faisait par la base, on observerait un mouvement convergent du sable vers l'axe de rotation, alors que ce mouvement est divergent; les courants plongeants que Combier (²) a proposés pour l'explication des vents de sable semblent aussi intervenir ici, et ce sont eux qui, près du sol, ont une composante convergente.

Le crochet barométrique, analogue à celui des trombes, qui accompagne le passage d'un tourbillon au voisinage immédiat d'un poste météorologique, semble imputable à l'appel d'air par les lames ascendantes de la partie extérieure du corps du tourbillon.

Un tourbillon meurt sous la forme d'une ligne d'extraction de sable étirée en longueur (parfois 150ᵐ), présentant la même allure et le même mode de déplacement qu'un *front chaud* (ou, au moins, que le *front de perpétuel renouvellement* des typhons), et conservant une orientation peu variable; le sable est alors très peu soulevé.

II. La parenté aérodynamique de certains tourbillons de sable avec d'autres météores tels que les trombes, les typhons et les cyclones, est immédiate :

— structure hélicoïdale, à courants plongeants et ascendants, des cumulonimbus (³),

— zone de calme à base circulaire des tornades [(⁴), p. 185] (dans les tourbillons correspondants, assez rares, le sable est extrait suivant une étroite couronne circulaire, et reste pratiquement contenu dans une lame cylindrique circulaire, dans laquelle il s'élève à peine de quelques décimètres).

— trajectoires courbes des rafales sableuses (observations personnelles à Tamanrasset).

Le tourbillon hélicoïdal d'axe vertical, à courants plongeants intérieurs, et courants ascendants extérieurs, semble ainsi jouer un rôle important en météorologie.

III. Pour ce tourbillon, le moment cinétique, la vitesse aréolaire, l'intensité, la vorticité, ne sont pas des constantes, mais la circulation est constante.

L'étude énergétique a été faite pour le cas particulier d'un tourbillon ayant soulevé et transporté un matelas posé sur un châlit. On aboutit à une puissance de l'ordre du cheval-vapeur par pas d'hélice, une puissance totale de l'ordre de 40 CV, une dissipation totale d'énergie de l'ordre de 6 kilowatts-heure.

IV. La période des tourbillons de sable est du même ordre de grandeur que celle des tourbillons qui provoquent la turbulence [(⁵), p. 217]; de plus, on sait que les cellules réelles de convection thermique atmosphérique ont un mouvement rotatoire en plus de leur mouvement de Bénard [(⁵), p. 222];

(²) *Mémorial de l'O. N. M.*, 1937.
(³) J. SAUVEGRAIN, *La Météorologie*, mars 1938.
(⁴) H. BOUASSE, *Tourbillons*, I, Paris, 1931.
(⁵) D. BRUNT, *Physical and Dynamical Meteorology*, Cambridge, 1941.

enfin, il vient d'être montré ([6]) que la théorie statistique de Taylor ne commençait à rendre compte des faits que si l'on introduit la composante verticale du vent. Ainsi, il semble encore que le tourbillon défini en II mérite d'être directement utilisé pour interpréter les phénomènes turbulents.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur l'équilibre ionique de la basse atmosphère.* Note (*) de M. **Jean Bricard**, présentée par M. Charles Maurain.

Soient n_1 et n_2 les densités des petits ions positifs et négatifs au voisinage d'un noyau de condensation neutre ou chargé. Nous admettrons que le milieu est suffisamment dilué pour que la présence des autres noyaux, éventuellement chargés, n'influe pas sur la valeur de n_1 et n_2 au voisinage du noyau considéré.

Supposons que les coefficients de diffusion D_1 et D_2 des petits ions positifs et négatifs soient égaux, ainsi que leurs mobilités K_1 et K_2 (soient D et K leur valeur), et que tous les noyaux aient même rayon a. Pour trouver l'équation différentielle à laquelle satisfait n_1 par exemple, nous emploierons la méthode de Ouang te Tchao ([1]). On obtient

$$4\pi r^2\left(D\frac{dn_1}{dr}+\frac{dU}{dr}K n_1\right)=\text{const.},$$

où U représente le potentiel électrique à la distance r du centre du noyau. Soit p le nombre de charges élémentaires positives ε portées par celui-ci. On a

$$\frac{dU}{dr}=-\varepsilon\left(\frac{r}{r^2}+\frac{a}{r^3}-\frac{ar}{(r^2-a^2)^2}\right).$$

Supposons que le milieu soit globalement neutre, les densités moyennes $\overline{n_1}$ et $\overline{n_2}$ ayant même valeur $\overline{n_0}$; désignons par $\beta_{1,p}$ et $\beta_{2,p}$ les coefficients de combinaison d'un noyau possédant p charges élémentaires, respectivement avec les petits ions de même signe et de signe contraire, et admettons que toutes les rencontres noyaux-petits ions soient suivies de fixation. On obtient

$$\beta_{1,p}=\frac{4\pi Da}{I(\eta,p)},\qquad \beta_{2,p}=\frac{4\pi Da}{I(\eta,-p)}$$

en posant

$$I=\int_1^\infty\frac{1}{x^2}\exp\eta\left(\frac{p}{x}-\frac{1}{2x^2(x^2-1)}\right)dx\qquad\text{avec}\quad \eta=\frac{\varepsilon K}{Da}.$$

Étant donné la symétrie du problème, les noyaux possédant le même nombre

---

([6]) I. Kiveliovitch et J. Roulleau, *Étude du vent dans la couche turbulente* (*Sciences, A. F. A. S.*, n° 56, 74e année, IX-XII, 1947).

(*) Séance du 26 avril 1948.

([1]) *Thèses*, Paris, 1941.

de charges de chaque signe sont également nombreux, et l'hypothèse de Pluvinage ([2]) sur la répartition des charges des gouttes de brouillard, soit

$$\beta_{1,p} N_p = \beta_{2,p+1} N_{p+1},$$

se traduit ici par

$$\frac{N_p}{N_{p+1}} = \frac{I(\eta, p)}{I(\eta, -p)}.$$

Si N_0 et N désignent respectivement le nombre de noyaux neutres et le nombre total de noyaux à l'équilibre, d'après les mesures de Mme Thellier ([3]) à Chambon-la-Forêt, on aurait $N/N_0 = 1,89$, à condition de négliger les noyaux à charges multiples. Le calcul montre que cette approximation entraîne ici sur la valeur de N/N_0 une correction négligeable, mais qu'elle n'est plus valable pour des noyaux plus gros ([4]); on trouve ainsi (les intégrales ont été évaluées graphiquement) que le rayon correspondant des noyaux serait de $2.25, 10^{-6}$ cm, en bon accord avec les résultats de Nolan et Guerrini ([5]).

Si l'on suppose que tous les noyaux portent la charge ionique moyenne $p'\varepsilon$, en désignant par q l'intensité d'ionisation, on a d'après les définitions précédentes

$$q = \frac{4\pi D_1 a N \overline{n_1}}{I(\eta, p')} = \frac{4\pi D_2 a N \overline{n_2}}{I(\eta, -p')}.$$

Les charges portées par les noyaux de signes contraires étant sensiblement égales, p' est très faible (le calcul montre que dans l'exemple précédent, $p' = 0,002$) et $I(\eta, p') = I(\eta' - p') = I_0$, d'où

$$q = \frac{4\pi D_1 a N \overline{n_1}}{I_0} = \frac{4\pi D_2 a N \overline{n_2}}{I_0}.$$

D'après les mesures de Mme Thellier, pour $a = 2,25.10^{-6}$ cm, la valeur de q obtenue d'après la relation ci-dessus est voisine de 5,5. Dessens ([6]) a montré que l'atmosphère transportait en moyenne $N' = 200$ gouttelettes liquides de rayon $a' = 2.10^{-5}$ cm, servant également de noyaux de condensation. La mobilité de la plupart d'entre elles est trop peu élevée pour qu'elles soient captées électriquement, et leur nombre trop faible pour modifier de façon appréciable le nombre de noyaux comptés à l'Aitken. Nous admettrons que

---

([2]) *Annales de Géophys.*, **2**, 1946, p. 31; **3**, 1947, p. 2.

([3]) *Annales de l'Institut de Phys. du Globe de Paris*, **19**, 1941, p. 107.

([4]) Nous apprenons que des résultats théoriques de cette nature paraissent avoir été obtenus par Fuchs (*Bull. Acad. Sc. U.R.S.S.*, XI, 4, 1947, p. 340) qui indique explicitement l'expression des coefficients β dans le cas de grosses particules, déjà calculés par Pluvinage en 1945. Pour les petites particules que nous envisageons ici, Fuchs indique seulement les résultats numériques de son calcul, qui paraissent en accord avec les nôtres, sans préciser la forme algébrique des coefficients de combinaison.

([5]) *Proc. Roy. Irish Acad.*, **43**, 1935, p. 5.

([6]) *Annales de Géophys.*, **3**, 1947, p. 68.

leur présence ne modifie pas sensiblement le rapport N/N_0 ni la valeur de a calculée ci-dessus. On écrira donc, en tenant compte de la présence de ces particules,

$$q = 4\pi D_1 \overline{n_1}\left[\frac{Na}{I(\eta, o)} + \frac{N'a'}{I(\eta', o)}\right] \qquad \text{avec} \quad \eta' = \frac{\varepsilon K}{Da'}.$$

Avec les données ci-dessus, on trouve que q est voisin de 7, valeur qui paraît satisfaisante ([7]).

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Réactions photopériodiques après application de substances de croissance à la germination.* Note de Mme **Antoinette Taravet**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Des causes hormonales ([1]) ont été souvent invoquées pour interpréter la réaction photopériodique des plantes. Certains considèrent qu'il s'agit d'hormones spécifiques de la floraison ([2]), d'autres pensent que ce sont des hormones de stimulation générale du type des auxines qui déclenchent aussi la floraison ([3]).

Comme contribution à la solution de ce problème, nous avons élevé sous les conditions photopériodiques exposées dans une Note antérieure ([4]) une plante de jour long : l'Épinard (*Spinacia oleracea*), et une plante de jour court (*Perilla ocymoïdes*). Aussitôt avant le semis, les graines ont été trempées durant 24 heures dans des solutions aqueuses de substances de caractère hormonal du groupe des auxines : acide β-indolacétique et acide α-naphtalène-acétique, chacune à des concentrations variées, de 0,01 à 1^{mg} par litre.

Voici les résultats observés (expériences conduites du 25 août 1947 jusqu'aux gelées au terrain de Colombes, laboratoire d'Agriculture du Conservatoire National des Arts et Métiers) :

1° Le traitement hormonal a provoqué une stimulation générale : augmentation du pouvoir germinatif, renforcement du développement végétatif exprimé par la grandeur des plantes et de leurs feuilles; par l'intensité de leur coloration (chez *Perilla*); accélération du développement reproductif exprimé par une mise à fleurs plus précoce.

2° Mais l'intensité de ces diverses actions est profondément modifiée par le traitement photopériodique subséquent :

([7]) Gish, *Physics of the Earth*, **8**, 1939, p. 174.

([1]) M. Chailahjan, *C. R. Ac. Sc. U. R. S. S.*, **111** (XII), 1936, 9, p. 104; **19**, 1938, p. 303-306; K. C. Hamner et J. Bonner, *Bot. Gaz.*, **100**, 1938, p. 388-431.

([2]) M. Chailahjan, *loc. cit.*; K. C. Hamner, *Cold Springer-Harbor Symposia on quantitative Biology*, **10**, 1942, p. 49-59.

([3]) N. G. Cholodny, *Herb. Rev.*, **7**, 4, 1939, p. 223-247 et bibl.

([4]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1373-1375.

a. Le degré d'accélération du développement *végétatif*, provoqué par le traitement hormonal précité, ne dépend que des conditions photopériodiques et non du caractère *de jour long* ou *de jour court* de la plante traitée. Cette accélération est très faible en jour court, plus forte en jour court avec nuit longue interrompue le matin, plus forte au milieu de la nuit, plus encore le soir, et cela aussi bien chez *Perilla* que chez *Spinacia*, la plus forte en jour continu chez *Spinacia*.

b. Le degré d'accélération du développement *reproductif* provoqué par le même traitement hormonal dépend à la fois des conditions photopériodiques et de la sorte de plante traitée : pour une plante de jour long, comme *Spinacia*, l'accélération de la mise à fleurs est nulle en jour court, faible en jour court à nuit longue interrompue le soir, plus forte si l'interruption a lieu le matin, encore plus forte en jour continu. Une plante de jour court comme *Perilla* répond de façon inverse : l'accélération de la mise à fleurs est nulle en jour continu, faible en nuit longue interrompue au milieu de la nuit, plus forte si l'interruption a lieu le matin, plus encore le soir, la plus forte en jour court. Autrement dit, l'action lointaine du traitement hormonal effectué à la germination est d'accentuer le caractère propre *de jour long* ou *de jour court* des plantes traitées. Cette action est d'autant plus intense que la plante est exposée à des conditions photopériodiques qui favorisent davantage la mise à fleurs.

Pour conclure, on notera que : 1° Dans l'expérience décrite ici, les substances de croissance ont été appliquées au moment de la germination, c'est-à-dire bien avant que les plantes soient en état d'accéder à leur phase reproductive; 2° Un tel traitement, avec de telles *hormones*, ne change pas le sens des réactions de croissance ni des réactions de floraison au photopériodisme ([5]), mais en accroît l'intensité, et l'accroît d'autant plus que le traitement photopériodique lui-même est plus stimulant sur la croissance ou sur la floraison.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Contribution à l'étude de l'hydrolyse des celluloses de bois.* Note de M. **François A. Abadie**, présentée par M. Paul Pascal.

Nous avons dans une Note précédente ([1]) présenté les résultats de notre étude sur l'influence de la durée de la macération et du chauffage dans l'hydrolyse des celluloses de bois par le procédé Brus et Fauconnau ([2]); nos résultats vérifiaient ceux obtenus par d'autres chercheurs, sauf en ce qui concerne la durée du chauffage nécessaire pour l'hydrolyse complète de

([5]) P. Chouard, *Comptes rendus*, 233, 1946, p. 1174-1176; *Bull. Soc. Bot. Fr.*, 93, 1946, p. 373-377, et décembre 1947.

([1]) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 1109.

([2]) *Sud-Ouest Économique*, n°s 317-318, nov.-déc. 1940, p. 339-342.

l'hydrocellulose que nous avons trouvée supérieure à trente minutes, alors que MM. Brus et Fauconnau préconisent seulement quinze minutes.

Des recherches complémentaires nous permirent de déterminer que cette différence provient uniquement de la variation de la concentration en acide de la solution durant le chauffage. Elle est de 28 % dans les essais de MM. Brus et Fauconnau, tandis qu'elle n'est que de 9 % dans nos essais personnels.

Une série d'essais systématiques nous permit d'étudier l'influence de la concentration d'acide durant le chauffage nécessaire pour l'hydrolyse complète de l'hydrocellulose formée durant la macération, les autres facteurs, nature du bois, nature, quantité et concentration de l'acide durant la macération, durée de la macération, restant constants. Les conclusions de ces essais sont les suivantes :

La durée de chauffage indispensable pour obtenir la disparition de toute coloration et de toute viscosité de la solution (¹) est celle qui est nécessaire pour l'hydrolyse complète de l'hydrocellulose.

Ce temps de chauffage est inversement proportionnel à la concentration de l'acide. La quantité d'acide pur contenue dans la solution et le volume de celle-ci sont sans influence sur la durée du chauffage. La durée du chauffage nécessaire pour l'hydrolyse complète de l'hydrocellulose reste constante quelle que soit la quantité d'hydrocellulose, lorsque la concentration de l'acide ne varie pas.

Les concentrations de l'acide intéressantes pour l'utilisation industrielle du procédé sont limitées entre 7,5 % et 30 %. Au-dessous de 7,5 % la durée du chauffage devient trop longue pour une utilisation économique. Au-dessus de 30 %, parallèlement à la transformation de l'hydrocellulose en glucose, a lieu une attaque de l'hydrocellulose par l'acide qui en la transformant en acides organiques, en méthanol et en furfurol, limite le rendement en glucose (³). L'économie de temps et de combustible ne compense pas la perte en glucose.

La formule empirique (¹) représentant l'influence du temps de chauffage sur le rendement en glucose reste valable à condition que le rendement de référence $G(t)$ soit celui qui correspond à l'hydrolyse complète de l'hydrocellulose dont l'indice (t) dépend de la concentration de l'acide durant le chauffage. Cette formule devient

$$G(t') = G(0) + [G(t) - G(0)] \log 10 (1 + 0,30\, t'),$$

dans laquelle G représente le rendement en glucose et (t') le temps de chauffage considéré. La courbe représentant les variations du temps de chauffage en fonction de la concentration de l'acide est une hyperbole. Mais, dans sa partie située entre les limites d'utilisation industrielle, elle peut être assimilée à une

(³) G. Meunier, *Compte rendu du congrès des Combustibles liquides*, 1922, p. 642-654.

droite sans erreur importante. On peut alors représenter l'influence de la concentration de l'acide sur le temps de chauffage par la formule $t = - C + 44$.

Cette formule est empirique, approchée et uniquement valable dans le cas étudié. Néanmoins, elle est assez satisfaisante.

PHYTOPHARMACIE. — *Augmentation du pouvoir insecticide de l'hexachlorocyclohexane, par son association avec le terpinéol.* Note de MM. **Marc Raucourt** et **Guy Viel**, présentée par M. Albert Demolon.

Les insecticides de contact, employés sous forme de suspensions ou d'émulsions aqueuses, sont souvent associés en France à des huiles de pin. Les bouillies agricoles ainsi obtenues possèdent un pouvoir mouillant plus élevé et une action insecticide apparemment augmentée. Feytaud et De Lapparent (1), en particulier, ont mis en évidence les qualités des préparations contenant des extraits roténonés et du terpinéol.

Cependant, peu de résultats quantitatifs ont été publiés sur les modifications de pouvoir insecticide dues à l'huile de pin. Dans un travail récent, Potter et Gillham (2) ont étudié les variations des concentrations léthales médianes des pyréthrines envers des *Tribolium confusum* Duv. adultes, suivant qu'elles sont ou non associées au terpinéol : ils concluent que l'activité des pyréthrines n'est pas modifiée de façon significative.

Nous avons abordé la même question dans le cas de l'hexachlorocyclohexane, en observant sur des populations de *Calandra granaria* L., les mortalités dues, d'une part, à des suspensions aqueuses mouillantes du produit technique et de son isomère γ; d'autre part, aux suspensions aqueuses obtenues à partir de leur solution dans le terpinéol. Les essais ont été réalisés suivant une méthode d'immersion, permettant de déterminer les concentrations léthales médianes des insecticides. Voici un résumé des résultats obtenus :

Nature de l'insecticide.	Concentrations léthale médiane de H. C. H.	Concentrations correspondante en terpinéol.
Isomère γ de H. C. H. pur	0,0009	–
Le même, à 10 % dans le terpinéol	inférieure à 0,0009	0,011
Le même, à 2 % dans le terpinéol	0,0003	0,015
H. C. H. technique, préparation de 1942	0,020	–
Le même, à 10 % dans le terpinéol	inférieure à 0,005	0,05
H. C. H. technique, préparation de 1946	0,024	–
Le même, à 10 % dans le terpinéol	environ 0,008	0,08

(1) *Bull. Institut du Pin*, n° 12, 1935, p. 241-242.

(2) *Ann. of appl. biol.*, 33, 1946, p. 149.

Nous avons par ailleurs déterminé les mortalités d'insectes provoquées par le terpinéol seul, à différentes concentrations :

Concentrations en terpinéol (%).	Mortalités des insectes (%).	Concentrations en terpinéol (%).	Mortalités des instectes (%).
10	96	0,05	0 à 2
0,6	64	0,006	0 à 2
0,3	28		

On voit que le terpinéol accroît fortement l'activité de l'hexachlorocyclohexane à des concentrations où il ne provoque lui-même aucune action léthale. La toxicité du mélange est trois à quatre fois supérieure à celle de l'hexachlorocyclohexane employé seul.

Nous avons, en outre, vérifié que cette activité n'était pas imputable à un abaissement de la tension superficielle : les suspensions sans terpinéol sont obtenues à partir de solutions alcooliques et ont une tension superficielle notablement plus faible. Nous pensons que ce phénomène constitue un exemple particulièrement net de synergisme entre deux substances chimiques. Le terpinéol possède, à la concentration d'emploi, un pouvoir toxique insuffisant pour entraîner la mort des insectes, mais capable de les sensibiliser à l'action de l'hexachlorocyclohexane. A l'appui de cette hypothèse, nous remarquons que l'accroissement d'activité de l'isomère γ est d'autant plus accusé que la concentration en terpinéol est plus forte.

Quelle que soit la signification scientifique de notre observation, il y a un intérêt pratique considérable à constater la forte augmentation que subit l'action insecticide de l'hexachlorocyclohexane, lorsque ce composé est utilisé en solution dans le terpinéol.

EMBRYOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *La partie antérieure du canal de Wolff peut, expérimentalement, induire la morphogenèse du mésonéphros chez les Amphibiens Anoures.* Note (*) de M. **Roger Cambar**, transmise par M. Maurice Caullery.

Le canal de Wolff, situé en position typique, exerce un pouvoir inducteur capital sur le mésonéphros adjacent. Le stimulus inducteur se transmet normalement par contact, et ne peut se manifester si la distance entre le canal et les blastèmes mésonéphrétiques dépasse 90-100 μ (1). Il est important de savoir si la portion postérieure du conduit, wolffienne au sens strict, possède seule ce pouvoir inducteur, ou si la partie antérieure, normalement sans rapport avec le mésonéphros, est capable d'induire des structures néphrétiques identiques

(*) Séance du 3 mai 1948.

(1) R. Cambar, *Comptes rendus*, **225**, 1957, p. 823, 895 et 1019.

dans des blastèmes de même *compétence*. Des expériences ont été réalisées qui permettent de répondre à ces questions.

Matériel et technique. — Des larves de Grenouille agile (*Rana dalmatina* Bon.) sont déganguées au cours des 12 heures qui précèdent l'éclosion spontanée. L'opération (voir figure) ne peut être effectuée que pendant cette courte période.

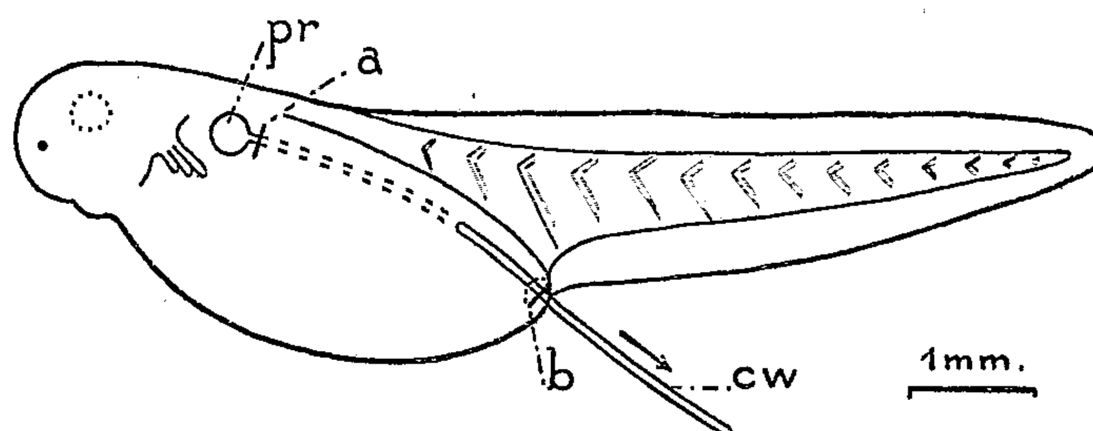


Schéma de la technique opératoire.
a et *b*, incisions de l'ectoderme; *cw*, canal de Wolff; *pr*, pronéphros.

Par une légère incision ectodermique, nous découvrons le canal de Wolff immédiatement en arrière du pronéphros. Nous sectionnons le canal à ce niveau (*a*). D'autre part, nous soulevons un petit lambeau d'ectoderme au-dessus du point de jonction du canal de Wolff avec le cloaque (*b*). Nous sectionnons le canal au niveau de son débouché cloacal. On tire alors le canal avec précaution par son bout postérieur détaché, afin de déplacer le conduit, en totalité, par glissement. Les deux tiers environ du conduit sont tirés hors du têtard. On sectionne alors le canal au niveau de l'incision (*b*).

La portion antérieure du canal, originellement voisine du pronéphros, se trouve ainsi déplacée en position postérieure. Elle conserve à sa nouvelle place la position typique du conduit normal, en même temps que les rapports topographiques normaux avec les blastèmes mésonéphrogènes.

Malgré son apparente facilité, l'opération est d'une réalisation délicate (3 à 4% de succès). Elle a été réussie chez 9 larves.

Résultats. — Comme nous l'avons déjà démontré, les blastèmes mésonéphrétiques ne se développent pas dans les somites d'où le canal a été extirpé. *Par contre, dans tous les somites où se trouve, après glissement, la portion antérieure du canal, le mésonéphros subit une morphogenèse initiale absolument normale,* ceci quel que soit le côté de l'opération.

Chez les quelques têtards opérés avec succès, nous ne pouvons pas affirmer qu'une communication existe entre unités mésonéphrétiques formées et canal de Wolff déplacé, malgré l'incertitude d'interprétation de certaines images histologiques. Les fixations ont été effectuées trop tôt (20 jours au plus après l'opération) pour nous permettre d'être affirmatif à ce sujet. Par contre, il nous paraît certain que l'extrémité du conduit déplacé ne se met pas en communication avec le cloaque, malgré leurs rapports de contiguïté.

Le fragment de conduit isolé possède une lumière de taille réduite par rapport à la normale. Ses cellules contiennent de nombreux pigments.

Discussion. — Le pouvoir inducteur du canal de Wolff n'est donc pas loca-

lisé dans la portion privilégiée qui se trouve en face des blastèmes mésonéphrogènes. La totalité du conduit, même la région la plus voisine du pronéphros, normalement sans contact avec le mésonéphros, possède cette qualité.

Dans les quelques expériences réalisées, nous n'avons remarqué aucune variation dans l'intensité de ce pouvoir inducteur suivant la région du conduit considérée. A tous les niveaux, les différentes étapes initiales de la morphogenèse du mésonéphros se succèdent dans le même ordre et dans les délais normaux. Le pouvoir inducteur du canal de Wolff est totalement indépendant des relations topographiques de ce conduit, ainsi que de son état fonctionnel ou de son degré d'atrophie. Tout fragment de canal possède, sur tout blastème de prédisposition mésonéphrétique, un pouvoir inducteur électif. Ce dernier est, ainsi, qualité inhérente au matériel cellulaire du conduit issu en totalité, par bourgeonnement précoce indépendant, d'un blastème situé dans les somites antérieurs.

Un fait mérite d'être noté. Après pronéphrectomie, la partie antérieure du canal de Wolff s'atrophie, puis dégénère progressivement (Cambar). Dans le cas présent, cette même partie placée dans la région mésonéphrétique, en position rigoureusement typique, ne dégénère pas : son calibre est réduit mais sa structure tubulaire reste intacte et sa lumière toujours apparente. La persistance de la perméabilité du conduit n'est pas due au liquide contenu ou circulant dans le canal (facteur morphogénétique important des structures tubulaires) puisque les tubes mésonéphrétiques sont encore compacts et, de ce fait, non fonctionnels. Il faut donc invoquer une influence conservatrice exercée par le voisinage d'un tissu de potentiel mésonéphrogène sur l'organisation tubulaire du canal de Wolff. Ce fait remarquable suggère la protection, par le mésonéphros à peine ébauché, d'une structure voisine, d'origine embryologique différente, indispensable à l'évacuation du produit de sa future activité fonctionnelle.

En résumé : si elle cesse d'être fonctionnelle, la partie antérieure du canal de Wolff dégénère en position normale, alors qu'elle se maintient presque intacte si elle est déplacée vers l'arrière, expérimentalement, au contact des blastèmes mésonéphrétiques. A cette nouvelle place, elle exerce sur le mésonéphros une action inductrice identique à celle de la partie postérieure du canal de Wolff. Ainsi la totalité du canal est douée de pouvoir inducteur.

ÉCOLOGIE. — *Étude quantitative du peuplement animal des* sols suspendus *et des Épiphytes en forêt tropicale.* Note (*) de M. **Claude Delamare-Deboutteville**, présentée par M. Louis Fage.

Au cours d'une mission en forêt de Basse-Côte d'Ivoire (1945) nous avons pu nous consacrer à l'étude du peuplement de deux biotopes particulièrement

(*) Séance du 8 mai 1948.

intéressants. L'objet principal de nos recherches était l'écologie de la faune des sols. Or nous avons pu constater qu'il existe en forêt tropicale un ensemble de milieux qui constituent incontestablement une dépendance du sol du point de vue écologique.

Les plantes épiphytes sont particulièrement nombreuses dans toute forêt tropicale. Elles sont très nombreuses, en particulier, dans la forêt du Banco, forêt de type secondaire fort ancien. Entre les racines de ces épiphytes s'accumule de l'humus formé par la décomposition de la plante et les nombreux débris végétaux qui tombent des étages supérieurs, de la couronne des arbres. A ces débris végétaux viennent d'ailleurs s'ajouter des poussières et des concrétions siliceuses.

Enfin il se forme, sur les plus grosses branches des arbres, juste sous la couronne, à grande hauteur (40 mètres et plus), des accumulations de terre pouvant avoir un grand volume. Pour ces formations très spéciales je propose le nom de *sols suspendus*.

Il est évident que de tels milieux présentent des conditions microclimatiques très analogues à celles du sol : obscurité, faiblesse des écarts thermiques, hygrométrie forte. L'identité écologique des *sols suspendus* et du sol est d'ailleurs accusée par l'implantation, dans ce biotope élevé et très original, de plantes vivant normalement au sol en bordure des chemins forestiers telles que les *Palissota*.

L'étude du peuplement en espèces animales de ce milieu, dont l'importance n'avait pas encore été signalée, ouvre donc un chapitre intéressant d'écologie tropicale. Nous avons pu mener à bien la prospection qualitative et quantitative de ces peuplements grâce aux voies d'accès ouvertes par R. Paulian (1947) au cours de ses recherches sur la faune de la couronne des arbres.

Je donnerai ici la composition du peuplement d'un échantillon de sol suspendu situé à 45 mètres de hauteur sur une maîtresse branche de *Parinarium*.

Horizon A. — Zone superficielle de 6^{cm} d'épaisseur, lacis dense de grosses radicelles (pour 2^{dm^2}) :

Arachnides : Tartarides : *Trithyreus* sp. (4). — *Insectes* : Dictyoptères : Blattes (2). — Coléoptères : Psélaphides (4).

Horizon B. — Zone à fines radicelles de 6^{cm} d'épaisseur (pour 2^{dm^2}) :

Vers : Oligochètes (2). — *Arachnides* : Acariens : Bdelles (12). — *Myriapodes* : Pselaphognatha (18); Polydesmoidea (2); Chilopoda (2). — *Insectes :* Collemboles : *Heteromurus dubius* n. sp. Delam. — Diploures : *Lepidocampa Juradii afra* Silv. — Dictyoptères : Blattes (6). — Isoptères (6). — Coléoptères : Psélaphides (2); Trichoptérygiens (8) : *Acrotrichis tropicalis* Paul. (2). — Lépidoptères : chenilles (4). (L'*Acrotrichis tropicalis* a également été trouvé au sol en forêt de La Bé).

Horizon C. — Zone humique de 8^{cm} d'épaisseur (pour 2^{dm^2}) :

Mollusques : Gastéropodes (1). — *Arachnides* : Aranéides (1); Acariens (3). — *Insectes* : Collemboles : *Isotomielle africana minor* n. sp. n. var. Delam. (1), *Heteromurus*

dubius n. sp. Delam. (3), *Lepidocyrtus* sp. (2), *Megalothorax subtristani* n. sp. Delam. (3). Sminthurinien ind. (2). — Diploures : *Lepidocampa Juradii afra* silv. (6). — Dictyoptères : Blattes (7). — Coléoptères : Psélaphides (6); Staphylinides, larves (2). — Lépidoptères : Tinéides, chenilles (1).

En comparaison d'échantillons de sol de même volume on peut affirmer que la faune des *sols suspendus* est donc très pauvre. L'horizon superficiel est à peu près inhabité, l'horizon moyen l'étant plus fortement et l'horizon inférieur étant plus pauvre, mais peuplé exclusivement de formes de petite taille, dépigmentées, aveugles, présentant des organes sensoriels très particuliers. L'importance quantitative relative des peuplements des trois horizons est la suivante: $A = 5$, $B = 30$, $C = 17$. Pour 100 individus au sol, à volumes égaux, il n'y en a que 40, en moyenne, dans le *sol suspendu*.

Il importe de noter par ailleurs que la composition des divers échantillons d'un même sol suspendu sont, à peu de choses près, identiques. On exprimera cette constatation en disant qu'il s'agit d'un peuplement *homogène*.

Dans les touffes d'épiphytes où les conditions microclimatiques semblent moins stables, on n'observe qu'un petit nombre d'individus répartis en un grand nombre d'espèces. Ces espèces sont toujours celles que l'on retrouve plus haut dans les sols suspendus.

Ce fait que le peuplement des touffes d'épiphytes apparaît comme un fractionnement du peuplement des sols suspendus laisse à penser que le peuplement de ces derniers constitue, du point de vue biocoenotique, la stabilisation, l'établissement définitif en un biotope constant d'éléments fauniques qui ne font que passer dans les touffes d'épiphytes. Le fait qu'ils ne s'établissent pas définitivement dans ces derniers pour y constituer des populations homogènes est en grande partie imputable à l'instabilité microclimatique des touffes d'épiphytes sur de longues périodes.

BIOLOGIE THÉORIQUE. — *Sur l'éventualité de la formation d'un complexe entre les corps cancérigènes et les tissus soumis à leur action.* Note (*) de M. RAYMOND DAUDEL.

Différents faits ou idées conduisent à penser qu'il se forme des complexes entre les corps cancérigènes et les éléments cellulaires au cours du processus de la cancérisation. Parmi ces arguments il faut surtout citer les travaux théoriques d'O. Schmidt (1) et l'interprétation des phénomènes d'antagonisme entre carbures cancérigènes donnée par A. Lacassagne, Buu Hoï, R. Daudel et

(*) Séance du 26 avril 1948.

(1) Selon l'interprétation donnée dans : R. DAUDEL, *Revue Scientifique*, 84, 1946, p. 37 (on trouvera dans cet article la bibliographie des travaux de Schmidt).

G. Rudali ([2]). Ces derniers auteurs admettent que certains hydrocarbures doivent donner lieu à la formation d'un complexe d'addition avec le substratum qui commande la division cellulaire et que si, conformément aux idées de Schmidt, ces hydrocarbures présentent des zones de forte densité en électrons π correspondant à des liaisons chimiques multiples, ils peuvent devenir susceptibles de catalyser la ou les réactions primaires de la cancérisation.

R. Daudel et A. Pullman ([3]) ont par ailleurs insisté sur le fait que dans le phénanthrène et le benzanthracène c'est la région mésophénanthrénique qui est la plus réactive et la plus apte aux phénomènes d'addition. Boyland et Weigert ([4]) ont observé que, contrairement à ce qui se passe, *in vitro*, ce n'est pas cette région qui est oxydée *in vivo* et que ceci peut très bien se comprendre dans l'hypothèse où cette région particulièrement apte à l'addition se trouve bloquée (par la formation d'un complexe analogue à celui dont nous venons de rappeler l'éventualité) et devient ainsi provisoirement inapte à toute autre réaction.

Phénanthrène et benzanthracène sont peu cancérigènes, mais ces remarques s'appliquent au cas du benzopyrène, par exemple, qui est cancérigène.

L'idée de la formation d'un complexe entre les éléments cellulaires et les hydrocarbures cancérigènes se trouve ainsi renforcée par des faits expérimentaux.

Il y a lieu d'observer que *la formation d'un tel complexe doit activer dans l'hydrocarbure la région voisine de la jonction. Or, en général, c'est précisément dans la zone la plus voisine de la zone la plus réactive des hydrocarbures que se fait l'oxydation in vivo*, ce qui confirme encore l'idée que c'est bien cette zone réactive qui est utilisée en vue de la jonction entre carbure et élément cellulaire.

La possibilité de la formation de ce complexe n'a pas été considérée comme suffisante en vue de la cancérisation. Schmidt ([1]) exige l'existence d'une forte densité en électron π. A. Pullman ([5]) confirme cette idée en la précisant. Les progrès de la technique permettent de faire les remarques suivantes.

1° Contrairement aux résultats de la mésomérie, la méthode des orbites moléculaires ([6]) montre que dans la série benzène, naphtalène, anthracène, phénanthrène, etc., l'indice de liaison de la région active croît régulièrement : (0,667, 0,725, 0,737, 0,775). Contrairement à ce qui avait été observé, presque tous les hydrocarbures cancérigènes possèdent un indice de liaison supérieur à celui du benzène.

([2]) *C. R. Soc. de Biologie*, **138**, 1944, p. 282.

([3]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 877.

([4]) *British Medical Bulletin*, **4**, 1947, p. 968.

([5]) *Thèse Sciences*, Paris. 1946.

([6]) COULSON et LONGUET-HIGGINS, *Revue Scientifique*, **85**, 1947, p. 929.

2° On observe qu'en général, plus l'indice de valence libre de la zone active est grand, moins est grande la charge que semble devoir posséder cette région pour acquérir le pouvoir cancérigène.

3° La nouvelle méthode que nous utilisons pour évaluer les charges, nous conduit à fixer à $2e$ le seuil de la cancérisation dans la série benzanthracénique au lieu de $0,44\,e$ par Å dans la détermination de Schmidt et de $1,29e$ dans celle de A. Pullmann ([6]).

Ce seuil se trouve ainsi ramené près de celui qu'on peut admettre dans la série azoïque ([7]).

Par contre, en tenant plus correctement compte du rôle de l'azote on s'aperçoit que le seuil dans la série des benzacridines (environ 1,980) n'est pas le même que dans le cas des dérivés du benzanthracène (2,000), ce qui semble montrer que la charge due aux méthyles et celle due à l'azote ne sont pas équivalentes du point de vue cancérigène. Il y a cependant lieu de faire observer que la présence de l'azote doit entraîner une augmentation du couplage entre le méthyle et le cycle qui diminuerait cette différence entre les seuils si l'on en tenait compte dans les calculs. Un effet de cet ordre pourrait peut-être expliquer pourquoi les 3.M.10.E.7.8.B.Ac et 2.M.10.E.7.8.B.Ac ont des pouvoirs cancérigènes différents.

Quoi qu'il en soit, le facteur charge n'est sûrement, s'il existe, qu'un des multiples facteurs indispensables.

Le facteur stabilité du complexe de Boyland ([8]) semble intéressant et est en bon accord avec le fait que beaucoup de carbures cancérigènes ont une forte aptitude à la résonance.

HYDROBIOLOGIE. — *L'oxygène dissous et la répartition des larves d'Éphémères.* Note de M[lle] **Marie-Louise Verrier**, présentée par M. Louis Fage.

Les larves d'Éphémères se rencontrent dans les milieux les plus divers, depuis les eaux dormantes des étangs jusqu'aux torrents de montagnes. Généralement, chaque espèce ou groupe d'espèces se caractérise par un habitat où il convient de tenir compte principalement de l'agitation de l'eau, de sa température et de sa teneur en oxygène dissous ([1]). Ces facteurs sont étroitement liés et la teneur en oxygène dissous mérite de retenir l'attention. C'est ce qui ressort des expériences de M[me] et Marcel Avel ([2]) sur la résistance à l'asphyxie des larves d'Éphémères des torrents d'Auvergne.

([7]) B. Pullman, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1501.

([8]) *Yale Journal of Biology and Medicin* (sous presse).

([1]) Les nombreuses mesures de pH que j'ai faites dans les stations les plus diverses montrent que ce facteur n'intervient pas de façon appréciable dans la répartition des Éphémères.

([2]) *Bull. Soc. Zool.*, 57, 1932, p. 100.

La faune de ces torrents est particulièrement intéressante à cet égard parce que très variée. Je prends comme type la Couze Pavin : j'ai étudié la répartition des larves d'Éphémères et dosé l'oxygène dissous (méthode de Winkler) depuis sa source, dans les Monts-Dores, à 1300^{m} environ, jusqu'à son confluent avec l'Allier, près d'Issoire, à 400^{m}. En voici les observations les plus caractéristiques :

Stations à *Bætis alpinus* Pict. : Source du lac Pavin : oxygène dissous, 5$^{cm^3}$,52, le 26 août 1947, à 16^{h}. — L'eau de ces sources est moins oxygénée que l'eau du lac. J'ai fait à diverses reprises, depuis 1928, de nombreux dosages comparatifs. Je n'ai jamais trouvé de *Bætis alpinus* Pict. dans le lac. Ils apparaissent dans le déversoir qui constitue l'une des branches d'origine de la Couze Pavin.

Stations à *Bætis alpinus* Pict., *Epeorus torrentium* Eat. — Ce sont des portions de torrents à eau très agitée. Le 25 août 1947, en amont de Besse, j'ai dosé l'oxygène dissous d'heure en heure, de 8^{h} à 18^{h}. La concentration a baissé progressivement de 6$^{cm^3}$,57 à 5$^{cm^3}$,60.

Station à *Bætis pumilus* Burm., *Ecdyonurus venosus* Fabr., *Ephemerella ignita* Poda. — Il s'agit de portions de torrents situées à 20 ou 30^{m} des précédentes, mais à courant moins rapide. Le 25 août 1947, toujours de 8^{h} à 18^{h}, la concentration en oxygène a passé de 6$^{cm^3}$,49 à 5$^{cm^3}$,33.

J'ai fait des observations comparables le long de la Couze Pavin, entre Besse et Saint-Floret, et entre Perier et Issoire. A ce niveau une station est à signaler au niveau d'un barrage. En haut du barrage, zone à *Ephemerella ignita* Poda, à *Bætis pumilus* Burm., eau à courant très lent, riche en végétation, oxygène dissous 6$^{cm^3}$,34, le 15 octobre 1947, à 13^{h}. Sur la pente inclinée du barrage s'étale une assez mince couche d'eau. Sur les bords, on peut trouver des *Bætis alpinus* Pict.; par suite de la température extérieure (20°), la teneur en oxygène dissous est de 6$^{cm^3}$,34. En bas du barrage, dans une eau tumultueuse, vivent *Bætis alpinus* Pict., *Epeorus torrentium* Eat., *Oligoneuriella rhenana* Imhoff, quelques *Ecdyonurus venosus* Fabr. L'eau, qui s'est réchauffée au contact de l'air le long de la paroi du barrage, ne renferme que 6$^{cm^3}$,09 d'oxygène par litre.

Le confluent de la Couze Pavin et de l'Allier permet d'opposer des zones bien distinctes :

1° Stations à *Oligoneuriella rhenana* Imhoff, *Bætis alpinus* Pict., *Rhitrogena alpestris* Eat., quelques *Ecdyonurus venosus* Fabr.; Couze Pavin, eau très agitée, oxigène dissous : 5$^{cm^3}$,94, le 29 août 1947, à 10^{h}30^{m}.

2° Stations à *Ephemerella ignita* Poda, *Bætis pumilus* Burm., nombreux *Ecdyonurus venosus* Fabr.; dans l'Allier, eau calme, oxygène dissous : 5$^{cm^3}$,75, le 29 août 1947, à 10^{h}45^{m}.

A 200^{m} de ces stations se trouve l'Aumaire, affluent de l'Allier qui, traversant une plaine, a un cours très lent et se trouve encombré de végétation aquatique. Sa teneur en oxygène dissous est très voisine de celle de la station

précédente, mais sa faune est toute différente : *Eurycænis harrisella* Curt., *Centroptilum pennulatum* Eat. en sont les éléments caractéristiques.

La vallée de l'Allier est tout aussi variée que celle de la Couze Pavin. J'opposerai simplement ici les stations à *Ecdyonurus venosus* Fabr., *Rhitrogena alpestris* Eat. et *Oligoneuriella rhenana* Imhoff, à eau très rapide, peu profonde, riche en oxygène, mais moins cependant que les stations à *Cænis horaria* L., à eau plus calme, plus profonde, riche en végétation aquatique. Or, *Cænis horaria* L. a des besoins respiratoires beaucoup moins intenses que les trois espèces citées plus haut.

J'ai fait des constatations du même ordre dans le Têt en amont de Perpignan, où l'on peut observer les stations à *Ecdyonurus*, à eau rapide, oxygénée, mais pas plus que l'eau de stations à *Bætis*, dans des bras du Têt, à cours très lent.

Ainsi, l'oxygène dissous paraît être un facteur important dans la répartition des Éphémères, mais il n'est pas le seul. Déjà, Mme et Marcel Avel remarquaient que l'« absence de *Bætis* à 3 cerques et d'*Ecdyonurus* dans les rapides et les chutes nécessite la considération d'un autre facteur ». La comparaison des stations précédemment énumérées, dont le détail des mesures de l'oxygène dissous et de la vitesse du courant sera publié ultérieurement, indique que ce facteur est un rhéotropisme positif plus ou moins marqué suivant ces espèces. Ce facteur s'ajoute au facteur oxygène dissous ou le domine dans certains cas (3).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action de la pénicilline et de la streptomycine sur la dépolymérisation de l'acide ribonucléique par la ribonucléodépolymérase cristallisée.* Note (*) de MM. **François Gros**, **Boris Rybak**, **Michel Macheboeuf** et **Ulf Rambech**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

S. S. Cohen (1) a montré que la streptomycine forme des complexes insolubles avec les acides nucléiques. Massart et ses collaborateurs (2) ont montré que l'acide ribonucléique ainsi combiné échappe à l'action dépolymérisante de la ribonucléase pancréatique. Ces auteurs ont prétendu d'autre part que la pénicilline inhibe l'activité ribonucléasique en paralysant directement l'enzyme. Le substrat utilisé était simplement une suspension de levure desséchée et fixée par l'alcool chaud et ils se sont contentés de suivre la

(3) E. Hubault a observé des cas de rhéotropisme chez des larves d'Heptagénidés et de Bætidés (*Bull. biol.*, suppl. n° 9, 1927, p. 272); A. Dorier et F. Vaillant ont récemment mesuré la vitesse du courant que peuvent remonter des larves d'*Ecdyonurus, Heptagenia, Epeorus, Bætis* (*Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1223).

(*) Séance du 3 mai 1948.

(1) *J. Biol. Chem.*, 168, 1947, p. 511.

(2) Massart, Peeters et Vanhoucke, *Experientia*, 3, fasc. 12, 1947, p. 494.

disparition des acides nucléiques par une réaction histochimique qualitative. Nous avons étudié l'action de la pénicilline et de la streptomycine sur la dépolymérisation de l'acide ribonucléique par de la ribonucléase cristallisée et purifiée en utilisant comme substrat un acide ribonucléique extrait de levure et purifié.

La ribonucléase fut préparée selon Kunitz ([3]) à partir de pancréas de Bœuf. Les antibiotiques mis en œuvre étaient de la pénicilline étalon (1650 U. O./mg), d'une part, et du monochlorhydrate de streptomycine (type Bristol), d'autre part.

L'activité ribonucléodépolymérasique fut évaluée en dosant ([4]) la quantité de phosphore organique contenue dans la portion nucléique dépolymérisée devenue soluble dans l'acide chlorhydrique N/5 (dosages de phosphore effectués par technique Machebœuf et Delsal) ([5]).

I. *Pénicilline.* — Des échantillons de solutions de ribonucléase sont additionnés de quantités variables de pénicilline. L'expérience est effectuée à deux pH différents : 7,0 et 8,0 (tampon boraté M/10). Une série témoin ne comporte pas d'antibiotique. Tous les mélanges sont maintenus pendant une heure à + 20° C.; puis chacun reçoit une quantité déterminée d'acide ribonucléique. Tous les tubes sont alors placés pendant 30 minutes dans une étuve à + 40° C. Au sortir de l'étuve, l'acide nucléique non dégradé est précipité à basse température par addition de HCl jusqu'à concentration 0,2 N. Après séjour de quelques heures dans une glacière, le contenu des tubes est centrifugé à 0° C. et l'on dose le phosphore organique total dans le liquide surnageant. Nous n'avons pas trouvé de modification de l'activité ribonucléasique par la pénicilline pour des quantités d'antibiotiques variant de $0^{mg},2$ à $3^{mg},6$ pour $0^{mg},05$ de ribonucléase cristallisée dans 2^{ml} de liquide. La conclusion est la même si l'on met préalablement la pénicilline au contact de l'acide nucléique, pour soumettre ensuite le mélange à l'action de la diastase.

II. *Sreptomycine.* — Nous avons d'abord étudié différents facteurs pouvant régir la formation du complexe insoluble entre streptomycine et acide ribonucléique : en nous inspirant de la technique utilisée par S. S. Cohen (mesures opacimétriques), nous avons confirmé qu'il existe un optimum de concentration en antibiotique et constaté l'existence d'un optimum de pH aux environs de 7,0. Il ne se forme même plus de complexe insoluble au-dessus de pH 8,6.

Cohen ayant signalé ([1]) que le complexe formé entre l'acide desoxyribonucléique et la streptomycine était soluble en présence de chlorure de sodium, nous avons étudié les solubilités du complexe acide ribonucléique-streptomycine dans différentes solutions saturées à pH 7,0. Il est très soluble

---

([3]) *Method der ferment forsch.*, **2**, 1941, p. 1940.
([4]) DUBOS et THOMPSON, *J. Biol. Chem.*, **124**, 1938, p. 501.
([5]) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **25**, 1943, p. 116.

dans les citrates, un peu moins dans les phosphates, moins encore dans les chlorures, les barbiturates et les acétates. Enfin il est très peu soluble dans les borates. De plus, la présence de borates intensifie considérablement la formation du complexe. Signalons enfin que le complexe se solubilise à température élevée pour précipiter à nouveau par refroidissement. Les mononucléotides puriques et même l'acide ribonucléique partiellement dépolymérisé par la ribonucléase ne forment plus de complexe insoluble avec la streptomycine.

Ayant ainsi établi les principales conditions de la formation du complexe, nous avons recherché ce qu'il advenait de l'acide nucléique combiné à la streptomycine, si on le traitait par la ribonucléase. Les conclusions sont : 1° en présence de streptomycine, la dégradation de l'acide ribonucléique à pH 7 par la dépolymérase spécifique est plus ou moins empêchée. Le taux d'inhibition augmente avec la concentration en antibiotique et peut atteindre 100 % pour de fortes concentrations; 2° le pH optimum d'inhibition de l'activité nucléasique par la streptomycine est très voisin de 7.

Résumé. — Nous n'avons pas trouvé d'action de la pénicilline sur la ribonucléodépolymérase; ceci est contraire aux résultats de Massart. Il faut noter que nous avons employé dans nos expériences un acide ribonucléique purifié, tandis que Massart utilisait une simple suspension de levure. Il est possible que ces divergences soient dues à ce que l'état physicochimique de notre substrat différait de celui mis en œuvre par Massart (degré de polymérisation, présence et absence de protéines-supports). De toutes façons nos expériences montrent que la pénicilline n'agit pas directement en paralysant la ribonucléodépolymérase.

En ce qui concerne la streptomycine, au contraire, nous confirmons pleinement les conclusions de Cohen et de Massart : il existe des complexes insolubles entre la streptomycine et l'acide ribonucléique, et l'acide nucléique inclus dans ces complexes n'est pas attaquable par la dépolymérase spécifique.

GÉNÉTIQUE. — *Sur une formule permettant d'évaluer avec précision le degré de parenté des caractères morphologiques d'un hybride.* Note de Mlle **Germaine Cousin**, présentée par M. Louis Fage.

Dans une Note antérieure [1] j'ai donné une méthode qui permet d'évaluer approximativement le degré de parenté chez un hybride dans le cas de la transmission d'un caractère partiellement lié au sexe. Cette méthode, illustrée par les histogrammes de la distribution du caractère dans une série génétiquement ordonnée de combinaisons hybrides, est basée sur le calcul des écarts, à une droite figurative de référence, en coordonnées logarithmiques, des valeurs

(1) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 959-961.

individuelles du caractère chez les hybrides, et des points centraux de ce même caractère chez les deux espèces parentes. L'exemple est pris chez deux *Gryllus : G. campestrie* (C) et *G. bimaculatus* (B). La droite figurative de référence choisie est celle de l'hybride ♀ B × ♂ C (BC). Son type structural est nettement défini. En raison de la sélection des génotypes dans les croisements, BC constitue une population, à caractéristiques génétiques et morphologiques homogènes; la variabilité fluctuante des caractères, autour de leur axe d'équilibre, est très faible, et la distribution très voisine de la normale. Dans ce groupe de référence hybride BC, comme dans les groupes spécifiques purs B et C, les intercorrélations se décomposent d'une manière comparable, mettant en évidence la présence d'un facteur général commun à tous les caractères, et celle de facteurs de groupe communs à certains d'entre eux seulement.

Si l'on cherche le degré de parenté pour un caractère dont la dispersion est grande le long du grand axe de la population du groupe et si, par ailleurs, le groupe de référence possède un coefficient d'allométrie α différent de celui des groupes parentaux, la répartition des individus, de tailles différentes, dans les classes de degrés de parenté, établies suivant les écarts individuels à la droite intermédiaire de référence, est mathématiquement inexacte. En effet, en raison de la divergence des α, des degrés de parenté différents peuvent correspondre aux mêmes écarts.

Sur un tableau de corrélation, en coordonnées logarithmiques, on peut obtenir une évaluation graphique plus précise du degré de parenté, en relevant, au compas, les distances de chaque point représentatif, aux deux lignes figuratives divergentes des groupes biologiques mis en cause. Ces distances, exprimées en pour cent de la somme des deux écarts, donnent en pour cent le degré de parenté du caractère entre les hybrides et l'une ou l'autre des espèces croisées.

Une évaluation exacte des distances d'un point représentatif individuel A aux deux lignes figuratives des espèces parentes peut être obtenue par une formule établie de la manière suivante :

Si l'on abaisse du point A une perpendiculaire sur la droite figurative de pente α (coefficient d'allométrie = au quotient des indices de variabilité des deux caractères composant l'indice morphométrique), une autre sur le petit axe, on a un rectangle dont les quatre sommets ont pour coordonnées $A(x_a, y_a)$; $O(x_0, y_0)$; $T(x_t, y_t)$; $P(x_p, y_p)$.

Les distances logarithmiques OT = AP représentent l'écart de la projection du point A sur le grand axe et OP = AT, l'écart de la projection du point A sur le petit axe, d'où $OM = \log x_a - \log x_0$ et $MA = \log y_a - \log y_0$. En projetant le contour OMA sur le petit axe, on obtient :

$$OP = -OM \sin\alpha + MA \cos\alpha = (\log y_a - \log y_0)\cos\alpha - (\log x_a - \log x_0)\sin\alpha.$$

En projetant le contour OMA sur le grand axe, on obtient :

$$OT = OM \cos\alpha + MA \sin\alpha = (\log x_a - \log x_0)\cos\alpha + (\log y_a - \log y_0)\sin\alpha.$$

[Ces formules peuvent être données immédiatement au moyen du changement d'axe de coordonnées rectangulaires dans le cas simple d'une rotation de $-(\pi/2-\alpha)$.]

Il est nécessaire de tenir compte des signes + ou — dans les différences des logarithmes qui varient selon le quadrant où se trouve le point A.

L'ensemble des écarts représenteront les deux répartitions des projections sur les deux axes. On appelle $OP_{(B)}$ l'écart à la droite figurative de *G. bimaculatus* et $OP_{(C)}$ l'écart à la droite figurative de *G. campestris*. Le rapport $OP_{(B)}/(OP_{(B)}+OP_{(C)})$ multiplié par 100 représente le degré de parenté du caractère de l'hybride avec l'espèce (C), son complément à 100, le degré de parenté avec l'autre espèce.

En prenant successivement $\log y_a$ et $\log x_a$ comme coordonnées des points correspondant aux diverses valeurs qui s'échelonnent tous les quarts de σ des deux répartitions marginales, on obtient un barême en quarts de σ des écarts OT le long du grand axe de la population. Cela permet d'évaluer les écarts le long de l'axe principal pour un individu, ou pour les points centraux de tous groupes qui ne différeront du groupe de référence que par leur taille (réalisé par exemple pour les écarts entre *G. domesticus* et *G. bimaculatus* dont certains caractères isométriques se trouvent à des niveaux différents, mais sur un même axe d'équilibre). Cela présente un intérêt particulier pour les indices isométriques où α est 1 ou voisin de 1, c'est-à-dire lorsque la formule qui évalue l'écart en % du rapport moyen reste pratiquement inefficace.

PARASITOLOGIE. — *Limite septentrionale de l'aire de dispersion en Europe, en Proche-Orient et en Moyen-Orient des Theilérioses du groupe* Theileria annulata, *considérées comme maladies différentes de la fièvre littorale africaine.* Note de M. **Eugène Dschunkowsky**, présentée par M. Émile Roubaud.

En 1917 Behn a constaté pour la première fois en Macédoine une maladie dont étaient atteints les bovins originaires de Bavière. Il a cru pouvoir l'identifier avec la fièvre littorale africaine. Mais, en étudiant le paludisme dans la même région, en 1921-1922, j'ai eu la possibilité de déterminer le vrai caractère de la maladie des bovins importés par les immigrants du nord de la Yougoslavie. J'ai pu constater dans le sang des animaux malades la présence de *Theileria annulata*, parasite découvert en 1903 en Transcaucasie. Il faut donc admettre que la limite septentrionale de ces maladies en Europe se trouve vers 42-43° de latitude nord.

Les études poursuivies sur place par les vétérinaires ont élargi les limites du foyer d'infection qui s'étendrait sur plusieurs villages de la vallée du Vardar [1]. La même maladie a été constatée par Cardamatis en Grèce.

---

(1) F. Ulinac, D. Petrovic et C. Babuder, *Yougosl. vet. Glasnik*, VIII, n° 8, 1934, p. 390-420.

Plus à l'Est, la limite de l'aire de dispersion de cette infection suit à peu près la même latitude, mais, en Asie, cette limite est vraisemblablement représentée par une ligne brisée, dont les sinuosités dépendent de l'altitude des régions qu'elle traverse.

Nous ne possédons pas actuellement de caractères sûrs pour pouvoir distinguer les espèces de *Theileria*. Il est douteux qu'on puisse utiliser comme caractère de diagnose leur virulence. Du Toit et K. F. Meyer ([2]) ont supposé que toutes les theilérias connues ne sont que des souches différentes de la même espèce. Ils ont proposé, néanmoins, pour des raisons pratiques, de conserver pour le moment la division en espèces. Il est prématuré de classer les theilérias d'après leurs hôtes intermédiaires, les tiques qui les transmettent. Une telle classification a été proposée par les auteurs allemands (Reichenow) pour les piroplasmoses du Chien (en Europe et en Orient). Ce principe ne pourrait être appliqué, ne serait-ce que parce qu'actuellement apparaît une tendance à la révision des genres chez les tiques qui nous intéressent ici (*Rhipicephalus*).

Pour des raisons pratiques, il serait préférable de diviser les theilérioses connues d'après la prémunition qu'on obtient après la première infection. A cet égard, il est intéressant de noter l'opinion que E. Sergent et ses collaborateurs ont émise dans leur dernier livre ([3]) :

« Nous avons montré, par l'épreuve de la prémunition croisée, que l'agent de la theilériose bovine du Moyen-Orient (Palestine, Iran) est spécifiquement identique à *Theileria dispar*. A s'en tenir strictement aux règles de la nomenclature scientifique, *Theileria dispar* Edm. Sergent, A. Donatien, L. Parrot, F. Lestoquard, E. Plantureux, H. Rougebief 1924, apparaît donc aujourd'hui comme un synonyme de *Theileria annulata* Dschunkowsky et Luhs 1904 (*Piroplasma annulatum*) observée en Transcaucasie. »

Cette conclusion des auteurs d'Alger est importante, non pas du point de vue de la synonymie, dont l'intérêt est limité, mais surtout en tant que confirmation du fait que toutes ces infections appartiennent à un groupe spécial de théilérioses, différentes de la fièvre littorale africaine.

Les considérations exprimées ci-dessus permettent d'affirmer que les theilérioses appartenant à ce groupe ont une répartition étendue. Elles existent en Afrique du Nord, en Proche et en Moyen-Orient (Macédoine, Palestine, Iran, Transcaucasie, Caucase du Nord). Et si l'on s'en tient à la conclusion de Yakimoff ([4]), qui concorde aussi avec mon opinion personnelle, *Th. turkestanica* Oboldoueff et Galuzo serait identique à *Th. annulata*. Alors, dans cette aire de

---

([2]) *Eleventh international Veterinary Congress*, London, 1930, III, *Reports for sectional meetings*, p. 525-573.

([3]) *Étude sur la piroplasmose bovine*, Alger, 1948, p. 556.

([4]) *Eleventh international Veterinary Congress*, London, 1930, III. *Reports for sectional meetings*, p. 574-599.

dispersion des theilérioses, il faudrait inclure aussi les étendues immenses de l'Asie centrale. Ces régions se rangeraient parmi les foyers passifs de l'infection. A en juger d'après les données bibliographiques, la plupart des theilérioses signalées en Asie jusqu'au littoral chinois de l'Océan Pacifique et jusqu'au Japon appartiennent à ce groupe de maladies.

MICROBIOLOGIE. — *Action inhibitrice de l'oxygène sur l'utilisation de l'azote nitrique, par un bacille aérobie et valeur du potentiel d'oxydo-réduction.* Note (*) de MM. **Adam Képes** et **Maurice Lemoigne**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Bacterium megatherium, aérobie strict, se développe très bien en culture agitée dans un milieu minéral glucosé ne contenant que du nitrate comme source d'azote. Or, cette utilisation de l'azote nitrique est inhibée quand la pression de l'oxygène atteint le triple de ce qu'elle est dans l'air ([1]).

Nous avons recherché quelle est la valeur du potentiel d'une électrode de platine plongée dans le milieu quand cette inhibition se produit. Nous ne pouvions pas faire cette détermination en cultures agitées : le milieu synthétique glucosé et nitraté ([1]) a été placé dans des vases de Kluyver, et nous y avons fait barboter soit de l'air, soit de l'oxygène à une température de 30°. Les valeurs du potentiel de l'électrode de platine et du pH furent déterminées par un dispositif automatique décrit antérieurement par l'un de nous ([2]).

Dans ces conditions, le potentiel n'a pas une signification physique simple, mais l'expérience prouve qu'il est lié très nettement et à la pression de l'oxygène dissous et au développement microbien. Cette corrélation lui confère un intérêt biologique certain.

1° *Cultures avec barbotage d'air.* — On obtient des courbes potentiel-temps ayant l'allure générale indiquée par la courbe *a* du graphique. Le potentiel initial se stabilise en moyenne à +0,450 V pour un pH de 6,5-6,8. Après un temps de latence variable suivant les essais, la culture commence à se développer et le potentiel descend rapidement pour remonter ensuite. Le minimum atteint est de +0,135 à 0,190 V environ pour des pH respectivement de 7,5 à 6,9

Ces résultats sont analogues à ceux qu'ont obtenus L. F. Hewitt ([3]), T. Ishikawa et H. Tsurusaki ([4]) avec des bactéries aérobies ou facultatives. Par contre, ils ne semblent pas s'accorder avec les conclusions que W. B. Wood,

(*) Séance du 3 mai 1948.

([1]) M. Lemoigne, Mme Croson et Mlle Letreis, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1058.

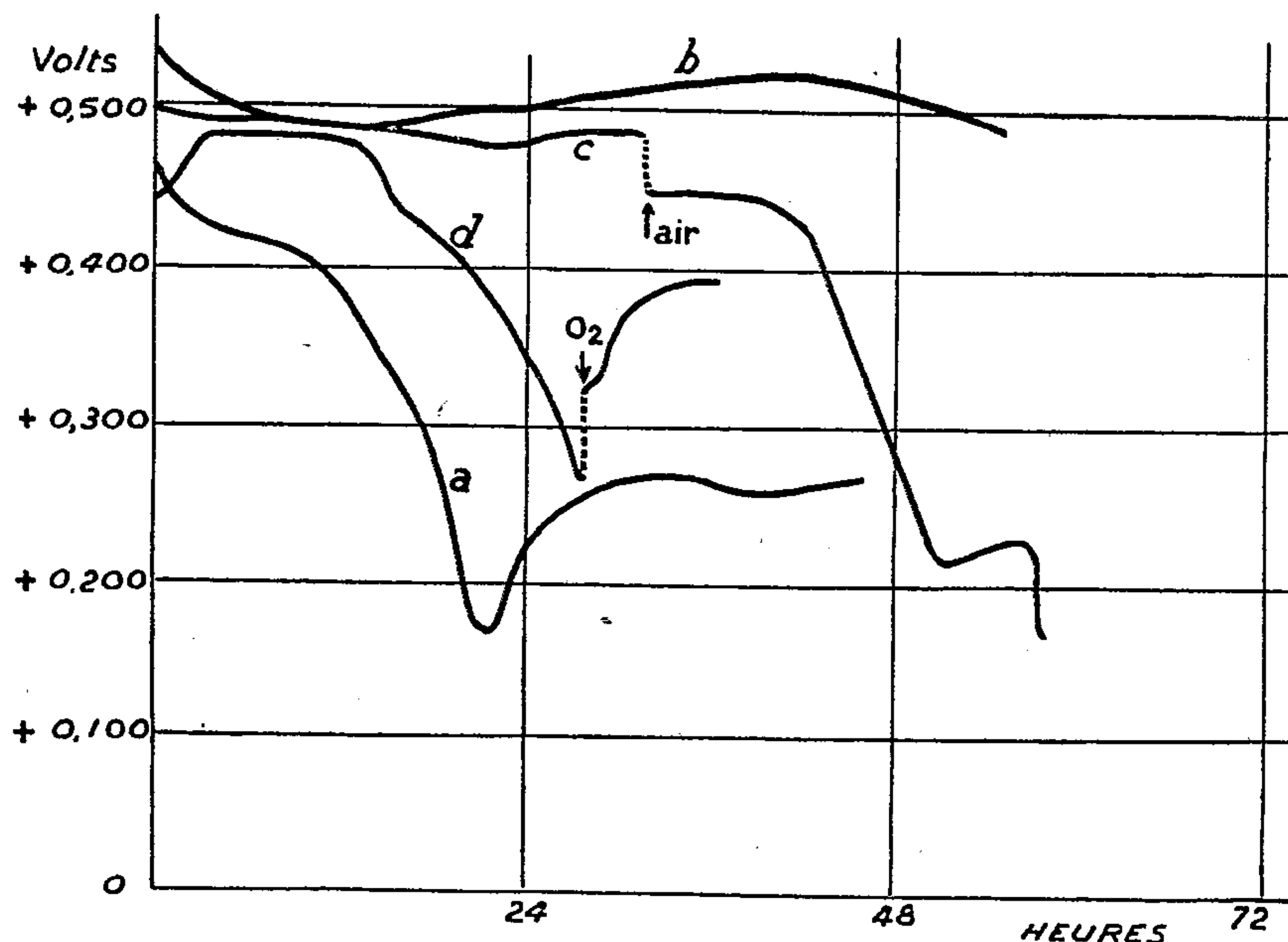
([2]) A. Kepes, *Microbiologistes de langue française*. Séance du 4 mars 1948.

([3]) *Biochem. Journ.*, **24**, 1930, p. 669.

([4]) *Trans. Soc. Pathol. Japon*, **25**, 1935, p. 70.

J. M. L. Wood et I. L. Baldwin ([5]) ont tirées de leurs travaux sur le *B. megatherium*.

2° *Cultures avec barbotage d'oxygène.* — Quand au lieu d'air on fait barboter de l'oxygène, il y a inhibition du développement, absolument comme dans les cultures agitées en atmosphère d'oxygène ([1]).



Cette inhibition concerne bien le système utilisant l'azote nitrique, puisqu'en milieu peptoné l'oxygène n'empêche nullement le développement et que l'on obtient une très belle culture avec chute de potentiel.

Quand en milieu où l'azote nitrique est le seul aliment azoté l'inhibition par l'oxygène a lieu, le potentiel se maintient à environ +0,500 V pour un pH de 6,5-6,8 (courbe *b*).

Si dans une telle culture, on substitue, au bout d'un certain temps, l'air à l'oxygène, le microbe se développe et simultanément le potentiel baisse normalement (courbe *c*).

Au contraire, une culture faite dans l'air est arrêtée par l'oxygène si son développement n'était pas trop avancé (courbe *d*).

En résumé, l'oxygène pur inhibe l'utilisation de l'azote nitrique par *B. megatherium* et, par suite, le développement du microbe quand il n'y a pas d'autre source d'azote, à un potentiel de l'électrode de platine d'environ 0,500 V pour un pH de 6,8 et à une température de 30°.

La séance est levée à 16h. L. B.

([5]) *Journ. of Bact.*, 30, 1935, p. 593.

ERRATA.

(Séance du 12 janvier 1948.)

Note de M. *René Saint-Guilhem*, Sur un paradoxe dans l'application du théorème de Vaschy :

Page 394, ligne 24, *au lieu de* des variables entre $l, \varpi, \theta, C, \chi$, *lire* des variables $l, \varpi, \theta, C, \chi$;

» 394, formule (1) et page 395, formule (2), *au lieu de* $\left(\frac{cl\varpi}{\chi}\right)$, *lire* $\left(\frac{Cl\varpi}{\chi}\right)$;

» 395, ligne 18, *au lieu de* entre les espèces, *lire* entre les q espèces, et ligne 3 de la Note au bas de la page, *au lieu de* Bridgmann, *lire* Bridgman.

(Séance du 5 avril 1948.)

Remarque de M. *Louis Lapicque*, sur la Note de M. *Auguste Chevalier*, Sur un nouveau genre et une nouvelle espèce de la famille des Rubiacées *Assidora problematica* Chev. vivant dans la forêt vierge de la Côte d'Ivoire :

Page 1119, ligne 17, *au lieu de* Mais, j'ai ainsi observé, *lire* Mais, j'ai aussi observé.

(Séance du 12 avril 1948.)

Note de M. *Eugène Darmois*, Sur les mesures de la constante diélectrique des solutions électrolytiques :

La première ligne de la page 1193 est à *reporter* au début de la page 1195.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de mars 1948.

La foudre, par Charles Maurain. Paris, Armand Colin, 1948; 1 vol. 16cm,5.

Essais d'hygiène et de toxicologie industrielles, par René Fabre. Rio de Janeiro, Imprensa nacional, 1947; 1 vol. 23cm (présenté par M. P. Lebeau).

Le Radar (Radio Detecting and Ranging), par R. Faure. Paris, Gauthier-Villars, 1948; 1 vol. 23cm.

A Correlation of Some physical properties of Alkanes and Alkanes boiling Points, molecular volumes and Surface tensions, by Ralph Chase Huston. East Lansing, Michigan State College Press, 1947; 1 vol. 24cm.

Early Days at Mount Wilson, by Walter S. Adams. Extrait de *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, Vol. 59, 1947; 1 fasc. 23cm.

Introduction à l'étude des réseaux électriques, par Maurice Parodi. Paris, Société d'Édition d'enseignement supérieur, 1948; 1 fasc. 25cm (préface de M. L. de Broglie).

Le fond d'œil des hypertendus et des cyanosés, par Daniel Routier. Paris, Masson et Cie, 1947; 1 vol. 31cm,5.

Numerische Berechnung der Spannungsverfestigung beim Kaltrecken und Kaltstauchen, par Henry Brandenberger. Zürich, Eidg. Techn. Hochschule, 1947; 1 fasc. 30cm.

Neue Ergebnisse auf dem Gebiete der Material forschung, par Henry Brandenberger. Zürich, Eidg. Techn. Hochschule, 1947; 1 fasc. 30cm.

Neue Grundlagen der Materialprüfung und der Feistigkeitslehre, par Henry Brandenberger, Zürich, Eidg. Techn. Hochschule, 1947; 1 fasc. 30cm.

Les champignons, par Roger Heim. Paris, Éditions Alpina, 1948; 1 vol. 25cm,5.

Étude sur le rôle anticancéreux et antimicrobien du muscle et sur le problème de l'Immunité (Expériences pratiques), par Pierre-Albert Juhan. Paris, 1947; 1 fasc. 24cm.

Institut royal colonial belge. *Mémoires*. Tome XVI. Fasc. 6. *A propos de médicaments antilépreux d'origine végétale*. VIII. *Sur des espèces du genre Acacia* L, par E. de Wildemann. Bruxelles, Librairie Falk, 1947; 1 vol. 24cm.

Technique de l'automatisme appliqué au chauffage, à la réfrigération et au conditionnement de l'air, par F. Ghilardi. Paris, Girardot et Cie, 1948; 1 vol. 24cm.

Bernard Palissy promoteur des applications de la science expérimentale à l'agriculture, par Raoul Cerighelli. Extrait des *Annales de l'Institut national agronomique*, Tome XXXIV. Paris, Institut national agronomique, 1948; 1 vol. 25cm (présenté par M. A. Demolon).

Studier över förlagsinteckningsinstitutet, par Åke Lögdberg. Uppsala, Almqvist et Wiksells Boktryckeri Aktiebolag, 1947; 1 vol. 24cm,5.

A New Method for Staining tubercle bacilli applicable also to the micro-organism of leprosy and other acid-fast germs, by Wilhelm Hallberg. Uppsala, Almqvist et Wiksells Boktryckeri Ab., 1946; 1 vol. 24cm.

Elliptocyte transfusions as a Method in Studies on Blood Destruction, Blood volume, and Peritoneal resorption, by STURE HEDENSTEDT. Uppsala, Almqvist et Wiksells Boktryckeri Ab., 1947; 1 vol. 24cm.

On chemical and nutritional differences between casein from human and from cow's milk, by OLOF MELLANDER. Uppsala, Almqvist et Wiksells Boktryckeri Ab., 1947; 1 vol. 24cm.

The splenic circulation with special Reference to the Function of the Spleen Sinus Wall, by SVEN ERIK BJÖRKMANN. Uppsala, Almqvist et Wiksells Boktryckeri, Ab., 1947; 1 vol. 24cm.

Foraminifera in the Gullmar fjord and the Skagerak, by HANS HÖGLUND. Uppsala, Appelbergs Boktryckeri Ab., 1947; 1 vol. 26cm,5.

On two classes of trigonometrical series, by ARNE BROMAN. Uppsala, Almqvist et Wiksells Boktryckeri Ab., 1947, 1 vol. 24cm.

Abstammung und domestikation des Hauspferdes, von BENGT LUNDHOLM. Uppsala, Almqvist et Wiksells Bocktryckeri Ab., 1947; 1 vol. 25cm,5.

Die geographische variation einiger fennoskandischer Lepidopteren, von BJÖRN PETERSEN. Uppsala, Almqvist et Wiksells Boktryckeri Ab., 1947; 1 vol. 25cm,5.

Studies in the cellulose decomposition by cytophaga, by GÖSTA FÅHRÆUS. Uppsala, A.-B. Lundequistska Bokhandeln, 1947; 1 vol. 25cm,5.

Wave-Theory! Discovery of the cause of gravitation! Magnetism, electrodynamics, and other forces of nature obeying the geometrical law of the inverse squares; with complete mathematical and physical analysis, book 10, by THOMAS J. J. SEE. London, Wheldon et Wesley, Ltd; Lynn, Mass., Nichols Press; 1 vol. polycopié 28cm.

Light and Matter, by B. M. SEN. Calcutta, Bombay, Madras, Longmans, Green and Co, 1948; 1 vol. 18cm.

The truth about the sun and the universe the most beautiful discovery of the centuries, by ELIE SAVOFF. Mexico, City, 1947; 1 fasc. 19cm.

Bibliothèque de philosophie scientifique. *Au seuil de l'ère atomique*, par AUGUSTIN BOUTARIC. Paris, Flammarion, 1947; 1 vol. 19cm.

Plantes et animaux utiles de Madagascar, par RAYMOND DECARY, in *Annales du Musée colonial de Marseille*. Premier et dernier fascicule. Marseille, Musée colonial, 1946; 1 vol. 25cm.

Histoire d'un marais algérien, par EDMOND et ÉTIENNE SERGENT. Alger, Institut Pasteur d'Algérie, 1947; 1 vol. 24cm.

Connaissance des temps ou des mouvements célestes à l'usage des astronomes et des navigateurs pour l'an 1948, publiée par le BUREAU DES LONGITUDES. Paris, Gauthier-Villars, 1948; 1 vol. 24cm,5.

Union géodésique et géophysique internationale. Association de volcanologie. Septième assemblée générale de Washington. Septembre 1939. Commission géodésique et géophysique de l'État hellénique. *Étude sur le volcanisme de la région de Ferai (Thrace occidentale) pendant le néogène*, par N. LIATSIKAS. Athènes, 1939; 1 fasc. 30cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 19 MAI 1948.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES JACOB.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **Jacques Cochon de Lapparent**, Correspondant pour la Section de Minéralogie, survenu à Paris, le 18 mai 1948.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Détermination des lignes d'osculation quadrique* (Lignes de Darboux) *sur les surfaces cubiques. Lignes asymptotiques de la surface de Bioche.* Note (*) de M. **Jules Drach.**

I. Dans une Note récente (¹) où l'on a donné l'équation exacte de ces lignes : $dy - \theta\, dx = 0$, en partant de leur définition :

$$dx^2\, \Sigma_3(\theta) + (\lambda\, dx + \mu\, dy),\ dx^2\, \Sigma_2(\theta) = \mathrm{M}(dy - \theta\, dx)^3,$$

on a vu que si l'on rapporte la surface à ses lignes asymptotiques u, v, l'identité correspondante

$$\mathrm{A}\, du^3 + 3\mathrm{B}\, du^2\, dv + 3\mathrm{C}\, du\, dv^2 + \mathrm{D}\, du^3 + (m\, du + n\, dv)\, du\, dv = \mathrm{N}(dv - \zeta\, du)^3$$

donne $\mathrm{D}\zeta^3 = -\mathrm{A}$. Les lignes de Darboux sont alors définies par

$$dv = j\Phi^{\frac{1}{3}}\, du \qquad \text{avec} \quad j^3 = 1 \qquad \text{et} \qquad \mathrm{D}\Phi = -\mathrm{A}.$$

L'examen de deux surfaces cubiques $z = (1/6)(x^3 + y^3)$ et $z = xy + (1/6)(x^3 + y^3)$ m'avait donné $\Phi = 1$. Celui de la surface $zx = y^2 + x^3$ pour laquelle

$$u = z - \frac{i}{2}\sqrt{x}, \qquad v = z + \frac{i}{2}\sqrt{x}$$

conduit aussi à $\Phi = 1$. Il en est de même pour la surface

$$\Omega = z(xy + x + y) + xy = 0,$$

réciproque de la surface de Steiner du quatrième ordre, où l'on a pour les lignes asymp-

---

(*) Séance du 10 mai 1948.

(¹) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 309.

totiques algébriques

$$U(u)=\frac{\eta^3}{m^2},\qquad V(v)=\frac{\eta^3}{m'^2},$$

m, m' étant les racines de

$$x(\eta^3+m^2)+(\eta-m)^2=0,\qquad \text{avec}\quad y=\eta x.$$

J'ai pensé que *ceci était vrai pour toutes les surfaces cubiques*. En voici la démonstration :

Soient m, m' les racines de $r+2sm+tm^2=0$, on a $mt=-s+\omega$, $m't=-s-\omega$ avec $\omega^2=s^2-rt$, et l'*irrationnelle* ω ne doit pas figurer dans l'équation en θ qui ne dépend que de l'irrationnelle $z(x, y)$.

Considérons l'expression $\sigma_3(m)=\alpha+3\beta m+3\gamma m^2+\delta m^3$; elle s'écrit $\sigma_3(m)=P+\omega Q$ avec

$$t^3P=\alpha t^3-3\beta st^2+3\gamma(2s^2-rt)-\delta s(4s^2-rt);\qquad t^3Q=3\beta t^2-6\gamma st+\delta(4s^2-rt).$$

On a trouvé pour les asymptotiques des cubiques

$$dv=\left(dy+\frac{s+\omega}{t}dx\right)(P-\omega Q)^{-\frac{1}{3}}\left(\frac{\partial\Omega}{\partial z}\right)^{-\frac{4}{3}},$$

où $\Omega(x, y, z)=0$ est l'équation de la surface; du s'en déduit en changeant ω en $-\omega$. Si donc $\Phi=1$, on aura

$$\left(\frac{\partial\Omega}{\partial z}\right)^4(P^2-\omega^2Q^2)(dv^3-du^3)=dx^3\left[\left(\theta+\frac{s+\omega}{t}\right)^3(P+\omega Q)-\left(\theta+\frac{s-\omega}{t}\right)^3(P-\omega Q)\right],$$

où les deux membres changent de signe avec ω.

Après suppression du facteur ω, on trouve pour le second membre

$$t^{-3}F(\theta)\,dx^3,$$

où $F(\theta)=0$ est l'équation de définition des lignes de Darboux

$$F(\theta)=\theta^3[3\beta t^2-6\gamma st+\delta(4s^2-rt)]+\theta^2(3\alpha t^2-9\gamma rt+6\delta rs)+\ldots,$$

les termes non écrits s'obtenant en permutant x et y, donc r et t, α et δ, β et γ.

Ainsi, *pour toutes les surfaces cubiques, avec la définition précise de du et dv, les lignes d'osculation quadrique ont pour équation finie* $v-ju=$ const. où $j^3=1$.

II. Les surfaces cubiques dépendent de quatre paramètres essentiels. *Quelles sont les surfaces pour lesquelles* $\Phi=1$?

D'après ma Note antérieure (*loc. cit.*) si l'on emploie les formules de Lelieuvre, où θ_1, θ_2, θ_3 sont trois solutions d'une équation

(1) $$\theta_{uv}=k\theta,$$

il faut

(2) $$\|\theta_{1u^2}\quad \theta_{1u}\quad \theta_1\|=\|\theta_{1v^2}\quad \theta_{1v}\quad \theta_1\|,$$

où l'on n'a écrit que la première ligne des déterminants.

Ce problème *fonctionnel* peut être remplacé par un problème *différentiel*. Deux dérivations de (2) montrent que les θ_i sont trois solutions d'une équation

$$\theta_{v^2} - \theta_{u^2} = \lambda\theta_u - \mu\theta_v, \tag{3}$$

les conditions d'intégrabilité de (1) et (3) conduisent en général à deux équations linéaires donnant θ_{u^2} et θ_{v^2}.

On peut partir de ces équations, qui d'après (2) ont la forme

$$\theta_{u^2} = a\theta_u - b\theta_v + c\theta, \qquad \theta_{v^2} = b\theta_u + b_1\theta_v - d\theta. \tag{4}$$

En exprimant que (1) et (4) ont trois solutions communes, on obtient des équations qui permettent d'écrire

$$a = \varphi_u, \qquad b_1 = \varphi_v, \qquad k = \varphi_{uv} - b^2, \qquad c = b\varphi_v + b_v, \qquad d = b\varphi_u + b_u,$$

les deux fonctions φ et b satisfaisant à

$$\varphi_{u^2v} - \varphi_u\varphi_{uv} = 3bb_u + \frac{\partial}{\partial v}(b\varphi_v + b_v); \qquad \varphi_{uv^2} - \varphi_v\varphi_{uv} = 3bb_v - \frac{\partial}{\partial u}(b\varphi_u + b_u). \tag{5}$$

On passe d'une relation à l'autre en changeant u en v et b en $-b$. Il en est de même pour (4).

Ce système (5) a des solutions étendues, difficiles à trouver. En posant $\varphi = \varepsilon\Phi$, $b = \varepsilon B$ où ε est très petit, on voit que b (et aussi φ) dépend de trois *fonctions arbitraires d'un argument* $v + ju$, où $j^3 = -1$.

Nous nous bornons à en signaler des solutions très particulières. Par exemple, pour *k constant* on obtient pour φ le système *en involution*

$$\varphi_{u^2} - \frac{1}{2}(\varphi_u)^2 = b\varphi_v + hu, \qquad \varphi_{v^2} - \frac{1}{2}(\varphi_v)^2 = -(b\varphi_u + hv),$$

dont la solution φ dépend de quatre constantes.

Si l'on veut de même que $c = d = 0$, d'où $b = \bar{e}^{\varphi}$; on trouve pour φ deux équations du troisième ordre qui conduisent à $(\partial^2\varphi/\partial u\,\partial v) = \bar{e}^{2\varphi} + \lambda e^{\varphi}$, où λ est constant, équation d'un type connu qu'on ne sait pas intégrer si $\lambda \neq 0$.

III. *Surface de Bioche*. — M. Ch. Bioche a étudié [1] les surfaces cubiques qui possèdent une *cubique gauche* comme ligne asymptotique. Elles ont trois points doubles et trois droites concourantes en un point qui n'est pas point double; enfin une seconde cubique gauche est asymptotique. Leur équation générale est $\Omega = xyz + a(x + y + z) = 0$, où a n'est pas essentiel : on a donc une seule surface.

Je me suis proposé de trouver les asymptotiques par ma méthode générale; le résultat n'est pas simple.

L'expression $df = (\partial\Omega/\partial z)^{-1/3}\sigma_3^{-1/3}(dy - m\,dx)$ est une différentielle exacte, si $\sigma_3 = \alpha + 3\beta m + 3\gamma m^2 + \delta m^3$ avec $r + 2sm + tm^2 = 0$. Ici l'équation en m est $\xi(m^2 + t^3) = a[m^2 + 2m(1 + t) + t]$ avec $\xi = x^2$, $y = tx$.

---

(1) *Bull. Soc. Math. de France*, **27**, 1899, p. 96.

Les variables t et m donnent

$$df = A^{-\frac{5}{6}} B^{-\frac{1}{2}} m^{-\frac{2}{3}} \left[(t-m)(t^2-m)\,dm + \frac{3}{2} m^2 (t+1)\,dt \right]$$

où l'on a

$$A = m^2 + t^3, \qquad B = m^2 + 2m(1+t) + t,$$

et ces trois facteurs donnent des solutions particulières. Mais *les cubiques gauches n'y figurent pas*. On les trouve par l'intersection de $\Omega = 0$, avec la quadrique $xy + yz + zx + 9a = 0$ et, avec les variables m et t, elles sont données par

$$\Gamma = 4m^2 + m(-t^2 + 6t - 1) + 4t^2 = 0.$$

On peut former avec Γ, A, m un *second multiplicateur d'Euler*

$$N = m^{-\frac{5}{6}} A^{-\frac{2}{3}} \Gamma^{-\frac{1}{2}}.$$

d'où l'on conclut une *intégrale rationnelle en* m, t

$$\frac{m\Gamma^3}{AB^3} = U(u) = \text{const}$$

Les asymptotiques de $\Omega = 0$, *surface de Bioche, sont donc algébriques* et d'ordre 40 en projection sur le plan x, y (faisceau quadratique).

GÉOMÉTRIE. — *Sur un système de bivecteurs associé à un cycle.* Note (*) de M. **Émile Cotton.**

1. Les côtés d'un polygone, gauche ou plan, de l'espace euclidien ordinaire, parcouru dans un sens déterminé, constituent un système de vecteurs équivalent à un couple. Il en est de même pour un *cycle* C, *courbe fermée affectée d'un sens de parcours*, regardé comme un système d'une infinité de vecteurs infiniment petits. Le moment de ce couple σ a pour projections sur les axes rectangulaires

$$\sigma_x = \frac{1}{2}\int_C y\,dz - z\,dy, \qquad \sigma_y = \frac{1}{2}\int_C z\,dx - x\,dz, \qquad \sigma_z = \frac{1}{2}\int_C x\,dy - y\,dx.$$

Kœnigs [1] l'appelait l'*axe aréolaire* du cycle C. Lorsqu'on déplace C par translation, toute surface S de frontière C balaye un certain volume qui, évalué avec des conventions de signe convenable, a pour valeur le produit scalaire de l'axe aréolaire par le vecteur déterminé par les positions initiale et finale d'un point invariablement lié au cycle.

Cet axe aréolaire intervient aussi dans l'expression asymptotique de l'angle

(*) Séance du 10 mai 1948.

(1) *Journ. Math.*, 4e série, 5, 1889, p. 321.

solide A, évalué avec les conventions de signe habituelles, sous lequel on voit, d'un point M, une surface ayant C pour frontière : si le point M s'éloigne à l'infini sur un axe Δ issu de l'origine O, de cosinus directeurs α, β, γ, en posant $OM = l$ et prenant $1/l$ comme infiniment petit principal, $(\alpha\sigma_x + \beta\sigma_y + \gamma\sigma_z)/l^2$ est la partie principale de A.

2. *Il existe des cycles dont l'axe aréolaire est nul;* en voici deux exemples. Prenons quatre points A, B, C, D situés respectivement sur chacune des quatre arêtes L_A, L_B, L_C, L_D d'une surface prismatique à section droite carrée et un cinquième point E situé sur L_A distinct de A, une translation parallèle à L_A amène la brisée ABCDE en A'B'C'D'E'; nous supposons A' entre A et E. L'axe aréolaire du cycle polygonal ABCDEE'D'C'B'A'A est nul. Le second exemple est donné par le cycle ayant pour représentation paramétrique

$$x = \cos t, \qquad y = \cos(2t + b), \qquad z = \cos(3t + c),$$

t varie de 0 à 2π; si aucune des constantes b, c n'est commensurable avec π, le cycle n'a pas de point multiple.

3. Soient $\bar{u}^1, \bar{u}^2, \ldots, \bar{u}^n$ les coordonnées cartésiennes d'un point d'un *espace affine* $\bar{E}$ à n dimensions. Posons $u^i = \varphi^i(t)$, les n fonctions φ^i étant périodiques, de même période T, et faisons varier le paramètre t de t_0 à $t_0 + T$; nous définissons un cycle $\bar{C}$. Le nombre minimum $p(p \leqq n)$ de dimensions d'un espace affine pouvant contenir le cycle donne une *première classification* (analogue à celle des cycles : gauches, plans, ou même rectilignes du cas $n = 3$).

Les intégrales

$$\sigma^{rs} = \frac{1}{2}\int_{\bar{c}} \bar{u}^r d\bar{u}^s - \bar{u}^s d\bar{u}^r = \int_{\bar{c}} \bar{u}^r d\bar{u}^s = -\int_{\bar{c}} \bar{u}^s d\bar{u}^r$$

définissent un *système de bivecteurs* (²) *associé au cycle* que nous appellerons encore, pour abréger, le *tenseur aréolaire du cycle* $\bar{C}$. Une autre classification des cycles est alors fournie par le nombre minimum ρ de bivecteurs formant un système égal au tenseur aréolaire.

4. Soit maintenant E une variété à n dimensions, $u^1, u^2, \ldots, u^n$ les variables déterminant un point M de la variété; *une connexion affine* (³) *étant définie pour* E *par les équations*

$$(1) \qquad dx^i + x^k\omega_k^i + \omega^i = 0 \qquad (k \text{ indice de sommation; } k, i = 1, 2, \ldots, n),$$

où les ω^i et les ω_k^i sont des expressions de Pfaff construites avec les variables $u^1, \ldots, u^n$ et leurs différentielles.

Nous considérons dans E une famille de cycles C_λ dépendant d'un paramètre variable λ pris comme infiniment petit principal et tels que λ tendant vers zéro,

(²) E. CARTAN, *Cahiers scientifiques*, 2, 1928, p. 11.

(³) E. CARTAN, *Annales de l'École Normale Supérieure*, (3), 40, 1923, Chap. II.

C_λ est infiniment voisin d'un point P de E. A C_λ est associé un déplacement affine infiniment petit dont nous allons déterminer la partie principale en supposant C_λ donné par

$$(2) \qquad u^i = v^i + \lambda \varphi^i(t) + \lambda^2 \psi^i(t) + \lambda^3 \chi^i(t, \lambda) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

les constantes v^i caractérisent le point P, les φ^i, ψ^i, χ^i sont des fonctions de t admettant la période commune T, les χ^i peuvent en outre dépendre de λ.

Remplaçons dans (1) les u^i par les seconds membres de (2) nous avons un système d'équations différentielles

$$(3) \qquad \frac{dx^i}{dt} + x^k p^i_k + p^i = 0, \qquad p^i = \frac{\omega^i}{dt}, \qquad p^i_k = \frac{\omega^i_k}{dt}.$$

Les théorèmes sur les équations différentielles dépendant de paramètres arbitraires (¹) montrent que les solutions $x^i(t, \lambda)$ de (3) prenant pour $t = t_0$ des valeurs constantes a^i admettent par rapport à λ des dérivées des trois premiers ordres. On a donc pour ces solutions des développements limités en λ comprenant trois termes réguliers et un terme complémentaire. Les premiers se calculent d'ailleurs en exprimant qu'ils satisfont formellement aux équations (3). Dans le cas actuel, le terme indépendant de λ dans $x^i - a^i$ est nul, les termes en λ et λ^2 s'obtiennent par des quadratures.

Prenons alors $t = t_0 + T$, les termes en λ^2 subsistent seuls. En négligeant les termes complémentaires, on peut résumer le résultat du calcul de la façon suivante : *Le déplacement affine correspondant à* C_λ *est encore donné par des formules de M. E. Cartan* [(5'), (³), p. 372]; *mais* les formes Ω^i, Ω^j_i définissant la courbure et la torsion affines étant écrites d'abord comme formes linéaires des binomes $du^r \delta u^s - du^s \delta u^r$, *on y remplace d'une part ces binomes par les composantes* σ^{rs} *du tenseur aréolaire du cycle* $\overline{C}_\lambda : \overline{u}^i = \lambda \varphi^i(t)$ correspondant, dans l'espace affine $\overline{E}$ tangent à E en P, au cycle C_λ de E; d'autre part, on donne aux coefficients de ces binomes leurs valeurs au point P.

Le nombre p du cycle $\overline{C}_\lambda$ peut être quelconque; autrement dit, la variété affine à deux dimensions engendrée par ce cycle quand λ varie, tout en étant réglée, n'est pas nécessairement un 2-plan. Si elle l'est le tenseur aréolaire est un bivecteur.

Les cycles infiniment petits étudiés d'habitude sont situés sur une variété E_2 à deux dimensions incluse dans E; les hypothèses faites au sujet de E_2 ont une forme différente des nôtres, mais me semblent entraîner la conséquence que la variété qui lui correspond dans l'espace affine tangent est un 2-plan.

Notons enfin que si, pour nos cycles $\overline{C}_\lambda$, $\nu = 0$ le déplacement affine infiniment petit est d'ordre supérieur à deux.

(¹) Voir *Bulletin de la Société mathématique de France*, **37**, 1909, p. 204 ou GOURSAT, *Cours d'Analyse*, **3**, Chap. XXIII.

CHRONOMÉTRIE. — *Sur les oscillateurs à amplitude stabilisée.* Note (*) de M. **Jules Haag**.

1. Une Note assez récente [1] de M. Abelé m'incite à reprendre cette question, en liaison avec ma théorie générale de la synchronisation [2].

L'équation différentielle du mouvement est de la forme

$$(1)\qquad \theta''+\omega^2\theta=-2\omega\theta' g(y)\,\mathrm{F}(\theta,\theta')\qquad y=\sqrt{\theta^2+\frac{\theta'^2}{\omega^2}}.$$

Les hypothèses sur les fonctions F et g sont les suivantes :

1° Pour $a-\mathrm{R}<y<a+\mathrm{R}$, on a $m<\mathrm{F}<\mathrm{M}$; a, $\mathrm{R}<a$, m et M sont des constantes positives.

2° La fonction $g(y)$ est >0 pour $a-\mathrm{R}<y<a$, nulle pour $y=a$, <0 pour $a<y<a+\mathrm{R}$. La dérivée $g'(a)$ est <0. Pour $a-\mathrm{R}<y<a+\mathrm{R}$, on a $\mathrm{M}|g(y)|<h<1$. En faisant le changement de variables

$$(2)\qquad \theta=y\cos\varphi,\qquad \theta'=-\omega y\sin\varphi,$$

on obtient le système

$$(3)\qquad \frac{dy}{d\varphi}=\frac{2yg(y)\,\mathrm{F}(y\cos\varphi-\omega y\sin\varphi)\sin^2\varphi}{1+g\mathrm{F}\sin 2\varphi},\qquad \omega\frac{dt}{d\varphi}=\frac{1}{1+_{\text{o}}\mathrm{F}\sin 2\varphi}.$$

La théorie générale montre immédiatement que la pseudo-amplitude du mouvement périodique est a. La racine de l'équation de stabilité a le signe de $g'(a)$, donc est <0; le mouvement est *stable*.

Ceci ne prouve pas toutefois que *le mouvement périodique est rigoureusement sinusoïdal*. Mais la démonstration directe est très facile.

2. Les équations (3) montrent que φ croît au delà de toute limite et que $|a-y|$ diminue constamment. D'autre part, de la première équation on déduit immédiatement

$$\frac{1-h}{\mathrm{M}}\int_{y_0}^{y}\frac{dy}{yg(y)}<\varphi-\sin\varphi\cos\varphi<\frac{1+h}{m}\int_{y_0}^{y}\frac{dy}{yg(y)},$$

y_0 désignant la valeur initiale de y, supposée comprise entre $a-\mathrm{R}$ et $a+\mathrm{R}$, et en supposant $\varphi_0=0$. L'inégalité de droite prouve que φ reste fini tant que $y\neq a$ et celle de gauche prouve que $\varphi\to+\infty$ quand $y\to a$. Donc, y tend asymptotiquement vers a. La deuxième équation (3) nous donne, à la limite, $\omega t=\varphi+\text{const.}$ Donc, *quelles que soient les conditions initiales vérifiant*

(*) Séance du 10 mai 1948.

(1) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1270-1271.

(2) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 314-316 et *Annales françaises de Chronométrie*, 1947, p. 201-264.

$|a - y_0| < R$, *le mouvement tend asymptotiquement vers le mouvement sinusoïdal d'amplitude a et de pulsation* ω.

3. Examinons quel peut être *l'intérêt d'un tel oscillateur du point de vue chronométrique*.

Il est évident qu'on ne peut le réaliser *physiquement* que d'une manière approximative. De plus, il y a des *résistances passives* inévitables.

Cela se traduit par un terme complémentaire $\lambda P(\theta, \theta')$ ajouté au second membre de l'équation (1), λ désignant un facteur positif *très petit*.

Les nouvelles équations (3) s'écrivent sans peine. La première admet, à $o(\lambda^2)$ près, la solution périodique $y = a + \lambda z$, la fonction z étant donnée par une équation différentielle linéaire du premier ordre, qu'il est facile d'écrire. La période T est ensuite donnée, à $o(\lambda^2)$ près, par

$$(4) \qquad \omega T - 2\pi = -\lambda \int_0^{2\pi} \left[z g'(a) F(\varphi) \sin 2\varphi + \frac{P(\varphi)}{\omega^2 a} \cos\varphi \right] d\varphi,$$

étant entendu que, dans F et P, on remplace θ par $a\cos\varphi$ et θ' par $-\omega a \sin\varphi$.

Si les fonctions F *et* P *sont quelconques*, on n'obtient rien de simple et *la perturbation de marche est du premier ordre* en λ, *comme pour un appareil horaire quelconque*.

4° Supposons que F soit une fonction de y. En la faisant rentrer dans g, nous pouvons supposer $F = 1$. Dans ce cas, on a

$$z = e^{-mu}[A + Q(\varphi)], \qquad m = -ag'(a), \qquad u = \varphi - \sin\varphi\cos\varphi,$$
$$A = \frac{Q(2\pi)}{e^{2m\pi} - 1}, \qquad Q(\varphi) = \int_0^{\varphi} e^{mu} \frac{P(\varphi)}{\omega^2} \sin\varphi \, d\varphi.$$

La formule (4) ne donne rien de simple; la perturbation de marche est toujours du premier ordre.

5° Supposons maintenant que *les forces pertubatrices se réduisent à un frottement visqueux*. On peut prendre $P(\theta, \theta') = -2\omega\theta'$; donc, $P(\varphi) = 2\omega^2 \sin\varphi$. D'où

$$Q(\varphi) = \frac{a}{m}(e^{mu} - 1), \qquad z = A = \frac{a}{m} = \frac{-1}{g'(a)}, \qquad \omega T = 2\pi.$$

Le mouvement périodique est de nouveau un mouvement sinusoïdal, de pulsation ω et d'amplitude $a - [\lambda/g'(a)]$. Ce résultat était d'ailleurs à prévoir, car l'adjonction du frottement visqueux équivaut visiblement à remplacer $g(y)$ par $g(y) + \lambda$, ce qui ne fait qu'augmenter légèrement l'amplitude, mais ne change pas la nature du mouvement, lequel reste *rigoureusement sinusoïdal*. *La perturbation de marche est rigoureusement nulle* et c'est là une propriété intéressante de l'appareil de M. Abelé.

Signalons enfin qu'on peut aussi le synchroniser par une force périodique de période voisine de sa période propre.

ASTROPHYSIQUE. — *Les raies interdites de l'oxygène dans le spectre solaire.* Note de MM. **Jean Cabannes** et **Jean Dufay**.

I. Dès 1929 Sommer [1] avait attiré l'attention sur la présence, dans le spectre de Fraunhofer, d'une raie dont la longueur d'onde coïncide exactement avec la raie $^1D_2 - {}^1S_0$ de OI. On trouve en effet dans la Table de Rowland révisée [R. T.] une raie non identifiée λ 5577,344 d'intensité — 2. L'Atlas photométrique d'Utrecht [P. A.] permet un examen plus approfondi; en utilisant comme repères des raies voisines du fer dont nous avons pris les longueurs d'onde soit dans R. T. (*a*), soit dans la Table de Miss Moore (*b*) [2], nous avons obtenu

(*a*)	(*b*)
5577,341	5577,337

avec une précision de quelques millièmes d'angström. Or, l'ensemble des mesures faites sur la raie de OI dans le ciel nocturne, les aurores boréales et au laboratoire, donne 5577,346 ± 0,003.

Cette remarquable concordance nous a conduits à rechercher de pareilles coïncidences avec les raies $^3P_2 - {}^1D_2$ et $^3P_1 - {}^1D_2$ [3]. La longueur d'onde 6300,304 ± 0,010 de la première a été mesurée sur les aurores et au laboratoire; pour la seconde, des mesures au laboratoire ont donné 6363,85 ± 0,030. Dans R. T. la longueur d'onde la plus proche de 6300,304 est 6300,331 (raie non identifiée d'intensité — 2); l'écart de 0,027 est inadmissible et d'autre part R. T. ne contient aucune raie pouvant provenir de la transition $^3P_1 - {}^1D_2$. Mais, dans P. A., d'une part la première raie est bien marquée en

(*a*)	(*b*)
6300,314	6300,309,

et d'autre part, nous observons au voisinage de 6363,82 une légère dépression sans doute attribuable à une faible absorption. A titre de contrôle nous avons mesuré sur P. A. quelques raies voisines de 6300 et comparé nos déterminations aux valeurs inscrites dans R. T. Les écarts sont généralement positifs et atteignent ± 0,01 Å pour les raies de la bande α; ils sont négatifs et voisins de — 0,02 pour les deux faibles raies d'origine douteuse qui encadrent 6300. Nous sommes donc amenés à adopter la valeur 6300,31 au lieu de la valeur 6300,33

(1) *Zeitschrift für Physik*, 58, 1929, p. 573.

(2) *Contribution Princeton Observatory*, n° 20, 1945.

(3) Au cours de nos recherches, nous avons eu connaissance d'une Note ajoutée sur épreuves par H. D. Babcock et C. F. Moore à un article intitulé *The solar Spectrum from* λ 6600 *to* λ 13 935 (*Carnegie Institution*, n° 579, 1947, p. 12). Les auteurs annoncent la publication prochaine d'un Mémoire de Bowen, et ils écrivent : « Dr Bowen finds evidence for three lines of O I in the solar spectrum, and computes the equivalent widths for forbidden lines of some abundant elements ».

inscrite dans R. T. et la coïncidence de la raie solaire avec la raie de l'oxygène est rétablie.

La probabilité d'*une* coïncidence fortuite d'une raie non identifiée du spectre solaire avec une raie de OI connue à 0,01 Å, ne dépasse d'ailleurs pas 5 %. A plus forte raison les *trois* coïncidences observées ne peuvent-elles pas être fortuites.

II. De la *largeur équivalente* des raies d'absorption évaluée sur P. A. on déduit le nombre des atomes absorbants. Ce nombre est trop grand pour qu'on puisse envisager une absorption par l'atmosphère terrestre; seule est à discuter l'hypothèse solaire.

La largeur équivalente est donnée, dans l'échelle des longueurs d'onde, par la formule de Füchtbauer-Ladenburg qui s'écrit, lorsque l'absorption est faible,

$$\Delta\lambda = \int \frac{I_0(\lambda) - I(\lambda)}{I_0(\lambda)} d\lambda = \frac{\lambda^4}{8\pi c} \frac{g_1}{g_0} A_{10} n.$$

$I_0(\lambda)$ représente l'intensité de la radiation incidente; $I(\lambda)$, celle de la radiation transmise; les autres notations sont classiques; n est le nombre des atomes absorbants dans une colonne de 1^{cm^2} de section et A_{10} le nombre des transitions spontanées $1 \rightarrow 0$ par seconde.

Nous avons donc mesuré sur P. A. les largeurs équivalentes et obtenu

Pour $\lambda = 5577$ (en Å).........	6300	6364
$\Delta\lambda = 2,70$ (en 10^{-3} Å).....	3,35	1

valeurs à partir desquelles nous avons calculé le nombre d'atomes d'oxygène au niveau $^3P_2$, $n(P_2) = 2,05.10^{20}$, d'où le nombre total des atomes d'oxygène sur l'ensemble des niveaux ^3P, $n(P) = 3,7.10^{20}$ et le rapport $[n(D)/n(P)] = 1,24.10^{-2}$. Pour tenir compte de la variation spectrale du coefficient d'absorption continue dans la photosphère et ramener les dénombrements d'atomes à la même profondeur optique, nous devons réduire dans le rapport 1,1 le nombre des atomes $^1D_2$, ce qui donne $[n(D)/n(P)] = 1,13.10^{-2}$. Ces résultats appellent deux remarques.

1° D'après les plus récents résultats d'Unsöld ([1]) le nombre total des atomes d'oxygène efficaces dans la photosphère, à l'état libre ou combiné, atteindrait $1,2.10^{21}$ par centimètre carré pour la profondeur optique relative à la radiation 6300 Å. Il y aurait donc certainement assez d'atomes d'oxygène libre pour rendre compte de l'absorption; 2° dans l'hypothèse d'une excitation purement thermique, le rapport $[n(D)/n(P)] = 1,13.10^{-2}$ donne 5800° K. environ comme température moyenne de la couche efficace; cette valeur est très vraisemblable.

([1]) *Zeitschrift für Astrophysik*, **24**, 1948, p. 306.

III. La liste des raies chromosphériques publiée récemment par Mitchell[5] contient en émission une raie faible non identifiée λ 6300,23. Elle paraît n'avoir été observée que pendant l'éclipse de 1937 et jusqu'à une hauteur de 300^{km} seulement. Sa longueur d'onde diffère de 0,07 Å de celle de la raie ${}^3P_2$-${}^1D_2$, mais les mesures, faites avec un spectrographe sans fente, comportent une incertitude de cet ordre et l'attribution à OI est plausible.

IV. La présence des raies interdites de OI dans l'atmosphère solaire, qui nous paraît bien établie, montre qu'il est possible d'observer en absorption dans les spectres stellaires des raies interdites. Les circonstances sont particulièrement favorables dans les *novæ*, au moment où les premières raies interdites apparaissent en émission. Dans le cas de *Nova Herculis* 1934, J. Dufay et Mlle E. Bloch ont précisément signalé[6] la présence de raies d'absorption bordant, du côté violet, les fortes raies d'émission 5577 et 6300 de l'oxygène.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Un cas typique d'entraînement d'un liquide visqueux.* Note de M. **Georges Bouligand.**

1. Un liquide visqueux L emplit l'anneau engendré par rotation, autour d'une verticale Oz, d'une aire bornée S du plan xOy, à une distance de Oz ayant sa moyenne $l = \varepsilon^{-1}$ grande quant au diamètre de S. Le système est au repos jusqu'au temps $t = 0$. On produit alors son mouvement en imprimant à la paroi de l'anneau une rotation de vitesse angulaire $\varepsilon f(t)$ autour de Oz, où f s'annule avec t. Pour $\varepsilon = 0$, on aurait dans un cylindre indéfini, translaté sur lui-même avec la vitesse linéaire $f(t)$, un simple entraînement longitudinal de L. Dans le cas de l'anneau, les accélérations normales de ce transfert exigent l'apparition d'un courant dans la section méridienne, avec vitesses de l'ordre de ε. D'où une interaction dont l'étude dépend d'un système[1]

$$\mathcal{F}_\varepsilon(\rho) + \nu\frac{\rho}{r^2} = \frac{1}{r^2}\frac{D(\rho r, \psi r)}{D(r, z)}, \qquad \left(\frac{1}{\nu}\mathcal{F}_\varepsilon = \frac{\partial}{\nu\,\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right),$$
$$r\,\mathcal{N}_\varepsilon(\psi) = \frac{\partial}{\partial z}(\rho^2),$$

où $\mathcal{N}_\varepsilon(\psi)$ est un polynome par rapport aux dérivées de ψ, d'ordre ≤ 4, à coefficients, qui, sur S, restent réguliers. Dans la présente Note, où n'intervient pas d'autre force que la pesanteur, on n'envisage que le cas limite $\varepsilon = 0$ du cylindre indéfini. Mais ce cas est déjà digne d'intérêt par son outillage fonctionnel.

2. La seconde équation se réduit alors à $\mathcal{N}_0(\psi) = 0$ et en vertu du théorème

(5) *Astrophysical Journal*, 105, 1947, p. 1.

(6) *Annales de l'Université de Lyon*, 3e série, 1936, p. 14.

(1) Les notations prises pour les variables et les fonctions inconnues sont celles de M. Henri Villat dans ses *Leçons sur les fluides visqueux*, 1943, p. 428-434.

des forces vives n'a d'autre solution que $\psi = \text{const.}$ On a donc un pur transfert longitudinal dont la vitesse se détermine comme solution, nulle pour $t=0$, de l'équation intégrodifférentielle (où l'on prend $\nu = 1$)

$$(E_0) \qquad v(P, t) + \frac{1}{2\pi}\iint_S \frac{\partial}{\partial t} v(M, t)\, g(M, P)\, dS_M = f(t),$$

où g est la fonction de Green ordinaire de S. On résout en introduisant les valeurs propres α_n^2 du noyau $g/2\pi$ et la suite ortho-normale des fonctions propres φ_n telles que

$$2\pi\varphi_n(P) = \alpha_n^2 \iint_S \varphi_n(M)\, g(M, P)\, dS_M.$$

Les intégrales $c_n(t)$ sur S des $[\varphi_n v]_M\, dS_M$ sont les solutions s'annulant avec t des équations linéaires

$$c_n(t) + \frac{1}{\alpha_n^2}\frac{dc_n}{dt} = f(t)\iint_S \varphi_n(M)\, dS_M,$$

d'où un développement de la forme

$$(\sigma_0) \qquad v(P, t) = \int_0^t f(\tau)\left[\iint_S H(M, P; t-\tau)\, dS_M\right] d\tau,$$

avec $H = \dfrac{\partial}{\partial \tau}\Gamma_S(M, P; t-\tau)$ et $\Gamma_S(M, P; \theta) = \displaystyle\sum_1^\infty e^{-\alpha_n^2\theta}\varphi_n(M)\varphi_n(P).$

On voit émerger le noyau Γ_S dont la valeur pour $\theta_1 + \theta_2$ est le produit de composition dans S de ses valeurs pour θ_1 et θ_2. De plus l'intégrale de zéro à l'infini de $2\pi\Gamma_S e^{-\lambda\theta}\, d\theta$ n'est autre que la fonction de Green $g(M, P; \lambda)$ de S pour $\Delta\varphi = \lambda\varphi$, comme le montre la théorie des fonctions de carré sommable.

Indépendamment du choix de S, le noyau Γ_S joue vis-à-vis de $\mathcal{F}_0(\varphi) = 0$ un rôle comparable à celui de g vis-à-vis de $\Delta\varphi = 0$. Pour l'expliciter, prenons pour S le rectangle $R(0 \leqq x \leqq \pi a,\ 0 \leqq z \leqq \pi b)$. Écrivons Γ_R comme série double de terme $\upsilon_{h,k}$

$$\upsilon_{h,k} = \frac{1}{\pi^2 ab} e^{-\theta\left(\frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2}\right)}\left(2\sin\frac{hx_M}{a}\sin\frac{hx_P}{a}\right)\left(2\sin\frac{kz_M}{b}\sin\frac{kz_P}{b}\right).$$

Pour a, b infinis l'expression Γ_D de Γ_S relative au dièdre D $(0 < y,\ 0 < z)$ devient un produit d'intégrales classiques

$$\Gamma_D = \frac{1}{\pi^2}\int_0^\infty e^{-\alpha^2\theta}[\cos\alpha(x_M - x_P) - \cos\alpha(x_M + x_P)]\, d\alpha$$
$$\times \int_0^\infty e^{-\beta^2\theta}[\cos\alpha(z_M - z_P) - \cos\alpha(z_M + z_P)]\, d\beta$$
$$= \frac{1}{4\pi\theta}\left[e^{-\frac{(x_M - x_P)^2}{4\theta}} - e^{-\frac{(x_M + x_P)^2}{4\theta}}\right]\left[e^{-\frac{(z_M - z_P)^2}{4\theta}} - e^{-\frac{(z_M + z_P)^2}{4\theta}}\right],$$

où apparaissent les distances de M à P et à ses images fournies par les faces de D.

Ainsi Γ_P est une fonction de x_P, z_P, t vérifiant $\mathcal{F}_0(\varphi)=0$, de x_M, z_M, τ vérifiant l'adjointe, s'annulant avec une des distances de P ou M au contour de S (conditions a, a', a'') et ayant la singularité $(4\pi\theta)^{-1}e^{-(\overline{\text{MP}}^2/4\theta)}$ (condition b) ([2]).

Ces caractères a, a', a'', b se transmettent au cas général. Une face de D restant fixe, si la seconde s'éloigne indéfiniment, on retrouve des résultats de M. Henri Villat concernant le problème d'entraînement de L quand celui-ci occupe un demi-espace, problème dérivé d'un problème analogue de Boussinesq mais avec la mise en œuvre de la fonction arbitraire $f(t)$ ([3]).

3. Cette dernière est importante dans la recherche actuelle. Pour tirer parti de ce qui précède, il faut de la singularité de Γ_S, déduire celle de H, et surtout celle de son intégrale dans S. Or cette dernière représente la dérivée fonctionnelle selon Volterra de la solution $\varphi(P, t)$ par rapport à $f(t)$. Elle est donc, physiquement, un *coefficient d'excitation instantanée*, ou encore : un état limite d'évolution pour un système parti du repos, déclenché par une action de durée ε et ayant une intensité de l'ordre de ε^{-1}, quand ε tend vers zéro. Cette notion générale, liée à celle de *contingent abstrait* dans une variété vectorielle, rend cette dernière objective (mais d'un maniement délicat) en divers problèmes de *mouvement commençant*, dont ceux de la présente Note ([4]). Citons à ce titre l'étude générale de la formation des tourbillons ([5]), quand L supposé pour simplifier au repos dans un vase fixe (qu'il emplit ou non) subit à partir de $t=0$ l'action d'un champ du type $\overrightarrow{\text{grad}}\,\text{U}$. L'application de l'$\varepsilon$-processus, soit ici d'une impulsion $\mathcal{I}(\varepsilon^{-1}\text{U})$ de durée ε, requiert la collection des états limites $\text{W}(\text{M}, t)$ pour le champ tourbillonnaire issu de cette impulsion (quand ε tend vers zéro), et conduit à chercher si un de ces éléments est solution (ordinaire ou généralisée) de $\mathcal{F}(\text{W})=0$ (avec le $\mathcal{F}$ de l'espace ordinaire). S'il y a là, par rapport au vrai problème, une déviation évitable par recherche de développements limités, il n'en vaut pas moins de rejoindre ici la topologie.

([2]) A l'encontre des conditions a, a', a'', la condition b n'a pas lieu pour les fonctions données par une intégrale du type $\int_0^\infty h(\lambda)e^{-\lambda\theta}g(\text{M}, \text{P}; \lambda)\,d\lambda$.

([3]) J. Boussinesq, *Comptes rendus*, 90, 1880, p. 736 et 967; H. Villat, *Mécanique des fluides*, 1929, p. 121.

([4]) Ch. Pauc, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 153; G. Choquet, *Journ. Math.*, 9, XXVI, 1947, p. 115; P. Germain, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 344.

([5]) Le théorème à démontrer (naissance des tourbillons aux confins de L) doit exprimer, sous des conditions à préciser, une propriété indépendante du choix de la fonction.

BOTANIQUE. — *Observations caryosystématiques sur le* Phleum pratense *L. var.* brachystachyum *Salis.* Note (*) de M. **René de Litardière.**

Au cours des recherches caryosystématiques que nous poursuivons sur les *Phleum* de la section *Euphleum*, nous avons étudié le *P. pratense* L. var. *brachystachyum* Salis qui n'avait pas encore fait l'objet d'examens caryologiques. Cette race paraît spéciale aux hautes montagnes de Corse (s'étendant du massif du Cinto à celui de l'Incudine), à la Sierra Nevada et au Grand Atlas. Notre matériel, que nous devons à M. G. Malcuit, provient de la localité suivante : Corse, Massif du Renose: Plateau d'Ese, *Alnetum suaveolentis*, au bord de la rivière, 1700^{m} environ.

Nous avons reconnu que cette plante est diploïde, à $2n = 14$ [1]. Elle se rattache donc au *Phleum nodosum* L. (*P. pratense* « Group I diploid » Gregor et Sansome), tel que l'a défini H. Nordenskiöld, et non au *P. pratense* L. (*P. pratense* « Group II hexaploid » Gregor et Sansome). Ce dernier est un type hexaploïde, à $2n = 42$, vraisemblablement dérivé du *P. nodosum* par doublement des chromosomes; c'est une plante fourragère cultivée dans les régions tempérées d'une grande partie du globe, pouvant se rencontrer également à l'état subspontané sous des formes qui, par plusieurs de leurs caractères morphologiques, tendent à se rapprocher du *P. nodosum*.

Ainsi que l'a bien mis en relief notamment H. Nordenskiöld, des différences morphologiques *très faibles* séparent les *P. nodosum* et *P. pratense*, reliés d'ailleurs par des intermédiaires [2]; dans certains cas un examen caryologique permet seulement de les distinguer.

Les auteurs suédois [par exemple Sterner [3], N. Hylander [4], H. Nordenskiöld] et anglais [notamment C. E. Hubbard [5]] accordent à ces deux plantes un rang spécifique. Il nous paraît difficile de nous rallier à ce point de vue. Nous ne pouvons, en effet, suivre la règle édictée par Nannfeldt [6], à savoir

(*) Séance du 10 mai 1948.

[1] Nous avons remarqué dans nos préparations (méristème radiculaire) que les chromosomes métaphasiques sont nettement plus courts et plus trapus que chez le *P. nodosum*, à la suite des observations que nous avons faites sur des échantillons très typiques provenant de Mazières-en-Gâtine (Deux-Sèvres) et également d'après la figure donnée par H. Nordenskiöld (*Cyto-genetic studies in the genus Phleum in Act. Agr. Suec.*, 1, 1945, p. 52, *fig.* 17 *a*). Toutefois, la constance de ce caractère devra être vérifiée sur un grand nombre de figures, car la taille des chromosomes peut être variable, parfois dans un même individu.

[2] Cf. H. Nordenskiöld, *Op. cit.*, p. 98, 103.

[3] Ap. Lindman, *Sv. Fan.-fl.*, ed. 2, 1926, p. 74.

[4] *Nomenkl. und system. Stud. über nord. Gefässpfl.*, 1945, p. 73.

[5] Ap. Hutchinson, *Brit. Flower. Pl.*, 1948, p. 330.

[6] In *Sv. Bot. Tidssk.*, 32, 1938, p. 309.

que si des races chromosomiques (*polyplotypes*) sont morphologiquement distinctes et dès lors reconnaissables pour le systématicien, il est préférable de les considérer comme espèces *même si leurs caractères morphologiques sont faibles* ([7]). Sans nier la haute valeur du caractère de nombre chromosomique pouvant séparer des plantes affines, pour qu'elles puissent être distinguées spécifiquement elles doivent présenter, comme le dit très justement Ostergren ([8]), « des différences morphologiques suffisantes » ([9]). Or, à notre avis, ces différences *suffisantes* n'existent pas pour séparer les *P. nodosum* et *P. pratense*.

Nous estimons que le *P. nodosum* L. (1759) doit être rattaché comme variété au *P. pratense* L. (1753), ainsi que l'ont fait la plupart des floristes. Nous rattacherons aussi, sans hésitation, comme variété au *P. pratense* (subsp. *vulgare* Asch. et Graebn.) ([10]) la plante assez brièvement décrite par Salis ([11]) sous le nom de *P. pratense brachystachyum*. Elle constitue une race bien distincte, caractérisée par ses chaumes grêles, de petite taille, atteignant exceptionnellement 34^{cm} de haut, ses rhizomes non bulbeux, ses feuilles très étroites ($0^{mm},5$-2^{mm}), ses épis petits (5-$15^{mm} \times 4$-5^{mm}), le plus souvent ovoïdes-elliptiques, rarement allongés et atteignant 25^{mm} ([12]), ses glumes mesurant $1^{mm},8$-$2^{mm},2$ de long, avec arêtes de $0^{mm},5$-1^{mm} de long.

TÉRATOGÉNÈSE. — *Réalisation expérimentale de l'ectrodactylie à l'aide de substances chimiques.* Note de M. **Paul Ancel.**

Les expériences ont été faites sur des poules de race Leghorn blanche et de race Sussex, dont les orteils sont normalement au nombre de quatre. Les cas d'ectrodactylie obtenus étaient caractérisés par la réduction de ce nombre à trois, deux ou même un seul orteil.

L'ectrodactylie est une malformation tout à fait exceptionnelle à l'état spontané. En collaboration avec Mme Lallemand, nous n'en avons relevé aucun cas sur 25000 poussins et embryons de race Sussex âgés d'au moins 18 jours. Sur 4000 œufs de Leghorn blanches utilisés dans mes expériences de chimiotérato-

([7]) C'est nous qui soulignons.

([8]) *Chromosome numbers in Anthoxanthum* (*Hereditas*, 28, 1942, p. 243).

([9]) Nous avons déjà développé ce point de vue en 1936 (R. de Litardière in Briquet et R. de Litardière, *Prodr. fl. corse*, 2, part. 2, p. 199-200) et en 1940 (in *Rev. Cytol. et Cytophysiol. vég.*, 4, p. 83-84).

([10]) Cette espèce comprend deux sous-espèces : subsp. *vulgare* (Celak.) Asch. et Graebn. et subsp. *alpinum* (L.) Asch. et Graebn. Au sujet de cette dernière *voir* R. de Litardière, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1327-1329.

([11]) In *Flora*, 16, 1833, p. 475.

([12]) Nous avons observé cette forme à épis allongés au Monte Rotondo, dans les éboulis granitiques au-dessus du lac d'Arghientu (lac d'Oriente de la Carte d'État-Major), vers 2350^{m}.

génèse, l'ectrodactylie n'est apparue que chez des embryons ayant reçu à la 48e heure de l'incubation certaines substances chimiques qui peuvent être divisées en trois groupes :

A. Certaines substances ont détruit l'ébauche d'un ou plusieurs orteils en conditionnant une hémorragie localisée; ce sont principalement le sulfate de quinine, l'azotate de strychnine et le bleu trypan. L'ectrodactylie portait sur un nombre d'orteils variable et la place occupée dans la patte par l'orteil absent était elle aussi variable. L'absence d'orteils était souvent accompagnée d'anourie; les destructions produites par l'hémorragie, toujours située dans la région caudale, pouvant varier d'étendue.

B. D'autres substances, particulièrement la tochlorine, ont déterminé l'ectrodactylie en créant des adhérences entre l'embryon et ses annexes. La malformation digitale portait encore sur des orteils dont le nombre et la situation étaient variables et elle s'associait à d'autres malformations comme dans les cas dus à des hémorragies.

C. L'ectrodactylie a enfin été réalisée sans hémorragie ni adhérences par deux substances, la colchicine et le sulfate d'ésérine à fortes doses, mais les cas observés ont été proportionnellement peu nombreux. De meilleurs résultats ont été obtenus au cours d'expériences faites avec des mélanges de quatre substances deux à deux, la colchicine, le sulfate d'ésérine, la trypaflavine et le méthylarsinate disodique. Le diagnostic d'ectrodactylie a été fait uniquement sur des embryons ayant atteint ou dépassé le dixième jour de l'incubation, époque à laquelle l'examen macroscopique ne comporte aucune cause d'erreur. Les résultats ont été les suivants : mélange trypaflavine-méthylarsinate, 67 œufs, pas d'ectrodactyle; esérine-trypaflavine, 174 œufs, pas d'ectrodactyle; esérine-méthylarsinate, 112 œufs, 1 ectrodactyle, 0,8 %; colchicine-méthylarsinate, 87 œufs, 1 ectrodactyle, 1,1 %; colchicine-trypaflavine, 155 œufs, 4 ectrodactyles, 2,5 %; colchicine-ésérine, 231 œufs, 10 ectrodactyles, 5,7 %.

Il ressort de ces résultats que parmi les substances chimiques étudiées, la colchicine est la plus apte à faire apparaître l'ectrodactylie et que l'ésérine a le même pouvoir, mais beaucoup plus faible, confirmant ainsi les essais faits avec de fortes doses de ces deux substances. Les doses d'ésérine et de colchicine utilisées dans leur mélange entre elles ou avec les autres substances, ont été de $0^{mg},125$ pour le sulfate d'ésérine et $0^{mg},00025$ pour la colchicine, c'est-à-dire des doses insuffisantes pour conditionner l'ectrodactylie lorsque ces substances sont expérimentées isolément.

Le pouvoir de réalisation de l'ectrodactylie du mélange colchicine-ésérine est plus nettement mis en évidence si l'on établit la fréquence de cette malformation non plus par rapport à tous les œufs mis en expérience, mais seulement à ceux qui ont atteint le dixième jour de l'incubation, c'est-à-dire à ceux qui sont seuls utilisés pour établir le diagnostic. Les 10 cas obtenus ont été trouvés

sur 71 embryons réalisant cette condition; la proportion des cas d'ectrodactylie s'élève alors à 14,8 %.

La prééminence de la colchicine dans la production de l'ectrodactylie se montre aussi par le fait que cette malformation consécutive à l'action du mélange colchicine-ésérine s'est toujours manifestée chez des embryons porteurs de la malformation typique de la colchicine (strophosomie), sauf dans un cas où l'embryon était affecté de la malformation typique de l'ésérine (brachymélie avec coudure du tibia tarse).

Ces résultats apportent en somme un moyen d'obtenir l'ectrodactylie chez les Poulets à l'aide de substances chimiques et montrent que les ébauches des orteils sont électivement sensibles à certaines substances chimiques, mais ils mettent en outre en évidence, un autre fait. Les mélanges de quatre substances chimiques nous ont donné au total 16 cas d'ectrodactylie; la colchicine et l'ésérine utilisées isolément à forte dose ou dans des conditions spéciales (injections à des heures d'incubation antérieures à la 48e heure) nous en ont fourni 6. Parmi ces 22 cas se trouvent 12 bilatéraux et 10 unilatéraux, soit au total 34 pattes ectrodactyles. Dans tous les cas où manquait un seul orteil c'était le premier et dans tous les cas où manquait le second, le premier faisait aussi défaut. Le degré de sensibilité d'un rayon digital à la substance tératogène s'est donc toujours montré d'autant plus grand que son ébauche était plus antérieure, contrairement aux résultats donnés par les substances qui conditionnent l'ectrodactylie par l'intermédiaire d'une hémorragie ou d'une adhérence et dont l'action est indépendante de la sensibilité tératogénique de l'ébauche lésée.

La mise en évidence chez une race de Poule d'une hiérarchie dans le degré de sensibilité des ébauches des rayons digitaux pour une substance chimique à action tératogène élective, révèle en définitive, des différences constitutionnelles entre des ébauches homologues.

CORRESPONDANCE.

Le Secrétaire général de l'**Association Française pour l'Urbanisme et l'Habitation** informe l'Académie de la réunion du neuvième **Congrès National d'Habitation et d'Urbanisme**, qui aura lieu à Bourges, du 5 au 9 juin 1948.

L'Académie est informée de la réunion à Genève, du 12 au 16 juillet 1948, du soixante-septième **Congrès de l'Association Française pour l'avancement des sciences**.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° THOMAS J. J. SEE. *Wave Theory. Discovery of the cause of gravitation.* Volume II. First Book, IV, 1939.

2° Mémoires de la Société géologique de France. XXV, Mémoire n° 53. *Description géologique de la Transcaucasie méridionale* (*Chaînes de l'Araxe moyen*), par M. et Mme PIERRE BONNET.

ALGÈBRE. — *Hyperquadriques dans un corps arbitraire.* Note (*) de M. **FRANÇOIS CHÂTELET**, présentée par M. Gaston Julia.

Dans une Note précédente (¹) j'ai étudié les formes quadratiques de quatre variables au plus dans un corps K arbitraire. Je complète ici ces résultats en étudiant les formes quadratiques de plus de quatre variables, — ou les hyperquadriques des espaces à plus de trois dimensions —, dans K.

1. Il existe, dans chaque espace E_{2n-1}, de dimension impaire $2n-1$, une classe remarquable $C_0^{(2n)}$ d'hyperquadriques à coefficients dans K : celles qui ne sont pas dégénérées (sauf dans le cas trivial $n=1$ où toutes les quadriques de E_1 sont dégénérées) et qui contiennent des hyperplans, à coefficients dans K, de dimension maximum (c'est-à-dire $n-1$). On peut dire que ces hyperquadriques possèdent le maximum de propriétés de rationalité dans K; par exemple, dans l'espace ordinaire E_3, les quadriques de $C_0^{(4)}$ contiennent non seulement des points de K, mais aussi des droites de K. L'ensemble $C_0^{(2n)}$ forme une classe d'hyperquadriques; chaque hyperquadrique de cet ensemble peut être ramenée, par une homographie de E_{2n-1} à coefficients dans K, à la forme

$$x_1x_2+\ldots+x_{2n-1}x_{2n}=0;$$

réciproquement, toute hyperquadrique dont l'équation peut être ramenée à la forme précédente par une telle homographie appartient à $C_0^{(2n)}$.

Or une hyperquadrique Q de E_{2n-1} contient deux systèmes d'hyperplans de dimension $n-1$ et l'on peut mettre en correspondance birationnelle et biunivoque (à coefficients algébriques par rapport à K) les hyperplans d'un de ces systèmes avec les points de l'espace E_{2n-3}. (Les hyperplans de dimension inférieure, notamment les points de Q, peuvent être mis en correspondance birationnelle, mais incomplètement biunivoque, avec les points d'un espace de dimension convenable). Les procédés de ma thèse (²) permettent alors de reconnaître s'il existe de tels hyperplans à coefficients dans K sur une hyperquadrique donnée Q de E_{2n-1}, donc de reconnaître si Q appartient à $C_0^{(2n)}$.

(*) Séance du 10 mai 1948.

(¹) *Comptes rendus*, **226**, 1948 p. 1233.

(²) F. CHÂTELET, *Variations sur un thème de Poincaré* (*Ann. scient. de l'École Norm. sup.*, 61, 1945, p. 249-300).

Il est moins simple et moins utile pour la suite d'étudier les hyperquadriques des espaces de dimensions paires qui contiennent des hyperplans de dimension maximum à coefficients dans K.

2. On peut montrer qu'une condition nécessaire et suffisante pour que deux quadriques

(Q) $$F(x_1, \ldots, x_n) = 0,$$

(Q') $$F'(x_1, \ldots, x_n) = 0.$$

d'un même espace à coefficients dans K appartiennent à une même classe, est que l'hyperquadrique

$$F(x_1, \ldots, x_n) - F'(y_1, \ldots, y_n) = 0,$$

où $x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_n$ sont considérées comme les coordonnées courantes dans l'espace E_{2n-1}, appartienne à la classe $C_0^{(2n)}$. Ce résultat a été établi par E. Witt [3] sous une forme plus abstraite.

Il suffit de combiner ce résultat et ceux du paragraphe 1 pour traiter le problème de la classification dans K des hyperquadriques des espaces à un nombre arbitraire de dimensions — ou des formes quadratiques, à coefficients dans K, d'un nombre arbitraire de variables —.

3. Une quadrique Q de l'espace E_n à n dimensions, à coefficients dans K, contient toujours des hyperplans de dimension maximum $[(n-1)/2]$ (plus grand entier contenu dans $(n-1)/2$) dont les coefficients engendrent une extension de K de degré $2^{(n+1)/2}$.

Si Q contient des points à coordonnées dans K, il est possible de trouver sur Q des hyperplans de dimension maximum tels que leurs coefficients engendrent une extension de K dont le degré divise $2^{(n+1)/2}$ seulement. Les procédés de ma Thèse permettent encore de reconnaître s'il existe de tels hyperplans. S'il en existe, on peut les grouper en familles dont chacune forme le système, ou l'un des deux systèmes, d'hyperplans de dimension maximum d'une quadrique Q' d'un espace à $n-2$ dimensions à coefficients dans K. Les différentes quadriques Q' ainsi obtenues appartiennent à une même classe d'hyperquadriques de E_{n-2}, déterminée univoquement par Q si elle existe.

On peut alors montrer qu'une condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe sur Q des points à coordonnées dans K est :

1° il est possible de définir, comme précédemment, une classe d'hyperquadriques Q' à coefficients dans K;

2° l'hyperquadrique Q appartient à la même classe que l'hyperquadrique

$$F'(x_1, \ldots, x_{n-1}) + x_n x_{n+1} = 0,$$

où

$$F'(x_1, \ldots, x_{n-1}) = 0$$

est l'équation d'une quadrique Q'.

[3] *J. de Crelle*, 176, 1936, p. 31.

Cela permet la recherche des points de K sur Q, — ou des zéros dans K de la forme quadratique correspondante —.

4. Une méthode analogue permet encore la recherche des hyperplans contenus dans Q de dimension donnée dont les coefficients sont dans K.

TOPOLOGIE ALGÉBRIQUE. — *Sur les réseaux de courbes couvrant une surface de genre $p > 1$ et n'admettant aucun cycle limite.* Note (*) de M[me] **Pierre-Louis Dubois-Violette**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Nous étudions les réseaux R de courbes couvrant une surface S, close, orientable de genre $p > 1$, qui satisfont aux conditions suivantes :

1° Par tout point de S non singulier pour R passe une courbe unique de R;

2° Les points de S qui sont singuliers pour R sont en nombre fini. A chacun de ces points aboutit un nombre fini de courbes de R. On désignera les points singuliers de R par le terme de col et les courbes qui aboutissent à un col par le terme de séparatrices;

3° Aucune courbe de R n'est une courbe fermée;

4° Aucune séparatrice n'aboutit à deux cols;

5° M étant un point de S non singulier pour R, la tangente en M à la courbe de R qui passe par M, est une fonction continue du point M;

6° Nous supposons en outre que tout point de R est un point d'accumulation pour au moins une courbe de R.

I. *Une condition nécessaire et suffisante pour que la condition* 6° *soit vérifiée est qu'il soit impossible d'isoler un pinceau de courbes de* R *qui, suivi indéfiniment dans un sens au moins, ne se ramifie pas.* En effet :

a. La condition est nécessaire, car s'il existait un tel pinceau qui ne se recouvrirait pas partiellement, aucun point de S intérieur au pinceau ne serait d'accumulation pour aucune courbe de R.

D'autre part, *nous avons montré qu'un tel pinceau ne peut se recouvrir partiellement si le genre p de* S *est* $\neq 1$, ce que nous supposons ici;

b. La condition est suffisante, car dès qu'elle est réalisée, tout arc $\alpha\beta$ tracé sur S sans contact avec R est traversé par une séparatrice au moins, c'est-à-dire que *tout point de* S *est un point d'accumulation pour au moins une séparatrice de* R.

II. *Il existe effectivement des réseaux* R *sur une surface de genre p quelconque.*

Nous avons en effet construit un réseau R de la manière suivante : considérons un tore T_1 couvert par un réseau R_1 tel qu'une courbe quelconque de R_1 admet tout point de T_1 comme point d'accumulation. Soit alors $\alpha\beta$ un arc tracé sur T_1 sans contact avec R_1. Nous déformons T_1 de manière que $\alpha\beta$ devienne

---

(*) Séance du 10 mai 1948.

rectiligne et que le tore T_1 soit tangent le long de $\alpha\beta$ à un plan P. Nous considérons alors le tore T_2 couvert par le réseau R_2, T_2 et R_2 étant déduits de T_1 et R_1 par symétrie par rapport à $\alpha\beta$.

Si nous fendons T_1 et T_2 le long de leur segment commun $\alpha\beta$, l'ensemble de T_1 et T_2 devient alors une surface S de genre 2 couverte par un réseau R.

Puisque R_1 est un réseau stable sur T_1, une courbe C_1 de R_1 rencontre $\alpha\beta$ en une infinité de points $M_{-n} \ldots M_{-1} M_0 M_1 M_2 \ldots M_p \ldots$ où l'on suppose les points rangés dans l'ordre où on les rencontre sur C_1. Si C_2 est la courbe de R_2 symétrique de C_1 par rapport à $\alpha\beta$, C_2 et C_1 rencontrent $\alpha\beta$ aux mêmes points. Or une courbe C de R est constituée par les arcs $M_{2i}M_{2i+1}$ de C_1 et les arcs $M_{2i-1}M_{2i}$ de C_2. Il en résulte que toute courbe de R ayant la même suite de points de rencontre avec $\alpha\beta$ qu'une courbe de R_1, R *ne peut admettre aucune courbe fermée*.

D'autre part, *l'ensemble de deux courbes de* R *symétriques par rapport à* $\alpha\beta$ (ensemble constitué par les mêmes points que deux courbes de R_2 et R_1, symétriques l'une de l'autre par rapport à $\alpha\beta$) *admet pour ensemble d'accumulation* le tore T_1 et le tore T_2 en totalité, c'est-à-dire *toute la surface* S.

Le réseau R ainsi obtenu satisfait donc bien à toutes les conditions que nous avions énoncées.

La construction que nous avons faite dans le cas d'une surface de genre 2 se généralise immédiatement à une surface de genre fini quelconque.

III. Nous avons démontré dans le cas d'un réseau R quelconque les résultats suivants.

Théorème I. — *Il est impossible d'isoler dans le réseau* R *un pinceau de courbes qui, suivi dans un sens se ramifie indéfiniment et suivi dans l'autre sens ne se ramifie pas.*

Théorème II. — *Soit* Γ *une courbe fermée tracée sur* S *et présentant un nombre fini de points de contact avec* R. *Toute courbe de* R *rencontre* Γ *une infinité de fois.*

Nous montrons d'abord que toute courbe C de R qui rencontre Γ, rencontre Γ en une infinité de points, que l'on suive C dans l'un ou l'autre sens.

Nous montrons ensuite que toutes les séparatrices d'un même col rencontrent Γ dès que l'une d'entre elles rencontre Γ.

Nous montrons enfin que l'ensemble des courbes rencontrant Γ couvre la surface S en totalité. D'où l'énoncé.

Théorème III. — *On déduit facilement du théorème précédent en considérant une courbe* Γ *qui limite sur la surface une aire simplement connexe, aussi petite que l'on veut, entourant un point quelconque de* S *qu'une courbe quelconque de* R *admet tout point de* S *comme point d'accumulation.*

IV. *D'autre part considérons maintenant un réseau* R' *ne satisfaisant plus à la condition* 6. Puisque l'on a $p > 1$, les pinceaux π de courbes de R qui ne se ramifient pas ne peuvent se recouvrir partiellement. Nous pouvons alors

déduire du réseau R′ par identification de toutes les courbes d'un même pinceau π un réseau R. Toutes les courbes de R admettent comme point d'accumulation tout point de la surface couverte par R, c'est-à-dire que toutes les courbes de R′ non intérieures à un pinceau π ont le même ensemble J d'accumulation.

D'autre part une courbe de R′, intérieure à un pinceau π, a pour ensemble d'accumulation l'ensemble d'accumulation d'une courbe frontière de π.

Par suite, *toutes les courbes de* R′ *ont le même ensemble* J *d'accumulation qui est formé de la surface* S *privée de l'intérieur des pinceaux* π. Si l'on considère la section de J par une courbe fermée Γ située sur S, on aura sur Γ, le complémentaire d'un ensemble parfait totalement discontinu.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur l'élément linéaire des surfaces de Weingarten.* Note (*) de M. **Louis Maneng**, présentée par M. Élie Cartan.

1. L'équation de Pfaff équivalente aux deux équations de Codazzi est, comme je l'ai montré [1],

$$d(a+c) = 2(a-c)(-\beta\theta_1 + \alpha\theta_2). \tag{1}$$

Si la surface est de Weingarten, les courbures principales a et c sont liées par une relation; il en est donc de même de $a+c$ et $a-c$. Par conséquent, d'après l'équation ci-dessus, $-\beta\theta_1+\alpha\theta_2$ est une *différentielle exacte;* réciproquement, cette condition suffit à caractériser les surfaces de Weingarten.

Posons donc

$$-\beta\theta_1 + \alpha\theta_2 = d\lambda. \tag{2}$$

Dans ces conditions, θ_1 et θ_2 admettent respectivement des facteurs intégrants e^λ et $e^{-\lambda}$, inverses l'un de l'autre, car on vérifie sans peine que

$$d(e^\lambda\theta_1) = 0, \qquad d(e^{-\lambda}\theta_1) = 0.$$

On peut donc écrire

$$\theta_1 = e^{-\lambda}du, \qquad \theta_2 = e^\lambda dv, \tag{3}$$

et le ds^2, qui est dans le cas général, $(\theta_1^2+\theta_2^2)(a-c)$, devient ici

$$ds^2 = \frac{e^{-2\lambda}du^2 + e^{2\lambda}dv^2}{a-c}. \tag{4}$$

Mais l'équation (1), compte tenu de (2), montre que $a+c$ est fonction de λ, soit $a+c=2f(\lambda)$; on en déduit $a-c=f'(\lambda)$, et

$$ds^2 = \frac{e^{-2\lambda}du^2 + e^{2\lambda}dv^2}{f'(\lambda)}. \tag{5}$$

(*) Séance du 10 mai 1948.

[1] *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 550-552.

Cette formule est valable pour toute les surfaces de Weingarten, sauf pour les surfaces à courbure moyenne constante.

2. On retrouve des formules classiques en posant

(6) $$x=\sqrt{f'}\,e^{\lambda},\qquad \varphi'(x)=\sqrt{f'}\,e^{-\lambda},$$

ce qui donne au ds^2 la forme

$$ds^2=\frac{du^2}{x^2}+\frac{dv^2}{\varphi'^2(x)}.$$

Les courbures principales qui, en fonction de λ, s'écrivent

(7) $$a=f+\frac{f'}{2},\qquad c=f-\frac{f'}{2},$$

s'expriment aussi bien en fonction de x, car de (6), on déduit

$$d\varphi=\sqrt{f'}\,e^{-\lambda}\,dx=\sqrt{f'}\,e^{-\lambda}\left(\frac{f''}{2\sqrt{f'}}e^{\lambda}+\sqrt{f'}\,e^{\lambda}\right)d\lambda=\left(\frac{f''}{2}+f'\right)d\lambda,$$

d'où $\varphi=f+f'/2$. En outre, $x\varphi'(x)=f'$, donc $\varphi-x\varphi'=f-f'/2$.

Par suite

(8) $$a=\varphi(x),\qquad c=\varphi(x)-x\varphi'(x).$$

3. L'élément linéaire sphérique ds'^2 d'une telle surface peut prendre une forme analogue. On a en effet,

$$ds'^2=a^2\frac{du^2}{x^2}+c^2\frac{dv^2}{\varphi'^2(x)}.$$

Cela peut s'écrire

$$ds'^2=\frac{du^2}{y^2}+\frac{dv^2}{\psi'^2(y)},$$

en posant

(9) $$y=\frac{x}{\varphi(x)},\qquad \psi(y)=\frac{1}{\varphi(x)},$$

d'où l'on tire

(10) $$\psi'(y)=\frac{\varphi'(x)}{x\varphi'(x)-\varphi(x)}\qquad\text{et}\qquad \varphi'(x)=\frac{\psi'(y)}{y\psi'(y)-\psi(y)}.$$

On aura alors

(11) $$a=\frac{1}{\psi(y)},\qquad c=\frac{1}{\psi(y)-y\psi'(y)}.$$

4. Il est bien connu que, pour les surfaces de Weingarten, la troisième forme Ψ a *une courbure nulle*; c'est aussi ce qui ressort des calculs précédents. En effet, avec les notations de M. É. Cartan, ω_1 et ω_2 désignant les arcs élémentaires des lignes de courbures, on a $\Psi=(c-a)\omega_1\omega_2$. Or, nous avons posé, par définition, $\theta_1=\omega_1\sqrt{a-c}$, $\theta_2=\omega_2\sqrt{a-c}$; donc $\Psi=-\theta_1\theta_2$.

La condition nécessaire et suffisante pour que $\theta_1\theta_2$ soit de courbure nulle, c'est-à-dire réductible à $du\,dv$, est que θ_1 et θ_2 admettent respectivement des

facteurs intégrants inverses l'un de l'autre, et cette condition, d'après les calculs du n° 1, revient à dire que $-\beta\theta_1 + \alpha\theta_2$ est une différentielle exacte, donc que la surface est de Weingarten.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Niveaux de frottement.*
Note (*) de M. **André Marcelin**, présentée par M. Jean Cabannes.

La théorie *hydrodynamique* du frottement lubrifié ne s'applique pas aux régimes lents, alors que les surfaces paraissent encore en contact, et l'on a été ainsi conduit à faire intervenir la notion physico-chimique d'onctuosité.

Le frictiographe nous a permis de mettre en évidence la multiplicité des régimes onctueux; il est apparu que la couche onctueuse devait être formée par un nombre entier de couches doubles de molécules; nous donnons à l'empilement de ces couches doubles le nom de *stratofilms*, et nous attribuons à chaque *stratofilm* un numéro d'ordre qui indique le nombre de couches doubles qui participent à l'empilement. L'analogie entre les *stratofilms* et les stratifications noires ou colorées des lames de savon est évidente.

A chaque numéro d'ordre des *stratofilms* correspond un coefficient de frottement particulier. Les variations du couple de frottement sont de caractère discontinu dans le régime des *stratofilms*. Le frottement sur chacun des *stratofilms*, s'exerce conformément à la loi de Coulomb. Les *stratofilms* masquent, dans une certaine mesure, les irrégularités de surfaces, et se comportent, par rapport à ces dernières, comme un verglas qui recouvre une route et dissimule ses aspérités.

En présence d'huile à refus, l'expérience montre que le régime des *stratofilms*, dans un palier, est généralement fugitif, et que, presque immédiatement, se forme le *film liquide minimum* :

Rappelons qu'une goutte d'huile écrasée entre deux surfaces solides semblables tend, sous l'action du moindre mouvement relatif, à former spontanément une feuille liquide dont l'épaisseur est de l'ordre du micron (mille fois plus épaisse que les *stratofilms*). Cette feuille liquide se comporte comme une sorte de tapis de caoutchouc qui, dans son plan, serait fluide comme un liquide et, transversalement à ce plan, élastique comme un solide. De même que les *stratofilms*, qui lui sont en quelque sorte incorporés, le *film liquide minimum* nivelle les surfaces à la façon d'un verglas; il est caractérisé par son épaisseur et par sa charge de rupture, véritable *point physique* qui s'exprime en kg/cm^2. Si l'on vient à dépasser cette charge, le film s'écrase tout d'un coup et l'on tombe sur les *stratofilms*.

En concordance avec un frictiogramme (*fig.* 1), on peut représenter le lieu

(*) Séance du 3 mai 1948.

géométrique du point de tangence ou de distance minimum T entre un arbre et son palier lorsque, partant du repos, la vitesse de l'arbre est accélérée.

Représentons à une très grande échelle (*fig.* 2) : en B le contour de la bague; en A le contour de l'arbre lorsqu'il est centré sur la bague. Représentons par des traits pointillés les niveaux 1, 2, 3, 4, 5 des *stratofilms* successifs par rapport à la bague et par un trait interrompu le niveau du *film liquide minimum*, par rapport à la bague également. Une flèche indique le sens de la rotation.

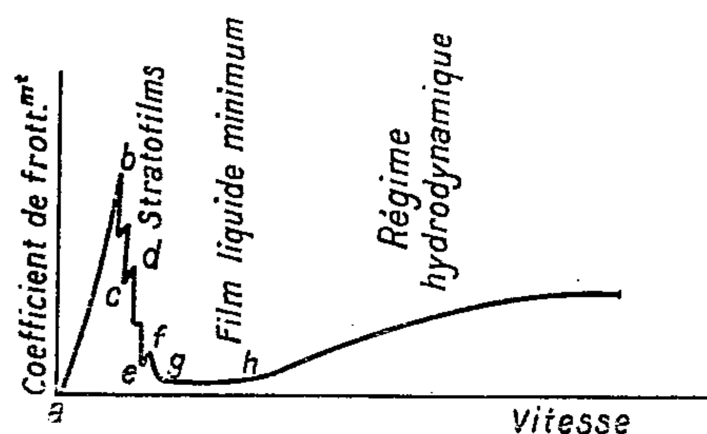


Fig. 1.

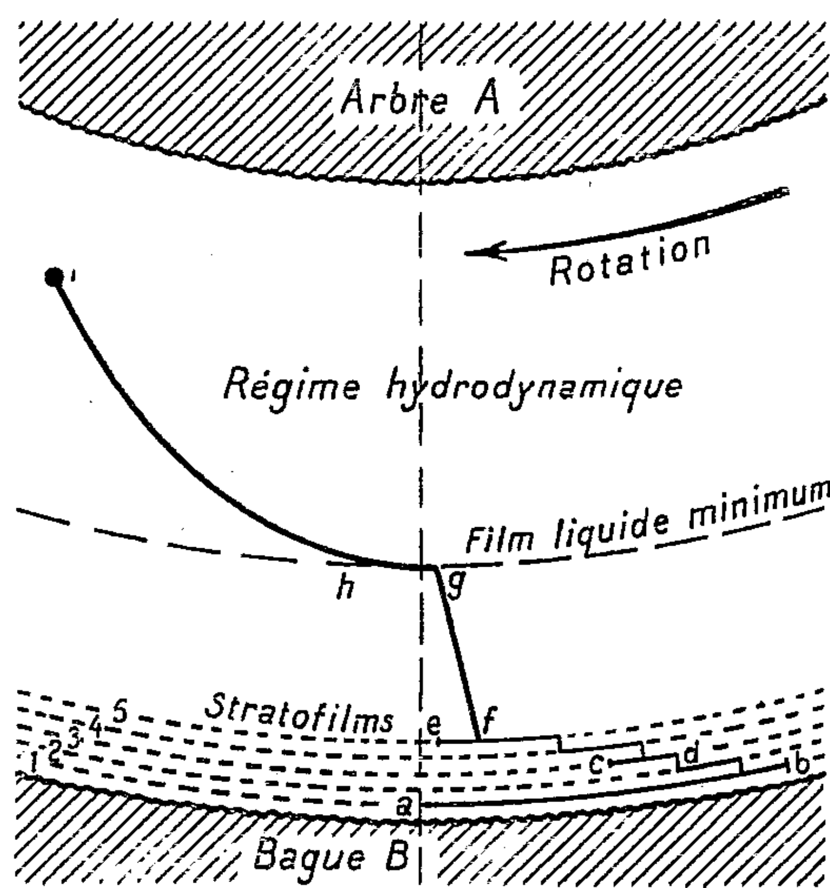


Fig. 2.

Partant du repos : l'arbre porte d'abord sur un *stratofilm* d'ordre primaire, et le point de tangence T se trouve en *a*. L'arbre roule sur ce *stratofilm*, jusqu'à ce que la composante de son poids fasse équilibre au frottement. La rupture d'adhérence se produit en *b*; l'arbre glisse en arrière en escaladant les *stratofilms* 2 et 3 (comme s'il s'agissait de marches d'escalier) et vient par exemple en *c* sur le *stratofilm* d'ordre 3; le point T repart pour une nouvelle ascension jusqu'en *d* où se produit une nouvelle rupture d'adhérence. Par un processus semblable, il rétrograde à nouveau jusqu'en *e* sur le *stratofilm* d'ordre 5 après avoir escaladé le *stratofilm* d'ordre 4, et remonte en *f*; les coefficients de frottement sur les divers *stratofilms* sont d'autant plus faibles que les *stratofilms* sont d'ordre plus élevé; puis, brusquement et d'un seul bond, le point T s'élève en *g* sur le *film liquide minimum*; le coefficient de frottement étant alors extrêmement faible se trouve tout près de la verticale.

La rotation de l'arbre étant accélérée, l'arbre partant de la plateforme d'envol que constitue le *film liquide minimum*, s'enlève progressivement sous l'action *hydrodynamique* du coin d'huile, mais cette fois vers la gauche par rapport à la normale pour le sens de rotation que nous avons choisi; T vient progressivement jusqu'en *i* lorsque l'arbre atteint sa vitesse de régime.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Mouvement et déformation d'une particule élastique sphérique dans un écoulement visqueux à gradient de vitesse constant.* Note (*) de M. **Roger Cerf**, présentée par M. Henri Villat.

Jeffery (1) a étudié le mouvement d'un ellipsoïde rigide dans un écoulement visqueux à gradient de vitesse constant. Haller (2) a considéré le cas d'une sphère élastique placée dans le même écoulement et a fait une étude sommaire de sa déformation. Nous nous proposons de compléter les résultats de Haller.

I. *Hypothèses.* — La surface de la particule constitue une discontinuité au sein du liquide de suspension. La particule est homogène et isotrope du point de vue de ses propriétés élastiques. Elle est assez grosse devant les molécules du liquide de suspension pour que soit valable l'hydrodynamique classique des milieux continus.

On considérera le cas des particules dénuées de viscosité interne puis celui de particules douées de viscosité interne.

Au cours des calculs on négligera les termes d'inertie. Les équations de l'hydrodynamique seront écrites à l'approximation de Stokes.

II. *Notations.* — Les axes $ox_1y_1z_1$ sont des axes de directions fixes; (u_1, v_1, w_1) désignent les composantes de la vitesse d'une molécule de fluide de viscosité η_0 en l'absence de la particule. L'écoulement non perturbé est défini par les relations suivantes :

$$u_1 = 0, \qquad v_1 = 0, \qquad w_1 = K y_1. \tag{1}$$

III. *Mouvement et déformation de la particule élastique. Termes du premier ordre en* K. — Les énoncés suivants, numérotés 1, 2, 3, concernent une particule ellipsoïdale élastique. Les propriétés 1 et 3 sont immédiates et nous établissons le théorème 2. Sa validité dépasse l'approximation du premier ordre en K. Les propriétés numérotées 4 (déjà connues), 5, 6, concernent une particule initialement sphérique.

1. Les équations du mouvement de l'ellipsoïde élastique sont encore celles que Jeffery a calculées pour l'ellipsoïde rigide.

2. *Le tenseur des efforts est à l'état de régime constant à chaque instant dans l'ellipsoïde.* — Cette propriété est à rapprocher d'un théorème d'électrostatique de Maxwell selon lequel le champ électrique (ou magnétique) est constant dans un ellipsoïde placé dans un champ électrique (ou magnétique) initialement uniforme.

3. La particule déformée est encore ellipsoïdale. L'étude de la déformation ne sera effectuée intégralement que pour une particule initialement sphérique.

Cas particulier de la particule initialement sphérique.

(*) Séance du 10 mai 1948.

(1) *Proc. Roy. Soc.*, (A), **102**, 1922, p. 161.

(2) *Kolloid Zs.*, **67**, 1932, p. 26.

4. *Les axes principaux de la particule déformée conservent, au cours du mouvement de la particule, des directions fixes.* Soient oy et oz les axes principaux de la particule déformée dans le plan de l'écoulement. Posons $\varphi = (oy_1, oy)$. A l'approximation actuelle $\varphi = \pi/4$. Ce résultat a déjà été donné par Haller. G. I. Taylor ([3]) arrive aux mêmes conclusions pour une particule liquide en suspension dans un autre liquide. Il vérifie expérimentalement ses résultats.

5. *La dilatation cubique de la particule est nulle à l'approximation actuelle.* Des deux constantes d'élasticité λ et μ du corps élastique homogène et isotrope, seul le coefficient μ figurera dans les formules. On peut introduire une constante d'élasticité μ' fictive qui tienne compte de l'existence des forces capillaires.

6. La section de la particule par le plan de l'écoulement est une ellipse dont l'allongement a pour expression

$$p = 1 + 2,5 \frac{\eta_0}{\mu} K. \tag{2}$$

IV. *Déformation de la particule initialement sphérique. Termes du second ordre en* K. — Les expériences de Taylor montrent que les axes de la particule déformée s'écartent de la position $\varphi = (\pi/4)$ pour des gradients de vitesse croissants. On posera $\varphi = (\pi/4) + \delta\varphi$ et l'on calculera la partie principale de $\delta\varphi$. Ce calcul exige celui des termes du second ordre en K dans les équations du mouvement de la particule élastique. Les conditions aux limites du problème à la surface de la particule contiennent des termes de déformation. Il s'introduit ainsi des termes du second ordre dans les composantes de la vitesse d'une molécule du liquide de suspension, devant lesquels on néglige les termes d'inertie. Ce calcul est donc effectué à l'approximation de Stokes. Nous généralisons le théorème 2 du paragraphe III et trouvons pour une particule sphérique dénuée de viscosité interne

$$\delta\varphi = 1,25 \frac{\eta_0}{\mu} K, \tag{3}$$

et pour une particule sphérique de viscosité interne η_i.

$$\delta\varphi = \frac{1,25}{\mu} (\eta_0 + 0,2\eta_i) K. \tag{3'}$$

V. *Stabilité de la position d'équilibre des axes principaux de déformation d'une particule initialement sphérique.* — On suppose que les axes de la particule subissent dans le plan de l'écoulement un bond angulaire $\Delta\varphi$ sans déformation de la particule. *L'équilibre est stable et symétrique, c'est-à-dire que les axes reviennent à leur position d'équilibre et cela avec des vitesses opposées pour des bonds angulaires $\Delta\varphi$ opposés.*

([3]) *Proc. Roy. Soc.*, (A), **146**, 1934, p. 501.

Les résultats de Jeffery ont été appliqués par Sadron ([4]), puis par Peterlin et Stuart ([5]) à une étude quantitative du phénomène de biréfrigence d'écoulement des solutions de particules ellipsoïdales rigides. Haller a appliqué ses résultats relatifs à la déformation d'une particule élastique sphérique dans l'écoulement ([1]) à l'étude du même phénomène dans le cas des solutions de particules déformables. Les résultats quantitatifs que nous avons obtenus permettent de compléter l'étude de Haller, et nous donnerons prochainement des exemples de leur emploi dans l'interprétation de certains phénomènes expérimentalement observés.

PYROTECHNIE. — *Comparaison des pressions expérimentales et calculées pour un mélange gazeux à haute température et sous haute pression.* Note ([*]) de MM. **Henri Muraour** et **Gabriel Aunis**.

Nous avons utilisé des expériences exécutées autrefois par Burlot avec une poudre à haute température d'explosion ([1]). Les pressions corrigées du refroidissement ont été calculées à partir de la nouvelle table de tarage établie par comparaison avec le quartz piézoélectrique ([2]). Les pressions théoriques ont été calculées en utilisant les chaleurs spécifiques déduites des données spectrales et les constantes d'équilibre les plus récentes ([3]).

La poudre utilisée par Burlot avait la composition centésimale suivante : nitroglycérine : 49,38; nitrocellulose à 12,23 % d'azote : 50,62. Les calculs ont été exécutés :

1° dans l'hypothèse que la composition gazeuse est uniquement réglée par l'équation d'équilibre du gaz à l'eau et qu'il n'y a pas de dissociation. Dans ce cas le mélange gazeux émis par la poudre aurait pour composition : CO_2 : 8,5 ; H_2O : 11,4; CO : 9,5; N_2 : 5,4; H_2 : 1,4 (en molg/kg).

2° en tenant compte de la dissociation du gaz carbonique et de la vapeur d'eau, de la formation d'oxyde azotique et de la dissociation des molécules diatomiques en atomes. Dans ce cas la composition, le volume spécifique et la température d'explosion varient avec la pression, c'est-à-dire avec la densité de chargement. Pour $\Delta = 0,2$ ($P_{max.} = 2876$ kg par centimètre carré) la composition gazeuse est la suivante : CO_2 : 7,6; H_2O : 10,5 ; CO : 10,4 ; N_2 : 5,2; H_2 : 1,6; OH : 1,2; O_2 : 0,1; NO : 0,4; H : 0,2.

Entre les pressions extrêmes, 1320 kg/cm² à $\Delta = 0,1$ et 3875 kg/cm² à

([4]) *J. de Physique*, VIII, 1937, p. 481.

([5]) *Zeits. f. Phys.*, **112**, 1939, p. 1.

([*]) Séance du 3 mai 1948.

([1]) *Mémorial des Poudres*, **21**, 1924, p. 411.

([2]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1762.

([3]) Montagne, *Calcul numérique des équilibres chimiques*; *voir* aussi *Mémorial de l'Artillerie française*, **20**, 1946, p. 432 et 433.

$\Delta = 0,25$, le covolume ne varie que de 0,7 %, et la température absolue de 2,8 %.

Les pressions ont été calculées en utilisant la formule de Van der Waals réduite à son premier terme, le second terme étant négligeable vu la haute température des gaz émis. On a pris pour valeur du covolume, suivant la proposition faite autrefois par Sarrau, le 1/1000 du volume spécifique, c'est-à-dire du volume gazeux dégagé par 1 kilogramme d'explosif, mesuré à 0°C. et sous 760^{mm} de mercure, l'eau étant supposée vaporisée.

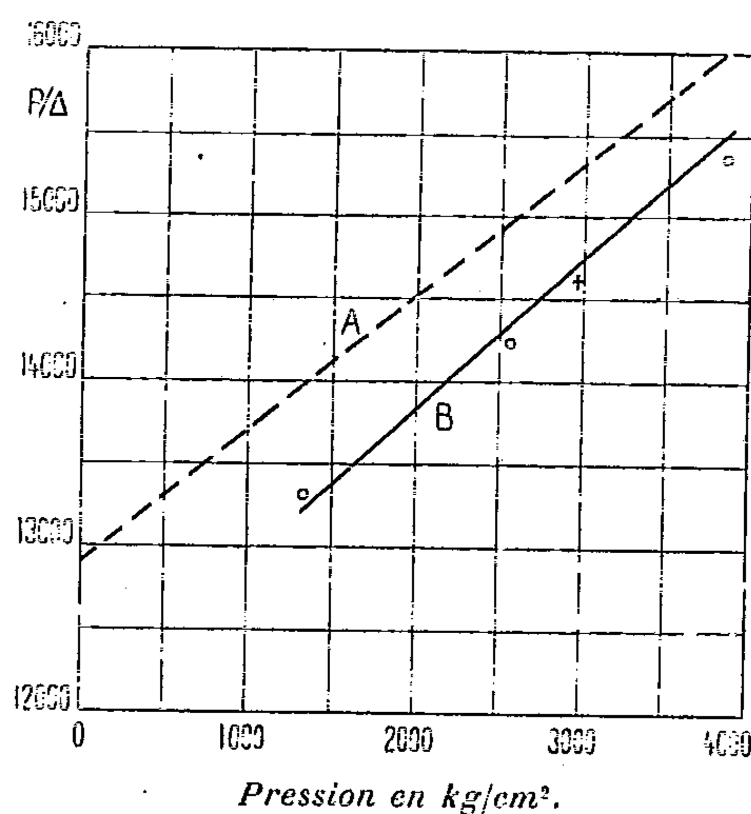
Voici la comparaison entre les pressions expérimentales et les pressions ainsi calculées :

Densité de chargement	0,10	0,18	0,25
Pression calculée en tenant compte de la dissociation (kg/cm².)	1320	2594	3875
Pression expérimentale corrigée du refroidissement (nouvelle table de tarage) (kg/cm²).	1331	2560	3837
Différence %	+0,8	−1,3	−1,0

Nous avons nous-mêmes, entre les deux guerres, exécuté des tirs à $\Delta = 0,2029$ avec une poudre de composition identique à celle qu'a utilisée Burlot. Nous avons trouvé :

Pression calculée en tenant compte de la dissociation (kg/cm²)	2994
Pression expérimentale corrigée du refroidissement (nouvelle table de tarage) (kg/cm²)	2964
Différence %	−1,0

Sur le graphique ci-joint nous avons porté en abscisse la pression maximum, en ordonnée le quotient P/Δ. On sait que sur ce graphique l'ordonnée à



Pression en kg/cm².

A, courbe théorique calculée en supposant l'absence de dissociation; B, courbe théorique calculée en tenant compte de la dissociation; ○, résultats expérimentaux de Burlot (nouvelle table de tarage); +, résultats expérimentaux de Muraour et Aunis (nouvelle table de tarage).

l'origine donne la force de la poudre, le covolume étant donné par la pente de la droite. On remarquera que les points expérimentaux se placent à peu près exactement sur la courbe calculée en tenant compte des effets de dissociation (cette courbe est extrêmement voisine d'une droite); les écarts sont de l'ordre de 1 %. Par contre l'écart avec la droite tracée dans l'hypothèse d'une dissociation nulle est de l'ordre de 3 % [1].

La valeur du covolume égale au 1/1000 du volume spécifique est très bien vérifiée; mais il faut noter que les expériences ne permettent pas de déterminer cette valeur à moins de 10 % près.

Rappelons que pour les pressions de *détonation*, voisines de 100000 à 200000 kg/cm², les calculs exécutés par A. Schmidt conduisent à une valeur du covolume voisine de 1/2000 du volume spécifique.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la détermination de l'angle de pertes d'un diélectrique inséré dans une ligne double*. Note [*] de M. **Paul Abadie**, présentée par M. Camille Gutton.

Soit une ligne double, fermée à ses deux extrémités, comprenant : une première section de longueur l dans l'air, une deuxième section de longueur d dans un diélectrique supposé d'abord sans pertes et dont le p. i. s. est ε, et une troisième section de longueur l' dans l'air. Si cette ligne est couplée lâchement à un émetteur radioélectrique de fréquence $f = \omega/2\pi$ (longueur d'onde λ), à la résonance, on a la relation connue

$$\sqrt{\varepsilon}(\operatorname{tg} y + \operatorname{tg} y') + \operatorname{tg} z - \varepsilon \operatorname{tg} y \operatorname{tg} y' \operatorname{tg} z = 0, \tag{1}$$

où

$$y = 2\pi\frac{l}{\lambda}, \qquad y' = 2\pi\frac{l'}{\lambda}, \qquad z = 2\pi\sqrt{\varepsilon}\frac{d}{\lambda}.$$

Cette relation étant satisfaite, on obtient aisément la répartition des courants i et des tensions v le long de la ligne et à partir de ces expressions, on peut calculer le coefficient de surtension Q_1. L'énergie E emmagasinée dans la ligne s'obtient en évaluant les intégrales $\int \mathrm{L}i^2\,dx$ et $\int \mathrm{C}v^2\,dx$ étendues à tout le circuit, L, C, R étant les coefficients unitaires habituels (la perditance est

---

[1] L'accord existe également pour les mélanges gazeux plus riches en oxyde de carbone et hydrogène (*voir* H. Muraour et G. Aunis, *Chaleur et Industrie*, janvier 1939, p. 31-37).

Un article d'ensemble doit paraître dans le *Mémorial de l'Artillerie française*, **22**, 1948, 2e fascicule.

[*] Séance du 22 mars 1948

supposée nulle). On a alors

$$E = \frac{LI_0^2}{4} A, \qquad A = l + l' \frac{\cos^2 y + \varepsilon \sin^2 y}{\cos^2 y' + \varepsilon \sin^2 y'} + d(\cos^2 y + \varepsilon \sin^2 y),$$

I_0 est l'amplitude du courant à l'extrémité de la ligne couplée à l'émetteur.

De même la quantité d'énergie E' perdue dans une période T s'obtient en calculant $T \int \frac{RI^2}{2} dx$, I désignant l'amplitude de i, l'intégrale étant étendue à tout le circuit. On trouve encore

$$E' = T \frac{RI_0^2}{4} A, \qquad \text{d'où par la définition} \quad Q_1 = 2\pi \frac{E}{E'} = \frac{L\omega}{R},$$

Q_1 a donc la même valeur que si d était nul et si, par suite, à l'accord, on avait $l + l' = k(\lambda/2)$, où k est un entier quelconque.

Ceci posé, supposons que le diélectrique ait un angle de pertes δ, la valeur de ce dernier étant suffisamment petite pour que la loi de distribution des courants et des tensions le long de la ligne ne soit pas sensiblement modifiée, disons, pour fixer les idées, $\operatorname{tg} \delta < 0,1$. L'énergie E'', perdue pendant une période dans le diélectrique, se trouve, en calculant

$$T \int \frac{V^2}{2} C\omega\varepsilon \operatorname{tg} \delta \, dx,$$

V désignant l'amplitude de v et l'intégrale étant étendue à la section de longueur d. On trouve

$$E'' = \frac{T}{2} LI_0^2 \omega \operatorname{tg} \delta . B,$$

$$B = \frac{d}{2}(\cos^2 y + \varepsilon \sin^2 y) + \frac{\lambda}{8\pi\sqrt{\varepsilon}} \sin 2z . (\varepsilon \sin^2 y - \cos^2 y) + \frac{\lambda}{4\pi} \sin^2 y \sin^2 z.$$

Le nouveau coefficient de surtension Q_2 de la ligne sera donné par

$$Q_2 = 2\pi \frac{E}{E' + E''}.$$

On sait d'autre part que si l'on fait varier la fréquence f et si l'on relève les variations de I_0 par exemple, la largeur totale Δf d'une telle courbe de résonance correspondant à une ordonnée $\sqrt{2}$ fois plus petite que l'ordonnée maximum, est donnée par $f = Q \Delta f$. Si $\Delta_1 f$ et $\Delta_2 f$ correspondent respectivement à Q_1 et Q_2, on tire finalement des expressions précédentes

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{A}{B} \frac{\Delta_2 f - \Delta_1 f}{2 f}.$$

En général, on laisse f fixe et l'on fait varier l ou l'. On passe des valeurs Δl données par les nouvelles courbes de résonance aux valeurs Δf obtenues précédemment en différentiant la relation (1). On obtient

$$(2) \qquad \left| \frac{df}{f} \right| = \frac{dl}{A} \qquad \text{d'où} \qquad \operatorname{tg} \delta = \frac{\Delta_2 l - \Delta_1 l}{2B}.$$

La formule simple (2) est intéressante par sa généralité. Nous l'avons utilisée dans la détermination de l'angle de pertes de diélectriques solides pour des ondes décimétriques dont la fréquence pouvait atteindre 3000 Mc:s ($\lambda = 10^{cm}$).

Dans les calculs précédents, on a négligé les pertes aux extrémités de la ligne, mais si, comme il arrive pratiquement, les amplitudes des courants en ces points sont voisines, ces pertes s'éliminent par différence.

Dans le cas particulier où $l = l'$, on a

$$\sqrt{\varepsilon}\,\mathrm{tg}\,\mu\,\mathrm{tg}\,\frac{\varepsilon}{2} = 1 \qquad \text{et} \qquad 2B = d\,\frac{\cos^2 y}{\sin^2 \frac{\varepsilon}{2}} + \frac{\lambda}{2\pi}\sin 2y.$$

MAGNÉTISME. — *Étude de la variation de résistance électrique avec la température de l'alliage ferromagnétique* Mn Sb. Note (*) de M. **Georges Mannevy-Tassy**, présentée par M. Aimé Cotton.

J'ai, sur les conseils de M. C. Guillaud, étudié en fonction de la température, la résistance électrique de l'alliage Mn Sb. L'échantillon a été obtenu sous forme d'un bâtonnet de 100^{mm} de longueur et de 6^{mm} de diamètre par fusion à 1300° C. en tube scellé d'un mélange de poudre de Mn distillé et de Sb à 99,95 %. Les valeurs de la résistance ont été déterminées par le contrôle au potentiomètre de la d.d.p. entre deux points distants de 50^{mm} et la mesure potentiométrique de l'intensité sur résistance étalon. Le chauffage a été réalisé en atmosphère d'azote, à une pression légèrement supérieure à la tension de vapeur de Sb pour chaque température. Après essai l'échantillon ne présentait ni variation de poids, ni traces de nitruration. Des points fixes, à basse température, ont été obtenus dans l'oxygène liquide, la neige carbonique et la glace. Les mesures de température ont été effectuées au potentiomètre avec couple Pt-PtRh étalonné.

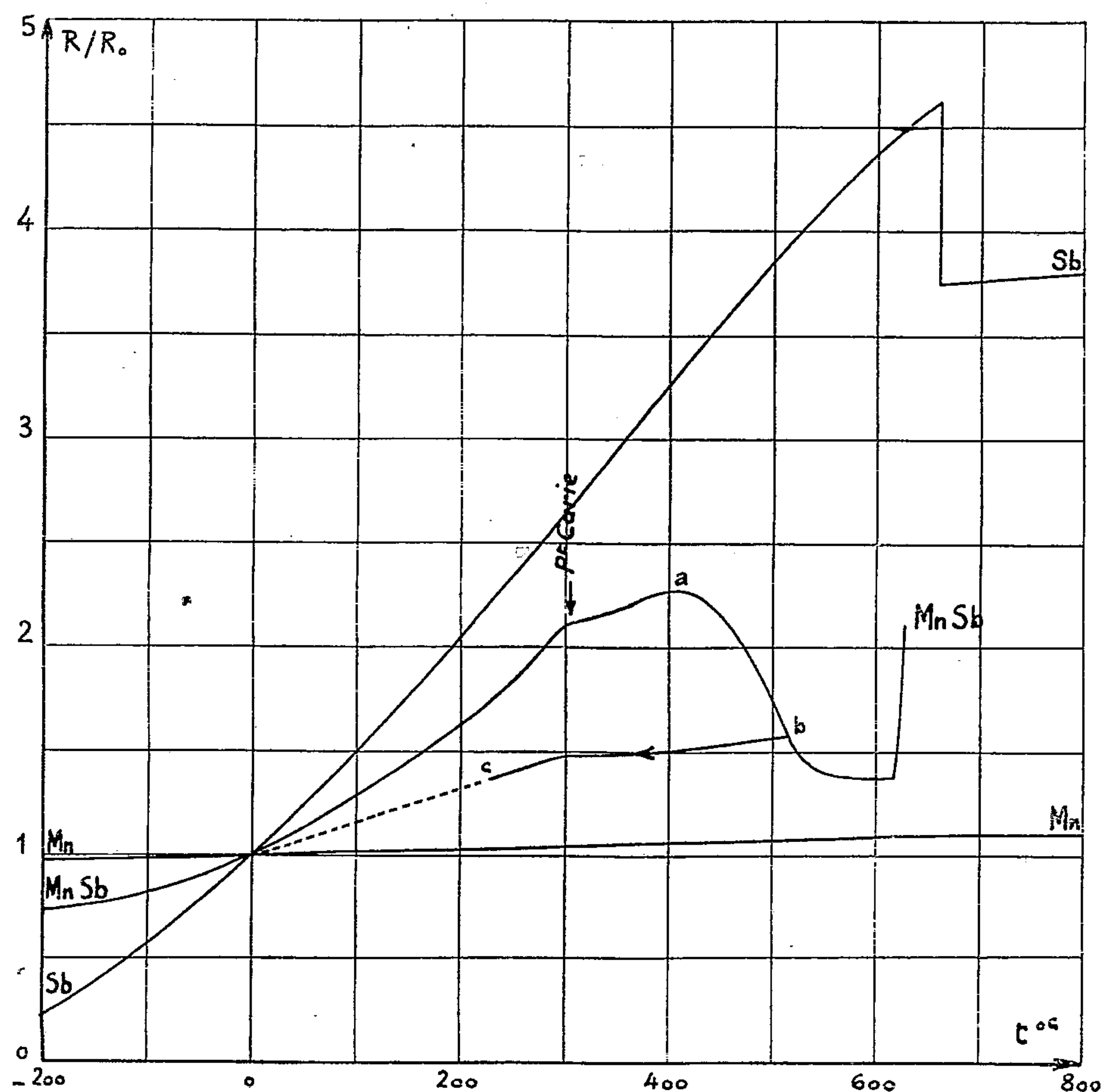
La figure 1 représente les résultats obtenus. L'allure générale de la courbe pour les températures inférieures au point de Curie est voisine de celle connue pour les métaux ferromagnétiques (fer, nickel, cobalt). La zone paramagnétique s'amorce dans les mêmes conditions, mais la courbe passe par un maximum en *a* aux environs de 450° C. Si l'on dépasse cette température, la courbe qui jusque-là était réversible, présente une partie à températures décroissantes *bc*, située nettement au-dessous de celle à températures croissantes. Après retour à la température ambiante, l'alliage revient à ses caractéristiques initiales et l'on peut redécrire le même cycle. Enfin, à partir de 540° C., la résistance reste sensiblement constante jusqu'à 620° C. où l'on constate une brusque augmentation.

On remarque qu'aux basses températures, la résistance de Mn Sb ne tend

---

(*) Séance du 10 mai 1948.

pas vers zéro, ce qui est normal pour un alliage, mais la valeur résiduelle est très grande.



A titre de comparaison, nous avons relevé les courbes déjà connues de variation de résistance avec la température de Mn et de Sb sur des bâtonnets coulés avec les produits qui ont servi à préparer Mn Sb.

DIFFRACTION. — *Diffraction de la lumière par une ouverture circulaire dans un écran noir*. Note (*) de M. **Émile Durand**.

Considérons une onde plane qui tombe normalement sur l'écran E parfaitement noir percé d'un trou circulaire de rayon a (*fig.* 1 a). Désignons par $\psi(r, z, t)$ la vibration lumineuse au point P. Le système étant de révolution autour de l'axe Oz, la fonction ψ ne dépend de x, y que par l'intermédiaire

(*) Séance du 19 avril 1948.

de la distance à l'axe $r=\sqrt{x^2+y^2}$. Le problème est de trouver une fonction ψ qui satisfasse l'équation des ondes

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=0$$

et qui pour $z=0$ se réduise à

$$\psi(r, 0, t)=A(r, 0)\,e^{ikct};$$

la fonction $A(r, 0)$ qui donne l'amplitude dans le plan de l'écran est représentée graphiquement sur la figure 1 *b*; elle est égale à 1, à l'intérieur de la circonférence de rayon a et nulle à l'extérieur.

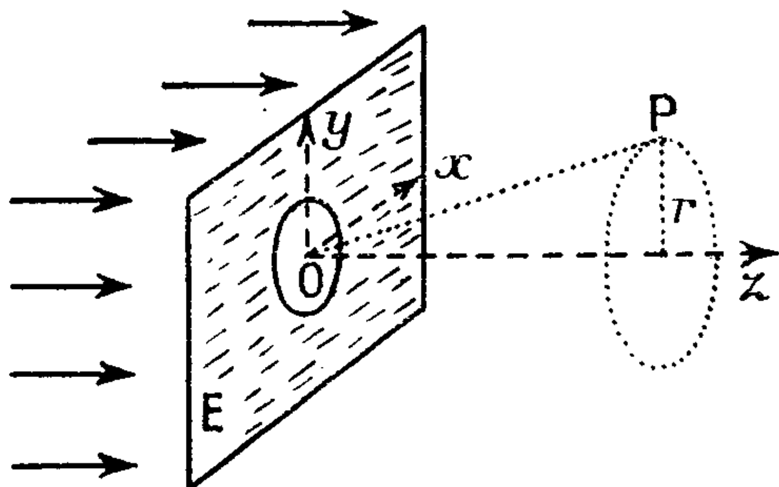


Fig. 1 *a*.

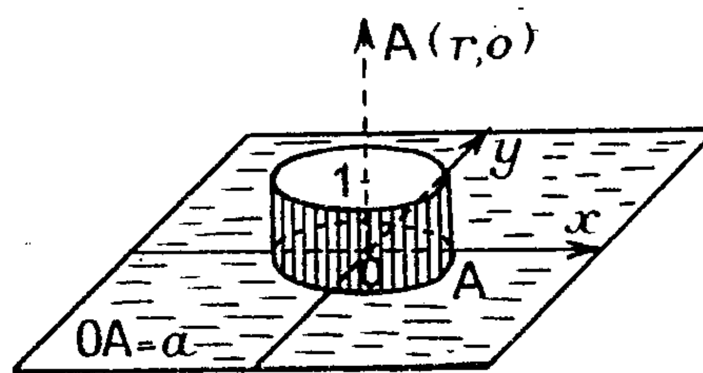


Fig. 1 *b*.

Avant de donner la solution de notre problème, nous allons chercher une expression analytique de cette fonction. On peut, pour cela, utiliser l'intégrale de Fourier relative à une fonction de deux variables. En choisissant des coordonnées polaires $x=r\cos\theta$ et $y=r\sin\theta$, une fonction quelconque $F(r, \theta)$ a pour expression

$$F(r, \theta)=\int_0^\infty \rho\,d\rho\int_0^{2\pi} g(\rho, \alpha)\,e^{-i\rho r\sin(\theta+\alpha)}\,d\alpha, \tag{1}$$

avec

$$g(\rho, \alpha)=(2\pi)^{-2}\int_0^\infty r\,dr\int_0^{2\pi} F(r, \theta)\,e^{i\rho r\sin(\theta+\alpha)}\,d\theta.$$

Pour la fonction représentée sur la figure 1 (*b*) on a

$$g(\rho, \alpha)=(2\pi)^{-2}\int_0^a r\,dr\int_0^{2\pi} e^{i\rho r\sin(\theta+\alpha)}\,d\theta.$$

La première intégration sur la variable θ donne une fonction de Bessel d'ordre zéro; puis on a successivement

$$g(\rho, \alpha)=(2\pi)^{-1}\int_0^a J_0(\rho r)\,r\,dr=(2\pi\rho)^{-1}\,aJ_1(\rho a),$$

J_1 désignant la fonction de Bessel d'ordre 1. Portons cette fonction $g(\rho, \alpha)$ dans (1); après avoir effectué l'intégration sur α il reste

$$F(r, \theta)=F(r)=a\int_0^\infty J_1(\rho a)\,J_0(\rho r)\,d\rho. \tag{2}$$

C'est l'expression analytique cherchée pour la fonction représentée sur la figure 1*b*. Pour $r = a$ où la fonction présente une discontinuité on a $F(a) = \frac{1}{2}$.

Voici maintenant l'expression de la vibration lumineuse ψ au point P,

$$(3) \qquad \psi(r, z, t) = kae^{ikct}\int_0^\infty J_1(uka).J_0(ukr)e^{-ikz\sqrt{1-u^2}}du.$$

La fonction ψ satisfait l'équation des ondes qui peut s'écrire

$$(4) \qquad \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} - \frac{1}{c_2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0.$$

Il est facile de le voir en écrivant $\psi = \int_0^\infty f(r, z, t, u)\,du$ et en se rappelant que la fonction de Bessel $J_0(ukr)$ satisfait l'équation différentielle

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + k^2u^2\right)J_0 = 0;$$

on obtient alors les relations

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} = \int_0^\infty [-k^2u^2]f(r, z, t, u)\,du,$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = \int_0^\infty [-k^2(1-u^2)]f(r, z, t, u)\,du,$$

$$-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \int_0^\infty k^2 f(r, z, t, u)\,du.$$

En additionnant on voit que l'on obtient bien la relation (4).

Quand $z = 0$, l'amplitude de $\psi(r, 0, t)$ se réduit bien à l'expression (2) (avec $\rho = ku$), c'est-à-dire à la figure 1*b*. Quand $u > 1$, le radical $\sqrt{1-u^2}$ devient imaginaire, il est bon de mettre ce cas en évidence en séparant en deux parties l'intervalle d'intégration; (3) s'écrit alors

$$\psi(r, z, t) = kae^{ikct}\left\{\int_0^1 J_1(uka)J_0(ukr)\,e^{-ikz\sqrt{1-u^2}}\,du + \int_1^\infty J_1(uka)J_0(ukr)\,e^{-kz\sqrt{u^2-1}}\,du\right\}.$$

La deuxième intégrale représente une onde stationnaire; elle est négligeable quand z est grand par rapport à la longueur d'onde $[k = (2\pi/\lambda)]$.

Connaissant la solution pour l'ouverture circulaire, on en déduit immédiatement la solution ψ' pour le disque circulaire noir de même diamètre, soit

$$\psi'(r, z, t) = e^{ik(ct-z)} - \psi(r, z, t).$$

L'équation des ondes est encore satisfaite et quand $z = 0$ on a

$$\psi'(r, 0, t) = [1 - A(r, 0)]\,e^{ikct};$$

l'amplitude $[1 - A(r, 0)]$ correspond bien à un petit disque opaque.

OPTIQUE CRISTALLINE. — *Étude de la polarisation circulaire des raies de Raman dans les cristaux*. Note (*) de Mlle **Lucienne Couture** et M. **Jean-Paul Mathieu**, présentée par M. Jean Cabannes.

Nous donnons ici les valeurs du coefficient d'inversion r (rapport entre l'intensité de la vibration inversée et celle de la vibration régulière [1]), et de l'intensité I de la lumière diffusée pour les divers groupes de symétrie, les divers types d'oscillations fondamentales et les divers cas d'observation. Nous désignerons les groupes par la notation de Schönflies, les oscillations par celle de Placzek [2]. Il n'y a que trois cas d'observation différents, numérotés I, II et III dans ce qui suit, selon que l'axe Ox, Oy ou Oz de l'ellipsoïde de polarisabilité du cristal est dirigé suivant la direction OX d'éclairement et d'observation. Ces cas se réduisent à deux pour les cristaux uniaxes, les cas I et II ne faisant plus qu'un si l'on désigne l'axe principal par Oz. Pour les cristaux cubiques, nous donnerons les résultats relatifs aux cas d'observation définis dans des Notes précédentes [3]. Soient Oi, Oj, Ok $(i, j, k = x, y, z)$ les axes qui coïncident respectivement avec les axes OX, OY, OZ du montage. Les composantes du champ de l'onde circulaire incidente sont E_Y et E_Z; celles du moment induit actives dans la diffusion sont

$$M_Y = M_j = \varepsilon_{jj} E_Y + \varepsilon_{jk} E_Z,$$
$$M_Z = M_k = \varepsilon_{jk} E_Y + \varepsilon_{kk} E_Z;$$

d'où

$$r = \frac{4\varepsilon_{jk}^2 + (\varepsilon_{jj} - \varepsilon_{kk})^2}{(\varepsilon_{jj} + \varepsilon_{kk})^2}, \qquad I = \varepsilon_{jk}^2 + \frac{1}{2}(\varepsilon_{jj} + \varepsilon_{kk})^2.$$

L'application de ces formules aux divers cas d'étude conduit aux résultats contenus dans les tableaux suivants. Les tenseurs de polarisabilité numérotés de T_1 à T_{12} sont communs à tous les types d'oscillations situés sur la même ligne; leur expression est donnée en [2] et pour les cristaux cubiques en [3]. Dans certains groupes hémièdres, deux types d'oscillations n'en font plus qu'un : nous avons indiqué les résultats relatifs aux ensembles de tenseurs correspondants.

On voit que l'étude des cristaux en lumière circulaire n'offre généralement pas d'avantages sur la méthode d'étude ordinaire, quant à la discrimination des types. Toutefois, pour les raies totalement symétriques des cristaux non cubiques, un seul cas d'étude permet d'atteindre le rapport des valeurs des coefficients diagonaux du tenseur.

(*) Séance du 3 mai 1948.

[1] J. Cabannes, *Journal de Physique*, 2, 1931, p. 381.

[2] *Hb. der Radiologie*, VI, 2, p. 293; J.-P. Mathieu, *Spectres de vibration et symétrie*, Paris, 1945, p. 321.

[3] *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 902 et 1217.

Cristaux biaxes.

	D_{2h}.	D_2.	C_{2v}.	C_{2h}.	C_2.	C_s.
T_1	A_{1g}	A_1	A_1 }	A_g	A	A′
T_2	B_{1g}	B_1	A_2 }			
T_3	B_{2g}	B_2	B_2 }	B	B	A″
T_4	B_{3g}	B_3	B_1 }			

	T_1.	T_2.	T_3.	T_4.	T_1+T_2.	T_3+T_4.
Cas I...	$r=\left(\frac{\varepsilon_{yy}-\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{yy}+\varepsilon_{zz}}\right)^2$	$r=\frac{0}{0}$	$r=\infty$	$r=\frac{0}{0}$	comme T_1	comme T_3
	$I=\frac{1}{2}(\varepsilon_{yy}^2+\varepsilon_{zz}^2)$	$I=0$	$I=\varepsilon_{yz}^2$	$I=0$		
Cas II...	$r=\left(\frac{\varepsilon_{zz}-\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zz}+\varepsilon_{xx}}\right)^2$	$r=\frac{0}{0}$	$r=\frac{0}{0}$	$r=\infty$	comme T_1	comme T_4
	$I=\frac{1}{2}(\varepsilon_{zz}^2+\varepsilon_{xx}^2)$	$I=0$	$I=0$	$I=\varepsilon_{zx}^2$		
Cas III...	$r=\left(\frac{\varepsilon_{xx}-\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{xx}+\varepsilon_{yy}}\right)^2$	$r=\infty$	$r=\frac{0}{0}$	$r=\frac{0}{0}$	$r=\frac{4\varepsilon_{xy}^2+(\varepsilon_{xx}-\varepsilon_{yy})^2}{(\varepsilon_{xx}+\varepsilon_{yy})^2}$	$r=\frac{0}{0}$
	$I=\frac{1}{2}(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{yy}^2)$	$I=\varepsilon_{xy}^2$	$I=0$	$I=0$	$I=\varepsilon_{xy}^2+\frac{1}{2}(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{yy}^2)$	$I=0$

Cristaux uniaxes.

	D_{6h}.	C_{6v}.	C_{6h}.	D_6.	C_6.	D_{3h}.	C_{3h}.	D_3.	C_{3v}.	C_3.	D_{3d}.	C_{3i}.	D_{4h}.	D_4.	S_{4u}.	C_{4v}.	C_{4h}.	C_4.	S_4.
T_5	A_{1g}	A_1	A_g	A_1	A	A'_1	A′	A_1	A_1	A	A_{1g}	A_g	A_{1g}	A_1	A_1	A_1	A_g	A	A
T_6													B_{1g}	B_1	B_1	B_1 }	B_g	B	B
T_7													B_{2g}	B_2	B_2	B_2 }			
T_8	E_g^+	E^+	E_g^+	E^+	E^+	E′	E′ }	E	E	E	E_g	E_g	E_g	E	E	E	E_g	E	E
T_9	E_g^-	E^-	E_g^-	E^-	E^-	E″	E″ }												

	T_5.	T_6.	T_7.	T_8.	T_9.	T_6+T_7.	T_8+T_9.
Cas I-II...	$r=\left(\frac{\varepsilon_{xx}-\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}+\varepsilon_{zz}}\right)^2$	$r=1$	$r=\frac{0}{0}$	$r=1$	$r=\infty$	comme T_6	$r=\frac{4\varepsilon_{yz}^2+\varepsilon_{xx}^2}{\varepsilon_{xx}^2}$
	$I=\frac{1}{2}(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{zz}^2)$	$I=\frac{1}{2}\varepsilon_{xx}^2$	$I=0$	$I=\frac{1}{2}\varepsilon_{xx}^2$	$I=\varepsilon_{yz}^2$		$I=\varepsilon_{yz}^2+\frac{1}{2}\varepsilon_{xx}^2$
Cas III...	$r=0$	$r=\infty$	$r=\infty$	$r=\infty$	$r=\frac{0}{0}$	$r=\infty$	$r=\infty$
	$I=\varepsilon_{xx}^2$	$I=\varepsilon_{xx}^2$	$I=\varepsilon_{xy}^2$	$I=2\varepsilon_{xx}^2$	$I=0$	$I=\varepsilon_{xy}^2+\varepsilon_{xx}^2$	$I=2\varepsilon_{xx}^2$

Cristaux cubiques.

	O_h.	O.	T_d.	T_h.	T.
T_{10}..................	A_{1g}	A_1	A_1	A_g	A
T_{11}..................	E_g	E	E	E_g	E
T_{12}..................	F_{2g}	F_2	F_2	F_g	F

	T_{10}.	T_{11}.	T_{12}.
Cas 1 et 2*a*...........	$r=0,\quad I=\varepsilon^2$	$r=3,\quad I=4(\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2)$	$r=\infty,\quad I=\varepsilon_0^2$
Cas 2*b*, 2*c*, 3*b* et 3*c*...	$r=0,\quad I=\varepsilon^2$	$r=9,\quad I=\frac{5}{2}(\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2)$	$r=5,\quad I=\frac{3}{2}\varepsilon_0^2$
Cas 3*a*...............	$r=0,\quad I=\varepsilon^2$	$r=\infty,\quad I=2(\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2)$	$r=4,\quad I=\frac{5}{3}\varepsilon_0^2$

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *La longueur de diffusion des neutrons thermiques dans des solutions d'acide borique et le rapport des sections efficaces de capture dans le bore et l'hydrogène.* Note (*) de MM. **Herman L. Reel** et **Carl Grosjean**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Il a été décrit dans une Note antérieure ([1]) une méthode pour mesurer la longueur de diffusion L des neutrons thermiques dans un milieu ralentisseur et capturant. Elle est basée sur la loi de la diffusion

$$\rho \sim \frac{1}{r} e^{-\frac{r}{L}},$$

où ρ est la densité des neutrons thermiques à la distance r du centre de symétrie lorsqu'une source sphérique de neutrons thermiques est utilisée. Une telle source avait été réalisée de deux façons : ou bien au moyen d'une solution de sulfate de cadmium, ou bien en ayant recours à l'absorption par le bore contenu dans le pyrex. Par cette méthode avait été déterminée la longueur de diffusion dans l'eau distillée.

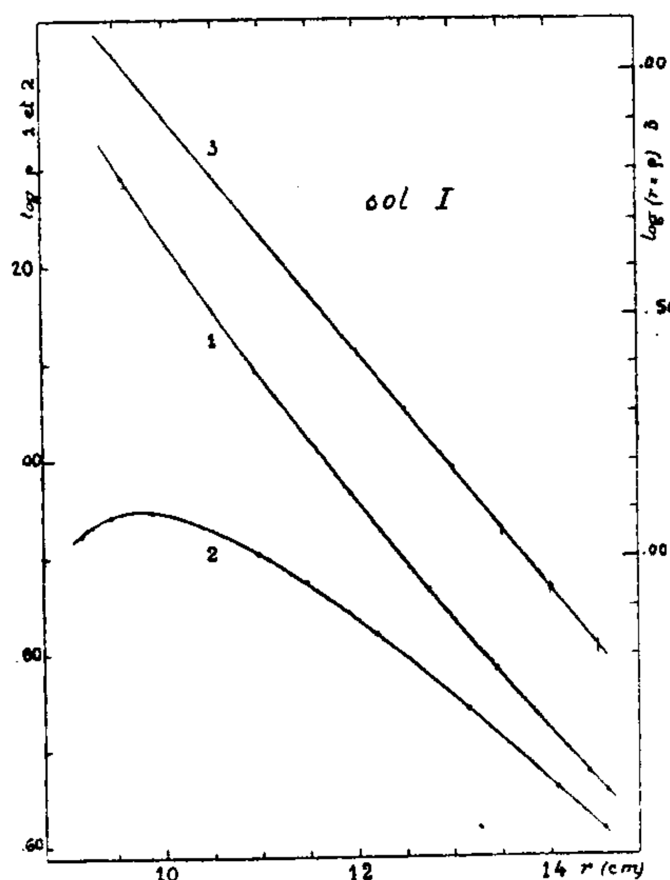


Fig. 1.

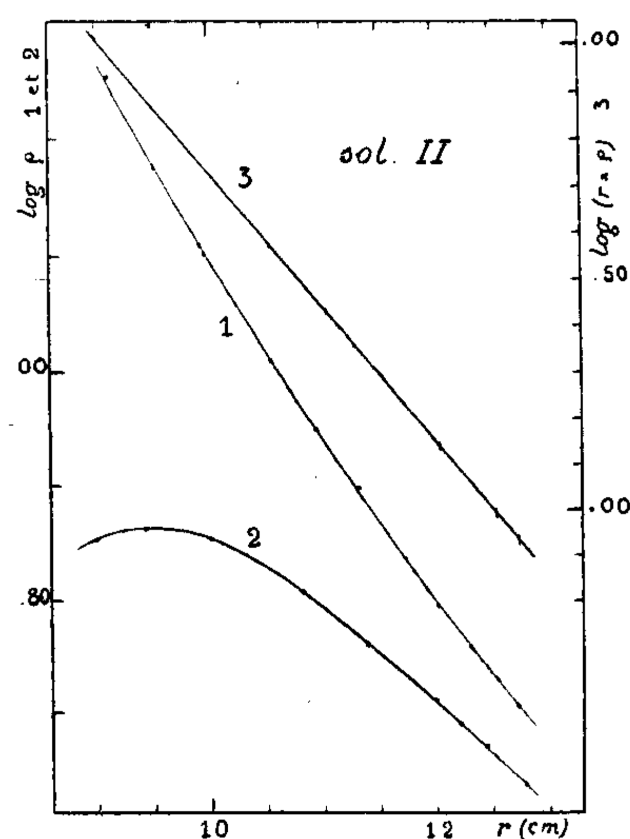


Fig. 2.

Par la même méthode et en utilisant le sulfate de cadmium, des mesures ont été faites dans des solutions aqueuses d'acide borique. Les précautions nécessaires pour éviter l'évaporation ont été prises. L'efficacité en a été contrôlée par des titrages chimiques répétés. En outre, les détecteurs utilisés étaient suffisamment protégés contre l'attaque de la part de l'acide par une couche très mince de vernis.

(*) Séance du 3 mai 1948.

([1]) Berthelot, Cohen et Reel, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 406.

Les figures 1, 2 et 3 (avec les mêmes notations que dans la Note concernant l'eau), se rapportant aux trois solutions étudiées, montrent que les données expérimentales sont en accord avec la loi de la diffusion. On peut donc en déduire la valeur de L dans chacune d'elles. Ainsi fut trouvé :

	Conc. en H_3BO_3 (g/l).	L (cm ± 1 %).
Solution I...........	4,395	$1,78_6$
» II..........	7,842	$1,48_6$
» III.........	11,53	$1,29_5$

On admet généralement pour L la formule théorique

$$L^{-2} = 3\Sigma n\sigma \Sigma n\sigma',$$

où n est le nombre de noyaux par centimètre cube de chaque espèce dans le milieu, σ la section efficace de capture et σ' la section efficace de diffusion de

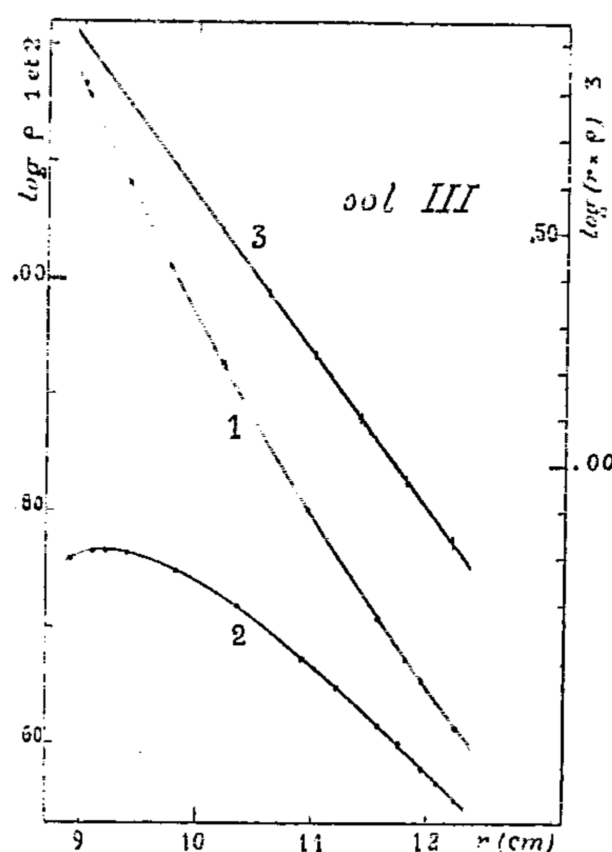


Fig. 3.

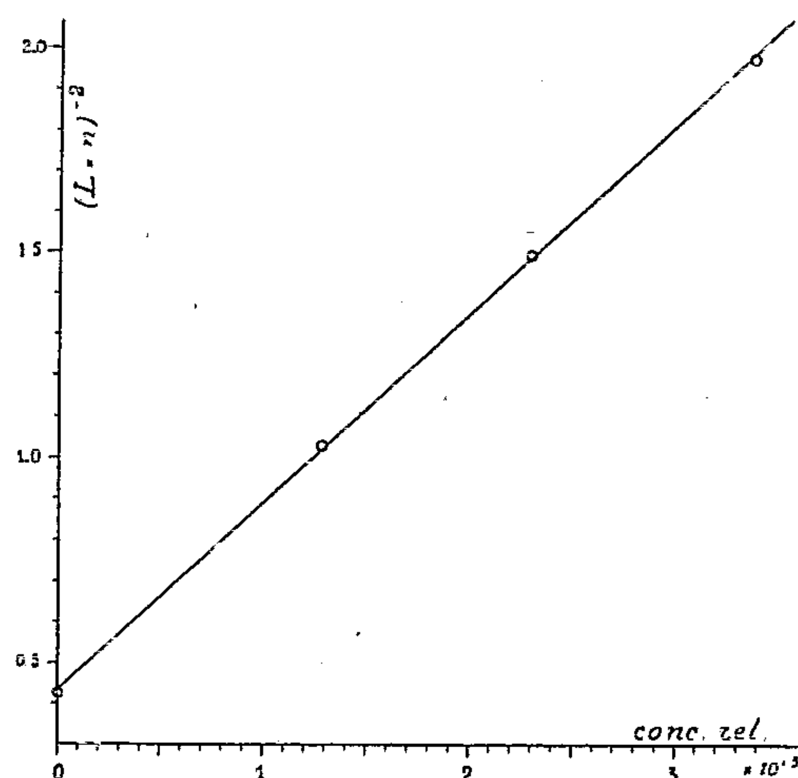


Fig. 4.

ces noyaux. Pour nos solutions, exprimons ces grandeurs pour les molécules H_2O et H_3BO_3; en négligeant la diffusion causée par les molécules H_3BO_3, la formule se simplifie et l'on en déduit aisément l'expression

$$(L n_{H_2O})^{-2} = 3\left(\sigma_{H_2O} + \frac{n_{H_3BO_3}}{n_{H_2O}}\sigma_{H_3BO_3}\right)\sigma'_{H_2O},$$

ce qui est une fonction linéaire de la concentration relative $n_{H_3BO_3}/n_{H_2O}$ de l'acide borique par rapport à l'eau. La figure 4 représente les quatre points résultant de nos mesures (l'eau distillée et les trois solutions).

Avec la même formule simplifiée et en comparant une solution à l'eau pure, on peut calculer le rapport $\sigma_{H_3BO_3}/\sigma_{H_2O}$ des sections efficaces de capture de l'acide

borique et de l'eau. Dans σ_{H,BO_3} on peut négliger la contribution de l'oxygène devant celle des autres noyaux, de sorte que de ce rapport on déduit facilement le rapport σ_B/σ_H des sections efficaces de capture du bore et de l'hydrogène. Avec les valeurs de L trouvées, on calcule pour les trois solutions (dans l'ordre I, II, III) les valeurs 2203, 2185 et 2151, soit en moyenne

$$\frac{\sigma_B}{\sigma_H} = 2180.$$

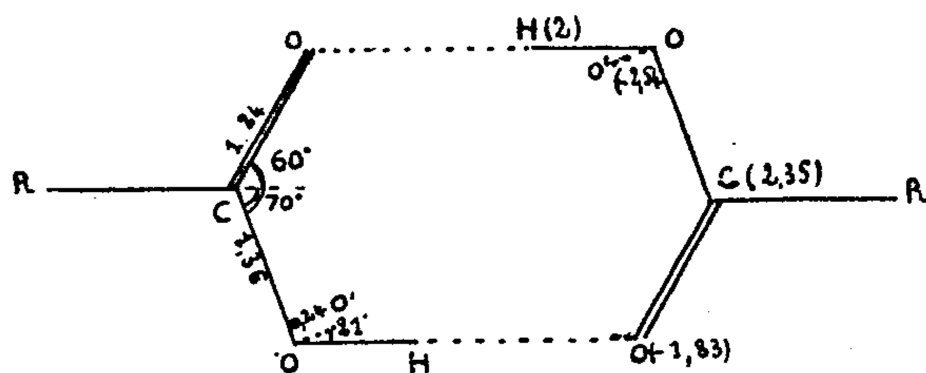
On peut estimer que l'erreur sur cette moyenne ne dépasse pas 3 %.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la théorie électrostatique de la liaison hydrogène dans les acides dicarboxyliques.* Note (*) de Mlle **Pauline Maladière**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans une Note précédente (¹) nous avons montré que la théorie électrostatique permet de comprendre certaines observations concernant le mode d'association des molécules d'alcool en solution.

Nous avons essayé de voir si cette théorie pouvait rendre compte des différents traits de la liaison hydrogène dans les acides carboxyliques, en particulier du déplacement de fréquence des vibrations de valence de O—H et C=O, de l'énergie d'association et de la fréquence de vibration symétrique des molécules l'une par rapport à l'autre.

Les distances interatomiques dans la molécule double ont été déterminées par J. Karle et L. O. Brockway (²) par diffraction des électrons (voir *figure*)



Pour la distribution des charges, nous avons dû faire des hypothèses. En effet, les seules conditions imposées par l'expérience sont les moments électriques des liaisons C=O (2,3 D), C—O (0,7 D), OH (1,6 D) et de la molécule entière (1,73 D) pour l'acide acétique. Elles ne suffisent pas à déterminer la distribution des charges d'une manière univoque. Nous avons admis que la liaison O—H était 42 % ionique, comme dans les alcools. On trouve alors que la liaison C—O doit être 11 % ionique, la liaison C=O, 38 % ionique, et que les charges ($\times 10^{10}$ u. e. s.) ont les valeurs indiquées sur la figure.

(*) Séance du 10 mai 1948.

(¹) P. Maladière et M. Magat, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 676.

(²) *J. Amer. Chem. Soc.*, 66, 1944, p. 574.

La méthode de calcul du déplacement de la fréquence a été donnée par Bauer et Magat ([3]). Dans la monomolécule de l'acide, la fréquence de la vibration O—H est de 3520 cm^{-1}, celle de C=O de 1768 cm^{-1} ([4]). Les énergies potentielles des groupes O—H et C=O non perturbées peuvent être décrites par les fonctions de Morse :

$$(U_m)_{O-H} = 110[1 - \exp\{2,13(0,97 - r)\}]^2 - 110 \text{ kcal/mol.},$$
$$(U_m)_{C=O} = 149[1 - \exp\{2,48(1,24 - r)\}]^2 - 149 \text{ kcal/mol.};$$

r, distance OH ou CO est exprimée en Å.

Dans la bimolécule, les actions électrostatiques sur l'H ou l'O constituent les énergies perturbatrices du premier ordre : $(U_e)_{OH}$ et $(U_e)_{CO}$. Les conditions de minimum des nouvelles énergies $(U_m)_{OH} + (U_e)_{OH}$ et $(U_m)_{CO} + (U_e)_{CO}$ donnent des distances d'équilibre O—H et C—O dans la bimolécule, auxquelles correspondent les fréquences suivantes : 3400 cm^{-1} pour OH et 1716 pour CO.

La perturbation du deuxième ordre (moment induit qui tend encore à augmenter les distances O—H et C=O et à diminuer les fréquences) est difficile à évaluer. Pour C=O elle est très faible, le champ perturbateur étant presque normal à la direction de la liaison. En la négligeant complètement, la fréquence calculée est en bon accord avec la fréquence expérimentale : calc. 1716 cm^{-1}, obs. 1701 cm^{-1} ([4]), 1739 cm^{-1} ([5]), 1712 cm^{-1} ([6]). Pour OH, on peut calculer cette perturbation comme on l'avait fait dans le cas de la glace, ou bien la négliger complètement, on obtient ainsi une limite inférieure et une limite supérieure de la fréquence : 3090 cm^{-1} et 3400 cm^{-1}, la première devant être la plus probable. Ces limites encadrent bien les valeurs expérimentales : 3125 cm^{-1} ([5]), 3030-3330 cm^{-1} ([4]).

La chaleur de dissociation de la bimolécule peut être évaluée par la formule $(1/2)D = -E(r) - (A/r^6) + (B/r^{16})$, où E est l'énergie électrostatique, A est la constante de London pour les forces de dispersion et B la constante de répulsion déterminée par la condition $dD/dr = 0$ pour $r = 2,76$ Å. On trouve ainsi $D = +10,2$ kcal/mol. Cette valeur est plus faible que la valeur expérimentale la plus probable, 16,4 kcal/mol ([5]).

Pour la fréquence de vibration intermoléculaire symétrique, nous trouvons 210 cm^{-1}. Cette fréquence n'a encore jamais été observée. Mais Halford ([7]) a déduit de l'entropie une valeur très voisine, comprise entre 193 et 264 cm^{-1}.

Nous pouvons donc conclure que la théorie électrostatique s'applique encore de manière satisfaisante à la liaison hydrogène dans les acides carboxyliques.

([3]) *J. de Phys.*, 8, 1938, p. 322.
([4]) Davies et Sutherland, *J. Chem. Phys.*, 6, 1938, p. 755.
([5]) Herman et Hofstadter, *J. Chem. Phys.*, 6, 1938, p. 534.
([6]) Richards et Thompson, *J. Chem. Soc.*, 1947, p. 1248.
([7]) *J. Chem. Phys.*, 14, 1946, p. 395.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les possibilités de liaison et d'orientation des molécules d'un liquide sur un solide. Épitaxie entre la kaolinite et l'eau.* Note (*) de M. **Charles Kiefer**, transmise par M. Louis Hackspill.

Les variations des propriétés physico-chimiques (viscosité apparente, stabilité, volume des sédiments, etc.) des suspensions argileuses en présence d'électrolytes nous ont conduit à envisager les possibilités d'une épitaxie entre la kaolinite et l'eau.

Les liquides polaires, pouvant posséder une structure et dont les molécules peuvent s'orienter sur les atomes superficiels des micelles, sont les seuls à donner des suspensions stables. La polarité est nécessaire mais non suffisante, la présence du groupement OH exalte la stabilité.

Liquide.	Moment dipolaire.	Diamètre équivalent de Stoocke (suspension kaolinite).
CCl_4	0.10^{-18}	164^{μ}
C_6H_6	0	220
$C_6H_5NH_2$	1,52	174
$C_5H_{11}OH$	1,66	94
C_2H_5OH	1,70	38
CH_3OH	1,66	27,6
HOH	1,87	3,2

Aucun liquide si voisin de l'eau soit-il, tel CH_3OH, ne peut l'égaler, car les conditions d'épitaxie entre la kaolinite et l'eau sont vérifiées.

La kaolinite cristallise dans le système monoclinique. Les bases 001 sont très développées. L'une est constituée d'atomes O, distants de 2,5 Å et formant un motif régulier d'hexagones et de triangles équilatéraux. L'autre base est constituée de groupes OH, distants de 2,94 Å, formant un assemblage compact (¹). L'eau posséderait une structure hexagonale, les ions H formant un tétraèdre régulier autour de chaque O (²). La place des plus proches voisins dans l'eau (³) varie de 2,90 Å à 1°,5 à 3,05 Å à 83°. Dans une structure du genre quartz (eau II) les O de l'eau sont distants de 4,5 Å environ (plan 001).

Les distances entre les O situés sur les bases de la kaolinite pris suivant une maille multiple sont de 5 Å. On pourrait considérer aussi, pour la base du feuillet Si_2O_5, un arrangement dans lequel 2O seraient distants de 4,4 Å, et où une molécule d'eau du liquide sur 3 n'aurait pas un O équivalent sur la

(*) Séance du 10 mai 1948.

(¹) Pauling, *Proc. Nat. Ac. Sc. Washington*, 1930, p. 123-578.

(²) Bernal et Fowler, *J. Chem. Phys.*, 1933, p. 1-515.

(³) Morgan et Warren, *J. Chem. Phys.*, 1938, p. 6-666.

base de la kaolinite. Les similitudes des réseaux, des atomes superficiels et des distances interatomiques montrent les possibilités théoriques d'une épitaxie. L'épitaxie entre un liquide et un solide sera d'ailleurs fortement facilitée par la mobilité des molécules du liquide et leurs facilités d'adaptation au réseau servant de support. Dans ce cas très spécial, si l'épitaxie peut être parfaite au contact, la régularité de l'édifice cristallin du liquide diminue évidemment lorsque la distance augmente.

Des expériences diverses concernant les propriétés physico-chimiques des suspensions aqueuses de kaolinite confirment cette hypothèse. Ce qui nous amène à considérer dans les pâtes et suspensions aqueuses d'argile, deux sortes d'eau : l'eau liée par épitaxie et l'eau plus ou moins libre de toute attraction. Ainsi la viscosité apparente dépend surtout de la teneur en eau libre, ce qui explique une partie de l'action des électrolytes, l'autre dépendant de la charge ([4]). La thixotropie se manifeste lorsque la suspension ne contient plus que de l'eau liée. La plasticité s'explique par le fait que le frottement entre particules est celui de l'eau sur l'eau. Les forces de cohésion intermicellaires sont assurées par l'intermédiaire de la structure d'eau. Les variations de volume des sédiments dépendent pour une part de l'importance de l'eau liée. Les variations relatives de l'eau liée et de l'eau libre sous l'action des électrolytes conduisent à des différences de retrait au séchage, etc.

Les conclusions expérimentales confirment l'existence d'une épitaxie, entre l'eau et la kaolinite prévue par des considérations théoriques. On peut de même prévoir qu'une épitaxie doit être possible entre l'eau et d'autres minéraux phylliteux ayant des structures superficielles analogues, par exemple l'halloysite, le talc, la montmorillonite.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Interférences de Liesegang et répartition individuelle des réactifs*. Note (*) de Mlle **Suzanne Veil**, présentée par M. Charles Mauguin.

Un précédent travail ([1]) sur les interférences de Liesegang, réalisées par confrontation de gouttes de nitrate d'argent sur gélatine bichromatée, a mis en évidence les *strates-frontières* de courbure opposée à celle des anneaux contigus, et susceptibles de limiter les domaines respectifs de précipitation, de part et d'autre d'une lacune intermédiaire incolore. Tandis que l'édification des strates-frontières a été reliée à l'avance extrême des diffusions antagonistes de NO_3Ag, la présente recherche a établi l'indépendance de ces formations à

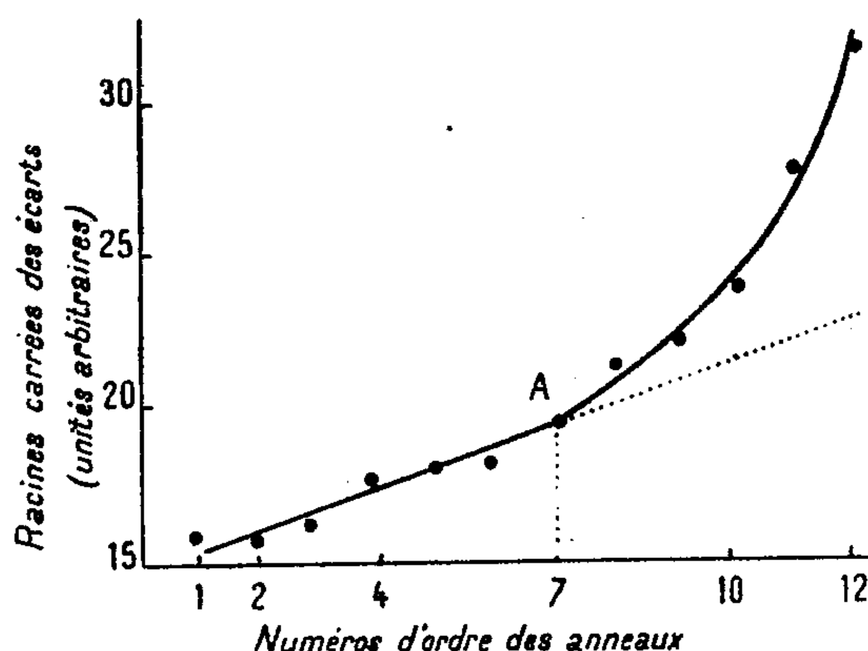
([4]) Ch. Kiefer, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1071.

(*) Séance du 3 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 434.

l'égard de la régression du $Cr_2O_7K_2$ sous l'action des affinités chimiques en œuvre.

L'examen a été entrepris par observations métriques. Lorsque, du point de vue de la loi générale de distribution (²), on considère les anneaux de l'un des systèmes, on constate que les plus proches de la lacune se trouvent étirés vers elle. La courbe représentative de la racine carrée des écarts interannulaires en fonction du numéro d'ordre (*fig.*) ne demeure, en effet, rectiligne que



Anomalie de distribution des derniers anneaux de chaque système.

jusqu'au point de discontinuité marqué A, après lequel elle tourne sa concavité vers les ordonnées positives. Conformément à des observations antérieures (³), touchant les anneaux de Liesegang obtenus sous gradient de concentration du réactif incorporé, tout se passe comme si, depuis le niveau correspondant au point A, il y avait, en direction de la lacune, appauvrissement progressif du gel en $Cr_2O_7K_2$, par succion des ions $Cr_2O_7^{--}$.

Afin d'estimer la profondeur de la succion, on compte sur le graphique le nombre des anneaux qui se rapportent au tronçon non rectiligne de la courbe, et l'on mesure, sur la préparation elle-même, la longueur de rayon correspondante. Par exemple, dans l'interférence dont il s'agit (bords de gouttes à $2^{cm},1$ l'un de l'autre, avec lacune intermédiaire incolore de $0^{cm},15$), on compte six anneaux distendus, couvrant une succion qui s'étend à $0^{cm},33$ en arrière de la strate-frontière. En d'autres termes, les succions croisées qui dépouillent la lacune la dépassent de part et d'autre à plus du double de sa largeur. L'ordre de grandeur d'un tel résultat met à l'abri de l'incertitude qui s'attache, tant à des mesures de longueur basées sur des numérations d'anneaux, qu'à la localisation toujours délicate de la discontinuité A sur la courbe. Sur la présente préparation, d'ailleurs, l'indépendance de la régression de $Cr_2O_7K_2$ à l'égard

(²) *Comptes rendus*, **191**, 1931, p. 282.
(³) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1771.

des strates-frontières se laisse déjà pressentir par une franche extension de la décoloration hors de la lacune.

L'analyse plane, en discernant dans l'interférence étudiée le comportement individuel de NO_3Ag et de $Cr_2O_7K_2$, a en même temps l'intérêt de séparer, dans une certaine mesure, les actions d'origine chimique et les processus de diffusion; et notamment de fournir des indications, au moins approximatives, sur les longueurs de gel intéressées par le jeu des affinités chimiques.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Formation d'acide bromeux dans les solutions argentiques de brome*. Note (*) de M. **Gabriel Sourisseau**, présentée par M. Paul Pascal.

Historique. — Richard ([1]), en 1906, avait cru préparer une solution d'acide bromeux pur par action de brome liquide en excès sur une solution saturée d'azotate d'argent. M[lle] Josien ([2]), en 1939, utilisant une méthode de trois dosages simultanés, a montré que, si l'on fait réagir un excès de brome sur une solution d'azotate d'argent, de l'acide bromeux, décelable à côté des acides hypobromeux et bromique, prend effectivement naissance. Dans une Note récente ([3]), nous avons rapporté les premiers résultats d'une étude cinétique des solutions argentiques de brome. Nous avons voulu les compléter grâce à la méthode des trois dosages cités ci-dessus dans le but particulier de déterminer si l'on avait ou non formation d'acide bromeux.

Méthode. — Nous n'avons pas pu adopter sans la modifier la méthode décrite par M[lle] Josien. Cette méthode comprend en effet un dosage du brome total après réduction par le sulfite de sodium en milieu acide. Or ce dosage exige pour donner des résultats corrects l'absence d'ions Ag^+ en excès dans la solution. Cette dernière condition n'est pas réalisée dans nos mélanges dont la concentration moléculaire est de la forme $a\mathrm{Br}_2 + b\mathrm{R} - \mathrm{Ag}$, avec $a/b > 1$. Il nous a donc fallu procéder, avant tout dosage, à l'élimination de l'argent en excès. Pour cela, la soude et les carbonates alcalins ne conviennent pas car ils donnent naissance à un précipité noir dont M[lle] Josien nous avait signalé l'existence, précipité non encore déterminé, mais qui entraîne en tout cas avec lui la presque totalité du pouvoir oxydant.

Nous nous sommes alors adressé au phosphate de sodium qui précipite tout l'argent sans provoquer de noircissement et qui laisse possible le dosage ultérieur des ions Br^- par la méthode de Mohr.

En conséquence, la méthode utilisée a été la suivante. Les mélanges étant constitués, les divers prélèvements faits à des temps marqués ont été additionnés immédiatement d'un léger excès de phosphate de sodium. Dans ces conditions,

(*) Séance du 10 mai 1948.

([1]) *Journal of Society Chemical Industry*, 25, 1906, p. 3.

([2]) *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 348.

([3]) Josien et Sourisseau, *ibid.*, 226, 1948.

tout l'argent étant précipité, on peut espérer avoir bloqué l'évolution du milieu. Il n'en reste pas moins que nous avons dû abandonner certains essais portant sur des solutions plus concentrées, et qui avaient présenté un dégagement ultérieur de brome. En milieu suffisamment dilué, par contre, il semble qu'on peut espérer de cette manière obtenir des renseignements révélateurs de la composition de la prise d'essai initiale. Avant de procéder aux différents dosages, il est encore nécessaire d'éliminer le précipité de phosphate d'argent. Pour cela, nous avons employé la centrifugation, la filtration sur papier ayant facilement pour conséquence une diminution du pouvoir oxydant en milieu alcalin.

Pour chacun des six mélanges à l'acétate d'argent :

Nos.		Nos.	
1...	0,0073 Br_2 + 0,020 CH_3COOAg	4...	0,005 Br_2 + 0,020 CH_3COOAg
2...	0,0103 Br_2 + 0,015 CH_3COOAg	5...	0,0075 Br_2 + 0,030 CH_3COOAg
3...	0,015 Br_2 + 0,030 CH_3COOAg	6...	0,0101 Br_2 + 0,040 CH_3COOAg

et des six mélanges à l'azotate d'argent :

7...	0,005 Br_2 + 0,010 NO_3Ag	10...	0,0055 Br_2 + 0,020 NO_3Ag
8...	0,010 Br_2 + 0,020 NO_3Ag	11...	0,0103 Br_2 + 0,040 NO_3Ag
9...	0,0251 Br_2 + 0,050 NO_3Ag	12...	0,025 Br_2 + 0,100 NO_3Ag

les prélèvements ont été faits, le premier au bout de 15 minutes, le deuxième après un temps de l'ordre de 12 heures, le troisième et le quatrième après 24 heures et 48 heures environ, enfin le dernier au bout de 150 heures, chacun des temps étant évidemment rigoureusement noté.

Résultats. — 1° La quantité d'acide hypobromeux va sans cesse en décroissant tandis que la quantité d'acide bromique croît sans cesse; 2° il n'apparaît pas d'acide bromeux dans les mélanges de grande vitesse relative. Les mélanges 4, 5, 6 n'en ont pas présenté, aux erreurs d'expérience près, ni non plus les mélanges 11 et 12; ces mélanges sont assez concentrés et la quantité de sel d'argent y est grande par rapport à la quantité de brome. Par contre pour tous les autres cas, c'est-à-dire aussi bien pour les mélanges plus dilués (mélange 10), que pour ceux où la quantité de sel d'argent est relativement plus faible (mélanges 1, 2, 3, 7, 8, 9), on observe une formation transitoire d'acide bromeux, la concentration en BrO_2H passant par un maximum pour disparaître complètement ensuite.

A titre d'exemple, voici le détail des résultats obtenus pour deux mélanges correspondant aux deux types cités.

Pour le mélange n° 8, les titres trouvés ont été les suivants en millièmes de molécule par litre d'acides hypobromeux, bromeux et bromique :

Au bout de 5 minutes..........	9,12	0,36	0,00
» 14 heures...........	7,94	0,84	0,06
» 23 » 30........	7,94	0,78	0,12
» 49 »	7,96	0,70	0,18
» 166 »	8,06	0,00	0,64

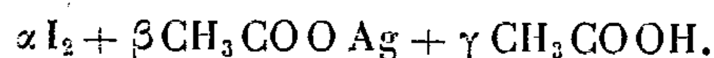
Et pour le mélange n° 5 :

Au bout de 5 minutes..........	6,08	0,00	0,48
» 15 heures 30........	4,22	0,00	1,12
» 20 »	3,24	0,00	1,48
» 46 »	2,64	0,00	1,64
» 165 »	1,52	0,00	1,84

Conclusion. — Les résultats précédents confirment la possibilité de doser simultanément, grâce à trois dosages, les acides hypobromeux, bromeux et bromique, et de déceler par ce moyen la présence de l'acide bromeux. La cinétique de la transformation de l'acide hypobromeux en acide bromique semble d'autre part pouvoir se faire suivant au moins deux processus différents, dont l'un au moins comporterait l'acide bromeux comme terme intermédiaire.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Décomposition de l'acide hypoïodeux dans les solutions argentiques d'iode. Variation de l'ordre à l'origine.* Note (*) de Mlle **Marie-Louise Josien**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans une Note précédente ([1]) nous avons étudié la vitesse de disparition du pouvoir oxydant, vis-à-vis de l'anhydride arsénieux alcalin, des solutions argentiques d'iode, rendues franchement acides par l'addition d'acétique libre et répondant à la formule moléculaire



$$\alpha I_2 + \beta CH_3COOAg + \gamma CH_3COOH.$$

Nous désirions généraliser notre étude, car nous savions déjà, par des résultats antérieurs ([2]), que l'influence de l'acidité sur cette réaction était particulièrement importante. L'acidité se révèle en effet comme un facteur d'accroissement de la vitesse, qui passe par un maximum pour des concentrations acétiques comprises entre 0,2 N et 0,4 N.

Méthodes. — L'étude des mélanges constitués sans acide acétique libre ($\gamma = 0$) est assez délicate. En effet, au bout de quelques minutes, la réaction n'admet plus d'ordre constant, ce que la méthode graphique de M. Letort ([3]), déjà signalée par M. Crespi ([4]), met en évidence très nettement. Sur le graphique $\log v = f(\log c)$, les points figuratifs ne décrivent plus une droite. Nous nous sommes alors attachée à obtenir un grand nombre de points, une quinzaine correspondant aux cinq premières minutes d'évolution ; de cette manière, nous avons pu faire une étude d'ensemble de l'ordre en fonction du temps et de

(*) Séance du 10 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 805.

([2]) *Annales de Chimie*, 11e série, 5, 1936, p. 225.

([3]) *Journal de Chimie physique*, **34**, 1937, p. 206.

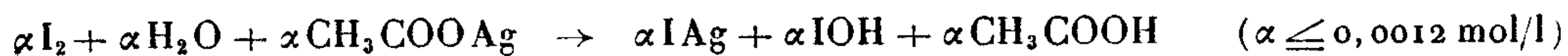
([4]) *Anales de la Sociedad Española de Fisica y Quimica*, **28**, 1930, p. 847.

l'ordre à l'origine pour des mélanges dans lesquels γ a varié depuis o jusqu'à 2 environ.

Résultats. — Les points acquis dès maintenant, et dont les détails paraîtront ailleurs, sont les suivants :

1° L'ordre en fonction du temps, aux erreurs d'expérience près, est toujours égal à 2, quelle que soit la valeur de γ, la plus grande acidité correspondait à une concentration de deux molécules CH_3CO_2H par litre.

2° L'ordre à l'origine des mélanges sans acide acétique libre ($\gamma = 0$) et où, par conséquent, il n'existe que la très petite quantité d'acide acétique mis en liberté par la réaction instantanée initiale



$$\alpha I_2 + \alpha H_2O + \alpha CH_3COOAg \rightarrow \alpha IAg + \alpha IOH + \alpha CH_3COOH \qquad (\alpha \leqq 0{,}0012 \text{ mol/l})$$

est par contre égal à 3. Nous avons trouvé ce chiffre dans deux séries de courbes tracées l'une à 26° et l'autre à 18°.

3° A partir d'une acidité correspondant à une addition d'acide acétique libre de 0,2 molécule par litre, l'ordre à l'origine reprend la valeur 2. Nous avons trouvé ce chiffre pour $\gamma = 0{,}2$; $\gamma = 0{,}4$; $\gamma = 1{,}48$.

4° Les mélanges correspondant à des acidités inférieures à 0,2 molécule CH_3CO_2H par litre présentent une décroissance progressive de l'ordre à l'origine au fur et à mesure qu'augmente l'acidité.

Pour les valeurs de γ égales à : 0; 0,0127; 0,0634; 0,203, nous avons trouvé respectivement pour l'ordre à l'origine les chiffres 3; 2,6; 2,1; 2.

Conclusion. — La disparition de l'acide hypoïodeux dans les solutions argentiques d'iode semble donc pouvoir se dérouler suivant deux mécanismes tout à fait différents, dont l'un serait particulier aux milieux neutres et l'autre aux milieux franchement acides. Le fait que l'ordre à l'origine passe alors de la valeur 3 à la valeur 2 manifeste nettement, nous semble-t-il, cette dualité de processus; cette diversité des mécanismes semblait déjà impliquée par l'existence d'un palier pour la courbe d'influence de l'activité sur la vitesse de disparition du pouvoir oxydant. Les variations de l'ordre à l'origine correspondent très nettement avec les diverses parties de cette courbe, déjà publiée, où figurent, en ordonnées, les pouvoirs oxydants résiduels, au bout d'un même laps de temps, de diverses solutions argentiques d'iode et, en abscisses, l'acidité respective de chaque solution. La première partie de cette courbe qui manifeste une diminution très rapide des pouvoirs oxydants résiduels pour un très faible accroissement de l'acidité correspond au passage de 3 à 2 de la valeur de l'ordre à l'origine; au contraire, le palier et la dernière partie de la courbe, lentement croissante, ne correspondent plus à aucun changement de l'ordre à l'origine.

Pour les milieux de faible acidité, on peut penser que la réaction ne se déroule pas, à l'origine, suivant un mécanisme unique; on se trouverait en

présence de deux processus simultanés, ce qui expliquerait les chiffres trouvés pour l'ordre à l'origine et qui sont intermédiaires aux deux valeurs 3 et 2 caractéristiques des milieux neutres et des milieux très acides.

MAGNÉTOCHIMIE. — *Sur le* « précipité blanc fusible » *du chlorure mercurique avec l'ammoniac*. Note (*) de M. **Jules Lamure**, présentée par M. Paul Pascal.

On sait que l'action de l'ammoniac sur une solution de chlorure mercurique peut donner deux sels très peu solubles : $Cl_2Hg, 2NH_3$ *précipité blanc fusible* et $ClNH_2Hg$, *précipité blanc infusible*.

Déjà, Kane en 1839 ([1]) attribuait au premier la formule dualistique $Cl_2Hg, 2NH_3$ pour exprimer son analogie avec un hydrate. Cependant, sa solubilité très faible dans l'eau alors que les constituants sont très solubles, l'hydrolyse facile en $ClNHg_2, OH_2$ même à la température ordinaire, l'action de la potasse qui ne précipite pas l'oxyde mais des produits divers, sa décomposition en $ClNH_2Hg + ClNH_4$ même en solution ammoniacale, (d'où la nécessité de le préparer en présence d'un grand excès de chlorure d'ammonium), devaient amener Rammelsberg ([2]), puis Pesci ([3]) à le représenter par la formule $ClNHg_2, 3ClNH_4$, en admettant l'existence de formes tautomères.

D'autre part, la possibilité de le préparer avec le gaz ammoniac sec, la perte d'ammoniac qui se fait de façon continue par élévation de température à partir de 135° ([4]) ont conduit Franklin ([5]), puis plus récemment François ([6]), à la suite d'une sérieuse étude de ses modes de formation et de sa décomposition thermique, à le considérer comme un produit d'addition de l'ammoniac analogue à ceux que donne ce gaz avec le chlorure d'argent ou aux hydrates.

Nous avons pensé que les mesures de susceptibilité magnétique pourraient nous donner quelques indications sur la nature de ce produit en le comparant aux sels analogues du bromure ou de l'iodure mercuriques.

Les combinaisons ammoniacales ont été préparées chaque fois, à partir de produits soigneusement purifiés, par action du gaz sec et par voie humide, d'après les techniques indiquées dans les mémoires des précédents auteurs. Le dernier mode de formation a été particulièrement contrôlé. En effet, il nous est arrivé souvent d'obtenir des mélanges, même en appliquant minutieuse-

(*) Séance du 10 mai 1948.

([1]) *Ann. Chim. Phys.*, 72, 1839, p. 337.

([2]) *Sitzber. Pruss. Akad.*, 33, 1888, p. 8.

([3]) *Gazz. Chim. Ital.*, 21, 1891, p. 569; *Zeit. anorg. Chem.*, 21, 1899, p. 361.

([4]) Duflos, *Arch. Pharm. Ital.*, 23, 1840, p. 311.

([5]) *J. Am. Chem. Soc.*, 27, 1905, p. 820; 29, 1905, p. 35.

([6]) *Bull. Soc. Chim.*, 45, 1929, p. 616 et 1008; 47, 1930, p. 559 et 825.

ment les méthodes proposées. Nous nous sommes imposé de ne faire les mesures que sur des produits microscopiquement homogènes et n'avons conservé que les résultats concordant à moins de 1 % près, quelle que soit la préparation. La principale difficulté a été de mesurer la suceptibilité du sel dérivé de l'iodure : il se décompose, en effet, beaucoup plus facilement que les autres et nécessite pour être stable une atmosphère d'ammoniac. Nous l'avons donc préparé seulement par voie sèche et sommes cependant arrivé à remplir de façon satisfaisante les tubes destinés aux mesures sans modification du sel.

Les susceptibilités des halogénures ont été mesurées avant les préparations. Notons en passant que le bromure préparé à l'obscurité a une susceptibilité nettement inférieure à celle du sel préparé à la lumière. En cela, il se comporte différemment des autres halogénures dont la susceptibilité reste constante même après plusieurs jours d'exposition aux radiations ultraviolettes. Nos manipulations ayant été faites à la lumière par la suite, nous avons cru pouvoir adopter la valeur obtenue dans ces conditions.

	$\chi_M . 10^6$.		$\chi_M . 10^6$.
Cl_2Hg	— 82,0	$Cl_2Hg, 2NH_3$ ...	— 99,9
Br_2Hg (obscurité) ...	— 94,8	—	—
Br_2Hg (lumière)	— 100,2	$Br_2Hg, 2NH_3$ ...	— 122,7
I_2Hg	— 128,6	$I_2Hg, 2NH_3$	— 166,1

Faute de pouvoir connaître la susceptibilité de NH_3, nous avons comparé ces différentes valeurs. Si ces corps étaient de simples produits d'addition analogues aux hydrates, il est évident que la différence de susceptibilité entre deux sels devrait être égale à celle des halogénures générateurs, comme il a déjà été montré pour certains hydrates [7].

D'autre part, la différence entre l'halogénure et la combinaison ammoniacale devrait rester constante d'un sel à l'autre. Or, elle varie de façon beaucoup supérieure aux erreurs possibles dans les mesures.

	$10^6 . \Delta\chi_M$ calculé.	$10^6 . \Delta\chi_M$ mesuré.
$\chi_{M\,(Cl_2Hg,\,2NH_3)} - \chi_{M\,(Br_2Hg,\,2NH_3)}$	$-18,4$	$-22,8$
$\chi_{M\,(Cl_2Hg,\,2NH_3)} - \chi_{(M\,I_2Hg,\,2NH_3)}$	$-46,8$	$-66,2$
$\chi_{M\,(Br_2Hg,\,2NH_3)} - \chi_{M\,(I_2Hg,\,2NH_3)}$	$-28,4$	$-43,4$

On a voulu comparer ces sels avec ceux que donnent certaines bases organiques, telles que les amines, avec les halogénures mercuriques. Nous avons préparé à cet effet le dérivé de l'aniline $Cl_2Hg, 2C_6H_5NH_2$ et avons trouvé qu'il se comporte comme un produit d'addition moléculaire contrairement aux combinaisons ammoniacales.

$$C_6H_5NH_2 \quad \chi_M = -62{,}5 . 10^{-6},$$

$$Cl_2Hg, 2C_6H_5NH_2 \quad \chi_{M\,(\text{calculé})} = -208{,}2 . 10^{-6}, \qquad \chi_{M\,(\text{trouvé})} = -209{,}6 . 10^{-6}.$$

(7) P. Pascal, A. Pacault et C. Janet, *Bull. Soc. Chim.*, 34, 1948, p. 325.

Si ces résultats ne peuvent fournir la susceptibilité de l'ammoniac dans ces sels et ne sont pas suffisants pour en déduire leur formule, ils montrent cependant qu'on ne peut affirmer catégoriquement que ces produits ont une structure aussi simple qu'on l'a proposé.

CHIMIE THÉORIQUE. — *L'étude de l'acénaphtylène et du fluoranthène par la méthode des diagrammes moléculaires de mésomérie.* Note (*) de M. **Camille Sándorfy.**

Dans une étude récente ([1]) nous avons établi les diagrammes moléculaires du dinaphtylène, composé aromatique découvert par H. Moureu, P. Chovin et G. Rivoal ([2]).

Comme dans le dinaphtylène, un carbone bloqué figure dans les corps plus simples que l'acénaphtylène et le fluoranthène et, pour cette raison, il nous semble qu'il y aurait intérêt à envisager le problème des dits corps, toujours par la méthode des diagrammes moléculaires de mésomérie ([3]), ([4]), ([5]), ([6]), ([7]), ([8]).

Des courbes de R. Daudel et de A. Pullman ([4]) qui représentent le poids total des formules in-, mono- et di-excitées en fonction du nombre de paires d'électrons π des différents corps aromatiques, on peut déduire les dits poids pour nos trois corps examinés. On obtient ainsi :

		Naphtalène.	Acénaphtylène.	Fluoranthène.
Formules	Inexcitées	0,53	0,32	0
	Monoexcitées	0,42	0,50	0,58
	Diexcitées	0,05	0,18	0,42

Ici nous avons négligé les formules tri- et plus excitées et ajouté les données du naphtalène ([9]) à titre de comparaison.

Avec ces poids nous pouvons construire les diagrammes moléculaires des indices en égalisant les poids des formules appartenant au même degré d'excitation (*fig.* 1).

Les énergies de résonance sont égales à 92 cal/mol pour l'acénaphtylène, et 125 cal/mol pour le fluoranthène (75 cal/mol pour le naphtalène).

(*) Séance du 26 avril 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1288-1290.

([2]) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 951-952.

([3]) R. Daudel et A. Pullman, *J. Phys.*, **7**, 1946, p. 59-64.

([4]) R. Daudel et A. Pullman, *J. Phys.*, **7**, 1946, p. 74-83.

([5]) R. Daudel et A. Pullman, *J. Phys.*, **7**, 1946, p. 105-111.

([6]) P. Daudel, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 947-948.

([7]) P. Daudel, R. Daudel, R. Jacques et M. Jean, *Rev. Scient.*, **84**, p. 1946, 489-492.

([8]) A. Pullman, *Thèse*, Paris; *Ann. Chim.*, **2**, 1947.

([9]) A. Sherman, *J. Chem. Phys.*, **2**. 1934, p. 488.

Il serait désirable de faire un calcul plus rigoureux selon la méthode de la mésomérie au moins pour l'acénaphtylène afin de pouvoir justifier la façon

Fig. 1.

d'établir les poids par le procédé que nous avons indiqué plus haut dans le cas particulier des corps traités ici.

Or, la complexité des calculs s'y oppose.

Il est donc nécessaire de procéder à des simplifications.

Nous avons essayé de constituer le déterminant séculaire selon la méthode de A. Pullman ([8]) qui consiste à superposer toutes les formules avec une seulement appartenant à chaque degré d'excitation. On varie ensuite ces dernières en prenant des formules contenant des liaisons de longueurs différentes, et l'on prend la moyenne des résultats obtenus.

Par cette méthode, on obtient dans le cas de l'acénaphtylène : respectivement 0,06, 0,12 et 0,82 pour les poids totaux des formules in-, mono- et di-excitées, en désaccord complet avec nos résultats antérieurs.

Pour résoudre la question, il faudrait employer la méthode de la mésomérie dans toute sa rigueur, c'est-à-dire écrire les formules canoniques ([10]) en admettant pour la molécule une numérotation symétrique.

On pourrait proposer comme numérotation symétrique (*fig.* 2).

Fig. 2.

On voit facilement que, selon ce schéma, les formules kékuléennes et mono-excitées ne sont pas canoniques et parmi les formules di-excitées, seules sont canoniques celles dans lesquelles des liaisons longues aboutissent aux sommets 3 et 9. L'indice de valence libre à ces sommets serait donc égal à 1 et par

([10]) G. Rumer, *Nach. der Ges. d. Wiss. zu Göttingen*, 1932, p. 337.

conséquent, les indices de liaison 1-3, 3-9 et 9-11 devaient être égaux à 0. Selon d'autres schémas, on aurait des indices de valence libre inférieurs à 1 aux dits sommets.

Or, selon le système choisi, on obtient des indices différents et il n'y a pas de comparaison possible entre eux, ni avec des résultats obtenus pour d'autres corps aromatiques. Il n'y a en effet aucun critère qui imposerait le choix d'un certain système canonique donné. Ainsi, le problème du calcul rigoureux de l'acénaphtylène reste irrésolu.

Ces incertitudes marquent en effet les limites de la possibilité de l'emploi de la méthode de la mésomérie, du moins en ce qui concerne les types de corps que nous venons d'étudier.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Structure électronique du thiazole et du benzothiazole.* Note (*) de M. **Jacques Metzger** et Mme **Alberte Pullman.**

Nous avons employé la méthode des orbites moléculaires, selon le mode opératoire indiqué par Wheland et Pauling (1), pour déterminer la distribution des électrons π dans le thiazole et le benzothiazole. Nous avons également construit les diagrammes de répartition des indices de liaison et de valence libre conformément à la systématique proposée par Coulson (2). Les valeurs des paramètres utilisés pour traduire les perturbations dues aux hétéroatomes sont les suivantes : l'azote est caractérisé par un coefficient $\delta_N = 2$ et $\delta_a = 0,25$, et le soufre par $\delta_S = 1$ et $\delta_a = 0,25$ (les δ_a étant placés sur les carbones adjacents à l'hétéroatome).

Une interprétation détaillée de la réactivité du thiazole et du benzothiazole, basée sur les résultats de nos calculs sera donnée plus tard, mais nous voulons néanmoins indiquer ici que malgré les difficultés que comporte l'introduction simultanée de deux hétéroatomes de caractère très différent, ces diagrammes fournissent une interprétation très satisfaisante du comportement général de ces molécules vis-à-vis de certains groupes de réactifs. Les diagrammes de charges peuvent être utilisés pour l'interprétation des réactions nucléo ou électrophiles : le défaut de charges, le plus prononcé sur le carbone 2, rend compte de la réactivité de cette position dans les deux molécules lors des réactions d'amination (3); l'excès de charges sur la position 4 du thiazole et sur les positions 7 et 5 du benzothiazole est en excellent accord avec le fait que la sulfonation se passe essentiellement sur ces positions. [Dans le benzothiazole le rende-

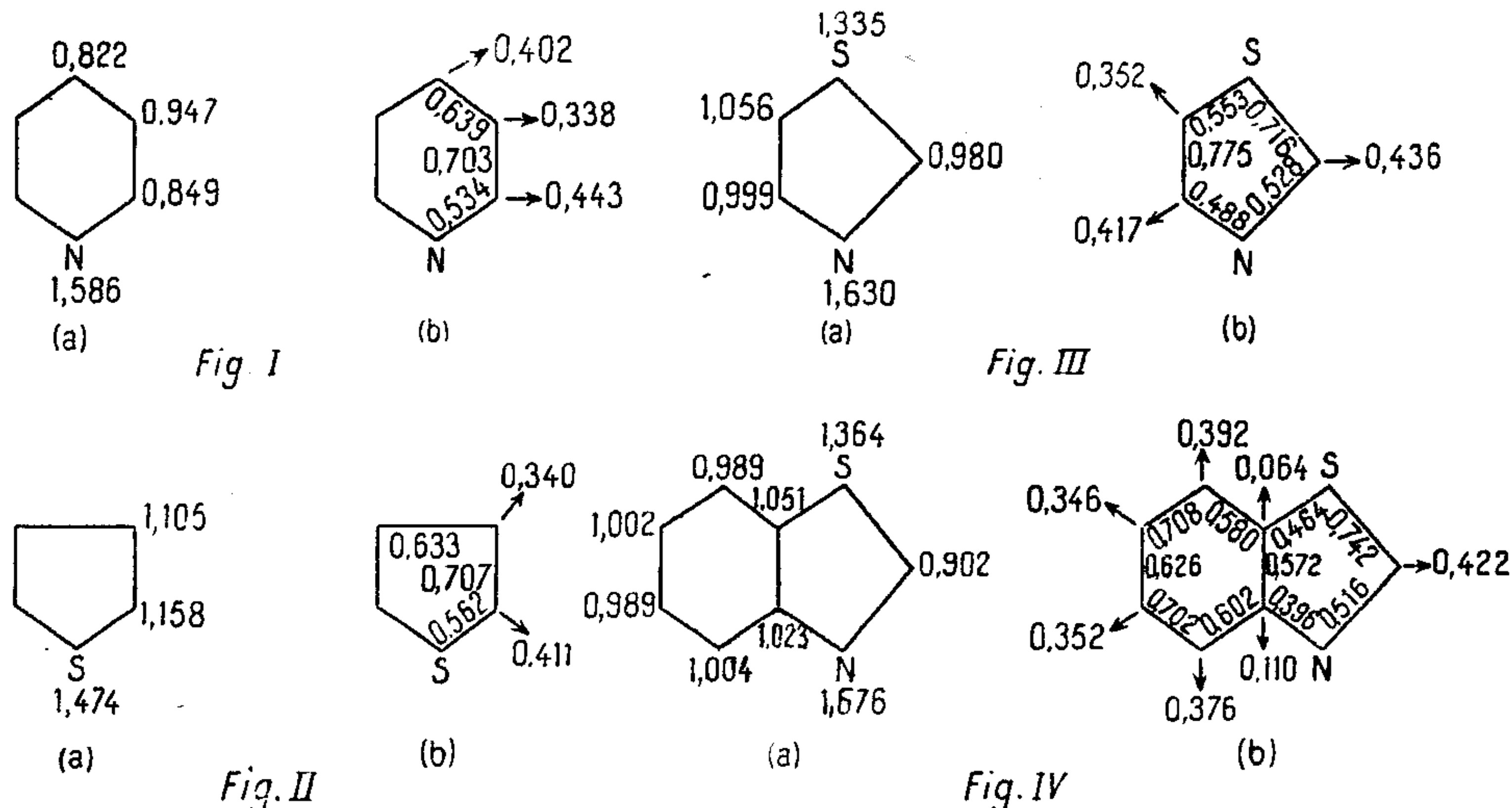
(*) Séance du 3 mai 1948.

(1) *J. Amer. Chem. Soc.*, 57, 1935, p. 2086.

(2) *Trans. Faraday Soc.*, 42, 1946, p. 106 et 265.

(3) Skraup, *Ann.*, 419, 1919, p. 65; Ochiai et Nagasawa, *J. Pharm. Soc. Japon*, 59, 1939, p. 43; Ochiai et Nishizawa, *Ibid.*, 60, 1940, p. 43.

ment est 65 % sur le carbone 7 et 28 % sur le carbone 5 ([4])]; le manque de réactivité du carbone 5 du thiazole doit être attribué à la valeur unitaire de sa charge électrique. D'autre part, la forte activation dans le thiazole du méthyle placé en 2 et le manque d'activation du méthyle placé en 5 ([5]) correspondent



Les figures I et II représentent les diagrammes de la pyridine ([6]) et du thiophène, et les figures III et IV ceux du thiazole et du benzothiazole construits à l'aide de ces données. (Sur toutes les figures, (*a*) indique le diagramme des charges et (*b*) le diagramme des indices.)

aux différences dans la possibilité de conjugaison de ce substituant, possibilité liée au défaut de charges du carbone portant le groupement extracyclique. C'est également à cette possibilité de conjugaison très prononcée, conférant un caractère notable de double liaison à la liaison C—Cl, que doit être attribuée la solidité particulière de cette liaison dans le chloro-2, benzothiazole ([7]).

La connaissance des indices de valence libre est d'une utilité particulière dans l'interprétation de réactions radicalaires, et telle doit certainement être la bromuration de ces composés à température élevée, en phase gazeuse, sur pierre ponce. On obtient dans les deux cas le dérivé 2-bromé([8])en accord avec la valence libre particulièrement élevée de cette position. La bromuration, en apparence plus difficile du benzothiazole, peut être attribuée à une décroissance

---

([4]) Erlenmeyer et Kiefer, *Helv. Chim. Acta*, **28**, 1945, p. 985; Rassow, Döhle et Reim, *J. für prakt. Chem.*, **93**, 1916, p. 187.

([5]) Mills et Smith, *J. Chem. Soc.*, **121**, 1922, p. 2724; Kondo et Nagasawa, *J. Pharm. Soc. Japon*, **57**, 1937, p. 909.

([6]) Longuet-Higgins et Coulson, *Trans. Faraday Soc.*, **43**, 1947, p. 87.

([7]) Hofmann, *Ber.*, **13**, 1880, p. 8; Lemons, Anderson et Watt, *J. Amer. Chem. Soc.*, **63**, 1941, p. 1953.

([8]) Wibaut et Jansen, *Rec. Tr. Chim. Pays-Bas*, **53**, 1934, p. 77; Jansen et Wibaut, *Ibid.*, **56**, 1937, p. 699.

de la valence libre, de la position 2 du thiazole, lors de l'adjonction du noyau benzénique. Finalement l'étude de la répartition des indices de liaisons apporte une solution de compromis au problème si longtemps débattu de la fixation totale ou partielle de doubles liaisons dans des positions privilégiées ([9]).

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les arséniates de cuivre.*

Note (*) de MM. **Henri Guérin** et **Robert Mas**, présentée par M. Paul Lebeau.

Parmi les arséniates de cuivre déjà signalés, seuls, les arséniates bicuprique : $As_2O_5.2OCu.3OH_2$ et tétracuprique : $As_2O_5.4OCu.OH_2$, ont été nettement caractérisés. L'absence de données précises, sur ces sels, étant d'autant plus regrettable que certains d'entre eux paraissent devoir être utilisés en phytopharmacie, il nous a paru intéressant d'étendre à ces composés les recherches effectuées par l'un de nous sur d'autres arséniates ([1]) et d'établir notamment le diagramme d'équilibre à la température ordinaire du système :



$$As_2O_5 - OCu - OH_2.$$

Nous avons préparé toute une série de solutions en équilibre vers 19° avec diverses phases solides, en soumettant à l'agitation jusqu'à réalisation de l'équilibre, d'une part, des mélanges en proportions variées d'hydroxyde de cuivre et d'acide arsénique, d'autre part, des mélanges résultant de l'addition de l'un des deux produits précédents à des suspensions aqueuses d'arséniates bi ou tétracupriques.

Après avoir déterminé la composition chimique des solutions obtenues, les sels en équilibre avec ces solutions ont été identifiés, soit par la méthode des restes, soit par l'analyse directe après dessiccation à l'air.

Les nombreux essais effectués ont permis de caractériser les sels cités dans le tableau ci-joint, où sont indiquées d'autre part, les compositions des solutions qui limitent leurs domaines respectifs de stabilité.

	Solution.			Rapport moléculaire
Phases solides.	% As_2O_5.	% OCu.	pH.	$\frac{OCu}{As_2O_5}$.
$As_2O_5.4OH_2$	–	–	–	–
$2As_2O_5.OCu.5OH_2$	71,40	0,0	–	–
	65,6	0,81	–	0,035
$2As_2O_5.OCu.7OH_2$	61,0	2,80	–	0,133
$As_2O_5.2OCu.3OH_2$	1,35	0,258	2,8	0,55
$As_2O_5.3OCu.4OH_2$	1,05	0,22	3,2	0,610
$As_2O_5.4OCu.OH_2$	0,0	0,0	7	–
$(OH)_2Cu$	–	–	–	–

([9]) Pour un résumé, *voir* A. Morton, *The chemistry of heterocyclic compounds*; Mc Graw Hill, *N. Y.*, 1946.

(*) Séance du 3 mai 1948.

([1]) H. Guérin, *Bull. Soc. Chim.*, 5, 1938, p. 1472-1478; *Ann. Chim.*, (9), 16, 1941, p. 101-153; *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 1004.

Les résultats obtenus conduisent aux conclusions suivantes :

1° Au contact des solutions très acides et dont la teneur en As_2O_5 est comprise entre 71,4 et 61,0 %, l'arséniate de cuivre stable est un *sel acide* caractérisé par un rapport $OCu/As_2O_5 = 1/2$ et par conséquent comparable à celui identifié précédemment dans l'étude des arséniates de baryum (*loc. cit.*).

Cet arséniate peut exister sous deux formes d'hydratation différentes : $2\,As_2O_5.OCu.5\,OH_2$ et $2\,As_2O_5.OCu.7\,OH_2$, se présentant en beaux cristaux bleus, actifs sur la lumière polarisée (angles d'extinction 8 et 41°,15 et 27°). Ces sels, non encore décrits jusqu'ici, sont très hygroscopiques et hydrolysables. Si, voulant éliminer la solution acide qui les souille, on les lave à l'éther anhydre, ils fournissent après dessiccation sur l'acide sulfurique le composé $2\,As_2O_5.OCu.3\,OH_2$;

2° L'arséniate monocuprique ne paraît pas exister;

3° L'arséniate bicuprique $As_2O_5.2\,OCu.OH_2.2\,OH_2$, cristallisé en belles tables bleu vert (angle d'extinction 13°), est stable dans un domaine très étendu (% de As_2O_5 compris entre 61,0 et 1,35 %). A chaud son hydrolyse fournit aisément de l'arséniate tétracuprique;

4° L'arséniate tricuprique $As_2O_5.3\,OCu.4\,OH_2$, constitué par de longs bâtonnets vert pomme, à extinction droite, est hydrolysable. La faible étendue de son domaine d'existence (As_2O_5 compris entre 1,35 et 1,05 %) rend sa préparation particulièrement délicate.

5° L'arséniate tétracuprique $As_2O_5.4\,OCu.OH_2$, qui constitue l'*olivénite* naturelle, est le seul arséniate de cuivre qui soit stable au contact de l'eau. Ses cristaux, de formes variées et de colorations allant du vert olive au blanc verdâtre, présentent des extinctions droites.

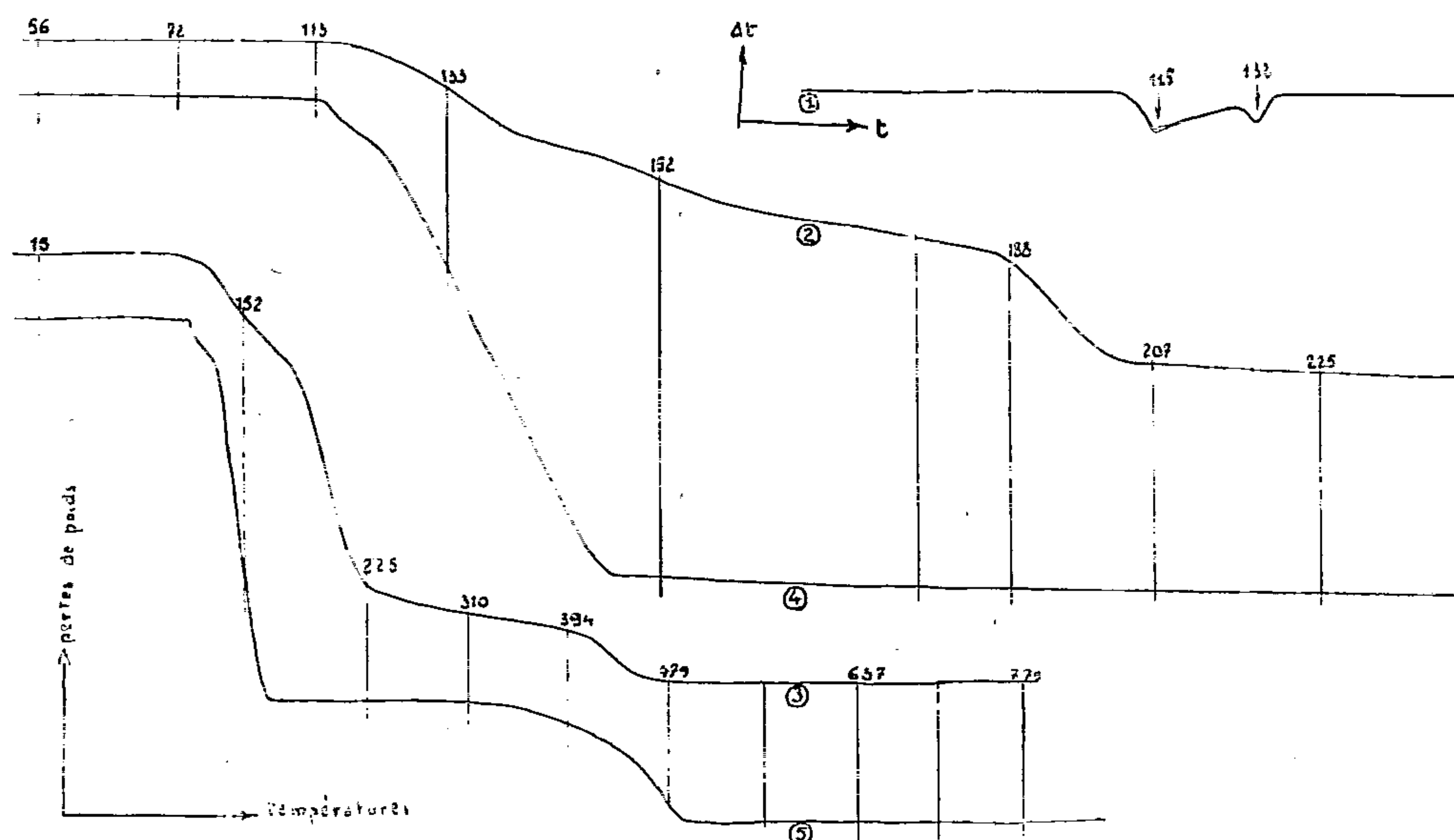
6° Il convient de souligner les difficultés rencontrées dans l'examen du domaine basique, par suite de l'existence à l'état *métastable* des arséniates bi-et tétracupriques, dans des régions correspondant normalement au domaine de stabilité de l'arséniate tricuprique.

7° Lorsqu'on attaque de l'hydroxyde de cuivre par de l'acide arsénique, dans le but de préparer des arséniates tri- ou tétracupriques, on observe : *a.* la formation initiale d'arséniate bicuprique; *b.* l'hydrolyse de ce sel et l'apparition d'un composé cristallisé, intermédiaire entre les arséniates tri- et tétracupriques; *c.* la transformation de ce sel intermédiaire en arséniate tricuprique ou en arséniate tétracuprique, suivant le rapport OCu/As_2O_5 de l'ensemble dont on est parti.

L'arséniate instable ainsi caractérisé est difficile à isoler à l'état de pureté par suite de la possibilité de chevauchement des phases *b* et *c*. Il correspond toutefois vraisemblablement au sel $2\,As_2O_5.5\,OCu.n\,OH_2$, qui apparaît dans certains essais de double décomposition et qui, du fait de son instabilité, se transforme, en présence des solutions salines résultantes, en ces sels complexes de couleur bleue, contenant des éléments étrangers.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la déshydratation du phosphate bicalcique.* Note (*) de M. **André Boullé**, présentée par M. Pierre Jolibois.

Le chauffage du phosphate bicalcique hydraté PO_4HCa2H_2O conduit successivement au phosphate anhydre PO_4HCa, puis au pyrophosphate $P_2O_7Ca_2$. Il est connu que le phosphate anhydre se prépare facilement en chauffant le phosphate hydraté soit en atmosphère humide (quelques heures à 110°), soit dans l'eau (quelques minutes à l'ébullition). Nous avons repris l'étude de la déshydratation de PO_4HCa2H_2O en nous aidant des courbes d'analyse thermique différentielle, des courbes d'analyse thermogravimétrique (thermobalance de Chévenard) et des spectres de rayons X (emploi du monochromateur de Guinier).



1° Les courbes d'analyse thermique différentielle présentent deux accidents consécutifs à 115° et 132° (courbe 1). Si l'on effectue une trempe entre ces deux températures, on obtient un produit en cours de déshydratation (donc difficile à peser avec précision); sa structure est celle du phosphate anhydre; après le deuxième accident, qui ne correspond pas à un changement de structure, la déshydratation est terminée: aucun des deux accidents n'est réversible.

2° Les courbes d'analyse thermogravimétrique obtenues dans les conditions habituelles présentent un certain nombre de changements de pente (courbes 2 et 3); l'allure générale des courbes restant la même, si l'on modifie la vitesse de chauffe, le stade PO_4HCa est atteint sensiblement à 225° (perte 19,6 à 19,8 %

(*) Séance du 10 mai 1948.

au lieu de 20,9); la déshydratation se poursuit ensuite lentement de 225 a 395° (courbe 3); puis rapidement de 395 à 450°, température à laquelle on aboutit au stade $P_2O_7Ca_2$. Le semi-palier qui s'étend de 225 à 395° correspond (d'après la mesure des pertes de poids et l'examen des spectres X) à la superposition de deux phénomènes : fin de la déshydratation du phosphate hydraté et début de la formation du pyrophosphate.

Les produits trempés aux températures correspondant aux changements de pente (courbe 2), 133, 156, 184 et 207, sont des mélanges de phosphate hydraté et de phosphate anhydre, mais l'examen des spectres X révèle dès le début du chauffage :

a. des modifications dans la structure hydratée se traduisant par la disparition de certaines interférences;

b. une intensité anormale des raies correspondant à la structure anhydre, si l'on tient compte de la faible proportion de phosphate anhydre dans le mélange, déduite de la perte de poids (produit obtenu à 133° en particulier, perte, 4,26 %.)

3° Les courbes d'analyse thermogravimétrique obtenues lors d'un chauffage en atmosphère humide (réalisé simplement en modifiant la forme du creuset) ont un tracé tout différent des précédentes (courbe 4); après un premier accident très marqué à 110°, le départ de l'eau est ensuite rapide et régulier jusqu'à 150°. Le produit trempé à 115° (perte 1,2 %) a un spectre X qui, comme précédemment, révèle un mélange de deux structures. Mais le produit trempé à 124° (perte 2,7 %) présente uniquement la structure anhydre et l'eau qu'il contient peut être ensuite éliminée en quelques heures dans le vide à froid.

Le stade PO_4HCa est sensiblement atteint à 150° et se manifeste par un palier vrai qui s'étend jusqu'à 300°, température à laquelle commence le passage au pyrophosphate.

L'ensemble de ces résultats peut s'interpréter par l'existence des deux transformations observées dans le réseau cristallin du phosphate bicalcique hydraté.

a. La première, partielle, ne correspond qu'à la disparition de certaines interférences; l'ensemble du réseau n'est pas modifié et il subsiste alors jusqu'à 200°.

b. La seconde, totale, correspond au passage dans des conditions déterminées de température et d'humidité au réseau du phosphate anhydre. Elle doit avoir pour conséquence la rupture des liaisons qui maintenaient les molécules d'eau dans l'édifice cristallin du phosphate hydraté. Ainsi peut-on expliquer l'intensité des raies caractérisant la structure anhydre dès le début de la déshydratation et l'élimination ultérieure facile de l'eau qui demeure incluse dans le produit aussitôt après la transformation. Elle ne peut être évitée même lors d'un chauffage dans le vide (en présence de P_2O_5); elle est due alors à la vapeur d'eau dégagée par le corps lui-même au cours de sa

déshydratation, mais dans ce cas la tension de vapeur est insuffisante pour provoquer le changement de structure de la totalité du produit.

Aussi lors d'un chauffage dans une atmosphère d'humidité mal définie, se trouve-t-on en présence d'un mélange de deux structures; son évolution se traduit par des courbes de pertes de poids difficiles à interpréter au premier abord.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la décomposition de l'eau oxygénée par le permanganate de potassium. Effet du* pH. Note (*) de Mlle **France Fouinat**, présentée par M. Paul Pascal.

En milieu basique $KMnO_4$ catalyse la décomposition de l'eau oxygénée selon l'équation $H_2O_2 \rightarrow H_2O + 1/2O_2$. Malgré son importance, la cinétique et le mécanisme de cette réaction sont peu connus [1]. Ainsi l'influence du pH n'a été étudiée que dans un faible intervalle par Mark [2] ou Lottermoser et Lehman [3] qui avaient trouvé un maximum de vitesse de décomposition pour $8,3.10^{-4}$ mol/l de NaOH. Nos recherches, faites dans un intervalle plus grand, confirment et précisent ces résultats.

Nous avons suivi la décomposition en mesurant l'oxygène dégagé. L'eau oxygénée était obtenue par dilution avec de l'eau tridistillée d'un perhydrol à 80 %, légèrement stabilisée avec H_3PO_4, et contenant des traces de H_2SO_4. La décomposition spontanée était de l'ordre de 1 % par jour. D'après Lottermoser et Lehman des résultats reproductibles [3] ne sont obtenus qu'en ajoutant les réactifs dans l'ordre : H_2O_2, $KMnO_4$, base ou acide; c'est celui que nous avons adopté. L'addition des deux derniers réactifs se faisait en moins d'une minute, le temps zéro étant pris au commencement de l'addition de $KMnO_4$. Une agitation régulière assurait une rapide homogénéisation. La température était de 25° C., la concentration en H_2O_2 était de 0,056 mol/l, celle de $KMnO_4$ de $1,15.10^{-4}$ mol/l. Nous classerons nos résultats d'après la quantité de base ou d'acide ajoutée plutôt que d'après le pH final.

On distingue, d'après la quantité de NaOH ou de H_2SO_4 ajoutée, les six domaines suivants :

1° $NaOH > 1,2.10^{-2}$ mol/l. La vitesse de décomposition est indépendante de la concentration en NaOH, $t_{50\%} = 25$ minutes, les résultats sont difficilement reproductibles. Un dépôt de MnO_2 est observé dans le récipient à la fin de l'expérience.

2° $0,318.10^{-2} < NaOH < 1,2.10^{-2}$ mol/l. La vitesse de la réaction croît

(*) Séance du 3 mai 1948.

(1) Broughton et Wentworth, *J. Amer. Chem. Soc.*, 69, 1947, p. 741-744.

(2) *Thèse*, Mark, Heidelberg, 1907.

(3) *Kolloïd Zeit.*, 29, 1921, p. 250-260.

quand la concentration de NaOH décroît, $t_{50\%} = 25$ à 4 minutes. Dépôt de MnO_2 ou coloration jaune à la fin de l'expérience.

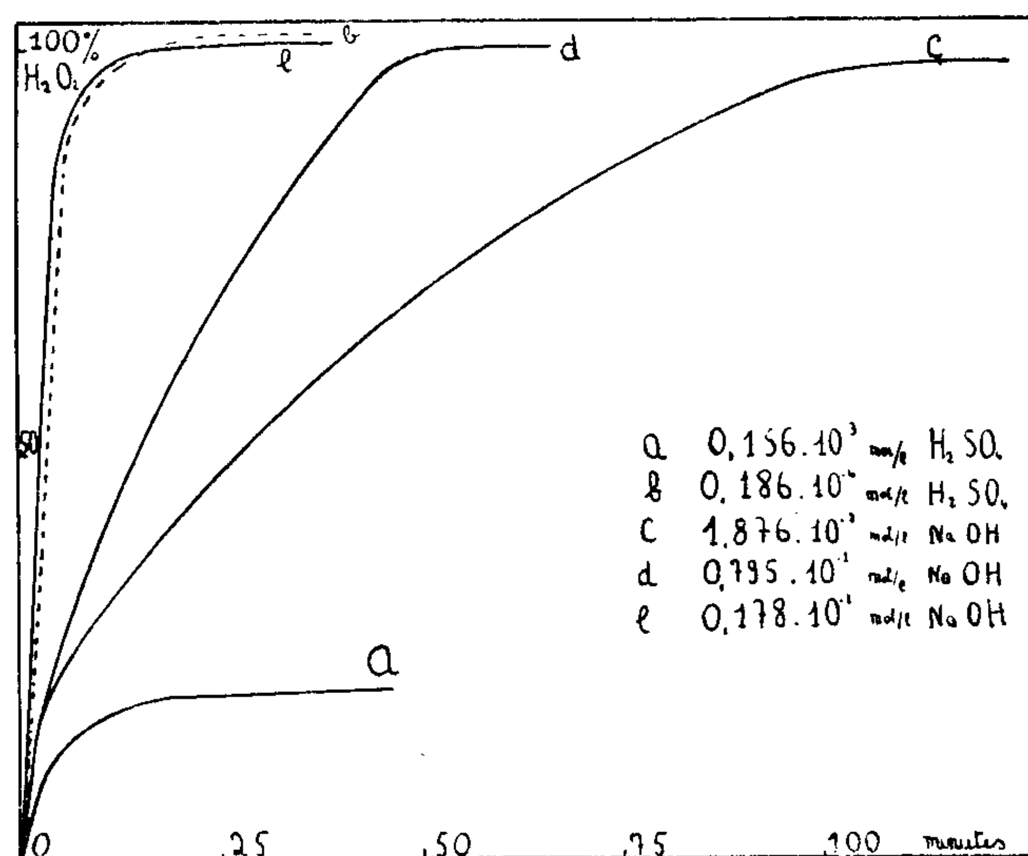
3° $NaOH < 0{,}318.10^{-2}$ mol/l et $H_2SO_4 < 0{,}1.10^{-3}$ mol/l. Temps de décomposition totale de l'ordre de 10 minutes, $t_{50\%} = 2$ à 4 minutes. Résultats reproductibles. Coloration jaune ou précipité de MnO_2.

4° $0{,}100.10^{-3} < H_2SO_4 < 0{,}130.10^{-3}$ mol/l., pH final 7 à 6,7. Décomposition totale; $t_{50\%} = 12$ minutes; on ne retrouve, à la fin de l'expérience aucun dépôt, ni suspension colloïdale de MnO_2.

5° $H_2SO_4 > 0{,}130.10^{-3}$ mol/l. La décomposition cesse d'être complète, le taux final décroissant régulièrement quand la concentration en H_2SO_4 augmente. De très faibles variations de la quantité d'acide produisent de très fortes variations du % décomposé : 80 % pour $0{,}134.10^{-3}$ mol/l, 30 % pour $0{,}138.10^{-3}$ mol/l en H_2SO_4.

6° A de fortes concentrations d'acide, la décomposition est stœchiométrique, mais l'arrêt de la catalyse n'est complet que si l'acide est ajouté avant le $KMnO_4$, car ce dernier en se décomposant donne KOH qui favorise la catalyse.

La figure 1 reproduit un certain nombre de courbes : % de H_2O_2 décomposé en fonction du temps, pour différentes quantités d'acide ou de base



ajoutées. Toutes les courbes partent de l'origine en ligne droite, la longueur de la droite étant d'autant plus grande que la vitesse de décomposition initiale est plus grande.

Il est admis en général que la catalyse de décomposition se fait sur la surface de MnO_2 colloïdal et que la réaction est la même, que le catalyseur soit ajouté à l'état de $KMnO_4$ ou de MnO_2 colloïdal.

La forme de nos courbes, en particulier la partie droite à l'origine suggère

une autre conception : la réaction de décomposition est une réaction en chaînes ramifiées, l'initiateur des chaînes étant formé en grandes quantités au début de la réaction, sa formation se ralentit ensuite et s'effectue à la surface de MnO_2. Ceci permet de comprendre l'existence dans un domaine de pH très étroit d'une décomposition complète et, par conséquent, catalysée malgré l'absence de MnO_2 colloïdal.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'absorption de l'oxyde de carbone par les solutions de carbonate cuivreux ammoniacal. Relation entre le cuivre bivalent et le* CO *sous forme complexe.* Note (*) de M. **Robert Duguet**, présentée par M. Paul Pascal.

Nous avons pu montrer, dans des Notes précédentes que le phénomène de l'absorption du CO par les solutions de carbonate cuivreux-cuivrique ammoniacal pouvait s'effectuer suivant quatre processus distincts, grâce auxquels le CO se trouverait fixé : sous forme physique par simple dissolution, sous forme chimique complexe déplaçable par le cyanure, sous forme oxydée à l'état de CO_2 et sous forme chimique complexe non déplaçable par le cyanure mais associé au cuivre dans un cathion, susceptible de migrations et destructible par le courant électrique.

Au cours d'un barbotage de longue durée, effectué dans les conditions expérimentales suivantes :

Durée du barbotage...........		78h
% CO gaz entrant.............		95%
Température barbotage........		33°
Volume de liqueur............		2000cm³
Composition par litre..........	Cu^{+} =	72g
	Cu^{++} =	89g
	CO_2 =	48l,7
	NH_3 =	275g

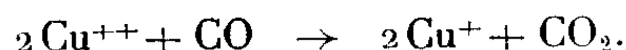
Les courbes de variation de chacune des trois formes facilement analysables du CO en solution permettent, par différence avec celle du CO absorbé, d'obtenir la courbe de variation du CO complexe masqué aux analyses ordinaires.

D'autre part nous avons été amené pour établir le rôle joué dans l'absorption par le cuivre bivalent contenu à tout moment dans une solution cuivreuse, à considérer les variations de différentes catégories de cuivre bivalent. En particulier nous avons cru devoir observer une distinction très nette entre le cuivre bivalent apparent en solution et le cuivre bivalent vrai.

Le premier, ou cuivre bivalent libre, donne sa coloration à la solution. Le

(*) Séance du 10 mai 1948.

second, ou cuivre bivalent total, est calculé à partir du Cu^{++} initial en lui ajoutant la différence entre l'enrichissement et l'appauvrissement en cours d'essai de cet élément. L'appauvrissement en Cu^{++} est lié à l'oxydation du CO en CO_2 suivant le schéma :



$$2\,Cu^{++} + CO \rightarrow 2\,Cu^{+} + CO_2.$$

L'enrichissement en Cu^{++} résulte de la transformation du cuivre monovalent et est accompagné d'une séparation de cuivre métallique suivant le schéma :



$$2\,Cu^{+} \rightarrow Cu^{++} + Cu^{0}_{\text{mét}}.$$

Mais, comme le montre le tableau, les variations du cuivre bivalent apparent, obtenues par simple colorimétrie, sont différentes de celles du cuivre bivalent total, obtenues par le calcul précédent. Les différences observées représentent les variations d'une fraction du cuivre bivalent qui échappe aux analyses.

Si l'on rapproche les quantités de CO et de Cu^{++} ainsi masquées et exprimées en molécules-grammes pour 1 litre de liqueur, on trouve que le CO fixé sous forme complexe non déplaçable par le cyanure est associé au cuivre bivalent de la liqueur dans le rapport de 1^{mol} de CO pour 1^{mol} de Cu^{++}.

TABLEAU.

Durée barbotage	0.	10.	18.	30.	50.	65.	70.	78.
Cu^{++} total	89	43,6	34,6	35,7	32,7	32,9	33,7	33,7
C^{++} libre	89	13	0	0,7	1,5	1,7	1,7	1,7
Cu^{++} (g/l)	0	30,6	34,6	35,0	31,2	31,2	32	32
masqué (mol g/l)	0	0,48	0,54	0,55	0,49	0,49	0,50	0,50
CO (g/l)	0	11	12,1	11,6	11,0	11,0	11,2	11,3
masqué (mol g/l)	0	0,49	0,54	0,52	0,49	0,49	0,50	0,50
$\frac{\text{CO (mol g/l)}}{Cu^{+}\text{ (mol g/l)}}$		1,02	0,99	0,94	1,00	1,00	1,00	1,00

Conclusion. — Un barbotage de longue durée de CO à travers une solution de carbonate de cuivre ammoniacal nous a permis de rapprocher deux phénomènes observés séparément dans de nombreux essais.

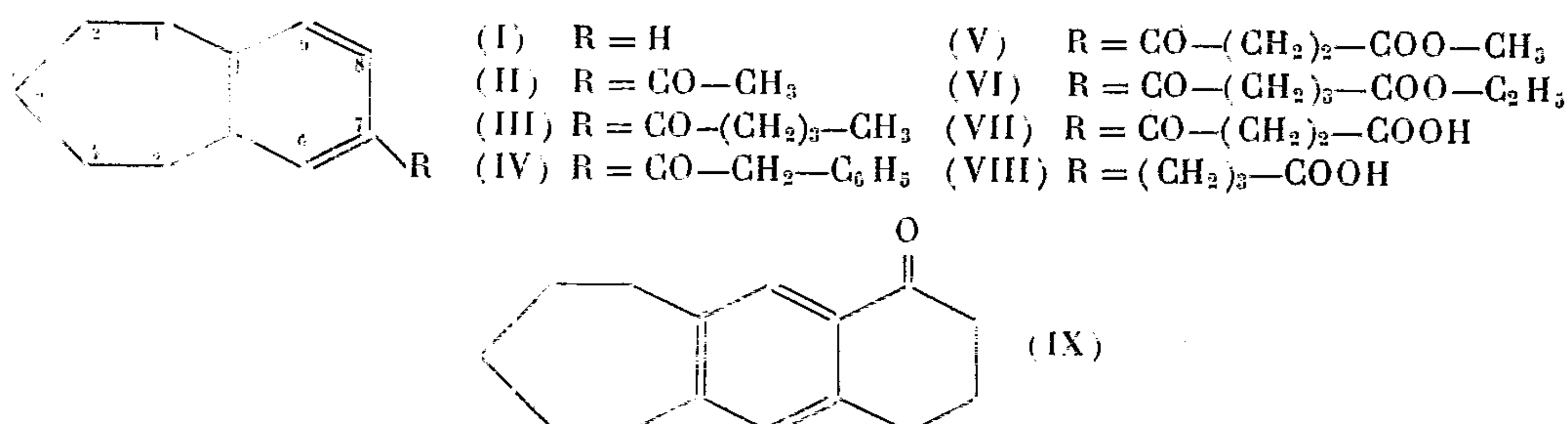
D'une part, nous avons été amené à admettre une nouvelle forme complexe sous laquelle la partie déficitaire du CO présent en solution serait masquée.

D'autre part, la décoloration et la recoloration progressive des liqueurs au cours des barbotages traduisent des variations du cuivre bivalent libre. Ces variations, compte tenu de la réduction classique par le CO du cuivre bivalent total, présent en solution, laissent supposer qu'une partie du cuivre bivalent, tout en demeurant toujours en solution, s'y trouve, elle aussi, dissimulée.

Les proportions comparées du CO et du Cu^{++} masqués conduisent à penser qu'une des phases du phénomène d'absorption serait liée à la formation d'un complexe d'addition dans lequel une molécule de CO serait fixée à une molécule de cuivre bivalent.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude du benzosubérane et de ses dérivés.* Note(*) de M. **Paul Cagniant**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'étude comparative des dérivés du benzosubérane (I), de la tétraline et de l'hydrindène présente un certain intérêt du point de vue théorique (effet Mills et Nixon) ([1]). Mais dans la bibliographie on ne trouve pas de renseignements sur le comportement de (I) vis-à-vis des réactions de substitution, et aucun dérivé cristallisé caractéristique n'est signalé. Seules ont été étudiées l'hydrogénation ([2]) et la déshydrogénation ([3]) de cet hydrocarbure. Dans le présent travail, nous étudions le comportement du benzosubérane vis-à-vis de la réaction de Friedel-Crafts. Dans ce but nous avons condensé (I) avec les chlorures des acides suivants : acétique, valérique, phénylacétique et obtenu les cétones correspondantes : acétyl-7 benzosubérane (II), valéroyl-7 benzosubérane (III) et phénacétyl-7 benzosubérane (IV). De même avec le chlorure-ester méthylique succinique et le chlorure-ester éthylique glutarique nous avons obtenu respectivement les esters β.7-benzosubéranoyl-propionique (V) et γ.7-benzosubéranoyl-butyrique (VI). La réduction de l'acide β.7-benzosubéranoyl-propionique (VII), selon Clemmensen, nous a conduit à l'acide γ.7-benzosubéranyl-butyrique (VIII). Nous avons pu cycliser le chlorure de cet acide au moyen de Cl_3Al en milieu sulfocarbonique, ce qui nous a donné la cétone cyclique (IX) ([4]) de structure univoque.



Rappelons que dans les mêmes conditions, la cyclisation de l'acide γ.5-hydrindyl-butyrique conduit également à une seule cétone alors que celle de l'acide γ.6-tétralyl-butyrique donne un mélange de deux cétones isomères. Enfin, nous décrirons la synthèse d'un nouveau dérivé du benzosubérane : le cyclopenténo-7.8 benzosubérane (X) à partir de l'hydrindène, suivant la voie

(*) Séance du 10 mai 1948.

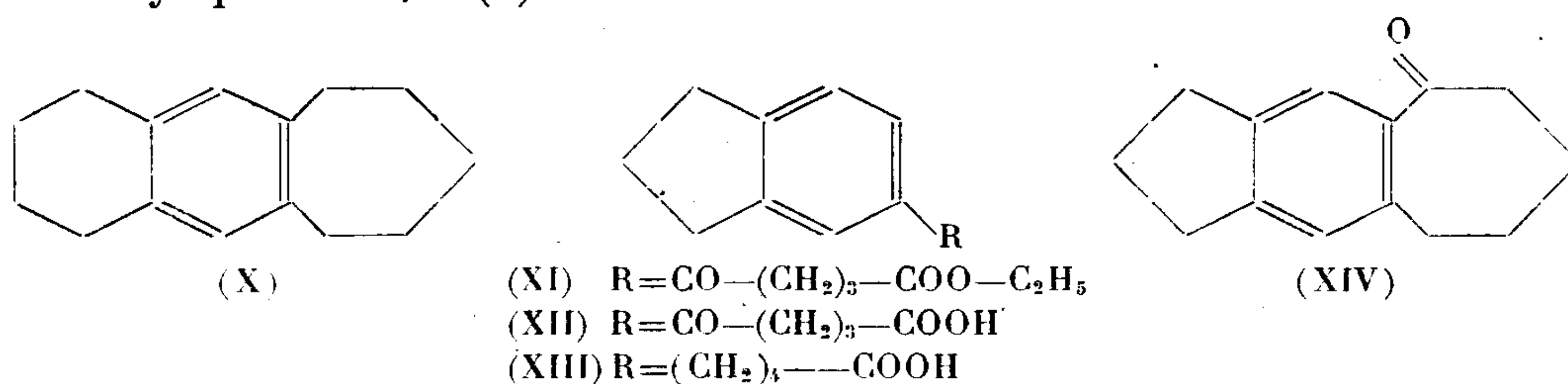
([1]) Buu Hoi et P. Cagniant, *Bull. Soc. Chim.*, (5), 10, 1943, p. 139, et P. Cagniant, *expériences inédites à publier.*

([2]) A. Plattner, *Helvetica Chimica Acta*, 27, 1944, p. 801.

([3]) J. V. Braun et Stuckenschmidt, *Ber. d. Chem. Ges.*, 56, 1923, p. 1725.

([4]) Pour l'étude de la condensation de cette cétone avec l'isatine et les arylaldéhydes, *voir* P. Cagniant, Thèse en préparation.

classique. L'hydrindène a été condensé, selon le procédé Friedel-Crafts, avec le chlorure-ester éthylique glutarique, ce qui nous a donné l'ester éthylique de l'acide γ.5-hydrindoyl-butyrique (XI), facilement saponifié en l'acide correspondant (XII). Nous avons réduit cet acide, selon Clemmensen, en acide δ.5-hydrindylvalérique (XIII). Le chlorure de cet acide se cyclise avec 41 % de rendement, sous l'influence de Cl_3Al et en milieu sulfocarbonique, en cyclopenténo-7.8 benzosubéranone-1 (XIV). La réduction de cette cétone, selon Clemmensen, donne quantitativement l'hydrocarbure (X) dont la structure est établie par oxydation permanganique en acide benzène tétracarboxylique-1.2.4.5 ([5]).



Description des corps nouveaux obtenus. — Benzosubérane (I), $C_{11}H_{14}$, $É_{15}$ 101°, $d_4^{13,5}$ 0,981, $n_D^{16,5}$ 1,5495. (I) semble un peu moins stable vis-à-vis de Cl_3Al que l'hydrindène et la tétraline, les rendements de la réaction de Friedel-Crafts étant inférieurs à ceux obtenus avec ces deux hydrocarbures. (II) $C_{13}H_{16}O$, $É_{22}$ 180°, huile incolore d'odeur agréable; semicarbazone $C_{14}H_{19}ON_3$, F_{inst} 216°, cristaux incolores (alcool). Condensation de (II) avec la méthyl-5 isatine : l'acide méthyl-6 benzosubéranyl-(7'.2) cinchoninique obtenu $C_{22}H_{21}O_2N$, F 190°, cristaux peu colorés (acide acétique), se décarboxyle facilement en méthyl-6 benzosubéranyl-(7'.2) quinoléine $C_{21}H_{21}N$, F 134°, cristaux incolores (alcool); picrate de cette base F_{inst} 199°, paillettes jaune citron (benzène). (III) $C_{16}H_{22}O$, $É_{18}$ 220°, n_D^{17} 1,5452, huile incolore; semicarbazone $C_{17}H_{25}ON_3$, F 179°, petits cristaux incolores (alcool). (IV) $C_{19}H_{20}O$, $É_{22}$ 257°, F 100°, cristaux incolores (alcool). (V) $C_{16}H_{20}O_3$, $É_{21}$ 240°, F 53°, cristaux incolores (éther de pétrole). (VI) $C_{18}H_{24}O_3$, $É_{13}$ 250°, liquide visqueux. Acide γ.7-benzosubéranoylbutyrique correspondant $C_{16}H_{20}O_3$, F 103°, plaques incolores (benzène); semicarbazone $C_{17}H_{23}O_3N_3$, F 203°, cristaux incolores (alcool). (VII) $C_{15}H_{18}O_3$, F 127°,5, cristaux incolores (benzène). (VIII) $C_{15}H_{20}O_2$, F 83°, cristaux incolores (éther de pétrole). (IX) $C_{15}H_{18}O$, $É_{15}$ 210°, F 55°, plaques onctueuses (éther de pétrole); semicarbazone $C_{16}H_{21}ON_3$, F_{inst} 262°, aiguilles incolores (alcool). (X) $C_{14}H_{18}$, $É_{32}$ 185°, F 17°, $d_4^{17,5}$ 1,031, $n_D^{16,5}$ 1,561, liquide incolore peu odorant. (XI) $C_{16}H_{20}O_3$, F 42°, petits cristaux incolores (éther de pétrole).

([5]) Pour l'étude de la cyclisation de l'acide δ.6-tétralylvalérique, *voir* P. Cagniant, *Bull. Soc. Chim.* (à paraître).

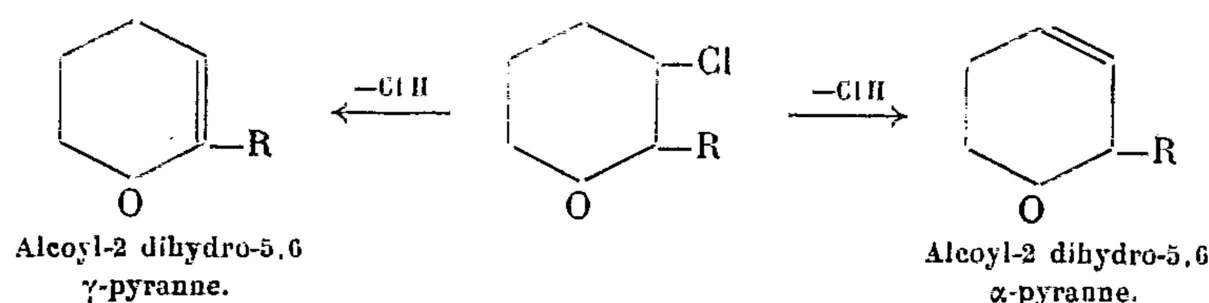
(XII) $C_{14}H_{16}O_3$, F 102°, cristaux incolores (benzène-éther de pétrole); semicarbazone $C_{15}H_{19}O_3N_3$, F_{inst} 221°, aiguilles incolores feutrées (alcool). (XIII) $C_{14}H_{18}O_2$, F 68°, cristaux incolores (éther de pétrole); amide correspondant $C_{14}H_{19}ON$, F 104°, petites paillettes brillantes incolores (benzène). (XIV) $C_{14}H_{16}O$, $É_{19}$ 199°, d_4^{20} 1,106, n_D^{20} 1,5782, huile incolore, d'odeur peu prononcée; semicarbazone $C_{15}H_{19}ON_3$, F_{inst} 240°, petits cristaux incolores (alcool).

L'étude de la chlorométhylation, de la nitration et de la sulfonation de (I) est en cours.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Application des alcoyl-2 chloro-3 tétrahydropyrannes à la préparation des alcoyl-2 dihydropyrannes et des alcools γ-éthyléniques.* Note (*) de M. **Olivier Riobé**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons montré précédemment ([1]) que la condensation des organomagnésiens avec le dichloro-2.3 tétrahydropyranne conduisait à un mélange de deux alcoyl-2 chloro-3 tétrahydropyrannes isomères, que nous avions désignés par les symboles α et β : une étude plus détaillée de ces composés nous a permis d'identifier ces formes α et β, respectivement avec les formes *cis* et *trans*.

Vis-à-vis des bases fortes, ces deux isomères se comportent différemment. En distillant lentement ces alcoyl-2 chloro-3 tétrahydropyrannes avec une solution d'hydroxyde de potassium dans le diéthylèneglycol, on obtient toujours un mélange des deux alcoyl-2 dihydropyrannes possibles



Alcoyl-2 dihydro-5.6 γ-pyranne. Alcoyl-2 dihydro-5.6 α-pyranne.

La différence considérable des vitesses d'hydrolyse des dihydropyrannes α et γ, signalée par R. Paul et S. Tchelitcheff ([2]), permet de déterminer aisément la composition du mélange. Sous l'action d'une solution concentrée et chaude de chlorhydrate d'hydroxylamine, le dihydropyranne γ s'hydrolyse en donnant l'oxime d'un alcool δ-cétonique, tandis que le dihydropyranne α demeure inaltéré. Le dosage de l'acide chlorhydrique libéré permet ainsi d'évaluer la proportion de l'isomère γ.

On trouve ainsi que les *cis*-alcoyl-2 chloro-3 tétrahydropyrannes donnent presque uniquement des dihydro-5.6 α-pyrannes, tandis que les isomères *trans*

(*) Séance du 10 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 334.

([2]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1722.

fournissent presque autant de dihydro-5.6 α-pyrannes que de dihydro-5.6 γ-pyrannes.

Alcoyl-2 chloro-3 tétrahydropyranne.		Alcoyl-2 dihydro-5.6 α-pyranne.	Alcoyl-2 dihydro-5.6 γ-pyranne.
$R = CH_3$	forme *cis*	96 %	4 %
	» *trans*	32	68
$R = n.C_4H_9$	» *cis*	96	4
	» *trans*	56	44

Vis-à-vis du sodium, au contraire, la seule différence de comportement des alcoyl-2 chloro-3 tétrahydropyrannes stéréoisomères est leur vitesse de réaction, la forme *trans* réagissant beaucoup plus vite que la forme *cis*. Mais nous n'avons pu fractionner les alcools γ-éthyléniques résultants ([1]), pas plus que leurs esters acétiques. Ceci nous permet de confirmer que l'on obtient ainsi, par cette méthode, un seul des deux alcools γ-éthyléniques stéréoisomères, dont c'est là le procédé de préparation le plus avantageux à l'heure actuelle.

Nous avons vérifié également que ces esters acétiques, par pyrogénation vers 550°, dans les conditions indiquées à propos de l'acétate de pentényle ([3]), ([4]), se prêtaient remarquablement bien à la préparation des carbures diéthyléniques-1.4 ([5]). Nous avons obtenu ainsi, avec un rendement moyen de 60 % :

L'*hexadiène*-1.4 C_6H_{10} ($É_{761}$ 66°, d^{16} 0,710, n_D^{16} 1,4167);
L'*heptadiène*-1.4 C_7H_{12} ($É_{772}$ 93°, D^{11} 0,730, N_D^{11} 1,4273);
L'*octadiène*-1.4 C_8H_{14} ($É_{749}$ 119°, D^{15} 0,742, N_D^{15} 1,4322);
Le *nonadiène*-1.4 C_9H_{16} ($É_{16}$ 40°, D^4 0,759, N_D^4 1,4411).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Polarité et empêchement stérique : transmission de l'influence des résonateurs par les doubles liaisons.* Note (*) de MM. **Charles Prévost** et **Henri Martin**, présentée par M. Paul Pascal.

En poussant à fond l'hypothèse émise par l'un de nous ([1]), on est amené à conclure à la transmission sans décrément des polarités et des pouvoirs résonateurs dans tous les systèmes hautement mésomères (polyéniques conjugués et assimilables).

Une conséquence de cette hypothèse est que deux molécules isomères synioniques doivent avoir la même fragilité, l'empêchement stérique imposant la plus

---

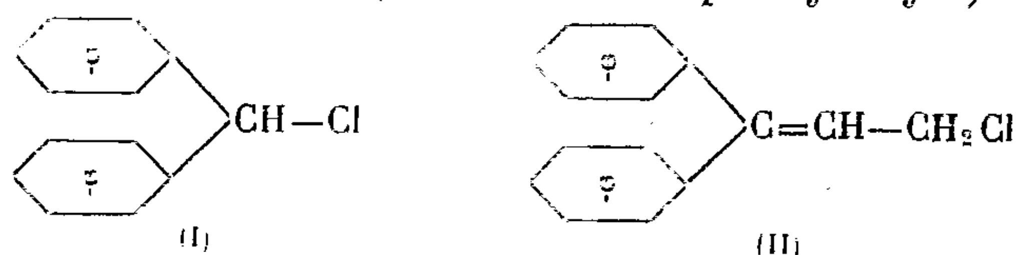
([3]) R. Paul et H. Normant, *Bull. Soc. Chim.*, **10**, 1943, p. 484.
([4]) R. Paul et S. Tchelitcheff, *Bull. Soc. Chim.*, **15**, 1948, p. 110.
([5]) R. Paul, *Bull. Soc. Chim.*, **14**, 1947, p. 171.

(*) Séance du 10 mai 1948.
([1]) C. Prévost, *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 357.

grande vitesse de réaction à celle qui est le moins encombrée au voisinage de la fonction, conséquence vérifiée par des expériences semi-quantitatives (*loc. cit.*).

On pouvait aller encore plus loin et penser que la fragilité d'une fonction ne dépendrait que du nombre des résonateurs présents dans la molécule et non de leur arrangement. Or on savait que l'accumulation de résonateurs sur le carbone fonctionnel augmente bien la réactivité selon les prévisions, mais que ces résonateurs en nombre croissant créent un empêchement stérique notable.

On pouvait donc espérer augmenter la réactivité du chlorure de benzhydryle (I) en unissant le chlore au carbone qui porte les deux groupes phényle par l'intermédiaire du groupe $=CH-CH_2$; la molécule résultante (II) $(C_6H_5)_2C=CH-CH_2Cl$ (chlorure de diphénylallyle) serait alors plus



réactive que le chlorure de benzhydryle, car on bénéficierait de l'influence des deux groupes phényle, de celle de la double liaison supplémentaire et d'une diminution de l'empêchement stérique. Si cette hypothèse était exacte, il serait possible, en accumulant des résonateurs en plus grand nombre, de dépasser la réactivité de toutes les molécules connues. Nous avons donc préparé, à titre de corps de référence, en plus des deux chlorures ci-dessus, le chloro-3 phényl-1 propène-1 (chlorure de cinnamyle primaire) et le chloro-1 phényl-1 propène-2 (chlorure de cinnamyle secondaire), et à un degré de pureté convenable le chlorure de benzyle et le chlorure d'allyle.

Nous avons déterminé les vitesses de réaction de ces corps sur le nitrate d'argent, molécule à molécule en solution acétonique, à —10°, ou à température plus élevée pour les chlorures les moins réactifs, le raccordement étant effectué grâce à une correction thermique évaluée en calculant le coefficient de température de l'une des réactions.

Toutes ces réactions semblent être du second ordre; on en conclut que l'ionisation du chlore n'est pas spontanée, mais provoquée par l'ion antagoniste (Ag^+ ou NO_3^-), c'est d'ailleurs une condition nécessaire à l'intervention de l'empêchement stérique. Nous avons donc pu calculer les constantes de vitesse K de ces réactions; la constance de K est en bon accord avec l'hypothèse d'une réaction bimoléculaire.

Chlorures.	$K.10^4$.
1. $C_6H_5-CHCl-C_6H_5$	71000
2. $(C_6H_5)_2-C=CH-CH_2Cl$	36000
3. $C_6H_5-CH=CH-CH_2Cl$	4700
4. $C_6H_5-CHCl-CH=CH_2$	1400
5. $C_6H_5-CH_2Cl$	6,8
6. $CH_2=CH-CH_2Cl$	0,9

Ces nombres permettent de conclure que (3) est plus réactif que (4); nous avons donc généralisé l'expérience de l'un de nous (*loc. cit.*) relative aux chlorures CH_3—CH=CH—CH_2Cl et CH_3—CHCl—CH=CH_2, l'effet d'un résonateur (C_6H_5) se transmet tout comme celui d'un groupe polaire (CH_3). Mais le chlorure (2) réagit un peu moins vite que le chlorure de benzhydryle, ce qui tendrait à prouver que la transmission de l'influence des radicaux phényles ne se fait pas sans décrément, contrairement à notre espoir.

De nouvelles expériences sont nécessaires pour élucider le mécanisme de la transmission de l'influence des résonateurs, et toute conclusion générale serait prématurée.

PÉTROGRAPHIE. — *Essai de classification minéralogique des terres et argiles céramiques.* Note (*) de MM. **André Rivière** et **Pierre Munier**, présentée par M. Charles Jacob.

La méthode des spectres d'argiles orientées, dans les conditions précisées par l'un d'entre nous (¹), a permis de constater la complexité de la phase argileuse de beaucoup d'argiles céramiques (²). Les raies suivantes peuvent être observées (valeurs moyennes) :

a. Kaolinite : 001, 7,1-7,2 Å; 002, 3,55-3,58 Å.

b. Minéral micacé (mica ou illite) : 001, 10,0 Å; 002, 4,97-5,02 Å; 003, 3,35-3,38 Å.

c. Minéral montmorillonitique indéterminé, dérivant probablement de l'illite par altération (²) : 001, 14,0 Å (raie large et floue). L'absence de certaines réflexions et la non-modification par interférence des raies caractéristiques des autres minéraux phylliteux présents semblant généralement exclure l'hypothèse d'une chlorite ou d'une vermiculite *sensu stricto*.

d. Montmorillonite typique : 001, 15,0-15,5 Å; 003, 5,0-5,1 Å (cette raie pouvant se confondre avec la raie 002 de l'illite); 005, 3,15-3,20 Å, souvent large et floue et ayant tendance à fusionner sur son bord interne avec 003 de l'illite.

L'étude de l'ensemble des spectres obtenus nous conduit à proposer la classification suivante :

1° *Argiles kaoliniques pures.* — Spectre réduit à 001 et 002 de la kaolinite. C'est le spectre de beaucoup de kaolins, d'un certain nombre d'argiles céramiques (parmi lesquelles des argiles à faïence) dont la caractéristique principale est généralement d'être *très réfractaires* (sauf présence d'impuretés et en particulier de fer).

(*) Séance du 10 mai 1948.

(¹) A. Rivière, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 5ᵉ série, 14, 1946, p. 463.

(²) A. Rivière, *Verres et Silicates industriels*, 13, 1, Bruxelles, 1948, p. 47.

2° *Argiles kaolino-bravaisitiques.* — Leur spectre réunit les raies 001 et 002 de la kaolinite 001, 002 et 003 d'une illite et 001 du minéral montmorillonitique (*c*). Il est donc analogue à celui des *argiles bravaisitiques complexes* banales, constituant le fond caractéristique de la plus grande partie des roches argileuses répandues à la surface du globe ([1]), mais la teneur en kaolinite est généralement plus élevée. Deux catégories sont à distinguer :

a. Kaolinite largement dominante; les propriétés sont alors peu modifiées, mais les argiles ne sont plus tout à fait aussi réfractaires. C'est, par exemple, le cas de nombreuses argiles céramiques de Provins, de Sézanne, de Dordogne.

b. Illite abondante. — Ce sont des *argiles grésantes*. Relativement pures, elles présentent, après cuisson, une teinte encore assez claire (argiles de Diou et de la Loire, etc.). Impures, surtout si elles sont riches en fer, elles sont vivement colorées à la cuisson et constituent la plus grande partie des *terres à briques et à poterie*.

Des paillettes micacées peuvent être parfois présentes dans toutes ces argiles.

3° *Argiles kaolino-micacées.* — Leur spectre réunit les *seules* raies caractéristiques de la kaolinite et d'un minéral micacé à 10 Å. Lorsque ce dernier est abondant, comme dans certaines argiles du Westerwald, elles constituent également des *argiles grésantes* qui, souvent, cuisent plus clair que celles de la catégorie 2, *b*. Les courbes de déshydratation montrent que le minéral micacé n'est pas une illite *stricto sensu*. Il est à noter qu'au moins pour certaines d'entre elles, le rapport Si/Al de la phase argileuse reste voisin de 1, comme dans la kaolinite, ce qui implique pour le minéral micacé une *composition voisine de celle de la muscovite*, sans que cela puisse nécessairement impliquer une identité absolue avec celle-ci.

4° *Argiles kaolino-montmorillonito-illitiques.* — Outre les raies caractéristiques de la kaolinite et de l'illite, elles présentent les raies 001 et 005 de la montmorillonite (la raie 003 de celle-ci se confondant avec 002 de l'illite généralement un peu décalée). Rares, ces argiles sont généralement trop impures pour faire autre chose que des terres à poterie. Elles ont souvent une plasticité élevée.

5° *Argiles kaolino-montmorillonitiques.* — Caractérisées par les seules raies de la kaolinite et de la montmorillonite, elles sont rares et passent aux montmorillonites impures, souvent plus ou moins kaoliniques.

6° *Argiles kaolino-halloysitiques et halloysitiques.* — Rares et d'ailleurs facilement identifiables en spectres D-S, elles se prêtent mal, par suite de la fragilité de l'halloysite, à une identification suivant la méthode des spectres d'argiles orientées (l'holloysite se transforme en méta-halloysite).

GÉOLOGIE. — *Au sujet des croûtes calcaires quaternaires.*
Note (*) de M. **Georges Choubert**, présentée par M. Paul Fallot.

D'une discussion récente sur la formation des croûtes calcaires quaternaires, il semble résulter que l'hypothèse de G. Gaucher ainsi que celle de A. Pomel, reprise par J. Flandrin, M. Gauthier et R. Laffitte, soient trop strictes et exclusives ([1]). Voici, quant au Maroc, quelques observations sur cette formation.

Age. — J. Bourcart a déjà montré que la croûte ne contient que des industries acheuléennes. Plus tard M. Antoine, R. Neuville et A. Ruhlmann ont établi que l'Acheuléen et le Levalloisien caractérisent au Maroc le cycle climatique et eustatique tyrrhénien. Le cycle suivant (ancien Monastirien=Grimaldien=Normannien), représenté par les limons rouges postérieurs à la croûte, n'a fourni que du Micoquien (Acheuléen terminal) et du Levalloisien très évolué, voisin du Moustérien (qui n'apparaîtra qu'au début du cycle flandrien).

Durée. — Il semble que les croûtes calcaires ont pu se former pendant la majeure partie de la durée du cycle tyrrhénien. Au bord de la mer, *la Petite Dune* et les grès roses qui la séparent de la *Grande Dune* ([2]) sont encroûtés. Le matériel des terrasses tyrrhéniennes des Oueds peut alterner avec des croûtes (ex. : tranchée de déviation de l'Oued Koukat à Louis Gentil). La croûte descend sous la mer. Elle ne cessa donc de se former que pendant la régression post-tyrrhénienne (l'avant-dernier pluvial).

Climat. — J'ai montré que le *climat de la croûte* s'intercalait entre deux phases de climat rubéfiant (du Milazzien et du Monastirien—Grimaldien) et se plaçait sur le maximum de la courbe climatique générale du Quaternaire ([3]). C'est donc *un climat particulier dans la gamme des paléoclimats rubéfiants* correspondant au maximum du facteur climatique qui détermine la rubéfaction. En effet, le résidu insoluble, après traitement de la croûte par HCl, est rouge. Par contre, ce n'est pas un climat d'accumulation comme celui des limons rouges car, malgré la longue durée de l'interpluvial tyrrhénien, l'épaisseur de la croûte ne dépasse pas 1^m. Ce devait donc être un interpluvial plus humide que les interpluviaux des autres cycles. Le fait que la croûte se développe au maximum dans la zone côtière atlantique et dans les zones influencées par le climat méditerranéen corrobore ces déductions. Ce climat devait être relativement chaud. Je suppose qu'il était le plus chaud de tous les paléoclimats quaternaires, ce qui est en accord avec la réapparition des faunes marines chaudes. Enfin, une des caractéristiques des climats rubéfiants en

---

(*) Séance du 10 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 133 et **226**, 1948, p. 416.

([2]) G. Choubert et J. Marçais, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1645.

([3]) G. Choubert, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 511; G. Choubert et G. Bryssine, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 863.

général est une altération des roches incomparablement plus rapide qu'à l'époque actuelle. La quantité de limons qui ont recouvert le Maroc au Milazzien, puis au Monastirien—Grimaldien est immense. On doit admettre une hydrolyse extrêmement intense provoquée par les eaux superficielles, ce qui implique *une teneur de l'atmosphère en* CO_2 *plus forte qu'actuellement.* Elle devait être à son maximum pendant le *climat de la croûte*, ce qui est en accord avec cette masse extraordinaire de calcaire qui s'est déposée en surface.

Distribution. — La majeure partie du Maroc est encroûtée. L'encroûtement dépend des facteurs climatique, lithologique et morphologique :

a. Il est favorisé par les influences maritimes : dans le Sud (Anti-Atlas, Dra), la distribution des croûtes est sensiblement la même que la distribution actuelle des Euphorbes et de l'Arganier.

b. La croûte est plus puissante sur les formations calcarifères meubles (dépôts quaternaires) ou tendres (marnes, marno-calcaires, grès calcaires); les roches siliceuses et argileuses, ainsi que les calcaires massifs et les dolomies, sont défavorables à l'encroûtement.

c. La croûte se forme plus facilement sur des surfaces aplanies et subhorizontales que sur les pentes. Elle est mieux développée dans les plaines et sur les plateaux, rare en montagne.

Dans les conditions climatiques optima (zones côtières) tout le relief est encroûté. Le Paléozoïque des Jebilet et des Réhamna tend à s'encroûter dès qu'on approche des buttes témoin du Crétacé ou de la bordure pliocène. Dans le Sous, des collines de schiste et de quartzite émergeant de la plaine sont couvertes de croûte. Dans les Doukkala les limons inférieurs argileux sont de plus en plus encroûtés en s'approchant de la bordure des Rehamna, etc. Dans les zones à climat de plus en plus sec l'influence des facteurs lithologique et morphologique devient primordiale. La croûte ne se forme alors plus que près des oueds et dans les zones aplanies (regs, terrasses, etc.), caractérisées par une humidité permanente suffisante et par la présence de calcaire sur place ou au voisinage immédiat. Aux approches du désert toute trace de croûte disparaît : la Hammada du Guir est encore encroûtée, celle du Taouz, ainsi que celle du Dra, à l'Est de Merkala, ne le sont plus.

Conclusions. — Il semble donc que tout ce qui fut dit ou écrit sur l'origine de la croûte comporte une part de vérité : tous les processus d'encroûtement, évoqués par les auteurs, ont pu avoir lieu, car toutes les eaux de cette époque curieuse étaient riches en CO_2 et contenaient du calcaire en solution. Ce calcaire se déposait partout et dans des conditions très diverses. Il n'y eut pas un seul processus de formation de la croûte, mais une infinité de processus conjugués et parallèles, dans lesquels l'alération des roches calcarifères a joué un très grand rôle. Partout où il y avait assez d'eau et de calcaire, des croûtes se sont formées. Seules les zones désertiques sans eau, ou les zones aux eaux uniquement siliceuses, sont complètement exemptes de croûtes calcaires.

OCÉANOGRAPHIE. — *Le rech Lacaze-Duthiers, cañon sous-marin du Plateau Continental du Roussillon.* Note (*) de MM. **Jacques Bourcart, Alain de la Bernardie** et M[lle] **Claude Lalou.**

Le problème que posent les *cañons sous-marins*, profondes incisures dans le bord du Plateau Continental, connues dans le monde entier, a suscité de nombreuses recherches de la part des océanographes américains : Shepard ([1]) et Stetson ([2]) et d'importantes discussions théoriques de savants hollandais : Kuenen ([3]) et Umbgrove ([4]). De très belles cartes en ont été levées par le *Coast and Geodetic Survey*.

La plus anciennement connue de ces vallées sous-marines est le Gouf de Cap Breton; mais celles du Roussillon ont été découvertes, et sommairement levées, dès 1893 par Georges Pruvôt ([5]) qui leur a donné le nom de *rechs* ([6]). Le Comité d'Océanographie et d'Étude des Côtes de la Marine Nationale nous a chargés d'en entreprendre l'étude à tout point de vue. Une première reconnaissance en 1946 ([7]) nous avait permis de nous rendre compte de la forme générale du plus accessible de ces cañons, le rech Lacaze-Duthiers, au large de Port-Vendres et de Banyuls. En 1947, à bord du *Chasseur* 142, après avoir délimité l'enveloppe de la vallée, afin de n'en laisser échapper aucun affluent, nous avons exécuté avec un sondeur enregistreur une série de coupes transversales (figurées en trait plein sur la figure).

Un autre rech, plus à l'Est, soupçonné par Pruvôt, et qui paraissait être un affluent, a été également reconnu. Mais la trop grande distance des points de relèvement sur la côte n'ayant permis que de naviguer à l'estime, les courbes bathymétriques n'ont été figurées qu'en pointillé.

Le rech Lacaze-Duthiers se présente sous la forme d'une vallée rectiligne de direction d'abord N 1/4 NW-S 1/4 SE; puis à partir du parallèle de Cerbère, il s'infléchit vers l'E-SE. Il est encadré au NE par le rech dont il vient d'être parlé, au SW, par le « Rech du Cap » de Pruvôt, très près des eaux territoriales espagnoles, qui n'a pu être exploré. Dans les 23^{km} reconnus, la vallée est étroite : 4^{km} à $4^{km},8$ jusqu'au parallèle d'Argelès (prof. -520^{m}), puis s'élargit progressivement jusqu'à 9^{km}. Dans la première partie, jusqu'à 400^{m}, sa forme transversale est en V. Deux parties, ensuite, se distinguent dans le

---

(*) Séance du 10 mai 1948.

([1]) *American Journ. Sci.*, (5), **27**, 1934, p. 24-36.

([2]) *Bull. Geol. Soc. of America*, **47**, 1936, p. 339-366.

([3]) *Verh. d. Koninkl. Nederland. Akad. v. Wetensk; Afd. Natuurk.* 2e Sect. XLIII, n° 3, 1947, p. 1-68.

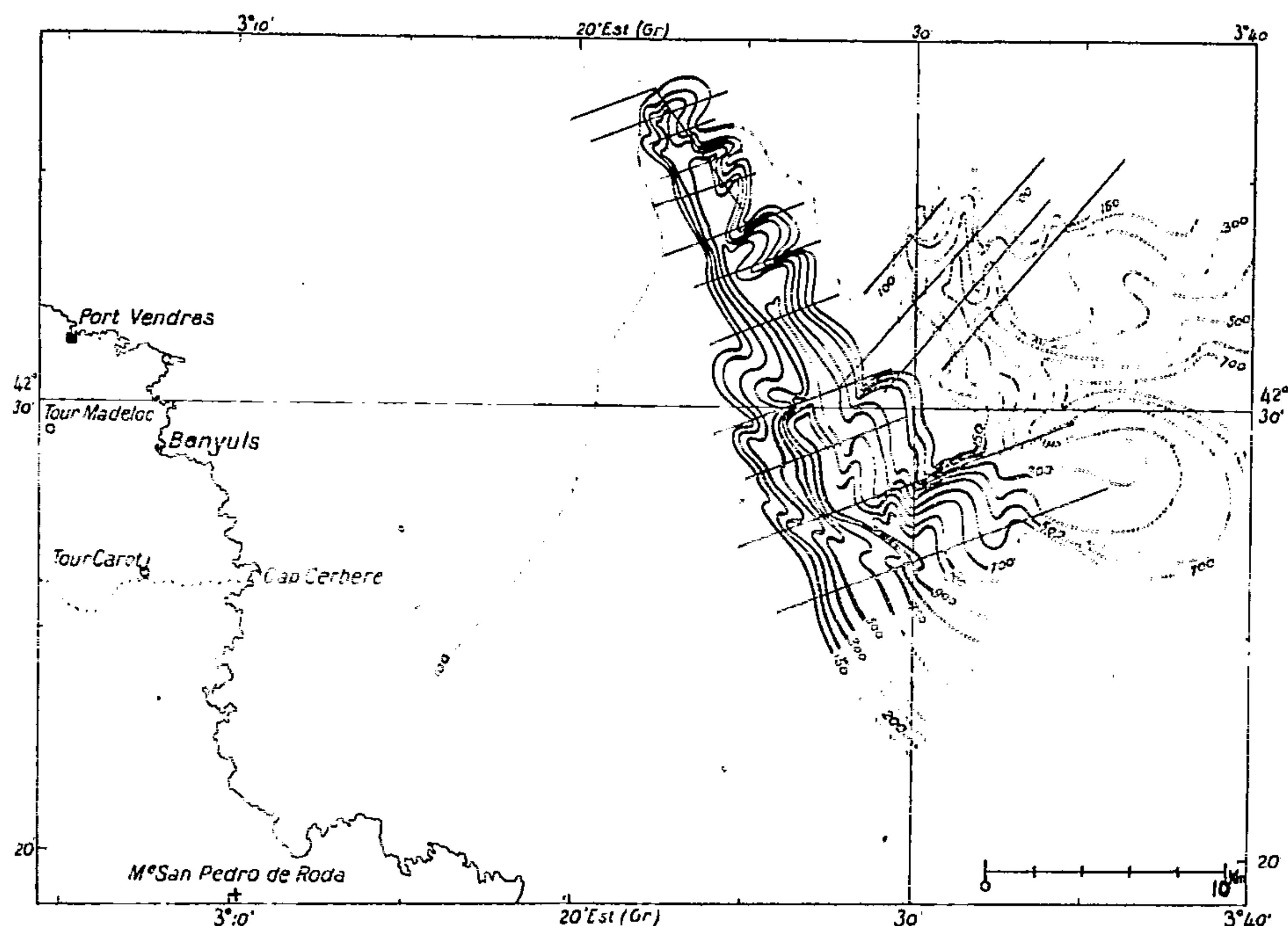
([4]) *The Pulse of the Earth*, 2e éd., La Haye, 1947.

([5]) *Ann. hydrogr.*, 1894, p. 92 et *Arch. Zool. expér. et gén.*, (3), II, p. 632-633.

([6]) « Ruisseau » en catalan.

([7]) *Comptes rendus*, **224**, 1946, p. 1175-1177.

versant : le haut tend à avoir des parois raides (jusqu'à 65°) avec des vires et replats, ressemblant aux pentes calcaires du Tarn et, à partir de 300m en dessous du Plateau (cote 400m), le bas qui prend une forme en V, avec probablement des cirques d'éboulement, évoquant un modelé dans des schistes ou dans des argiles.



Les affluents sont extrêmement courts : simples cirques, ils rejoignent la vallée à angle très aigu.

La pente longitudinale moyenne du thalweg est de 3,3 %, un peu plus faible que celle des cañons américains : elle est forte (20°) tout au début où le rech semble commencer à — 100 par un cirque; puis deux ruptures de pente, sorte de rapides, de 10° puis de 25° environ, se montrent à — 400 et à — 650.

Le rech Lacaze-Duthiers, et les deux rechs qui l'encadrent à l'Ouest et à l'Est font partie d'une série de 14 à 15 ravins analogues que l'Ingénieur hydrographe Marti avait reconnus de 1933 à 1937 (8), tous perpendiculaires à la corde E-NE qui joint le cap Creus au cap Sicié. Ce modelé du nord du Plateau Continental par de profond ravins, serrés les uns contre les autres, est aussi extraordinaire que celui des littoraux nord-américains de l'Atlantique et du Pacifique.

Dans tous les cas, les ravins débutent vers — 100 mètres pour se poursuivre jusqu'à — 2000. Leur tracé ne répond aucunement à celui des fleuves continentaux actuels.

(8) Carte inédite rédigée en 1937.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence des nitrates sur la croissance* in vitro *de prothalles d'*Asplenium *sp.* Note (*) de M. **Iaroslav Sossountzov**, présentée par M. Joseph Magrou.

Nous nous sommes proposé d'étudier la croissance des prothalles d'*Asplenium* sp. en culture aseptique sur le milieu de Knop dont la teneur en nitrates a été diversement modifiée.

Ainsi, pour 1000^{cm^3} d'eau distillée, le nitrate de calcium a été employé à des quantités variant de 0 à 2000^{mg}, le nitrate de potassium à des quantités variant de 0 à 500^{mg}. Les autres sels ont été employés aux mêmes doses que dans le milieu de Knop normal, soit $MgSO_4$, 250^{mg}; KH_2PO_4, 250^{mg}; $Fe_2(SO_4)_3$, traces. De plus, 2^g de glucose ont été ajoutés à chaque milieu étudié. Dans les milieux à teneurs en nitrates inférieures à celles que présente le liquide de Knop normal pris comme milieu standard [$Ca(NO_3)_2$, 1000^{mg}; KNO_3, 250^{mg} pour 1000^{cm^3} d'eau distillée], les quantités déficientes de $Ca(NO_3)_2$ et de KNO_3 ont été remplacées respectivement par des quantités égales de $CaCl_2$ et de K_2SO_4. Le poids total $Ca(NO_3)_2 + CaCl_2$ d'une part et $KNO_3 + K_2SO_4$ d'autre part s'est ainsi toujours trouvé, dans chacun des milieux étudiés, égal à 1000^{mg} et, respectivement, à 250^{mg} pour 1000^{cm^3} d'eau distillée. De cette manière, les solutions nutritives utilisées ont toujours conservé leur équilibre ionique, les teneurs en ions Ca^{++} ou K^+ ayant été maintenues constantes; seules ont donc varié les teneurs en ions $(NO_3)^-$, Cl^- et $(SO_4)^=$ ([1])]. Nous avons utilisé, comme substrat de culture, des flotteurs en verre mobiles, dont la description et l'étude ont fait l'objet de deux Notes précédentes ([2]).

L'accroissement pondéral en milligrammes des masses prothalliennes, à la lumière du jour diffuse et à une température moyenne de 22 à 25°, a été déterminé par pesées après 45 jours de croissance. Les valeurs ainsi obtenues pour chaque milieu ont été alors reportées sur un graphique à trois dimensions : sur un plan défini par deux axes de coordonnées [en ordonnées — teneurs en $Ca(NO_3)_2$, en abscisses — teneurs en KNO_3], perpendiculairement à lui et en chaque point correspondant à un milieu nutritif donné (croix X), a été élevé un segment de droite de longueur proportionnelle à la valeur en milligrammes de l'accroissement pondéral en 45 jours présenté par la culture correspondante. Les sommets des segments d'égale hauteur ont alors été reliés par des courbes dont les projections orthogonales sont figurées sur les deux graphiques.

L'examen de ces derniers nous montre :

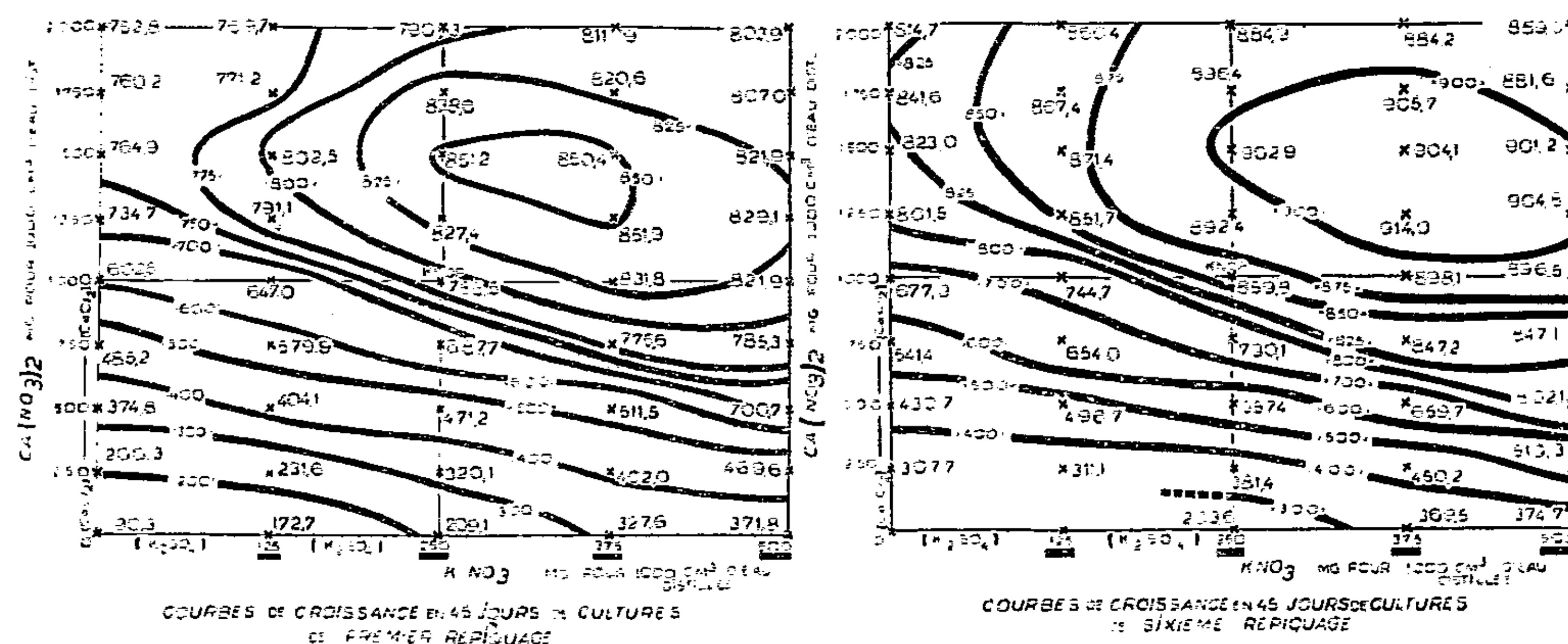
1° L'existence d'une zone de croissance maximum située en dehors du milieu de Knop et englobant des milieux nutritifs plus riches en nitrates que celui-ci.

(*) Séance du 10 mai 1948.

(1) Nous avons pu observer à maintes reprises que, dans les limites des teneurs utilisées au cours des présentes recherches, les ions Cl^- et $(SO_4)^=$ n'influent que d'une manière négligeable sur la croissance des prothalles. Nous n'en tiendrons donc pas compte dans la présente étude.

(2) *C. R. Soc. Biol.* (en cours d'impression) : séance du 28 février 1948.

Cette zone est beaucoup plus vaste après le sixième repiquage qu'au début des expériences, ce qui traduit, pour certaines colonies prothalliennes situées dans cette région, une adaptabilité à leur milieu respectif.



2° Un accroissement pondéral plus fort après le sixième repiquage qu'après le premier, à l'exclusion de quelques milieux à faibles teneurs en nitrates, ce qui confirme le pouvoir d'adaptation présenté par les prothalles vis-à-vis de leurs milieux nutritifs ([3]).

3° L'utilisation, par les prothalles en cours de développement, du $Ca(NO_3)_2$ de préférence au KNO_3 [pour des teneurs en $Ca(NO_3)_2$ inférieures, en gros, à 1000^{mg} pour 1000^{cm^3} d'eau distillée], ce qui se traduit graphiquement par l'étalement des courbes de croissance le long de l'abscisse, dans la zone des milieux à teneurs en $Ca(NO_3)_2$ inférieures à celle du liquide de Knop (les deux rectangles inférieurs du graphique).

4° La faible croissance initiale, puis la mort, des prothalles se développant sur des milieux très pauvres en nitrates.

Remarque. — Nous avons noté ci-dessus que, pour les milieux à teneurs en nitrates inférieures à celle du liquide de Knop (rectangle gauche inférieur des graphiques), la seule variable, compte non tenu des ions Cl^- et $(SO_4)^{=}$, était la teneur en ions $(NO_3)^-$. Or on remarquera qu'il n'en est pas de même pour les autres milieux : ceux situés, sur les graphiques, dans les rectangles gauche supérieur, droit supérieur et droit inférieur ont, en effet, comme variables respectives : 1° les ions $(NO_3)^-$ et Ca^{++}; 2° les ions $(NO_3)^-$, Ca^{++} et K^+; 3° les ions $(NO_3)^-$ et K^+. Les valeurs pondérales fournies par les cultures qui se sont développées sur ces milieux traduisent donc l'action sur la croissance non seulement des ions $(NO_3)^-$, mais encore celle des ions Ca^{++} et K^+. Des expériences en cours nous permettront de délimiter l'action sur la croissance prothallienne des cations d'une part et celle, d'autre part, des ions $(NO_3)^-$.

([3]) La confrontation des courbes de repiquages successifs montre d'ailleurs que cette adaptation cesse après le 4e ou le 5e repiquage. La croissance se trouve alors stabilisée.

PHYTOPHARMACIE. — *Sur une nouvelle utilisation de sous-produits de l'industrie sucrière.* Note (*) de MM. **Paul Monthéard** et **Marc Raucourt**, présentée par M. Albert Demolon.

Lorsque les mélasses sont utilisées pour produire de l'alcool, les vinasses qui en sont les résidus contiennent principalement des sels minéraux et des produits azotés, le tout assez dilué. La présence dans ces vinasses de la bétaïne $(CH_3)_3N(OH)-CH_2-CO_2H$ et de l'acide glutamique $HO_2C-CH(NH_2)-(CH_2)_2-CO_2H$ en proportion relativement importante, nous a conduits à étudier les conditions de leur extraction et de leur purification, ainsi que le comportement des quelques-uns de leurs dérivés. Nous avons pu observer qu'à la suite d'un traitement à la chaux, en milieu aqueux, ces substances donnent lieu à la formation de mousses abondantes et particulièrement stables. Nous avons étendu cette observation à l'ensemble des produits aminés des vinasses, après les avoir simplement séparés des sels minéraux par traitement à l'acide sulfurique en présence d'alcool éthylique.

Le produit obtenu est un liquide visqueux, soluble entièrement dans l'eau, d'odeur ammoniacale, coloré en marron; la coloration est attribuée aux acides glucique et apoglucique qui prennent naissance par l'action de l'ammoniac en présence du sucre interverti en milieu acide. En solution aqueuse même très diluée, il mousse abondamment (jusqu'à une concentration de 1/1000e); un excès de chaux, des sels minéraux comme les chlorures de calcium, de sodium ou de zinc, augmentent cette action; celle-ci est détruite par addition de bases fortes ou encore d'acides ramenant le pH en dessous de 7.

Comme les dérivés des protéines, caséinates de chaux ou d'ammonium, il permet d'émulsionner les huiles minérales, les huiles de goudron de bois, les huiles de goudron de houille, les huiles de schiste. Son pouvoir mouillant est faible : à la concentration de 1/1000 dans l'eau, il donne 110 gouttes à la pipette de Duclaux, contre 150 gouttes pour un agent mouillant classique. Mélangé à une suspension d'une poudre dans l'eau, il montre une action antifloculante qui empêche l'agglomération des particules solides fines et ralentit leur sédimentation. L'étude de l'influence des différents constituants sur ces propriétés à été diffcile et infructueuse. Nous nous sommes bornés à définir une stabilité dans la constitution en dosant l'azote et la chaux dissoute et en déterminant la viscosité et la densité.

La mise en évidence des propriétés indiquées ci-dessus, nous a orientés vers la fabrication de produits destinés à l'industrie des antiparasitaires agricoles. Nous pouvons aujourd'hui donner une opinion d'ensemble, après que plus de 100 tonnes de ce dérivé des vinasses ont été fabriquées et utilisées.

(*) Séance du 10 mai 1948.

Préparation d'émulsions agricoles. — Ces émulsions, du type huile dans l'eau, sont épaisses lorsqu'elles sont terminées. On part du dérivé des vinasses auquel on ajoute une faible quantité de chorure de zinc (1 à 2 %) et d'un agent mouillant complémentaire (1 à 2 %). Avec les huiles anthracéniques et les huiles de pétrole, une concentration en huile de 80 % peut être obtenue. L'addition de sels divers ne nuit pas à la qualité de l'émulsion, ni de ses dilutions, de sorte que ces émulsions sont compatibles avec la plupart des antiparasitaires minéraux.

Préparation de soufres mouillables. — Le soufre pur est difficile à utiliser en traitement liquide, car il n'est pas mouillé par l'eau et il se sédimente rapidement. Le produit provenant des vinasses, additionné d'une petite quantité d'un agent mouillant, permet d'obtenir un soufre mouillable qui forme avec les bouillies cupriques des suspensions correctes et permet un traitement mixte de la vigne. Ces suspensions se caractérisent, au moment de leur application sur les plantes, par un bon étalement des gouttelettes liquides, une dispersion régulière des éléments actifs, une adhérence accrue; après séchage, la quantité de substance active fixée est nettement supérieure à celle qu'on obtient avec un simple mouillant. Ce résultat montre que la valeur d'un améliorant de bouillie agricole ne dépend pas étroitement de son pouvoir mouillant.

Stabilisation des suspensions. — C'est un ralentissement de la sédimentation qui est principalement recherché dans le cas des insecticides insolubles s'employant en pulvérisation, tels que les arsenicaux. Les dérivés des vinasses assurent cette action de façon énergique, comme le montre une expérience dans laquelle une bouillie contenant 6^g par litre d'arséniate de chaux finement broyé a été additionnée de quantités croissantes du produit. Les proportions de matière active restant en suspension ont été les suivantes :

Délais après la mise en supension.	Pourcentage de l'arséniate restant en suspension. Employé seul.	Additionné du stabilisateur 10 %.	20 %.
20 sec	88	91	79
2 min	20	86	77
10 »	5	47	58
20 »	5	23	52
30 »	5	16	50

En conclusion, nous avons pu obtenir, à partir des vinasses de mélasses, en nous basant sur des caractéristiques globales et moyennant des transformations simples, une série d'adjuvants de bonne qualité pour les bouillies antiparasitaires agricoles. Dans plusieurs cas, ces adjuvants présentent une supériorité marquée sur les substances similaires disponibles en France et peuvent éviter à notre économie des importations onéreuses de produits étrangers.

ZOOLOGIE. — *Les coaptations des Oniscoïdes volvationnels exoantennés* (*Crustacés; Isopodes terrestres*). Note (*) de M. ALBERT VANDEL, présentée par M. Louis Fage.

La faculté de se rouler en boule ou *volvation*, fréquente chez les Isopodes terrestres (Oniscoïdes), a fait apparaître de remarquables coaptations parmi lesquelles nous ne retiendrons dans cette Note que celles qui s'instituent entre les antennes et la région antérieure du corps.

1° Dans le type volvationnel le plus répandu, les antennes se replient lors de l'enroulement, *à l'intérieur du corps*, entre la tête et le pléon (*type endoantenné*). Cette disposition s'observe, en particulier, dans la famille des *Armadillidiidæ* qui s'est différenciée, dans la région méditerranéenne, à partir de Porcellionides bitrachéates. L'antenne se loge, lors de la volvation, dans une gouttière limitée par un *écusson médian*, de forme triangulaire, et deux *lobes antennaires* reployés en gorgeret. La coaptation est limitée, dans ce cas, à la région frontale de la tête.

2° Dans un autre type volvationnel, moins répandu que le premier, l'antenne se reploie *à l'extérieur du corps* (*type exoantenné*). Dans ce cas, les coaptations intéressent non seulement la région frontale, mais encore le vertex et parfois le premier péréionite.

Le type exoantenné le plus parfait qui était jusqu'ici connu répond à la famille des *Tendosphæridæ* Verh. Cette lignée, qui a dû se différencier sur l'arc alpin, n'est plus représentée aujourd'hui que par les deux genres *Tendosphæra* Verh. et *Ctenodillidium* Frank.; le premier se trouve relégué dans quelques massifs refuges des Alpes méridionales; le second est propre au Monténégro. Ce sont des formes *atrachéates* que les caractères de leurs pléopodes mâles permettent de rattacher aux représentants les moins évolués de la famille des *Oniscidæ*. L'antenne est entièrement logée dans une gouttière coudée qui intéresse le front et la totalité du vertex; quant au flagelle antennaire, il s'insère dans un sillon creusé au bord antérieur du premier péréionite. Un butoir, situé entre la base de l'antenne et l'œil, et creusé d'un sillon en V, reçoit le bord des pléonites, lors de la volvation. Ce type si remarquable est aujourd'hui complètement isolé et aucune relique de l'évolution qui a présidé à sa genèse n'a persisté jusqu'à nous.

3° D'autres Oniscoïdes atrachéates se rattachant comme les *Tendosphæridæ* aux *Oniscidæ* primitifs, mais appartenant à une lignée différente dont l'évolution s'est entièrement déroulée en Afrique du Nord, ont également réalisé un type volvationnel exoantenné. Les explorations de M. le Professeur Remy ont prouvé que ces formes, très peu connues jusqu'ici, sont largement répandues en Algérie,

---

(*) Séance du 10 mai 1948.

et fort diversifiées. Il convient de les réunir en une famille distincte, celle des *Spelæoniscidæ*. Elle offre le grand intérêt d'avoir conservé plusieurs termes de l'évolution qui a conduit au type exoantenné.

Le premier terme de l'évolution correspond au genre *Spelæoniscus* Rac. Cette forme n'est pas aussi isolée que le croyait E.-G. Racovitza. On en connaît déjà quatre espèces distinctes : *S. debrugei* Rac. (grottes des environs de Bougie), *S. kabylicola* n. sp. (Kabylie), *S. lucasi* n. sp. (Alger) et *S. sahariensis* Paulian de Felice (environs de Ghardaia). La tête de *Spelæoniscus* est beaucoup plus simple que celle de *Tendosphæra*. Chez les trois premières espèces du genre, la face est creusée de courtes gouttières antennaires *qui protègent seulement la base des antennes*. Chez *S. sahariensis*, qui mériterait probablement de constituer un genre particulier, la gouttière antennaire est longue; elle intéresse la totalité du vertex et abrite l'antenne, *dans toute sa longueur*.

Le professeur Remy a récolté dans les oasis de Biskra un type volvationnel exoantenné beaucoup plus évolué : *Desertosphæra remyi* n. gen. n. sp. La structure céphalique de cet Oniscoïde est fort complexe; elle rappelle, à s'y méprendre, celle de *Tendosphæra*. Si l'on ne considérait que la structure céphalique, rien ne s'opposerait à ce que cette nouvelle forme fût rangée dans la famille des *Tendosphæridæ*. Mais, l'étude des autres caractères de *Desertosphæra* permet d'affirmer que cet Oniscoïde appartient à la lignée des *Spelæoniscidæ*.

Conclusions. — 1° Le type volvationnel exoantenné a été réalisé parallèlement, mais indépendamment, dans deux lignées évoluant, l'une sur l'arc alpin, l'autre en Afrique du Nord. Ces évolutions parallèles ont abouti à la réalisation de structures étonnamment similaires.

2° Les termes de transition de cette évolution, qui ont persisté dans la lignée nord-africaine (*Spelæoniscidæ*), prouvent que la réalisation des coaptations représente un *processus orthogénétique*.

3° Il paraît probable que les coaptations signalées dans cette Note correspondent à une corrélation ontogénique entre un organisateur antennaire et les surfaces céphalique et péréiale. Des expériences, actuellement en cours, ont été instituées afin de mettre à l'épreuve la valeur de cette interprétation. Si cette hypothèse était vérifiée, on serait en droit de penser que l'extension progressive des coaptations à des surfaces de plus en plus étendues de la région antérieure du corps, correspond à un accroissement du pouvoir inducteur de l'organisateur antennaire (tout comme le gigantisme qui marque le terme de tant de lignées animales est probablement lié à l'hypertrophie des fonctionnements thyroïdien et hypophysaire).

PHYSIOLOGIE. — *Les rapports de l'anémie pernicieuse et de la carence folique pure.* Note (*) de M. **Raoul Lecoq**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

La détermination de la valeur antianémique des préparations utilisées en thérapeutique se base d'ordinaire sur l'effet que ces préparations exercent sur certaines anémies expérimentales (produites par intoxication saturnine ou par carence folique complexe), ou encore sur le développement de la crise réticulocytaire chez l'animal normal. Il y aurait avantage à réaliser sur l'animal un syndrome d'anémie pernicieuse comparable en son évolution à la maladie humaine d'Addison-Biermer. A cet effet, nous avons essayé de provoquer une carence folique pure, cherchant à préciser les rapports des perturbations hématologiques ainsi obtenues avec celles de l'anémie pernicieuse.

Jusqu'ici, on se contentait, pour produire la carence folique, d'introduire dans l'alimentation un antibiotique inhibant les possibilités de synthèse de la flore intestinale; mais les modifications sanguines obtenues dans ces conditions strictes n'avaient guère retenu l'attention. Nous avons eu l'idée d'en exagérer l'effet par incorporation dans la ration d'une proportion suffisante d'histidine, acide aminé dont la présence accroît dans l'organisme les besoins en acide folique ([1]). Voici, d'ailleurs, la composition centésimale de ce régime :

Poudre de muscle purifiée	18
Histidine	1
Saccharose	68
Huile d'olive	4
Huile de foie de morue	4
Mélange salin d'Osborne et Mendel	4
Sulfaguanidine	1

Donné à de jeunes Rats blancs de 40 à 60^g, avec de l'eau de boisson et des boulettes de papier filtre, ce régime est complété par l'administration quotidienne de 20$^\gamma$ d'aneurine et de riboflavine, 100$^\gamma$ de nicotinamide et d'acide pantothénique et 150$^\gamma$ d'adénine.

La croissance de ces jeunes Rats, satisfaisante pendant les trois premières semaines, commence à faiblir au cours de la quatrième. Un plateau de deux à trois semaines suit, puis une chute de poids entraînant la mort des sujets au cours des neuvième et dixième semaines. Une addition quotidienne de 200γ d'acide folique, lorsque la cachexie n'est pas encore irréversible, permet une rapide reprise de poids de l'animal carencé.

La formule sanguine des jeunes rats reste voisine de la normale pendant les trois premières semaines; puis, alors que le taux des globules rouges

(*) Séance du 10 mai 1948.

([1]) R. Lecoq, P. Chauchard et H. Mazoué, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 130.

continue d'augmenter chez les témoins, on le voit diminuer chez les sujets carencés, spécialement au cours des 7e et 8e semaines, à la fin desquelles il oscille entre 2500000 et 4500000, tandis que les témoins présentent 8 à 9 millions d'hématies par millimètre cube. Dans les jours qui suivent, en même temps que la cachexie s'installe, la quantité d'hématies tombe au-dessous de 2 millions, sans que la quantité des leucocytes ni la formule leucocytaire soient sensiblement modifiées. Il s'agit, précisons-le, d'une anémie hyperchrome car la proportion d'hémoglobine reste plus élevée proportionnellement que la quantité d'hématies. L'adjonction d'acide folique, pratiquée en temps utile, assure, une rapide remontée du taux des globules rouges.

Le myéologramme, pratiqué sur la moelle osseuse des fémurs d'un rat tué alors que sa formule hématologique montrait 1825000 globules rouges et 7000 globules blancs, donnait en moyenne pour 100 :

Polynucléaires	0
Métamyélocytes	1
Myélocytes	2
Promyélocytes	4
Myéloblastes	3
Mégaloblastes	3
Proérythroblastes (taille supérieure à 15µ)	14
Grands érythroblastes basophiles (10 à 15µ)	15
Grands érythroblastes polychromatophiles (10 à 15µ)	2
Erythroblastes basophiles (taille inférieure à 10µ)	30
Erythroblastes polychromatophiles (taille inférieure à 10µ)	16
Erythroblastes orthochromatiques	6
Lymphocytes	3,5
Mégacariocytes	0,5

On trouve, en outre, pour 100 éléments : figures de mitose dans la lignée rouge 2; noyaux nus 4; débris protoplasmiques indifférenciés 3.

La prolifération de la lignée rouge aux dépens de la lignée blanche entraîne la disparition totale des polynucléaires en faveur des éléments jeunes.

On note une anisocytose très prononcée avec poikilocytose; polychromatophilie et anisochromie nettes. A côté de volumineuses hématies, très proches des mégalocytes, on en rencontre de très petites (5 à 6µ) et de rares corps de Jolly. La présence de grands érythroblastes polychromatophiles ayant jusqu'à 15µ de diamètre révèle un début d'anarchie dans la vitesse de maturation des constituants cellulaires, qui est à rapprocher des stades plus prononcés qui s'observent chez le biermérien.

Les mégaloblastes sont ici plus abondants que les formes observées par Piette dans les anémies foliques complexes (2); ils rapellent par leur nombre

(2) M. PIETTE, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 29, 1947, p. 1028.

et leur aspect (structure chromatinienne fine réticulée, tranchant sur le fond clair du noyau) les anémies d'Addison-Biermer au début ou déjà traitées, plus que les anémies pernicieuses déclarées.

Conclusions. — Nous avons donc réussi à provoquer chez le jeune Rat, par introduction dans le régime d'histidine et de sulfaguanidine, une carence folique pure, évoluant en 2 à 3 mois, qui s'accompagne d'un syndrome hématologique très proche de l'anémie pernicieuse (qui rappelle les perturbations de la sprue); mais pour que celui-ci ressemble tout à fait à la maladie d'Addison-Biermer, il faudrait sans doute l'aggraver d'une carence complémentaire.

BIOLOGIE. — *Sur une fonction caractéristique des cellules d'endothélium décelable par les radioéléments.* Note (*) de MM. **D. K. Yovanovitch** et **D. Pitovitch**, présentée par M. Frédéric Joliot.

En injectant une solution d'un radioélément dans l'organisme vivant, on peut se rendre compte de sa répartition par la méthode autophotographique de A. Lacassagne et Mme J. Lathèse ([1]), en appliquant sur la plaque photographique des préparations faites avec les tissus et les organes différents de l'animal sur lequel l'expérience a été faite.

Nous avons repris ces expériences afin de trouver comment se comportent les cellules des tissus différents dans les cas pathologiques ([2]). Pour une solution physiologique contenant du polonium, les préparations faites avec des tissus différents ont donné des impressions photographiques très nettes, dues à l'effet des rayons α sur les grains de bromure d'argent. En examinant ces photographies au microscope (grossissement 40 à 100), nous avons trouvé que le polonium n'est pas réparti en général uniformément, mais forme des agrégats d'où sortent les rayons, en produisant l'effet des étoiles qui ressemblent aux auréoles pléochromiques dans les minerais.

D'après l'*effet Chamié* ([3]) ces groupements d'atomes radioactifs se manifestent surtout dans les solutions des radiocolloïdes. En effet, nous avons trouvé que le polonium forme dans le sérum une solution colloïdale d'après les images photographiques des agrégats.

Nous avons observé qu'immédiatement en arrière du tissu de l'endothélium les agrégats de polonium disparaissent et la plaque photographique donne un noircissement continu dû aux atomes individuels du polonium qui ne forment

---

(*) Séance du 3 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **178**, 1924, p. 488.

([2]) Dj. Yovanovitch, D. K. Yovanovitch et X. Chahovitch, *Arch. za cel. lekarstvo* 1932; (*Virch. Arch.*, **287**, 1932, p. 126).

([3]) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1243; **185**, 1928, p. 770 et 1277; *Journ. de Phys. et Rad.*, **10**, 1929, p. 44; et **7**, 1946, p. 346.

plus de groupements. Dans une région un peu plus éloignée encore on retrouve de nouveau les agrégats.

Comme la solution radioactive a été injectée dans les vaisseaux sanguins, sa diffusion se fait à travers les tissus d'endothélium qui recouvrent l'intérieur des vaisseaux; le noircissement homogène de la photographie montre que le tissu d'endothélium détruit les associations colloïdales pour faciliter leur diffusion. Les micelles colloïdales de polonium se reforment à nouveau un peu plus loin de la zone où elles ont été dissociées.

Conclusion. — Le comportement des cellules d'endothélium en présence du radiocolloïde peut être interprété comme *fonction caractéristique des cellules d'endothélium.* Les cellules d'endothélium, dont le rôle est de protéger les vaisseaux, dissocient les agrégats du radioélément qu'elles absorbent pour faciliter l'élimination du corps étranger injecté dans le sang.

IMMUNOCHIMIE. — *Preuve théorique de la possibilité de réaliser un diagnostic immunochimique de la grossesse.* Note (*) de MM. **Alain Bussard** et **Pierre Grabar**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

On sait depuis Collip ([1]) que l'injection prolongée de différentes hormones protéidiques détermine chez les animaux l'apparition d'un état réfractaire qui a été attribué à l'existence *d'antihormones*; on sait aujourd'hui que ce sont des anticorps. Les sérums d'animaux ayant reçu de l'hormone choriale humaine, bien que pouvant donner une immunité passive, précipitaient rarement avec l'antigène injecté, même chez le Lapin, qui est cependant un excellent producteur de précipitines. De plus, lorsque des sérums précipitants ont été obtenus, comme ils l'ont été, par exemple, par Kindermann et Eichbaum ([2]), leur épuisement par des protéides sériques humains faisait disparaître complètement leur activité précipitante. Les anticorps précipitants étaient donc spécifiques des protéides humains, mais non de l'hormone gonadotrope choriale.

En injectant au Lapin par voie intraveineuse, et non par la voie sous-cutanée comme on le fait habituellement, la gonadotrophine adsorbée sur alumine, nous avons obtenu, et ceci malgré des doses inférieures aux doses utilisées par d'autres auteurs, des sérums précipitant systématiquement avec les préparations hormonales, même après épuisement des sérums par des protéides humains banaux ([3]).

(*) Séance du 10 mai 1948.

([1]) *Ann. Int. Méd.*, 8, 1934, p. 10.

([2]) *Zeitsch. Immunitäts.*, 89, 1936, p. 230.

([3]) A. Bussard et P. Grabar, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 29, 1947, p. 195-211.

Mais il nous a paru nécessaire, pour fournir une preuve indiscutable de la précipitabilité spécifique de l'hormone par nos antisérums, de démontrer la présence, dans le précipité spécifique soigneusement lavé, de l'activité hormonale. Le précipité spécifique non traité, injecté à des rates impubères, à des doses relativement importantes, ne provoque qu'une faible réaction gonadotrope (*voir* Tableau). Nous avons donc cherché à extraire l'hormone de ce précipité par diverses méthodes : dissociation du précipité, déplacement de l'équilibre de la réaction, destruction élective des anticorps. Après quelques échecs, nous avons obtenu des résultats satisfaisants en traitant, par l'alcool à 96°, pendant 24 heures à 37°, le précipité lavé préalablement trois fois avec de la solution physiologique (Tableau).

Activité des différentes fractions sur la rate impubère.

Produit injecté. 4 injections. Sacrifice à la 120e heure.	Quantité.	Nombre de rates.	Poids en mg pour 100g d'animal.		Vagin % d'ouverture.
			Utérus (*).	Ovaires (*).	
Témoins non injectés...	0	20	50,5 ± 5,8	46,4 ± 6,2	0
Sérum surnageant......	1 cm^3	10	53 ± 7,5	47 ± 7	0
Solution physiologique du troisième lavage...	1 »	10	58 ± 12	50 ± 5	11
Précipité. Non traité....	70 γ d'azote	5	109 ± 63	66 ± 17	0
» Traité alcool..	125 »	5	220 ± 28	66 ± 7	100
» Traité (3 inject.)	20 γ environ	5	230 ± 6,4	61 ± 3,5	20
» »	10 »	5	57 ± 2,5	49 ± 1,8	0

(*) Les résultats représentent la moyenne ± l'écart moyen $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n-1}}$.

Nos expériences montrent que :

1° L'hormone ajoutée au sérum ne se trouve pas en excès, puisque ni le liquide surnageant le précipité, ni la solution physiologique du troisième lavage ne possèdent d'activité hormonale. Les proportions choisies correspondent donc à un certain excès d'anticorps, condition généralement défavorable pour dissocier l'antigène du précipité.

2° Le précipité lui-même, non traité, est faiblement actif, tandis que le précipité traité par l'alcool est fortement gonadotrope, même à des doses bien plus faibles. L'alcool, en dénaturant les anticorps, libère la gonadotrophine qui résiste, comme on le sait, à ce traitement.

Nous croyons avoir ainsi apporté la preuve d'une précipitabilité spécifique de nos sérums, c'est-à-dire de sérums de lapins immunisés par voie intraveineuse avec de l'hormone gonadotrope choriale humaine adsorbée sur alumine (injections en 8 semaines de 4500 unités, en tout, d'une préparation

contenant 6000 U/mg). Cette preuve permet donc d'envisager l'utilisation d'un *diagnostic sérologique de la gestation* chez la femme et chez les autres animaux excréteurs d'hormone placentaire de grossesse. Les sérums antihormonaux devront nécessairement être épuisés par des protéides humains banaux, de façon à ne laisser persister qu'une précipitabilité spécifiquement antihormone, sous peine de se heurter aux échecs qu'a rencontrés Erlich (1) par exemple. La technique de ce diagnostic, déjà établie, est actuellement soumise à un contrôle supplémentaire et sera publiée par nous sous peu.

Les divergences entre nos résultats et les résultats obtenus jusqu'ici doivent être recherchées, à nos yeux, dans une différence de comportement de l'organisme des lapins immunisés, qui serait fonction de la voie d'injection. Cependant nous ne pensons pas être en possession de sérums dont les anticorps antihormonaux soient précipitants en totalité; nous montrerons prochainement, qu'au contraire, une partie de l'hormone se trouve liée à des anticorps non précipitants, mais que cette association supprime aussi l'activité physiologique de la gonadotrophine. Ce dernier type d'anticorps (qui ne se distingue peut-être pas qualitativement des précipitines) est probablement le seul qui ait été ordinairement rencontré en quantité notable par d'autres auteurs.

La séance est levée à 15h50m.

L. B.

(1) *Wien. Klin. Wschr.*, 47, 1934, p. 1323.

ERRATA.

(Séance du 22 mars 1948.)

Note de M. *Hermann Hinglais* et M[me] *Marguerite Hinglais*, Emploi de la Grenouille mâle adulte indigène pour la recherche et éventuellement le dosage des gonadotrophines hypophysaires ou chorioniques. Application au biodiagnostic de la gestation chez la Femme et chez la Jument :

Page 1043, 3[e] ligne, *au lieu de* cellules de Sertoli, *lire* des tubuli.

(Séance du 19 avril 1948.)

Note de M. *Noubar Arpiarian*, Sur une méthode générale de recherche de fonctions orthogonales dans le domaine complexe :

Page 1335, 34[e] ligne, *au lieu de* $(|Z|R)$., *lire* $(|Z|=R)$.;
Page 1337, 1[re] ligne, *supprimer* et;
» » 3[e] ligne, *au lieu de* $P=1$ sur $C(O, R)$, *lire* $P=1$ sur $c(O, R)$;
» » 15[e] ligne, *au lieu de* $P(Z)=|Z+R|$, *lire* $P(Z)=|Z^2+R|$.

(Séance du 19 avril 1948.)

Note de MM. *Jean-Charles Pariaud* et *Georges Chapas*, Pouvoir rotatoire du camphre en solution dans le phénol :

Page 1362, 15[e] ligne, *au lieu de* X_{aq}, *lire* x_{aq};
» » 24[e] ligne, *au lieu de* le remplacement de l'eau par un nombre égal de molécules de phénol, *lire* le remplacement du phénol par un nombre égal de molécules d'eau;

Page 1362, 30[e] ligne, *lire* $C_9H_{16}{>}CO + C_6H_5OH \rightleftharpoons C_9H_{16}{>}CO{\rightarrow}H{-}O{-}C_6H_5$;
Page 1363, 3[e] ligne, *lire* $C_6H_5OH + OH_2 \rightarrow C_6H_5{-}O{-}H{\leftarrow}OH_2$.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES D'AVRIL 1948.

Transmission de la chaleur, par GUSTAVE RIBAUD et ED. BRUN. Tome I. *Le rayonnement thermique*. Paris, J. et R. Sennac, 1948; 1 vol. 25cm.

International council of scientific Unions. *Report of the executive Committee*. July, 1947, edited by FREDERICK J. M. STRATTON. Cambridge, University Press, 1948; 1 fasc. 25cm

Esquisse d'une pédagogie de la redécouverte dans l'enseignement scientifique, par CH. BRUNOLD. Paris, Masson et Cie, 1948; 1 fasc. 25cm,5.

Mesures américaines. Mesures britanniques. Mesures métriques. Tables complètes de conversions, par FRANCIS CUSSET. Paris, Éditions Blondel La Rougery, 1948; 1 vol. 23cm.

La streptomycine et ses applications thérapeutiques (*principalement dans la tuberculose*), par CONSTANTIN LEVADITI. Paris, Presses universitaires, 1948; 1 vol. 22cm,5 (présenté par M. E. Leclainche).

Pharmacodynamie de l'inhibition de la caryocinèse, par PIERRE GAVAUDAN. Paris, Librairie Lefrançois, 1947; 1 vol. 25cm.

Les mathématiques de l'hérédité, par GUSTAVE MALÉCOT. Paris, Masson et Cie, 1948; 1 vol. 23cm (présenté par M. L. Blaringhem).

I riflessi del seno carotideo, par GIUSEPPE PAGANO. Florence, Tipografia nazionale, 1940; 1 vol. 21cm (en langue française).

Expéditions polaires françaises. Missions Paul-Émile Victor. Expédition arctique. *Liaisons gravimétriques Paris-Chamonix-Genève* (*20 novembre au 4 décembre* 1947). *Paris-Toulouse-Pic du Midi de Bigorre* (31 *décembre* 1947 *au* 12 *janvier* 1948), par J. MARTIN, R. BOLLO. Paris, Centre de documentation universitaire, 1948; 1 fasc. polycopié 27cm,5.

Union radio-scientifique internationale. *Recueil des travaux de l'Assemblée générale tenue à Paris en septembre et octobre* 1946. Vol. VI, publié par le SECRÉTARIAT GÉNÉRAL DE L'U. R. S. I., 1947; 1 vol. 24cm,5.

Médecine de l'aviation. Bases physiologiques et physio-pathologiques, par J. MALMEJAC. Paris, Masson et Cie, 1948; 1 vol. 28cm,5 (présenté par M. L. Binet).

Conférences de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale. *Télévision*, par RENÉ BARTHÉLEMY. Extrait des *Annales des télécommunications*. Tome II, nos 8-9. Paris, 1947; 1 fasc. 29cm,5.

Géométrie descriptive à quatre dimensions. Premier livre. *Figures du premier degré. Définitions, Positions, Intersections*, par JACQUES MAURIN. Paris, Gauthier-Villars, 1948; 1 fasc. polycopié 27cm.

Teoria fisica e matematica della musica. Libro primo. *Meccanica del suono*, par Alberto Casolla. Naples, F. Severini, 1946; 1 vol. 31cm,5.

Conseil international des Unions scientifiques. Union géodésique et géophysique internationale. Association de séismologie. *Comptes rendus des séances de la conférence réunie à Strasbourg du 4 au 8 juillet 1947*, rédigés par J.-P. Rothé. Strasbourg, Müh-Le Roux, 1948; 1 fasc. 23cm,5.

Livrets du Service de la carte géologique d'Alsace et de Lorraine. Livret n° 1. *Description et explication élémentaires de la carte géologique murale de l'Alsace et de la Lorraine*, par Georges Dubois et Jacqueline Sauvage. Strasbourg, Imprimerie de l'Université, 1948; 1 fasc. 20cm,5.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 MAI 1948.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES JACOB.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Jean Timmermans**, Membre de l'Académie Royale de Belgique, qui assiste à la séance.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Emploi des lames étendues sur le mercure pour l'analyse des positions des pôles attractifs des molécules et du rôle de ces pôles dans diverses propriétés physiques de la matière.* Note (*) de M. **Henri Devaux**.

Une molécule chimique est un corps solide élémentaire constitué par un assemblage d'atomes, en nombre limité, arrangés en des places précises, sous l'influence de leurs attractions réciproques. Il en résulte une cohésion interne, la cohésion intramoléculaire.

Or dans les assemblages constituant les corps à l'état liquide et ceux à l'état solide, il existe une seconde cohésion, intermoléculaire, plus faible sans doute que la précédente, mais qui doit être produite aussi par les attractions des atomes partout où les molécules arrivent au contact. Il doit exister des rapports entre ces deux types de cohésion, rapports de position et rapports de forces. Ces rapports ont été en effet établis par Bragg par les études de structure des cristaux, puis des liquides, au moyen des rayons X, mais beaucoup plus pour l'arrangement, la disposition des particules élémentaires que pour la comparaison des forces de liaisons.

Les observations faites sur les lames minces étendues sur le mercure apportent ici des indications précieuses et variées. Je me bornerai à les énumérer dans le cas particulier des lames de sulfate de cuivre que j'ai spécialement étudiées.

1° L'eau distillée s'étend très mal sur le mercure, mais dès qu'elle contient du SO_4Cu, même à l'état de traces, elle s'étend très vivement. C'est une preuve que le sel est plus fortement attiré par le mercure. L'extension va du

---

(*) Séance du 19 mai 1948.

reste jusqu'à l'établissement en une seule assise, c'est-à-dire à un contact intime des deux espèces de molécules.

2° Or j'ai constaté récemment que, dans cet état, *le sel de cuivre a perdu sa solubilité dans l'eau*, ce qui prouverait que le pôle hydrophile a été bloqué par son union avec le mercure.

3° Cette constatation est rendue difficile par le fait qu'il subsiste *autour* de la molécule saline une affinité pour l'eau, déterminant une fixation d'une couronne de molécules aqueuses et rendant l'ensemble de la lame sensiblement fluide ([1]).

4° Mais un simple rétrécissement de la lame suffit pour expulser cette eau et c'est alors que les molécules du sel, étant amenées en contact latéral intime, donnent une lame absolument rigide, témoignant que *l'état solide est atteint.*

5° Or si l'on envoie sur cette lame de l'air saturé de vapeur d'eau, la rigidité subsiste, l'eau se condensant en buée sur le sel sans le dissoudre, même si la couche d'eau déposée est très épaisse. Le blocage des affinités hydriques est donc complet, chaque molécule du sel a perdu son affinité hydrique principale en se soudant au mercure, puis ses affinités hydriques latérales par la compression artificielle. Il ne lui reste que sa face libre qui est manifestement hydrophobe, incapable de se couvrir d'une couche d'eau continue.

La mise en lame mince d'une molécule de SO_4Cu n'est donc pas un phénomène simple, elle met en cause des couplages de valences variées. Il doit en être de même de la mise en solution proprement dite.

6° C'est ce que montre en effet le sulfate de cuivre sur le mercure. Si au début il y a un excès de sel de cuivre sur ce qui peut garnir le mercure, cet excès reste libre de s'unir soit à l'eau, soit à ses semblables si l'eau vient à manquer. C'est ce qu'on voit au centre des nappes épaisses par la formation spontanée de cristaux disposés en houppes plates très délicates qui finissent par garnir la surface d'un carrelage cristallin tout à fait rigide ([1]). Mais cette nappe solide est restée soluble, elle est fluidifiée dès qu'on envoie sur elle de la vapeur d'eau, tandis qu'à côté les parties minces et monomoléculaires restent absolument rigides et insolubles. Cette manifestation, côte à côte, de deux effets contraires sur deux régions d'une même lame de sulfate de cuivre, l'une mince, l'autre épaisse, est une démonstration éclatante du blocage des affinités hydriques dans la première, celle où il y a contact avec le mercure.

7° Or le contact existant aussi à la face inférieure des parties épaisses, cette face devrait être aussi insolubilisée. J'ai constaté qu'il en était ainsi, quoique la solidité du plancher séparateur ainsi constitué soit moins marquée qu'à l'air libre.

8° Les faits relatés ici pour le SO_4Cu sont en réalité, très généraux. Ils s'appliquent à un grand nombre de substances minérales ou organiques

---

([1]) *Mémoire à l'Académie des Sciences*, 66, 1942.

solubles, capables de s'étendre en lames minces sur le mercure. Toutes présentent trois types d'attraction à l'égard de l'eau : une très forte, verticale, soudant la lame à son support, une très faible, opposée et rendant la surface libre hydrophobe, enfin une troisième, intermédiaire et horizontale, unissant entre elles les molécules de la lame mince. Il est probable du reste que ces directions cruciales ne sont que des résultantes d'attractions divergentes résidant dans chaque molécule. Mais le fait que leurs propriétés soient nettement distinctes, selon trois directions perpendiculaires, est remarquable. Il apporte une clarté inattendue *à la notion même de solubilité* et d'autres propriétés physiques des corps.

9. Pour toutes les substances solubles, c'est une attraction localisée et particulièrement forte qui préside à la mise en solution car, dès qu'elle est bloquée par soudure à du mercure, la substance perd sa *vraie solubilité*. Elle perd en même temps sa *volatilité* si elle est volatile (ex. acide acétique) et sa *cristallisabilité*, car toutes les lames monomoléculaires sont incristallisables. Mais elle conserve des affinités hydriques latérales et par elles une fluidité tangentielle très manifeste qui la ferait prendre pour un liquide. Ce n'est pourtant plus une vraie solution car la quantité d'eau fixée est limitée et il subsiste des vestiges de rigidité ([2]). Enfin la plupart et peut-être la totalité des substances solubles paraissent posséder un pôle hydrophobe qui diminue la solubilité globale sans la faire disparaître.

10. Les attractions externes d'une même molécule diffèrent donc les unes des autres à la fois comme intensité, comme direction et comme régions d'attache. Elles ne résident pas seulement aux deux extrémités d'un axe, elles s'insèrent aussi le long d'une ligne circulaire constituant l'équateur de cet axe. L'existence positive de cette dernière donnée intéresse à la fois les physiciens et les chimistes.

MICROBIOLOGIE. — *De l'action de certains complexes antagonistes sur le virus aphteux.* Note (*) de MM. **Gaston Ramon, Rémy Richou, Jean-Pierre Thiery** et **Alexandre Lucas.**

Poursuivant nos recherches sur les propriétés des complexes antagonistes qui peuvent s'exercer à l'égard des bactéries, des toxines microbiennes, des ultravirus ([1]), nous avons étudié leur action sur le virus aphteux. Dans ce but,

([2]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 565; **220**, 1945, p. 538.

(*) Séance du 19 mai 1948.

([1]) Consulter les *Comptes rendus*, 1944, 1945, 1946, 1947 et la *Revue d'Immunologie*, 1945, 1946, 1947. En ce qui concerne spécialement l'action sur les ultra-virus : G. Ramon et R. Richou, *Comptes rendus*, **225**, 1947 p. 344; G. Ramon, P. Mansil et R. Richou, *Comptes rendus*, **226**, 1648 p. 367.

nous avons institué une série d'expériences. Nous rapporterons seulement, ici, l'une d'entre elles.

Dans cette expérience nous avons utilisé, d'une part, un virus aphteux O et, d'autre part, des complexes antagonistes à base soit de subtiline, soit de streptomycine (filtrats de culture *de B. subtilis* et d'*Actinomyces griseus*).

a. Complexe antagoniste à base de subtiline (sub) 126, titrant 500 unités antidotiques et 2 unités antibiotiques par centimètre cube.

b. Complexes antagonistes à base de streptomycine (strep) n° 68 et n° 70, titrant, l'un et l'autre, 50 unités antidotiques et 20 unités antibiotiques.

Deux grammes d'aphtes, prélevés chez des cobayes préalablement inoculés avec le virus, sont finement broyés et repris dans 40^{cm^3} d'eau physiologique tamponnée à pH 7,5. Après centrifugation, l'émulsion obtenue est filtrée sur bougie Chamberland L 3.

Le virus aphteux ainsi obtenu est mélangé à parties égales avec l'un ou l'autre des complexes antagonistes. Après un temps de contact de 24 heures à 26° ou de 24 heures à la température du laboratoire (15°), les divers mélanges sont éprouvés par injection dans le coussinet plantaire de la patte postérieure droite du cobaye. Trois cobayes sont soumis à l'injection de chaque mélange, de telle manière que chacun d'entre eux reçoit une quantité de virus représentant au minimum 10 doses infectantes de virus.

D'un autre côté, des cobayes servant de témoins reçoivent une quantité équivalente du virus, seul, ayant séjourné 24 heures à la température de 26°.

Les animaux sont examinés au bout de 18, de 24, de 48 heures, de 4 et 6 jours, et l'on note pour chaque cobaye les diverses constatations ainsi faites :

Aphte primaire apparaissant au siège de l'inoculation (a. p.);

Aphte secondaire à la patte opposée (a. s.);

Généralisation caractérisée par des aphtes au niveau de la muqueuse linguale (g.);

Aucune lésion (o).

Les constatations de l'expérience sont sommairement indiquées, ainsi que les résultats enregistrés dans le tableau ci-dessous :

	Mélanges injectés.		Lésions observées après 18 h.	24 h.	48 h.	4 jours.	6 jours.
1.	Virus aphteux + Complexe sub. n° 126	après 24h à 26°.	o	o	o	o	o
			o	o	o	o	o
			o	o	o	o	o
2.	Virus aphteux + Complexe sub. n° 126	après 24h à 15°.	o	o	o	o	o
			o	o	o	a. p.	g.
			o	a. p.	a. p.	a. s.	g.
3.	Virus aphteux + Complexe strep. n° 68	après 24h à 26°.	o	o	a. p.	a. p.	g.
			o	a. p.	a. s.	g.	g.
			a. p.	a. p.	a. s.	g.	g.
4.	Virus aphteux + Complexe strep. n° 70	après 24h à 26°.	o	a. p.	a. s.	g.	g.
			a. p.	a. p.	a. s.	g.	g.
			a. p.	a. p.	a. s.	g.	g.
5.	Virus aphteux au 1/40	après 24h à 26°.	a. p.	a. p.	a. s.	g.	g.
	» 1/200		a. p.	a. p.	a. s.	g.	g.
	» 1/400		?	a. p.	a. p.	g.	g.

De cette expérience et d'autres analogues ayant abouti à des observations identiques, il ressort que le virus aphteux est entièrement détruit *in vitro*, lorsque l'on fait agir sur lui le complexe à base de subtiline pendant 24 heures à la température de 26°. Cette destruction n'est que partielle à la température de 15° durant le même temps.

Le complexe antagoniste à base de streptomycine semble n'avoir (du moins l'échantillon dont nous nous sommes servis) qu'une influence limitée sur le virus aphteux.

Des constatations que nous avons faites antérieurement, dans des essais du même genre, mais réalisés avec d'autres virus ([2]), il semble bien résulter que cet effet virulicide de certains complexes antagonistes est dû à des propriétés enzymatiques dont il importe de préciser, par une analyse plus complète des phénomènes en jeu, la nature exacte et le mode d'action sur les virus. Une telle analyse pourra, en outre, permettre d'obtenir des renseignements intéressants sur la constitution même de divers ultra-virus pathogènes pour l'homme, les animaux ou les végétaux.

HYGIÈNE. — *Application des relations de probabilité aux statistiques de contamination tuberculeuse.* Note ([*]) de MM. **Georges** et **Jean-Antoine Reboul.**

Le problème est le suivant : des individus végètent dans un milieu infecté, combien parmi eux seront ils contaminés au bout d'un temps t?

Soit N le nombre de sujets qui, au temps t, n'ont encore subi aucune atteinte; pendant le temps dt, dN d'entre eux sont touchés, et comme c'est le hasard qui les désigne, on a la relation de probabilité

$$\frac{dN}{N} = \beta, \frac{dt}{t} = -\alpha\, dt.$$

Le coefficient positif α définit la *susceptibilité* des sujets pour la maladie considérée; il peut être une constante ou une fonction de divers facteurs, notamment de la durée d'exposition des sujets.

L'intégration de cette équation donne la solution du problème; pour la faciliter, plusieurs hypothèses sont possibles.

a. La susceptibilité est constante, la formule est alors exponentielle

$$N = K\, e^{-\alpha t}$$

b. La susceptibilité diminue avec la durée t d'exposition, elle lui est, par exemple, inversement proportionnelle, la formule est hyperbolique

$$N = K\, t^{-a}.$$

([2]) *Loc. cit.*

([*]) Séance du 19 mai 1948.

Dans ce dernier cas, la susceptibilité serait infinie au début de l'observation ($t = 0$), ce qui est peu vraisemblable; au moment de leur introduction dans le champ d'infection, les sujets présentent une certaine susceptibilité α_0 comme s'ils étaient dans le champ depuis un temps t_0 tel que $\alpha_0 = b/t_0$, et les formules indiquées s'écrivent

$$N = K e^{-\alpha t} \quad \text{et} \quad N = K(t + t_0)^{-a}.$$

Les résultats donnés par les statistiques permettent de choisir entre ces deux formules et les hypothèses qui leur correspondent.

1. Prenons d'abord le cas présenté par M. E. Rist à l'Académie de Médecine en janvier 1938.

Les jeunes filles admises à l'École d'infirmières de la Salpêtrière sont éprouvées, par cutiréaction, à la tuberculine. Celles qui antérieurement ont subi une contamination tuberculeuse présentent une cuti positive. Celles dont la cuti est négative sont considérées comme n'ayant jamais éprouvé d'atteinte tuberculeuse; elles sont soumises, pendant leurs deux années d'études, à un examen suivi et à des cuti répétées. Le nombre de celles dont la cuti continue à se montrer négative représente, au temps t, le nombre N des sujets indemnes. On compare les résultats observés avec ceux que l'on calcule en utilisant l'une ou l'autre des formules précédentes :

Temps (mois)........	2.	9.	16.	25.
Cuti négat. obser...........	60	31	23	16
» calcul hyperbolique....	60	30	21	16
» » exponentiel....	60	37	23	12

Les valeurs des constantes utilisées sont $t_0 = 2,5$ et $a = 0,73$ pour la formule hyperbolique et $\alpha = 0,068$ pour la formule exponentielle. C'est la première qui paraît le mieux convenir.

2. Considérons maintenant le cas de la contamination, en fonction de leur âge, de sujets végétant dans des milieux sociaux divers; le problème se traite comme le précédent et donne les mêmes formules pour le nombre N des contaminés aux divers âges t.

Les formules ont été appliquées à diverses statistiques françaises dressées par M[lle] Mioche, MM. Lesné-Trousseau, Nobécourt-Briskas, Lelong-Nadeuf, Lereboullet-Gavin. Elles ont donné pour des valeurs un peu différentes des constantes des résultats analogues, la formule hyperbolique s'étant toujours montrée supérieure à l'exponentielle. Ainsi, la statistique établie par M[lle] Mioche donne, avec $t_0 = 7$, $a = 1,45$ et $\alpha = 0,054$:

Age (ans).......	0-1.	1-2.	4-5.	6-7.	9-10.	14-15.
Cuti négat. observée.........	89,2	75,7	51	42	28	20,3
» calcul hyperbolique.....	89,2	75,2	49,5	39,6	29,9	20,6
» » exponentiel.....	89	79	54	42	28	15

C'est bien la formule hyperbolique qui paraît le mieux marcher.

3° Les statistiques américaines, un peu plus complètes, donnent des résultats plus intéressants. Elles montrent que les pourcentages observés pour les cuti négatives tendent vers une valeur asymptote quand continue à croître l'âge des sujets. Les formules données plus haut sont l'une et l'autre insuffisantes, elles doivent être complétées et s'écrire

$$N = K(t + t_0)^{-a} + N'_\infty \qquad \text{et} \qquad N = K e^{-\alpha t} + N_\infty.$$

La statistique de Wells Smith donne, en prenant $t_0 = 7$, $a = 1$, $N'_\infty = 0{,}9$ pour la première et $\alpha = 0{,}15$, $N_\infty = 2{,}4$ pour la deuxième :

Age (ans).....	2	3,6	6	8	12	19	25	30	40	60
% observés....	82	60	40	29	16	9	5	4	2,8	2,4
» cal. hyp....	80,9	60,9	39,1	29,3	16,9	9,8	6	4,9	3,5	2,4
» cal. exp....	82,4	65,4	46,4	35	20,4	8,7	5	3,8	2,7	2,4

Pour des âges inférieurs à une quinzaine d'années, c'est la formule hyperbolique qui rend le mieux compte des résultats; pour des âges plus avancés c'est la formule exponentielle. On en conclut que la susceptibilité diminue d'abord en raison inverse de la durée d'exposition des sujets, puis tend vers une valeur constante quand cette durée augmente.

En conséquence on peut affirmer que, pour la tuberculose et vraisemblablement pour les autres maladies infectieuses, la contamination se produit suivant une loi de hasard dirigé dont les principales directives sont les suivantes : 1° La susceptibilité morbide des sujets exposés à la contamination diminue avec la durée de leur exposition, puis tend vers une valeur constante; 2° La présence prolongée de sujets dans un champ d'infection immunise un certain nombre d'entre eux; 3° Enfin la susceptibilité, et ses variations, dépend d'un certain nombre de constantes caractéristiques des sujets, du milieu et de la maladie particulière examinée.

DÉSIGNATIONS.

MM. **Albert Portevin** et **Pierre Chevenard** sont désignés pour représenter l'Académie à la Cérémonie de la pose de la première pierre des Laboratoires de recherches de l'**Institut de Recherches de la Sidérurgie**, qui aura lieu à Saint-Germain-en-Laye, le 5 juin 1948.

PLIS CACHETÉS.

M. **Jacques Bergier**, les héritiers de MM. **André Helbronner** et **Alfred Eskenazi** demandent l'ouverture de trois plis cachetés déposés conjointement par ces trois auteurs, reçus dans les Séances des 27 mars, 15 avril et 27 mai 1940 et enregistrés sous les nos 11.686, 11.694 et 11.712.

Ces plis, ouverts en séance par M. le Président, contiennent les Notes suivantes : Pli n° 11.686, *Possibilité de produire une réaction en chaîne dans une*

masse d'uranium 238. Pli n° 11.694, *Argumentation;* 1re Partie : *Réaction en chaîne dans un mélange d'uranium et de deuterium;* 2e Partie : *Entretien d'une réaction en chaîne dans un mélange d'uranium et de beryllium.* Pli n° 11.712, *Étude d'un centre d'énergie à base d'uranium, Calcul du rayon critique, Possibilité d'une désintégration du deuton par les ions rapides de fission, Remarque sur le rayon critique d'une masse uranifère, Possibilité d'obtenir une émission de neutrons en bombardant des noyaux lourds par des ions rapides de fission.*

(Renvoi à la Section de Physique générale.)

CORRESPONDANCE.

Le Conseil d'Administration de l'**Académie Polonaise des Sciences et des Lettres** invite l'Académie à se faire représenter aux Cérémonies qui auront lieu à Cracovie, à la fin de septembre 1948, à l'occasion du soixante-quinzième anniversaire de cette Académie.

ALGÈBRE. — *Théorie non abélienne des corps de classes pour les extensions galoisiennes des corps de nombres algébriques : forme définitive de la loi d'existence.* Note (*) de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Élie Cartan.

Je conserve les notations de mes Notes précédentes ([1]). $\mathfrak{f}_{K'/k}$ est une puissance fractionnaire d'un idéal de K', et la contribution d'un idéal premier $\mathfrak{P}'$ de K' dans $\mathfrak{f}_{K'/k}$ est égale au conducteur de l'extension locale et n'est pas (1) si, et seulement si $\mathfrak{P}'$ est ramifié dans K'/k (loi de ramification). $\mathfrak{f}_{K'/k}$ est le p. g. c. d. des idéaux $\mathfrak{A}$ de $K^{(f)}$ tels que, pour tout $\alpha \in K'$, il existe un $\beta \in K^{(f)}$ tel que $\alpha \rightrightarrows \beta$ (s-mod $\mathfrak{A}$) et que $K'(\beta)/k(\beta)$ soit ramifiée. Si $\mathfrak{f}_{k'/k} \| \mathfrak{A}$, il existe des $\alpha \in K'$ tels que $\alpha \rightrightarrows \beta$ (s-mod $\mathfrak{A}$; f) entraîne $k(\beta) \supseteq k(\alpha)$.

Si $\alpha \in K^{(f)}$, les ensembles $\vec{C}(\alpha, \mathfrak{A})$ et $C(\alpha, \mathfrak{A})$ des $\beta \in K^{(f)}$ tels que $\alpha \rightrightarrows \beta$ ou $\equiv \beta$ (s-mod $\mathfrak{A}$; f) seront dits la *semi-classe* et la *classe de* α (mod $\mathfrak{A}$; f). Si α est f-discriminantiel (mod $\mathfrak{A}$), $C(\alpha, \mathfrak{A})$ est dite *discriminantielle* et si, en plus, $\mathfrak{A} \| \mathfrak{f}_{K'/k}$, où $K' = k(\alpha)$ et α est premier à $\mathfrak{A}$, elle est dite *normale*, auquel cas elle est l'ensemble des $\beta \in \vec{C}(\alpha, \mathfrak{A})$ tels que $[k(\beta) : k] = (K' : k)$, et, pour les $\beta \in C = C(\alpha, \mathfrak{A})$, $k(\beta) = K'$ ne dépend que de C et sera noté K_C. Deux classes normales C et C' (mod $\mathfrak{A}$; f) sont dites *équivalentes* si $K_C = K_{C'}$, ce qui, vu la conséquence 5 de la loi de monodromie, équivaut à $k(\alpha_{\mathfrak{p}}) = k(\alpha'_{\mathfrak{p}})$ pour tous les $\mathfrak{P} \mid \mathfrak{f}_{K^{(f)}/k} \Delta_{K^{(f)}/k}$, où $\alpha \in C$ et où $\alpha' \in C'$, et se vérifie finiment. Si la classe normale C (mod $\mathfrak{A}$; f) est discriminantielle, l'idéal $\mathfrak{q}$ tel que $(\mathfrak{q})_k^{\alpha} = \mathfrak{A}$

(*) Séance du 19 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 785, 973, 1113; 226, 1948, p. 535, 1231.

ne dépend pas du choix de $\alpha \in C$, et sera noté $[\mathfrak{Q}]^k_{K'}$, et C est une classe $(\bmod\ \mathfrak{q}\{\Delta_{K'f}\})$ dans $K' = K_C$. Les produits CC' de telles classes dans K' le sont aussi et forment le groupe multiplicatif $A_C(\mathfrak{Q}, f)$ des classes $(\bmod\ \mathfrak{q}\{\Delta_{K'f}\})$ des nombres de $K' = K_C$ premiers à $\mathfrak{Q}$. $E_C(\mathfrak{Q}, f)$ étant le groupe des $C' \in A_C(\mathfrak{Q}, f)$ contenant quelque unité de K', et $U_C(\mathfrak{Q}, f)$ étant celui des $C' \in A_C(\mathfrak{Q}; f)$ contenues dans la classe de 1 $(\bmod\ \mathfrak{q})$, le quotient $A^*_C(\mathfrak{Q}, f)$ de $A_C(\mathfrak{Q}, f)$ par $E_C(\mathfrak{Q}, f) U_C(\mathfrak{Q}, f)$ est le groupe des classes $(\bmod\ \mathfrak{q})$ des idéaux principaux premiers à $\mathfrak{Q}$ de K_C. $\mathcal{J}$ étant une classe des idéaux de K' $(\bmod\ \mathfrak{q})$, un triple $(\mathfrak{N}, \alpha, \beta)$, où $\mathfrak{N}$ est un idéal de K', et où α, β sont des éléments de K' f-discriminantiels $(\bmod\ \mathfrak{Q})$ sera dit un *représentant de* $\mathcal{J}$ si $\mathfrak{N}(\alpha\beta) \in \mathcal{J}$. $(\mathfrak{N}, \alpha, \beta)$ et $(\mathfrak{N}', \alpha', \beta')$ sont dits *équivalents* quand ils sont représentants d'une même classe $(\bmod\ \mathfrak{q})$, ce qui a lieu si et seulement s'il existe un $\mu \in K'$ et une unité ε de K' tels que $\mathfrak{N}' = (\mu)\mathfrak{N}$ et que $\alpha\beta \equiv \varepsilon\mu\alpha'\beta'$ $(\bmod\ \mathfrak{q})$ et peut se décider finiment. Si γ, $\gamma' \in K'$ sont f-discriminantiels $(\bmod\ \mathfrak{Q})$ et tels que $\alpha\beta\alpha'\beta' = \gamma\gamma'$, on pose $(\mathfrak{N}, \alpha, \beta)(\mathfrak{N}', \alpha', \beta') \sim (\mathfrak{N}\mathfrak{N}', \gamma, \gamma')$. Le groupe multiplicatif $\mathcal{J}_C(\mathfrak{Q}, f)$ des classes $(\bmod\ \mathfrak{q})$ des idéaux de K_C premiers à $\mathfrak{Q}$ s'identifie avec celui des classes d'équivalence de triples ainsi multipliées, et l'on peut former finiment un système complet de leurs représentants et leur tableau de multiplication.

K'' étant une extension abélienne de $K' = K_C$ soient $\mathfrak{Q}$ un idéal de K' tel que $\mathfrak{f}_{K''/k} \| \mathfrak{Q}$ et que $\mathfrak{q} = [\mathfrak{Q}]^k_{K'} | \mathfrak{f}_{K''/K'}$ et $H_{K''/K'}$ le groupe de Takagi de K''/K' défini $(\bmod\ \mathfrak{q})$. Alors, en vertu de la théorie abélienne des corps de classes, les éléments irréductibles de l'anneau de Takagi $\mathfrak{T}^{K''/K'}$ de K''/K' sont en correspondance biunivoque avec les caractères χ de $\mathcal{J}_C(\mathfrak{Q}; f)/H_{K''/K'}$ à savoir, à χ correspond $r_\chi \in \mathfrak{T}_{K''/K'}$ tel que, pour tout idéal $\mathfrak{N}$ de K' premier à $\mathfrak{Q}$, on ait $r_\chi(\mathfrak{N}') = [\chi(\mathcal{J})]$, où $\mathfrak{N}' \in \mathcal{J} \in \mathcal{J}_C(\mathfrak{Q}; f)$ [on identifie χ à un caractère de $\mathcal{J}_C(\mathfrak{Q}; f)$]. K_χ étant le corps de classes pour le groupe des idéaux $\mathfrak{N}'$ de K' tels que $\chi(\mathfrak{N}') = 1$, K_χ et le conducteur $\mathfrak{f}^{(\chi)}_k$ de K_χ/k sont dits le *corps* et le *conducteur par rapport à* k *de* χ. α étant un élément de K', on sait qu'on peut construire finiment un associé $\alpha' = [a'(x), f(x)]$ de α dans K' tel que tous les coefficients de $f_{\alpha'/k}(x)$ soient bornés en fonction de $N(\alpha)$ et du régulateur de K', donc tel que, pour $f(x)$ fixe, les coefficients de $a'(x)$ soient bornés en fonction de $N(\alpha)$. $\mathfrak{p}$ étant un idéal premier de k et χ étant un caractère de $\mathcal{J}_C(\mathfrak{Q}; f)$, la valeur de $r_\chi(\mathfrak{P}')$ pour les facteurs premiers $\mathfrak{P}'$ de $\mathfrak{p}$ dans K' se calcule finiment, car il existe un idéal $\mathfrak{N}'$ de K' tel que $N(\mathfrak{N}') \leqq \sqrt{D_{K'}}$ et que $\mathfrak{N}'\mathfrak{P}'$ soit principal; si $\mathfrak{N}'\mathfrak{P}' = (\alpha)$, on a $N(\alpha) \leqq N(\mathfrak{p})^{n'}\sqrt{D_{K'}}$, α possède un associé $\alpha' = [a'(x), f(x)]$, où les coefficients de $a'(x)$ sont bornés en fonction de $N(\mathfrak{p})$, et l'on a $\mathfrak{P}' = \mathfrak{N}'^{-1}(\alpha')$; donc, la classe de $\mathfrak{P}'$ $(\bmod\ \mathfrak{q})$ se détermine par un nombre fini d'essais. Les induites $r^{(\chi)}_k$ par $\mathfrak{N}' \to N_{K'/k}(\mathfrak{N}')$ des r_χ sont dites les représentations *monomiales*. Pour tout idéal premier $\mathfrak{p}$ de k, $r^{(\chi)}_k(\mathfrak{p})$, qui est une matrice de degré $(K' : k)$, dit le *degré* de $r = r^{(\chi)}_k$, et noté $n(r)$, se calcule finiment. On montre que quand $r^{(\chi)}_k = r^{(\eta)}_k$, K_χ et K_η sont conjugués dans $K^{(f)}/k$.

Donc, si $r = r_k^{\chi}$, $\mathfrak{f}_k^{(\chi)}$ ne dépend, à 0-équivalence près, que de r; il sera noté $\mathfrak{f}_r$ et dit le *conducteur de r*.

Soit $U(f)$ un ensemble fini d'idéaux premiers de k telle que, pour toute classe X d'éléments conjugués de $g_{K(f)/k}$, il existe un $\mathfrak{p} \in U(f)$ tel que $< K/k;\ \mathfrak{p} > = X$, où $K = K^{(f)}$. Un $r = r_\Gamma \in \mathfrak{C}_{K/k}$ est déterminé par sa restriction r_f à $U(f)$, car sa donnée détermine les caractères de Γ. $(r \pm r')_f$ et $(r \times r')_f$ sont égaux aux $r_f + r'_f$ et $r_f \times r'_f$ et r est positive si, et seulement si r_f l'est. En vertu du théorème de Brauer, $\mathfrak{C}_{K/k}$, en tant que module, est engendré par ses éléments monomiaux. On a $r = r_k^{(\chi)} \in \mathfrak{C}_{K/k}$ si, et seulement si $K_\chi \subseteq K$, autrement dit si $\chi = 1$ sur $H_{K/K'}$, et on a $\mathfrak{f}_r | \mathfrak{f}_{K/k}$. Comme les $H_{K/K'}$, où $K' \supseteq k$, peuvent se construire finiment, on peut construire finiment toutes les restrictions à $U(f)$ des $r \in \mathfrak{C}_{K/k}$ monomiaux et décider finiment, pour chaque fonction bimatricielle définie sur $U(f)$, si elle est un r_f, $r \in \mathfrak{C}_{K/k}$.

On montre que, $\mathfrak{f}$ étant un idéal entier de k et n étant un entier positif, il n'existe qu'un ensemble fini des $r = r_k^{(\chi)} \in R_k$ tels que $\mathfrak{f}_r | \mathfrak{f}$ et que $n(r) \leqq n$. On peut former finiment un polynome $f = f(\mathfrak{f}, n) \in S_k$ définissant le composé $K(\mathfrak{f}, n)$ des K_χ correspondants. Tous les $r \in R_k$ monomiaux tels que $\mathfrak{f}_r | \mathfrak{f}$ et $n(r) \leqq n$ étant $\in \mathfrak{C}_{K(\mathfrak{f}, n)/k}$, la réunion de tous les $\mathfrak{C}_{K(\mathfrak{f}, n)/k}$ est R_k. Si $r \in \mathfrak{C}_{K(\mathfrak{f}, n)/k}$ et si $r_{\mathfrak{f}, n}$ est $r_{f(\mathfrak{f}, n)}$, le triple $(\mathfrak{f}, n, r_{f,n})$ est dit la $(\mathfrak{f}, n)$-*figuration* de r, et l'on note F_k l'ensemble des figurations des $r \in R_k$. On peut décider finiment si un triple $[\mathfrak{f}, n, \varphi(\mathfrak{p})]$ est la $(\mathfrak{f}, n)$-figuration de quelque $r \in R_k$ et, dans l'affirmative, calculer finiment $r(\mathfrak{p})$ pour tout $\mathfrak{p}$ premier à $\mathfrak{f}$. Les figurations $(\mathfrak{f}, n, r_{\mathfrak{f},n})$, $(\mathfrak{f}', n', r_{\mathfrak{f}',n'})$ des r, $r' \in R_k$ sont dites *équivalentes* si $r \sim r'$, ce qui se décide finiment car, si $\mathfrak{f}^*$ est un multiple des $\mathfrak{f}$, $\mathfrak{f}'$ et si $n^* \geqq \mathrm{Max}(n, n')$, on a $r \sim r'$ si, et seulement si leurs valeurs coïncident sur $U(f(\mathfrak{f}^*, n^*))$. R_k s'identifie avec le quotient de F_k par cette équivalence, organisé par l'addition et la multiplication de figurations et la relation de leur positivité indiqués plus haut, ce qui le caractérise à partir de k et complète la loi d'existence.

ALGÈBRE. — *Réticulés distributifs de dimension linéaire* N.

Note (*) de M. ANTONIO MONTEIRO, présentée par M. Élie Cartan.

1. *Dimension linéaire.* — Soit R un réticulé distributif. D'après un théorème de G. Birkhoff, R est isomorphe à un anneau d'ensembles ([1]). Si R est une algèbre de Boole, on obtient comme cas particulier le théorème de représentation de M. H. Stone ([2]). Le théorème de G. Birkhoff nous donne une représentation de R comme un sous-réticulé d'un produit de chaînes chacune desquelles contient deux éléments 0 et 1 (chaînes minimales ou irréduc-

---

(*) Séance du 19 mai 1948.

([1]) G. BIRKHOFF, *Lattice Theory*, 1940, p. 80.

([2]) *Trans. Amer. Math. Soc.*, 40, 1936, p. 37-111.

tibles). Chaque axe contenant seulement deux coordonnées pour décrire un élément de R, on doit utiliser un grand nombre de coordonnées. Dans le cas du plan euclidien (considéré comme le réticulé produit de la droite par elle-même) chaque point a une infinité de coordonnées de cette nature.

On peut se placer à un autre point de vue et chercher des axes ayant les coordonnées nécessaires pour décrire un élément de R au moyen du plus petit nombre possible de coordonnées. Cela peut nous conduire naturellement à considérer un produit R^n de n chaînes (chacune desquelles contient au moins deux éléments) comme un réticulé de *dimension linéaire n* [3] et à dire qu'un réticulé (distributif) R a la dimension linéaire n si R est isomorphe à un sous-réticulé d'un R^n et n'est isomorphe à aucun sous-réticulé d'un R^{n-1}.

Ces définitions étant posées il s'agit maintenant de chercher une caractérisation intrinsèque de la notion de dimension linéaire.

2. *Arithmétique des filtres.* — Il est naturel de chercher à traduire d'une façon convenable les propriétés d'un réticulé R dans l'arithmétique des filtres premiers de R. Nous avons envisagé récemment [4] une représentation de chaque filtre de R comme intersection des filtres premiers minimaux qui contiennent le filtre donné. Cette représentation d'un filtre F, dite minimale, est univoquement déterminée dans le cas où elle ne fait intervenir qu'un nombre fini n de filtres premiers minimaux. Nous dirons alors que F est d'ordre n. S'il existe dans R un filtre d'ordre n et si tous les autres filtres sont d'ordre $\leqq n$, nous dirons que R a une arithmétique d'ordre n. On peut démontrer le résultat suivant :

1° *Pour qu'un réticulé distributif* R *ait la dimension linéaire n, il faut et il suffit que l'arithmétique des filtres de* R *soit d'ordre n.*

La démonstration fait intervenir l'axiome du choix. Les axes coordonnés sont n chaînes maximales de filtres premiers de R choisies d'une façon convenable (à chacune desquelles on ajoute d'ailleurs le réticulé R, qui joue le rôle de coordonnée o sur chaque axe).

L'ordre de l'arithmétique de R peut être défini d'une autre manière. Il suffit de considérer l'ordre des filtres principaux de R. S'il existe un filtre principal d'ordre n et si tous les autres filtres principaux ont un ordre $\leqq n$, alors l'arithmétique des filtres de R est d'ordre n et réciproquement.

3. *Caractérisation intrinsèque de la dimension linéaire.* — Nous dirons que n éléments de R : $x_1, \ldots, x_n$ sont indépendants si le supremum de ces éléments n'est pas égal au supremum de $n-1$ d'entre eux [5]. Un élément x de R a le degré d'indépendance n si n est le nombre maximum d'éléments indépendants dont le supremum est x. Nous dirons que R a le degré d'indé-

---

(3) O. Ore, *Ann. Math.*, 47, 1946, p. 68.
(4) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 846-848.
(5) R. P. Dilworth, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 49, 1941, p. 327, note (6).

pendance n, si R contient un élément dont le degré d'indépendance est n, tous les autres éléments de R ayant un degré d'indépendance $\leq n$. Pour qu'il en soit ainsi, il faut et il suffit que les deux conditions suivantes soient vérifiées :

I. R *contient* n *éléments indépendants.*

II. $n+1$ *éléments de* R *sont toujours dépendants.*

Dans ces définitions on a fait intervenir seulement l'opération $\cup$; il existe donc deux degrés d'indépendance : un $d(R, \cup)$ par rapport à $\cup$, l'autre $d(R, \cap)$ par rapport à $\cap$. Dans les réticulés distributifs on a toujours $d(R, \cup) = d(R, \cap)$.

Nous pouvons maintenant indiquer une caractérisation intrinsèque simple de la dimension linéaire d'un réticulé distributif R.

2° *Pour qu'un réticulé distributif* R *soit de dimension linéaire* n *il faut et il suffit que les conditions* I *et* II *soient vérifiées.*

La dimension linéaire étant définie par les conditions I et II, la difficulté essentielle consiste à montrer que R est isomorphe à un sous-réticulé d'un produit de n chaînes, car il est évident qu'il ne peut pas en être ainsi pour un nombre plus petit de chaînes. Pour le démontrer nous utilisons le résultat 1° indiqué au n° 2.

L'introduction de la représentation minimale des filtres de R se trouve ainsi justifiée et aura peut-être un rôle à jouer dans l'étude des réticulés distributifs plus généraux que ceux de dimension linéaire n.

ALGÈBRE. — *Domaines d'intégrité où tout idéal est quasi primaire.* Note de M. LADISLAS FUCHS, présentée par M. Élie Cartan.

Dans un travail précédent [1] j'ai introduit la notion des idéaux quasi primaires (noté q. p.) et j'ai démontré que, pour édifier la théorie abstraite des idéaux, ils peuvent remplacer avec beaucoup d'avantages les idéaux primaires employés jusqu'à présent. La bonne maniabilité des idéaux q. p. nous suggère d'étudier les anneaux qui ne contiennent que des idéaux q. p. (appelés désormais des *anneaux* q. p.). Dans cette Note je n'envisage que des domaines d'intégrité q. p. possédant un élément unité.

THÉORÈME 1. — *Les trois énoncés suivants concernant un anneau sont équivalents :*

(*i*) *tout idéal est* q. p. ;

(*ii*) *si* $\mathfrak{g}_1$ *et* $\mathfrak{g}_2$ *sont deux idéaux premiers, alors ou bien* $\mathfrak{g}_1$ *divise* $\mathfrak{g}_2$, *ou bien* $\mathfrak{g}_2$ *divise* $\mathfrak{g}_1$;

(*iii*) *étant donnés deux éléments, il existe une puissance de l'un deux qui est divisible par l'autre.*

---

(1) *Acta Sci. Math. Szeged*, **11**, 1947, p. 174-183. Un idéal est dit quasi primaire si $ab \in \mathfrak{q}$ et $a^n \overline{\in} \mathfrak{q}$ entraînent $b^m \in \mathfrak{q}$. Une définition équivalente est que son radical soit premier.

Démonstration. — Si tout idéal est q. p., alors l'intersection de deux idéaux l'est aussi; ainsi si $\mathfrak{g}_1$ et $\mathfrak{g}_2$ sont deux idéaux premiers, $\mathfrak{g}_1 \cap \mathfrak{g}_2$ l'est aussi, c'est-à-dire $\mathfrak{g}_1 \subset \mathfrak{g}_2$ ou $\mathfrak{g}_2 \subset \mathfrak{g}_1$, donc (*i*) implique (*ii*). Soient maintenant a et b deux éléments quelconques et désignons par $\mathfrak{g}_a$ resp. $\mathfrak{g}_b$ le radical de l'idéal principal (a) resp. $(\mathfrak{b})$. En vertu de (*ii*) $\mathfrak{g}_a \subset \mathfrak{g}_b$ ou $\mathfrak{g}_b \subset \mathfrak{g}_a$. Dans le premier cas $a \in \mathfrak{g}_a \subset \mathfrak{g}_b$ entraîne $a^n \in (b)$, dans le deuxième cas on a $b^m \in (a)$, donc (*ii*) entraîne (*iii*). Enfin (*iii*) entraîne (*i*), car si $ab \in \mathfrak{q}$ et $a^n \in (b)$, on a

$$a^{n+1} = a^n a \subset (a)(\mathfrak{b}) \in \mathfrak{q},$$

donc l'idéal $\mathfrak{q}$ est, en effet, q. p.

Il est facile de donner un exemple d'un anneau q. p. : tout anneau de valuation (Bewertungsring) ([2]) est q. p., car de deux éléments l'un est sûrement diviseur de l'autre. Ceci rend plausible que les domaines d'intégrité q. p. les plus généraux sont parmi les généralisations des anneaux de valuation. Nous allons démontrer que c'est effectivement le cas.

Soit Γ un module (groupe abélien additif), où un *ordre partiel* est défini parmi les éléments, satisfaisant aux conditions suivantes : *a.* si $\alpha \geqq \beta$, $\beta \geqq \alpha$, on a $\alpha = \beta$; *b.* si $\alpha \geqq \beta$, $\beta \geqq \gamma$, on a $\alpha \geqq \gamma$; *c.* si $\alpha \geqq \beta$, $\gamma \geqq \delta$, on a $\alpha + \gamma \geqq \beta + \delta$. Nous disons que Γ est *ordonné d'une manière semi-archimédienne*, si, étant donné $\alpha \geqq 0$, $\beta \geqq 0$, il existe un entier positif n, tel que $n\alpha \geqq \beta$ ou $n\beta \geqq \alpha$.

Nous disons que le corps $\mathfrak{K}$ est valué par le groupe de valeurs Γ, si à tout élément a de $\mathfrak{K}$ différent de zéro il correspond un élément α de Γ, $w(a) = \alpha$ avec les propriétés suivantes : 1° $w(ab) = w(a) + w(b)$; 2° si $w(a) \geqq w(c)$ et $w(b) \geqq w(c)$, on a $w(a+b) \geqq w(c)$; 3° à chaque élément α de Γ correspond un élément a de $\mathfrak{K}$, tel que $w(a) = \alpha$.

Les éléments de $\mathfrak{K}$ pour lesquels $w(a) \geqq 0$, ensemble avec l'élément zéro du corps, forment un anneau $\mathfrak{W}$, en vertu de 1° et 2°. Si Γ est ordonné d'une manière semi-archimédienne, $\mathfrak{W}$ est un domaine d'intégrité q. p. possédant un élément unité, car étant donnés a et $\mathfrak{b}$, considérons les valeurs $w(a) = \alpha \geqq 0$ et $w(b) = \beta \geqq 0$. Si par exemple $n\alpha \geqq \beta$, on a $w(a^n b^{-1}) = w(a^n) - w(b) = n\alpha - \beta \geqq 0$ et ainsi $a^n b^{-1}$ est un élément de $\mathfrak{W}$, c'est-à-dire b divise a^n.

Soit maintenant $\mathfrak{W}$ un domaine d'intégrité q. p. possédant un élément unité. Au corps quotient $\mathfrak{K}$ de $\mathfrak{W}$ nous faisons correspondre un groupe de valeurs Γ, ordonné d'une manière semi-archimédienne, de la façon suivante ([3]) : nous mettons dans une même classe α les éléments de $\mathfrak{K}$ associés par rapport à $\mathfrak{W}$ et nous définissons l'addition et l'ordre parmi ces classes. La somme $\alpha + \beta$ de deux classes sera la classe qui contient les produits de forme ab, où $a \in \alpha$ et $b \in \beta$. Puisque l'addition des classes correspond ainsi à la multiplication des éléments, on voit immédiatement que les classes définies par les éléments

([2]) W. KRULL, *Journal für die r. u. angew. Mathematik*, 167, 1936, p. 160-196.

([3]) La construction est la même que celle employée par Krull.

non nuls de $\mathfrak{K}$ constituent un groupe abélien Γ. Or, nous définissons la relation $\geqq$ parmi les classes en posant $\alpha = \beta$ si $a/b \in \mathfrak{W}$, $a \in \alpha$, $b \in \beta$ et en particulier $\alpha = \beta$ seulement si a/b est une unité de $\mathfrak{W}$. (A la classe unité correspond évidemment l'élément o de Γ.) La transitivité de l'ordre est une conséquence de la divisibilité; *c.* est banal. Γ est ordonné d'une manière semi-archimédienne, car si $\alpha \geqq 0$ et si $\beta \geqq 0$, c'est-à-dire si tout élément a de α et tout élément b de β appartient à $\mathfrak{W}$, il existe un n tel que b divise a^n ou a divise b^n, c'est-à-dire que $n\alpha \geqq \beta$ ou $n\beta \geqq \alpha$. Ainsi nous avons démontré le

THÉORÈME 2. — *Un domaine d'intégrité $\mathfrak{W}$ possédant un élément unité est q. p. si et seulement s'il existe un groupe Γ partiellement ordonné d'une manière semi-archimédienne tel que $\mathfrak{W}$ soit l'anneau de valuation de son corps quotient par rapport à Γ.*

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur les sous-groupes fermés connexes de rang maximum des groupes de Lie clos.* Note (*) de MM. **Armand Borel** et **Jean de Siebenthal**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Les sous-groupes abéliens maximums d'un groupe de Lie clos G sont tous connexes et ont la même dimension; ce sont des tores T^l dont la dimension définit le rang l de G. On peut se proposer d'étudier les sous-groupes fermés connexes G′ de G en se plaçant au point de vue du rang; dans le cas où le rang de G′ est au rang de G, on peut énoncer :

THÉORÈME 1. — *Soient* G *un groupe de Lie clos,* G′ *un sous-groupe fermé connexe de rang maximum de* G, *et* Z′ *le centre de* G′; *alors* G′ *est le normalisateur connexe de* Z′.

THÉORÈME 2. — *Soient* G *un groupe de Lie clos, et* G′ *un sous-groupe fermé connexe* maximum *de rang maximum dans* G; *alors* G′ *est le normalisateur d'un élément de* G.

Par normalisateur d'un sous-ensemble H de G, nous entendons l'ensemble des éléments x de G tels que $xHx^{-1} \subset H$. Remarquons que le théorème 2 peut être en défaut si G′ n'est pas maximum; par exemple, $A_1 \times A_1 \times A_1 \subset C_3$ n'est le normalisateur d'aucun élément de C_3. Ajoutons que *si n, n' et s sont les dimensions respectives de* G, G′, *et du centre* Z *de* G, *on a* $n' \leqq n - 2(l - s)$.

2. La démonstration nécessite les notions suivantes ([1]), ([2]) : au groupe clos G sont associés un espace vectoriel réel R^l et un ensemble Σ de $2m$ formes linéaires $\pm \vartheta_1(x), \ldots, \pm \vartheta_m(x)$, $x \in R^l$: les paramètres angulaires de G; la somme $\sum_1^m \vartheta_i^2$ définit dans R^l une métrique euclidienne. Les $(l-1)$ — plans

(*) Séance du 19 mai 1948.

([1]) E. Cartan, *Annali di Mat.*, 4, 1927, p. 211-225.

([2]) E. Stiefel, *Comment. Math. Helv.*, 14, 1942, p. 350-380.

$\xi' \equiv 0 \pmod 1$ constituent le diagramme de G, et le groupe engendré par les symétries par rapport à ces plans est un groupe spatial Γ dont chaque opération conserve le diagramme.

R' peut être considéré comme le recouvrement universel du tore $T' : \rho R' = T'$; les plans $\xi_i \equiv 0$ ([1]) représentent alors les éléments (dits singuliers) de T' dont le normalisateur dans G est plus grand que T'. Les opérations de Γ définissent des transformations de T' sur lui-même; ce sont les automorphismes intérieurs de G qui laissent T' invariant.

Si G est simple, le domaine fondamental de Γ dans R' est un simplexe P(G) défini par le système $\varphi_1 \geqq 0, \ldots, \varphi_l \geqq 0, \omega \leqq 1$ où $\varphi_1, \ldots, \varphi_l$ sont l paramètres angulaires (fondamentaux); $\omega = \sum_{1,\ldots,l} m_i \varphi_i$ est le paramètre angulaire dominant (m_i entiers positifs). Si $\xi_i(x) = -\vec{\xi}_i . \vec{x}$, on peut représenter $\vec{\varphi}_1, \ldots, \vec{\varphi}_l, -\vec{\omega}$ par $l+1$ points $P_1, \ldots, P_l$, P reliés par 0, 1, 2 ou 3 traits suivant que l'angle des vecteurs correspondants est 90°, 120°, 135° ou 150°. La figure obtenue est la figure de Schläfli $\mathcal{F}(G)$.

3. On parvient maintenant aux propositions énoncées à l'aide des lemmes suivants, qui supposent $T' \subset G' \subset G$.

A. *Soit G' un sous-groupe fermé connexe de G ayant même rang; les paramètres angulaires de G' sont des paramètres angulaires de G.*

B. *Si $\pm \xi_1, \ldots, \pm \xi_{m'}$ sont les paramètres d'un sous-groupe, les points x de R' tels que $\xi'_{m-j}(x) \equiv 0 (j = 1, \ldots, m - m')$ recouvrent le centre de G.*

C. *Soit $\pm \xi_1, \ldots, \pm \xi_{m'}$ un sous-ensemble Σ' de Σ; la condition nécessaire et suffisante pour que Σ' soit l'ensemble des paramètres angulaires d'un sous-groupe G' de G ayant même rang, est que tout paramètre angulaire de Σ qui est une combinaison linéaire à coefficients entiers de paramètres de Σ' appartienne déjà à Σ'.*

Le lemme (A) est essentiel dans toutes les propositions; (B) est utilisé dans (C) et pour établir l'inégalité $n' \leqq n - 2(l - s)$, (C) est le lemme principal.

4° Le théorème 2 permet de déterminer d'une façon simple tous les sous-groupes maximums G' de rang maximum d'un groupe simple G donné, sans distinguer entre deux sous-groupes conjugués.

Soient $\varphi_1(x), \ldots, \varphi_l(x)$ les coordonnées de $x \in R'$, et $S_j(0, \ldots 0, 1/m_j, 0, \ldots, 0)$ $(j = 1, 2, \ldots, l)$ les sommets de P(G) distincts de l'origine O. G' est ou bien le normalisateur de ρS_j pour m_j premier plus grand que 1 ou bien le normalisateur d'un élément intérieur à l'arête $\rho(OS_i)$ pour $m_i = 1$. Les paramètres angulaires fondamentaux de G' sont $\varphi_1, \ldots, \varphi_{j-1}, -\omega, \varphi_{j+1}, \ldots, \varphi_l$ dans le premier cas, et $\varphi_1, \ldots, \varphi_{i-1}, \varphi_{i+1}, \ldots, \varphi_l$ dans le second; ainsi, en supprimant dans $\mathcal{F}(G)$ le point P_j ou les deux points P, P_i (ainsi que les traits issus de ces points), on peut lire la structure de G'.

Résultats. — Les valeurs utiles de m_k sont 1, 2, 3 ou 5. Pour $m_k = 1$ ou 2,

on obtient les sous-groupes caractéristiques des automorphismes involutifs de G appartenant au groupe adjoint continu, l'espace homogène G/G' étant symétrique et irréductible ([3]).

Pour $m_k = 3$, on obtient $A_2 \times A_2 \times A_2 \subset E_6$, $A_2 \times A_5 \subset E_7$, A_3 et $A_2 \times E_6 \subset E_8$; $A_2 \times A_2 \subset F_4$, et $A_2 \subset G_2$. Pour $m = 5$, seulement $A_4 \times A_4 \subset E_8$ ([4]).

THÉORIE DES NOMBRES. — *Théorèmes sur des approximations asymétriques.* Note (*) de M. **Nicolae Negoescu**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Les notations étant celles de la Note précédente ([1]), nous pouvons énoncer les théorèmes suivants :

Théorème 1. — *Pour les irrationnels* α *proprement équivalents à* $\theta = [a_0, a_1, a_2, \ldots]$, *on a* $M(\alpha;\ \tau) = maximum\left(\overline{\lim_{\nu=\infty}}\, \rho_{2\nu},\ \tau\, \overline{\lim_{\nu=\infty}}\, \rho_{2\nu+1}\right)$ *et pour les irrationnels* β *improprement équivalents à* θ, $M(\beta;\ \tau) = maximum\left(\overline{\lim_{\nu=\infty}}\, \rho_{2\nu+1},\ \tau\, \overline{\lim_{\nu=\infty}}\, \rho_{2\nu}\right)$.

Théorème 2. — *a. Les irrationnels proprement équivalents à* $[\overline{k, m}]$ *ont* $M(\theta;\ \tau) = \sqrt{m^2 + 4\tau}$ *pour* $\tau = m/k$; *b. Les irrationnels improprement équivalents à* $[\overline{k, m}]$ *ont* $M(\theta;\ \tau) = \sqrt{m^2\tau^2 + 4\tau}$ *pour* $\tau = k/m$.

Théorème 3. — *a. Les irrationnels proprement équivalents à* $[\overline{k, 1, 1, 1}]$ *ont* $M(\theta;\ \tau) = \sqrt{\tau^2 + 10\tau + 9}/2$ *pour* $\tau = 3/(2k+1)$; *b. Les irrationnels improprement équivalents à* $[\overline{k, 1, 1, 1}]$ *ont* $M(\theta;\ \tau) = \sqrt{9\tau^2 + 10\tau + 1}/2$ *pour* $\tau = (2k+1)/3$.

Théorème 4. — *Les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un nombre irrationnel* θ *soit tel que pour tout* $\gamma < 1$, *il existe seulement un nombre fini de fractions* p/q *satisfaisant*

$$(1a)\qquad -\frac{\gamma}{q^2} < \frac{p}{q} - \theta < 0, \qquad \text{resp } (1b)\quad 0 < \frac{p}{q} - \theta < \frac{\gamma}{q^2},$$

sont

$$(2a)\qquad \left\{\begin{array}{l} \lim_{\nu=\infty} a_{2\nu} = \infty, \\ \lim_{\nu=\infty} a_{2\nu+1} = 1, \end{array}\right. \qquad \text{resp } (2b)\quad \left\{\begin{array}{l} \lim_{\nu=\infty} a_{2\nu} = 1, \\ \lim_{\nu=\infty} a_{2\nu-1} = \infty. \end{array}\right.$$

Remarques. — Si $m = 1$, le théorème 2*a* donne les théorèmes 11, 12, 13 de M. B. Segre ([2]) et 2*b* constitue une précision du théorème V, démontré par

---

([3]) E. Cartan, *Bull. Soc. Math.*, 55, 1927, p. 126-132.

([4]) Les démonstrations détaillées seront publiées prochainement; d'autres mémoires sur les sous-groupes paraîtront ultérieurement.

(*) Séance du 19 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1945.

([2]) *Duke Mathematical Journal*, **12**, 1945, p. 337.

nous ([3]). Le théorème 2, si $m=2$, donne des précisions du théorème VI ([3]) et explique sa nature compliquée. Le théorème 2 montre que pour tout irrationnel θ, la fonction $M(\theta;\tau)$ est une fonction continue par rapport à τ, ayant la forme d'une échelle constituée par des droites parallèles à $o\tau$ et des droites par l'origine. Le théorème 3 montre que dans les régions, bornées par $M=\text{maximum}\left(\sqrt{1+4\tau},\ \sqrt{\tau^2+4\tau}\right)$ et $M=M(\theta;\tau)$, θ étant équivalents à $[\overline{K,\ 1}]$ $(K=1,\ 2,\ \ldots)$, il existe les points angulaires des fonctions $M=M(\theta;\tau)$, θ étant équivalents à $[\overline{K,\ 1,\ 1,\ 1}]$ $(K=1,\ 2,\ \ldots)$. Les théorèmes 2 et 3 ne sont pas contradictoires avec le résultat de M. R. Robinson, énoncé par M. Koksma ([4]). Le théorème 4 contient le théorème 14 de M. B. Segre ([2]).

Enfin considérons l'ensemble de toutes les fonctions $M(\theta;\tau)<\text{maximum}(3,3\tau)$, c'est-à-dire tel que $\text{maximum}\left(\overline{\lim_{\nu=\infty}}\rho_{2\nu},\ \tau\overline{\lim_{\nu=\infty}}\rho_{2\nu+1}\right)<\text{maximum}\ (3,\ 3\tau)$. Pour cela il faut avoir $[a_{2\nu+1},\ a_{2\nu+2},\ \ldots]+[0,\ a_{2\nu},\ a_{2\nu-1},\ \ldots,\ a_1]<3$ et

$$\tau\{[a_{2\nu+2},\ a_{2\nu+3},\ \ldots]+[0,\ a_{2\nu+1},\ a_{2\nu},\ \ldots,\ a_1]\}<3\tau\ (\tau>0)\qquad \text{pour tous}\quad \nu>N$$

ou bien

$$[a_{n-1},\ a_{n-2},\ \ldots]+[0,\ a_n,\ a_{n-1},\ \ldots,\ a_1]<3\qquad \text{pour tous}\quad n>N_1.$$

Or conformément aux recherches de Markoff ([5]) et de M. Shibata ([6]), il est nécessaire et suffisant que les nombres θ soient équivalents à

$$[\bar{1}],\ [\bar{2}]\ \text{ou}\ [\overline{2,\ 2,\ \underbrace{1,\ 1,\ \ldots,\ 1}_{2r_0},\ 2,\ 2,\ \underbrace{1,\ 1,\ \ldots,\ 1}_{2r_1},\ 2,\ \ldots,\ 1,\ 2,\ 2,\ \underbrace{1,\ 1,\ \ldots,\ 1}_{2r_\nu}}]$$

$r_0,\ r_1,\ \ldots,\ r_\nu$ pouvant être même zéro.

Maintenant nous pouvons énoncer les théorèmes généralisés de O. Perron ([7]).

THÉORÈME 5. — *L'ensemble des fonctions* $M(\theta;\tau)$ *pour tous les nombres irrationnels tels que* $M(\theta;\tau)<$ *maximum* $(3,\ 3\tau)$ *est dénombrable, c'est-à-dire forme une suite de fonctions (continues par rapport à* τ*).* Cette suite converge uniformément à la fonction maximum $(3,\ 3\tau)$ et elle est donnée par

$$\max\left(\frac{\sqrt{9Q^2-4}}{Q},\quad \frac{\tau\sqrt{9Q^2-4}}{Q}\right). \tag{3}$$

Q parcourt la suite des nombres de Markoff, c'est-à-dire les nombres entiers positifs qui satisfont à $Q^2+Q_1^2+Q_2^2=3QQ_1Q_2$ où Q_1, Q_2 sont deux nombres entiers positifs.

([3]) *Bulletin de l'École Polytechnique Jassy*, 3, fasc. 1, 1948, p. 3.
([4]) *Mathematical Reviews*, 8, 1947, p. 566.
([5]) *Mathematische Annalen*, 17, 1880, p. 379.
([6]) *The Tôhoku Mathematical Journal*, 23, 1924, p. 328.
([7]) *Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie*, 1921.

La fonction $M(\theta;\tau)$ est égale à l'expression (3) seulement pour les nombres équivalents à

$$\frac{\sqrt{9Q^2-4}+Q+2P}{2Q} \qquad \text{où} \quad P \equiv \frac{Q_1}{Q_2}(\text{mod}\, Q).$$

THÉORÈME 6. — *Les nombres* θ *équivalents à*

$$[2, 2, \underbrace{1, 1, \ldots, 1}_{\lambda_1}, 2, 2, \underbrace{1, 1, \ldots, 1}_{\lambda_2}, 2, 2, 1, \ldots],$$

avec $\lambda_1 < \lambda_2 \ldots$ *et la borne supérieure de* $\lambda_n = \infty$, *ont la puissance de continu et* $M(\theta;\tau) = \max(3, 3\tau)$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les singularités des fonctions analytiques définies par des développements dirichlétiens.* Note (*) de M. **MAURICE BLAMBERT**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Les définitions et notations utilisées ici sont extraites de l'ouvrage de M. Mandelbrojt [1]. La notion d'uniformité introduite par M. Mandelbrojt est appelée *Uniformité* $\mathfrak{U}_{\mathfrak{M}}$; il en résulte l'*Ordre généralisé* $\mathcal{O}_{\mathfrak{M}}$, ou *Ordre* $\mathcal{O}_{\mathfrak{M}}$. Soit Δ une région située dans le demi-plan $\sigma > \sigma_1$ et ayant les caractères suivants :

a. elle contient les points s tels que $\mathcal{R}s = \sigma > \sigma_A^f$;

b. il existe une fonction $f(s)$ holomorphe dans Δ, égale à la somme de la série $\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$ pour $s \in \Delta$, $\mathcal{R}s = \sigma > \sigma_A^f$ [abscisse de convergence absolue de $f(s)$].

Dire que $f(s)$ est *uniforme* $\mathfrak{U}_{\mathfrak{M}}$ dans le demi-plan $\sigma > \sigma_1$ signifie que :

a. il existe un domaine $\Delta(\sigma_1)$ qui contient chaque domaine Δ ayant les propriétés ci-dessus;

b. $f(s)$ est holomorphe dans $\Delta(\sigma_1)$;

c. $f(s)$ est donnée pour $s \in \Delta(\sigma_1)$, $\mathcal{R}s = \sigma > \sigma_c^f$ (abscisse de convergence simple), par la somme de $\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$;

d. $S_f^{\sigma_1}$ étant l'ensemble des points du demi-plan $\sigma \geq \sigma_1$ qui ne sont pas points de $\Delta(\sigma_1)$, $f(s)$ ne peut être prolongée analytiquement jusqu'à un point de $S_f^{\sigma_1}$ sans qu'on puisse effectuer ce prolongement le long d'un chemin coupant la droite $\sigma = \sigma_1$.

Définition de « l'ordre $\mathcal{O}_{\mathfrak{M}}$ ». — A chaque $\eta > 0$ et à chaque $\varepsilon > 0$, il correspond une constante $N(\varepsilon, \eta, \sigma_1)$ telle que $|f(s)| < N(\varepsilon, \eta, \sigma_1)|t|^{\nu+\eta}$, $s \in \Delta(\sigma_1, \varepsilon)$ et $|t|$ suffisamment grand, où l'on pose : $\Delta(\sigma_1, \varepsilon) = [\overline{P(\sigma_1) - S_f^{\sigma_1}(\varepsilon)}]$ avec les définitions suivantes :

(*) Séance du 19 mai 1948.

(1) *Dirichlet Series. The Rice Institute Pamphlet*, Houston, 1944, p. 231.

a. $S_f^{\sigma_1}(\varepsilon) = \cup\, c(s, \varepsilon)$, $s \in S_f^{\sigma_1}$, $c(s, \varepsilon)$ cercle ouvert de centre s et de rayon ε, $P(\sigma_1)$ représentant le demi-plan $\sigma > \sigma_1$;

b. $[\overline{P(\sigma_1) - S_f^{\sigma_1}(\varepsilon)}]$ est la fermeture de la partie de la différence des ensembles $P(\sigma_1)$ et $S_f^{\sigma_1}(\varepsilon)$ qui constitue une région contenant un demi-plan $\sigma > \sigma_1$ où $\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$ converge et où $f(s)$ est holomorphe.

Nulle quantité inférieure à ν n'a cette propriété. Par définition, $f(s)$ est dite *d'ordre* $\mathcal{O}_{\mathfrak{M}}$ égale à ν dans $\sigma > \sigma_1$.

La fonction définie par la série $\Sigma a_{\mu_n}^{(k)} b_n e^{-\mu_n s}$, k entier positif, est dite déduite par application aux fonctions $f(s)$ et $\varphi(s)$ de l'opérateur Hadamard-Mandelbrojt $H_{\mathfrak{M}}(f, \varphi \mid k)$ où

$$a_{\mu_n}^{(k)} = \begin{cases} \displaystyle\sum_{\lambda_m < \mu_n} (\mu_n - \lambda_m)^k a_m & \text{si } n \geqq n_0, \\ 0 & \text{si } 1 \leqq n < n_0, \end{cases}$$

où n_0 est le plus petit entier tel que $\mu_n > \lambda_1$.

Les fonctions auxquelles on applique cet opérateur $H_{\mathfrak{M}}(f, \varphi \mid k)$ sont soumises aux conditions suivantes :

A. $f(s) = \Sigma \alpha_n e^{-\lambda_n s}$, la suite $\{\lambda_n\}$ croissant strictement vers l'infini, est *uniforme* $\mathfrak{U}_{\mathfrak{M}}$ dans le demi-plan $\sigma > \sigma_1$ et y possède *l'ordre* $\mathcal{O}_{\mathfrak{M}}$ égal à ν, une abscisse de convergence simple σ_c^f et absolue σ_A^f. Dans le demi-plan $\sigma_1 < \mathfrak{S}_1^f \leqq \sigma$ les singularités de $f(s)$ sont *réduites* à des pôles $\omega_j (\neq 0)$.

Par hypothèse, on peut trouver $\eta > 0$ tel que $\overline{\text{borne}}\ \sigma < \mathfrak{S}_1^f - \eta$, lorsque $s \in S_f^{\sigma_1}$, $\sigma < \mathfrak{S}_1^f$.

B. $\varphi(s) = \Sigma b_n e_n^{-\mu s}$, la suite $\{\mu_n\}$ croissant strictement vers l'infini, est *uniforme* $\mathfrak{U}_{\mathfrak{M}}$ dans $\sigma > \sigma_2$, possède *l'ordre* $\mathcal{O}_{\mathfrak{M}}$ égal à μ, σ_c^φ et σ_A^φ. Ses singularités dans le demi-plan $\sigma_2 < \mathfrak{S}_1^\varphi \leqq \sigma$ sont réduites à des pôles β_p. Par hypothèse, on peut trouver $\eta_1 > 0$ tel que $\overline{\text{borne}}\ \sigma < \mathfrak{S}_1^\varphi - \eta_1$, lorsque $s \in S_\varphi^{\sigma_2}$, $\sigma < \mathfrak{S}_1$. [$S_\varphi^{\sigma_2}$ pour la fonction $\varphi(s)$, a une définition analogue à celle de $S_f^{\sigma_1}$ pour $f(s)$].

Hypothèse H. — Quels que soient les entiers j, j', p, p', à l'exclusion du seul cas où simultanément $j = j'$, $p = p'$, il existe $\delta > 0$ tel que

$$|\omega_j - \omega_{j'} + \beta_p - \beta_{p'}| > \delta > 0.$$

Hypothèse H'. — Il existe $k_0 > 0$ tel que

$$\varliminf_{\varepsilon = 0} \int_{\pi(\mathfrak{S}_1^f - \eta) \cap \overset{*}{C}_1^f(\varepsilon)} \frac{d\zeta}{|s|^{1+k_0+\delta}} < \infty,$$

$\delta > 0$ arbitrairement petit, ζ représentant l'arc, $\pi(\mathfrak{S}_1^f - \eta)$ le demi-plan $\sigma \leqq \mathfrak{S}_1^f - \eta$ et où $\overset{*}{C}_1^f(\varepsilon)$ est déterminé de la manière suivante :

Soit $c > \max(0, \sigma_A^f)$. On pave la bande $\sigma_1 \leqq \sigma \leqq c$ avec des carrés de côté $\varepsilon = (c - \sigma_1)/q$ (q entier). Soit $D_1(\varepsilon)$ l'ensemble de tous les carrés qui ne contiennent dans leur fermeture ni un point de $S_f^{\sigma_1}$ ni le point $s = 0$ et qui ne

sont pas contigus à de tels carrés. ε est choisi suffisamment petit pour que les carrés bordant $\sigma = c$ appartiennent à $D_1(\varepsilon)$.

Soit $\overset{\star}{D}{}_1^f(\varepsilon)$ la plus grande région appartenant à $D_1(\varepsilon)$ et contenant les carrés bordant $\sigma = c$. $\overset{\star}{C}{}_1^f(\varepsilon)$ est la partie de la frontière de $\overset{\star}{D}{}_1^f(\varepsilon)$ qui ne contient pas les points de $\sigma = c$.

THÉORÈME. — *Dans les hypothèses ci-dessus relatives à $f(s)$ et $\varphi(s)$, jointes au choix $k > \max(k_0 + \Delta, \Delta + \mu)$, si $s = 0$ n'est point régulier ni pour $f(s)$, ni pour $f(s)/s^\Delta$, où $\Delta > \nu + 1$; alors tout point $\omega_J + \beta_P$ ($\vartheta^f \leqq \mathcal{R}\omega_J$, $\vartheta^\varphi \leqq \mathcal{R}\beta_P$, ϑ^f et ϑ^φ étant deux nombres assujettis aux conditions $\vartheta_1^f \leqq \vartheta^f$, $\vartheta_1^\varphi \leqq \vartheta^\varphi$, $\sigma_{\mathcal{H}}^f + \vartheta_1^\varphi \leqq \vartheta^f + \vartheta^\varphi$), singulier possible de $\sum \alpha_{\mu_n}^{(k)} b_n e^{-\mu_n s} = H_{\mathfrak{M}}(f(s), \varphi(s) \mid k)$, vérifiant*

$$\mathcal{R}(\omega_J + \beta_P) > \max \begin{cases} \sigma_{\mathcal{H}}^f + \sigma^2 \\ \sigma_{\mathcal{C}}^\varphi + \tau_{\mathcal{C}}^\varphi + \vartheta_1^f \end{cases} \qquad \left[\sigma_{\mathcal{H}}^f = \text{abscisse d'holomorphie de } f(s)\right],$$

où $\tau_{\mathcal{C}}^\varphi = \overline{\lim_{x=\infty}}\left(L[\varpi(x) - \varpi([x])]\right)/x$ et où $\varpi(x$ est la « fonction de distribution » de la suite $\{\mu_n\}$ (définie par $\mu_{\varpi(x)} < x \leqq \mu_{\varpi(x)+1}$), est pôle d'ordre $k_j + m_P - 1$ de la fonction définie par cette série. (k_J, ordre du pôle ω_J; m_P, ordre du pôle β_P.)

Il est manifeste que ce théorème étend aux séries de Dirichlet générales, un résultat bien connu, obtenu par M. Borel sur les séries de Taylor.

La démonstration utilise un théorème fondamental de M. Mandelbrojt (²).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'approximation polynomiale des fonctions sur tout l'axe réel.* Note (*) de M. **Szolem Mandelbrojt**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Le théorème suivant de S. Bernstein est bien connu.

Soit

$$(1) \qquad F(x) = \Pi\left(1 + \frac{x^2}{\beta_n^2}\right) \qquad (-\infty < x < \infty)$$

avec

$$(2) \qquad \sum \frac{1}{\beta_n} = \infty,$$

et soit $f(x)$ une fonction continue $(-\infty < x < \infty)$ avec $f(x)/F(x) \to 0$ $(|x| \to \infty)$.

Quel que soit $\varepsilon > 0$, il existe un polynome $P(x)$ tel que

$$(3) \qquad |f(x) - P(x)| < \varepsilon F(x) \qquad (-\infty < x < \infty).$$

(²) *Dirichlet Series*, Chap. IX, p. 243.

(*) Séance du 19 mai 1947.

Nous démontrons un théorème beaucoup plus général, mais voici d'abord quelques définitions. $\{\nu_n\}$ étant une suite croissante de quantités positives, posons $N(\nu)=\sum_{\nu_n<\nu} 1$, $D(\nu)=N(\nu)/\nu\,(\nu>0)$, $D^*=\overline{\lim_{\nu=\infty}} D(\nu)$, $D^*(\nu)=\overline{\text{borne}}_{x\geq\nu} D(x)$. La quantité D^* est appelée la densité supérieure de la suite $\{\nu_n\}$, la fonction $D^*(\nu)$ est la fonction de densité supérieure de cette suite.

THÉORÈME I. — *Soit* $\{\lambda_n\}$ *une suite d'entiers positifs croissants, et désignons par* $\{\nu_n\}$ *la suite d'entiers positifs complémentaires de la suite* $\{\lambda_n\}$ *par rapport à la suite de tous les entiers positifs. Désignons par* D^* *et* $D^*(\nu)$ *la densité supérieure et la fonction de densité supérieure de la suite* $\{\nu_n\}$. *Supposons que* $D^*<1/2$.

Soit $F(x)$ *une fonction positive continue pour* $x\geq 0$, $\log F(x)$ *étant une fonction convexe de* $\log x\,(x>0)$. *Supposons que* $F(x)$ *est* λ_1 *fois dérivable avec*

$$(4) \qquad |F^{(\lambda_1)}(x)| = o\big(F(x)\big)^{1+\frac{1}{\lambda_1}} \quad (^1).$$

En posant $\log F(e^\sigma)=p(\sigma)$, *supposons qu'il existe une constante positive* β *telle que*

$$(5) \qquad \int^{\infty} p(\sigma)\, e^{-\int^{\sigma}\frac{du}{1-2D^*(\beta p(u))}}\, d\sigma=\infty.$$

Soit $f(x)$ *une fonction continue* $(-\infty<x<\infty)$ *telle que*

$$\lim_{|x|=\infty}\frac{f(x)}{F(|x|)}=0.$$

Dans ces conditions, quel que soit $\varepsilon>0$, *il existe un polynome de la forme*

$$(6) \qquad P(x)=a_0+a_1x^{\lambda_1}+\ldots+a_nx^{\lambda_n},$$

tel que

$$|f(x)-P(x)|<\varepsilon F(|x|)\,(-\infty<x<\infty).$$

Si $\lambda_n=n\,(n\geq 1)$ on a $D^*(\nu)\equiv 0$, $D^*=0$, et la relation (5) devient

$$\int^{\infty} p(\sigma)\, e^{-\sigma}\, d\sigma=\infty,$$

ce qui est équivalent, comme on le sait, à (2), lorsque $F(x)$ est donnée par (1). D'ailleurs, pour une telle fonction (lorsque $\Sigma\beta_n^{-2}<\infty$, seul cas intéressant) $F'(x)=O\big(F(x)\big)^2$. Le théorème de S. Bernstein est donc bien un cas particulier du théorème 1.

Le théorème 1 résulte du théorème qui suit :

THÉORÈME II. — *Soit* $F(x)$ *une fonction positive, paire, continue,* $\log F(x)$ *étant une fonction convexe de* $\log x\,(x>0)$. *Les suites* $\{\lambda_n\}$, $\{\nu_n\}$ *étant définies*

(1) Il suffit de supposer que $F(x)$ est dérivable λ_1-1 fois, la dérivée $\lambda^{\text{ième}}$ existant presque partout [et satisfaisant (4)].

comme dans le théorème I, *et* $D^{\cdot}$, $D^{\cdot}(\nu)$ *ayant la même signification que dans ce théorème, supposons que* $D^{\cdot} < 1/2$ *et que* (5), *avec* $p(\sigma) = \log F(e^{\sigma})$, *ait lieu.*

Dans ces conditions, toute fonction $f(x)$ *appartenant à une classe* L_p *sur* $(-\infty, \infty)$ *avec* $1 \leqq p \leqq \infty$ (²), *et telle que*

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x) x^{\lambda_n}}{F(x)} dx = 0 \quad (n \geqq 0, \lambda_0 = 0)$$

est nulle presque partout.

La démonstration du théorème II est basée sur notre théorème sur la quasi-analyticité générale, où, moyennant une condition de la forme (5) portant sur $p(\sigma) = \overline{\text{borne}}_{r \geqq 1}(n\sigma - \log M_n)$, on conclut, du fait que, sur $x \geqq 0$, $|\varphi^{(n)}(x)| \leqq M_n$, $\varphi^{(\lambda_n)}(0) \doteq 0$, $\varphi(0) = 0$ à $\varphi(x) \equiv 0$ (³). Ici l'on pose :

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ixt} \frac{f(x)\, dx}{F(x)}.$$

Les quantités correspondantes M_n sont fournies de la manière suivante : On désigne par $n(\sigma)$ la partie entière, non négative, de $d \log F(e^{\sigma})/d\sigma$, on désigne par μ_n les valeurs de σ où $n(\sigma)$ est discontinue, et l'on pose $\log(M_n/M_{n-1}) = \mu_n$. Pour le passage du théorème II au théorème I, on remarque d'abord que si f est continue $(x \geqq 0)$ et si $\varphi(u) = f(x)/F(x) \to 0$ $(x \to \infty)$, $\varphi(u)$ est une fonction continue de $u = \left(F(x)\right)^{-1}$ sur $\left[0, [F(0)]^{-1}\right]$, donc [si $F(x)$ croît pour $x \geqq 0$] $\varphi(u)$ peut être approchée par un polynome ordinaire

$$\left(\Sigma d_k u^k = \Sigma d_k \left(F(x)\right)^{-k}\right),$$

et, si les conditions du théorème I sont remplies, à chaque fonction $\left(F(x)\right)^{-k}$ correspond un polynome de la forme (6) tel que $\left|\left(F(x)\right)^{-k} - P(x)\right| < \varepsilon F(x)$, en vertu du théorème II.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème récent de M. Denjoy.* Note de M. Gustave Choquet, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Dans une Note récente (¹), M. Arnaud Denjoy a donné une large extension aux théorèmes topologiques qu'il avait posés, dans ses *Leçons sur le calcul des*

(²) L_∞ désigne la classe des fonctions bornées sur $(-\infty, \infty)$. Pour $1 \leqq p < \infty$, L_p est la classe des fonctions f telles que $\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^p dx < \infty$.

(³) Voir *Ann. École Norm. sup.*, **63**, 1946, théorème (Q — A), forme A, p. 369. Remarquons qu'avec les notations du Mémoire cité $\nu[D^{\cdot}(\beta p)] = o(p)$ $(p \to \infty)$, dans la formule (Q) $D^{\cdot}\left(C_f(u)\right)$ peut donc être remplacé par $D^{\cdot}\left(\beta C_f(u)\right)$.

(¹) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1407.

coefficients d'une série trigonométrique (2e partie), comme base topologique de la théorie des fonctions de variable réelle. Cette extension recouvre un théorème topologique que j'avais énoncé dans ma thèse ([2]).

J'ai été amené également, comme conclusion à un travail sur la notion de semi-continuité ([3]), à étendre ce théorème topologique. Il se trouve que j'ai fait cette extension dans une direction très voisine de celle de M. Denjoy.

J'ai été conduit à l'énoncé ci-dessous, d'une part en cherchant une démonstration purement topologique du théorème de ma thèse, d'autre part en étudiant des problèmes auxquels ce théorème ne s'appliquait pas directement : Pour définir par exemple les paratingents de rang 2 de M. Bouligand, on associe un élément géométrique (une direction de droite) à tout triplet de points alignés d'un ensemble E; le fait que cet élément soit défini seulement sur un sous-ensemble de l'ensemble des triplets de E montrait là nécessité d'une extension du théorème en question.

Notations. — Soient $\mathfrak{X}$ et $\mathfrak{Y}$ deux espaces métriques, $(\mathfrak{X} \times \mathfrak{Y})$ leur produit topologique, et A l'ensemble représentatif, dans $(\mathfrak{X} \times \mathfrak{Y})$ d'une application continue f de $\mathfrak{X}$ dans $\mathfrak{Y}$.

Soit d'autre part, $B \subset [(\mathfrak{X} \times \mathfrak{Y}) - A]$.

Pour tout $b \in B$, soit $\delta(b)$ un sous-ensemble fermé, éventuellement vide, d'un espace métrique séparable Δ.

Pour tout $a \in A$, désignons par $[a]$ l'ensemble des points de $(\mathfrak{X} \times \mathfrak{Y})$ qui ont même première coordonnée que a.

Pour tout voisinage $\mathcal{V}$ de a $(a \in A)$ dans $(\mathfrak{X} \times \mathfrak{Y})$, posons

$$\mathcal{C}_{\mathcal{V}}(a) = \overline{\left[\bigcup_{b \in B \cap \mathcal{V} \cap [a]} \delta(b)\right]}; \qquad \mathcal{P}_{\mathcal{V}}(a) = \overline{\left[\bigcup_{b \in B \cap \mathcal{V}} \delta(b)\right]}$$

et

$$\mathcal{C}(a) = \bigcap_{\mathcal{V}} \mathcal{C}_{\mathcal{V}}(a); \qquad \mathcal{P}(a) = \bigcap_{\mathcal{V}} \mathcal{P}_{\mathcal{V}}(a).$$

On a évidemment $\mathcal{C}(a) \subset \mathcal{P}(a)$, et $\mathcal{P}(a)$ possède la semi-continuité supérieure en fonction de a.

Nous dirons que $\mathcal{C}(a)$ et $\mathcal{P}(a)$ sont, respectivement, les contingent et paratingent relatifs à $(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, A, B, \delta)$ au point a.

THÉORÈME. — *Avec les notations précédentes, s'il existe une base dénombrable* $(\mathcal{V}_i)_{i=1,2,\ldots}$ *de voisinage de* A *dans* $(\mathfrak{X} \times \mathfrak{Y})$ *telle que, pour tout i,* $\mathcal{C}_{\mathcal{V}_i}(a)$ *possède la semi-continuité inférieure* ([4]) *en fonction de a* $(a \in A)$, *l'ensemble des*

([2]) *Journal de Math. pures et appl.*, 1947.

([3]) A paraître prochainement aux *Annales de Grenoble*, 1947; les notations utilisées dans ce Mémoire diffèrent de celles utilisées ici.

([4]) L'énoncé resterait vrai en remplaçant le mot *inférieure* par *supérieure*, mais en fait, ce n'est que la semi-continuité inférieure que l'on rencontre en général dans l'étude de $\mathcal{C}_{\mathcal{V}}(a)$.

points de A *en lesquels on a* $\mathcal{C}(a) \not\equiv \mathcal{L}(a)$ *est un ensemble gerbé sur* A (*c'est-à-dire une réunion dénombrable d'ensembles non denses sur* A).

Deux cas généraux d'applicabilité de ce théorème. — 1° L'ensemble $\delta(b)$ varie continûment avec b ($b \in$ B) et il existe un sous-ensemble $B' \subset B$ tel que B' soit partout dense sur B et que les sections ($B' \cap [a]$) possèdent la semi-continuité inférieure en fonction de a ($a \in$ A).

2° Pour tout $y \in \mathcal{Y}$, l'ensemble ($B \cap [y]_2$) (5) est ouvert sur $[y]_2$ et la restriction de $\delta(b)$ à ($B \cap [y]_2$) possède la semi-continuité inférieure en fonction de b.

Le lien entre l'énoncé de M. Denjoy et le théorème ci-dessus résulte de la traduction suivante des notations (*voir* la Note de M. Denjoy). On pose

$$\mathcal{X} = P; \quad \mathcal{Y} = U; \quad A = \text{ensemble des points } (X, X), \quad \text{où } X \in P.$$
$$B = \text{ensemble des points } (X, M), \quad \text{où } X \in P \quad \text{et} \quad M \in e(X).$$
$$\delta(b) = F(M), \quad \text{pour } b = (X, M) \quad \text{où } M \in e(X).$$

Les hypothèses de M. Denjoy s'expriment alors, avec nos notations, de la façon suivante :

α. L'ensemble $B \cap [a]$ (où $a \in A$) possède la semi-continuité inférieure en fonction de a;

β. Pour tout $a_0 \in A$ et tout $b_0 \in B \cap [a_0]$, il existe une application $b = g(a)$ de A dans B telle que :

β_1. $g(a) \in B \cap [a]$ pour tout $a \in A$, et $g(a_0) = b_0$;

β_2. $g(a)$ et $\delta[g(a)]$ sont continus au point a_0.

Sous ces conditions, distinctes de celles étudiées dans les deux cas généraux (1) et (2) ci-dessus, on vérifie aisément que les hypothèses de notre théorème sont vérifiées. Plus précisément, pour tout voisinage ouvert $\mathcal{V}$ de A, $\mathcal{C}_{\mathcal{V}}(a)$ possède la semi-continuité inférieure en fonction de a.

Remarque 1. — Notre énoncé s'applique immédiatement à l'étude des suites de fonctions : soit par exemple $f_n(x)$ un sous-ensemble fermé de l'espace Δ, défini pour tout entier $n > 0$, et pour tout $x \in E$ (E étant un espace métrique). On pose

$$\mathcal{C}(x) = \text{ens.} \limsup_{n \to \infty} f_n(x), \qquad \mathcal{L}(x) = \text{ens.} \limsup_{x' \to x,\, n \to \infty} f_n(x').$$

Alors, si $f_n(x)$ possède, pour tout n, la semi-continuité inférieure en fonction de x, on a $\mathcal{C}(x) = \mathcal{L}(x)$, sauf aux points d'un sous-ensemble gerbé de E.

Remarque 2. — Nous avons spécifié que l'espace Δ doit être séparable. On peut montrer en effet que l'énoncé de notre théorème serait en défaut *pour tout espace métrique* Δ *non séparable* (6).

(5) $[y]_2$ désigne l'ensemble des points ($\mathcal{X} \times \mathcal{Y}$) qui ont pour seconde coordonnée y.

(6) On peut utiliser pour cela le fait que, pour qu'un espace métrique Δ soit séparable, il faut et il suffit que tout sous-ensemble non dénombrable de Δ admette un point d'accumulation.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur deux théorèmes de Fabry.*
Note de M. **Shmuel Agmon**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Soit $f(z)=\Sigma d_n z^n$ une série de Taylor de rayon de convergence égal à un. On peut toujours poser $d_n=\theta_n l_n$, ou $|\theta_n|\leq 1$, $\overline{\lim\limits_{n=\infty}}|\theta_n|=\theta>0$, et où $\{l_n\}$ est une suite appartenant à la classe $L=L\{n\}$, [c'est-à-dire la suite $\{l_n\}$ satisfait aux relations $l_n>0$, $\lim l_{n-1}/l_n=1$, et à quelques conditions de régularité, précisées dans notre Note précédente (1)]. Cette décomposition de d_n en un produit n'est pas unique. Une suite partielle de coefficients, $\{d_{n_k}\}(k=1, 2,\ldots)$, sera appelée suite principale, s'il existe une telle décomposition pour laquelle $|\theta_{n_k}|\geq\delta>0$.

Théorème 1. — *Soit $f(z)=\Sigma d_n z^n$ une série de Taylor de rayon de convergence égal à un. Soit $\{n_k\}$ une suite croissante d'entiers positifs, telle que $\lim(n_{k+1}-n_k)=\infty$, d_{n_k} étant une suite de coefficients principaux. Supposons que l'une des deux conditions suivantes soit remplie*

$$(1)\qquad \overline{\lim_{k=\infty}}\left|\frac{d_{n_k+m}}{d_{n_k}}\right|\leq e^{-\varphi(m)}\quad (m=1, 2,\ldots),\qquad \overline{\lim_{k=\infty}}\left|\frac{d_{n_k-m}}{d_{n_k}}\right|\leq e^{-\varphi(m)}\quad (m=1, 2, \ldots),$$

où $\varphi(m)$ est une fonction croissante telle que

$$(2)\qquad \sum_{1}^{\infty}\frac{\varphi(m)}{m^2}=\infty.$$

Alors le cercle de convergence est une coupure.

Démonstration. — Supposons qu'il existe un point régulier de $f(z)$ sur le cercle de convergence. Sans diminuer la généralité, on peut supposer que le point d'affixe -1 est régulier. On peut alors associer à $f(z)$ une fonction entière $H(u)$ d'ordre un et du type moyen, telle que

$$\overline{\lim_{\rho=\infty}}\frac{\log|H(\rho e^{i\psi})|}{\rho}\leq\Omega|\sin\psi|\qquad \text{pour}\quad |\psi|\leq\alpha,\ 0<\alpha<\frac{\pi}{2},\ 0\leq\Omega<\pi$$

et telle que : $H(n)=d_n$ $(n=0, 1, 2, \ldots)$. Posons : $H_k(u)=H(n_k+u)/d_{n_k}$. D'après un théorème énoncé dans notre Note précédente (1), la famille $\{H_k(u)\}$ est normale dans toute partie bornée du plan. Chaque fonction $G(u)$ qui est la limite d'une suite partielle de fonctions de cette famille, est une fonction entière, non identiquement nulle $[G(0)=1]$ qui est telle que $|G(v+iw)|=O(e^{\Omega|w|})$. Supposons, par exemple, que la première condition (1) soit satisfaite. On a : $|G(m)|\leq e^{-\varphi(m)}$ $(m=1, 2, \ldots)$, $\varphi(m)$ étant la fonction croissante satisfaisant la condition (2). D'après un théorème de

(1) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1497.

Mlle M. L. Cartwright (²) $G(u) \equiv 0$, ce qui nous fournit la contradiction cherchée.

Le théorème suivant est un corollaire du théorème précédent.

THÉORÈME 2. — *Soit* $f(z) = \Sigma d_n z^n$ *une série de Taylor de rayon de convergence égal à un. Supposons qu'il existe une suite croissante d'entiers positifs, telle que* $\lim(n_{k+1} - n_k) = \infty$, *et telle que* $|d_{n_k}| > 0$, $|d_n| \leqq C \operatorname{Min}(|d_{n_k}|, |d_{n_{k+1}}|)$ *pour* $n_k < n < n_{k+1}$, C *étant une constante. Supposons aussi qu'il existe une fonction* $\varepsilon(k) = \pm 1$, *telle que* : $\overline{\lim} |d_{n_k+\varepsilon(k)m}| / |d_{n_k}| \leqq e^{-\varphi(m)}$ $\varphi(m)$ *étant une fonction croissante remplissant la condition* (2). *Alors le cercle de convergence est une coupure.*

Les deux théorèmes précédents contiennent le théorème de Fabry sur les séries lacunaires (dans sa forme faible). En effet, dans le cas du théorème de Fabry on peut poser $\varphi(m) \equiv \infty$. On voit d'ailleurs que le théorème reste encore vrai lorsqu'il n'existe qu'une suite infinie de lacunes, dont la longueur tend vers l'infini, à condition toutefois que ces lacunes soient bordées d'un côté par des coefficients principaux. Mais il est évident, d'après nos énoncés généraux (théorèmes I et II), qu'il n'est nullement nécessaire, pour tirer notre conclusion qu'il y ait des lacunes. Remarquons que dans le cas où $\overline{\lim} |d_n| = \infty$, les théorèmes précédents peuvent être généralisés : les hypothèses étant les mêmes, on a la conclusion suivante : $f(z)$ n'est bornée dans aucun secteur du cercle de convergence.

Soit $f(z) = \Sigma d_n z^n$, une série telle que $\lim(d_{n+1}/d_n) = 1$; on sait, d'après un autre théorème de Fabry, que $z = 1$ est un point singulier de $f(z)$. Voici une brève démonstration de ce théorème, qui utilise le théorème II de notre Note précédente.

Supposons, au contraire, qu'il existe un cercle C_ρ, $|z - 1| \leqq \rho > 0$ dans lequel $f(z)$ est holomorphe. Soit alors $\{d_{n_k}\}$ une suite quelconque de coefficients principaux, et posons : $f_k(z) = \left(f(z) - S_{n_k - 1}(z)\right) / d_{n_k} z^{n_k}$. $\left(S_m(z)\right.$ est la somme partielle de $\left.f(z)\right)$. D'après le théorème déjà cité, $\{f_k(z)\}$ est une famille normale dans C_ρ. On voit aisément que $f_k(z) \to 1/(1 - z)$. Mais le point $z = 1$ est singulier pour $1/(1 - z)$, ce qui conduit à une contradiction, et démontre le théorème.

Cette méthode montre que c'est seulement le voisinage des coefficients principaux qui compte. En effet, lorsque la suite $\{|d_n|\}$ appartient à la classe L, tous les coefficients sont principaux. Dans ce cas le théorème reste vrai, si l'on suppose $d_{n+1}/d_n \to 1$ pour $p_\nu \leqq n \leqq q_\nu$, $\{p_\nu\}$ $\{q_\nu\}$ étant deux suites, telle que $p_\nu \uparrow \infty$ $q_\nu \uparrow \infty$ et $\lim(q_\nu - p_\nu) = \infty$.

(²) *Proc. of the London Math. Society*, 41, 1936, p. 33.

TOPOLOGIE. — *Sur les corps de Boole topologiques.*
Note de M. **Roman Sikorski**, présentée par M. Paul Montel.

Soit C un corps de Boole additif au sens dénombrable. C s'appelle *corps topologique* lorsqu'on a fait correspondre à tout élément A de C un élément $\overline{A}$ de C de façon que les axiomes suivants de M. Kuratowski soient vérifiés :

(I) $$\overline{A_1 + A_2} = \overline{A}_1 + \overline{A}_2,$$

(II) $$A \subset \overline{A},$$

(III) $$\overline{0} = 0,$$

(IV) $$\overline{\overline{A}} = \overline{A}.$$

La plupart des définitions topologiques se laissent étendre aux corps topologiques; ainsi par exemple A est dit fermé lorsque $A = \overline{A}$; A est dit ouvert lorsque son complémentaire est fermé. Les théorèmes exprimés en termes de l'Algèbre de Boole et valables dans les espaces topologiques vérifiant les axiomes (I-IV) se laissent aussi, en général, étendre aux corps topologiques.

C étant un corps topologique, désignons par B(C) le plus petit corps additif (au sens dénombrable) contenant tous les éléments ouverts de C. Ce corps est topologique.

Deux corps topologiques C et C_1 sont *homéomorphes* s'il existe une transformation isomorphe de C en C_1 qui transforme la famille des éléments fermés de C en la famille des éléments fermés de C_1. Les corps C et C_1 sont dits *faiblement homéomorphes* lorsque les corps B(C) et B(C_1) sont homéomorphes.

Un corps d'ensembles additif au sens dénombrable, pourvu d'une fonction satisfaisant aux axiomes I-IV, est dit *corps topologique d'ensembles*.

Envisageons les corps topologiques satisfaisant à l'axiome suivant (analogue à celui de base) :

V. *Il existe une suite d'éléments ouverts* $G_1, G_2, \ldots$ *telle que tout élément ouvert* G *est somme des* G_n *tels que* $\overline{G}_n \subset G$.

On a les théorèmes suivants :

Théorème 1. — *Tout corps topologique d'ensembles assujetti à l'axiome* V *est faiblement homéomorphe au corps de tous les sous-ensembles d'un espace métrique séparable convenablement défini.*

Soit C un corps topologique d'ensembles vérifiant l'axiome V. Soit I un idéal d'ensembles de C, additif au sens dénombrable. Désignons par [X] l'élément du corps-facteur C/I qui contient X. A tout $A \in C/I$, faisons correspondre le plus petit ensemble fermé $F \in C$ tel que $A \subset [F]$. La fonction $\overline{A} = [F]$ vérifie les axiomes I-V. Le corps C/I est donc topologique. Inversement, on a le :

Théorème 2. — *A tout corps topologique* C *assujetti à l'axiome* V *correspondent : un corps topologique d'ensembles* C_1 *assujetti à l'axiome* V *et un idéal* I *additif au sens dénombrable tels que* C *est homéomorphe au corps* C_1/I.

THÉORÈME 3. — *A tout corps topologique* C *assujetti à l'axiome* V, *correspond un idéal* I *additif au sens dénombrable, formé de sous-ensembles du cube fondamental de Hilbert et tel que* C *est faiblement homéomorphe au corps* H/I, *où* H *désigne le corps de tous les sous-ensembles du cube de Hilbert.*

TOPOLOGIE ALGÉBRIQUE. — *Sur les réseaux de courbes sans cycle limite, tracés sur une surface de genre p.* Note (*) de Mme **PIERRE-LOUIS DUBOIS-VIOLETTE.**

Nous nous proposons dans cette Note d'exposer brièvement le principe des démonstrations des propriétés énoncées dans la Note précédente ([1]).

Nous étudions donc les réseaux de courbes satisfaisant aux conditions énoncées dans la Note en question.

I. *Si un réseau* R *est tracé sur une surface* S *de genre* $p > 1$ *et satisfait aux cinq premières conditions, il ne peut contenir de ruban de courbes qui, suivi indéfiniment ne se ramifie pas et qui se recouvre partiellement.*

Supposons en effet qu'il n'en soit pas ainsi. Soient alors L et L' les courbes frontières d'un ruban π. Nous supposons que ce ruban est pris *aussi large que possible,* c'est-à-dire qu'il existe une courbe de R aussi voisine que l'on veut de L (ou de L') et qui aboutit à un col.

Soit $\alpha\beta$ un arc joignant un point de L à un point de L' et sans contact avec aucune courbe du ruban. On montre qu'il existe toujours un arc $\alpha\beta$.

Supposons que le ruban vienne à se recouvrir partiellement, la courbe L par exemple rencontrant $\alpha\beta$ en α_1. Alors, ou bien les courbes du ruban recouvriront une partie de $\alpha\beta$ excluant l'extrémité β et l'on montre alors que R contient un cycle limite rencontrant $\alpha\beta$, ce qui est impossible ou bien le ruban recouvre en totalité $\alpha_1\beta$ et dans ce cas l'une des courbes du ruban viendra coïncider avec L', les courbes voisines venant se placer de part et d'autre de L'. Par suite L' ne pourra pas être le bord du ruban que nous avons supposé le plus large possible. Nous nous heurtons donc à une impossibilité.

L'existence d'un tel ruban n'est possible que si R n'admet pas de col, c'est-à-dire si S est de genre 1.

II. *Nous considérons désormais un réseau* R *satisfaisant aux six conditions :*

THÉORÈME. — *Il est impossible d'isoler dans* R *un ruban de courbes qui, suivi dans un sens, se ramifie indéfiniment et, suivi dans l'autre sens, ne se ramifie pas.*

Supposons qu'il n'en soit pas ainsi. Soit $\alpha\beta$ un arc tracé sur S, sans contact avec R et tel que toutes les courbes de R qui traversent $\alpha\beta$ appartiennent au ruban π dont on suppose l'existence. Nous distinguons par les signes + et — les deux côtés de l'arc $\alpha\beta$ sur la surface S. Nous supposons par exemple que les courbes de R, sortant de $\alpha\beta$ par le côté + ne se ramifient pas.

(*) Séance du 19 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1580.

Considérons alors les courbes de S sortant de $\alpha\beta$ par le côté —. Aucune d'elles ne peut retraverser $\alpha\beta$ en entrant par le côté —, car il en serait de même pour toutes les courbes traversant un arc continu $\alpha_1\beta_1$ de $\alpha\beta$ et au delà le pinceau formé ne se ramifierait plus.

D'autre part, si certaines courbes traversent $\alpha\beta$ en entrant par le côté +, ce seront des courbes issues des points d'un arc $\alpha_1\beta_1$ de $\alpha\beta$. Si ces courbes en retraversant $\alpha\beta$ ne couvrent qu'une partie de $\alpha\beta$ les courbes sortant de $\alpha\beta$ par le côté + doivent se ramifier. Si, au contraire, ces courbes couvrent en totalité l'arc $\alpha\beta$, les courbes sortant de $\alpha\beta$ par le côté + retraverseront $\alpha\beta$ sur un arc $\alpha_1\beta_1$ puis sur un arc $\alpha_2\beta_2$, et ainsi de suite et l'on aura $\alpha_n\beta_n \subset \alpha_{n-1}\beta_{n-1} \subset \ldots \subset \alpha\beta$, c'est-à-dire que R admettra uu cycle limite traversant $\alpha\beta$.

Nous arrivons donc dans tous les cas à une impossibilité, d'où l'énoncé :

Théorème. — *Soit* Γ *une courbe fermée tracée sur* S *et présentant un nombre fini de points de contact avec* R; *toute courbe de* R *rencontre* Γ *une infinité de fois.*

Nous distinguons un côté + et un côté — de part et d'autre de Γ sur la surface S.

Si nous considérons l'ensemble des arcs de courbes de R traversant Γ et sortant par le côté +, il y en a un nombre fini, qui aboutissent à un col de R sans avoir avant retraversé Γ. Il y en a, d'autre part, un nombre fini ou nul qui ont leur premier point commun ultérieur avec Γ en un point de contact de Γ avec R. Nous désignons par H_i les points de Γ origine des arcs de courbe de R précédents.

Si l'on considère l'ensemble des courbes de R traversant Γ en sortant par le côté —, on définit de même des points H'_j qui seront en nombre fini et non nul.

On partage ainsi par les points H_i d'une part, par les points H'_j d'autre part chacun des côtés de Γ en un nombre fini d'arcs.

Si l'on considère deux points $H_{i-1}\,H_i$ consécutifs sur Γ_+, l'ensemble des courbes sortant de Γ_+ par les points de $H_{i-1}\,H_i$ retraverseront toutes Γ si l'une d'elles traverse Γ. Si aucune des courbes ne traversait Γ, imaginons que l'on suive les mêmes courbes en sens contraire, aucune d'elles ne pourrait traverser Γ une infinité de fois. Par suite aucun point de $H_{i-1}\,H_i$ ne serait d'accumulation pour aucune courbe de R et la condition (6) serait en défaut.

Il en résulte que *toute courbe traversant* Γ *retraverse* Γ *une infinité de fois.*

D'autre part, si la courbe L passant par H_i aboutit à un col sans avoir traversé Γ, cette séparatrice se prolonge par l'une ou l'autre des deux séparatrices aboutissant au même col et situées immédiatement à droite et à gauche de L. Ces deux séparatrices seront frontières de l'ensemble des courbes traversant les deux arcs d'extrémités H_i sur Γ_+, donc elles rencontreront toutes les deux Γ. Par suite, *toutes les séparatrices aboutissant à un même col traversent* Γ *dès que l'une d'elles traverse* Γ.

Nous voyons alors que l'ensemble des courbes traversant Γ couvre une surface sans frontière, ce qui n'est possible que si l'ensemble des courbes couvre en totalité la surface S supposée connexe. Alors *toute courbe de* R *traverse* Γ *une infinité de fois*.

En particulier nous pouvons prendre pour Γ une courbe fermée limitant sur S une aire simplement connexe A. Nous voyons alors que toute courbe de R traverse l'aire A.

Nous en déduisons immédiatement que si H est un point quelconque de S, on pourra prendre A à l'intérieur d'un voisinage de H sur S aussi petit que l'on veut pourvu qu'en H la condition (5) soit vérifiée.

Donc *une courbe quelconque de* R *admet tout point* H *de* S *comme point d'accumulation*.

GÉOMÉTRIE. — *Courbure et nombres de Betti d'une variété riemannienne compacte*. Note (*) de M. André Lichnerowicz, présentée par M. Élie Cartan.

Dans un travail qui vient de me parvenir [1], Bochner étudie un problème dont je m'étais aussi occupé. On sait qu'une variété riemannienne compacte, orientable V_n de courbure constante positive admet mêmes nombres de Betti que la sphère $S_n : b_p(V_n) = 0$ pour $p = 1, 2, \ldots, (n-1)$. On peut chercher dans quelle mesure ce résultat peut être étendu à des variétés V_n compactes, orientables de courbure non constante. Bochner apporte une réponse assez précise à cette question et je me bornerai à quelques résultats complémentaires.

1° La méthode utilise essentiellement la théorie des formes harmoniques de Hodge. Si $T_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_p}$ désigne le tenseur antisymétrique associé à une forme harmonique de degré p, on a la formule

$$\frac{1}{2p}\Delta[T^2] = \frac{1}{p} g^{\alpha\beta}\nabla_\alpha T^{\alpha_1\ldots\alpha_p}\nabla_\beta T_{\alpha_1\ldots\alpha_p} - R_{\alpha_1\beta_1} T^{\alpha_1}{}_{\beta_2\ldots\beta_p} T^{\beta_1\beta_2\ldots\beta_p}$$
$$+ \frac{p-1}{2} R_{\alpha_1\beta_1,\alpha_2\beta_2} T^{\alpha_1\beta_1}{}_{\beta_3\ldots\beta_p} T^{\alpha_2\beta_2\beta_3\ldots\beta_p},$$

où s'introduisent les tenseurs classiques de courbure et où

$$T^2 = T^{\alpha_1\ldots\alpha_p} T_{\alpha_1\ldots\alpha_p}.$$

Nous poserons

$$A_{\lambda\mu,\rho\sigma} = \frac{1}{2}[R_{\lambda\sigma} g_{\mu\rho} + R_{\mu\rho} g_{\lambda\sigma} - R_{\lambda\rho} g_{\mu\sigma} - R_{\mu\sigma} g_{\lambda\rho}].$$

Désignons par $(\mathfrak{L})$ une propriété *locale* de la métrique de V_n telle que, quel

(*) Séance du 19 mai 1948.

(1) *Ann. of Math.*, 49, 1948, p. 379-390.

que soit le tenseur antisymétrique $t_{\lambda\mu}$ non identiquement nul, on ait l'inégalité

$$(1) \qquad Q_p(t_{\lambda\mu}) \equiv \left[R_{\lambda\mu,\rho\sigma} + \frac{1}{p-1} A_{\lambda\mu,\rho\sigma} \right] t^{\lambda\mu} t^{\rho\sigma} > 0$$

pour un entier p déterminé. $\Delta[T^2]$ est alors positif ou nul et la fonction T^2 ne peut atteindre son maximum en un point de V_n sans se réduire identiquement à une constante. Par suite le tenseur $T_{\alpha_1 \ldots \alpha_p}$ est nul et $b_p(V_n) = 0$. Nous énoncerons :

Théorème. — *Si une variété riemannienne compacte, orientable* V_n *admet la propriété* $(\mathfrak{T})$ *pour un entier* $p(1 \leq p \leq n-1)$, *le nombre de Betti* $b_p(V_n)$ *correspondant est nul.*

Supposons la courbure de Ricci de V_n partout *positive*. Alors la forme quadratique de coefficients $A_{\lambda\mu,\rho\sigma}$ est définie positive et nous pouvons introduire les valeurs propres $\rho_{\lambda\mu}$ de la matrice $R_{\lambda\mu,\rho\sigma}$ par rapport à $A_{\lambda\mu,\rho\sigma}$ [l'indice $(\lambda\mu)$ joue le rôle d'indice composé]. *La variété* V_n *admet la propriété* $(\mathfrak{T})$ *pour les entiers p tels que*

$$(2) \qquad \frac{1}{p-1} > \max |\bar{\rho}_{\lambda\mu}|,$$

où $\bar{\rho}_{\lambda\mu}$ désigne celles des valeurs propres $\rho_{\lambda\mu}$ qui sont négatives.

2° Si $C_{\lambda\mu,\rho\sigma}$ désigne le tenseur de courbure conforme de V_n, on a aussi

$$Q_p(t_{\lambda\mu}) = C_{\lambda\mu,\rho\sigma} t^{\lambda\mu} t^{\rho\sigma} - \frac{2}{p-1} \left[1 - \frac{2(p-1)}{n-2} \right] R_{\lambda\mu} t^{\lambda\rho} t^{\mu}{}_{\rho} - \frac{2R}{(n-1)(n-2)} t^2.$$

Il en résulte par exemple que *toute variété localement conforme à l'espace euclidien et de courbure de Ricci positive admet la propriété* $(\mathfrak{T})$, pour $1 \leq p \leq [n/2]$, *et a par suite mêmes nombres de Betti que* S_n.

3° Supposons que la métrique ds^2 de V_n ait été décomposée, aux différents points de V_n, en une somme de deux (ou plusieurs) métriques *locales* de la forme

$$ds^2 = g_{\alpha_1\beta_1}(x^{\lambda_1}) dx^{\alpha_1} dx^{\beta_1} + g_{\alpha_2\beta_2}(x^{\lambda_2}) dx^{\alpha_2} dx^{\beta_2} \qquad \begin{cases} \alpha_1, \ldots = 1, \ldots, r. \\ \alpha_2, \ldots = r+1, \ldots, n. \end{cases}$$

Si chacune de ces métriques locales est de courbure de Ricci positive et admet la propriété $(\mathfrak{T})$ *pour un entier p déterminé, il en est de même pour la métrique de* V_n *et* $b_p(V_n) = 0$. Ce résultat est applicable par exemple si le ds^2 de V_n est localement réductible à une somme d'éléments linéaires conformes à l'élément euclidien, les courbures de Ricci étant positives.

4° *Si* V_n *peut être localement plongé dans un espace* V_{n+1} *de courbure constante* $K \geq 0$ *et si sa seconde forme fondamentale* Ω_{ij} *est définie, les deux nombres de Betti* $b_1(V_n)$ *et* $b_2(V_n)$ *sont nuls.*

Il suffit de vérifier la propriété $(\mathfrak{T})$ pour $p = 2$ et d'introduire à cet effet les valeurs propres de la matrice Ω_{ij} qui ne sont autres que les courbures principales ρ_α de V_n. La propriété $(\mathfrak{T})$ est satisfaite pour les entiers p tels que, quels

que soient a et b distincts

(3) $$\frac{1}{p-1} > \frac{\rho_a}{\sum_{k \neq b} \rho_k}.$$

Par suite, *si la plus petite courbure principale est supérieure à la moitié de la plus grande, la variété* V_n *a mêmes nombres de Betti que la sphère* S_n.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur une infinité de systèmes cycliques attachés en un point d'une cyclide générale.* Note (*) de M. **Fernand Backes**, présentée par M. Paul Montel.

1. Soit $\sum \frac{x_i^2}{a_i} = 0$, où $a_i\,(i=1, \ldots, 5)$ désignent des constantes, l'équation canonique d'une cyclide en coordonnées pentasphériques; cette surface admet, on le sait, la représentation paramétrique

$$x_i = \sqrt{\frac{a_i(a_i-u)(a_i-v)}{f'(a_i)}} \qquad \text{où} \quad f(t) = \prod_{i=1}^{5}(t-a_i).$$

La décomposition de la fraction rationnelle $t^n/f(t)$ en éléments simples permet de montrer que la somme $\sum \frac{a_i^n}{f'(a_i)}$ est nulle pour $n=0, 1, 2, 3$, égale à un ou à Σa_i suivant que $n=4$ ou que $n=5$. Ces formules sont utiles pour l'obtention des résultats qui vont suivre.

2. La sphère S_0, représentée par l'équation $\Sigma X_i(x_i/a_i)=0$, où les X_i désignent les coordonnées courantes, est tangente à la cyclide au point x_i; ses cinq coordonnées x_i/a_i sont solutions de l'équation de Laplace du type d'Euler-Poisson $E(-1/2, -1/2)$, la même que celle à laquelle satisfont les coordonnées x_i du point générateur P de la cyclide. La sixième coordonnée de S_0, égale à $\sqrt{uv}$ (à un facteur près), vérifie la même équation, de sorte que S_0 est une sphère de Ribaucour; le second point P_0 où elle touche son enveloppe est défini par les équations

(1) $$\Sigma X_i \frac{x_i}{a_i} = 0, \qquad \Sigma X_i \frac{x_i}{a_i-u} = 0, \qquad \Sigma X_i \frac{x_i}{a_i-v} = 0,$$

dont les deux dernières sont celles d'un cercle Γ_0 engendrant un système cyclique.

Les sphères d'équations $\Sigma X_i x_i(a_i-u)=0$, $\Sigma X_i x_i(a_i-v)=0$ sont orthogonales à chacune des sphères (1); elles définissent donc un cercle de foyers P, P_0, lequel engendre une congruence dont, en vertu d'un théorème connu, u, v

(*) Séance du 19 mai 1948.

sont les paramètres des périsphères. Les sphères indiquées sont précisément les sphères focales du cercle; la forme de leurs équations prouve que le point P_0 aura pour coordonnées $x_i(a_i+k)$, où k sera déterminé par la condition $\Sigma x_i^2(a_i+k)^2=0$. On obtient ainsi pour P_0 les coordonnées $\xi_i=x_i(2a_i+u+v-A)$, où A désigne Σa_i, et, si l'on forme l'équation de Laplace à laquelle satisfont ces expressions, on trouve

$$2(u-v)\frac{\partial^2\xi}{\partial u\,\partial v}+\frac{A-u-3v}{A-v-3u}\frac{\partial\xi}{\partial u}-\frac{A-v-3u}{A-u-3v}\frac{\partial\xi}{\partial v}=0.$$

3. Considérons plus généralement une sphère S_h tangente au point x_i de la cyclide et représentée par l'équation $\Sigma X_i x_i[(1/a_i)+h]=0$, h étant supposé constant. Tout comme pour S_0, les six coordonnées de S_h sont aussi solutions de $E(-1/2,\ -1/2)$; ainsi, lorsque h varie, toute sphère S_h est une sphère de Ribaucour.

Si P_h désigne son second point caractéristique, le cercle Γ_h orthogonal à S_h aux points P, P_h, et défini par les équations

$$(u+h)\sum X_i\frac{x_i}{a_i-u}=(v+h)\sum X_i\frac{x_i}{a_i-v}=-h\sum X_i x_i,$$

engendre un système cyclique. Ces cercles sont situés sur une sphère orthogonale à la cyclide au point x_i; elle a pour équation

$$\sum X_i\frac{x_i a_i}{(a_i-u)(a_i-v)}=0,$$

et ses cinq coordonnées vérifient l'équation $E(1/2,\ 1/2)$, de sorte que u, v sont les paramètres des lignes principales de l'enveloppe.

4. Il est curieux de constater que les sphères de courbure normale au point x_i, et dont les équations $\Sigma X_i x_i(1/a_i-1/u)=0$, $\Sigma X_i x_i(1/a_i-1/v)=0$ prouvent que l'on n'a pas affaire à des sphères S_h, sont telles que leurs six coordonnées sont aussi solutions de $E(-1/2,\ -1/2)$. Ce sont des sphères de Ribaucour pour lesquelles les deux nappes de l'enveloppe coïncident.

5. Nous terminerons cette Note en considérant la famille de sphères admettant les cinq coordonnées

$$x_i\left(1+\frac{\lambda}{a_i-u}+\frac{\mu}{a_i-v}\right),$$

où λ, μ désignent des constantes arbitraires. Ces expressions ne peuvent satisfaire à une équation $E(\beta,\ \beta')$ que si $\lambda=\mu$ et $\beta=\beta'=-1/2$; on obtient ainsi une infinité simple de sphères coupant orthogonalement la cyclide au point x_i et telles que u, v sont les paramètres des lignes principales sur les deux nappes de l'enveloppe.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Le regroupement des classes d'une table de contingence et ses applications à la génétique.* Note (*) de M. **Gustave Malécot**, transmise par M. Émile Borel.

Soient dans une *population infinie* d'éléments e classés suivant deux caractères prenant respectivement les états A_i et B_j, P_{ij} la probabilité des éléments présentant à la fois les états A_i et B_j, $\alpha_i = \sum_j P_{ij}$ et $\beta_j = \sum_i P_{ij}$ les probabilités marginales. Posons

$$(1) \qquad P_{ij} = \alpha_i \beta_j \left[1 + \sum_{r=1}^{R} \lambda_i^{(r)} \mu_j^{(r)} \right].$$

Les *paramètres de corrélation* $\lambda_i^{(r)}$ et $\mu_j^{(r)}$ sont liés par les relations

$$(1') \qquad \sum_i \alpha_i \lambda_i^{(r)} = 0, \qquad \sum_j \beta_j \mu_j^{(r)} = 0,$$

et peuvent toujours être calculés en fonction des P_{ij} si R est assez grand.

Regroupons les éléments e en *classes composites* C_l et D_m de la façon suivante : e est affecté à la nouvelle classe C_l avec la probabilité ρ_{il} s'il appartient à la classe A_i, à la classe D_m avec la probabilité θ_{jm} indépendante des ρ_{il}, s'il appartient à la classe B_j. La probabilité totale que e appartienne à la fois aux classes C_l et D_m peut s'écrire

$$(2) \qquad \pi_{lm} = \sum_{ij} P_{ij} \rho_{il} \theta_{jm} = \gamma_l \delta_m \left[1 + \sum_r \nu_l^{(r)} \sigma_m^{(r)} \right],$$

γ_l étant la probabilité totale de C_l, δ_m celle de D_m, $\nu_l^{(r)}$ la valeur moyenne de $\lambda_i^{(r)}$ dans C_l, $\sigma_m^{(r)}$ celle de $\mu_j^{(r)}$ dans D_m. On a évidemment

$$(2') \qquad \sum \gamma_l = 1, \qquad \sum \delta_m = 1, \qquad \sum_l \gamma_l \nu_l^{(r)} = 0, \qquad \sum_m \delta_m \sigma_m^{(r)} = 0,$$

(2) et (2') représentent l'extension de (1) et (1') aux *classes composites*, les paramètres de corrélation des nouvelles classes étant les valeurs moyennes de ceux des anciennes.

Application à la Génétique. — Soit F_0 une population mendélienne infiniment nombreuse; soient A_i et B_j les génotypes présentés respectivement par les mâles et les femelles. Prenons pour e les couples de parents; P_{ij} est la probabilité que A_i et B_j soient les génotypes du père et de la mère dans un couple pris au hasard dans F_0; α_i et β_j les probabilités des génotypes du père et de la mère.

(*) Séance du 19 mai 1948.

Il y a *accouplement au hasard* si $P_{ij} = \alpha_i \beta_j$. Sinon, il y a *accouplement préférentiel*. Le *système d'accouplement* peut alors être défini par la donnée de *paramètres de préférence* $\lambda_i^{(r)}$ et $\mu_j^{(r)}$ satisfaisant à (1) et (1'). Les lois de Mendel donnent la composition génétique *à la naissance* de la génération suivante F_1 en fonction des α_i, β_j, $\lambda_i^{(r)}$ et $\mu_j^{(r)}$, donc *les* α'_i et β'_j de F_1 si l'on connaît les *coefficients de sélection zygotiques*.

Exemple. — Soient P, 2Q, R les probabilités qu'un enfant S naissant présente les états zygotiques autosomaux AA, Aa, aa. Plaçons respectivement le père et la mère de S dans les *classes composites* C_1 ou C_2, D_1 ou D_2 suivant qu'ils ont transmis à S le gène A ou a. On a d'après (2') : $\gamma_2 = 1 - \gamma_1$, $\gamma_1 \nu_1^{(r)} = -\gamma_2 \nu_2^{(r)}$, etc. D'où

$$(3) \quad P = \pi_{11} = \gamma_1 \delta_1 + \mu, \qquad 2Q = \pi_{12} + \pi_{21} = \gamma_1 \delta_2 + \gamma_2 \delta_1 - 2\mu, \qquad R = \pi_{22} = \gamma_2 \delta_2 + \mu,$$

μ, *coefficient d'homogamie*, dépend des valeurs moyennes des paramètres de préférence des divers génotypes fournissant A ou a, donc de leurs fréquences. h et σ étant des *coefficients de sélection zygotiques*, les probabilités des trois états zygotiques chez les individus de F_1 qui deviennent pères et mères sont donnés par

$$(4) \qquad \frac{P_1}{P} = \frac{2Q_1}{2(1 - h\sigma)Q} = \frac{R_1}{(1-\sigma)R}.$$

En reclassant de la même façon les individus de F_1 on a

$$(5) \qquad \gamma'_1 = \delta'_1 = P_1 + Q_1, \qquad \gamma'_2 = \delta'_2 = Q_1 + R_1.$$

Les γ et δ sont égaux dès la deuxième génération. (3) devient alors en la prenant pour origine et en posant : $\gamma_1 = \delta_1 = p$; $\gamma_2 = \delta_2 = q = 1 - p$; $\gamma'_1 = \delta'_1 = p'$ etc. et $\mu = \lambda pq$:

$$P = p(p + \lambda q), \qquad 2Q = 2pq(1 - \lambda), \qquad R = q(q + \lambda p).$$

Et, si σ est petit, (4) et (5) donnent

$$q' = q + \sigma q(1 - q)[(2h - 1)(1 - \lambda)q + h\lambda - \lambda - h],$$

ce qui étend au *cas d'homogamie* tous les résultats que nous avons établis [1]. Si par contre $\sigma = 1$, l'étude de M. Teissier [2] s'étend au cas d'homogamie, en posant avec lui $1 - h = \sigma_2 / \sigma_1$ et en remarquant qu'alors

$$\frac{1}{q'} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2(1-\lambda)q} + 2 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2},$$

formule dont l'itération montre qu'il y a *équilibre asymptotique* si $\sigma_2 > \sigma_1(1 - \lambda)$ et *élimination du gène a* dans le cas contraire.

---

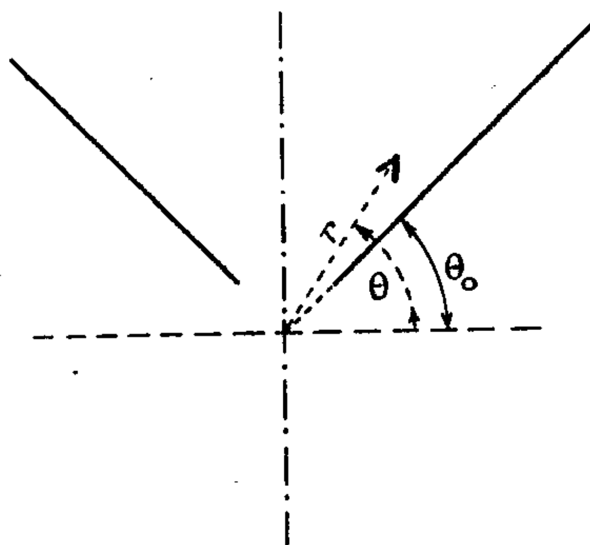
(1) G. Malecot, *Les Mathématiques de l'Hérédité*, Masson, 1948, p. 38 et suivantes.
(2) *Revue Scientifique*, **82**, 1944, p. 145.

AÉRODYNAMIQUE. — *Équation de la couche limite laminaire dans un convergent conique*. Note (*) de M. **Léon Agostini**, présentée par M. Joseph Pérès.

L'équation de la couche limite laminaire a été mise sous la forme d'une équation différentielle dans le cas d'un écoulement plan où la vitesse dans le fluide libre varie suivant la loi $u = kx^m$; cette équation a été résolue pour toutes les valeurs de m supérieures à $-0,09$ au moyen de l'analyseur différentiel (¹).

Il est possible d'établir une équation analogue pour la couche limite laminaire d'un écoulement de révolution dans un convergent conique.

Soient u et v les composantes radiales et tangentielles dans le plan méridien de la vitesse, r et θ les coordonnées polaires dans ce plan (*fig.* 1). L'équation de



continuité du fluide incompressible peut être satisfaite en posant

$$u\cos\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}, \qquad v\cos\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial(r\psi)}{\partial r}.$$

Avec les approximations usuelles, l'équation de Navier pour la composante u s'écrit dans la couche limite

$$u\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r}v\frac{\partial u}{\partial\theta} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\nu}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial\theta^2} - \nu\frac{\operatorname{tg}\theta}{r^2}\frac{\partial u}{\partial\theta},$$

le gradient de pression est déduit de la relation de Bernoulli

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} = u_0\frac{du_0}{dr},$$

où u_0 est la vitesse dans le fluide libre qui est supposée ne dépendre que de r,

(*) Séance du 10 mai 1948.

(¹) D. R. Hartree, *Proc. Cambr. Phil. Soc.*, 33, 1937, p. 223-239.

tout au moins au voisinage de la paroi; nous poserons $u_0 = -kr^{-m}$. Soit θ_0 le complément du demi-angle au sommet du cône ($\theta_0 = 0$ pour un orifice en paroi plane); faisons les changements de variable et de fonction définis par

$$(1) \qquad \psi = \sqrt{\frac{\beta+2}{3}}\sqrt{\nu k}\, f(z)\, r^{-\frac{m+1}{2}} \cos\theta_0,$$

$$(2) \qquad z = \sqrt{\frac{3}{\beta+2}}\sqrt{\frac{k}{\nu}}\, r^{-\frac{m+1}{2}} \frac{\sin\theta - \sin\theta_0}{\cos\theta_0},$$

où l'on a posé $\beta = (2m)/(3-m)$ ($\beta = 4$ pour $m = 2$ correspondant à l'écoulement d'un fluide incompressible par couches sphériques). La fonction $f(z)$ satisfait à l'équation différentielle

$$(2') \qquad f''' = ff'' + \beta(f'^2 - 1) + 2\sqrt{\frac{\beta+2}{3}}\frac{\operatorname{tg}\theta_0}{\sqrt{R_r}}(zf'')' + \frac{\beta+2}{3}\frac{1}{R_r}(z^2 f'')',$$

où l'on a posé $R_r = (|u_0| r)/(\nu)$.

La vitesse u dans la couche limite est donnée par $u/u_0 = f'$.

Pour θ peu différent de θ_0 la variable sans dimension z peut s'écrire

$$z = \sqrt{\frac{3}{\beta+2}}\sqrt{R_r}(\theta - \theta_0);$$

elle pourra, si R_r est grand, être assez grande pour qu'on puisse admettre, comme dans le problème plan, qu'elle est infinie hors de la couche limite et poser, comme condition limite, $\lim f' = 1$, pour z infini.

La solution correspondante a toutes ses dérivées nulles à l'infini, et, en outre, pour z infini $\lim(f/z) = 1$.

Soit f une fonction satisfaisant à ces conditions et de plus solution de l'équation simplifiée

$$(3) \qquad f''' = ff'' + \beta(f'^2 - 1),$$

obtenue en négligeant dans (2) les termes en R_r, et qui pourrait se ramener à l'équation de Hartree en changeant f et β de signe. Il est facile de montrer que $(zf'')'$ et $(z^2 f'')'$ tendent vers zéro pour z infini. Les deux derniers termes de (2) peuvent donc bien être négligés si R_r est assez grand.

Le nombre de Reynolds $R_r = (k/\nu r^{m-1})$ varie en sens inverse de r, la région de validité de (3) s'étendra donc à une distance finie en amont de l'orifice.

La résolution de l'équation (3) par un développement de f en série entière conduit à une série lentement convergente pour les grandes valeurs de β. Elle peut cependant montrer que pour $\beta = 4$ la valeur de $f''(0)$ doit être voisine de 2. La résolution par la même méthode de l'équation complète (2) montre que pour $\theta_0 = 0$, les termes contenant R_r introduisent sur les coefficients des erreurs relatives de l'ordre de $1/R_r$.

AÉRODYNAMIQUE. — *Utilisation du fil chaud pour l'étude visuelle et acoustique de la transition dans la couche limite.* Note (*) de MM. **Maurice Ménard** et **Roger Michel**, présentée par M. Joseph Pérès.

Il est usuel en Aérodynamique de déterminer la position du point de transition le long d'une paroi au moyen d'une prise totale placée contre cette paroi et reliée à un sthétoscope. La prise se trouvant dans la couche laminaire, l'observateur entend au sthétoscope un souffle continu allant en décroissant de l'amont vers l'aval; dans la zone turbulente établie, le bruit a l'allure d'un crépitement violent, mais le passage de l'un à l'autre bruit se fait au travers d'une zone de transition dont les limites sont généralement mal définies. L'analyse des bruits entendus au sthétoscope est, dans ces conditions, très délicate; aussi avons-nous cherché à étudier la transition par d'autres moyens.

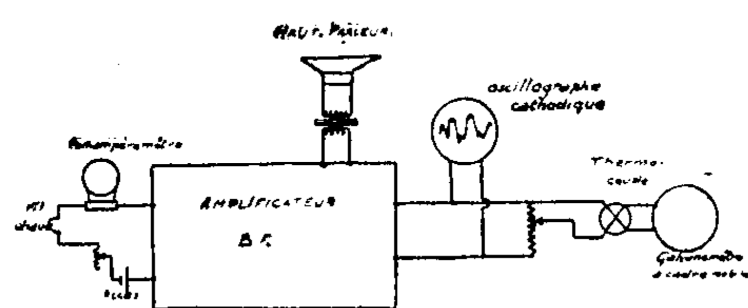


Fig. 1.

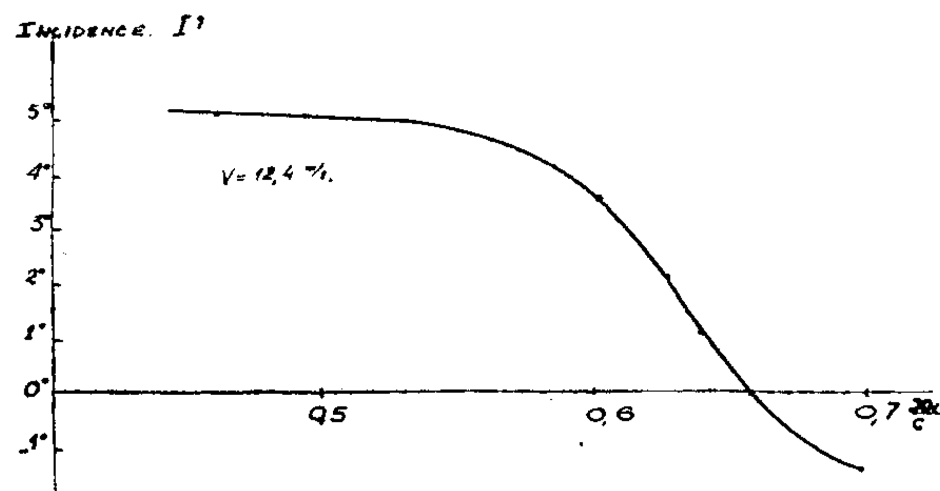


Fig. 3.

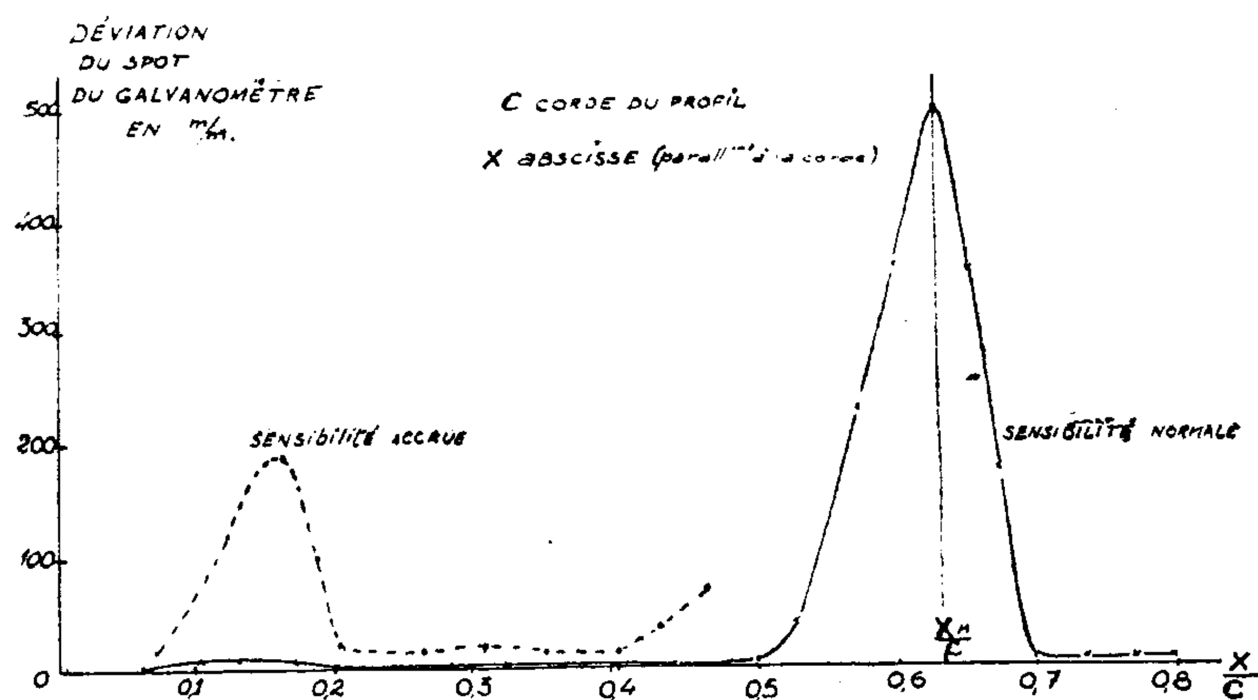


Fig. 2.

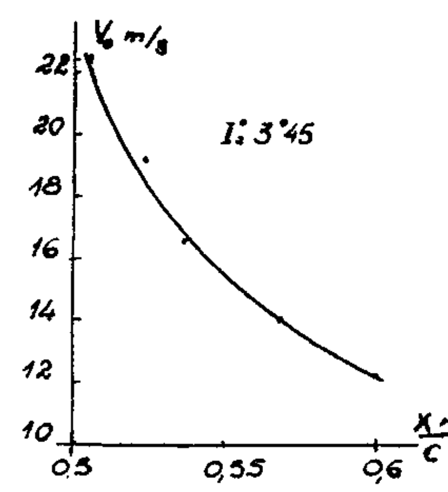


Fig. 4.

Nous avons placé à l'extrados d'une aile en soufflerie, et à $0^{mm},5$ de la paroi, un fil chaud anémométrique de diamètre $0^{mm},012$, chauffé par accumulateur; la différence de potentiel aux bornes de ce fil attaquait la grille de la lampe

(*) Séance du 10 mai 1948.

d'entrée d'un amplificateur basse fréquence; le courant de sortie de cet amplificateur était envoyé simultanément à un haut-parleur électrodynamique et à un oscillographe cathodique (*fig.* 1). Dans ces conditions, le haut-parleur reproduit très fidèlement les bruits entendus au sthétoscope, dans la couche laminaire, le souffle continu décroît; la fin de la zone laminaire se manifeste par l'apparition de chocs espacés augmentant de fréquence et d'amplitude vers l'aval, jusqu'à reproduire le crépitement turbulent; ce crépitement diminue ensuite vers le bord de fuite.

A l'oscillographe des phénomènes comparables sont observés : en laminaire (pour la sensibilité adaptée aux agitations turbulentes) le signal existant sur l'écran est animé d'oscillations très petites; dans la zone de transition apparaissent de brusques vibrations d'abord espacées dans le temps, puis de plus en plus fréquentes et importantes; l'amplitude de ces vibrations passe par un maximum pour redécroître ensuite dans la zone turbulente établie. Le fil chaud permet donc l'amplification des *bruits de couche limite*; il permet en outre d'observer sur un écran d'oscillographe l'image des agitations de vitesse. Nous avons de plus essayé de mesurer l'intensité moyenne d'agitation : dans ce but le courant de sortie de l'amplificateur, redressé par thermo-couple, a été mesuré au moyen d'un galvanomètre à cadre mobile amorti; nous avons pu noter une évolution importante de la déviation du spot du galvanomètre en fonction de la position du fil chaud sur le profil.

A titre indicatif, la figure 2 donne la déviation du spot du galvanomètre en fonction de la position du fil chaud sur le profil pour une incidence de 3°30′; on voit sur cette figure qu'il existe un maximum d'agitation bien déterminé. La position et la valeur de ce maximum d'agitation peuvent éventuellement représenter des caractéristiques aérodynamiques du profil.

Sur les figures 3 et 4 est donnée la position du maximum, en fonction de l'incidence du profil et de la vitesse de référence.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur les équations de propagation des ondes de la théorie de l'électron de Dirac dans un champ magnétique*. Note (*) de M. **Gérard Petiau.**

La théorie de l'électron de Dirac représente le corpuscule de spin $h/4\pi$, de masse propre m_0 et de charge e placé dans le champ magnétique $\mathbf{H}(x, y, z)$ de potentiel vecteur $\mathbf{A}$ par les fonctions d'ondes ψ_k, $(k=1, 2, 3, 4)$, solutions du système

$$[p_0+\mathbf{P}\alpha+m_0c\alpha_4]\psi_k=0, \tag{1}$$

$$\left(p_0=-i\hbar\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t};\ \mathbf{P}=i\hbar\frac{\partial}{\partial x}+\varepsilon\mathbf{A};\ \hbar=\frac{h}{2\pi};\ \varepsilon=\frac{e}{c};\ \alpha_\mu\alpha_\nu+\alpha_\nu\alpha_\mu=2\delta_{\mu\nu}\quad(\mu,\nu=1,2,3,4)\right).$$

Introduisant les matrices de spin $\sigma=i\alpha_2\alpha_3,\ i\alpha_3\alpha_1,\ i\alpha_1\alpha_2$, on voit facilement

(*) Séance du 19 mai 1948.

que les fonctions ψ_k satisfont à l'équation d'ondes du second ordre

$$\{p_0^2 - \mathbf{P}^2 - m_0^2 c^2 - \varepsilon\hbar(\mathbf{H}\sigma)\}\psi_k = 0. \tag{2}$$

Cette équation développée nous donne deux systèmes identiques de deux équations relatifs, l'un aux fonctions ψ_1 et ψ_2, l'autre aux fonctions ψ_3 et ψ_4. Nous obtenons ainsi

$$\left\{\begin{array}{l} [p_0^2 - \mathbf{P}^2 - m_0^2 c^2 - \varepsilon\hbar \mathrm{H}_z]\psi_1 - \varepsilon\hbar(\mathrm{H}_x + i\mathrm{H}_y)\psi_2 = 0, \\ [p_0^2 - \mathbf{P}^2 - m_0^2 c^2 + \varepsilon\hbar \mathrm{H}_z]\psi_2 - \varepsilon\hbar(\mathrm{H}_x - i\mathrm{H}_y)\psi_1 = 0. \end{array}\right. \tag{3}$$

L'élimination de ψ_2 entre ces équations nous donne, désignant par ∇ l'opérateur gradient $(\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$,

$$\begin{aligned} \Big\{ & [p_0^2 - \mathbf{P}^2 - m_0^2 c^2]^2 - 2\Big[i\hbar\big(\nabla \log(\mathrm{H}_x + i\mathrm{H}_y).\mathbf{P}\big) + \hbar^2\big(\nabla \log(\mathrm{H}_x + i\mathrm{H}_y)\big)^2\Big] \\ & \times [p_0^2 - \mathbf{P}^2 - m_0^2 c^2] + 2i\varepsilon\hbar^2 \mathrm{H}_z\left[\nabla \log\left(\frac{\mathrm{H}_x + i\mathrm{H}_y}{\mathrm{H}_z}\right).\mathbf{P}\right] \\ & + 2\varepsilon\hbar^2 \mathrm{H}_z\left[\nabla \log(\mathrm{H}_x + i\mathrm{H}_y).\nabla \log\left(\frac{\mathrm{H}_x + i\mathrm{H}_y}{\mathrm{H}_z}\right)\right] - \varepsilon^2\hbar^2\mathbf{H}^2\Big\}\psi_1 = 0. \end{aligned} \tag{4}$$

De même, l'élimination de ψ_1 donne pour ψ_2 une équation analogue dans laquelle H_x, $-\mathrm{H}_y$, $-\mathrm{H}_z$ remplacent H_x, H_y, H_z.

Nous obtenons ainsi pour déterminer l'évolution *individuelle* des fonctions d'ondes de Dirac dans un champ magnétique des équations aux dérivées partielles du quatrième ordre, ce résultat s'étendant facilement au cas du champ électromagnétique général $\mathbf{E}(x, y, z, t)$, $\mathbf{H}(x, y, z, t)$.

Nous caractériserons la structure du champ par les fonctions vectorielles et scalaires C et D définies par

$$\left\{\begin{aligned} \mathbf{C}_1 + i\mathbf{D}_1 &= \nabla \log(\mathrm{H}_x^2 + \mathrm{H}_y^2)^{\frac{1}{2}} + i\nabla \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\mathrm{H}_y}{\mathrm{H}_x}\right), \\ \mathrm{C}_2 + i\mathrm{D}_2 &= \left[\nabla \log(\mathrm{H}_x^2 + \mathrm{H}_y^2)^{\frac{1}{2}}\right]^2 - \left[\nabla \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\mathrm{H}_y}{\mathrm{H}_x}\right)\right]^2 \\ &\quad + i\left[\nabla \log(\mathrm{H}_x^2 + \mathrm{H}_y^2).\nabla \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\mathrm{H}_y}{\mathrm{H}_x}\right)\right], \\ \mathbf{C}_3 + i\mathbf{D}_3 &= \mathrm{H}_z \nabla \log\left[\frac{(\mathrm{H}_x^2 + \mathrm{H}_y^2)}{\mathrm{H}_z^2}\right]^{\frac{1}{2}} + i\mathrm{H}_z \nabla \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\mathrm{H}_y}{\mathrm{H}_x}\right), \\ \mathrm{C}_4 + i\mathrm{D}_4 &= \mathrm{H}_z\left[\nabla \log(\mathrm{H}_x^2 + \mathrm{H}_y^2)^{\frac{1}{2}}.\nabla \log\left[\frac{(\mathrm{H}_x^2 + \mathrm{H}_y^2)}{\mathrm{H}_z^2}\right]^{\frac{1}{2}}\right] - \left[\nabla \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\mathrm{H}_y}{\mathrm{H}_x}\right)\right]^2 \\ &\quad + i\mathrm{H}_z\left[\nabla \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\mathrm{H}_y}{\mathrm{H}_x}\right).\nabla \log\left[\frac{(\mathrm{H}_x^2 + \mathrm{H}_y^2)}{\mathrm{H}_z}\right]\right]. \end{aligned}\right. \tag{5}$$

Introduisant ces expressions dans l'équation (4) divisée par $(2m_0)^2$ et posant $\mu_0 = e\hbar/2m_0 c$, cette équation s'écrit

$$\begin{aligned} \Big\{ & \left[\frac{1}{2m_0}(p_0^2 - \mathbf{P}^2 - m_0^2 c^2)\right]^2 \\ & - \left(\frac{\hbar}{m_0}\right)[i(\mathbf{C}_1 + i\mathbf{D}_1).\mathbf{P} + \hbar(\mathrm{C}_2 + i\mathrm{D}_2)]\left[\frac{1}{2m_0}(p_0^2 - \mathbf{P}^2 - m_0^2 c^2)\right] \\ & + \left(\frac{\hbar}{m_0}\right)\mu_0[i(\mathbf{C}_3 + i\mathbf{D}_3).\mathbf{P} + \hbar(\mathrm{C}_4 + i\mathrm{D}_4)] - \mu_0^2\mathbf{H}^2\Big\}\psi_1 = 0. \end{aligned} \tag{6}$$

L'équation (6) se simplifie dans deux cas particuliers importants :

1° $H_z = 0$; H_x, $H_y \neq 0$. Il nous reste alors

$$(7)\quad \left\{ \left[\frac{1}{2m_0}(p_0^2 - \mathbf{P}^2 - m_0^2 c^2) \right]^2 - \mu_0^2 \mathbf{H}^2 - \left(\frac{\hbar}{m_0}\right)[(i\mathbf{C}_1 - \mathbf{D}_1).\mathbf{P} + \hbar(C_2 + iD_2)] \left[\frac{1}{2m_0}(p_0^2 - \mathbf{P}^2 - m_0^2 c^2) \right] \right\} \psi_1 = 0.$$

Le moment magnétique n'intervient plus que dans le terme en $\mathbf{H}^2$ et les équations en ψ_1 et ψ_2 ne diffèrent que par les signes devant $\mathbf{D}_1$ et D_2.

2° $H_y = 0$; H_x, $H_z \neq 0$. Les coefficients D sont tous nuls et (6) s'écrit

$$(8)\quad \left\{ \left[\frac{1}{2m_0}(p_0^2 - \mathbf{P} - m_0^2 c^2) \right]^2 - \left(\frac{\hbar}{m_0}\right) \left[i\nabla \log H_x.\mathbf{P} + \hbar(\nabla \log H_x)^2 \right] \left[\frac{1}{2m_0}(p_0^2 - \mathbf{P}^2 - m_0^2 c^2) \right] + \left(\frac{\hbar}{m_0}\right)\mu_0 H_z \left[i\nabla \log\left(\frac{H_x}{H_z}\right).\mathbf{P} + \hbar\left(\nabla \log H_x.\nabla \log\left(\frac{H_x}{H_z}\right)\right) \right] - \mu_0^2 \mathbf{H}^2 \right\} \psi_1 = 0,$$

l'équation en ψ_2 se déduisant de celle-ci par le changement de signe de H_z.

Dans le cas où il est légitime de négliger les termes ayant en facteur le magnéton de Bohr μ_0, l'équation (6) se réduit à

$$(9)\quad \left[\frac{1}{2m_0}(p_0^2 - \mathbf{P}^2 - m_0^2 c^2) - \left(\frac{\hbar}{m_0}\right)[(i\mathbf{C}_1 - \mathbf{D}_1).\mathbf{P} + \hbar(C_2 + iD_2)] \right] \left[\frac{1}{2m_0}(p_0^2 - \mathbf{P}^2 - m_0^2 c^2) \right] \psi_1 = 0.$$

Cette équation sera satisfaite en particulier par les fonctions ψ_1 telles que

$$(10)\quad \left(\frac{1}{2m_0}\right)[p_0^2 - \mathbf{P}^2 - m_0^2 c^2]\psi_1 = 0,$$

et ceci nous montre qu'à cette approximation il existe parmi les solutions de (1) une classe de fonctions d'ondes satisfaisant à l'équation de Gordon et pour laquelle on peut définir une approximation de l'optique géométrique dans laquelle le corpuscule se comporte comme un corpuscule chargé classique. Mais l'équation (9) nous montre qu'à la même approximation il existe pour le corpuscule de Dirac des classes de mouvements plus générales dans lesquelles celui-ci échappe aux lois classiques et où se manifeste l'influence du spin par le signe des coefficients $\mathbf{D}_1$ et D_2. L'approximation qui nous a conduit aux équations (9) et (10) est justifiée dans le cas de l'électron, mais on peut voir qu'il n'en serait pas de même dans le cas d'un corpuscule de même charge mais dont la masse propre serait beaucoup plus petite [1]; l'équation d'ondes complète (6) devrait alors être considérée.

---

[1] Ce cas pourrait être celui des corpuscules signalés par M. J. Thibaud et auxquels il a donné le nom d'électrinos. *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 984; **225**, 1947, p. 934-936 et 999-1001.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur les propriétés du champ mésonique.* Note de M. **Robert Potier.**

Nous avons déjà signalé ([1]) une représentation du corpuscule de spin maximum 1, à masses multiples. L'objet de la présente Note est de déduire cette représentation d'un Lagrangien convenablement choisi, et de calculer les interactions entre nucléons s'effectuant par l'intermédiaire du champ mésonique.

Soit donc la fonction

$$(1)\quad \mathcal{L} = \varepsilon\left\{\frac{1}{2}\left(\vec{\mathcal{E}}^2 - \vec{\mathcal{H}}^2 + m_+^2\left(\mathcal{V}^2 - \vec{\mathcal{V}}^2\right) - m_-^2\left(\mathcal{S}^2 - \vec{\mathcal{S}}^2\right) + \frac{M_-^2}{m_-^2}J^2 - \frac{M_+^2}{m_+^2}I^2\right) + \vec{\mathcal{V}}.\vec{\mathcal{V}}_0 - \vec{\mathcal{S}}.\vec{\mathcal{S}}_0 - \mathcal{V}\mathcal{V}_0 + \mathcal{S}\mathcal{S}_0\right\},$$

où $\vec{\mathcal{E}}$ et $\vec{\mathcal{H}}$ représentent un tenseur antisymétrique de rang 2, $\mathcal{V}$ et $\vec{\mathcal{V}}$ un quadrivecteur, $\mathcal{S}$ et $\vec{\mathcal{S}}$ un pseudo-quadrivecteur, I un invariant, J un pseudo-invariant, ces quantités s'obtenant à partir des ψ_{rs}^{pq} de notre Note précédente ([1]) par des combinaisons linéaires.

Définissons les champs par les équations

$$(2)\quad \begin{cases} \vec{\mathcal{H}} = \vec{\mathcal{H}}_0 + \partial_t\vec{\mathcal{S}} + \overrightarrow{\text{grad}}\,\mathcal{S} + \text{rot}\,\vec{\mathcal{V}}, & \vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_0 - \partial_t\vec{\mathcal{V}} - \overrightarrow{\text{grad}}\,\mathcal{V} + \text{rot}\,\vec{\mathcal{S}}, \\ I = \dfrac{m_+^2}{M_+^2}\left(\partial_t\mathcal{V} + \text{div}\,\vec{\mathcal{V}}\right) + \dfrac{I_0}{M_+^2}, & J = \dfrac{m_-^2}{M_-^2}\left(\partial_t\mathcal{S} + \text{div}\,\vec{\mathcal{S}}\right) + \dfrac{J_0}{M_-^2}. \end{cases}$$

Dans (1) et (2) les $\vec{\mathcal{H}}_0$, $\vec{\mathcal{E}}_0$, I_0, J_0, $\mathcal{V}_0$, $\vec{\mathcal{V}}_0$, $\mathcal{S}_0$, $\vec{\mathcal{S}}_0$ sont des quantités réelles de même variance que les quantités sans l'indice o, formées à partir des fonctions d'onde des nucléons d'un système et des fonctions conjuguées.

De (1) et (2), on déduit quatre équations de Lagrange

$$(3)\quad \begin{cases} \partial_t I + \text{div}\,\vec{\mathcal{E}} + m_+^2\mathcal{V} - \mathcal{V}_0 = 0, & \partial_t J - \text{div}\,\vec{\mathcal{H}} + m_-^2\mathcal{S} - \mathcal{S}_0 = 0, \\ \partial_t\vec{\mathcal{E}} - \text{rot}\,\vec{\mathcal{H}} + \overrightarrow{\text{grad}}\,I - m_+^2\vec{\mathcal{V}} + \vec{\mathcal{V}}_0 = 0, & \partial_t\vec{\mathcal{H}} - \overrightarrow{\text{grad}}\,J + \text{rot}\,\vec{\mathcal{E}} + m_-^2\vec{\mathcal{S}} - \vec{\mathcal{S}}_0 = 0. \end{cases}$$

L'ensemble (2) et (3) est, en l'absence de nucléons, équivalent aux 16 équations de notre Note précédente ([1]).

L'énergie totale du système est donnée par l'hamiltonien

$$H = \varepsilon\int\left[\left(J\dot{\mathcal{S}} - I\dot{\mathcal{V}} - \vec{\mathcal{E}}.\dot{\vec{\mathcal{V}}} - \vec{\mathcal{H}}.\dot{\vec{\mathcal{S}}}\right) - \mathcal{L}\right]d\tau,$$

l'intégrale, comme toutes celles qui vont suivre, étant étendue à tout l'espace.

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 63-64.

La solution statique du système (2) et (3) est donnée par

$$(5)\quad \begin{cases} \vec{\mathcal{H}} = m_+^2 \int \vec{\mathcal{H}}_0(a)\varphi_{m_+}(\vec{r}-\vec{r}_a)\,d\tau_a \\ \qquad + (m_+^2 - m_-^2)\int \overrightarrow{\mathrm{grad}}_b\varphi_{m_+}(\vec{r}-\vec{r}_b)\left[\int \vec{\mathcal{H}}_0^{(a)}.\overrightarrow{\mathrm{grad}}_a\varphi_{m_-}(\vec{r}_b-\vec{r}_a)\,d\tau_a\right]d\tau_b, \\ \mathcal{V} = \int \mathcal{V}_0(a)\varphi_{m_+}(\vec{r}-\vec{r}_a)\,d\tau_a, \\ \vec{\mathcal{S}} = \int \vec{\mathcal{S}}_0(a)\varphi_{m_-}(\vec{r}-\vec{r}_a)\,d\tau_a \\ \qquad + \left(1-\frac{M_-^2}{m_-^2}\right)\int \overrightarrow{\mathrm{grad}}_b\varphi_{m_-}(\vec{r}-\vec{r}_b)\left[\vec{\mathcal{S}}_0(a).\overrightarrow{\mathrm{grad}}_a\varphi_{M_-}(\vec{r}_b-\vec{r}_a)\,d\tau_a\right]d\tau_b, \\ \mathrm{I} = \int \mathrm{I}_0(a)\varphi_{M_+}(\vec{r}-\vec{r}_a)\,d\tau_a; \end{cases}$$

et quatre relations analogues. Dans (5), il a été tenu compte du fait que

$$\vec{\mathcal{E}}_0 = \vec{\mathcal{V}}_0 = \mathcal{S}_0 = \mathrm{J}_0 = 0;$$

la fonction $\varphi_m(\vec{r}-\vec{r}_a)$ est prise égale à $e^{-m|\vec{r}-\vec{r}_a|}/|\vec{r}-\vec{r}_a|$.

Dans les conditions statiques, l'hamiltonien se réduit à

$$(6)\qquad \mathrm{H} = \frac{\varepsilon}{2}\int\left(\vec{\mathcal{H}}.\vec{\mathcal{H}}_0 + \vec{\mathcal{S}}.\vec{\mathcal{S}}_0 + \mathcal{V}.\mathcal{V}_0 + \frac{1}{m_+^2}\mathrm{I}.\mathrm{I}_0\right)d\tau.$$

De (5) et de (6), on peut, par un passage à la limite, déduire l'énergie d'interaction d'un système de nucléons, supposés ponctuels.

On obtient

$$(7)\quad \begin{aligned} \mathrm{H} = \varepsilon \sum_{\substack{i,j\\ h,k}} & g_s^2\left[\vec{\sigma}_k.\vec{\sigma}_h\varphi_{m_-}(\vec{r}_k-\vec{r}_h) - \left(1-\frac{M_-^2}{m_-^2}\right)\varphi_{ij}^{m_-M_-}(\vec{r}_k-\vec{r}_h)(\vec{\sigma}_k)_i(\vec{\sigma}_h)_j\right] \\ & + g^2\left[\vec{\sigma}_k.\vec{\sigma}_h\varphi_{m_+}(\vec{r}_k-\vec{r}_h) - \left(1-\frac{m_-^2}{m_+^2}\right)\varphi_{ij}^{m_+m_-}(\vec{r}_k-\vec{r}_h)(\vec{\sigma}_k)_i(\vec{\sigma}_h)_j\right] \\ & + g_1^2\varphi_{M_+}(\vec{r}_k-\vec{r}_h) + g_v^2\varphi_{m_+}(\vec{r}_k-\vec{r}_h). \end{aligned}$$

La sommation (7) doit être faite pour $k \neq h$, i et j sont les indices des coordonnées d'espace, les $\vec{\sigma}$ sont les spins des nucléons, les g_s, g, g_1, g_v quatre constantes.

Les fonctions φ_{ij}^{mM} sont définies par

$$(8)\qquad \varphi_{ij}^{mM}(\vec{r}-\vec{r}_a) = \int\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\varphi_m(\vec{r}-\vec{r}_b)\right)_i\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}_a\varphi_M(\vec{r}_b-\vec{r}_a)\right)_j d\tau_b.$$

On peut aisément voir que les φ_{ij}^{mM} se comportent comme les φ_m quand $\vec{r}-\vec{r}_a$ tend vers zéro ou l'infini. En particulier, pour $(\vec{r}-\vec{r}_a) \to 0$, elles ont une partie principale de la forme $C_0/|\vec{r}-\vec{r}_a|$ ($C_0 = \text{const.}$).

L'expression (7) de H montre que l'énergie d'interaction dépend à la fois des positions et des spins. Cependant l'énergie dépendant des spins ne croît pas plus vite que celle dépendant de la seule distance, quand les $\vec{r}_k - \vec{r}_h$ tendent vers zéro.

ASTRONOMIE. — *Sur la définition des dimensions des nébuleuses extra-galactiques.* Note (*) de M. **Gérard de Vaucouleurs**, présentée par M. Bernard Lyot.

1. Le problème de la définition des dimensions des nébuleuses extra-galactiques n'a pas été résolu jusqu'à maintenant de façon satisfaisante. Il est bien connu que les données figurant dans les catalogues n'ont qu'une valeur d'ordre de grandeur et dépendent essentiellement de l'instrument employé, du temps de pose, du type de plaques, etc.

La difficulté du problème résulte des caractères fondamentaux de la structure des nébuleuses, aussi bien spirales qu'elliptiques :

1° D'une part la brillance des régions nucléaires est très élevée et décroît très rapidement à partir d'un noyau central le plus souvent si condensé qu'il dépasse le pouvoir séparateur photographique des plus grands instruments; dans ces conditions la brillance centrale observée est essentiellement conditionnée par le pouvoir de résolution photographique de l'instrument;

2° d'autre part la brillance des régions périphériques qui est très faible et bien inférieure à celle du ciel nocturne, décroît aussi très lentement; de sorte que la nébuleuse vient se perdre sur les photographies dans le voile général dû à la luminosité générale du ciel nocturne, sans qu'il soit possible de lui assigner d'autres limites que celles imposées par le plus petit contraste perceptible dans les conditions de l'observation.

Il résulte de cet état de choses que non seulement les dimensions extrêmes observées n'ont aucune signification, mais qu'il n'est pas possible non plus de définir des dimensions analogues à la demi-largeur ou à la largeur équivalente d'une raie spectrale, puisque la valeur observée du maximum central est illusoire.

2° L'étude microphotométrique de la distribution de la luminosité dans les images nébulaires permet pourtant de donner une définition de leurs dimensions ayant un sens physique précis et conduisant à des valeurs indépendantes des conditions d'observation.

Soit $B(r, \theta)$ la brillance observée; la luminosité totale est en général

$$L_T = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} B(r, \theta)\, r\, d\theta\, dr. \tag{1}$$

(*) Séance du 19 mai 1948.

Dans le cas plus particulier, mais très fréquent, où la nébuleuse a deux axes de symétrie rectangulaires et en assimilant les isophotes à des ellipses concentriques de demi-axes a, b, on peut écrire simplement

$$(2) \qquad L_T = \pi \sum_0^\infty (a_{i+1} b_{i+1} - a_i b_i) B_{i+\frac{1}{2}} = \pi \sum_0^\infty P_i,$$

$B_{i+1/2}$ étant la brillance moyenne de la couronne elliptique comprise entre les isophotes d'axes a_i, b_i et a_{i+1}, b_{i+1}. Redman [1] a montré comment il est possible, par une courte extrapolation, de tenir compte de la contribution des régions extérieures très faibles, non mesurables, de la nébuleuse; la fraction extrapolée est en général inférieure à 20 % (soit 0,2 mag.).

Mais alors on peut calculer de même la fraction de la luminosité totale comprise à l'intérieur de toute isophote donnée, soit

$$(3) \qquad k_i = L_i : L_T = \sum_0^i P_i : \sum_0^\infty P_i.$$

On peut donc tracer la courbe donnant k_i en fonction de a_i par exemple et lire sur cette courbe la valeur de a correspondant à toute fraction k donnée; en particulier à $k = 0,5$ correspondent deux valeurs a_e et b_e des demi-axes. La définition de ces dimensions qu'on peut appeler *effectives*, est analogue à celle de l'écart probable à partir de l'intégrale de probabilité normale; elle offre l'avantage de constituer une caractéristique intrinsèque de la nébuleuse, indépendante, en particulier, du pouvoir de résolution de l'instrument, tant que les deux demi-axes effectifs sont plus grands que le rayon de la zone voisine du noyau fortement perturbé par les aberrations.

Par exemple les axes effectifs de la nébuleuse elliptique de type E 7, NGC 3115 (mag. totale $m = 9,7$), déterminés à partir de mesures récemment effectuées à l'aide du télescope de $0^m,80$ de Haute Provence, sont $2a_e = 2'9$, $2b_e = 0'9$; alors que les valeurs déduites de même des mesures obtenues par Oort [2] avec le télescope de $1^m,52$ du Mont Wilson, sont $2a_e = 3'3$ et $2b_e = 1'1$.

Les valeurs des axes effectifs d'une nébuleuse identique à NGG 3115, mais plus lointaine, déduites des profils photométriques bruts, resteraient significatives avec ces instruments jusque vers $m \sim 13$ à 14; mais il serait possible d'aller un peu plus loin en partant de profils convenablement corrigés de l'influence des aberrations, probablement jusque vers $m \sim 15$ à 16.

3. Mais on peut considérer aussi une autre définition, qui resterait sans doute applicable aux nébuleuses les plus faibles susceptibles d'être reconnues sur les clichés, soit $m \sim 21$ à 22 avec les plus grands instruments. Cette

---

(1) MONTLHY, *Not. R. A. S.*, 96, 1936, p, 588.

(2) *Astroph. J.*, 91, 1940, p. 285.

définition est celle des dimensions *totales* et en particulier du diamètre total (maximum) de la nébuleuse, correspondant à $k = 1$.

Cette extrapolation qui serait hasardeuse sur la courbe $k = f(a)$, devient beaucoup plus sûre après un changement de variable convenable, transformant la courbe initiale en une droite dans un intervalle aussi étendu que possible. L'expérience montre que ce résultat peut généralement être atteint avec une grande précision en portant en abscisses $\log(a + \alpha)$, α étant une constante convenablement choisie.

Dans le cas précité, tout l'intervalle non perturbé par les aberrations de la courbe de luminosité intégrée, soit de $a = 20''$ à $a = 200''$ $(0,2 < k < 0,8)$, est transformé en une droite en prenant $\alpha = 70''$ et une extrapolation relativement courte donne alors $2a_t = 12'2$ (et $2b_t \sim 6'$). Les mesures de Oort (*loc. cit.*) traitées de même, avec $\alpha = 50''$, donnent $2a_t = 14'3$ (et $2b_t \sim 7'$). Pour comparaison, les dimensions de la même nébuleuse figurant dans le *Shapley-Ames Catalogue* ([3]), sont 4'0 et 1'0.

ASTROPHYSIQUE. — *Influences planétaires sur les taches solaires.* Note (*) de MM. **František Link** et **Miloslav Kopecky**, présentée par M. Bernard Lyot.

Ce problème quasi astrologique fut toutefois l'objet de recherches des astronomes et physiciens tels que De la Rue, Balfour Stewart, Loevy, Maunder, Schuster et Stratton pour ne citer que les plus importants. Nous nous sommes proposé d'étudier spécialement l'influence des planètes lors de leurs conjonctions avec le Soleil, comme l'a fait Sanford ([1]). En considérant 10 conjonctions supérieures et 10 conjonctions inférieures de Vénus, il trouve que le nombre de Wolf est environ de 75 % plus grand pendant les premières que pendant les dernières. Comme ce résultat tout à fait inattendu peut être dû au hasard, nous avons examiné systématiquement un grand nombre de conjonctions de Mercure et de Vénus, de conjonctions et d'oppositions de Jupiter dont les actions perturbatrices, d'après la force des marées, sont du même ordre que celles de la Terre et considérablement plus grandes que les actions d'autres planètes.

Dans le tableau ci-contre, nous mettons en évidence les différences moyennes du nombre de Wolf dans le sens : conjonction supérieure-conjonction inférieure ou conjonction-opposition, en fonction de la phase de l'activité solaire.

([3]) *Ann. Ast. Obs. Harvard College*, **88**, part. II, 1932.

(*) Séance du 19 mai 1948.

([1]) F. Sanford, *Smiths. Misc. Coll.*, **95**, n° **11**, 1936.

Phase.	Mercure (1866-1938). Per.	Moy.	Aphel.	Tot.		Vénus et Jupiter (1866-1938). Tot.		Tot.	
0 min.....	+ 4,1	− 9,4	− 2,2	− 1,8	22	− 8,5	6	− 7,0	7
1.........	−10,9	−10,2	− 2,3	− 8,3	22	+ 8,5	3	−18,8	6
2.........	+24,3	+46,8	+17,9	+27,2	22	+ 21,3	4	+44,5	7
3 } max...	+20,1	+ 1,3	− 4,0	+ 7,1	21	+ 64,0	4	−36,5	7
4 }	+15,4	+17,3	−33,6	+ 0,5	22	+ 29,5	6	+22,5	5
5.........	−11,9	+ 5,9	+ 0,8	− 3,6	19	+114,0	3	−15,6	6
6.........	+ 4,0	+11,1	−22,9	− 1,8	19	+ 9,1	4	−16,2	5
7.........	− 5,0	−11,0	+39,1	+ 7,5	19	+ 1,5	4	− 3,2	6
8.........	−11,2	− 4,2	+ 3,0	− 5,1	19	− 4,2	4	+ 1,5	6
9.........	− 4,2	− 3,2	+ 2,0	− 2,0	19	+ 6,5	3	− 1,3	6
10.........	+ 4,7	+ 4,5	− 8,3	+ 2,5	15	+ 9,7	3	− 6,2	3
					219		44		64

Les chiffres sans signe dans la colonne Tot. indiquent le nombre des différences entrant dans la formation de la moyenne.

L'examen de ce tableau fait ressortir la prépondérance des différences positives au voisinage du maximum de taches. L'effet est surtout marqué pour Vénus et Mercure au périhélie et aux distances moyennes. Dans les autres cas, il y a une indication dans le même sens. En somme, l'effet annoncé par Sanford semble être présent dans notre matériel d'observation qui est beaucoup plus étendu que celui de Sanford. Dans la moyenne, sur tout le cycle solaire, l'effet devient moins marqué ou disparaît presque complètement. En effet, on trouve les différences suivantes : Mercure +1,3; Vénus +13,9; Jupiter +0,5. C'est peut-être la raison d'insuccès assez fréquents dans ce domaine de recherches.

Il serait difficile d'admettre que l'effet observé par nous est dû au hasard puisqu'il se manifeste dans les trois cas et que, pour Mercure, il semble être fonction de la distance. Tout se passe comme si les planètes avaient une influence défavorable sur les taches, une influence dont fut aussi accusée la Terre. Dans ce dernier cas, on a cru trouver des explications géométriques qui ne s'appliquent pas pour les planètes.

Mais, d'autre part, il ne faut pas conclure trop hâtivement à l'existence d'une réelle influence. Le groupement des conjonctions peut se produire d'une façon systématique par rapport à la courbe des taches et peut donner ainsi naissances à des différences systématiques qui ne seraient qu'apparentes. Jupiter nous fournit un exemple de ce genre. En formant le nombre moyen de Wolf en fonction de la distance, on trouve les chiffres suivants :

Distances U. A.	Nombre de taches ☌.	☍.	Phase moyenne ☌.	☍.
4,96-5,10.....	59,5	60,0	2,5	2,0
5,11-5,29.....	45,6	42,4	4,9	6,5
5,30-5,46.....	27,8	28,3	6,8	7,0

Il y a donc une relation marquée entre la distance et le nombre de taches. Cette relation apparaît sous une autre lumière, si l'on considère la phase moyenne de l'activité solaire pour chaque groupe. En réalité, il s'agit ici d'une relation dont l'argument est la phase dans le cycle solaire et non la distance, mais cette explication ne convient pas aux chiffres du premier tableau, sauf d'une façon secondaire, car l'effet de phase y est éliminé par le mode de groupement.

En résumé, on peut dire que, dans la période 1866-1938, le nombre de Wolf a été systématiquement plus grand pendant les conjonctions supérieures que pendant les conjonctions inférieures de Vénus, Mercure et Jupiter, dans l'ordre décroissant de la grandeur de l'effet. Dans l'état actuel du problème il serait prématuré de conclure définitivement à la signification physique du phénomène comme il serait contraire à l'esprit scientifique de ne pas le signaler et en chercher l'explication.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur la vitesse radiale de ζ Persei.*

Note (*) de M. **Roger Bouigue**, présentée par M. Bernard Lyot.

La valeur de la vitesse radiale de ζ Persei donnée par l'observatoire de Lick ([1]), soit $+20,9 \pm 0,4$, résulte de mesures faites successivement à Lick ([2]), Yerkes ([3]) et Ottawa ([4]).

Bien que les raies soient diffuses, les écarts constatés entre certaines valeurs nous ont amené à faire de nouvelles mesures. Nous avons étudié 15 spectrogrammes pris par MM. Lacroute, Babaud et Dirks à l'observatoire de Toulouse, avec le spectrographe à fente, ouvert à F/6, conçu par M. Lacroute pour être monté en Newton sur le Télescope de 83^{cm}. (Une description détaillée sera faite ultérieurement.) La dispersion moyenne utilisée dans ces clichés est de 14 Å/mm :

Clichés 312 à 314, de 3600 à 4300 Å.
Autres clichés, de 4000 à 5000 Å.

Nous n'avons mesuré que les raies les meilleures, choisies parmi celles dont le λ est bien connu (6 raies en moyenne par cliché) et nous avons réduit les spectrogrammes suivant le procédé utilisé à Yerkes ([3]). Les résultats, consignés dans le tableau ci-contre, tendent à confirmer le fait que les écarts constatés ne sont pas uniquement dus à l'imprécision des mesures.

(*) Séance du 91 mai 1948.
([1]) *Publ. Lick Obs.*, 18, 1932, p. 29 (Catalogue de Moore).
([2]) *Publ. Lick Obs.*, 16, 1928, p. 49.
([3]) *Publ. Yerkes Obs.*, 2, 1903, p. 49-52 et p. 8.
([4]) *Publ. Dom. Obs. Ottawa*, 5, n° 1, 1920, p. 16-18.

N° du cliché.	Époque.	Vitesse radiale.	Erreur probable.	$\rho_o - \rho_c$.
290.......	2430673,965	+21,9	±1,1	−1,3
293.......	674,929	21,2	2,4	+0,6
295.......	688,876	21,9	1,5	−3,5
296.......	689,846	23,9	1,3	+5,2
297.......	690,855	26,4	0,6	−1,3
300.......	696,855	29,0	2,2	+2,6
302.......	700,841	25,6	0,8	+4,7
303.......	700,899	23,5	3,2	+3,7
304.......	700,990	21,1	1,8	+2,7
307.......	703,872	24,8	2,7	−3,5
312.......	764,846	28,7	1,8	+3,1
313.......	772,828	25,9	2,0	−0,2
314.......	774,835	22,1	1,4	−1,0
317.......	776,839	20,3	1,4	+0,2
318.......	778,869	17,0	2,2	−0,3

L'examen des valeurs obtenues à Ottawa et à Toulouse (clichés rapprochés) conduit à une période de rotation *inférieure à deux jours*. Dans ces conditions, on peut préciser cette période en procédant par approximations successives ([5]) et au moyen des hypothèses *provisoires* suivantes, certainement très proches de la réalité : mouvement réel circulaire (étoile B_1 et courte période), vitesse radiale du système + 22,4 (moyenne des valeurs observées), demi-amplitude de la vitesse radiale 6,6 (justifiée par les valeurs maxima trouvées). On a $P = 1^j, 8526$.

A partir de ces valeurs et des résultats de Yerkes, Lick et Toulouse, nous avons déterminé, en *première approximation*, les éléments de l'orbite :

$$P = 1^j,8526, \qquad \omega = 296^o,5;$$
$$K = 6,6 \text{ km/s}, \qquad \gamma = +22,2 \text{ km/s};$$
$$e = 0,052, \qquad T = 2415640,543;$$
$$a \sin i = 307000 \text{ km}.$$

En résumé, la variation de la vitesse radiale de ζ Persei est établie et la détermination des éléments de son orbite, en *deuxième approximation*, nécessite une série de clichés rapprochés; il semble, enfin, qu'une étude de la structure de quelques raies soit souhaitable.

([5]) Dans ce calcul et les suivants, nous avons systématiquement écarté les valeurs d'Ottawa qui nous ont semblé assez peu précises (dispersion faible du spectrographe et valeurs de 1920-22 corrigées par Lick de + 9,4 en moyennne).

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation intégrale régissant le phénomène de la diffusion des neutrons.* Note (*) de M. **Mircea Drăganu.**

L'équation intégro-différentielle de O. Halpern, R. Lueneburg et O. Clark ([1]), qui décrit le phénomène de la diffusion des neutrons dans les plaques matérielles, peut être remplacée, dans le cas des chocs élastiques, isotropes et à symétrie sphérique, par une équation intégrale de Fredholm, la fonction inconnue étant cette fois la densité des neutrons. Cette équation s'écrit de la manière suivante :

$$(1)\qquad \rho(x) = K_1\big(|a-x|, g(\eta)\big) + K_1\big(|x-b)|, h(\eta)\big) + \int_a^b d\xi\, q(\xi)\, K_0\big(|\xi - x|\big) + \frac{\sigma}{2}\int_a^b d\xi\, \rho(\xi)\, K_0\big(|\xi - x|\big),$$

où $q(\xi)$ est la densité des sources des neutrons à l'intérieur de la substance diffusante, σ une constante $\leqq 1$, $g(\eta)$ la distribution incidente des neutrons sur le plan $x=a$, $h(\eta)$ de même la distribution sur le plan $x=b$ des neutrons réfléchis; on a employé, en outre, les notations

$$(2)\qquad K_n(|\xi - x|) = \int_1^\infty \frac{d\eta}{\eta^{n+1}} e^{-|\xi - x|\eta}, \qquad K_n\big(|\xi - x|, f(\eta)\big) = \int_1^\infty \frac{d\eta}{\eta^{n+1}} e^{-|\xi - x|\eta} f(\eta).$$

L'équation intégrale (1) déduite par nous, analogue à l'équation de K. Schwartzschild de la théorie des atmosphères stellaires, possède une solution non nulle, ce qui revient, comme l'on sait, à démontrer que le paramètre $\sigma/2$ n'est pas une valeur caractéristique de l'équation intégrale homogène. Mais les théorèmes de Fredholm ne peuvent être appliqués directement à l'équation (1), son noyau étant singulier et, de plus, sa trace devenant infinie. Or le noyau de notre équation intégrale diverge vers l'infini comme un logarithme; on peut trouver alors une solution par l'intermédiaire de l'équation une fois itérée, et cette solution s'écrit de la manière suivante ([2]) :

$$(3)\qquad \rho(x) = F(x) + \frac{\sigma}{2}\int_a^b \Gamma\left(x, \xi; \frac{\sigma}{2}\right) F(\xi)\, d\xi,$$

où $F(x)$ est une fonction connue et $\Gamma(x, \xi; \sigma/2)$ la résolvante représentée par la fonction méromorphe

$$(4)\qquad \Gamma\left(x, y; \frac{\sigma}{2}\right) = K_0(|x-y|) + \frac{\sigma}{2}\,\frac{D_2\left(x, y; \frac{\sigma^2}{4}\right)}{D_2\left(\frac{\sigma^2}{4}\right)} + \frac{\sigma^2}{4}\int_a^b K_0(|x-\xi|)\,\frac{D_2\left(\xi, y; \frac{\sigma^2}{4}\right)}{D_2\left(\frac{\sigma^2}{4}\right)}\, d\xi,$$

(*) Séance du 3 mai 1948.

([1]) *Phys. Rev.*, 53, 1938, p. 173.

([2]) E. Goursat, *Cours d'Analyse mathématique*, III, p. 382.

$D_2(\sigma^2/4)$, $D_2(x, y; \sigma^2/4)$ signifient les fonctions de Fredholm pour le noyau une fois itéré.

On peut remplacer de même dans le cas de la diffusion sans symétrie sphérique l'équation intégro-différentielle de O. Halpern, R. Lueneburg et O. Clark par un système de deux équations intégrales de Fredholm, qu'on réduit afin de résoudre le problème à une seule équation par une méthode connue.

Si nous traitons par la même méthode le cas de la diffusion anisotrope, considéré par N. Arley et M. Ageno [3], on arrive, d'une manière analogue, à un système de deux équations intégrales de Fredholm.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur les échangeurs de chaleur à gaz parfait.* Note de M. **Jean Villey**, présentée par M. Gustave Ribaud.

L'étude des échangeurs de chaleur pose le problème suivant : évaluer la quantité de chaleur Q reçue (algébriquement) par chaque unité de masse d'un courant gazeux permanent rapide dont la température passe de T_1 à T_2. Cela revient à évaluer la chaleur spécifique $\mathcal{C}$ de ce gaz au cours de l'évolution liée à son écoulement, pour écrire $Q = \int_{T_1}^{T_2} \mathcal{C}.dT$, ou $Q = \mathcal{C}'(T_2 - T_1)$, en introduisant la chaleur spécifique moyenne $\mathcal{C}'$.

Dans le cas d'un gaz parfait, il suffira encore d'utiliser les équations aux différentielles logarithmiques dont nous avons déjà montré de nombreuses applications, et qui ont été reproduites dans la plus récente des notes indiquées en référence [1].

L'équation relative à la température est

$$\frac{dT}{T} = \xi \frac{\gamma - 1}{1 - \xi} \left[\frac{ds}{s} + (1 - \xi\gamma) \frac{\partial q}{u^2} - \xi\gamma \frac{\partial w}{u^2} \right].$$

Nous envisagerons un échangeur à canalisations cylindriques ($ds = 0$), et nous caractériserons les frottements par le rapport k de l'énergie décoordonnée à la chaleur reçue, soit $\partial w = k\,\partial q$.

Il vient alors

$$\frac{dT}{T} = \xi \frac{\gamma - 1}{1 - \xi} \frac{\partial q}{u^2} (1 - \xi\gamma - k\xi\gamma).$$

Mais $\xi = u^2/a^2$, donne

$$\frac{\xi}{u^2} = \frac{1}{a^2} = \frac{1}{\gamma RT},$$

(3) *Phys. Rev.*, **69**, 1946, p. 241.

(1) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1417; **214**, 1942, p. 427 et 900; **224**, 1946, p. 27 et 329; **226**, 1948, p. 1426; *Journ. de Phys.*, avril 1942, sept. 1942, avril 1947.

d'où

$$dT = \frac{\gamma - 1}{\gamma R}\,\delta q\,\frac{1 - \xi\gamma - k\xi\gamma}{1 - \xi},$$

d'où la chaleur spécifique

$$\mathcal{C} = \frac{\delta q}{dT} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}\,\frac{1 - \xi}{1 - \xi\gamma - k\xi\gamma} = C\,\frac{1 - \xi}{1 - \xi\gamma(1 + k)}.$$

On retrouve bien à la limite, pour un courant très lent ($\xi = 0$, $k = 0$), la chaleur spécifique C à pression constante.

On observera que k est nécessairement du même signe que δq, puisque δw est essentiellement positif. Donc les chaleurs spécifiques $\mathcal{C}$ sont, pour une valeur donnée de ξ, différentes pour les deux sens opposés d'écoulement thermique : il n'y a pas symétrie entre les variations de température liées à deux échanges de chaleur opposés. Cela correspond au fait que se superposent à ces échanges une variation d'énergie cinétique et la production d'une quantité toujours positive δw d'énergie thermique.

On remarquera que l'on ne peut prévoir ni l'importance, ni même le sens, de l'altération de la chaleur spécifique en assimilant l'énergie décoordonnée δw à un apport supplémentaire de chaleur. En effet, aux vitesses subsoniques, la décoordination δw introduit, dans la variation de température dT, un terme *négatif*. Elle introduit en même temps un terme positif dans la variation d'énergie cinétique $d(u^2/2) = u\,du$. Ce double résultat n'est paradoxal qu'en apparence, car δw introduit d'autre part un terme négatif dans la variation de pression dp.

Le signe négatif du terme en δw dans l'expression de dT correspond au résultat connu du refroidissement progressif le long d'un écoulement cylindrique adiabatique ($ds = \delta q = 0$). Ce refroidissement n'est pas *produit* par la décoordination δw; mais il est *accompagné* par elle. Le gradient négatif de pression produit de l'énergie cinétique, dont une partie se décoordonne; il provoque en même temps, par détente avec travail extérieur, un refroidissement qui l'emporte sur l'apport d'énergie interne par décoordination.

Le tableau ci-dessous donne, pour diverses valeurs de $\xi = (u^2/a^2)$, les altérations relatives $(\mathcal{C}/C) = (1 - \xi)/[1 - \xi\gamma(1 + k)]$ de la chaleur spécifique, pour $k = 0{,}25$ et $k = -0{,}25$, c'est-à-dire pour une énergie décoordonnée égale au quart de la chaleur fournie, ou enlevée, au courant gazeux.

ξ.....	$\frac{1}{900}$.	$\frac{1}{100}$.	$\frac{1}{36}$.	$\frac{1}{25}$.	$\frac{1}{16}$.	$\frac{1}{9}$.	$\frac{1}{4}$.
($k = +0{,}25$)......	1,0008	1,0076	1,0219	1,0322	1,0526	1,1034	1,3333
($k = -0{,}25$).	1,00005	1,0005	1,0014	1,0021	1,0033	1,0063	1,0169

On voit que, pour *l'un et l'autre sens* des échanges de chaleur, la décoordination s'accompagne d'augmentation de la chaleur spécifique, mais celle-ci est beaucoup plus importante dans le cas où le courant *reçoit* de la chaleur.

L'altération de la chaleur spécifique devient nulle si $\gamma(1+k)=1$ ou $k=(1/\gamma)-1=-[(\gamma-1)/\gamma]=-(1/3,5)$, c'est-à-dire dans le cas où le courant cède de la chaleur et où la décoordination est égale à la fraction $1/3,5=0,2857$ de la chaleur enlevée. Si la décoordination devient supérieure à cette fraction $1/3,5$ de la chaleur enlevée, l'altération de la chaleur spécifique devient une diminution.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur l'analyse thermique et la dilatométrie du sesquioxyde de chrome.* Note de MM. **Jean Jaffray** et **Jacques Viloteau**, présentée par M. Gustave Ribaud.

I. Le sesquioxyde de chrome, Cr_2O_3, revêt des aspects très différents suivant son origine. Préparé par décomposition thermique du bichromate d'ammonium ou par réduction du bichromate de potassium par le soufre, il se présente sous forme d'une poudre verte; on le dit alors amorphe. Obtenu par calcination du bichromate de potassium en présence de chlorure de sodium, il est finement cristallin et de couleur beaucoup plus terne.

D'après Anderson (1), la variété amorphe montre une forte anomalie de chaleur spécifique, avec maximum aigu, vers 32° C.

Les propriétés magnétiques du sesquioxyde de chrome ont été étudiées par de nombreux physiciens (2) qui s'accordent à reconnaître que la susceptibilité magnétique passe par un maximum étalé à une certaine température; mais cette température varie beaucoup d'un auteur à l'autre : elle est inférieure à 40° C. pour Honda et Sone, égale à 50° C. pour Foex et Mlle Graff et à 60° C. pour Théodoridès. Cette diversité de résultats est-elle due au fait que les propriétés physiques de ce corps sont variables d'un échantillon à l'autre? Pour répondre à cette question, nous avons étudié l'anomalie de chaleur spécifique de trois échantillons préparés différemment (deux échantillons amorphes et un cristallisé) en opérant par analyse thermique différentielle; puis nous avons fait la dilatométrie de ces substances dans la région de l'anomalie, ce qui nous a permis de préciser la température de transition et la nature de la transformation.

II. Pour chacune des variétés, amorphes ou cristallisées, l'analyse thermique différentielle, réalisée par la méthode du bloc de cuivre, entre — 60 et 80° C., n'a révélé qu'une seule anomalie de chaleur spécifique, comportant un maximum important. Les températures trouvées pour ce maximum s'échelonnent entre 31°,5 et 33°,5, sans qu'il y ait de différences systématiques entre les trois

(1) *Journ. Amer. Chem. Soc.*, 59, 1937, p. 488.

(2) Honda et Sone, *Sc. Rep. Tohoku Imp. Uni.*, 3, 1914, p. 223; Théodoridès, *Journ. de Phys.*, 6e série, 3, 1922, p. 1; Foex et Mlle Graff, *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 161.

échantillons, la dispersion des résultats semblant due uniquement à l'imprécision de la méthode et aux valeurs différentes des vitesses d'échauffement. Il semble donc que les différentes variétés de sesquioxyde de chrome manifestent une anomalie de chaleur spécifique à des températures très voisines, sinon égales. Il n'est pas possible de conclure des expériences précédentes si l'anomalie de chaleur spécifique comporte une variation rapide ou une chute verticale après le maximum.

III. La dilatométrie des trois échantillons, effectuée dans le toluène, un peu au-dessous et un peu au delà de 32°C., par températures croissantes ou décroissantes, a prouvé la parfaite continuité du volume spécifique. Mais la courbe volume spécifique-température présente un coude très net à $32{,}8 \pm 0°{,}1$ C., (moyenne de six expériences sur les échantillons amorphes et de trois expériences sur l'échantillon cristallisé). Là encore, on ne trouve pas de différences systématiques entre les trois échantillons. Il y a donc à 32°,8C. une anomalie de dilatation du sesquioxyde de chrome qui consiste en un maximum aigu du coefficient de dilatation cubique β, suivi d'une chute très rapide, peut-être une discontinuité. Pour la valeur du maximum de β, on a trouvé des nombres compris entre 42 et 50.10^{-5}. Après la chute rapide, β est voisin de 12.10^{-5}. Pas plus qu'Anderson dans ses mesures de chaleur spécifique, nous n'avons trouvé, dans la dilatation, d'hystérèse thermique notable.

En résumé, nous n'avons pas trouvé de différences notables entre les températures de transition d'échantillons amorphes ou cristallisés de sesquioxyde de chrome. La température de transition, 32°,8, diffère notablement de celles pour lesquelles on a trouvé un maximum de la susceptibilité magnétique. Enfin, cette transition semble être du deuxième ordre.

CALORIMÉTRIE. — *Nouveau microcalorimètre différentiel et à compensation.* Note (*) de M. **Édouard Calvet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons pu réaliser un nouvel appareil calorimétrique particulièrement intéressant pour l'étude des phénomènes lents. Sa durée d'expérimentation est quasi illimitée; il peut fonctionner à toutes températures et peut être placé dans une salle non isotherme; sa sensibilité et sa fidélité sont très grandes.

Causes des variations du zéro expérimental *des microcalorimètres.* — Une longue expérience de l'emploi de l'appareil très remarquable de A. Tian (microcalorimètre à compensation par effets Peltier et Joule) nous a montré que les principales causes des variations du *zéro expérimental* sont les suivantes :

1° Les variations de la température de l'enceinte thermostatique du calorimètre (sol d'une cave) n'affectent la cellule qu'avec un certain retard variable

(*) Séance du 10 mai 1948.

avec la vitesse de ces variations. C'est une cause de décalage variable du *zéro expérimental* (circuit fermé) par rapport au *zéro absolu* (circuit ouvert);

2° Cette première cause n'est pas la plus importante. Il faut tenir compte des effets Thomson qui apparaissent entre les différentes portions du circuit dont la température n'est pas uniforme. En effet, le calorimètre est placé dans

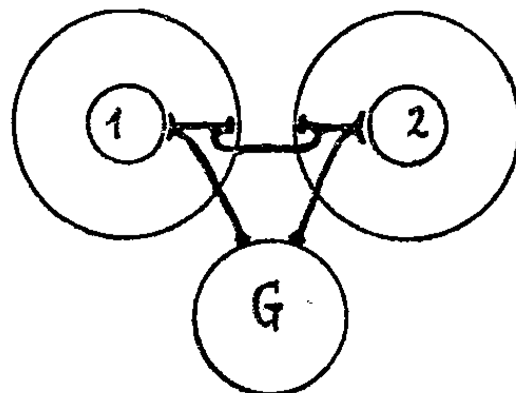


Fig 1.

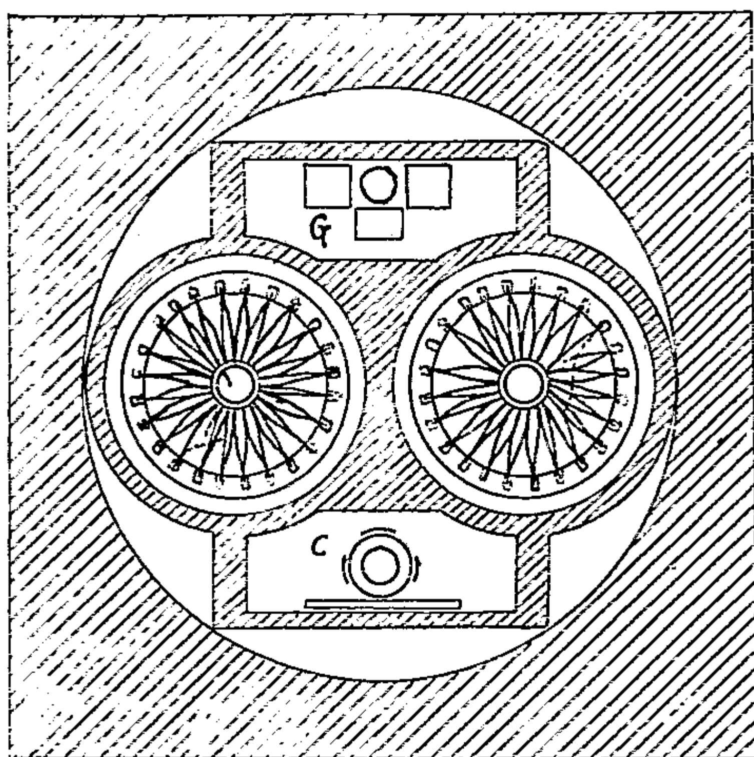


Fig. 2.

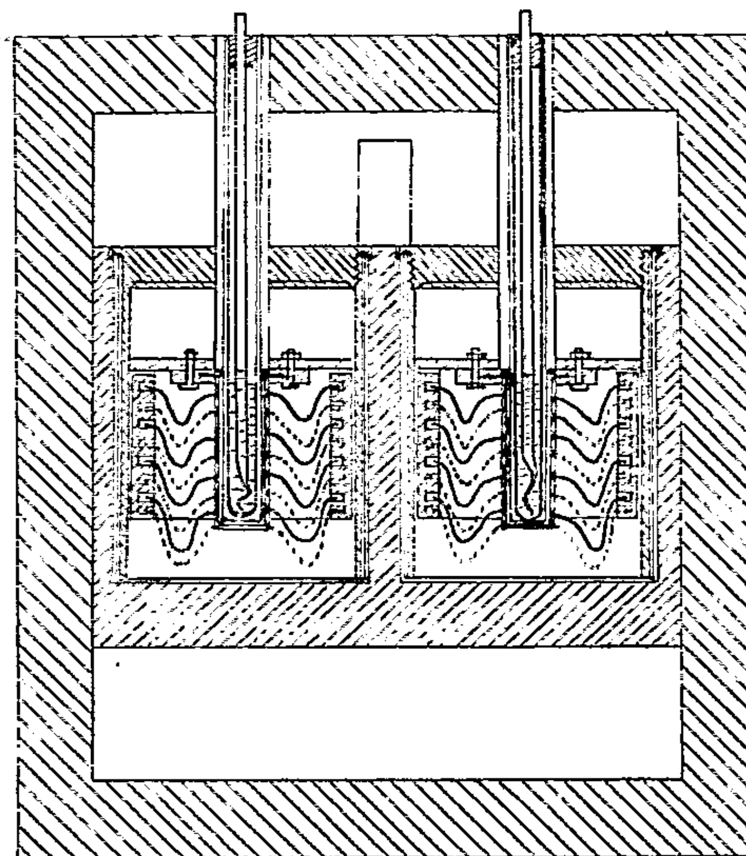


Fig. 3.

La figure 1 montre la disposition schématique des deux calorimètres avec leur circuit thermoélectrique en opposition reliés au galvanomètre G. La figure 2 est une coupe horizontale montrant la forme du bloc de cuivre dans lequel se trouvent les deux calorimètres, le commutateur C permettant l'utilisation de deux sensibilités et la compensation Peltier. La figure 3 est une coupe verticale montrant notamment la disposition des cellules. Le thermostat enveloppant le tout n'est pas figuré.

le sol alors que le galvanomètre et les commutateurs sont disposés à l'extérieur. Les variations de la température extérieure affectent particulièrement ces derniers appareils produisant de notables variations du zéro expérimental; le tracé des courbes enregistrées devient sinueux (on enregistre notamment des variations de la pression barométrique). Il n'est guère possible de suivre fidèlement une expérience pendant plus d'un jour.

Principe du nouvel appareil. — Pour réaliser un appareil à couples thermoélectriques donnant des indications indépendantes des variations de la tempé-

rature extérieure, nous avons associé *deux calorimètres identiques* en disposant leurs thermocouples en opposition. Ces deux calorimètres, ainsi que le galvanomètre et le commutateur (au résumé, tout le circuit dans lequel passent les courants thermoélectriques), se trouvent placés au sein d'un gros bloc de cuivre de forme convenable. Celui-ci est lui-même disposé dans un thermostat dont on peut faire varier la température à volonté.

Le thermostat n'a pas besoin d'être très finement réglé; il n'est destiné qu'à fixer la température de l'expérience. En effet, la température est homogène à l'intérieur de la masse de cuivre du fait de la bonne conductibilité thermique de ce métal. Les variations de la température au cours du temps affectent de la même façon les deux calorimètres. Il se produit des courants de signes contraires dans le circuit du galvanomètre qui s'annulent si l'identité des deux calorimètres est réalisée. Le galvanomètre n'enregistre que les *différences de température entre les deux cellules;* l'appareil est donc un système différentiel. Il ne peut se produire d'effets Thomson entre les différentes portions du circuit, puisque celui-ci est noyé tout entier dans le bloc de cuivre dont la température est uniforme à chaque instant.

Nous avons conservé la compensation par effet Peltier qui permet une évaluation aisée des quantités de chaleur produites et dont l'emploi est particulièrement commode pour refroidir une cellule de manière à ramener l'appareil au zéro expérimental.

La fidélité de l'appareil étant assurée, nous avons cherché à augmenter la sensibilité en augmentant judicieusement le nombre de couples détecteurs (192 couples fer-constantan par cellule). L'appareil équipé avec un galvanomètre Zernicke donne une déviation de 1^{mm} sur une échelle placée à 1^{m} pour un débit thermique de un millième de calorie/heure.

Les déviations du galvanomètre sont enregistrées photographiquement par l'intermédiaire d'un dispositif périscopique qui permet d'atteindre le miroir du galvanomètre au sein du bloc de cuivre.

A titre d'exemple nous signalons que nous réalisons couramment des enregistrements de thermogenèse bactérienne d'une durée de 10 à 15 jours avec un retour parfait au zéro initial en fin d'expérience.

ÉLECTRICITÉ. — *Influence d'une élévation de température sur la conductibilité-limite de l'acétone.* Note de M. **J.-Louis Eck**, présentée par M. Aimé Cotton.

La conductibilité-limite de l'acétone, mesurée après passage du courant pendant plusieurs jours, est souvent brusquement accrue par une élévation de température de quelques degrés. Il arrive que l'accroissement relatif dépasse 50 % et même 100 % lorsque la température s'élève de deux degrés. Les caractéristiques essentielles de cet effet sont les suivantes :

1° Il se manifeste quelle que soit la portion de liquide que l'on chauffe, mais il est particulièrement intense au voisinage des électrodes.

2° L'intensité du courant ne croît pas constamment avec la température. Elle augmente d'abord très vite, passe par un maximum, puis décroît, même si l'on continue à chauffer. C'est ainsi que j'ai obtenu les résultats suivants sur un tube long de 20^{cm}, chauffé dans toute son étendue :

Temps (min).	Température (°C.).	Intensité (Amp).	Temps (min).	Température (°C.).	Intensité (Amp).
0..........	13	$5,6.10^{-7}$	3..........	15,8	$14,6.10^{-7}$
1..........	14	11,7	7..........	17	11,7
2..........	15	15,3			

Au bout de quelques dizaines de minutes, l'intensité vient reprendre une valeur très voisine de sa valeur initiale et à peu près indépendante de la température.

3° L'effet est plus notable avec un liquide fraîchement distillé que sur un échantillon ancien. Il est d'autant plus difficile à observer que l'acétone a été soumis plus longtemps à un champ intense avant l'expérience.

4° Pour un tube déterminé, chauffé toujours de la même façon, l'accroissement relatif du courant dépend essentiellement du champ appliqué. Il est nul pour des champs très faibles, ainsi que pour ceux qui dépassent une centaine de volts par centimètre. Il passe par un maximum pour une valeur du champ qui dépend de la longueur de la colonne liquide, environ 25 volts par centimètre pour un tube de 3^{cm} de long, et seulement 15 volts si le tube a une vingtaine de centimètres.

Pour expliquer ce phénomène, on peut admettre avec M. G. Reboul que le liquide semi-conducteur est le siège de conglomérats de molécules qui se polarisent et s'orientent sous l'influence du champ. Si celui-ci devient assez intense, les dipôles ainsi formés s'allongent et sont susceptibles de se scinder en deux gros ions sous l'influence d'une légère augmentation de température. La probabilité de rupture est maxima pour un champ déterminé. Quand celui-ci dépasse une certaine valeur, son action suffit à rompre tous les dipôles. L'élévation de température est alors sans effet appréciable, son seul rôle étant d'accroître légèrement la mobilité des ions. Si le champ est trop faible, l'accroissement d'agitation thermique dû à une légère élévation de température est insuffisant pour provoquer la rupture.

Lorsqu'on se trouve dans des conditions de champ convenables, une élévation de température doit donc s'accompagner de l'apparition d'ions des deux signes. C'est ce que l'on vérifie effectivement lorsque l'on suit les variations de l'intensité du courant après chauffage d'une portion du tube voisine des électrodes.

On constate en effet que l'intensité du courant diminue d'abord rapidement, et revient sensiblement à sa valeur initiale. Puis, au bout d'un temps qui dépend du champ appliqué et de la longueur de la colonne liquide, le courant

se remet à croître et passe par un second maximum moins accentué que le premier. Ce fait se produit quelle que soit l'électrode chauffée et quelle que soit sa position, ce qui élimine l'hypothèse d'un courant de convection. On peut donc en déduire que le chauffage a pour effet de produire des ions des deux signes. Ceux qui sont de signe opposé à celui de l'électrode voisine sont immédiatement captés par celle-ci. Ces ions doivent d'ailleurs être en nombre limité, puisque l'accroissement du courant ne dépend pratiquement pas de la valeur de l'élévation de température. Les ions de signe contraire sont entraînés par le champ, et le second maximum correspond à leur arrivée sur l'autre électrode. Connaissant le champ appliqué, la longueur de la cuve, et le temps nécessaire pour atteindre ce second maximum, il est possible d'évaluer la mobilité des ions. On trouve ainsi des nombres généralement compris entre 1,5 et 3 microns-seconde par volt-centimètre pour les ions des deux signes, en accord avec les résultats obtenus par d'autres méthodes (1). Le second maximum étant assez étalé, il est probable que les ions possèdent des mobilités différentes, groupées autour d'une valeur moyenne, ce qui proviendrait de la rupture de conglomérats formés d'un nombre variable de molécules.

MAGNÉTISME. — *Sur une méthode d'étude de la texture magnétique.* Note (*) de MM. **Paul Abadie** et **Israël Epelboim**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'étude de la texture magnétique, c'est-à-dire de l'orientation des spins d'un échantillon ferromagnétique, suivant certaines directions privilégiées, peut s'effectuer actuellement par la méthode des spectres magnétiques, qui traduisent le comportement d'un ferromagnétique dans les champs alternatifs. En effet, l'emploi conjoint du procédé de mesure de résonance sur ligne haute fréquence (1) et de celui des bobines démontables (2), nous permet de relever ces spectres sur un même échantillon dans l'ensemble de l'échelle des ondes hertziennes. Le but de cette Note est de donner un aperçu des résultats que nous avons déjà acquis par cette méthode dans l'étude des matériaux ferromagnétiques en poudre et en ruban.

Les mesures des perméabilités effectives initiales de poudres ferromagnétiques d'origines très diverses, mais toujours fines et enrobées régulièrement dans du caoutchouc, montrent que les spectres ferromagnétiques ne présentent pas de phénomène de relaxation jusqu'aux longueurs d'onde d'environ 5^m, à condition que le volume du ferromagnétique ne dépasse pas celui du caout-

(1) G. Reboul et J.-L. Eck, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 868.

(*) Séance du 26 avril 1948.

(1) P. Abadie, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 474.

(2) I. Epelboim, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 535.

chouc. Aux ondes plus courtes, tous les échantillons, quelles que soient leurs charges ferromagnétiques, présentent le phénomène caractéristique de dispersion de la perméabilité conservative μ_1 et d'absorption de la perméabilité consomptive μ_2 déjà discuté par ailleurs (³).

A titre d'exemple, nous donnons, pour 10ᶜᵐ de longueur d'onde, les valeurs de $\mu_1 - j\mu_2$, ainsi que celles des constantes diélectriques $\varepsilon_1 - j\varepsilon_2$ de trois échantillons de caoutchouc, chargés, le premier à 34 % de son volume par du fer carbonyle, les deux autres à 6 % de leur volume respectivement par de la poudre de fer divisée mécaniquement et par de la poudre de permalloy recuit. Nous voyons que l'échantillon en fer carbonyle dont la poudre est particulièrement fine présente, par suite de sa charge, une dispersion de la perméabilité conservative et une absorption de la perméabilité consomptive très accentuées. D'ailleurs, aux longueurs d'onde de 3ᵐ, 1ᵐ et 0ᵐ,60, les valeurs de μ_1 sont déjà 3,5 ; 3,1 ; 2,6 et celle de μ_2 0,31 ; 0,51 ; 0,60.

Échantillon.	Charge en volume (%).	Perméabilité $\lambda > 5^m$.	$\lambda = 10^{cm}$. μ_1.	μ_2.	ε_1.	ε_2.
Fer carbonyle....	34	3,7	2,0	1,0	13	0,046
Fer mécanique...	6	1,28	1,12	0,10	3,1	0,023
Fer permalloy ...	6	1,88	1,24	0,33	5,1	0,050

En outre du contrôle du degré d'isolement des grains, de leur grosseur et de leur répartition, les spectres magnétiques de tels échantillons font apparaître l'existence d'une texture magnétique microscopique, car le phénomène de relaxation se produit à des fréquences où la profondeur de pénétration du champ est de l'ordre des dimensions présumées des domaines de Weiss. Par contre, les spectres magnétiques des rubans ferromagnétiques étudiés par nous possèdent, en plus du phénomène de relaxation en très haute fréquence, un phénomène analogue, pour des fréquences plus basses dans un domaine qui ne dépasse pas, pour certains échantillons, les fréquences acoustiques. Tous ces échantillons présentent des pertes par courants de Foucault supérieures à celles calculées à partir de la résistance en courant continu.

Afin de vérifier l'hypothèse d'une texture hétérogène à l'échelle macroscopique que l'un de nous a déjà utilisée pour expliquer ces anomalies (⁴), nous avons relevé à différents stades les spectres magnétiques de rubans ferromagnétiques annulaires dont la couche superficielle était progressivement dissoute par un procédé de polissage électrolytique décrit précédemment (⁵).

(³) I. Epelboim, *J. de Physique*, 8, 1947, p. 251.

(⁴) I. Epelboim, *Thèse*, Paris 1946; *Rev. Gén. Électricité*, 55, 1946, p. 271 et 310.

(⁵) I. Epelboim et C. Chalin, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 324; *Métaux et corrosion*, **23**, 1948, p. 1.

A titre d'exemple, nous donnons ici un résumé des résultats de l'étude des spectres magnétiques, à divers degrés de polissage électrolytique, d'un permalloy à 76 % de Ni, en ruban de $0^{mm},2$ d'épaisseur, recuit dans l'hydrogène.

Section du fer en mm^2	1,00	0,92	0,77	0,58	0,40
μ initiale séparée de l'influence des courants de Foucault	1092	1180	1250	1405	1550
Coefficient des pertes par courants de Foucault	0,188	0,123	0,096	0,050	0,027
μ_1 initiale à 10 Kc/s	340	453	655	974	1341
μ_2 » »	418	465	531	569	489

La dissolution par le polissage électrolytique de la couche superficielle de tous les ferromagnétiques massifs étudiés jusqu'à présent provoque un accroissement de la perméabilité, et une diminution des pertes par courants de Foucault supérieure à celle que laisse prévoir la diminution de section. Cet effet peut être prévu par l'étude spectroscopique de la texture magnétique, quelle que soit son origine.

Ainsi la mesure des spectres hertziens d'un mélange de diélectriques et de ferromagnétiques constitue une méthode d'étude actuellement au point de la texture magnétique microscopique. Le relevé des spectres magnétiques des ferromagnétiques massifs et l'utilisation d'un procédé de polissage anodique nous ont permis de prouver l'existence souvent discutée d'une texture magnétique macroscopique.

MAGNÉTISME. — *Influence de l'aimantation sur le pouvoir thermoélectrique des milieux ferromagnétiques.* Note (*) de M. **Jean Bouchard**, présentée par M. Aimé Cotton.

Au cours de recherches antérieures (¹), nous avons déterminé comment varie la f. é. m. de couples formés par le cuivre et divers métaux ferromagnétiques sous l'influence combinée d'un champ magnétique longitudinal $\mathcal{H}_l$ ou transversal $\mathcal{H}_t$ et d'une tension mécanique T. Les expériences ont porté sur des éprouvettes cylindriques ($d = 1^{mm}$, $l = 26^{cm}$ pour $\mathcal{H}_l$ et $l = 7^{cm}$ pour $\mathcal{H}_t$) du métal A à étudier, soudées bout à bout avec des fils de cuivre, l'ensemble formant une chaîne soumise au champ inducteur uniforme dans sa portion ferromagnétique; les jonctions sont maintenues respectivement aux températures θ_1 et θ_0 au moyen de petits fours à enroulement compensé ou de thermostats tubulaires. Un potentiomètre à deux sections fournit : 1° la f. é. m. E du couple entre θ_1 et θ_0; 2° la différence $\Delta E = E' - E$, E' étant la f. é. m. entre θ_1 et θ_0 lorsqu'on soumet l'éprouvette à un champ inducteur $\mathcal{H}$ et à une traction T.

Nous avons poursuivi ces déterminations, dont les résultats seront donnés ailleurs, en soumettant aux expériences commencées avec les ferronickels des

(*) Séance du 19 mai 1948.

(¹) G. Simon et J. Bouchard, *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 1141 et **206**, 1938, p. 667.

échantillons d'aciers, des cupronickels et divers alliages ternaires à base de nickel de compositions et de préparations très diverses.

Pour comparer les données obtenues, nous avons retenu plus particulièrement les graphiques représentant ΔE en fonction de $\mathcal{H}$, pour différentes valeurs de $\theta_1 - \theta_0$ et de T. La différence ΔE est caractéristique du métal ferromagnétique, dans les conditions de l'expérience et, ainsi que nous l'avons vérifié directement sur de nombreux exemples, ne dépend pas, comme E, du métal auxiliaire. Il nous semble logique de représenter tout d'abord ΔE en fonction du champ extérieur bien défini (et de tenir compte s'il y a lieu des champs démagnétisants); il est difficile, en effet, à cause de la multiplicité des variables influant sur sa valeur, de rapporter systématiquement les résultats à l'aimantation de l'échantillon : par suite notamment de la déformation des courbes d'aimantation avec la température, on peut avoir, dans les champs faibles, l'aimantation la plus grande du côté des températures élevées et l'inverse dans les champs élevés.

Toutefois, malgré la complexité du problème et les conditions nécessairement approchées qui se trouvent imposées par sa nature même, nous avons voulu, d'autre part, examiner l'influence de l'aimantation sur ΔE.

Les mesures d'aimantation ont été réalisées sur l'éprouvette, dans les conditions des déterminations de ΔE au moyen des deux méthodes classiques du magnétomètre et du galvanomètre balistique, qui ont fourni des résultats en accord satisfaisant. Une bobine induite est connectée, en outre, à l'entrée d'un amplificateur, permettant de mettre en évidence les zones d'effet Barkhausen appréciable; la variation du courant inducteur est alors assurée pour les faibles intensités par variation de chauffage d'une diode et pour les intensités plus importantes au moyen d'un rhéostat électrolytique. La désaimantation de l'éprouvette est obtenue à l'aide d'un courant alternatif décroissant. Dans des conditions données (θ,T) l'étude d'un cycle d'hystérésis s'effectue en quelques minutes, durée assez courte pour assurer à la différence des températures la constance ($1/5^e$ environ) indispensable à la mesure de ΔE (à 2.10^{-7} volt près).

1° Le phénomène fondamental, variation du pouvoir thermoélectrique avec l'aimantation spontanée, ne peut être décelé directement. Même un renversement complet de l'aimantation correspondant à un grand saut de Barkhausen (étudié avec des ferronickels à magnétostriction positive soumis à une tension convenable) ne provoque aucune variation particulière de ΔE. Cependant l'influence de l'aimantation spontanée sur le pouvoir thermoélectrique doit être recherchée sur la courbe représentant la dérivée $dE/d\theta$ en fonction de $\theta_1 - \theta_0$ qu'on peut tracer à partir de la courbe de E en fonction de $\theta_1 - \theta_0$. Comme l'a signalé antérieurement M. P. Chevenard, le pouvoir thermoélectrique des ferromagnétiques présente une variation brusque au point de Curie. Nous avons toujours retrouvé ce résultat et constaté qu'en général (nickel, alliages de nickel et de cuivre et d'aluminium) $dE/d\theta$ diminue, en valeur absolue, régulièrement, lorsque la température s'abaisse; l'apparition de l'aimantation spontanée correspond à une brusque augmentation de $dE/d\theta$ qui croît avec cette

aimantation et peut atteindre deux à trois fois sa valeur (extrapolée) en l'absence d'aimantation spontanée. On peut suivre cette variation en mettant en évidence l'aimantation par orientation au moyen d'un champ (et en tenant compte de ΔE). Pour le nickel, par exemple, $dE/d\theta$ passe de -7 à $-16\,\mu V$ par degré au lieu de -7 à $-3\,\mu V$ par degré entre 360° et 210° et l'aimantation à saturation de 50 à 425 UEM.

2. L'étude systématique de ΔE (f. é. m. du couple : métal A aimanté, A non aimanté) en fonction de l'aimantation observable $\mathcal{J}$ due à l'orientation par $\mathcal{H}$ fournit $(d\Delta E/d\theta)_{\mathcal{J}}$ par rapport au métal non aimanté. Les résultats nous ont permis d'établir l'ordre suivant des pouvoirs thermoélectriques décroissants : A aimanté longitudinalement, A non aimanté, A aimanté transversalement. Dans le cas du nickel, des cupronickels et des ferronickels réversibles recuits, ΔE tend vers une limite ΔE_{lim} lorsque $\mathcal{J}$ approche de la saturation $\mathcal{J}_s$ et $(d\Delta E/d\theta)_{\mathcal{J}_s}$ est une fonction parabolique de θ, qu'on peut, entre 0° et 300°, assimiler à une droite. Voici quelques valeurs de $(d\Delta E/d\theta)_{\mathcal{J}_s}$ en μV par degré correspondant à un champ $\mathcal{H}_l$:

	Nickel.	Permalloy.	Ferronickels.		
Ni (%)	99,6	78,0	72,1	58,0	48,5
$\left(\frac{d\Delta E}{d\theta}\right)_{\mathcal{J}_s}$	0,24	0,11	0,14	0,08	0,07

Avec le fer, les aciers, les ferronickels non réversibles, les alliages ternaires, $d\Delta E/d\theta$ varie de manière complexe avec $\mathcal{J}$ suivant les traitements, et le classement précédent peut se trouver en défaut. Il en est de même lorsqu'on soumet l'éprouvette à une tension. L'étude de ΔE au cours d'un cycle d'hystérésis nous permettra de classer bien des influences d'après leur contribution à modifier les parties réversibles et irréversibles de l'aimantation.

RADIOÉLECTRICITÉ. — *Flux d'impulsion définissant le seuil de fonctionnement d'un récepteur-enregistreur du niveau moyen des atmosphériques.* Note (*) de M. **Fernand Carbenay**, présentée par M. Camille Gutton.

Pour rendre comparables, en valeur absolue, les enregistrements du niveau moyen des atmosphériques, il est nécessaire d'introduire un paramètre analogue à celui utilisé couramment pour définir l'amplitude des ondes entretenues (l'intensité du champ électrique).

Le seuil de fonctionnement d'un ensemble récepteur-enregistreur peut être défini par l'impulsion $\Phi_0 = \int_0^\infty e\,dt$ provoquant le fonctionnement limite de l'enregistreur, d'une force électromotrice e, de forme quelconque, induite

(*) Séance du 19 mai 1948.

dans l'antenne, mais de durée suffisamment courte devant la période T du récepteur.

A cette impulsion Φ_0 correspond une impulsion par unité de longueur ou un flux par mètre $\Psi_0 = \Phi_0/h$, h étant la hauteur effective de l'antenne.

L'impulsion Φ_0 peut être produite dans l'antenne par une variation continue et suffisamment rapide entre deux limites I_1 et I_2 d'un courant i circulant dans un enroulement couplé à la base de l'antenne [1].

En désignant par M l'inductance mutuelle entre l'enroulement et l'antenne, l'impulsion de la force électromotrice induite dans l'antenne par la variation continue du courant i de I_1 à I_2 est

$$\Phi_0 = \int_0^0 \left(-M\frac{di}{dt}\right)dt = M(I_1 - I_2).$$

La variation du courant i est obtenue par la fermeture d'un contact qui fait croître ou décroître l'intensité du courant, dans l'enroulement inducteur, suivant une loi exponentielle et avec une constante de temps $\tau = L/R$ suffisamment petite devant la période d'accord du récepteur (par exemple, τ sera au plus égale à une microseconde pour un accord sur une longueur d'onde de 11000^m).

L'antenne étant généralement éloignée de l'enregistreur qu'il faut observer, on produit les impulsions en actionnant le contact par l'intermédiaire d'un relais et l'on règle la variation $(I_1 - I_2)$ à la valeur correspondant au seuil de fonctionnement de l'enregistreur.

L'enroulement inducteur doit avoir des dimensions assez petites par rapport à celles de l'antenne pour que l'inductance mutuelle M garde son sens, et cet enroulement doit être assez éloigné de l'antenne pour que la capacité de celle-ci par rapport à la terre ne soit pas sensiblement affectée.

La détermination de l'impulsion Φ_0 dans l'antenne peut aussi se déduire de la mesure de l'impulsion Φ_1, dans le circuit d'entrée du récepteur, correspondant au seuil de fonctionnement.

Il existe généralement une relation simple entre Φ_0 et Φ_1 : par exemple, dans le cas d'une antenne capacitive dont la base est reliée par un câble coaxial au circuit d'entrée du récepteur, en désignant par γ la capacité de l'antenne par rapport à la terre et par $\mathcal{C}$ la somme des capacités du câble et éventuellement du condensateur d'accord en parallèle; on a, en supposant les pertes localisées dans l'inductance du circuit d'entrée :

$$\Phi_0 = \left(1 + \frac{\mathcal{C}}{\gamma}\right)\Phi_1.$$

(1) F. CARBENAY, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1624. (Brevet n° provisoire 518.518 du 12 juillet 1946).

La mesure de Φ_1 se fait aisément soit par induction comme ci-dessus, soit en insérant dans le circuit d'entrée la différence de potentiel aux bornes d'une petite fraction r de la résistance R du circuit de décharge d'un condensateur de capacité C chargé à une différence de potentiel U ([1]).

On règle la différence de potentiel U à la valeur correspondant au fonctionnement limite de l'enregistreur. En désignant par i l'intensité du courant de décharge et par τ la constante de temps CR,

$$\Phi_1 = \int_0^\infty ri\,dt = r\mathrm{CU} = \frac{r}{\mathrm{R}}\tau \mathrm{U}.$$

Le calcul du flux d'impulsion par mètre $\Psi_0 = (\Phi_0/h)$ implique la connaissance de la hauteur effective de l'antenne qui peut être mesurée par la combinaison apériodique de l'antenne (de capacité γ) et d'un cadre (de N spires de surface S) faisant l'objet d'une Note antérieure ([1])

$$h = \frac{\mathrm{NS}}{\mathrm{R}\gamma c},$$

c étant la vitesse de propagation et R la résistance de couplage antenne-cadre réglée à la valeur de compensation, soit sur atmosphériques, soit sur ondes entretenues.

SPECTROSCOPIE. — *Présence possible du spectre de la molécule d'hélium dans le rayonnement du ciel nocturne.* Note (*) de Mme **Renée Herman**.

Malgré de nombreux spectres obtenus jusqu'ici dans le visible et dans l'ultraviolet, il reste encore bien des incertitudes sur les identifications des bandes observées. En raison de la faible dispersion employée et de la complexité du spectre, il est impossible de déterminer la structure des bandes et même souvent difficile de repérer leurs têtes avec précision. On se contente généralement de chercher des coïncidences numériques entre les maxima observés dans le spectre du ciel et les têtes de bandes mesurées au laboratoire ou trouvées par extrapolation des formules qui ne sont trop souvent valables que pour les bandes pour lesquelles elles ont été calculées. De plus, dans bien des cas, la répartition d'intensité ne suit pas le principe de Frank-Cordon. Malgré toutes ces tentatives, il reste encore un certain nombre de bandes non identifiées.

Les radiations identifiées avec certitude jusqu'ici proviennent presque exclusivement de transitions interdites atomiques ou moléculaires. Dans le cas de la

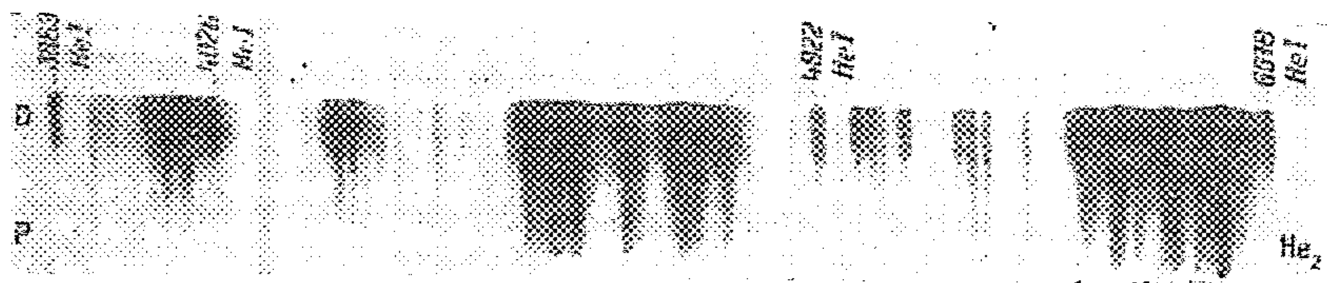
([1]) R. Bureau, *Mémorial de l'Office National Météorologique de France*, n° 25, 1936, p. 4.

([1]) F. Carbenay, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 63. (Brevet n° **899139** du 28 juin 1943).

(*) Séance du 10 mai 1948.

molécule N_2, on a affaire à un gaz qui se comporte à bien des égards comme un gaz inerte. De plus, l'ionisation atmosphérique est assez grande et la recombinaison entre ions et électrons joue certainement un rôle important. C'est probablement à la suite d'un tel processus que se produit l'émission des systèmes permis de N_2. Pour ces raisons, il semble indiqué, pour interpréter les émissions observées, de chercher avant tout parmi les systèmes de bandes émis par des molécules pour lesquelles on observe effectivement un spectre de recombinaison et qui, en même temps, ne présentent aucune affinité chimique. Un de ces rares exemples est fourni par la molécule He_2.

Pour obtenir au laboratoire l'émission de tout le spectre de He_2 par recombinaison, il est nécessaire de prendre certaines précautions qui seront décrites prochainement. Sous une pression de l'ordre du dixième de millimètre de mercure, les raies He_I et les bandes de He_2 sont présentes en phosphorescence. Au moment de la rupture du courant, pour une pression de l'ordre du millimètre de mercure, le spectre d'arc disparaît pratiquement, tandis que l'inten-



sité des bandes varie peu. C'est ce que l'on peut voir sur la figure ci-dessus où D correspond à la décharge et P à la phosphorescence. On doit admettre pour ces bandes une émission par recombinaison des ions He_2 et des électrons lents. Ces ions sont formés à la suite d'un choc entre un ion He^+ et un atome normal $He(^1S)$. La formation de tels ions pourrait être importante dans les couches atmosphériques où, par suite de l'attachement des électrons, la concentration relative en ions atomiques positifs est notable.

Dans le cas du système de Vegard-Kaplan de la molécule N_2, l'extrapolation de la formule empirique pour les têtes de bandes conduit à des résultats exacts, mais lorsqu'on compare les intensités observées au laboratoire aux intensités évaluées dans le rayonnement du ciel nocturne, il semble y avoir des anomalies remarquables. Elles peuvent s'expliquer en admettant que la plupart des molécules d'azote à l'état métastable $A^3\Sigma$ sont aux niveaux de vibration $v' = 1, -3$, ou 4 (¹). Mais on pourrait également se demander s'il n'existe pas, superposé à ce système interdit, des transitions permises de He_2. Dans le visible, la plupart des bandes intenses du système $A \rightarrow X$ de N_2, observées dans le ciel, coïncident avec des bandes de He_2. C'est le cas pour 3889, 3949, 3982, 4140, 4169, 4219, 4270, 4316, 4488, 4615, 4650, 4715, 4772. 4421 et 4534 feraient partie

(¹) J. Cabannes et J. Dufay, *Annales de Géophysique*, 2, 1946, p. 290.

des groupes intenses du système de bandes correspondant à l'ortohélium. D'autres coïncidences intéressantes pourraient être cherchées pour les bandes d'hélium 4003, 4022, 4157, 4189, 4356, 4398, 4414, 4445, 4570, 4673, 4956. Les transitions correspondant au parhélium donnent un meilleur accord que celles de l'orthohélium.

Si cette interprétation est correcte, l'émission des bandes He_2 sera accompagnée de l'émission du spectre continu situé entre 1100 et 600 Å, et cette radiation pourrait jouer un rôle dans l'ionisation de l'oxygène et de l'azote dans l'atmosphère.

SPECTROGRAPHIE. — *Spectrographie infrarouge à cellule au sulfure de plomb.* Note (*) de Mme Raymonde Mathis et M. Marcel Larnaudie, présentée par M. Jean Cabannes.

Le système optique du spectrographe employé a déjà été décrit ([1]). Il comporte un *réseau échelette* de Wood ($7^{cm},7$ de large, 815 traits/cm.) qui concentre l'énergie dans le spectre infrarouge vers 3 microns.

La source est une lampe pour phare d'automobile du type Yvel (92 bougies), alimentée sous 6 volts. La lumière est modulée à une fréquence constante, au moyen d'un disque à secteurs. Un système de miroirs argentés, plans et concaves, permet d'envoyer sur le réseau un faisceau de lumière parallèle et de former l'image du spectre sur la fente de sortie du spectrographe. Les fentes d'entrée et de sortie sont ajustées à la même largeur (3,5/100 de millimètre pour l'étude que nous avons faite). Le réseau est animé d'un mouvement de rotation à vitesse réglable, ce qui permet de faire défiler sur la fente de sortie une portion choisie du spectre, correspondant à un certain intervalle de longueur d'onde. Sa rotation est liée mécaniquement au déplacement d'un enregistreur. Le système récepteur placé derrière la fente se compose d'une cellule photorésistante au sulfure de plomb à enveloppe de verre, et d'un amplificateur électronique à trois étages à courant alternatif. Le courant redressé est envoyé dans un galvanomètre dont les déviations sont directement enregistrées en fonction de la longueur d'onde, sur un papier photographique entraîné par la plateforme de l'enregistreur. Les cellules au sulfure de plomb ont déjà été utilisées en spectrographie infrarouge ([2]).

Le domaine d'emploi de l'appareil est limité par ceux de la source et du réseau et par la sensibilité spectrale de la cellule photorésistante. Il en résulte qu'il est possible d'utiliser ce montage, d'une part de 2^{μ} à $2^{\mu},85$ (spectre de

(*) Séance du 19 mai 1948.

([1]) Lecomte et Lambert, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 164, 167.

([2]) Fellgett, G. B. B. M. Sutherland et D. E. Blackwell, *Nature*, 158, 1946, p. 873.

1er ordre du réseau), et d'autre part de $1^{\mu},45$ à $2^{\mu},45$ (spectre de 2e ordre), comme l'indique la courbe de sensibilité que nous reproduisons (*fig.* 1).

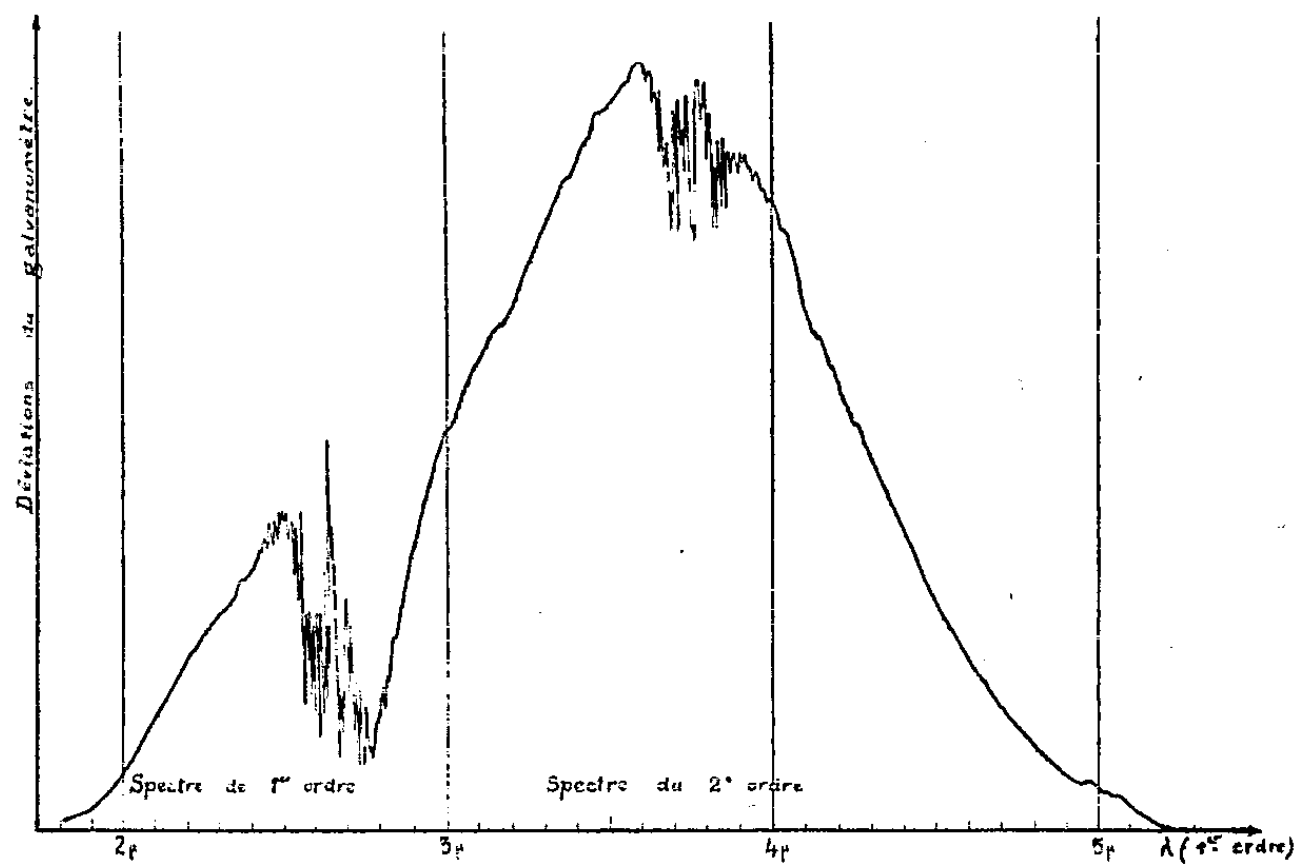


Fig. 1.

L'ensemble du spectrographe et de l'amplificateur permet de déceler un flux lumineux de 2.10^{-8} lumen, correspondant à une déviation de un millimètre du spot sur l'enregistreur.

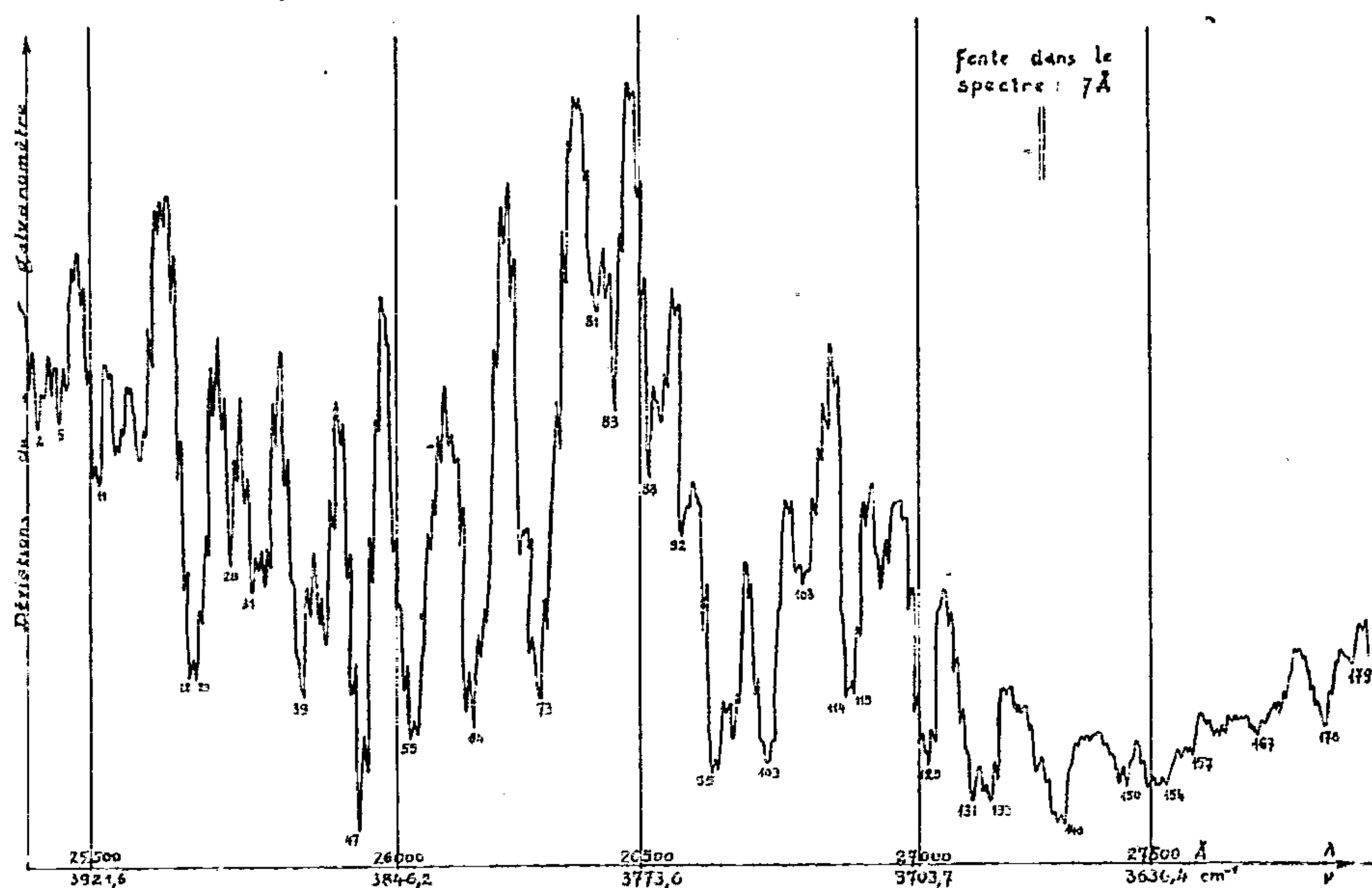


Fig. 2.

Le pouvoir de résolution théorique du réseau est de 5 Å. Les fentes employées occupaient dans notre étude un domaine de 7 Å dans le spectre, ce

qui correspond à une utilisation à peu près totale du pouvoir de résolution du réseau.

Nous avons étudié les caractéristiques de l'appareil (sensibilité spectrale, stabilité mécanique, dispersion etc.) au moyen des bandes de la vapeur d'eau atmosphérique à $2^{\mu},66$ et $1^{\mu},8$: la première est représentée sur la figure 2.

Nous avons comparé le résultats obtenus à partir de ce spectre, aux résultats donnés par H. H. Nielsen (3).

Entre les fréquences 3952 et 3601,6 cm^{-1}, il a été possible de mettre en évidence 186 bandes de rotation de la vapeur d'eau. 114 d'entre elles correspondent à 114 bandes sur les 116 bandes indiquées par Nielsen (3). Certaines de celles-ci semblent résolues en plusieurs bandes dans notre spectre.

Les fréquences des bandes communes aux deux spectres se correspondent à moins d'un cm^{-1} près.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur les désintégrations nucléaires provoquées par mésons.* Note (*) de MM. **Jean Heidmann** et **Louis Leprince-Ringuet**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Dans des plaques Ilford exposées au rayonnement cosmique à 4000^{m}, MM. Hoang, Jauneau, Morellet, Stroumsa ont repéré jusqu'à présent 46 désintégrations nucléaires provoquées par mésons.

Ce qui frappe dans l'aspect général de ces étoiles dites σ, est la faiblesse de l'énergie libérée par le méson sous forme observable (1). On trouve en gros que les particules ionisantes émises emportent par étoile 25 MeV d'énergie cinétique et d'énergie de liaison, valeur très inférieure à l'énergie de masse des mésons.

Avant d'envisager un mécanisme défini pour l'interaction des divers mésons avec le noyau, nous pouvons estimer la valeur de cette excitation en étudiant la répartition en énergie des particules émises. Nous allons effectuer cette étude sur les α émis qui ont sur les protons les avantages suivants :

Ils sont, à énergie égale, plus courts, donc ils ont plus de chance de se terminer dans l'émulsion; ils sont plus nombreux que les protons observés; les α ne pouvant franchir la barrière de potentiel des noyaux lourds de l'émulsion (Br, Ag) que s'ils ont plus de 120^{μ} de parcours, nous pouvons identifier des étoiles produites sur noyaux légers (B, C, N, O, Na), lorsqu'il y aura, parmi les branches, un α de longueur inférieure à 120^{μ}. En nous limi-

(3) *Phys. Rev.*, 62, 1942, pp. 422-433.

(*) Séance du 3 mai 1948.

(1) Perkins, *Nature*, 161, 1948, p. 486; Lattes, Occhialini et Powell, *Nature*, 160, 1947, p. 486.

tant ainsi à l'étude des noyaux légers, nous avons l'avantage d'avoir affaire à un phénomène mieux défini, car le seul méson qui sera capté sera le méson de masse 315 (2) (3). Considérons donc seulement les étoiles qui éjectent des α inférieurs à 120^{μ}. Nous aurons affaire aux noyaux légers, dont la masse atomique moyenne est 14.

La probabilité pour qu'un α ait une énergie cinétique E est alors, sous réserve des restrictions indiquées à la fin de cette Note, de la forme $\sqrt{E+V}/\exp[(E+V)/kT]$, où $V \sim 4$ MeV est l'énergie de liaison d'un α dans un noyau léger et T la température du noyau.

On a donc : $\log_{10} n + K - \log_{10}\sqrt{E+4} = -0{,}434(E+4)/kT + \text{const.}$, où n est la fréquence en énergie des traces d'α se terminant dans l'émulsion et K est un terme correctif tenant compte des traces qui sortent de l'émulsion. Les valeurs expérimentales de $\log_{10} n + K - \log_{10}\sqrt{E+V}$ en fonction de E donnent, par la méthode des moindres carrés : $kT = 6{,}5 \pm 3$ MeV.

Si l'on suppose alors que les α sont en équilibre thermique avec les nucléons et que ceux-ci forment un gaz dégénéré de Fermi, contenu dans une sphère de rayon $1.5\,10^{-13}\,A^{1/3}$cm (A, masse atomique) et que la concentration en α à l'intérieur des noyaux est négligeable, on trouve que l'excitation laissée à ces noyaux légers a pour valeur la plus probable 65 MeV, avec malheureusement un fort écart standard.

2° On peut retrouver cet ordre de grandeur en tenant compte d'une évidence expérimentale supplémentaire. Dans les 31 étoiles de la statistique ci-dessus, on trouve que n_P = nombre de protons émis par étoile = 0,87 ; n_α = nombre d'α émis par étoile = 1,64 ; E_α = énergie cinétique moyenne des α = 9 MeV.

On doit donc avoir, si la désexcitation se fait principalement par évaporation de neutrons, protons et α

$$0{,}87\,(E_P+8) + 0{,}87\,\frac{n_N}{n_P}\,(E_N+8) + 1{,}64\,(E_\alpha+4) = 1{,}55\,k^2T^2 \quad \text{(unité d'énergie : 1 MeV).}$$

Pour la température la plus probable trouvée, on a, d'après la théorie du gaz de Fermi, compte tenu de la barrière de potentiel, et avec notre schéma simplifié, $n_N \sim 1{,}5\,n_P$, $E_P \sim E_N + 1{,}5$, d'où la relation

$$E_N = \frac{\displaystyle\int_{30}^{\infty} \frac{\sqrt{E}\,(E-30)\,dE}{e^{\frac{E}{kT}-\log\alpha}+1}}{\displaystyle\int_{0}^{\infty} \frac{\sqrt{E}\,dE}{e^{\frac{E}{kT}-\log\alpha}+1}} = 0{,}74\,k^2T^2 - 18{,}4,$$

où 30 est la profondeur du puits de potentiel.

---

(2) GARDNER et LATTES, *Science*, 12 mars 1948.

(3) CONVERSI, PANCINI et PICCIONI, *Phys. Rev.*, 71, 1947, p. 209.

On peut négliger le $+1$ des dénominateurs des intégrales et plusieurs intégrations par parties conduisent à $kT = 5,7$ MeV, $E = 50$ MeV.

Nous avons négligé le fait que le noyau n'est pas rigoureusement en équilibre thermique, que sa température baisse au cours de l'évaporation et que la concentration en particules α n'est pas négligeable (ces deux faits se compensent d'ailleurs en gros). De plus l'assimilation des nucléons d'un noyau léger aux particules d'un gaz de Fermi n'est possible que vu le petit nombre de nos données expérimentales.

En somme, le calcul précédent montre que, dans le cas d'un méson 315 absorbé par un noyau léger, plus de la moité de l'énergie de masse du méson disparaît sous une forme qui échappe à nos observations : après le départ de cette énergie, le noyau reste excité avec 50 à 60 MeV en moyenne et c'est la désexcitation correspondante que nous observons.

On peut envisager plusieurs hypothèses pour le premier stade :

a. Le méson serait annihilé par une paire de nucléons qui s'échapperaient du noyau en l'excitant peu (4). L'observation de certaines étoiles est défavorable à cette hypothèse;

b. Le méson serait capté par un nucléon du noyau qui prend son énergie de masse sous forme cinétique et quitte le noyau en l'excitant peu au passage (5). Ce processus paraît s'accorder avec l'ensemble des résultats expérimentaux;

c. D'autres phénomènes peuvent aussi intervenir (émission de mésons neutres, etc,) sur lesquels nous ne pouvons nous actuellement prononcer.

RADIOACTIVITÉ. — *Compteur de particules α pour les gaz radioactifs.* Note (*) de MM. **D. K. Yovanovitch** et **D. D. Yovanovitch**, présentée par M. Frédéric Joliot.

On a besoin, en radioactivité, d'analyser des mélanges contenant les deux isotopes du MsThI et du Ra, pour connaître la proportion de ces corps. Nous avons essayé d'effectuer cette analyse à l'aide d'un compteur basé sur le principe de Geiger, qui compte toutes les particules ayant traversé un tube en verre à parois très minces, au travers duquel on fait passer un courant constant de gaz radioactif.

Ce compteur est établi sur le principe suivant :

Imaginons un compteur de Geiger normal au tube à parois minces et faisons tourner ce compteur de 2π autour du tube comme axe. Le fond métallique du

(4) Serber, *Phys. Rev.*, 72, 1947, p. 1114.

(5) Cüer et Morand, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 649; Perkins, *Nature*, 161, 1948, p. 486.

(*) Séance du 3 mai 1948.

compteur enveloppe une surface cylindrique, ou plutôt, puisqu'il est percé d'un trou, deux surfaces cylindriques coaxiales séparées par un espace égal au diamètre de ce trou. L'extrémité de la pointe intérieure du compteur (formée d'une petite sphère) décrit un cercle de diamètre légèrement supérieur à celui des cylindres (1 à 2^{mm} de plus). Le tube axial a ses parois amincies dans la portion qui correspond à l'espace entre les deux cylindres.

Nous avons matérialisé ce compteur *de révolution* de la manière suivante.

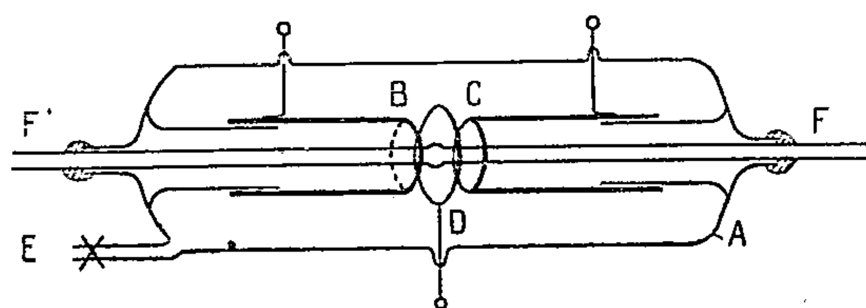


Fig. 1.

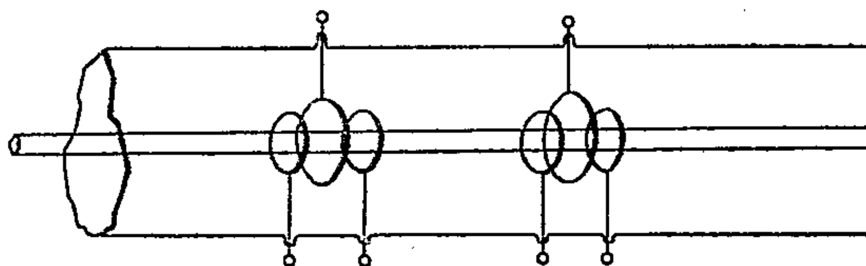


Fig. 3.

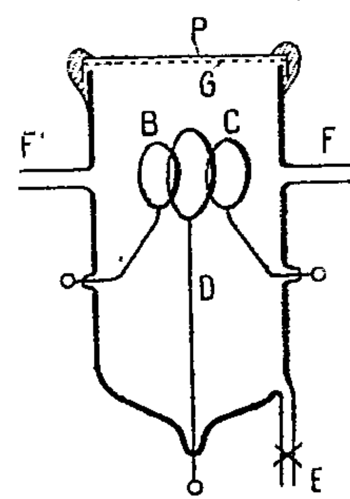


Fig. 2.

Le tube en verre cylindrique A supporte, par son repli intérieur, les deux cylindres métalliques B et C, qui sont chargés au même potentiel. L'électrode D, constituée par un fil métallique circulaire, est en liaison avec l'amplificateur. Le vide nécessaire pour la marche du compteur se fait par l'ajutage E. Le tube de verre axial F'F est très mince (1/100 mm env.). Ces parois minces permettent le passage des rayons α provenant de la désintégration du Radon et du Thoron, lesquels, mélangés à l'air, passent de F en F'.

Une étude détaillée de ce type de compteur nous a amenés à supprimer même les deux cylindres A et B et à les remplacer par deux anneaux appropriés, reliés à la source de haute tension.

Nous avons également établi un compteur du même genre (*fig.* 2), muni d'une fenêtre P de mica très mince supportée par une grille G en fil de tungstène.

On peut utiliser ce compteur soit pour compter les rayons α qui viennent de l'extérieur après avoir traversé la fenêtre de mica, soit ceux qui viennent de l'intérieur, en passant par le tube disposé de F en F' comme dans le premier compteur, mais non dessiné sur la figure 2.

Enfin, on peut disposer un nombre quelconque de compteurs analogues le long d'un même tube, comme le montre la figure 3. Un tel dispositif permettra alors de mesurer les périodes de décroissance très courtes de certains éléments radioactifs.

Dans le cas où il s'agit d'évaluer le rapport Radon/Thoron, on effectue deux mesures : l'une dans laquelle les gaz parviennent immédiatement dans le compteur et l'on a alors l'effet total des particules α du Tn et du Rn; l'autre dans laquelle les gaz ne parviennent dans le compteur qu'après un parcours assez long pour que le Tn ait pratiquement disparu par désintégration.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la polymérisation du styrolène induite par neutrons lents.* Note de MM. **Ivan Landler** et **Michel Magat**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Plusieurs auteurs ([1]), ([2]) ont déjà induit la polymérisation de divers composés vinyliques par des neutrons rapides. Mais aucun n'a précisé le mécanisme producteur des centres initiateurs, les réactions des neutrons rapides étant trop complexes.

Nous avons repris ce problème, mais pour le simplifier nous avons utilisé des neutrons lents. Ceux-ci sont absorbés par certains noyaux avec émission d'un rayon γ de grande énergie dont le choc de recul provoque la rupture de la liaison entre l'atome et le reste de la molécule (effet Szilard-Chalmers). Il se forme un atome et un radical libre, capables chacun de déclencher la polymérisation. Nos expériences portaient sur le styrolène dont la polymérisation est bien connue. La source d'atomes et de radicaux libres était le bromure d'éthyle : les atomes de brome ont une grande section efficace pour la capture des neutrons thermiques ($\sigma^c_{Br} = 6,6.10^{-24}$ cm^2) et l'isotope 82Br possède une période suffisamment longue (33,6 h) pour permettre une étude commode.

Il s'est révélé impossible de négliger les radicaux libres et les atomes produits par l'effet Szilard-Chalmers de l'hydrogène qui, dans le cas de l'expérience n° 34 (40 % styrolène, 60 % bromure d'éthyle en poids), constituent 1/3 du total : en effet quoique la section efficace de l'hydrogène soit faible ($\sigma^c_H = 0,31.10^{-24}$ cm^2), le nombre des atomes d'hydrogène présents est beaucoup plus élevé que celui des atomes de Br.

Des ampoules contenant des mélanges de styrolène et de bromure d'éthyle en proportions variables ont été scellées sous vide et exposées aux neutrons lents produits par le cyclotron du Collège de France. Le polymère a été séparé et pesé. Son poids moléculaire a été déterminé par osmométrie. La radioactivité et la période de décroissance ont été mesurées. Des expériences parallèles ont montré qu'aucune quantité appréciable de polymère n'avait été formée en l'absence d'irradiation.

Nos expériences ne permettent pas encore des conclusions définitives, mais les faits suivants paraissent démontrés :

([1]) Hopwood et Philips, *Proc. Phys. Soc.*, 50, 1938, p. 438; *Nature*, 143, 1939, p. 140.
([2]) F. Joliot, Communication privée.

1° Les neutrons lents sont capables d'induire la polymérisation par l'effet Szilard de Br et de H;

2° la quantité de polymère formée dépend de la dose de neutrons, la relation exacte restant à déterminer;

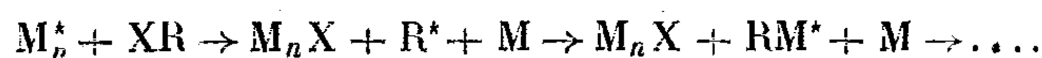
3° les atomes Br sont capables de déclencher la polymérisation, le polymère formé contenant du Br radioactif lié;

4° le poids P du polymère formé dans différents mélanges peut être représenté par

$$P = (K_H \Sigma_H + K_{Br} \Sigma_{Br})(S)^2, \qquad (1)$$

où (S) = concentration du styrolène, Σ_H, Σ_{Br} = les sommes de sections efficaces de capture de tous les atomes de H et Br présents, K_H, K_{Br} = des constantes dans chaque série d'expériences comprenant : la dose d'irradiation, la constante de vitesse de polymérisation, le temps et des facteurs de production de centres *secondaires* dont il sera question plus loin. On peut en conclure que la formation de centres initiateurs par les rayons γ du cyclotron est négligeable car elle donnerait naissance à un terme indépendant de la composition du mélange;

5° à partir de l'activité du polymère et des conditions d'irradiation il est possible de calculer le *nombre de radicaux libres et d'atomes formés par effet Szilard* au cours de l'expérience. Dans l'expérience n° 34 par exemple, ce nombre est de $1{,}4 \cdot 10^{14}$. Il est d'autre part possible d'évaluer le *nombre de centres initiateurs nécessaires pour produire la polymérisation observée*, connaissant la quantité du polymère formé, son poids moléculaire, et la fréquence de *transfert* (3), (4) par le mécanisme



$$M_n^* + XR \rightarrow M_nX + R^* + M \rightarrow M_nX + RM^* + M \rightarrow \ldots$$

Ce nombre est de l'ordre de $3 \cdot 10^{16}$, c'est-à-dire 100 à 1000 fois plus grand que le nombre de centres formés par effet Szillard.

6° Il se forme donc des centres de nature secondaire qui peuvent avoir trois origines distinctes : *a*. l'ionisation par les rayons de capture, les ions se recombinant ensuite et se redissociant pour donner des radicaux (5); *b*. l'ionisation par les rayons β et γ émis au cours de la désintégration du Br suivie de formation de radicaux libres; *c*. la dissociation des molécules par collision avec les atomes H et Br libérés par l'effet Szillard et possédant une grande énergie cinétique (jusqu'à 3500 et 27000 Kcal respectivement).

7° L'efficacité relative des atomes Br et H pour la production de centres secondaires est donnée par le rapport $R = K_{Br}/K_H$, $R \sim 2$ dans nos expériences.

(3) MAYO, *J. Amer. Chem. Soc.*, 65, 1943, p. 2314.

(4) BAMFORD et DEWAR, *Trans. Farad. Soc.* (à paraître).

(5) DAINTON, *Nature*, 160, 1947, p. 268.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la composition particulaire quantitative des acides nitriques concentrés.* Note (*) de M. **Jean Chédin**, Mme **Suzanne Fénéant** et M. **Robert Vandoni**, présentée par M. Paul Pascal.

Au cours de travaux précédents ([1]), ([2]), ([3]) nous avons été amenés à conclure que les mélanges NO_3H, H_2O très concentrés en NO_3H seraient constitués par les particules suivantes : molécules libres (NO_2OH et H_2O), hydrate sans tension de vapeur ($H_2O—NO_2OH$) et des ions (NO_3^-, H_3O^+).

Un mélange concentré à x% NO_3H en poids peut donc s'écrire rapporté à 1 molécule NO_3H totale

$$(\mathrm{I})\qquad \alpha\, NO_2—OH + \beta(NO_3^-\,H_3O^+) + \gamma(NO_2.OH.m\,H_2O) + \delta H_2O.$$

On a écrit l'hydrate sous forme NO_3H, mH_2O, d'une part pour avoir autant d'inconnues que d'équations, d'autre part pour savoir avec quelle précision le calcul confirme l'existence de l'hydrate à 1 H_2O.

D'après (I) les concentrations moléculaires (C_N et C_{H_2O}) en $NO_2—OH$ et H^2O *libres* sont respectivement

$$\frac{\alpha}{1+\beta+\delta} \quad \text{et} \quad \frac{\delta}{1+\beta+\delta}.$$

Admettant que le mélange écrit sous la forme I, c'est-à-dire eu égard à ses constituants réels (ions, molécules et complexes) soit idéal, C_N et C_{H_2O} seraient égaux aux activités respectives de l'acide nitrique et de l'eau dans le mélange. L'étude des tensions de vapeur fournit (aux corrections près de gaz parfaits) une valeur de ces activités p/p_0 et p'/p'_0 (p, p' tensions de vapeurs partielles de NO_3H et H_2O purs à la même température).

Si l'on connaît p, p', p_0, p'_0 et i, on dispose alors du système d'équations suivant qui permet de calculer α, β, γ, δ et m.

$$(\mathrm{II})\quad \left\{\begin{array}{lll} \alpha+\beta+\gamma=1 & (1), & \\ \beta=i & (2) & (i = \text{coefficient d'ionisation}), \\ \dfrac{\alpha}{1+\beta+\delta}=\dfrac{p}{p_0} & (3), & \\ \dfrac{\delta}{1+\beta+\delta}=\dfrac{p'}{p'_0} & (4), & \\ \beta+m\gamma+\delta=h & (5). & \end{array}\right.$$

h, nombre de molécules H_2O ajoutées à 1 (NO_3H) pour avoir le mélange à x%.

i, coefficient d'ionisation a été déterminé spectrographiquement et avec un

(*) Séance du 19 mai 1948.

([1]) J. Chédin et S. Fénéant, *Mém. des Serv. Chim. de l'État*, **32**, 1946, p. 92.

([2]) J. Chédin et S. Fénéant, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 930.

([3]) J. Chédin et S. Fénéant, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1424.

bon accord par plusieurs auteurs ([4]), ([5]), ([6]). Les valeurs choisies sont celles de Dalmon ([5]). p, p_0, p', p'_0 ayant été mesurés par Wilson et Milles à 20° ([7]), nous avons repris leurs mesures et obtenu des résultats très concordants. Les valeurs utilisées ci-dessous sont extrapolées sur la courbe (presque rectiligne) compensant au mieux les deux séries de mesures.

Le Tableau suivant rassemble les éléments du calcul des α, β, γ, δ et m pour les acides nitriques compris entre 75 et 100 % (pondérale).

x (%).	h.	β.	$\frac{p'}{p'_0}$.	$\frac{p}{p_0}$.	δ.	α.	γ.	m.
94,5.....	0,204	0,003	0,014	0,785	0,01	0,80	0,19	1,00
90	0,389	0,009	0,0285	0,602	0,03	0,63	5,36	0,96
85	0,617	0,022	0,085	0,398	0,10	0,44	0,53	0,94
80	0,875	0,040	0,12	0,215	0,14	0,25	0,71	0,98
75	1,166	0,065	0,165	0,113	0,21	0,14	0,79	1,11
70	1,499	0,09	0,205	0,051	0,28	0,07	0,84	1,34
65	1,885	0,12	0,251	0,019	0,34	0,03	0,85	1,67

On constate que m est bien trouvé égal à 1 avec une bonne précision entre 100 et 75 %. L'hypothèse du monohydrate en solution concentrée se trouve ainsi confirmée. Dans la formulation I, on a supposé que l'ion NO_3^- ne fixe pas d'eau; s'il en était autrement les calculs ne seraient pas affectés, étant donné qu'entre 75 et 100 % l'ionisation demeure très faible. En dessous de 75 %, l'ionisation ainsi que l'eau libre (décelée par la tension partielle de vapeur) deviennent notables, m n'est plus constant et croît avec la dilution, soit qu'il existe alors des hydrates à plus de 1 molécule d'eau, soit que les ions NO_3^- captent alors un certain nombre de molécules H_2O.

La formulation I, jointe aux valeurs de α, β, γ, δ du tableau donne la composition particulaire des acides nitriques entre 75 et 100 % de concentration. Dans un prochain *Compte rendu* on en montrera l'application au problème du pouvoir nitrant de ces acides sur la cellulose.

ÉLECTROCHIMIE. — *Échange entre une lame de cuivre marqué par du radiocuivre et une solution d'ions cuivriques.* Note (*) de Mlle **Marguerite Quintin**, M. **Pierre Sue** et Mlle **Marie Bizouard**, présentée par M. Frédéric Joliot.

L'échange entre les atomes d'un métal et les ions correspondants en solution aqueuse n'a fait jusqu'à maintenant l'objet que de quelques travaux : Hevesy ([1]),

---

([4]) J. Chédin, *Ann. Chimie*, **11**, 1937, p. 243.

([5]) *Mém. Serv. Chim. de l'État*, **29**, 1943, p. 141.

([6]) O. Redlich et Bigeleisen, *Journ. Chem. Soc.*, **65**, 1943, p. 1883.

([7]) *Transact. of the Faraday Society*, **36**, 1940, p. 356.

(*) Séance du 3 mai 1948.

([1]) *Phy. Z.*, **16**, 1915, p. 52; *Soc.*, **62**, 1940, p. 86.

système $Pb/Pb(No_3)_2$; Rollin ([2]), radioargent en présence de diverses solutions.

Nous avons entrepris l'étude des échanges sur le couple radiocuivre, solutions cuivriques.

Le radiocuivre $^{64}_{29}Cu$ de période 12,8 a été préparé par irradiation aux deutons du cyclotron du Collège de France, suivant la réaction $^{63}_{29}Cu(d, p)^{64}_{29}Cu$. Après l'irradiation, la lame de cuivre est fondue sous vide pour avoir un métal d'activité spécifique homogène. Celle-ci est déterminée en dissolvant une masse connue du cuivre et en mesurant l'activité de la solution.

La surface est traitée de façons diverses : laminage à froid, suivi de lavages à différents solvants (alcool, éther, benzène, eau ou acide nitrique) ou polissage électrolytique. Dans d'autres cas, le radiocuivre est transformé en sulfate, à partir duquel un dépôt électrolytique est fait sur platine.

Les solutions sont préparées à partir de sulfate de cuivre recristallisé, par dilution d'une solution mère ([3]) 0,5 M(pH 4,5).

La lame, agitée par rotation autour de son axe, est placée, en récipient fermé, dans un volume V de solution à $20° \pm 0°,1$.

En prélevant un faible volume de la solution, l'activité x passée en solution au temps t (variant de 15 minutes à 80 heures) est mesurée et ramenée au volume initial et au temps origine.

Quels que soient l'état de surface de la lame et la concentration de la solution, les courbes activité-temps ont toutes la même allure exponentielle, ou en intégrant

$$\log \frac{x_\infty - x}{x_\infty} = 0,434\, kt.$$

La figure 1 représente, à titre d'exemple, les résultats de trois expériences. x_∞ dépend beaucoup de la concentration et du traitement de la lame et k n'en dépend que peu.

Nous retrouvons la relation régissant de nombreux processus physico-chimiques (vaporisation, sublimation, dissolution, etc.) et qui a été donnée par F. Joliot ([4]) dans le phénomène inverse de dépôt du polonium sur une électrode.

En outre, nous avons traduit les activités passées en solution à l'équilibre par le nombre de couches atomiques qui interviendraient en moyenne dans le processus.

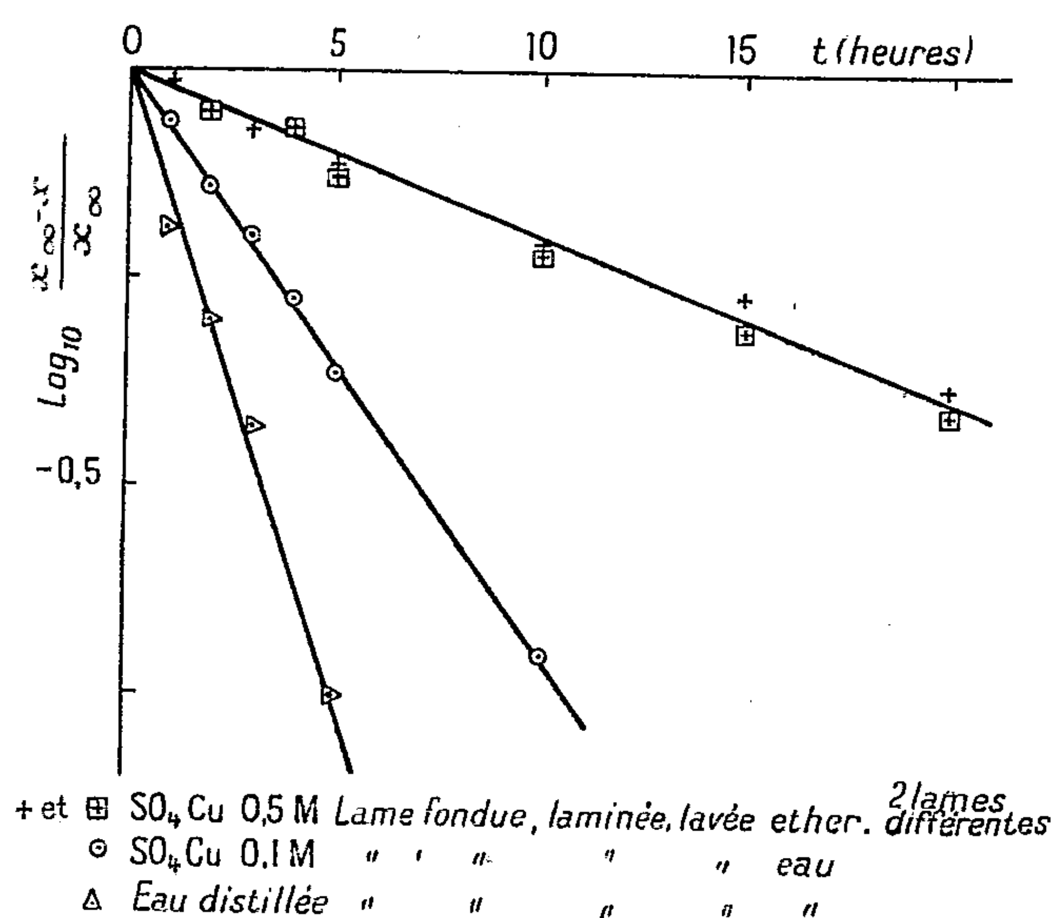
([2]) *J. Am. Chem. Soc.*, **62**, 1940, p. 86.

([3]) Étant donnée la variation de l'hydrolyse avec la dilution, elles ne sont donc pas toutes au même pH.

([4]) *J. Chim. phys.*, **27**, 1930, p. 119.

Solution.	SO_4Cu 0,101 M.				SO_4Cu 0,02 M.
Lame.............	laminée	laminée	laminée	dépôt électrol.	laminée
Traitée...........	eau	alcool éther	NO_3H	eau	poli électrol.
Nombre de couches.	~ 500	~ 700	~ 3000	~ 17000	~ 1000

Ces résultats préliminaires montrent le rôle prépondérant que joue l'état de la surface dans les phénomènes d'échange.



La connaissance des épaisseurs de métal affectées par l'échange doit permettre de prévoir le rôle profond de la structure superficielle, facteur important dans les études métallographiques.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Structure électronique et forces acide et basique des groupes : 1° pyrrole, indole, carbazole et 2° aniline, diphénylamine, triphénylamine.* Note (*) de MM. **Gaston Berthier** et **Bernard Pullman**.

L'intervention de la théorie de la résonance dans l'interprétation de la force acide et basique des composés non saturés peut prendre deux aspects, en apparence différents, mais qui, au fond, sont en général équivalents (¹) : *a.* elle fait intervenir les variations de l'énergie de résonance entre la forme neutre et la forme ionique ; *b.* elle ramène le phénomène à un effet électrostatique de répulsion ou d'attraction des charges. Ainsi, par exemple, le faible caractère basique de l'aniline ou du pyrrole peut être attribué soit au fait que

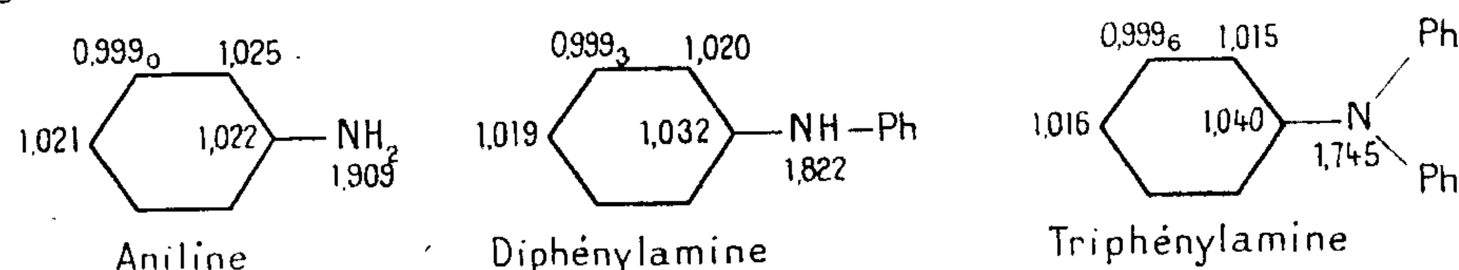
(*) Séance du 10 mai 1948.

(¹) *Voir* par exemple G. W. Wheland, *The theory of resonance*, N. Y., 1944, p. 167 et suivantes.

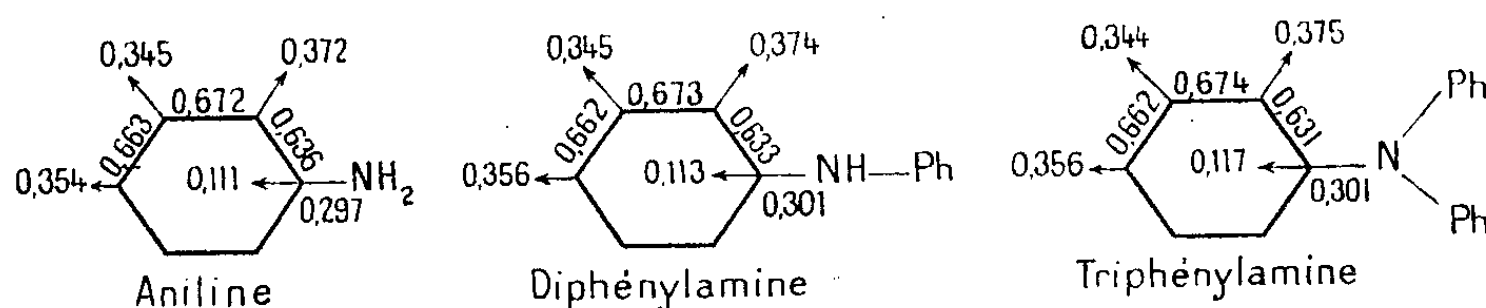
la résonance du doublet libre de l'azote avec la périphérie moléculaire, résonance qui ne peut exister que dans la molécule neutre, stabilise cette molécule au détriment de l'ion anilinium (dans lequel ce doublet est employé pour la formation de la nouvelle liaison N—H), soit au fait que la résonance de ce doublet libre crée une charge positive sur l'azote et diminue ainsi la probabilité de fixation d'un proton.

Ces deux modes de raisonnement conduisent en général aux mêmes résultats et leur application *qualitative* aux groupes étudiés ici, dans lesquels *le nombre* de formules conjuguées, traduisant l'effet de l'azote, croît avec l'augmentation de la taille moléculaire, suggère une évolution parallèle des forces acide et basique dans ces deux catégories (1).

Toutefois une étude *quantitative* de l'évolution de la conjugaison de l'azote avec le reste de la molécule indique que cette évolution prend *deux aspects tout à fait opposés* dans ces deux séries de corps. Des calculs récents de Longuet-Higgins et de Coulson (2) ont montré que dans la série du pyrrole la délocalisation du doublet libre de l'azote *diminue* avec l'augmentation de la périphérie moléculaire et que la charge résiduelle sur l'hétéroatome est de 1,692e dans le pyrrole, de 1,742e dans l'indole et de 1,782e dans le carbazole. Ce résultat est d'ailleurs en accord avec notre conception générale de l'évolution de la conjugaison dans les systèmes comportant la soudure d'un noyau pentagonal au noyau benzénique et la présence en α par rapport au cycle hexagonal d'un doublet capable de participer à la résonance de l'ensemble (3)(4).



Diagrammes des charges



Diagrammes des indices de liaison et de valence libre

D'autre part, nous avons effectué des calculs analogues (à l'aide des coefficients identiques) pour la série de l'aniline et les résultats sont présentés sur la figure ci-dessus :

(2) *Trans. Far. Soc.*, 43, 1947, p. 87.

(3) A. Pullman, B. Pullman et P. Rumpf, *Bull. Soc. Chim.*, 15, 1948, p. 280.

(4) A. et B. Pullman, *Colloque International sur la Théorie de la Liaison Chimique*, Paris, avril 1948 (*J. de Chimie Physique*, sous presse).

On constate que dans cette série la conjugaison de l'azote avec le reste de la molécule *croît* avec l'augmentation de la périphérie et qu'en conséquence la charge résiduelle sur l'hétéroatome décroît dans les mêmes conditions. Les deux modes d'interprétation de l'évolution des forces basique et acide ne conduisent donc pas dans le cas examiné ici aux mêmes conclusions : l'intervention de l'effet électrostatique laisse prévoir *une évolution inverse* des constantes correspondantes dans ces deux séries de corps, alors que l'interprétation énergétique suggère *une évolution parallèle*. Rappelons que dans un domaine analogue la décroissance de la force acide dans la série cyclopentadiène, indène, fluorène a été expliquée par une diminution du taux d'hyperconjugaison du groupement méthylénique avec l'agrandissement du cycle ([4]), ([5]).

Du point de vue expérimental seules les constantes caractéristiques de la série de l'aniline semblent connues avec précision. Elles indiquent par exemple que conformément à ce que l'on pouvait espérer, aussi bien d'après les considérations énergétiques que par les considérations électroniques, la diphénylamine est plus acide et moins basique que l'aniline ([6]). Dans la série du pyrrole seules les constantes du monocycle paraissent avoir été déterminées. Étant donnée l'opposition des facteurs énergétiques et électroniques dans cette série de corps, il serait intéressant de déterminer avec précision les forces acide et basique des homologues supérieurs du pyrrole.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Dosage entièrement automatique de quelques alliages d'argent et de cuivre.* Note (*) de M[lle] **Simonne Peltier** et M. **Clément Duval**, présentée par M. Louis Hackspill.

Les expériences de pyrolyse que nous avons effectuées avec la thermobalance de Chevenard permettent de faire l'analyse quantitative d'un alliage argent-cuivre sans le peser et sans séparer ses constituants. Le dosage revient à mesurer deux longueurs sur un papier photographique :

a. Si l'on inscrit la courbe de perte de poids du nitrate d'argent sec et cristallisé, on observe (*fig.* 1) un palier horizontal jusqu'à 342°, une légère perte de poids jusqu'à 473°, une brusque décomposition jusqu'à 608°, une descente beaucoup plus lente de 608 à 811°. A partir de cette température, le poids reste de nouveau constant (argent pur).

b. En répétant la même opération avec le nitrate de cuivre $(NO_3)_2Cu.6H_2O$, l'aspect de la courbe (*fig.* 2) est tout différent; il se dégage de l'eau et des oxydes de l'azote dès 58°. De 148 à 200°, on observe un palier horizontal, zone d'existence d'un azotate basique étudié plus bas. Puis, de 200 à 607°, celui-ci se

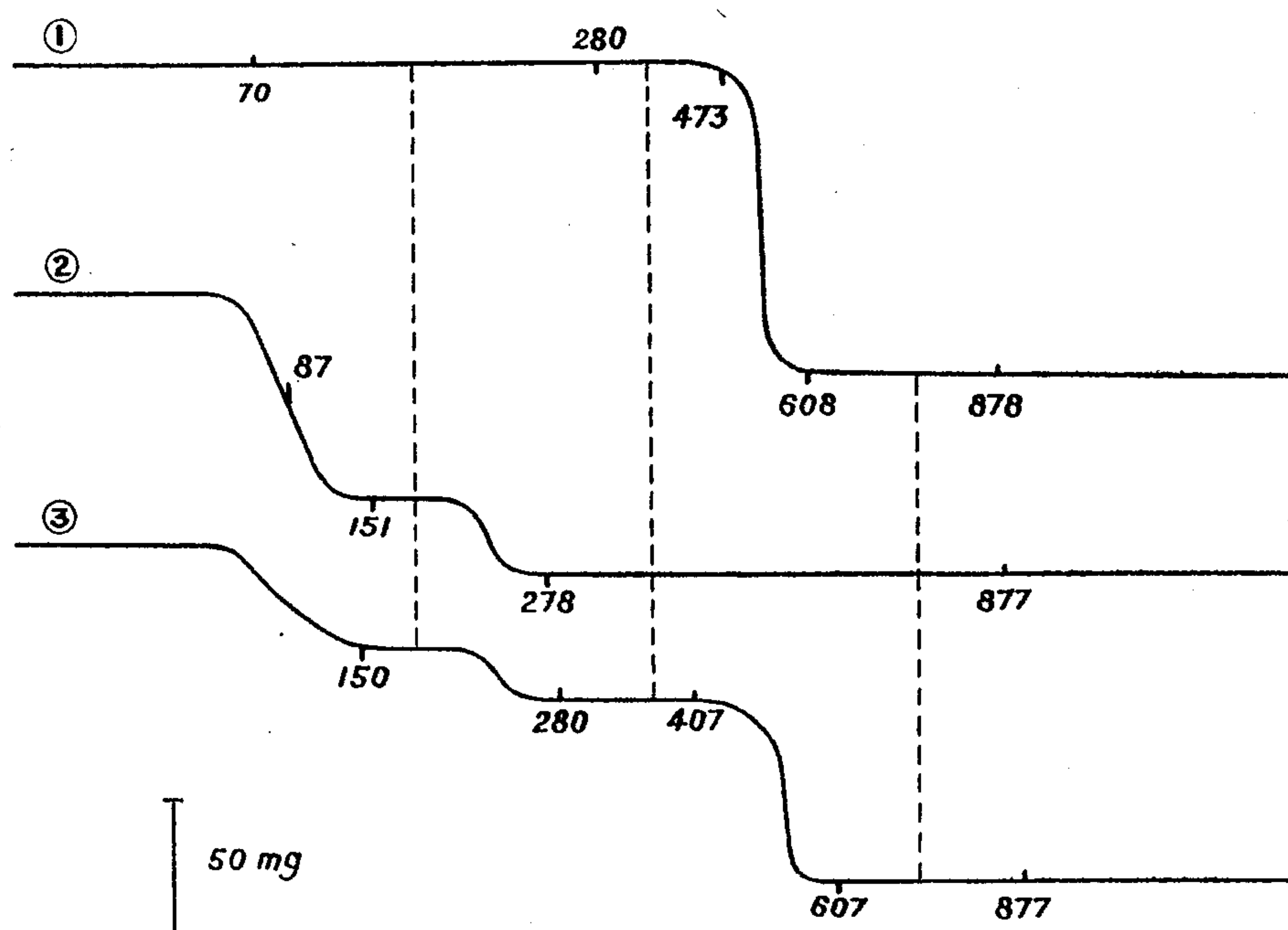
([5]) B. Pullman et G. Berthier, *Bull. Soc. Chim.*, 15, 1948, p. 551.

([6]) *Voir* par exemple W. K. Mc Ewen, *J. Amer. Chem. Soc.*, 58, 1936, p. 1124.

(*) Séance du 18 mai 1948.

décompose à son tour, brusquement jusqu'à 252°, plus lentement ensuite. Le résidu est l'oxyde cuivrique, chauffé à poids constant jusqu'à 944° seulement.

La thermobalance fonctionnant en thermostat, pendant plusieurs heures à



175° ± 0°,5, nous avons maintenu une certaine quantité de nitrate de cuivre initial. Le sel basique formé est vert et cristallisé. Un calcul très simple exécuté sur le graphique (*fig.* 2) nous indique que son poids moléculaire est voisin de 381. Ce sel est intantanément soluble dans l'acide sulfurique et l'électrolyse indique Cu %, 50 (calculé, 49,83 %). Le dosage de l'azote par gravimétrie au nitron fournit, d'autre part, NO_3 %, 32,21 (calculé, 32,40 %). Ces nombres s'accordent avec la formule prévue pour le nouveau nitrate basique $(NO_3)_2Cu.2(HO)_2Cu = 382{,}76$.

c. Si l'on place maintenant dans le creuset des mélanges intimes de nitrates de cuivre et d'argent, la courbe inscrite (*fig.* 3) est une résultante des deux précédentes. Le palier relatif au nitrate basique est toutefois moins bien marqué. De 280° à 400° on observe un dépôt à poids constant ($NO_3Ag + CuO$) tandis qu'à partir de 529°, nous avons affaire au mélange Ag + CuO.

Ces résultats nous suggèrent le mode opératoire suivant [il pourra être utile de se reporter à deux Notes précédentes de l'un de nous (1)]. Sur l'anneau de la thermobalance, on dispose un creuset vide, non pesé, mais calciné préalablement à 800°. On s'arrange pour que le spot trace au bas du papier, pendant

(1) Clément Duval, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1824; *Ibid.*, **226**, 1948, p. 1276.

5 minutes, un trait horizontal, puis pendant les 5 minutes suivantes, un autre trait parallèle au premier, correspondant à la surcharge habituelle de 50^{mg}. Celle-ci est alors remplacée par le fragment d'alliage étudié et non pesé. La nouvelle parallèle tracée est à une distance de la première qui donnera immédiatement la somme Cu + Ag. Ceci fait, le creuset est porté, avec l'alliage et quelques gouttes d'acide azotique étendu, sur le bain de sable à 80°. L'attaque, la reprise par l'eau, l'évaporation à sec durent un quart d'heure. Le creuset étant remis sur son anneau, on fait tracer au spot une courbe analogue à celle de la figure 3. Rappelons que l'on peut obtenir, avec un bon réglage et un papier convenable, des traits ayant une épaisseur de 1/10 de millimètre. La différence entre les hauteurs des deux derniers paliers donne la quantité NO_3 combinée à l'argent, d'où l'on tire le poids de cet argent, et, par suite, celui du cuivre, par différence. L'opération dure une heure et demie. L'erreur relative sur les poids d'argent et de cuivre est assez constante et vaut 1/300 par défaut. Le calcul d'erreur montre qu'il est difficile d'obtenir mieux avec la thermobalance de Chevenard sous sa forme actuelle.

Voici quelques résultats d'analyse comparés, sur les mêmes échantillons, à ceux que donne la méthode de Gay-Lussac :

Poids analysé.	Thermobalance.	Méthode de Gay-Lussac.
mg	mg	mg
140,50	124,55	125,11
182,30	144.88	145,20
214,10	170,03	170,53
133,33	111,40	111,89

Au cours de ce dosage, nous avons supprimé les opérations suivantes : pesée de l'échantillon, reprise par l'eau après destruction du nitrate de cuivre, filtration du nitrate d'argent, dosage gravimétrique de l'argent en chlorure (2 pesées), reprise de l'oxyde de cuivre par l'acide sulfurique, électrolyse (2 pesées). La méthode n'a pas, cependant, la prétention de rivaliser avec celle de Gay-Lussac effectuée en série, par un personnel entraîné, utilisant un stock considérable de liqueur titrée. Elle devient avantageuse, cependant, si le chimiste a une seule analyse d'alliage à effectuer et s'il veut conserver un document sur lequel il pourra faire des lectures à loisir.

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude sur la stabilisation de la zircone.*

Note (*) de M. **Jacques Pierrey**, présentée par M. Paul Lebeau.

La zircone ZrO_2 chauffée à 1000° C. subit une très forte contraction due au passage de la forme monoclinique à la forme quadratique. Cette transformation

(*) Séance du 19 mai 1948.

confère aux objets de zircone pure une extrême fragilité et restreint notablement les possibilités d'emploi de cet oxyde.

Différents auteurs (1) à (5) ont montré que l'addition de petites quantités de certains oxydes (chaux, magnésie, etc.), possédant une structure cristalline cubique et dont le rayon de l'ion métallique est voisin de celui de l'ion zirconium, permet de stabiliser la zircone sous forme cubique.

Je me suis proposé dans ce travail de préciser les pourcentages minima d'oxyde nécessaire pour obtenir cette stabilisation et d'étendre jusqu'à des températures de l'ordre de 2000°C., le contrôle dilatométrique permettant de caractériser les transformations possibles.

J'ai donc préparé un certain nombre de mélanges, contenant de faibles quantités de chaux, de magnésie, de glucine ou d'oxyde de cérium (1, 3, 5 %), cuits à très haute température ou mieux fondus, afin de dissoudre dans la zircone la totalité de l'oxyde susceptible d'entrer en solution solide.

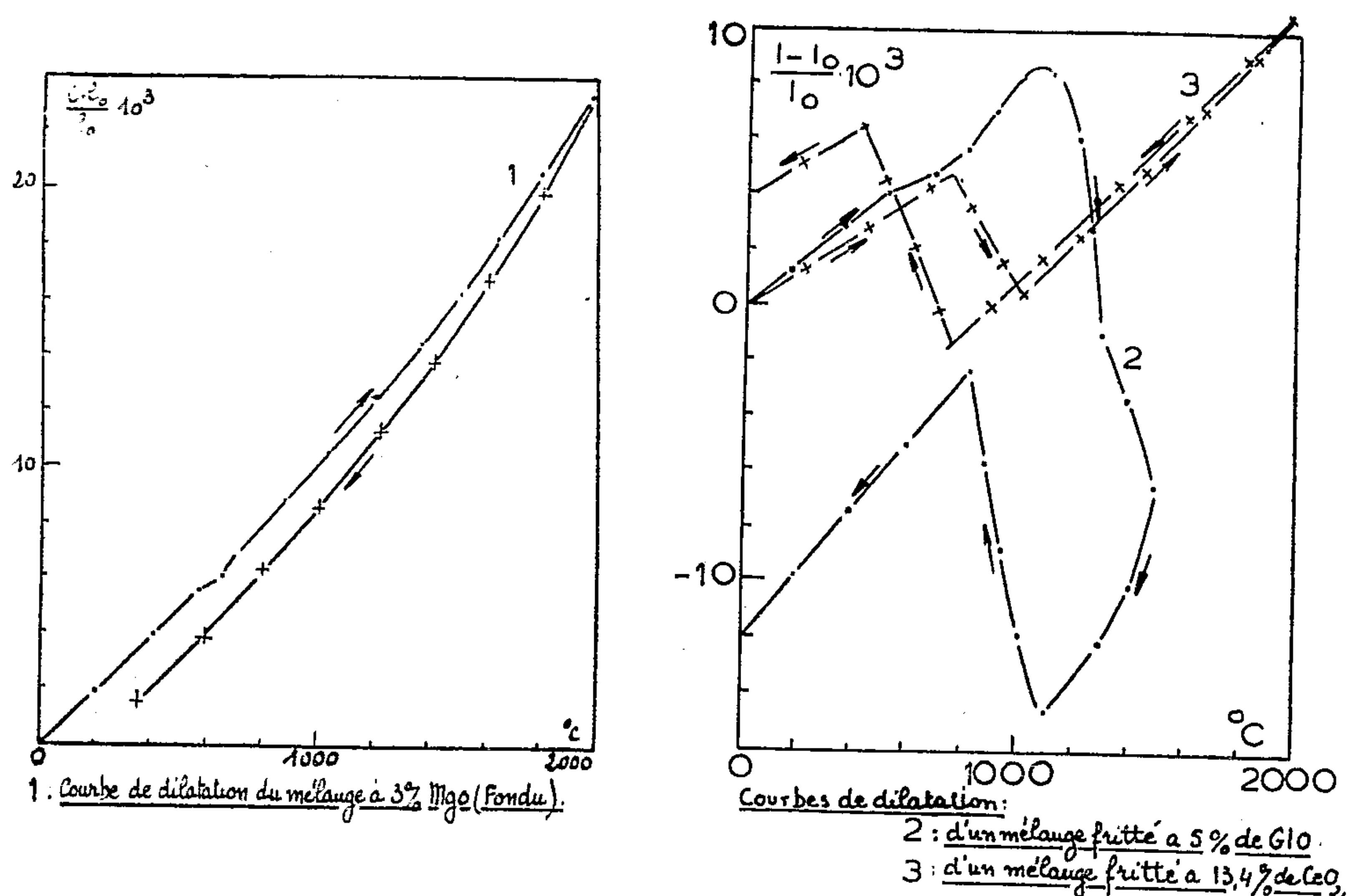
L'étude dilatométrique à très haute température (2000°C.) réalisée par une méthode optique, mise au point au laboratoire et précédemment utilisée pour la mesure de la dilatation du graphite (6), a donné les résultats suivants (Tableau).

TABLEAU.

Oxyde utilisé.	Pourcentage d'oxyde (% en poids).	Nature de l'échantillon.	Coefficient de dilatation ($\times 10^{-6}$).	Observations.
Magnésie	1	Fondu	7,5 (0- 900°C.)	Transf. de ZrO_2 à 900°C.
	3	Fritté à 2200°C.	11,3 (0-1600)	Transf. supprimée
		Fondu	11,9 (0-1800)	Id.
	5	Fritté à 2200°C.	11,3 (0-1600)	Id.
		Fondu	12,4 (0-1900)	Id.
Chaux	1	Fondu	Irrégulier	Transf. à 850°C.
	3	Fritté à 2200°C.	10,7 (20-1400°C.)	Irrégularités vers 1500°C.
		Fondu	10,4 (20-1200)	Transf. supprimée
	5	Fondu	10,9 (20-1200)	Id.
			15,5 (1200-1800)	Id.
Oxyde de glucinium	1	Fritté à 2200°C.	8,3 (0-1000°C.)	Transf. de ZrO_2 à 1050°C.
	3	»	8,4 (»)	» 1095
	5	»	8,2 (»)	» 1090
Oxyde de cérium	2	Fritté à 2200°C.	–	–
	5	»	8,0 (0-950°C.)	Transf. de ZrO_2 à 950°C.
	10	Fritté à 2100°C.	7,3 (0-750)	» 750
	13,4 (10 mol %)	» 2200	6,6 (0-700)	» 700

(1) F. GAMBEY et G. CHAUDRON, *Congrès Chim. Ind.* (14e *Congrès*), Paris, 1934.
(2) *Z. Allgem. Chem.*, **180**, 1929, p. 19.
(3) *J. Res. Nat. Bur. Standards*, 35, 1945, p. 87.
(4) G. R. POLE, A. M. BEINLICH et N. GILBERT, *J. Am. Ceram. Soc.*, **29**, 1946, p. 208.
(5) *J. Am. Ceram. Soc.*, **30**, 1947, p. 180.
(6) J. PIERREY, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 501.

Ces résultats montrent que l'on peut supprimer la transformation de la zircone par addition de 3 % de chaux ou de magnésie, à la condition que ces oxydes soient parfaitement mis en solution solide; en particulier, dans mes essais, cette mise en solution solide était obtenue par un traitement à haute température ou même une fusion. A titre d'exemple, nous avons joint les courbes de dilatation de trois mélanges différents. La courbe 1 (mélange fondu



1. Courbe de dilatation du mélange à 3% MgO (Fondu).

Courbes de dilatation:
2 : d'un mélange fritté à 5 % de GlO.
3 : d'un mélange fritté à 13,4 % de CeO_2

contenant 3 % de magnésie) ne présente aucune anomalie entre 0 et 2000°C., aussi bien pendant le chauffage qu'au cours du refroidissement. Par contre, les courbes 2 (mélange à 5 % de GlO fritté à 2200°C.), et 3 (mélange à 13,4 % de CeO_2 fritté à 2200°C.), montrent que la transformation de la zircone n'est pas éliminée par ces deux oxydes. Toutefois, la température de cette transformation est nettement abaissée par la présence de l'oxyde de cérium.

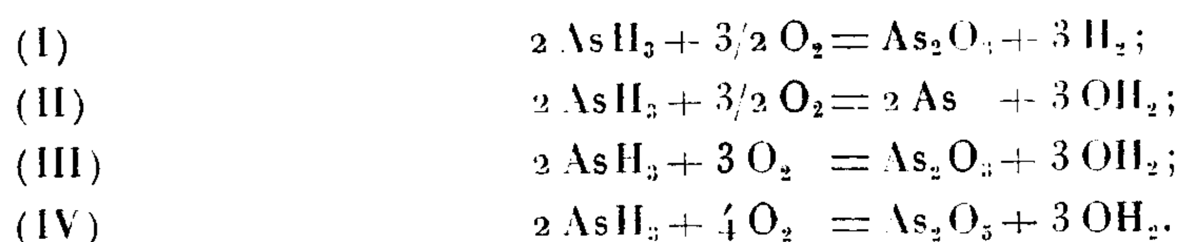
C'est sans doute à une température de cuisson insuffisante qu'il faut attribuer les résultats de R. F. Geller et P. J. Yavorsky ([3]), et de C. E. Curtiss ([5]) qui ne réalisaient la stabilisation de la zircone qu'avec des pourcentages de chaux ou de magnésie plus élevés (8 % et 10 % en poids respectivement); par contre, mes expériences confirment celles de O. Ruff et F. Ebert ([2]) et de F. Gambey et G. Chaudron ([1]).

J'ai, en outre, montré que les zircones ainsi stabilisées ne présentent, entre 1200 et 2000°C., aucune anomalie de dilatation caractéristique d'une transformation allotropique.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'oxydation catalytique de l'hydrogène arsénié.*
Note (*) de MM. **Henri Guérin** et **Jack Bastick**, présentée par M. Paul Lebeau.

L'hydrogène arsénié, pur, stable au contact de l'oxygène sec, à la température ordinaire, est oxydé par cet élément en présence de corps poreux : charbon actif, gel de silice, alumine activée, etc.

La composition des produits d'oxydation est apparemment très variable. Plusieurs réactions sont en effet théoriquement possibles :



(I) $2\,AsH_3 + 3/2\,O_2 = As_2O_3 + 3\,H_2$;

(II) $2\,AsH_3 + 3/2\,O_2 = 2\,As + 3\,OH_2$;

(III) $2\,AsH_3 + 3\,O_2 = As_2O_3 + 3\,OH_2$;

(IV) $2\,AsH_3 + 4\,O_2 = As_2O_5 + 3\,OH_2$.

Afin de déterminer le mécanisme de cette oxydation catalytique, nous avons systématiquement étudié, dans ce premier travail, l'influence de la composition du mélange gazeux et de la nature du catalyseur.

L'appareil utilisé est essentiellement constitué par une ampoule-laboratoire dans laquelle on place 1^g de catalyseur, en relation, d'une part avec un manomètre, une pompe à diffusion et une trompe à mercure, d'autre part avec une burette graduée, utilisée pour préparer et introduire le mélange gazeux.

Sur le catalyseur, préalablement dégazé dans le vide à environ 500°, puis maintenu à la température constante de 0°, on admet un volume déterminé d'un mélange gazeux caractérisé par un rapport : vol. O_2/vol. As H_3 que nous désignerons par R_i (rapport volumétrique initial) et tel que la pression atteinte lors de l'introduction soit voisine de la pression atmosphérique. Après réalisation de l'équilibre, les gaz résiduaires sont extraits et analysés sur la cuve à mercure afin de calculer le rapport des volumes d'oxygène et d'hydrogène arsénié utilisés : R_u = vol. O_2/vol. As H_3.

De la connaissance de ce dernier rapport et de la composition des produits solides fixés sur le catalyseur, on peut déduire quelle est la réaction qui a eu lieu.

Nous avons examiné successivement des charbons actifs, un gel de silice et de l'alumine activée.

1° *Charbons de noix de coco* (Acticarbones 1035 et 1045).

Étant donnée l'absence d'hydrogène parmi les produits de la réaction tout se passe comme si la réaction I n'avait jamais eu lieu.

Aux mélanges très riches en hydrogène arsénié, caractérisés par un rapport R_i inférieur à 0,2, correspondent des rapports d'utilisation R_u compris entre 0,4 et 0,6, qui, compte tenu de la faible rétention de l'hydrogène arsénié

(*) Séance du 19 mai 1948.

par le charbon à cette température (2$^{cm^3}$,2 par gramme), ne peuvent s'interpréter par l'une des réactions indiquées plus haut. Ils impliquent la formation d'hydrures inférieurs de l'arsenic tels que As_2H_2 et As_4H_2 dont l'existence a été maintes fois signalée et qui résulteraient des réactions :



(V) $2\,AsH_3 + O_2 = As_2H_2 + 2\,OH_2;$



(VI) $4\,AsH_3 + 5/2\,O_2 = As_4H_2 + 5\,OH_2.$

Ces composés qui ne peuvent être isolés du charbon sont très facilement oxydables par l'oxygène.

Les mélanges pour lesquels le rapport R_i est compris entre 0,4 et 1. donnent presque exclusivement lieu à la formation d'arsenic (réaction II).

De l'anhydride arsénieux accompagné de faibles quantités d'arsenic et d'anhydride arsénique prend naissance à partir des mélanges caractérisés par un rapport R_i compris entre 1 et 2 (réaction III).

Lorsque le rapport initial dépasse 2, le rapport d'utilisation R_u reste compris entre 1,5 et 1,8 comme si l'oxydation de l'anhydride arsénieux en anhydride arsénique n'était jamais complète dans ces conditions.

2° *Alumine activée* (¹). — Les essais opérés sur des mélanges dont le rapport R_i variait de 0,2 à 4 ont conduit à des consommations d'oxygène telles que R_u passait de 0,75 à 1,6 : seules les réactions II et III se produisent donc pratiquement. Les hydrures inférieurs ne paraissent pas se former et l'obtention d'anhydride arsénique semble encore plus difficile qu'en présence de charbon.

3° *Gel de silice.* — Quelle que soit la composition du mélange initial (R_i compris entre 0,15 et 6), le rapport des volumes de gaz ayant réagi reste pratiquement le même (R_u voisin de 1,35). Seule la réaction III conduisant à l'anhydride arsénieux s'opère donc pratiquement dans ces conditions; la très faible quantité d'arsenic (1 à 2 %) qui se forme lorsque R_i est inférieur à 1,5 colore la silice en jaune orangé et s'oxyde très facilement par l'oxygène.

La vitesse de la réaction varie toutefois nettement avec la composition des mélanges ; elle paraît maximum lorsque les constituants se trouvent en volumes égaux.

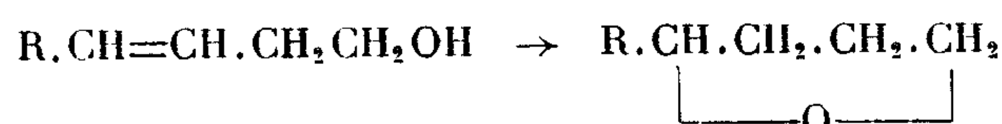
Les résultats obtenus au cours de ce travail dépendent donc essentiellement du catalyseur employé. Nous avons cru devoir rapprocher cette constatation du fait que les courbes d'adsorption de l'hydrogène arsénié sur les charbons actifs et sur la silice ont des allures très différentes, ce qui laisserait supposer qu'il s'agirait d'adsorptions de types distincts. Il nous a paru dès lors nécessaire d'entreprendre l'étude systématique de l'adsorption de l'hydrogène arsénié sur les divers produits poreux en fonction de la température.

(¹) H. THIBON, A. MAILLARD et L. SAVON, *Chimie et Industrie*, 57, 1947, p. 117-125.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques propriétés des alcools β-éthyléniques primaires.* Note (*) de M. **Henri Normant**, présentée par M. Marcel Delépine.

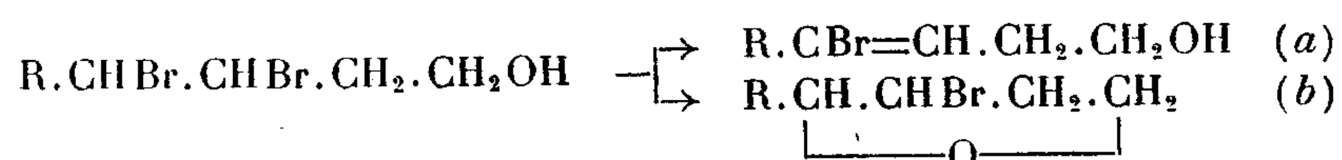
Dans ses recherches sur le butène-3 *ol*-1, Pariselle a signalé, en dehors des réactions normales de la liaison double et de l'hydroxyle, plusieurs cas de cyclisation en composés furanniques. La mise au point d'un mode de préparation des alcools homologues $R.CH{=}CH.CH_2CH_2OH$ [1] a permis la généralisation d'une étude restée limitée au premier terme.

Par chauffage avec PO_4H_3 à 85 % ces alcools s'isomérisent en *α-alcoyl-tétrahydrofurannes* (Rdt 65-70 %)



déjà connus et préparés avec $R{=}C_2H_5$, $n.C_3H_7$, $n.C_4H_9$. Le réarrangement du *cinnamylcarbinol* est encore plus aisé. Avec SO_4H_2 à 30 % bouillant il se forme du *phényl-2 tétrahydrofuranne* ($C_{10}H_{12}O$) $É_{14}$ 105°; d_{15} 1,037.

Les dibromhydrines de ces alcools, moins stables que celle du buténol [2] ne peuvent être distillées sans décomposition. La perte de BrH se traduit par la formation d'une liaison éthylénique et une cyclisation :



Avec la pyridine, le taux de la réaction (*b*) est de 40-60 % ; avec NH_2Na, dans l'éther, il tombe à 20 %, tandis que celui de la réaction (*a*) s'élève à 50 %. Ont été obtenus : *Éthyl-2 bromo-3 tétrahydrofuranne* ($R = C_2H_5$ ou $C_6H_{11}OBr$) $É_{14}$ 56°; d_{15} 1,338; *n.butyl-2 bromo-3 tétrahydrofuranne* ($R = n.C_4H_9$ ou $C_8H_{15}OBr$) $É_{13}$ 93-94°; d_{16} 1,264.

La diéthylamine, à chaud, enlève BrH à ces corps. Il se forme un mélange de dihydrofurannes [3]



Éthyl-2 dihydrofuranne, $R = C_2H_5(C_6H_{10}O)$, É 105°; d_{10} 0,893; *n.butyl-2 dihydrofuranne*, $R = nC_4H_9(C_8H_{14}O)$, É 157°; d_{16} 0,879.

Les acétines des dibromhydrines, bien que plus stables, n'ont pas permis

---

(*) Séance du 19 mai 1948.

(1) H. Normant, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 733.

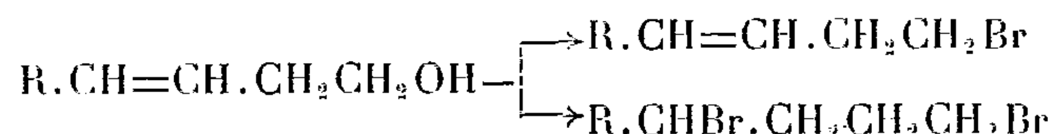
(2) Pariselle, *Ann. de Chimie*, **13**, 1911, p. 315.

(3) H. Normant, Travaux en cours.

cependant de passer aux triols dans les conditions où buténol ([2]) et penténol ([4]) fournissent de tels dérivés.

L'acétoxy-1 dibromo-3.4 hexane ($É_{13}$ 143-144°; d_{15} 1,515) chauffé avec CH_3—COOK en milieu acétique réagit mal à 120° et perd BrH à 140° en donnant *l'acétoxy-1 bromo-4 hexène-3* (Rdt 50 %) : $É_{12}$ 102-103°; d_{14} 1,289. Ce dernier, sous l'action de HOK alcoolique conduit au *bromo-4 hexène-3 ol-1* (45 %), $É_{12}$ 99-100°; d_{13} 1,365 et à l'*hexyne-3 ol-1* (40 %) dont les constantes $É_{11,5}$ 64-65°; d_{14} 0,902 diffèrent très peu de celles déjà publiées ([5]).

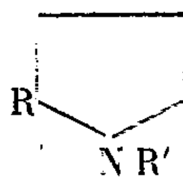
Les alcools β-éthyléniques, contrairement encore au buténol et au penténol, donnent lieu à deux réactions, par traitement avec BrH vers 110°



Les taux en sont respectivement de 15-20 % et 75-60 %. Les esters bromhydriques suivants ont été isolés : *bromo-1 hexène-3* ($C_6H_{11}Br$) $É_{12}$ 44-45°; d_{15} 1,212, déjà connu ([6]); *bromo-1 heptène-3* ($C_7H_{13}Br$) $É_{12}$ 60-61°; d_{16} 1,176; *bromo-1 octène-3* ($C_8H_{15}Br$) $É_{12}$ 78-79°; d_{16} 1,139.

La condensation de leurs dérivés magnésiens avec l'isocyanate de phényle permet une identification commode des acides γ-éthyléniques. On a préparé les *anilides* des acides suivants : *heptène-3 oïque-1* F 87°; *octène-3 oïque-1* F 100°; *nonène-3 oïque-1* F 95°. Quant aux dibromures, ils semblent formés principalement des composés 1-4 comme le montrent leurs constantes très proches des valeurs connues : *dibromo-1.4 hexane* $É_{12}$ 97-98°; d_{16} 1,566; *dibromo-1.4 heptane* $É_{11,5}$ 111-112°; d_{17} 1,512 ([7]); *dibromo-1.4 octane* $É_{11}$ 125-126°; d_{15} 1,462 ([7]).

Au surplus, le dibromohexane réagit sur la pipéridine en donnant un sel F 270° qui a déjà été obtenu à partir du dibromure-1.4 ([8]). Enfin ces dibromures, sous l'action des amines primaires, sont cyclisés en pyrrolidines (Rdt 75 %)

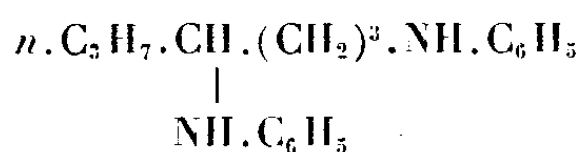


Phényl-1 éthyl-2 pyrrolidine ($R'=C_6H_5$; $R=C_2H_5$ ou $C_{12}H_{17}N$) $É_{11}$ 130-131°; d_7 1,000; picrate F 123°; *phényl-1 n.propyl-2 pyrrolidine* ($C_{13}H_{19}N$);

([4]) R. PAUL, *Thèses*, Paris, 1932, p. 45.
([5]) STOLL et ROUVÉ, *Helv. chim. Acta*, 21, 1938, p. 1542.
([6]) TREFF et WERNER, *Ber. deuts. chem. Ges.*, 68, 1935, p. 640.
([7]) R. PAUL, *Bull. Soc. Chim.*, 5, 1938, p. 1061.
([8]) VAN ROMBURGH, *Konin. Ak. Van Wetensch*, Amsterdam, 25, 1922, p. 4.

$É_{13}$ 146-147°; d_{14} 0,974; picrate F 142°; *phényl-1 n.butyl-2 pyrrolidine* ($C_{14}H_{21}N$); $É_{13}$ 156-157°; d_{15} 0,960; picrate F 153°; *hydroxyéthyl-1 éthyl-2 pyrrolidine* ($R'=CH_2.CH_2OH$ ou $C_8H_{17}ON$) Rdt faible, $É_{12}$ 91-92°; d_{13} 0,953 dont le benzoate fournit un picrate F 106°.

Dans ces condensations il se forme, en outre, de faibles quantités de diamines linéaires, tandis que les dibromures primaires $Br(CH_2)_nBr$ ($n = 4$ et 5) n'ont donné à Schotten que des bases cycliques. On a pu isoler le *di-(phénylamino)*-1.4 *heptane* ($C_{19}H_{26}N_2$)



huile épaisse, à peine colorée, à belle fluorescence violette et bouillant à 250-255° sous 15mm.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sels de pyridiniums normaux et anormaux dérivés de l'acide et de l'amide nicotiques.* Note de MM. **Jean-Albert Gautier** et **Jean Renault**, présentée par M. Marcel Delépine.

La combinaison des halogénures d'alcoyles XR avec l'acide nicotique paraît *a priori* devoir conduire aux sels de pyridiniums de constitution (I).

Pourtant l'un de nous a fait connaître, avec E. Leroi (1), l'existence, dans la série des *bis*-pyridiniums β-carboxylés, de sels présentant la constitution de sels *basiques* : ils contiennent un seul atome d'halogène et un seul carboxyle libre, et l'une des fonctions azotées y est engagée dans une liaison bétaïnique avec le second groupement carboxylé. Les modalités de la formation de ces composés anormaux montrent l'influence de la nature de la chaîne substituante à l'azote sur la genèse respective des sels *normaux* et *basiques* (2).

On pouvait se demander si pareille anomalie s'étendait à la série des mono-pyridiniums 3-carboxylés, c'est-à-dire s'il existait des sels de constitution (II), résultant de l'élimination spontanée d'une molécule d'hydracide XH entre deux molécules du sel normal attendu. Cette question se posait d'autant plus que Turnau (3) avait déjà rencontré des sels basiques de pyridiniums dérivés des acides pyridine-2 et 4 carboniques, alors que l'acide nicotique n'avait conduit entre ses mains qu'à des sels normaux tels que (I).

Ces considérations nous ont amenés à étudier systématiquement sous cet aspect la formation des sels d'alcoyl-carboxy-3 pyridiniums. Comme dans les recherches relatives aux *bis*-pyridiniums, nous avons choisi comme matière première les sels quaternaires de l'amide nicotique; ces composés sont

(1) *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 669.
(2) J.-A. Gautier et E. Leroi, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 200.
(3) *Monatsh für Chem.*, **26**, 1905, p. 537.

facilement accessibles par addition d'une molécule des différents halogénures d'alcoyles sur l'atome d'azote nucléaire de l'amide et présentent la constitution normale attendue [formule (I), en remplaçant CO_2H par $CONH_2$]. Nous les

(I). (II).

avons transformés en sels quaternaires de l'acide, en substituant, par hydrolyse acide, un groupement carboxylé à la fonction amidée située en β.

Nous avons isolé ainsi tout d'abord la série des sels d'alcoyl-carboxy-3 pyridiniums correspondant aux restes gras alcoylés de C_1 (R = Méthyle) à C_7 (R = heptyle). *Tous ont montré à l'analyse la constitution d'un sel normal* (I). Par contre, les résultats ont été opposés avec d'autres sels dont le reste alcoylé fixé à l'azote se trouve alourdi par un noyau aromatique : l'hydrolyse du bromobenzylate et du bromophényl-éthylate de l'amide nous a conduits à des sels quaternaires de l'acide nicotique *présentant la constitution de sels basiques* [formule (II), avec $R = CH_2 - C_6H_5$ et $R = CH_2 - CH_2 - C_6H_5$].

Il apparaît donc qu'à l'acide nicotique correspondent des sels quaternaires à structure normale, quand ils sont purement alcoylés, ce qui confirme les conclusions de Turnau; tandis que ses dérivés phénylalcoylés affectent plutôt la constitution de sels basiques. Comme dans la série des *bis*-pyridiniums, on retrouve ici l'influence du reste substituant à l'azote. On peut espérer qu'à la faveur d'autres investigations du même ordre, on verra enfin se dessiner certaines lois touchant la formation, présentement peu explicable, des sels anormaux de bétaïnes.

Description des sels quaternaires isolés. — La description des composés isolés, nouveaux pour la plupart, sera détaillée dans un autre Recueil; nous la résumons ci-après.

1° *Dérivés de l'amide.* — Iodométhylate (déjà préparé par Karrer) (4) : — Rdt 76 %, F 202°; bromométhylate, Rdt 90 % (préparé à partir du précédent), F 218°; iodoéthylate, Rdt 70 %, F 189°; bromoéthylate, Rdt 90 %, F 205°; bromo- *n*-propylate, Rdt 70 %, F 172°; bromo-*n*-butylate (triboluminescent), F 142°; iodoisoamylate, Rdt 75 %, F 162°; bromoisoamylate, Rdt 70 %, F 225°; bromo- *n*-heptylate, Rdt 85 %, F 203°;

(4) Karrer et Warburg, *Biochem. Zeits.*, 285, 1936, p. 297.

chlorobenzylate, Rdt 65 %, F 230°; bromobenzylate, Rdt 70 %, F 205°; bromophényléthylate [déjà préparé ([5])], Rdt 80 %, F 206°.

2° *Dérivés de l'acide à structure normale* (I). — Les chloro- et iodo-méthylates (sels de la trigonelline) sont connus; bromo-méthylate, Rdt 70 %, F 227°; bromoéthylate, Rdt 64 %, F 187°; bromo- *n*-propylate, Rdt 75 %, F 111°; bromo- *n*-butylate, Rdt 60 %, F 91° (avec 1 OH_2); bromoisoamylate, Rdt 50 %, F 182°; bromo- *n*-heptylate, Rdt 80 %, F 156°.

3° *Dérivés de l'acide à structure basique* (II). — Chlorobenzylate, F 204-206° (avec 1 OH_2); bromobenzylate, Rdt 70 %, F 197° (avec 1 OH_2); bromophényléthylate, Rdt 87 %, F 218°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Halochromie en série anthracénique. Diquinolmésodiphénylanthracénique diméthylaminé en 2. Comparaison avec le p-diméthylaminotriphénylcarbinol. Influence de la concentration en acide.* Note (*) de M. **Jacques Robert**, présentée par M. Charles Dufraisse.

Le diquinolmésodiphénylanthracénique diméthylaminé en 2 (I) donne avec les acides une coloration rouge intense. Allais, qui a signalé ce phénomène pour la première fois ([1]), l'a attribué au sel d'une structure imonium (II), tout à fait comparable à celle du diméthylfuchsonimonium (IV), mis à part le pont phénylcarbinolique reliant en ortho deux phényles chez l'anthracène. Je me suis proposé d'établir le bien-fondé de cette supposition par des mesures spectrographiques.

Elles ont porté en parallèle sur les bases libres : amine dihydroxydihydroanthracénique (I) et *p*-diméthylaminotriphénylcarbinol (III) d'une part, et sur leurs sels chlorhydriques d'autre part; elles sont résumées dans les graphiques 1, 2 et 3.

Il existe une frappante analogie entre les spectres triphénylméthaniques et dihydroanthracéniques. Les bases libres ont chacune, dans la région 2600 Å, une bande correspondant à l'absorption de noyaux benzéniques indépendants (*fig.* 1). La chlorhydratation fait apparaître dans le spectre visible, avec l'un et l'autre corps, la même bande, à un léger décalage près (sommets respectivement, à 4700 et 4870 Å). Les deux chlorhydrates ont, en outre, la même bande ultraviolette à 2600 Å, située à peu près comme celles des bases libres. Le sel triphénylméthanique manifeste un maximum supplémentaire d'absorption, peu accusé, vers 3500 Å.

Les courbes des chlorhydrates, reproduites figure 1, correspondent à l'addition d'une seule molécule d'acide chlorhydrique aux solutions des bases dans

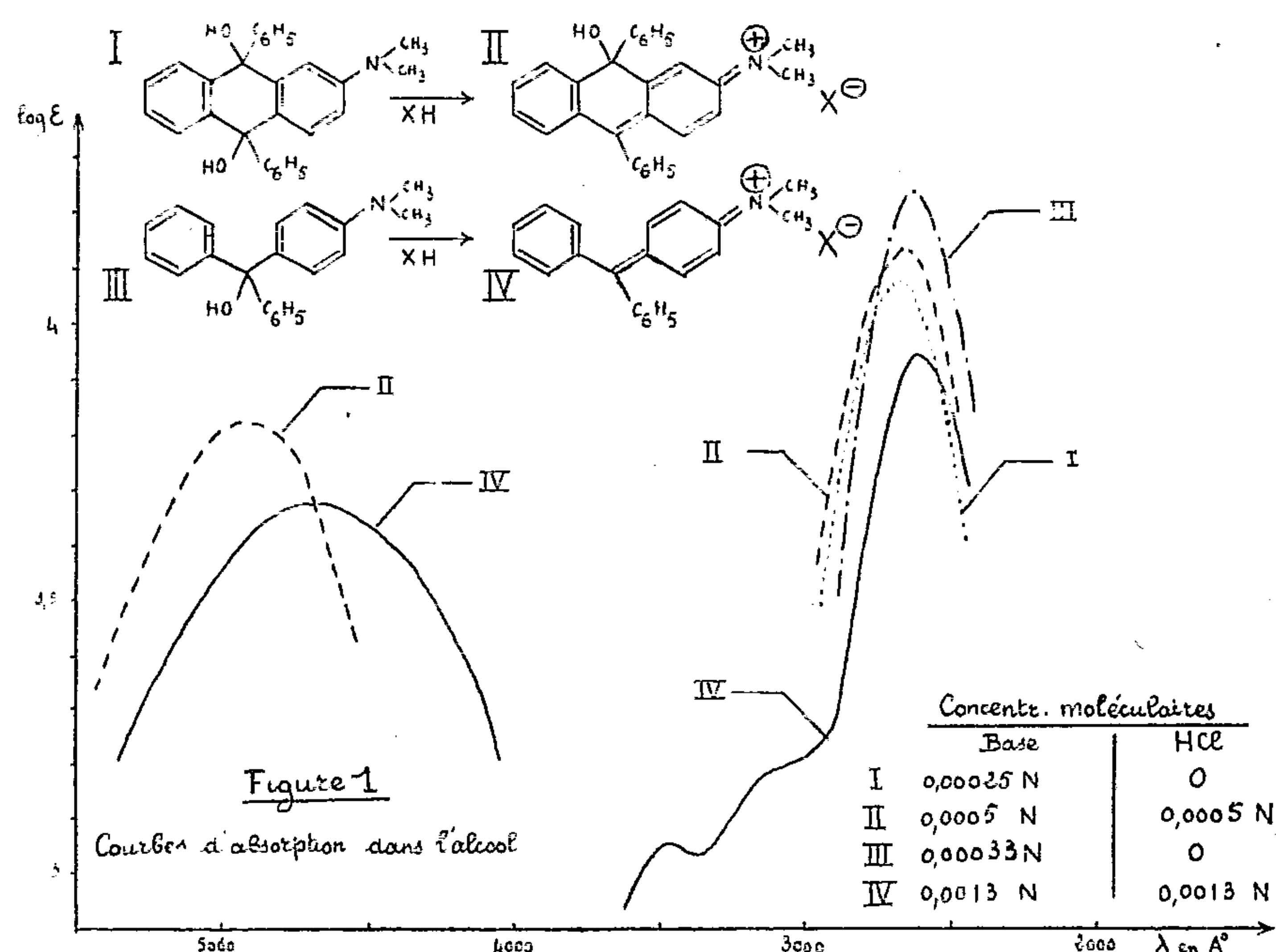
---

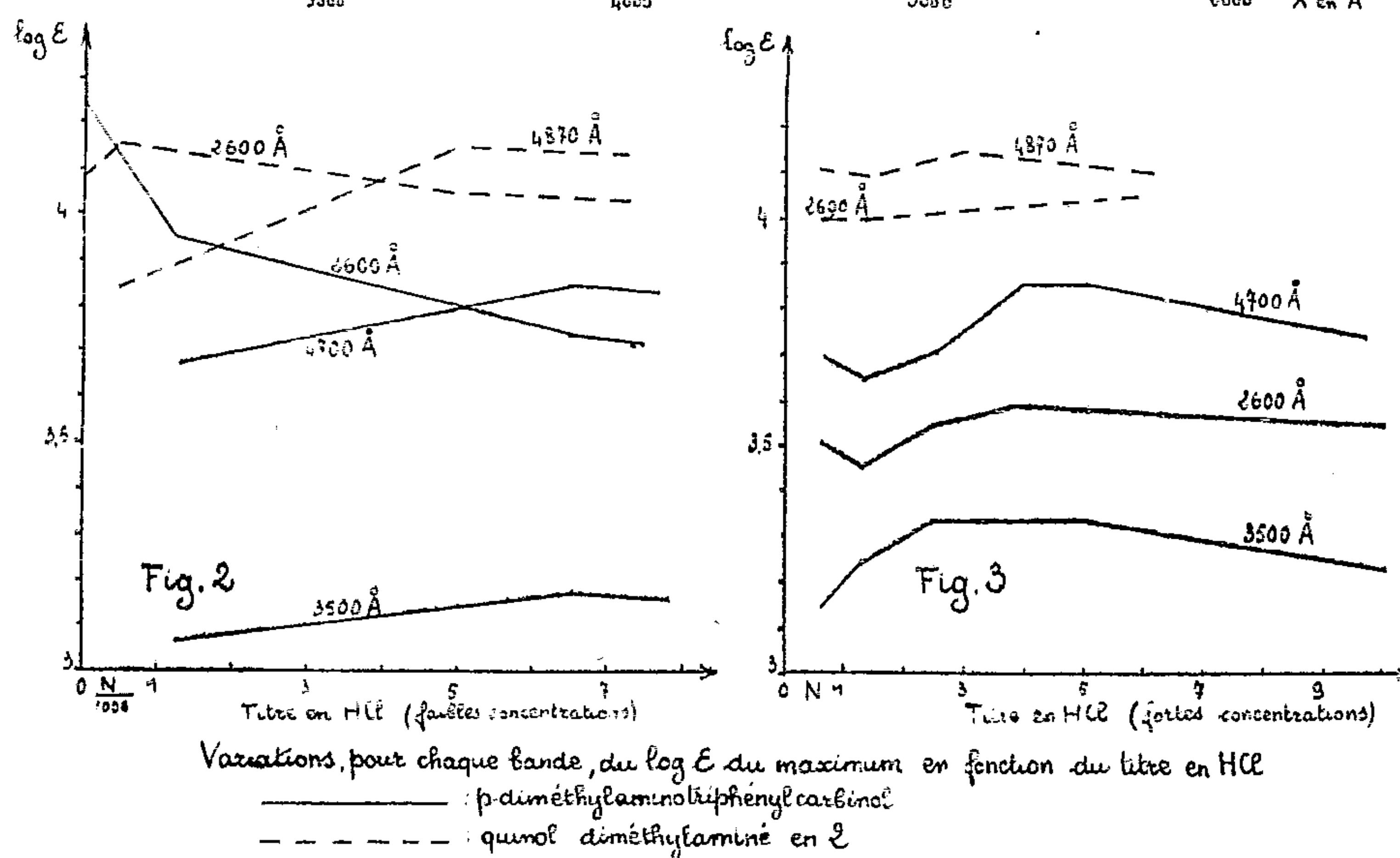
([5]) Sugasawa, Sakurai et Okayama, *Ber. deuts. Chem. Ges.*, 74 B, 1941, p. 537.

(*) Séance du 10 mai 1948.

([1]) A. Allais, *Thèse*, Paris, 1945; *Ann. Chim.* (12), 2, 1947, p. 770.

l'alcool éthylique. La force de ces bases n'est pas assez grande pour donner à penser que la salification ait été intégrale; une fraction devait y avoir échappé. En conséquence, l'addition d'acide en excès devait hausser le maximum de la





Variations, pour chaque bande, du log ε du maximum en fonction du titre en HCl
——— : p-diméthylaminotriphénylcarbinol
– – – – : quinol diméthylaminé en 2

bande visible et, au contraire, abaisser celui de la bande 2600 Å, dans laquelle se confondent les absorptions de la base libre et celles des noyaux benzéniques indépendants de la forme colorée. C'est effectivement ce que j'ai constaté. Quelques molécules supplémentaires d'acide remontent les maxima de la bande visible et refoulent ceux de la bande ultraviolette. Mais si l'on continue

à ajouter de l'acide, avec l'espoir d'atteindre un plafond, on observe de curieuses oscillations des intensités, comme le montrent les graphiques 2 et 3, où sont portées les variations des hauteurs des maxima en fonction de la teneur en acide. Ce phénomène est assez complexe, sans doute parce que le solvant doit y intervenir, bien que les spectres aient été pris très rapidement après la dissolution, en vue justement d'éviter l'influence de réactions secondaires plus lentes que la salification.

Plus facile à interpréter est la rétrogradation de la forme colorée qui semble se dessiner quand on augmente beaucoup la concentration en acide, comme on l'a fait pour le carbinol. Il doit y avoir sans doute retour à la forme carbinolique ou plutôt à son éther chlorhydrique; ce serait l'analogue, *mutatis mutandis*, de la rétrogradation de la couleur des fuchsones par un excès d'alcali.

En résumé, le comportement spectrographique de la base anthracénique I, libre ou salifiée, est entièrement analogue à celui du *p*-diméthylaminotriphénylcarbinol III. Il est donc justifié d'attribuer au sel anthracénique coloré la formule II qui en fait un sel de fuchsonimonium cyclisé, le premier signalé, à ma connaissance, dans la série anthracénique.

GÉOLOGIE. — *Observations géologiques dans la région de Diamantina, Minas Gerais (Brésil).* Note de M. **Boris Brajnikov**.

Cette région est située dans la partie nord de l'état de Minas Gerais, sur la chaîne dorsale de l'Est brésilien, dénommée par O. Derby, *Serra do Espinhaço*, mais portant également plusieurs noms locaux. Peuplée d'abord par les chercheurs d'or, la région a vu changer son nom et son industrie avec la découverte du diamant, vers le début du XVIIIe siècle.

Du point de vue pétrographique, la région est constituée par une alternance de phyllades et de grès-quartzites; au-dessus, on rencontre, en taches isolées, conglomérat, à éléments souvent très grossiers principalement formés des grès sous-jacents, mais parmi lesquels on a reconnu quelques galets de roches les un plus diverses dont on ignore en partie la provenance. Des actions métamorphiques ultérieures ont donné lieu à la formation, dans le ciment, d'une grande quantité de minéraux phylliteux, notamment de séricite; parfois la roche acquiert un aspect de gneiss. Par endroits, et surtout à son contact immédiat avec les quartzites sous-jacents, le conglomérat est très dur et compact; dans d'autres endroits, aussi bien le ciment que les galets, sont friables et se désagrègent spontanément.

Quelques pointements de granite traversent les phyllades et envoient leurs apophyses dans les grès-quartzites.

Pour les géologues brésiliens [1], les phyllades et les quartzites représentent

(1) A. I. Oliveira e O. H. Leonardos, *Geologia do Brasil*, Rio de Janeiro, 1943.

l'Algonkien inférieur et moyen; les conglomérats, le faciès fluvio-glaciaire de l'Algonkien supérieur ou du Cambrien. On admet généralement que les phyllades appartiennent à l'Algonkien inférieur (*série Minas*); les quartzites soulèvent, par contre, de grandes difficultés, car les auteurs, qui les ont étudiés, tant dans la région de Diamantina, que dans celle d'Ouro Preto (en particulier O. Derby et B. von Freyberg), ont cru reconnaître que des roches exactement semblables se rencontrent dans la série Minas et dans l'Algonkien moyen (*série Itacolomi*). Il serait pratiquement impossible de les reconnaître les unes des autres. Toutefois, il est convenu de considérer les quartzites comme d'Itacolomi, lorsqu'on y constate la présence de galets (quartz, quartzite, itabirite), ou la stratification entrecroisée; D. Guimarães a également trouvé que le quartzite itacolomien contient sporadiquement du feldspath classique, chose qui ne s'est pas vérifiée pour le quartzite minasien. Malheureusement ces caractères ne sont pas constants; il y aura donc tendance à attribuer les quartzites à la série Minas au détriment d'Itacolomi.

Les quartzites se présentent en bancs d'épaisseur variable, pouvant atteindre plusieurs dizaines de mètres; le plus souvent, mais pas toujours, ils forment les sommets du relief. Ces bancs plongent vers l'Est, le pendage moyen étant de l'ordre de 30 à 35°; parfois on voit le pendage s'aplatir, voire se renverser, mais le pendage ouest n'est jamais fort, ni constant, les bancs de quartzites se redressent et reviennent au plongement est normal. Pour les phyllades, le plongement oriental est également de règle, mais il est beaucoup moins constant, tant dans le sens, que dans la valeur. En profil, on constate une alternance des deux formations, et l'on trouve les quartzites reposant sur les phyllades, aussi bien que l'inverse. En plan, les quartzites occupent une aire sensiblement supérieure à celle qui est occupée par les phyllades, et les affleurements de celles-ci se coincent aux terminaisons, de sorte qu'un banc de grès vient reposer immédiatement sur un autre; le phénomène est particulièrement net dans la haute vallée du rio das Pedras, à quelques kilomètres à l'ouest de Diamantina. De petits massifs de quartzites, noyés dans les phyllades et paraissant isolés, ne sont pas rares.

Il me semble qu'une telle structure s'explique le mieux, en admettant une *série d'écailles chevauchant légèrement*. La déformation plus intense et plus irrégulière des phyllades est due, vraisemblablement et principalement, à leur plus grande plasticité; on serait en présence d'une *disharmonie structurale* (supposition émise déjà par B. von Freyberg). Dans cette hypothèse, la région aurait subi un gauchissement, accompagné d'une compression, présomption fortement corroborée par la découverte, due à L. J. de Moraes, à quelque 50^{km} à l'ouest de Diamantina, de l'empiètement en direction ouest ([2]) de l'Algonkien sur des couches siluriennes. Une telle structure serait, d'ailleurs

---

([2]) L. J. DE MORAES, *Bol. n° 19 Serv. Fomento Prod. Min.*, 1937.

conforme à celle que j'ai décrite pour la partie méridionale de la chaîne ([3]).

Quant à l'âge des grès, je crois pouvoir le considérer comme itacolomi, pour toutes les roches de ce type entre le haut rio Jequitinhonha, à l'est de Diamantina, et la station Conselheiro Matta, à l'ouest de cette cité. En effet, le faciès à stratification entrecroisée est très fréquent, les niveaux à galets se rencontrent assez souvent et les formations de conglomérats de l'Algonkien supérieur reposent directement sur ces grès en plusieurs endroits.

Je considère les hauts plateaux et les sommets des crêtes vers 1200 ou 1300^{m} d'altitude, comme les restes d'une ancienne *surface d'érosion* (*premier cycle*), probablement pliocène ([4]). L'érosion actuelle dégage les bancs de grès (*surfaces structurales*).

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Campanulacées. Développement de l'embryon chez le* Trachelium cæruleum *L.* Note (*) de M. **Pierre Crété**, présentée par M. René Souèges.

Les Campanulacées sont caractérisées par un type embryonomique qui leur est tout à fait spécial et qui, placé dans la deuxième période de la classification périodique, représente le mégarchétype II dans le neuvième groupe embryogénique. C'est ce qu'ont établi les travaux de R. Souèges sur le *Campanula patula* L. ([1]) et le *Jasione montana* L. ([2]), de S. B. Kausik et K. Subramanyam sur le *Cephalostigma Schimperi* Hochst. ([3]). Les lois qui président au développement de l'embryon chez les Campanulacées ont été retrouvées chez le *Lobelia syphilitica* L. par moi-même ([4]) et par W. C. Hewitt ([5]), chez le *Lobelia amœna* Michx. Ce sont là des raisons qui ont paru suffisamment solides pour proposer le rattachement définitif des Lobéliacées aux Campanulacées. Tout en confirmant une fois de plus l'homogénéité de la famille, l'étude embryogénique du *T. cæruleum* m'a permis d'émettre une opinion nouvelle en ce qui concerne l'origine des initiales du cylindre central de la tige chez les plantes dont la partie cotylée s'édifie selon le mode habituel aux Composées du type *Senecio*.

Seuls les éléments provenant de la cellule apicale interviennent dans la formation de l'embryon, la cellule basale n'étant génératrice, pour sa part,

([3]) B. Brajnikov, *B. S. G. F.*, séance du 19 mai, 1947.
([4]) *Ibid.*

(*) Séance du 19 mai 1948.
([1]) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 2009.
([2]) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 278.
([3]) *Bot. Gaz.*, **109**, 1947, p. 85.
([4]) *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 177.
([5]) *Journ. Elisha Mitch. Sc. Soc.*, **55**, 1939, p. 63.

que d'un suspenseur filamenteux, dont quelques éléments supérieurs tirent cependant leur origine de la cellule apicale. A la tétrade *première*, du type linéaire filamenteux (*fig.* 3) devrait faire suite un embryon octocellulaire dont les trois étages supérieurs, issus de *ca*, seraient disposés en une tétrade *seconde*

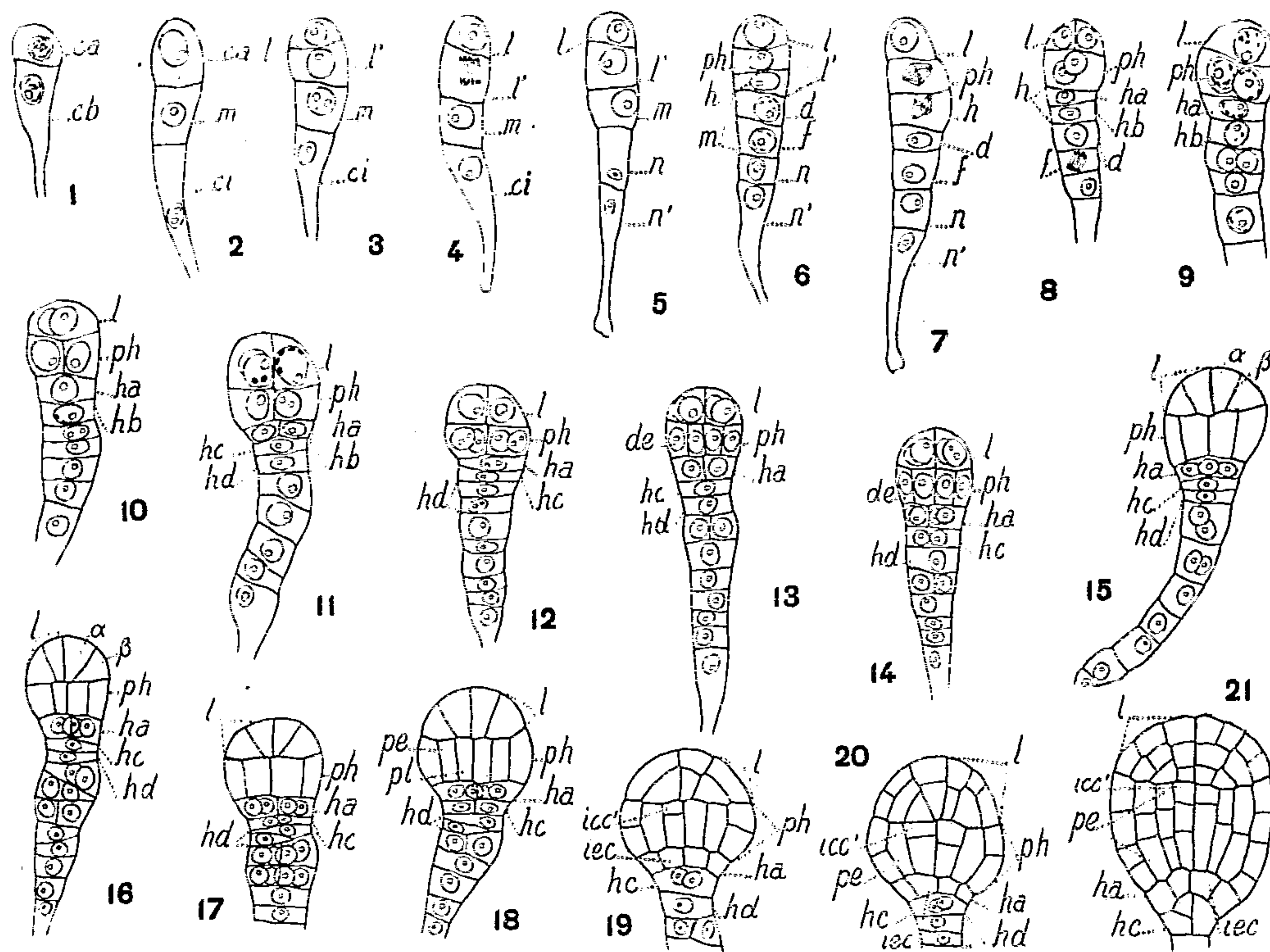


Fig. 1 à 21. — *Trachelium cæruleum* L. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca*, cellule apicale et *cb* cellule basale du proembryon bicellulaire; *m* et *ci*, cellules-filles, et *d*, *f*, *n* et *n'*, cellules petites-filles de *cb*; *l*, cellules-filles juxtaposées de *ca*, ou octants supérieurs, ou partie cotylée; α et β, cellules filles de l'octant supérieur; *ph*, cellule-fille supérieure de *l'*, ou octants inférieurs, ou partie hypocotylée; *h*, cellule-fille inférieure de *l'*; *ha*, cellule-fille supérieure de *h*, génératrice des initiales de l'écorce de la racine, *iec*; *hb*, cellule-fille inférieure de *h*; *hc*, cellule-fille supérieure de *hb*, génératrice du primordium de la coiffe: *hd*, cellule-fille inférieure de *hb*, donnant quelques éléments du suspenseur; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *icc'*, initiales de la stèle de la tige. G. : 370.

en T; ce stade n'a pas été rencontré en raison du cloisonnement tardif de l'étage *l* (*fig.* 6 et 8). Cet étage *l* donne naissance à quatre octants supérieurs (*fig.* 13), puis à la partie cotylée, selon les processus de division que l'on rencontre également chez les Composées ([6]); *ph* fournit les octants inférieurs à partir desquels se constitue la partie hypocotylée; c'est cette région qui donne naissance, de façon remarquablement précoce, aux initiales (*icc'*) de la stèle de la tige (*fig.* 19 et suivantes) par division transversale des quatre premières

([6]) R. Souèges, *Comptes rendus*, 171, 1920, p. 356.

cellules du plérome. La cellule *h* se partage en deux éléments superposés *ha* et *hb* (*fig.* 7, 8), puis, aux dépens de *hb*, prennent naissance, par un processus identique, deux nouvelles cellules *hc* et *hd*; *ha* fournit les initiales de l'écorce au sommet radiculaire (*iec*) et les parties externes de la coiffe; *hc* donne la partie médiane de la coiffe; *hd* contribue, en se divisant transversalement (*fig.* 17, 18 et 20), à la construction de la partie supérieure du suspenseur.

Ainsi, le développement de l'embryon présente une similitude absolue chez les Campanulacées, jusque dans la production d'un renflement du suspenseur au niveau des éléments issus de la cellule intermédiaire de la tétrade première. On a constaté que cette tendance à la prolifération cellulaire pouvait même aboutir, chez le *Lobelia syphylitica*, à des cas de polyembryonie tout à fait remarquables (7). Une fois de plus, se trouve également mis en parfaite évidence le rôle joué par les quatre premières cellules du plérome dans la production des initiales du cylindre central de la tige. Ce rôle avait déjà été vérifié, chez le *Jasione montana* et le *Campanula patula*, par R. Souèges qui n'avait pas attaché, semble-t-il, toute l'importance qu'elle mérite à cette constatation. En effet, étant donné la grande similitude de construction de la partie cotylée chez les Composées du type *Senecio* et chez les Campanulacées, on peut admettre, avec une quasi-certitude que l'épiphyse des Composées est génératrice uniquement de l'épiderme et de l'écorce de l'axe épicotylé. Pas plus que chez les Campanulacées, elle ne donnerait naissance aux initiales du cylindre central de la tige qui tireraient leur origine des éléments différenciés au sommet de l'axe hypocotylé. La différenciation est précoce chez les *Jasione*, les *Campanula* et, bien que Kausik et Subramanyam n'aient rien spécifié à ce sujet, probablement aussi chez les *Cephalostigma*, d'après ce qu'il ressort de certaines figures données par ces auteurs. Elle est beaucoup plus tardive, au contraire, chez le *Lobelia syphilitica*, ainsi que chez les Composées.

MYCOLOGIE. — *Les Heimerliacées, subdivision des Acrasiales?* Note (*) de M. **Gabriel Arnaud**, présentée par M. Roger Heim.

V. Höhnel (1903) (1) a décrit un curieux organisme, le *Heimerlia hyalina* dont il a fait le type de la famille des Heimerliacées qu'il rapproche des Myxomycètes Echinostéliacées. En effet cette espèce a quelques analogies apparentes avec un Myxomycète incolore, assez rare, l'*Echinostelium minutum* de By (Lister, 3e éd., pl. 128, *f* à *i*).

---

(7) P. Crété, *Bull. Soc. bot. Fr.*, 85, 1939, p. 580.

(*) Séance du 19 mai 1948.

(1) Fr. von Höhnel, *Annales mycologici*, **1**, 1903, p. 391; *Fragmente zur Mykologie*, 5, 1908, p. 1021 (37), et **16**, 1914, p. 145 (97), figure 32 *c*.

Nous avons eu l'occasion d'étudier le *Heimerlia* et quelques formes voisines qui sont certainement très éloignées des Myxomycètes vrais; les spores en particulier sont entièrement différentes. Malheureusement la plupart des Heimerliacées sont très rares et peu visibles; on ne trouve le plus souvent que des fructifications isolées au cours d'observations accidentelles; aussi une étude complète n'a pas pu être faite; mais ces organismes paraissent se rapprocher des types les plus communs des Acrasiacées: *Dictyostelium*, *Polysphondylium*, dont ils se distinguent nettement et facilement par le pédicelle qui est plein au lieu d'être creux et subdivisé par de fausses cloisons.

Les Heimerliacées ont pu être confondues jusqu'ici, non seulement avec des Acrasiacées, mais encore avec des Mucoracées (*Mucor*, *Morthierella*) ou des Mucédinées (*Cephalosporium*, *Gliocladium*, *Helicocephalum*, etc.) avec lesquelles elles présentent un phénomène de convergence en rapport probablement avec un mode analogue de dispersion des spores.

Les Heimerliacées connues ont un port très uniforme. Elles sont entièrement incolores et transparentes; elles sont constituées par un pédicelle simple, dressé, et plein comme il a été dit, terminé par une sphère de gelée contenant les spores, qui sont toujours *petites*, simples, lisses et incolores, elliptiques ou globuleuses.

Le pédicelle s'élargit souvent à la base du sporange en une *collerette* plus ou moins marquée, et il se prolonge dans le *sporange* lui-même, dans certains genres, par une *columelle* de forme variable, mais pleine, compacte.

La gelée qui constitue la partie proprement dite du *sporange* peut présenter des différenciations fragiles qui s'altèrent facilement dans les préparations.

Dans le genre *Rhabdocystis* n. g., il y a une columelle en dôme et les spores sont globuleuses. Chez *Pygmomyces* les spores sont également globuleuses mais la columelle est formée de lobes dressés accolés.

Les autres genres ont des spores ellipsoïdales ou oblongues. Le *G. calospeira* a l'axe tordu en hélice au-dessous du sporange et la columelle est en massue. L'*Heliomycopsis* n. g. n'a pas de columelle et les spores sont prolongées aux deux bouts par un cône gélatineux, ce qui donne à ces spores un aspect fusiforme. Chez le *Heimerlia hyalina*, type du groupe, la columelle traverse le sporange et se recourbe au-dessus pour se relier avec lui; les spores sont ellipsoïdales, contrairement aux indications de v. Höhnel.

Le genre nouveau *Enigma* est aberrant à plus d'un titre : son pédicelle est creux (mais sans les fausses cloisons des Acrasiacées) et il se termine par une large collerette creuse au milieu de laquelle se dresse le sporange proprement dit.

L'appareil végétatif des Heimerliacées n'est pas connu de façon précise; il est probable qu'il constitue un plasmode ou un pseudo-plasmode analogue à ceux des Acrasiacées, Labyrinthulées, Myxomycètes, Myxobactériacées, et autres groupes d'organismes dont les affinités ne sont pas bien établies, car on

hésite à accorder la prééminence aux caractères d'ensemble de l'appareil végétatif, ou encore aux détails microscopiques de ce dernier ou des fructifications.

ZOOLOGIE. — *Mode de nutrition des embryons dans les poches incubatrices des Lamellibranches Sphæridés*. Note de M[me] **Marie Couteaux-Bargeton**, présentée par M. Louis Fage.

On sait que chez de nombreux Lamellibranches les œufs se segmentent dans les branchies de l'adulte et atteignent les premiers stades larvaires avant d'être expulsés. Des Lamellibranches d'eau douce, les Sphæridés, ont la particularité d'assumer cette incubation pendant toute la durée du développement et de ne libérer les jeunes que presque adultes et pourvus déjà de gamètes. Plusieurs embryons sont incubés en même temps dans des poches branchiales qui ne sont pas préformées mais qui se constituent autour des œufs en segmentation et peuvent être assimilées à de véritables annexes embryonnaires. Les auteurs qui ont étudié ce phénomène (1) se sont efforcés de préciser le mode de nutrition des embryons : ils concluent soit à l'absorption par l'embryon d'une sécrétion de la paroi des poches incubatrices, soit à l'ingestion directe de cellules détachées de cette paroi. Aucune donnée positive n'a encore été apportée sur la nature chimique des aliments ainsi fournis à l'embryon. L'étude histochimique des poches incubatrices chez *Sphærium* (*Cyclas*) *corneum* L. nous a permis de combler en partie cette lacune en précisant la nature des substances nutritives contenues dans les poches incubatrices et le mode le plus probable de leur pénétration dans l'embryon.

La paroi des poches incubatrices est formée de deux couches cellulaires : l'une, externe, est faite de petites cellules aplaties, l'autre de cellules de taille variable, les plus grosses atteignant 100^{μ}. Des fixations et des colorations appropriées montrent que cette couche interne est remarquablement riche en glycogène; de nombreuses granulations de glycogène sont également mises en évidence dans la cavité des poches. Une fixation par l'acide osmique, qui permet, en évitant les grossiers artefacts habituels, de préciser la distribution du glycogène dans la cellule (2) indique que les plus grosses cellules de la paroi contiennent une grande quantité de glycogène à l'état diffus, réparti de manière uniforme dans tout leur cytoplasme (3). Dans les cellules plus petites, le glyco-

---

(1) S. T. Brooks et H. B. Herrington, *Amer. J. Sci.*, **242**, 1944, p. 656; G. Litwer, *Z. mikr.-anat. Forsch.*, **30**, 1932, p. 159.

(2) *Bull. Soc. Zool. France*, **71**, 1946, p. 121.

(3) Cet aspect est identique à celui que nous avons observé dans d'autres cellules très riches en glycogène comme les cellules déciduales du placenta des Mammifères ou les cellules de Leydig des Mollusques et de certaines Annélides.

gène n'est pas visible; il apparaît progressivement au fur et à mesure que leur taille s'accroît.

Les cellules de la paroi des poches ne contiennent que de faibles quantités de graisses, représentées par quelques granules soudanophiles et osmiophiles. On y met en évidence des quantités importantes de ribose-nucléo-protéines (méthode au vert de méthyle-pyronine avec contrôle par la nucléase pancréatique).

Comme le montre l'étude de coupes sériées, le glycogène observé dans la cavité des poches incubatrices provient, au moins pour une grande part, de cellules qui se détachent de la paroi, puis se désagrègent; on rencontre souvent dans le tube digestif d'embryons âgés, à côté d'amas de glycogène, les noyaux en pycnose de ces cellules. Mais il semble aussi que le simple éclatement du pôle apical de cellules nourricières restées en place puisse libérer une partie de leurs réserves dans la cavité. Nous avons observé, également sur coupes sériées, un embryon de $1^{mm},5$, étroitement appliqué par les bords ventraux de sa coquille entr'ouverte contre la paroi des poches nourricières. Entre les bourrelets palléaux, on aperçoit s'étendant de la paroi des poches à la cavité palléale de l'embryon une véritable coulée de protoplasme contenant des noyaux entiers, d'autres désagrégés et des granules de glycogène. Ce phénomène est peut-être exceptionnel; les embryons sont en effet libres dans la cavité des poches et n'ont probablement avec la paroi que des contacts rares ou fugaces.

Il faut d'autre part souligner que le pied, différencié dès le stade véligère, paraît capable de déterminer par ses mouvements la chute ou l'éclatement des cellules nourricières. Il apparaît souvent sur coupes, allongé hors de la coquille larvaire et très proche de la paroi. Chez des embryons vivants, observés dans une poche à moitié fendue, le pied se montre aussi actif que chez l'adulte.

Pendant son séjour dans les poches incubatrices, l'embryon de Sphærium se charge d'importantes réserves de glycogène qui témoignent de la richesse de son alimentation; ces réserves sont d'autant plus abondantes chez les larves que la paroi des poches et les tissus de l'adulte contiennent eux-mêmes plus de glycogène. Chez l'embryon et chez l'adulte, ces réserves se répartissent surtout dans le tissu conjonctif, les fibres musculaires, les cellules du rein et les épithéliums digestifs.

En résumé, l'étude histochimique des Sphæridés révèle que les grosses cellules de la paroi des poches incubatrices sont remarquablement riches en glycogène et se distinguent par ce caractère de toutes les autres cellules de l'adulte. Le glycogène qu'elles contiennent est libéré dans la cavité des poches, puis absorbé par les embryons. Par l'ingestion de cellulles détachées de la paroi et devenues libres, les embryons bénéficient non seulement de leurs réserves de glycogène, mais aussi des graisses et des protides de leur cytoplasme et de leur noyau.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Histogénèse vaginale chez la Taupe* (Talpa europæa *L.*). Note de M. **René Godet**, présentée par M. Maurice Caullery.

L'histogénèse du vagin a fait l'objet de très nombreuses recherches. Ces travaux s'échelonnent sur plus d'un siècle. Mais c'est surtout depuis 1930 que que de nouvelles études précises, chez la Femme par E. Vilas [1] et C. T. Kempermann [2], chez le Lapin par J. S. Baxter [3] et A. Jost [4], chez la Souris par A. Raynaud [5], ont permis de se faire une opinion d'ensemble sur l'histogénèse vaginale et sur les caractères communs à ces espèces, en ce qui concerne la mise en place du vagin. C'est ainsi que, chez ces Mammifères, on peut reconnaître au vagin, en admettant que celui-ci est représenté par la portion des voies génitales reliant la région où se fixent les embryons (utérus ou cornes utérines) à l'orifice externe, une double origine embryologique : les canaux de Müller et le sinus urogénital. La proportion de chacun de ces constituants, et la façon dont ils s'individualisent, au cours du développement vaginal, étant variable selon les espèces.

Or, d'après les travaux de J. Wood [6], de F. Krasa [7] et de W. A. Mijsberg [8], le vagin de la Taupe serait issu des canaux de Müller auxquels s'associerait une invagination de l'épithélium périnéal, ou portion cutanée. Le fait que ces auteurs refusent toute participation du sinus urogénital à la formation du vagin mérite d'être souligné; il est évident que cette conception ne s'accorde guère avec les conclusions que nous venons d'énoncer plus haut. De plus, l'importance accordée à la portion cutanée, surtout par Mijsberg, tend à donner une allure tout à fait exceptionnelle au mode de développement du vagin chez la Taupe.

Au cours de nos recherches sur l'organogénèse sexuelle normale et expérimentale chez la Taupe, l'histogénèse vaginale a retenu notre attention. Au terme de ce travail, il nous apparaît que les hypothèses de Wood, de Krasa et de Mijsberg ne sauraient être conservées. Chez la Taupe, à la naissance, le vagin est à peine ébauché. C'est dans les premiers jours de la vie post-embryonnaire qu'il s'individualise en un cordon, dont la portion postérieure n'est pas encore pourvue de lumière et d'orifice externe. C'est à huit mois (au début du premier œstrus) que se réalise un conduit vaginal véritable, mettant en communication

---

(1) *Zeitschr. Anat. Entw. gesch.*, 98, 1932, p. 263.
(2) *Morphol. Jahrb.*, 75, 1935, p. 151.
(3) *J. Anat.*, 67, 1933, p. 555.
(4) *Ann. Endocin.*, 4, 1943, p. 221.
(5) *Bul. Biol. France-Belgique*, suppl. n° 29, 1942.
(6) *Proc. Zool.*, London, 15, 1914, p. 191.
(7) *Anat. Hefte*, 55, 1918, p. 443.
(8) *Zeitschr. Anat. Entw. gesch.*, 77, 1925, p. 650.

les cornes utérines avec l'extérieur. Cet échelonnement dans la mise en place de cet organe rend les observations difficiles. L'accélération des processus histogénétiques chez l'embryon, par l'injection d'œstrogènes à la mère gestante (R. Godet) (9), nous a beaucoup aidé dans l'interprétation des structures vaginales chez le nouveau-né. D'après nos observations, le vagin de la Taupe âgée de quelques jours est constitué essentiellement par trois régions d'origines différentes : une *région antérieure*, s'étendant des cornes utérines à la vessie, issue des canaux de Müller fusionnés ; une *région postérieure* ou cordon épithélial, tirant son origine de la paroi dorsale du sinus urogénital et une *région terminale*, très courte, de nature cutanée, issue d'un repli situé à la jonction du clitoris et du périnée. Précisons que, pour la région postérieure : *a*. la portion crâniale de ce segment se forme par étirement de la paroi dorsale du sinus, lors de la constitution d'un pédicelle à la base des canaux de Müller; *b*. la portion moyenne s'isole très tardivement (après la naissance), aux dépens d'un épaississement de la paroi dorsale du sinus; *c*. la portion caudale se réalise précocement (embryon de 19-24^{mm}) par délamination de la paroi dorsale sinusaire, au cours d'une translation du sinus. Enfin, la région terminale se constitue par la coalescence des épithéliums du tubercule génital et du périnée, mis en contact au cours de l'embryogénèse. La formation de ce repli détermine le mode d'ouverture et l'évolution périodique de l'orifice vaginal chez l'adulte (10).

Ces observations montrent que le vagin de la Taupe et celui des autres Mammifères, pour lesquels on a des renseignements précis (Femme, Lapin, Souris), tirent embryologiquement leur origine des mêmes constituants. La mise en place d'un repli cutané, reliant le cordon vaginal avec l'extérieur, répond seule à des conditions particulières à la Taupe. Cet insectivore ne doit donc plus faire obstacle, désormais, à l'unité qui paraît se dégager chez les Mammifères au sujet de l'origine du vagin. L'étude de la formation du vagin chez la Taupe est, au contraire, une preuve de plus à apporter à la conception selon laquelle le vagin tire son origine essentiellement, de deux constituants (canaux de Müller et sinus urogénital).

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Sur la structure des nageoires chez les femelles de* Lebistes reticulatus *Regan, mascuilnisées par la prégnéninolone.* Note de M. **Louis Gallien**, présentée par M. Maurice Caullery.

Parmi les stéroïdes dont l'action a été étudiée sur le Téléostéen vivipare *Lebistes reticulatus* Regan, c'est la prégnéninolone, hormone synthétique polyvalente, non identifiée dans l'organisme animal, qui a manifesté l'action androgène la plus intense, très supérieure notamment à celle du propionate de

(9) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 46.
(10) La formation de ce repli traduit une masculinisation de l'embryon femelle.

testostérone. Éversole (¹) et Mlle Régnier (²), qui ont étudié cette action, ont noté, entre autres effets, la transformation de la nageoire anale de la femelle en un gonopode analogue à celui du mâle.

Or, si l'on observe des femelles dont le phénotype sexuel somatique est ainsi masculinisé, on note que les transformations portent également sur les nageoires pelviennes et sur la dorsale. De plus, dans ce cas comme dans celui du gonopode, la masculinisation est relative et ne réalise jamais une structure identique à celle du mâle. Il est donc nécessaire d'étudier la structure fine des nageoires, de leur squelette profond, et non pas seulement l'aspect global, pour saisir l'intensité et la qualité de la masculinisation.

Chez la femelle, la nageoire anale comporte dix rayons de type normal; les troisième, quatrième et cinquième étant les plus longs. Le squelette profond de la nageoire est constitué par neuf pièces radiales indépendantes et grêles.

Chez le mâle, la nageoire anale est transformée en un gonopode. Le troisième rayon est très épaissi et ses articles terminaux forment une série d'une quinzaine de crochets se recouvrant obliquement. Un lobe charnu s'applique sur toute la longueur du troisième rayon, protégeant ainsi les crochets. Le rayon 4, possède, sur sa branche dorsale, une série de crochets; le rayon 5 s'incurve dorsalement dans sa région distale et se termine par deux crochets. Le squelette profond est formé par les neuf pièces radiales soudées en une lame, sauf la première et les deux ou trois dernières. De plus, la pointe de cette lame vient s'appuyer sur deux arcs hémaux qui, au lieu de rester en position perpendiculaire par rapport aux corps vertébraux comme chez la femelle, se couchent vers l'avant, de façon à former un angle très aigu avec la colonne vertébrale.

Or, chez la femelle adulte masculinisée par la prégnéninolone, on assiste bien à une transformation de la nageoire anale, mais qui ne réalise jamais la structure du gonopode du mâle. Le troisième rayon s'épaissit, forme des crochets, mais moins aigus et moins nombreux. Un lobe charnu se développe, mais ne recrouvre pas les crochets terminaux. Les rayons 4 et 5 esquissent une transformation, mais seuls les deux crochets terminaux du rayon 5 se développent. Les pièces radiales profondes se soudent en une lame comme chez le mâle, cependant les arcs hémaux demeurent dans leur position. Les proportions de la nageoire restent du type femelle. L'intensité de la transformation dans le sens mâle dépend du moment à partir duquel agit l'hormone. Si de jeunes alevins sont traités dès la naissance, on voit, dans les deux sexes, un gonopode typique se former. Les arcs hémaux, chez la femelle notamment, se couchent et prennent la position caractéristique du mâle.

(¹) *Endocrinology*, **25**, 1939, p. 328 et **28**, 1941, p. 603.

(²) *Bull. biol. France et Belgique*, **72**, 1938, p. 385, et *Comptes rendus*, **213**, 1941, p. 537.

Par conséquent, la labilité de la détermination des différents éléments ostéologiques de la nageoire anale n'est pas identique. La détermination chronologique des arcs hémaux transformés est beaucoup plus précoce que celle des pièces radiales et des rayons.

Deux autres faits restent à noter, que n'ont pas signalés les auteurs cités. Les nageoires pelviennes constituent un variant sexuel, qui se marque par le développement fibreux à l'extrémité du premier et surtout du second rayon chez le mâle. Ce dernier rayon est beaucoup plus long que chez la femelle. Chez les femelles adultes masculinisées, un épais manchon fibreux se développe comme chez le mâle; cependant le premier rayon ne s'allonge pas. La nageoire dorsale du mâle s'étend parfois très longuement vers l'arrière, atteignant jusqu'à la moitié de la caudale. La dorsale de la femelle est toujours courte. Chez les femelles mascunilisées, la dorsale s'allonge et tend à prendre le type mâle, mais ne réalise jamais l'allongement observé chez le mâle.

En résumé, la masculinisation des nageoires, chez la femelle de *Lebistes* soumise à la prégnéninolone, est relative et imparfaite. Les différents éléments ostéologiques ont une réactivité différentielle au traitement masculinisant, ce qui indique que ces éléments sont des territoires manifestant une sensibilité variable à l'action androgène.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Métabolisme de la glucosamine. Augmentation de l'absorption d'oxygène et de la libération d'ammoniaque par E. Coli en présence d'azide.* Note (*) de M. **Albert-Jean Rosenberg**, présentée par M. Maurice Javillier.

La plupart des travaux sur la glucosamine sont consacrés à l'étude de sa structure chimique; à l'exception du travail de C. Lutwak-Mann ([1]), sa biochimie est peu connue. C'est ce qui nous a incité à entreprendre l'étude de son métabolisme.

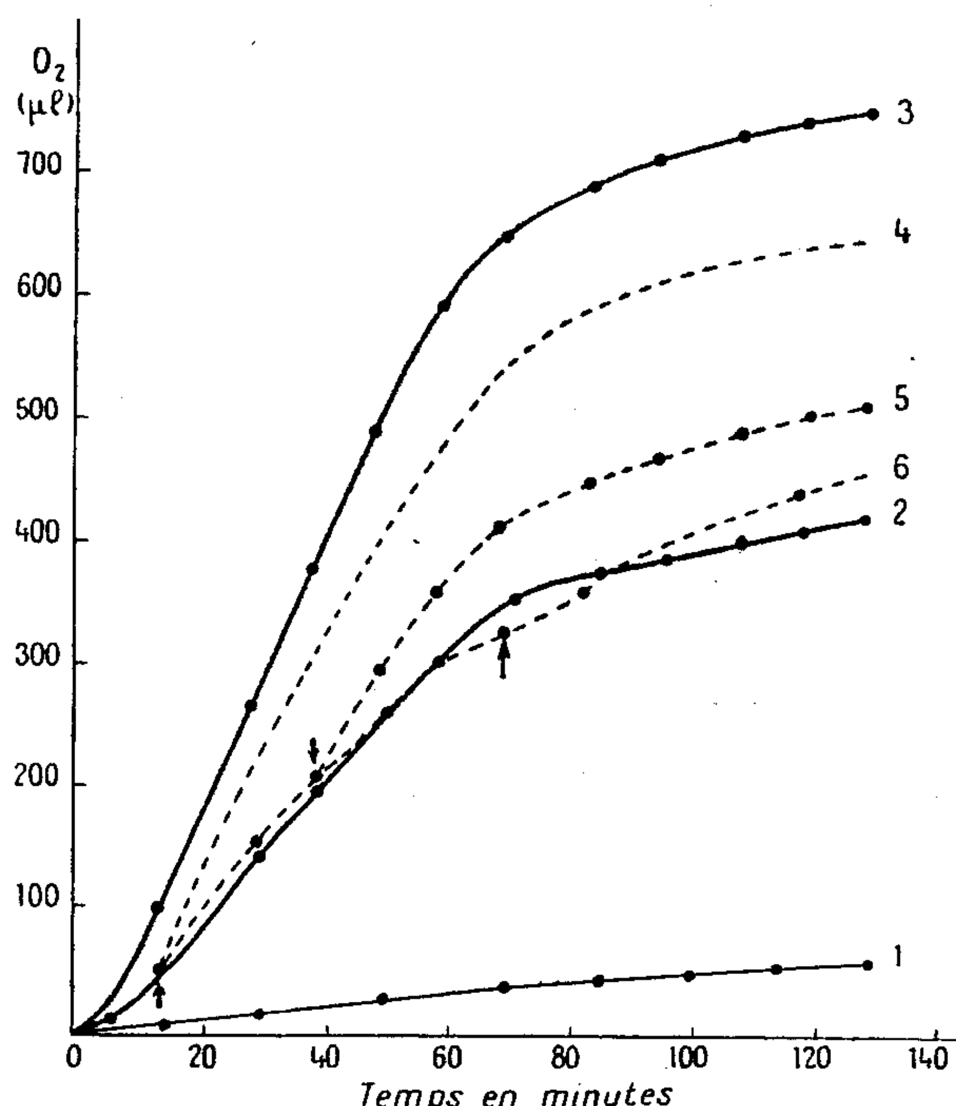
Dans le présent travail, nous rendons compte des résultats que nous avons obtenus à l'aide de suspensions de bactéries lavées. E. Coli (souche M du Service de physiologie microbienne de l'Institut Pasteur) est cultivé dans des boîtes de Roux sur hydrolysat de caséine gélosé. Après deux lavages dans l'eau physiologique, les bactéries sont mises en suspension dans un tampon de phosphates (Sörensen) M/10, pH 6,5.

En aérobiose on observe, dans le dispositif de Warburg, une absorption de $1^{mol},5$ O_2 par molécule de glucosamine (courbe 2). La moitié de l'azote de la glucosamine apparaît sous forme d'ammoniaque $Q_{O_2} = 200$ (pour le glu-

(*) Séance du 10 mai 1948.

([1]) *Bioch. Journal*, 35, 1941, p. 610.

cose, $Q_{O_2} = 360$). Le quotient respiratoire est de 0,90. L'absorption d'oxygène n'est pas sensible au NaF M/50, ni au malonate de sodium M/100 ni à H_2S M/500; elle est inhibée à 80 % par AsO_3''' M/500 et complètement inhibée par KCN M/250.



Courbe (1) : 1mg,5 de bactéries dans le tampon de phosphate M/10. — Courbe (2) : comme (1) + 140 μl solution de glucosamine HCl. — Courbe (3) : comme (2) + NaN_3 M/250 conc. finale. — Courbes (4), (5), (6) : les flèches indiquent l'addition de l'azide aux différents temps. Vol. final : 3ml,2; T = 37°, gaz : **air.**

En présence de NaN_3 M/250, on constate, fait un peu inattendu, une augmentation de l'absorption de O_2 de 80 à 95 % (2mol,75 O_2 par molécule de glucosamine) et une augmentation de la libération d'ammoniaque également de 70 à 90 % (courbe 3). Dans ce cas $Q_{O_2} = 388$ et QR = 0,86. On remarquera, sur les deux courbes, que la vitesse d'absorption d'oxygène n'atteint un taux constant qu'après 5-10 minutes.

Si dans les fioles de Warburg, on ajoute l'azide à des temps différents, on constate que l'addition de l'azide est surtout efficace au temps 0. Au fur et à mesure que l'addition de l'azide à la glucosamine est effectuée plus tardivement, alors que cette dernière a déjà été en partie métabolisée, l'exaltation de l'absorption d'oxygène est de plus en plus faible (courbes 4, 5, 6).

En anaérobiose, l'action de l'azide sur la glucosamine, dans les tubes de Thunberg remplis d'azote, est sans effet sur la déshydrogénation, mais inhibe complètement la désamination.

Si l'on remplace le tampon de phosphate par le tampon de glyoxaline, on

constate : 1° que la quantité d'oxygène absorbée en absence d'azide est aussi grande que la quantité d'oxygène absorbée en présence d'azide dans le tampon de phosphate; 2° que le dégagement d'ammoniaque en absence d'azide atteint la même valeur qu'en présence d'azide dans le tampon de phosphate; 3° qu'en anaérobiose, dans le tampon de glyoxaline, la glucosamine n'est pas désaminée.

L'ensemble de ces faits ([2]) montre que l'azide agit sur la glucosamine elle-même et non sur ses produits de dégradation. Il s'ensuit que E. Coli, en aérobiose, dégrade la glucosamine par deux processus différents, suivant que l'on se trouve ou non en présence d'azide. Dans le premier cas l'oxydation est complète. De plus, les résultats obtenus dans le tampon de glyoxaline à l'air, suggèrent qu'en présence d'azide la dégradation se fait sans phosphorylation. Les expériences en anaérobiose et dans le tampon de glyoxaline indiquent que E. Coli ne peut dégrader la glucosamine que par la voie phosphorylante. Il est connu (Meyerhof, Spiegelman) que l'azide inhibe le métabolisme du phosphore acido-soluble.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'hydrolyse diastasique des glucofructosanes : allure générale de la réaction.* Note (*) de M. **Henri Belval** et Mme **Andrée de Grandchamp-Chaudun**, présentée par M. Maurice Javillier.

L'hydrolyse diastasique des glucofructosanes n'a pu encore être étudiée faute d'un ferment assez actif. Nous avons comblé cette lacune grâce à l'emploi d'une invertase concentrée.

On connaît les lois de l'hydrolyse diastasique des polysaccharides tributaires de l'invertase; l'allure du phénomène dépend essentiellement du *rapport* des concentrations du sucre et de l'enzyme : la réaction comporte ou non une période de vitesse constante selon que le sucre ou le ferment est en excès, et la vitesse initiale est proportionnelle, dans le premier cas, à la dose de ferment; dans le second, à la concentration du sucre, comme si une quantité donnée de diastase fixait *instantanément* un poids déterminé de polysaccharide, d'ailleurs proportionnel à son poids moléculaire, le complexe sucre-enzyme se décomposant ensuite *avec une vitesse finie*, conformément à la loi d'action de masse.

Les chiffres consignés ci-dessous sont relatifs à la glucofructosane d'Asphodèle; nous en avons suivi l'hydrolyse au polarimètre, à température constante, en faisant varier les conditions de concentrations de l'enzyme et de la fructosane.

([2]) En comparant nos courbes, avec ou sans azide, à celles de Stephenson et Clifton (*Adv. Enzym.*, 6), il ne semble pas que le phénomène que nous avons observé soit identique au leur.

(*) Séance du 19 mai 1948.

1re *expérience* (Fructosane, 2^g %; Invertase, 2$^{cm^3}$ %; $l = 3^{dm}$; $\lambda = 5890$; $\theta = 14°$).

Temps (en demi-heures).	α_t (°).	$\alpha_t - \alpha_{t+1}$ (°).
0.......	−1,02	-
1.......	−1,44	0,42
2.......	−1,80	0,36
3.......	−2,10	0,30
4.......	−2,34	0,24
5.......	−2,54	0,20
6.......	−2,72	0,18

Les différences $\alpha_t - \alpha_{t+1}$ décroissent tout au long de la réaction, comme c'est le cas pour le saccharose en présence d'un excès de ferment.

2e *expérience* (Fructosane, 10^g %; Invertase, 2$^{cm^3}$ %, $l = 3^{dm}$; $\lambda = 5890$; $\theta = 16°$).

Temps (en quarts d'heure).	α_t (°).	$\alpha_t - \alpha_{t+1}$ (°).
0.......	−3,80	-
1.......	−4,40	0,60
2.......	−5,04	0,64
3.......	−5,68	0,64
4.......	−6,31	0,63
5.......	−6,82	0,51
6......	−7,24	0,42
7......	−7,60	0,36
8......	−7,92	0,32
9......	−8,22	0,30
13......	−9,20	0,98 : 4

3e *expérience* (Fructosane, 10^g %; Invertase, 1$^{cm^3}$ %; $l = 3^{dm}$; $\lambda = 5890$; $\theta = 17°$).

Temps (en quarts d'heure).	α_t (°).	$\alpha_t - \alpha_{t+1}$ (°).
0.......	−3,97	-
1.......	−4,28	0,31
2.......	−4,64	0,36
3.......	−5,02	0,38
4.......	−5,42	0,40
5.......	−5,83	0,41
6.......	−6,20	0,37
7.......	−6,54	0,34
8.......	−6,84	0,30
9.......	−7,14	0,30

Dans ces deux dernières expériences, non seulement les écarts entre deux lectures consécutives ne diminuent pas dès le début, mais on observe même, notamment dans l'expérience 3, une *augmentation* des différences $\alpha_t - \alpha_{t+1}$, ce qui fait augurer de l'existence d'un phénomène secondaire, comme cela se produit dans l'hydrolyse du saccharose par suite de la mutarotation du glucose; nous reviendrons sur ce point.

Indiquons enfin qu'en faisant agir, à titre de contrôle, sur une même solution de glucofructosane, des doses croissantes d'invertase, nous avons obtenu les chiffres ci-dessous pour les poids de sucre réducteur mis en liberté après une demi-heure :

Concentration en enzyme :	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	1
Réducteur en mg. dans 5$^{cm^3}$:	26	51	79	98	107	110	110

Il y a proportionnalité entre la concentration du ferment et la vitesse d'hydro-

lyse dans les trois premières solutions; la vitesse continue à croître ensuite, mais moins vite que la dose d'enzyme pour en devenir enfin indépendante.

L'hydrolyse des glucofructosanes de Narcisse et de Lycoris, celle de la synanthrine aussi, présentent, nous nous en sommes assurés, les mêmes caractéristiques.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action d'agents de dénaturation des protéides sur la biréfringence des cristaux de sérum-albumine*. Note de M. **Jean-Jacques Pérez**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

Une fraction de la sérum-albumine de Cheval peut être obtenue en cristaux relativement volumineux, atteignant jusqu'à $0^{mm},4$ de longueur et $0^{mm},07$ de largeur ([1]). Ces cristaux, de forme hexagonale, présentent une hémiédrie pyramidale et sont *biréfringents*.

Les dimensions de ces cristaux permettent l'étude de leurs propriétés optiques. Dans la présente Note, nous examinons l'action de quelques agents de dénaturation des protéides sur la forme et la biréfringence de ces cristaux.

Le pouvoir dénaturant de la température sur les protéides est bien connu. Pour étudier son action sur la biréfringence des cristaux de sérum-albumine, ceux-ci sont examinés dans leurs eaux-mères ([2]), entre lame et lamelle, celle-ci étant lutée pour éviter toute évaporation. La préparation est placée sur la platine chauffante d'un microscope polarisant, entre nicols croisés et l'on élève très lentement la température. A 80°, on voit disparaître en quelques minutes la biréfringence du cristal sans que sa forme et son aspect extérieur soient modifiés. D'autre part, on constate que, parallèlement à la disparition de la biréfringence, le protéide est dénaturé. En effet, au contraire des cristaux naturels, les cristaux chauffés jusqu'à disparition de la biréfringence ne se dissolvent pas dans l'eau distillée et il faut dépasser le pH de 9 pour parvenir à les dissoudre. De plus, après élimination de toute trace de sels par dialyse, l'albumine est devenue insoluble à son point isoïonique, ce qui est la définition même de la dénaturation. Ces cristaux chauffés, après dissolution à pH 9,3, ne peuvent plus être obtenus sous forme cristalline et cette inaptitude à cristalliser n'est pas la conséquence de la dissolution en milieu alcalin, car les cristaux non chauffés peuvent très bien être amenés à recristalliser après avoir été dissous au même pH.

Des agents dénaturants, comme l'acide trichloracétique et l'acide sulfosa-

---

([1]) Bonot, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 27, 1945, p. 495; J.-J. Pérez *in* Loiseleur, *Techniques de laboratoires*, Paris, 1947.

([2]) En général, le cristal d'un protéide n'est parfaitement cristallin que dans son eau-mère (D. P. Riley, *Symposium sur les protéines*, tenu à Liége en 1946.) L'eau-mère du cristal est une solution demi-saturée de sulfate d'ammonium.

licylique, ont une action comparable à celle de la température. C'est ainsi que pour une concentration de 3 % (dans les eaux-mères) en acide trichloracétique, le pouvoir biréfringent des cristaux disparaît en une demi-heure. Pour des concentrations plus élevées en acide trichloracétique, la perte de la biréfringence est beaucoup plus rapide et peut être suivie d'une désagrégation complète du cristal.

Que peut-on conclure de ces faits? La forme géométrique et la biréfringence ne suffisent pas à elles seules pour permettre d'affirmer la structure cristalline des particules ([3]). Les particules de protéide examinées pourraient être des pseudo-cristaux formés de molécules allongées, disposées parallèlement les unes aux autres et séparées par des couches d'eau ([4]). De telles particules seraient biréfringentes et l'élimination des couches d'eau par le chauffage suffirait à faire disparaître la biréfringence; or, suivant Sörensen ([5]), la dénaturation s'accompagne d'une déshydratation. Mais, s'il ne s'agissait que d'une perte d'eau sans modifications structurales, il semble que le phénomène devrait être reversible. Or, nous avons vu qu'il ne l'est pas, c'est-à-dire qu'on ne peut faire cristalliser à nouveau les cristaux ayant perdu leur biréfringence.

Il est donc beaucoup plus probable que la biréfringence des particules dépend de l'orientation des molécules suivant un réseau cristallin et que la disparition de cette biréfringence, ainsi que la dénaturation simultanée du protéide, résulte d'une désorganisation de ce réseau, d'un réarrangement moléculaire. S'il y a également déshydratation du protéide, on peut penser que ce réarrangement moléculaire conduit à l'apparition de groupements hydrophobes (Mirsky et Anson), puisque, comme on sait, la dénaturation ne paraît pas modifier le nombre des groupements polaires hydrophiles acides et basiques. Si l'on tient compte, en outre, comme l'avait déjà observé Mirsky ([6]), que les cristaux chauffés sont plus résistants aux agents chimiques que les cristaux naturels, on peut en conclure que ces changements structuraux s'accompagnent de l'apparition de formes nouvelles de liaison entre les molécules.

En résumé, certains agents de dénaturation des protéides font disparaître le pouvoir biréfringent des cristaux de la sérum-albumine. Ce fait semble en accord avec l'hypothèse que la dénaturation du cristal résulte de modifications structurales entraînant l'apparition de nouvelles fonctions et de nouvelles liaisons.

([3]) Seule une étude aux rayons X permettrait de résoudre cette question.

([4]) Suivant Perutz, le cristal d'hémoglobine serait formé de feuillets de protéide séparés de couches d'eau (*Nature*, **149**, 1942, p. 491; *Ibid.*, **156**, 1943, p. 714).

([5]) *C. R. Lab. de Carlsberg*, **12**, 1917.

([6]) *Science*, **93**, 1941, p. 285.

PHARMACOLOGIE. — *Action protectrice de la méthionine à l'égard de l'hyperplasie thyroïdienne d'origine sulfamidique*. Note (*) de MM. ALEXANDRE ASCHKENASY, GUY-JEAN ROLLAND et CLAUDE POLONOVSKI, transmise par M. Robert Courrier.

On sait (Mac Kenzie et Mac Kenzie 1942) que les sulfamides déterminent chez le Rat une hypertrophie des thyroïdes qui correspond histologiquement à une hyperplasie de l'épithélium glandulaire avec tarissement de la sécrétion colloïde.

Or, on connaît l'existence d'un antagonisme sulfamidés-méthionine en ce qui concerne l'action bactériostatique des sulfamides (Bliss et Long, 1941). Un tel antagonisme existe également à l'égard des modifications histologiques dues à l'intoxication sulfamidique. Ainsi, nous avons pu constater que la méthionine s'opposait à la production du goître sulfamidique : dix rats adultes (6 ♂ et 4 ♀) reçoivent un régime comportant 0,4 % de sulfadiazine, le plus goîtrigène des sulfamides, et seulement 4 % de caséine (1), ceci pour amplifier l'effet toxique des sulfamides. La moitié de ces rats reçoit en outre 0,3 % de *d*-l méthionine, l'autre moitié une quantité équivalente de glycocolle. Pendant les 46 premiers jours les aliments sont donnés *ad libitum* : les rats à la méthionine manifestent un appétit considérable et ingèrent une quantité presque double de nourriture et par conséquent deux fois plus de sulfadiazine mélangée à l'aliment.

Du 47e jour jusqu'à la fin de l'expérience, les rats à la méthionine ne reçoivent plus qu'une quantité d'aliments égale à celle qui est absorbée par les autres rats, mais en même temps, on leur administre un taux de méthionine identique à ce qu'ils absorbaient auparavant.

Le 103e jour, tous les rats sont tués par saignée, et leurs thyroïdes pesées et examinées histologiquement. Alors que le poids global des animaux se trouve réduit de $43,7 \pm 3,5$ % (2) dans le groupe à la sulfadiazine seule et seulement de $18,7 \pm 2,35$ % chez les rats à la méthionine, l'hypertrophie des thyroïdes est en revanche bien moindre chez la plupart de ces derniers ($0^g,079 \pm 0,013$, contre $0,122 \pm 0,016$), et le poids relatif des thyroïdes est de ce fait beaucoup plus bas, tout en restant très supérieur à celui des témoins, $0,054 \pm 0,017$ % de poids corporel chez les rats à la méthionine, contre $0,114 \pm 0,014$ dans le groupe sans méthionine et 0,016 % chez les témoins normaux.

Les altérations histologiques sont également beaucoup moins marquées chez

---

(*) Séance du 19 mai 1948.

(1) Caséine 4, fécule 80, mélange salin de Terroine 3, huile 5, sciure 4, extrait de malt 2, vitamines A, C, D, B_1, B_2, B_6, PP, pantothénate de Ca, choline.

(2) Erreur standard $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n(n-1)}}$.

tous les rats à la méthionine, à l'exception d'une femelle dont l'intoxication a été particulièrement avancée.

Chez les rats à la sulfadiazine seule, la thyroïde fortement hypertrophiée ne contient qu'un très petit nombre de vésicules normales. Les vésicules restantes présentent une lumière extrêmement réduite, entièrement vide ou contenant



Fig. 1.

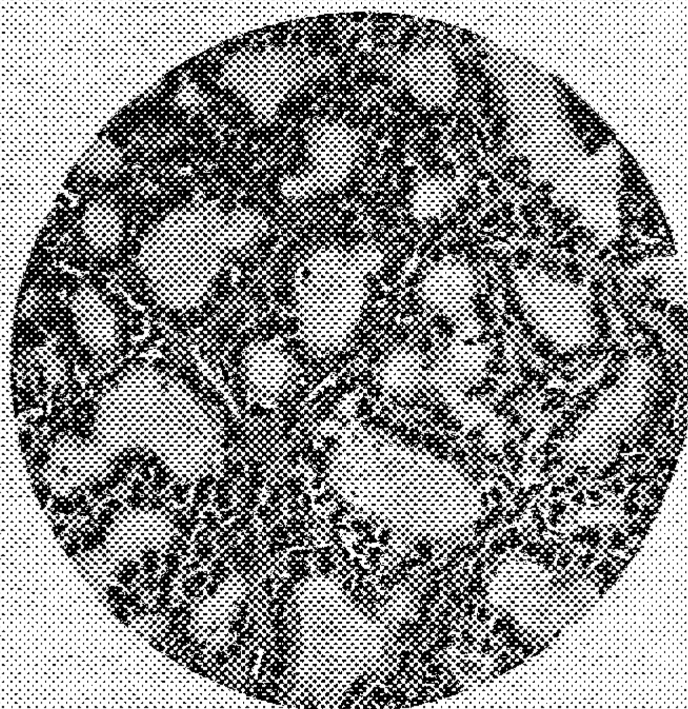


Fig. 2.

Fig. 1. — Thyroïde d'un Rat ayant reçu de la sulfadiazine seule. (× 350.)

Fig. 2. — Thyroïde d'un Rat ayant reçu de la sulfadiazine et de la méthionine. (× 350.)

quelques débris cellulaires ou bien peu de colloïde mal colorée et fortement vacuolaire. L'épithélium de ces vésicules est plus haut qu'un épithélium normal. En de nombreux endroits il n'existe pas trace de structure vésiculaire; elle est remplacée par des amas épithéliaux homogènes. Les travées conjonctives contiennent des capillaires gorgés de sang.

Chez les rats à la méthionine, la structure vésiculaire est conservée dans la totalité de la glande malgré l'hypertrophie encore considérable de cette dernière. Les vésicules sont même plus volumineuses que chez le Rat normal, et ceci aussi bien au centre qu'à la périphérie. L'épithélium est normal ou même aplati et la colloïde infiniment plus abondante que dans le groupe sans méthionine; elle est en général homogène avec peu de vésicules chromophobes. L'aspect est donc celui d'une thyroïde hypo-active.

La congestion est elle aussi bien moins accusée.

Ainsi l'effet protecteur de la méthionine est indiscutable, mais il n'est certes pas complet dans notre expérience; ceci tient probablement à ce que l'intoxication a duré trop longtemps. On doit également tenir compte du fait que pendant la phase de l'alimentation libre, les rats à la méthionine ont absorbé une quantité bien plus élevée de sulfadiazine que les autres rats, privés de l'action eupeptique de cet amino-acide.

Conclusions. — Chez les rats soumis à une intoxication prolongée par la sulfa-

diazine, la méthionine exerce un effet protecteur net à l'égard de l'hyperplasie parenchymateuse de la glande thyroïde et augmente notamment le taux de la colloïde intravésiculaire. Par un mécanisme qui reste encore à déterminer, la méthionine s'oppose donc à l'inhibition sulfamidique de la sécrétion thyroïdienne.

THÉRAPEUTIQUE. — *Traitement des souris tuberculisées, par de fortes doses de streptomycine.* Note (*) de MM. **Constantin Levaditi, Aron Vaisman** et **Robert Lévy**, présentée par M. Gaston Ramon.

Continuant nos recherches sur l'action thérapeutique exercée par la streptomycine chez les souris contaminées, par voie intraveineuse, avec la souche de bacilles tuberculeux H 512 (1^{mg} par souris de 20^{g}), nous avons recherché quelle pouvait être cette action si l'on traitait les animaux par 3000 U [dose supérieure à celle utilisée par nous jusqu'à ce jour (1)]. Les résultats enregistrés font l'objet de la présente Note.

Technique. — Une série de 38 souris est infectée comme il vient d'être dit. Un certain nombre servent de témoins, d'autres sont traitées comme il suit : *a.* administration quotidienne de 3000 U de streptomycine pendant 2 mois; *b.* arrêt de 12 jours, puis *c.* seconde cure journalière avec la même dose d'antibiotique pendant 23 jours (au total, 156oo U pour la première cure et 72000 U pour la seconde). Chaque animal a donc reçu en tout 228000 U par 20^{g} de poids.

Résultats. — *Souris témoins*, au nombre de 10. Tous les sujets, sauf un, sont morts entre le 26e et le 109e jour (avec un maximum vers les 75e et 109e jours). Leurs poumons offraient des altérations intenses et contenaient de nombreux bacilles tuberculeux (de +++ à ++++).

Souris traitées, au nombre de 28. Parmi elles, 12 ont succombé entre le 94e et le 109e jour. Les poumons de ces souris, à l'encontre de ceux des sujets témoins, présentaient des lésions très légères, consistant en de petites taches grisâtres non confluentes. Par contre, les 16 autres souris ont survécu (56 %); elles ont été sacrifiées le 111e jour.

Souris survivantes, au moment où on les a examinées toutes avaient gagné du poids; cette augmentation pondérale a varié entre 1 et 8^{g} (en moyenne 4^{g},6). Les modifications microscopiques des poumons étaient à peine marquées (entre +— — et +), et dans un cas seulement la rate présentait des signes de nécrose.

(*) Séance du 19 mai 1948.

(1) C. Levaditi et A. Vaisman, *Bull. Acad. Méd.*, **131**, 1947, p. 173, 457, 671; **132**, 1948, p. 65.

B. K. *dans les poumons.*

o..............	3		= 18,5 %
+ — — —......	7	44,5 %	= 75,5 »
+ — —.........	5	31 »	
+..............	1		= 6,0 »

Il s'agit donc d'une absence microscopique totale des bacilles tuberculeux dans 18,5 %, d'une paucibacillose à peine apparente (+ — — — à + — —) dans 75,5 %, et d'une bacillose légèrement accentuée (+) dans 6 % des cas. Chez tous les sujets les bacilles de Koch étaient, pour la plupart, dégénérés et inclus dans des éléments granulo-adipeux, dont le nombre variait d'un animal à l'autre. Ajoutons que par trois fois la rate, par deux fois les ganglions lymphatiques périphériques, contenaient de très rares bacilles acido-résistants.

Virulence. — Les poumons paucibacillaires de quatre de ces souris ont été inoculés, par voie sous-cutanée, à des cobayes. Les résultats ont tous été positifs, après une incubation de 29 et 30 jours.

Conclusions. — Chez 56 % *des souris tuberculisées, puis traitées par des doses élevées de streptomycine, atteignant au total* 228000 U *par animal de* 20^g, *et administrées en l'espace de* 111 *jours, les effets curatifs se sont révélés remarquables tant du point de vue de l'aspect des lésions pulmonaires, qu'en ce qui concerne la teneur de ces lésions en bacilles acido-résistants. Toutefois, malgré ces effets thérapeutiques, il n'a pas été possible de réaliser une stérilisation radicale des poumons, qui se sont montrés virulents pour le Cobaye.*

A 15^{h}50^m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Botanique, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Pierre-Augustin Dangeard.*

En première ligne...............	M. Raoul Combes.
En seconde ligne, ex æquo *et par ordre alphabétique*............	MM. Albert Goris. Lucien Plantefol.
En troisième ligne, ex æquo *et par ordre alphabétique*............	MM. André Guillaumin. Henri Humbert. Georges Mangenot.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance publique.

La séance est levée à 17^{h}20^m.

L. B.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 31 MAI 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** donne lecture du décret, en date du 26 mai 1948, publié au *Journal Officiel de la République Française*, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Robert Courrier**, pour occuper la place de Secrétaire perpétuel pour les Sciences physiques, vacante par le décès de M. *Alfred Lacroix*.

Sur son invitation, M. **Robert Courrier**, prend place au Bureau et s'exprime en ces termes :

Monsieur le Président, mes chers Confrères,

On ne pose pas de candidature aux fonctions dont vous avez voulu me charger : je n'ai rien sollicité, et la confiance que vous m'avez marquée ne m'en est que plus précieuse. Sans doute mon âge a-t-il été la seule raison de votre choix : le malheur est que je ne puisse vous assurer la perpétuité de ce mérite, car le pouvoir de la biologie n'est pas encore de recréer la jeunesse quand elle s'en va.

Je vous remercie d'une bienveillance qui me va droit au cœur, mais qui n'est pas sans m'inspirer de l'inquiétude. En me désignant pour un poste tellement honorable, vous m'imposez des devoirs dont je voudrais être sûr de m'acquitter à votre satisfaction.

L'exemple de mon prédécesseur me sera un soutien, il me commande en même temps beaucoup de modestie. Je ferai de mon mieux pour ne pas trop ajouter au regret que vous avez tous éprouvé en perdant votre illustre confrère M. Alfred Lacroix, dont le nom s'est si glorieusement inscrit dans les annales de la Science, et qui a veillé aux destinées de l'Académie avec tant de maîtrise, de fermeté et d'attentif dévouement. Je salue sa mémoire avec un infini respect.

Ce qui atténue mon appréhension aujourd'hui, c'est qu'en prenant place à ce bureau, je vais m'y trouver aux côtés d'un homme dont j'ai pu, comme vous tous, admirer la noblesse de sentiments, et dont la valeur et la renommée suffiront amplement pour deux.

Je vais donc me familiariser désormais avec le maniement délicat des rouages multiples et discrets qui constituent notre organisme académique. Je consacrerai à servir l'institution le meilleur de moi-même, et M. Pierre Gauja voudra bien, sans doute, me faire bénéficier, pour l'exécution de ma tâche, de sa longue expérience de Secrétaire-archiviste.

Au temps de sa jeunesse, l'Académie des Sciences se réunissait deux fois par semaine, le mercredi et le samedi. La totalité de ses seize membres y était convoquée. Mais l'usage était qu'on distinguât entre les Sciences mathématiques dont on s'occupait le mercredi, et les expériences de physique qui avaient lieu le samedi, et qui consistaient, selon le langage du temps, en manipulations de chimie et en travaux d'histoire naturelle. Il est résulté de cette double activité les deux divisions et les deux places de Secrétaires perpétuels.

Primitivement, il n'y avait cependant qu'un seul Secrétaire, dont l'une des fonctions était de prononcer semestriellement l'éloge des Académiciens disparus. C'était non seulement un acte de piété, mais aussi l'évocation d'œuvres fécondes dont il importait de garder la mémoire. Fontenelle et Condorcet ont excellé dans cette tâche. Plus près de nous, M. Alfred Lacroix a composé une galerie de portraits dont chacun sait la haute signification.

Ces souvenirs me tourmentent. Aussi, mes chers Confrères, soyez assez bons pour songer que je ne suis ni Fontenelle, ni Condorcet, ni Alfred Lacroix; et par une robuste santé, épargnez-vous les occasions de me mettre à l'épreuve.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur deux définitions de la longitude du périhélie.* Note de M. **Jean Chazy**.

Je veux comparer dans le mouvement elliptique deux définitions de la longitude du périhélie, et ceci successivement à un point de vue théorique et à un point de vue pratique.

1. La première est la définition classique, employée notamment par Le Verrier et Tisserand. La longitude du périhélie, soit ϖ, est la somme de la longitude du nœud dans le plan de référence, soit θ, et de l'angle dans le plan de l'orbite des rayons vecteurs du nœud et du périhélie, soit g, donc est la longueur d'un arc brisé :

$$\varpi = \theta + g. \tag{1}$$

Si le mouvement est troublé par une force dérivant de la fonction perturbatrice R, les six éléments classiques a, e, i, θ, ϖ, l_0 satisfont, selon la méthode de la variation des constantes, à six équations différentielles bien connues [1], soit S le système de ces équations, et dont nous transcrirons seulement les deux

[1] Tisserand, *Traité de Mécanique céleste*, 1, p. 169.

équations en $d\theta/dt$ et $d\varpi/dt$:

(2) $$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i}\frac{\partial R}{\partial i},$$

(3) $$\frac{d\varpi}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e}\frac{\partial R}{\partial e} + \frac{\tang\frac{i}{2}}{na^2\sqrt{1-e^2}}\frac{\partial R}{\partial i}.$$

Dans la seconde définition, la longitude du périhélie, soit ϖ_1, est dans le plan de l'orbite l'angle du rayon vecteur du périhélie avec un rayon vecteur fixe, et, si le mouvement est troublé, est l'intégrale de la vitesse angulaire du rayon vecteur du périhélie dans le plan de l'orbite osculatrice. Cette seconde longitude satisfait ainsi à la relation entre différentielles

(4) $$d\varpi_1 = \cos i \, d\theta + dg.$$

Des relations (1) et (4) on déduit la relation

$$d\varpi_1 = d\varpi - 2\sin^2\frac{i}{2}\,d\theta,$$

et, par combinaison des équations (2) et (3), on forme (²) l'équation en $d\varpi_1/dt$

(5) $$\frac{d\varpi_1}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e}\frac{\partial R}{\partial e},$$

où la dérivée $\partial R/\partial e$ a la même signification que dans l'équation (3). L'équation (5) est donc plus simple que l'équation (3), mais la comparaison des deux équations donne lieu aux remarques suivantes.

2. Au point de vue théorique, si par exemple la fonction perturbatrice R est une fonction donnée quelconque des trois coordonnées cartésiennes x, y, z et du temps t, le système différentiel S est un système d'ordre 6. Au contraire la position x, y, z et la vitesse $dx/dt, dy/dt, dz/dt$ du point mobile, qui s'expriment en fonction des six éléments $a, e, i, \theta, \varpi, l_0$, ne peuvent s'exprimer en fonctions explicites, ni implicites des six variables $a, e, i, \theta, \varpi_1, l_0$, et ces six variables satisfont à un système différentiel, non plus d'ordre 6, mais d'ordre 7.

Donnons un exemple analogue et plus simple. Soit l'équation différentielle du premier ordre

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y),$$

où f est une fonction donnée quelconque de x et y. La fonction z définie par la relation intégrable $dz = dy + dx$, d'où $z = y + x + k$, k désignant une cons-

(²) Cf. CHAZY, *La théorie de la Relativité et la Mécanique céleste*, 1, Paris, 1928, p. 169; TIERCY, *Comité national français d'Astronomie* (Réunions tenues à Paris en octobre 1946), Orléans, 1948, p. 116.

tante arbitraire, satisfait à l'équation du premier ordre

$$\frac{dz}{dx} = f(x, z - x - k) + 1.$$

Au contraire la variable z_1 définie par la relation $dz_1 = \cos x\, dy + dx$, relation non intégrable, satisfait au système différentiel d'ordre 2

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \qquad \frac{dz_1}{dx} = \cos x f(x, y) + 1,$$

qui ne peut être remplacé par une équation du premier ordre, mais dont l'intégration se ramène à l'intégration d'une équation du premier ordre suivie d'une quadrature.

3. En pratique l'ordre du système différentiel auquel appartient l'équation en $d\varpi/dt$ ou $d\varpi_1/dt$ n'importe pas, car on emploie ces équations le plus souvent pour obtenir une valeur approchée de la dérivée correspondante, en remplaçant aux seconds membres les six éléments a, e, i, θ, ϖ, l, par leurs valeurs à un instant $t = 0$, et en intégrant les expressions obtenues par rapport au temps. Dans cet emploi on constate que les seconds membres des équations (3) et (5) diffèrent par le terme $2\sin^2(i/2)(d\theta/dt)$, terme du second ordre par rapport à l'inclinaison i. Une telle différence est négligeable, sauf dans des calculs d'une précision exceptionnelle.

Rappelons notamment que cette différence a expliqué ([3]), dans la théorie des grosses planètes, un désaccord qui était apparu dans le mouvement de Mercure entre les résultats de Newcomb et ceux de Le Verrier, Hill, Doolittle. Les actions séculaires des sept autres planètes sur le périhélie de Mercure sont toutes des avances, et l'avance totale en un siècle, si l'on introduit le système des valeurs actuelles des masses, est respectivement de 529",40; 532",57; 529",2117, d'après les calculs de Le Verrier, de Newcomb et de Doolittle. Mais, tandis que Le Verrier et Doolittle comptent la longitude du périhélie selon la définition classique, Newcomb a adopté la seconde définition donnée plus haut, de sorte que pour la comparaison le nombre de Newcomb doit être corrigé de la valeur résultant en un siècle du terme $2\sin^2(i/2)(d\theta/dt)$, soit de — 3",35, donc doit être réduit à 529",22. La considération de ce terme du second ordre est donc essentielle; elle établit l'acord des trois calculs, au total et aussi dans le détail, et par différence donne une valeur précise de l'avance du périhélie de Mercure observée par rapport à l'avance calculée dans la théorie newtonienne des planètes.

([3]) Cf. *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1134.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la possibilité de mettre en évidence le moment magnétique propre des particules à spin.* Note de M. **Louis de Broglie**.

De récentes recherches de M. Jean Thibaud ont ramené l'attention sur la question de savoir s'il est possible de mettre en évidence le moment magnétique propre d'une particule de spin $1/2$ par des expériences où l'on peut attribuer des trajectoires à ces particules. Deux modes de raisonnement, l'un dû à M. Bohr (1) et faisant intervenir les incertitudes d'Heisenberg, l'autre dû à M. Pauli (2) et utilisant le passage des équations d'ondes de Dirac à l'approximation de l'optique géométrique, indiquent l'impossibilité de cette mise en évidence, mais il semble bien que ces raisonnements soient en défaut dans le cas de particules de très faible masse animées de vitesses voisines de celle de la lumière.

Nous reprendrons d'abord le premier type de raisonnement en envisageant un cas particulier et en utilisant des indications données récemment (3) par M. Thibaud. Soit un faisceau monocinétique parallèle des particules considérées, la vitesse des particules étant dirigée suivant Ox et les dimensions transversales du faisceau étant Δy et Δz. Les particules de charge ε et de masse propre m_0 sont soumises à l'action d'un champ magnétique partout parallèle au plan yOz. L'action laplacienne du champ sur la particule se traduit par l'existence suivant Oz d'une force égale à $(\varepsilon/c)vH_y$ tandis que l'action du gradient de champ sur le moment magnétique propre $\mathfrak{M}$ de la particule donne lieu suivant Oz à la force $\mathfrak{M}_z(\partial H_z/\partial z)$, force qui, compte tenu de la relation $\operatorname{div}\vec{H} = 0$, a pour valeur absolue maxima $(\varepsilon h/4\pi m_0 c)(\partial H_y/\partial y)$.

Mais le faisceau ayant une largeur Δy le long de Oy, la force laplacienne est affectée d'une incertitude égale à $(\varepsilon/c)v(\partial H_y/\partial y)\Delta y$ et, pour qu'on puisse mettre en évidence l'existence du moment magnétique propre, il faut que cette incertitude soit beaucoup plus petite que la force due au gradient du champ, ce qui conduit à l'inégalité

$$\Delta y \ll \frac{1}{4\pi}\frac{h}{m_0 v}. \tag{1}$$

Pour les particules de vitesse faible devant celle de la lumière, le facteur $h/m_0 v$ est égal à la longueur d'onde λ de l'onde associée, et la condition (1) entraîne alors l'intervention d'une diffraction intense qui ne permet pas d'attribuer une trajectoire à la particule. L'impossibilité annoncée en résulte.

---

(1) *Voir* par exemple l'exposé de M. Pauli dans *Le Magnétisme* (*Rapports et discussions du Conseil de Physique Solvay* de 1930, 1932, p. 220).

(2) *Helvetica Physica Acta*, 5, 1932, p. 179.

(3) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 482.

Mais pour une particule animée d'une vitesse βc voisine de c, l'inégalité (1) s'écrit

$$\Delta y < \frac{1}{4\pi}\frac{\lambda}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{2}$$

et comme $\sqrt{1-\beta^2}$ est très petit, on ne peut plus affirmer que Δy soit beaucoup plus petit que λ, ce qui fait tomber la conclusion précédente.

Il est curieux de remarquer, comme l'a fait M. Thibaud, que pour une particule de vitesse voisine de c, l'inégalité (1) impose à la fente qui délimite le faisceau une largeur Δy très inférieure à $h/m_0 c$, ce qui est pratiquement irréalisable pour des électrons ($\Delta y < 10^{-10}$ cm), mais cesserait de l'être pour des particules ayant des masses très inférieures à celle de l'électron.

Reprenons maintenant la même question à l'aide du second genre de raisonnement. Nous partons des équations du second ordre de la théorie de Dirac [1] supposée applicable à la particule considérée. Dans ces équations, nous ferons la substitution $\Psi_k = a_k e^{(2\pi i/h)S}$, les a_k étant complexes et lentement variables, puis nous poserons

$$\pi_4 = \frac{1}{c}\frac{\partial S}{\partial t} - \frac{\varepsilon}{c}V, \qquad \vec{\pi} = -\operatorname{grad} S - \frac{\varepsilon}{c}\vec{A}, \tag{3}$$

V et $\vec{A}$ étant respectivement le potentiel scalaire et le potentiel vecteur.

Pour pouvoir, après substitution de l'expression des Ψ_k, séparer les termes réels des termes imaginaires, nous allons appliquer à l'équation du second ordre de Dirac l'opérateur α_4, puis multiplier par a_k^* et sommer sur k. Nous obtenons ainsi à l'approximation de l'optique géométrique, c'est-à-dire en négligeant des termes provenant de la variation des a_k, les deux équations

$$\begin{aligned}(\pi_4^2 - \pi^2)\sum_k a_k^*\alpha_4 a_k = m_0^2 c^2 \sum_k a_k^*\alpha_4 a_k &+ \frac{\varepsilon h}{2\pi c}\sum_k a_k^*(h_x i\alpha_1\alpha_4 + h_y i\alpha_2\alpha_4 + h_z i\alpha_3\alpha_4)a_k \\ &+ \frac{\varepsilon h}{2\pi c}\sum_k a_k^*(H_x i\alpha_2\alpha_3\alpha_4 + H_y i\alpha_3\alpha_1\alpha_4 + H_z i\alpha_1\alpha_2\alpha_4)a_k,\end{aligned} \tag{4}$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\pi_4\sum_k \alpha_k^*\alpha_4 a_k\right) + \operatorname{div}\left(\vec{\pi}\sum_k a_k^*\alpha_4 a_k\right) = 0. \tag{5}$$

Interprétons d'abord l'équation (5). A l'approximation de l'optique géométrique (Mécanique ponctuelle), on a

$$\pi_4 = \frac{m_0 c}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad \vec{\pi} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad \sum_k a_k^*\alpha_4 a_k = \rho\sqrt{1-\beta^2}, \tag{6}$$

où ρ est la densité de probabilité de présence. Après suppression du facteur m_0,

---

[1] Voir par exemple LOUIS DE BROGLIE, *Électron magnétique*, Paris, 1934, p. 141, formule (30).

l'équation (5) s'écrit

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\vec{v}) = 0. \tag{7}$$

C'est l'équation de continuité bien connue qui exprime la conservation de la probabilité de présence.

Pour interpréter l'équation (4), nous considérerons, comme nous pouvons le faire à l'approximation de l'optique géométrique, un paquet d'ondes de très petites dimensions à l'intérieur duquel π_4, π et H sont sensiblement constants et en supposant nul le champ électrique $\vec{h}$, nous obtiendrons en intégrant dans l'espace

$$\pi_4^2 - \pi^2 = m_0^2c^2\left[1 + \frac{2}{m_0c^2\sqrt{1-\beta^2}}(\vec{H}.\vec{\mathfrak{M}})\right], \tag{8}$$

$\vec{\mathfrak{M}}$ étant le moment magnétique propre de la particule. L'importance du second terme dans le crochet dépend essentiellement de la valeur du facteur $\varkappa = \varepsilon h/4\pi m_0^2c^3$ qui, pour l'électron a la très petite valeur 10^{-14}. Donc, si β n'est pas très voisin de 1, il n'est pas possible de mettre en évidence le moment magnétique de l'électron par l'observation de sa trajectoire dans un champ magnétique inhomogène. Il peut en être autrement si β est voisin de 1 et aussi par des particules telles que le facteur $\varkappa$ prenne une plus grande valeur. Nous retrouvons les conclusions précédentes.

Revenons au faisceau de particules envisagé au début de cette Note. On peut en ce cas poser $V = A_y = A_z = 0$, $H_z = \partial A_x/\partial y$, $H_y = -\partial A_x/\partial z$. Dans le premier membre de (8), en négligeant les termes en A_x^2, on trouve un terme $(2\varepsilon/c)(m_0v/\sqrt{1-\beta^2})A_x$ qui correspond à l'action laplacienne du champ magnétique sur la charge en mouvement, tandis que l'action du champ sur le moment magnétique fait apparaître au second membre le terme $(2m_0/\sqrt{1-\beta^2})(\varepsilon h/4\pi m_0c)H_z$ si le moment magnétique propre est dirigé suivant Oz. En exprimant que l'incertitude sur le terme laplacien est beaucoup plus petite que le terme contenant le moment magnétique, on retombe sur l'inégalité (2).

Les deux méthodes de raisonnement nous paraissent donc conduire aux conclusions suivantes. Pour des électrons lents, il est impossible de mettre en évidence par des expériences faisant appel à la notion de trajectoire le moment magnétique propre. Pour des électrons extrêmement rapides, il n'y a plus d'impossibilité théorique, mais il y a toujours impossibilité pratique. Par contre, l'impossibilité n'existerait plus pour des particules de masse très faible (par rapport à celle de l'électron) animées de vitesse voisine de celle de la lumière.

RADIOÉLECTRICITÉ. — *Mise en évidence d'une action solaire sur les régions ionisées de la haute atmosphère.* Note (*) de MM. **Pierre Lejay**, **André Haubert** et Mlle **Jeanne Durand**.

La corrélation entre les variations de fréquence critique à la verticale donnée par les sondages ionosphériques d'une part, l'activité solaire et l'activité magnétique d'autre part, a déjà fait l'objet de nombreuses études (1) qui ont mis en lumière une relation certaine, bien qu'encore assez mal définie dans le détail.

Si, au lieu de comparer, comme on l'a fait jusqu'ici, des valeurs moyennes, on porte sur un graphique, d'heure en heure, les écarts entre la fréquence critique observée en une station, et sa « valeur normale » (que nous identifierons avec la moyenne des valeurs observées à la même heure pendant un mois), on constate :

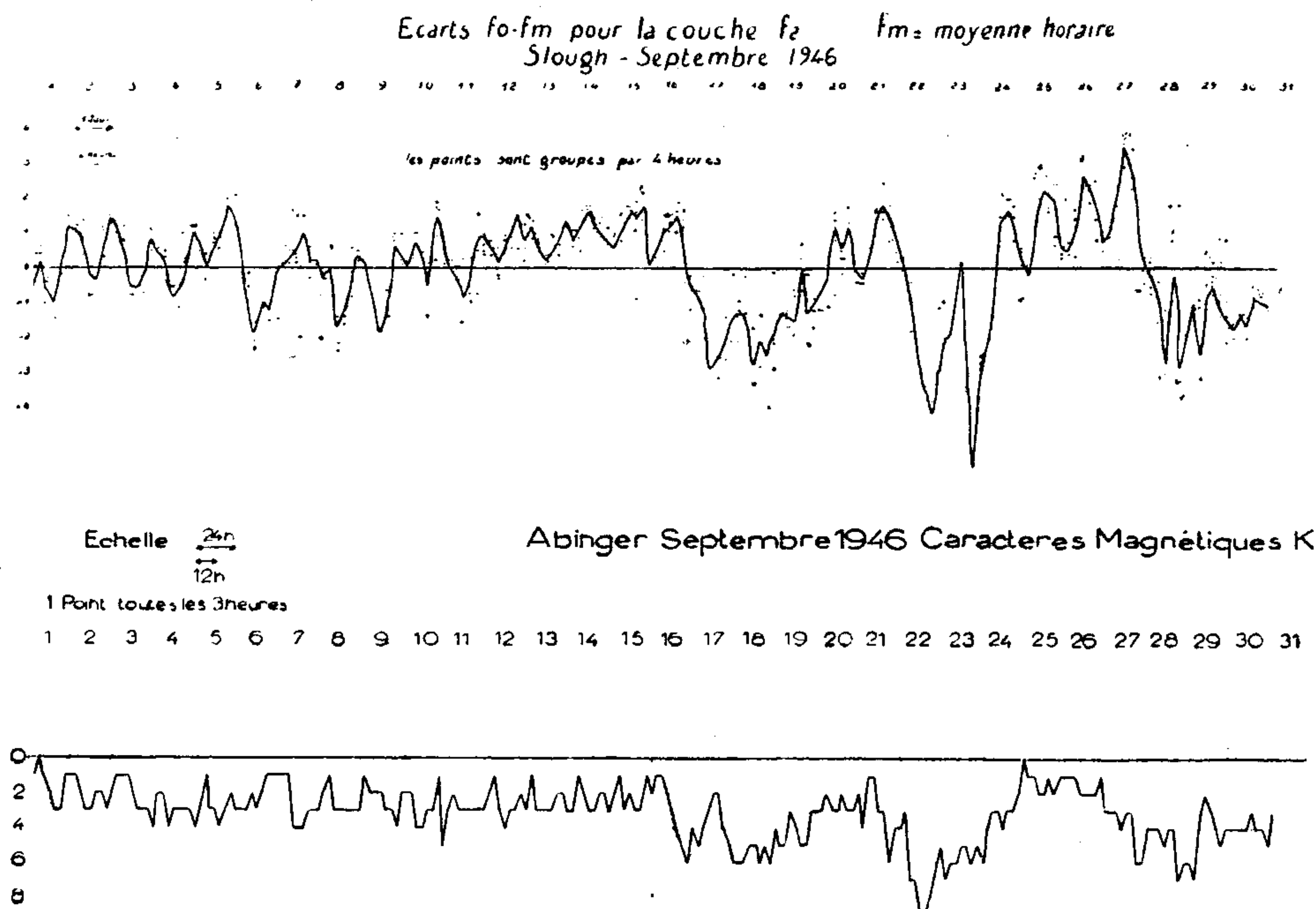


Fig. 1.

1° des variations lentes (périodes de l'ordre de plusieurs jours) dont les amplitudes notables (± 3 Mc/s et plus) s'observent aux jours d'activité magnétique maximum (*fig.* 1): 17, 18, 22, 23 et 28 septembre (2);

(*) Séance du 24 mai 1948.

(1) Berkner et Seaton, *Ter. Magn.*, décembre 1940, p. 393 et 419.

(2) Berkner, Wells et Seaton, *Ter. Magn.*, septembre 1939, p. 283.

2° des variations diurnes d'amplitude moindre (± 1 ou 2 Mc/s) se superposant aux premières. Il est remarquable que les écarts ainsi constatés sont, en général, maximum en valeur absolue au milieu du jour. Le phénomène est d'autant plus net que la perturbation est plus grande et plus régulière (*fig.* 1 : maxima des 24, 25, 26 septembre 1947; minima des 17, 18 septembre ou *fig.* 2 : minima des 5, 7, 10, 18, 19, 22 septembre).

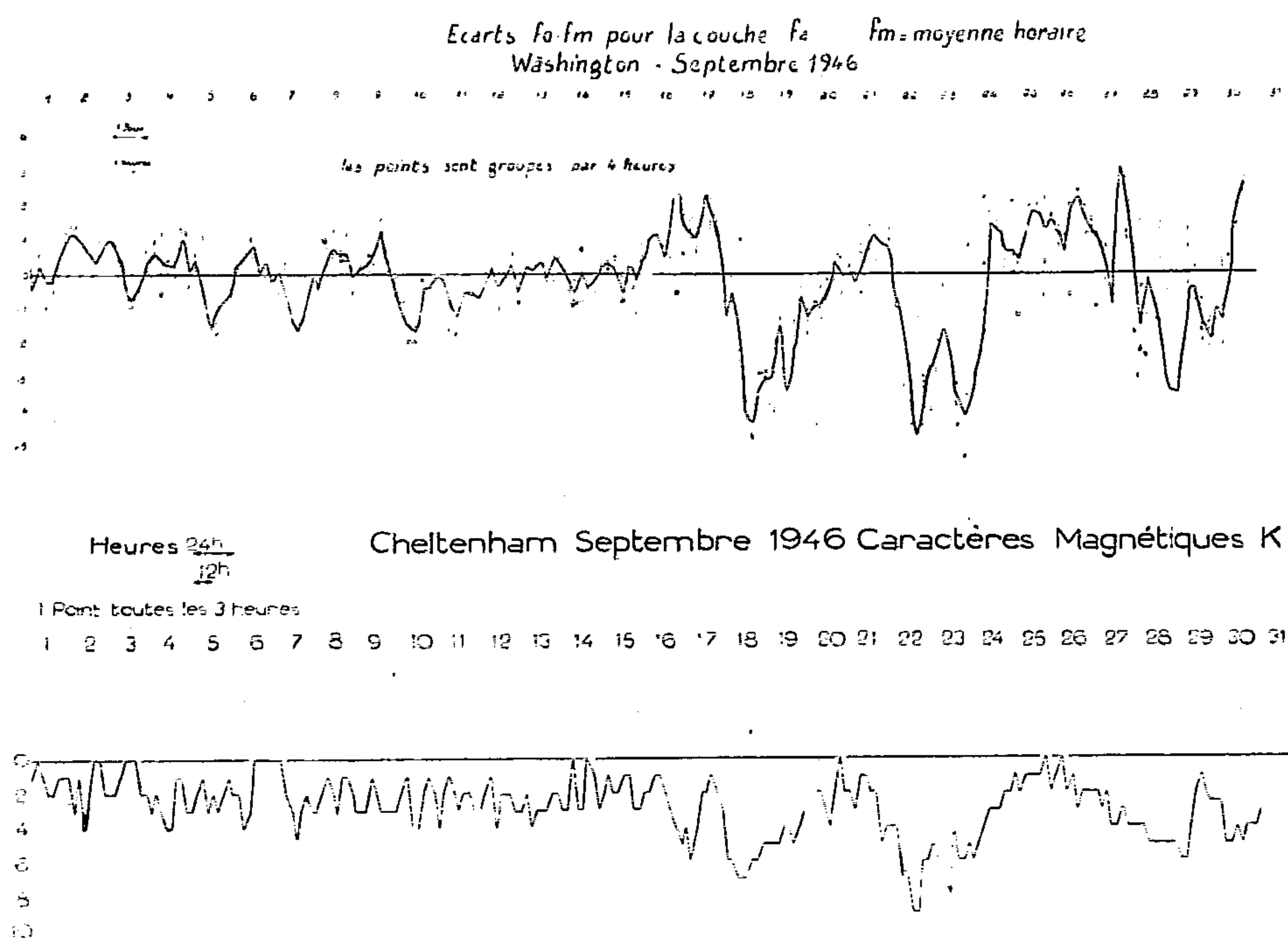


Fig. 2.

Les écarts correspondant aux tempêtes magnétiques sont, en général, de même sens en des stations éloignées (comparer les écarts à Slough, Angleterre, et Washington, le 18 septembre et les 22-23 septembre). On remarque, cependant, l'exception du 17 septembre où la fréquence critique est maximum à Washington et minimum à Slough.

Le fait que les fréquences observées sont beaucoup plus faibles au milieu du jour, lorsque la cause ionisante est déficiente (fréquences critiques basses), et qu'elles sont beaucoup plus élevées, au milieu du jour, lorsque la cause ionisante est exaltée (fréquences critiques élevées), suggère une action quasi-instantanée du Soleil.

La variation diurne constatée serait due à un rayonnement. Il faut remarquer, cependant, que les effets à quelques heures d'intervalle, en deux stations éloignées, ne sont pas *toujours* de même sens. Ainsi l'on voit sur les figures 1 et 2 que, du 4 au 9 septembre, les écarts sont de sens inverses à Washington et

à Slough, bien que, dans les deux stations, on constate un maximum ou un minimum vers midi. La dissymétrie de position de ces stations par rapport au pôle magnétique pourrait être invoquée, mais une telle explication demanderait évidemment à être précisée.

PHOTOGRAMMÉTRIE. — *Formation de l'image plastique dans les appareils de restitution.* Note (*) de M. **Georges Poivilliers.**

Le premier problème à résoudre pour l'exécution de levés de terrain, en partant d'un couple de photographies aériennes, est celui de la détermination des douze paramètres qui fixent la position des deux faisceaux perspectifs que définissent les deux photographies. Par suite des mouvements de l'avion la détermination directe de ces douze paramètres ne peut pas être effectuée avec une précision suffisante, on en connaît toutefois des valeurs approchées. Pour sa résolution, le problème est fractionné :

L'opérateur cale d'abord les deux photographies sur l'appareil de restitution de façon à pouvoir viser simultanément les deux images de tous les points du terrain. Ce calage assure la rencontre de tous les couples de rayons homologues des deux faisceaux respectifs. L'ensemble de ces points d'intersection définit une surface théoriquement semblable à celle du terrain photographié (1). Cette surface est l'*image plastique*. L'opération ne nécessite pas la connaissance de la position de points du terrain; elle dépend de cinq paramètres.

Un sixième paramètre est la distance des deux points de vue, il détermine l'échelle. L'image est ensuite orientée, par modification du calage des photographies, de telle façon que les images des surfaces de niveau du terrain soient parallèles au plan des xy de l'appareil de restitution. L'orientement planimétrique est assuré par le calage de la feuille sur laquelle doit être effectué le tracé. Ces opérations nécessitent la connaissance de la position d'un certain nombre de points du terrain.

Dans le cas où les photographies utilisées font partie d'une bande rectiligne dans laquelle deux vues successives se recouvrent de plus de moitié, un couple quelconque peut être mis en place, comme il vient d'être indiqué. Pour un couple voisin il n'est plus nécessaire de connaître de points. La position de l'un des faisceaux perspectifs étant en effet connue, il suffit de former l'image plastique en calant la nouvelle photographie sans toucher à l'ancienne, puis de régler l'échelle de façon à conserver la hauteur du point de vue de celle-ci au-dessus du terrain. Si tout était parfait, on pourrait restituer ainsi, par *cheminement*, toute la bande de photographies en s'appuyant seulement sur des points du terrain situés dans un seul couple.

Dans la méthode usuelle de formation de l'image plastique on assure, par tâtonnements raisonnés, la visée simultanée des deux images de quelques points particuliers du terrain situés dans chacun des plans normaux à la base à ses extrémités. Ces conditions restrictives sur la position des points utilisés rendent longue et délicate la formation de l'image plastique dans le cas d'un terrain accidenté ou d'un couple de forme irrégulière. L'appréciation de la visée simultanée de deux images homologues est limitée par l'acuité visuelle de l'opé-

(*) Séance du 24 mai 1948.

(1) Sauf dans certains cas particuliers de forme du terrain G. Poivilliers, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p, 1845.

rateur; les rayons perspectifs ne se rencontrent donc pas rigoureusement, d'où des erreurs sur la position relative des deux faisceaux et des défauts de similitude entre l'image plastique et le terrain. L'importance des erreurs de position relative est considérable dans le cheminement, car elle se répercute sur tous les couples qui suivent. Les tâtonnements imposent un effort de réflexion aux opérateurs.

La méthode exposée ci-après permet de former l'image plastique sans tâtonnements, sans restrictions sur le relief du terrain ou sur la forme du couple et en réduisant au minimum les erreurs provenant de la limite de l'acuité visuelle. Elle permet, en outre, de diagnostiquer les déformations accidentelles des faisceaux perspectifs si nuisibles à la précision des cheminements photogrammétriques aériens.

Considérons deux faisceaux perspectifs d'une même surface rapportée à un système de coordonnées trirectangulaires dont l'origine soit l'un des sommets S_1, l'axe des x étant dirigé vers l'autre sommet S_2. Dans une translation du faisceau 2 suivant l'axe des x, tous les couples de rayons homologues continuent à se rencontrer; mais l'échelle de la figure change. Dans tout autre déplacement relatif de ces faisceaux des couples de rayons homologues ne se rencontrent plus; mais chaque couple intercepte sur une parallèle à l'axe des y un vecteur $\overline{M_1 M_2}$ (*parallaxe transversale*) dont la valeur λ est fonction à la fois des coordonnées x, y, z du point M_1 et des défauts de position relative des deux faisceaux. Deux cas peuvent être considérés.

Dans le premier, les défauts de position relative sont dus à une variation d'orientement de chacun des faisceaux, qui peut être considérée comme la somme de trois rotations d'amplitude α_1, β_1, γ_1 et α_2, β_2, γ_2 autour d'axes parallèles aux directions respectives des y, x et z passant par leurs sommets. Les rotations β_1 et β_2 ayant lieu autour du même axe n'interviennent que par leur différence $\beta = \beta_2 - \beta_1$.

Dans le second cas (cheminement), le défaut de position relative est dû aux déplacements du seul faisceau 2. Ce déplacement peut être défini par trois paramètres de rotation α'_2, β, γ'_2 et par deux paramètres dy et dz de position du point de vue.

Les expressions de la parallaxe transversale λ en fonction de ces divers paramètres sont faciles à déterminer lorsque la valeur de ceux-ci est assez faible pour que les petites quantités du deuxième ordre qui leur correspondent soient négligeables. Ces expressions sont :

$$(1)\qquad \lambda = \frac{y}{z}x\alpha_1 + x\gamma_1 + \frac{y^2+z^2}{z}\beta + \frac{y}{z}(B-x)\alpha_2 + (B-x)\gamma_2,$$

$$(2)\qquad \lambda = -\frac{y}{z}dz + dy + \frac{y^2+z^2}{z}\beta + \frac{y}{z}(B-x)\alpha'_2 + (B-x)\gamma'_2.$$

B (*base*) est la valeur de l'abscisse du point S_2. La parallaxe transversale λ peut

être mesurée sur l'appareil de restitution en opérant une translation sur l'un des deux faisceaux dans la direction des y jusqu'à ce que la visée simultanée des deux images du point considéré soit possible. Cette mesure peut être répétée plusieurs fois pour un même point, la moyenne est pratiquement exempte des erreurs accidentelles de visée.

En opérant sur cinq points du couple on peut former cinq équations linéaires du type (1) ou (2), qui permettent de déterminer les erreurs de calage. La précision est améliorée si l'on utilise un nombre surabondant de points, mais le calcul est long. Il peut être réduit considérablement en remarquant que les expressions (1) et (2) peuvent être mises sous la forme

$$\lambda = \frac{y^2+z^2}{z}\beta + \frac{y}{z}p + q, \tag{3}$$

dans lesquelles p et q sont des inconnues auxiliaires fonctions linéaires de x

$$p = x\alpha_1 + (B - x)\alpha_2 = -dz + (B - x)\alpha'_2,$$
$$q = x\gamma_1 + (B - x)\gamma_2 = dy + (B - x)\gamma'_2.$$

En groupant les points dans des plans normaux à l'axe des x, on détermine des valeurs de p et de q correspondant à ces valeurs particulières de x. Ces plans peuvent être choisis arbitrairement et en aussi grand nombre que l'on veut. Les valeurs de p et de q, portées en ordonnées sur un graphique, doivent être alignées sur deux droites P et Q dont les ordonnées aux points d'abscisse $x = O$ et $x = B$ ont respectivement pour valeur

$$p_0 = B\alpha_2 = B\alpha'_2 - dz, \qquad p_B = B\alpha_1 = -dz,$$
$$q_0 = B\gamma_2 = B\gamma'_2 + dy, \qquad q_B = B\gamma_1 = dy.$$

Les droites P et Q doivent être tracées de façon à passer au mieux par l'ensemble des points correspondants. Ces points sont affectés d'un poids dont la valeur est d'autant plus grande que la section du terrain par le plan considéré s'écarte plus du cercle d'indétermination.

Dans le cas d'une déformation des faisceaux perspectifs, les points ne sont plus alignés. Si la déformation est systématique, les droites sont remplacées par les courbes identiques. Une anomalie accidentelle est décelable par une courbure anormale.

La méthode est applicable même en terrain montagneux. Elle permet l'exploitation de couples tronqués, tels des couples comprenant le rivage de la mer ou d'un lac. Elle ne nécessite aucun effort intellectuel de la part des opérateurs.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Constitution des peroxydes de Julian.* Note (*) de MM. **Charles Dufraisse, André Étienne** et **Jean Rigaudy.**

Les photooxydes sont des corps formés par addition d'oxygène à un méso-noyau d'acène, sous l'influence de la lumière; ils ont une constitution endoperoxydique (I) ([1]). Des expériences minutieuses ([2]) ont montré que cette oxydation était spécifiquement photochimique. Aussi notre attention a-t-elle été vivement attirée par d'importantes publications de Julian ([3]) où l'auteur et ses collaborateurs décrivent des peroxydes d'anthranols mésosubstitués à constitution endoperoxydique (II) et formés apparemment sans intervention de la lumière.

Ayant signalé de bonne heure ces intéressants composés, nous avions déjà émis un doute quant à leur structure ([4]). Les recherches que nous avons entreprises à ce sujet nous permettent aujourd'hui d'être plus catégoriques : les peroxydes de Julian sont, non pas des endoperoxydes (II), mais des hydroperoxydes (III), dans la formation desquels la lumière ne joue évidemment aucun rôle. Nous en avons fait la démonstration pour l'un d'entre eux, celui qui correspond au phénylanthranol (IV) ou à son tautomère, la phénylanthrone (V); on doit lui attribuer maintenant la formule (VII). Ceci a été établi de plusieurs manières, parmi lesquelles la plus immédiate et la plus frappante nous paraît être la synthèse de ce corps par l'une des réactions classiques de formation des hydroperoxydes, c'est-à-dire l'action du perhydrol en présence d'alcali sur le dérivé halogéné correspondant, la phénylchloranthrone (VIII). Comme rien n'autorise à penser que la structure normale de l'hydroperoxyde (VII) ait pu se transposer en structure endocyclique (VI), plus tendue, donc certainement moins stable, cette formation suffirait déjà à elle seule à faire admettre la formule ouverte pour le peroxyde de Julian.

D'autre part, les faits que Julian avait présentés à l'appui de ses vues ne permettent pas de maintenir ses anciennes conclusions. Tel est, entre autres, le passage par réduction du peroxyde à l'hydroxyphénylanthrone (IX), qui

---

(*) Séance du 3 mai 1948.

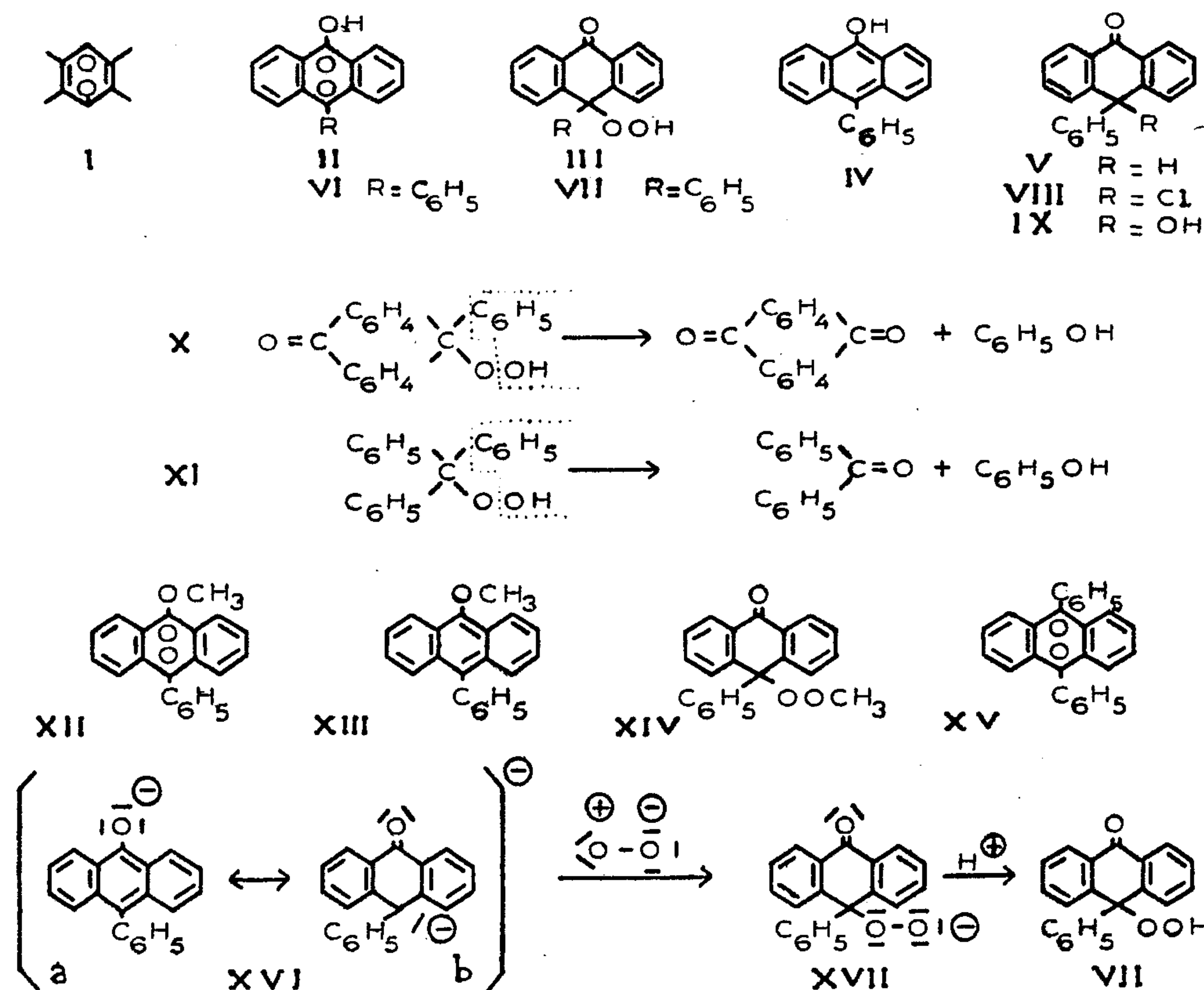
([1]) Ch. Dufraisse, *Bull. Soc. Chim.*, (5), 3, 1936, p. 1863; Ch. Dufraisse et L. Gillet, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 191.

([2]) Ch. Dufraisse, M. Badoche et C. L. Butler, *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 344; Ch. Dufraisse, J. Le Bras et A. Allais, *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 383.

([3]) P.-L. Julian et A. Magnani, *J. Am. Chem. Soc.*, 56, 1934, p. 2174; P.-L. Julian et W. Cole, *J. Am. Chem. Soc.*, 57, 1935, p. 1607; P.-L. Julian, W. Cole et G. Diemer, *J. Am. Chem. Soc.*, 67, 1945, p. 1721; P.-L. Julian, W. Cole et E. W. Meyer, *J. Am. Chem. Soc.*, 67, 1945, p. 1724.

([4]) Ch. Dufraisse, *Bull. Soc. Chim.*, (5), 3, 1936, p. 1863. Le même doute a été exprimé depuis par W. Bergmann et M. J. Mac Lean, *Chem. Reviews*, 28, 1941, p. 391.

s'explique ici de lui-même. Telle est, encore, la scission pyrolytique (X) en anthraquinone et phénol, qui s'explique mieux avec la structure hydroperoxydique et lui apporte même un complément de preuve : elle n'est rien d'autre, en effet, que la pyrolyse d'un hydroperoxyde du type triarylméthy-



lique, toute semblable à celle (XI) de l'hydroperoxyde de triphénylméthyle $(C_6H_5)_3COOH$, en phénol et benzophénone ([5]), c'est-à-dire suivant le type même observé par Julian.

Une autre confirmation de l'exactitude de la formule hydroperoxydique (VII) pour le peroxyde nous fut apportée par des considérations d'isomérie. En effet, la formule endocyclique proposée par Julian représente le photooxyde hypothétique du phénylanthranol; si cette formule était exacte, les dérivés du peroxyde devaient également être des photooxydes, en particulier son éther méthylique devait s'identifier au photooxyde de phényl-9 méthoxy-10 anthracène (XII). Or la méthylation du peroxyde de Julian dans des conditions douces a conduit à un produit incolore, $C_{21}H_{16}O_3$ (F_{inst} 149-150°), qui ne peut en rien être confondu avec le photooxyde de phényl-9 méthoxy-10 anthracène

([5]) H. WIELAND et J. MAIER, *Ber.*, 64, 1931, p. 1205.

obtenu par la voie normale, c'est-à-dire la photooxydation du phényl-6 méthoxy-10 anthracène (XIII). Ce photooxyde ([6]), $C_{21}H_{16}O_3$, qui se présente en cristaux incolores ($F_{déc.\,inst.}$ 225°) s'apparente à tous les photooxydes de la série monoarylée, étudiés par Ch. Dufraisse, L. Velluz et Mme L. Velluz ([7]). On ne peut que lui attribuer la structure (XII); en conséquence l'éther méthylique doit se voir assigner la structure (XIV) dérivant normalement de la formule sans oxygène pontal (VII), qui est celle du peroxyde de départ.

Enfin, une dernière preuve, plus décisive encore que les précédentes, en faveur de la formule hydroperoxydique ressort de la comparaison des spectres d'absorption dans l'U.V. du peroxyde étudié et de son éther méthylique (XIV), avec ceux de corps apparentés : hydroxyphénylanthrone (IX), photooxyde de phénylméthoxyanthracène (XII), et enfin, comme corps de référence, le photooxyde de diphénylanthracène (XV). Le peroxyde de Julian (VII) et son éther méthylique (XIV) ont des spectres d'absorption très différents de ceux des peroxydes transannulaires [photooxydes (XII) et (XV)], mais, au contraire, sensiblement identiques à celui de l'hydroxyphénylanthrone (IX); ils doivent donc avoir le même squelette que ce dernier corps, c'est-à-dire être pourvus d'un carbonyle et non pas d'un pont peroxydique transannulaire.

Ayant ainsi démontré que le peroxyde n'a pas la forme transannulaire (VI), on pouvait malgré tout se demander s'il ne provenait pas de celle-ci par isomérisation; ainsi la question de structure ne se posant plus, le problème de la formation non photochimique des peroxydes transannulaires restait encore en suspens. Il importait donc de s'intéresser au mécanisme de cette autoxydation.

Julian préparait le phénylanthranol (IV) par hydrolyse du sel magnésien, mais cette technique compliquée ne se justifie pas dans ce cas, car nous avons constaté que l'énolisation directe de la phénylanthrone (V), par dissolution à chaud dans une solution alcaline suivie d'une précipitation par les acides, donne un phénylanthranol aussi facilement oxydable que lorsqu'il provient du procédé de Julian. Les meilleurs résultats ont même été obtenus tout simplement par oxydation de la solution alcaline.

Cette dernière observation, rapprochée de l'autoxydation des solutions alcalines d'anthrahydroquinone ([8]), nous a suggéré un mécanisme de cette singulière oxydation non photochimique : ce qui s'oxyderait ce serait, non pas la molécule entière (IV), mais l'anion (XVI). Cet anion, en état de mésomérie, peut réagir sous l'une quelconque de ses formes limites (par exemple XVI *a* et *b*), sans égards à la structure dont il provient. Ce serait la forme limite (XVI *b*) qui capterait l'oxygène en donnant l'anion (XVII); celui-ci se stabiliserait

---

([6]) L'étude de ce corps avait été commencée avec M. Szewczyk, qui a dû l'abandonner.

([7]) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 327; *Bull. Soc. Chim.*, (5), 4, 1937, p. 1260.

([8]) Ch. Dufraisse et R. Priou, *Bull. Soc. Chim.*, (5), 6, 1939, p. 1649.

alors en reprenant le proton pour passer à l'hydroperoxyde (VII). Ainsi s'expliquerait pourquoi le peroxyde se rattache à la forme anthrone (V), bien que celle-ci ne soit pas autoxydable.

Cette interprétation, qui nous paraît la plus vraisemblable, exclut l'hypothèse d'un intermédiaire endoperoxydique de l'autoxydation. Par suite, la structure transannulaire des peroxydes des acènes doit être considérée, jusqu'à ce jour, comme d'origine uniquement photochimique.

Enfin, on a remarqué au passage une isomérie entre photooxyde (XII) et peroxyde d'origine non photochimique, du type classique (XIV), c'est, pensons-nous, le premier exemple d'isomérie de cette sorte.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur un cas d'entraînement d'un liquide visqueux.* Note de M. **Georges Bouligand**.

1. Appelant mouvement (μ) celui qu'introduit le numéro 1 de ma précédente Note (N), je reprends la décomposition de (μ) en un *transfert longitudinal* et un *courant* dans la section méridienne S du plan xOz [1]. J'écris pour ce courant le système (s) vérifié par les composantes u, w de la vitesse; prenant la densité et le coefficient de la viscosité égaux à 1, appelant D la dérivée particulaire, Δ l'empreinte sur xOz du laplacien spatial d'un champ de révolution, j'obtiens (s) sous la forme

$$Dw - \Delta w + \frac{\partial \Pi}{\partial z} = 0, \qquad Du - \left(\Delta u - \frac{u}{r^2}\right) + \frac{\partial \Pi}{\partial r} = \frac{v^2}{r}.$$

Par rapport au récipient annulaire R supposé fixe, (s) donne un (μ') à symétrie axiale, s'effectuant dans la section, sous réserve d'y prendre une force mixte de viscosité de composantes ($\Delta u - r^{-2}u$, Δw) et d'introduire à côté du gradient de Π (englobant avec celui de la pression la force extérieure, supposée conservative et uniforme dans R) la force non conservative ($r^{-1}v^2$, 0).

Il faut exprimer que les composantes u, w de la vitesse de (μ') s'annulent au contour C de S. Par suite, lorsqu'on recherche la fonction de courant ψ, il faut prendre, parmi les solutions de l'équation du quatrième ordre

$$r\mathcal{N}_\varepsilon(\psi) = \frac{\partial}{\partial z}(v^2),$$

qui s'annulent initialement, une solution qui s'annule sur C ainsi que sa dérivée normale pour t positif quelconque. D'où, sous réserve de l'unicité de cette solution, le système final (F)

$$\psi = \Psi_v(P, t), \qquad v(P, t) + \frac{1}{2\pi}\iint \left[\frac{\partial v}{\partial t} - \frac{1}{r^2}\frac{D(vr, \psi r)}{D(r, z)}\right]_M G(M, P)\, dS_M,$$

(1) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1571.

où G est la fonction de Green pour l'opérateur elliptique $(\Delta - r^{-2})$ et où la notation Ψ_v rappelle que ψ dépend à chaque instant de l'ensemble des valeurs de v dans S.

Sur ce schéma se greffent diverses questions, dont l'approximation d'une solution de (F) pour une $f(t)$ suffisamment régulière et un ε assez petit [*a priori*, l'existence pour (F) de solutions qui, faute de certaines dérivées, ne satisfont pas aux équations de Navier n'est pas exclue]. On voit qu'en prenant ε *de carré négligeable*, on n'a pas à modifier l'expression de v obtenue dans (N). L'opérateur Δ se réduit ici au laplacien et l'opérateur $\mathcal{N}_\varepsilon$ à $\mathcal{F}(\Delta)$, où $\mathcal{F}$ est l'opérateur de Fourier pour le plan. On est alors conduit à calculer ψ comme solution, initialement nulle, d'une équation de la forme

$$\psi_P + \frac{1}{2\pi}\iint_S \left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)_M \Delta_M \mathcal{B}(M, P)\, dS_M = \varepsilon\,\mathcal{A}_v(P, t),$$

où $\mathcal{B}$ est la fonction de Green du problème biharmonique classique et où $\mathcal{A}$ se déduit des valeurs de v dans S à l'instant t. Il resterait à préciser le mode de voisinage de la solution de ce problème annexe avec celle du problème principal.

2. Devant ces points à élucider, doit-on renoncer à établir des propriétés de (μ), entre autres ses caractères limites quand t croît indéfiniment, quand par exemple $f(t)$ croît en restant bornée? Ici des possibilités subsistent du fait que le symbolisme ci-dessus émane d'un stade de particularisation non exigé par la validité de certains résultats. Envisageons par exemple la question de décider si dans le mouvement déduit de (μ) *en rapportant* (L), non plus aux axes primitifs, mais *à la paroi du récipient*, l'énergie cinétique W a la propriété de tendre vers zéro sous l'influence de la viscosité.

Le théorème des forces vives justifie cette conclusion d'amortissement global (c'est-à-dire sans préjuger du devenir de la vitesse relative d'une particule), cela pour une forme quelconque du récipient R, sous réserve que les forces d'inertie introduites par le changement d'axes (on sait que la force centrifuge composée donne un travail nul) dérivent, comme la pesanteur ou plus généralement, la résultante des forces extérieures, d'un potentiel uniforme dans R, ce qui a bien lieu dans les conditions admises au n° 1 de (N). Ledit théorème soumet en effet les composantes u, v, w de la vitesse relative V (nulles à la paroi) à l'équation

$$\frac{d}{dt}\iiint_R V^2\, d\tau + \iiint_R (\overline{\text{grad}}^2 u + \overline{\text{grad}}^2 v + \overline{\text{grad}}^2 w)\, d\tau = 0.$$

D'après un lemme classique, la seconde intégrale dépasse celle de $KV^2\, d\tau$ dans R, en appelant K un coefficient positif. D'où, pour la force vive relative W de L, une majoration du type $W_0 e^{-Kt}$.

Malgré leur simplicité, ces remarques ont l'intérêt de souligner une situation

qu'on retrouve par exemple, sans la dénouer aussi facilement, à propos de la naissance des tourbillons envisagée à titre général et que renouvelle fréquemment l'examen d'un matériel de problèmes aux dérivées partielles, propice à des rapprochements entre la géométrie et la physique.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Étude expérimentale de la granulomatose pulmonaire provoquée par la glucine.* Note (*) de M. **Albert Policard.**

L'absorption par le poumon de poussières industrielles renfermant des composés de glucinium entraîne dans cet organe des réactions pathologiques variables, bénignes ou très sévères, précoces ou tardives, constituant une grave maladie professionnelle sur laquelle l'attention des pathologistes a été attirée en ces dernières années. Une de ces réactions particulièrement typiques est le granulome ou granulomatose béryllique, étudié récemment par Hardy et Tabershaw (1946) et par L. U. Gardner (1946), ([1]), ([2]).

J'ai pu reproduire expérimentalement chez l'animal (cobaye, rat) des lésions du même type en introduisant dans le poumon (par voie intratrachéale ou intranasale et par empoussiérage proprement dit) des poussières de glucine (hydroxyde de Gl.) du type de celle utilisée dans l'industrie pour la fabrication du glucinium (particules de moins de 3 μ). En sacrifiant en série les animaux (plus de 50) à des intervalles allant de 1 à 153 jours après l'introduction des poussières, j'ai pu suivre l'évolution dans le temps de cette granulomatose expérimentale par glucinium (beryllium).

La glucine, dans ces conditions, ne provoque aucune réaction toxique générale chez les animaux. Leur état général n'est pas modifié; l'engraissement apparaît même quelquefois amélioré.

Au bout de 24 heures on peut constater une réaction muqueuse de l'épithélium bronchiolaire, relativement moins accentuée qu'avec beaucoup d'autres poussières. Dans les trois premiers jours, on note aussi une congestion des territoires pulmonaires renfermant de la glucine. Cette congestion, réaction banale, est faible et ne donne qu'assez rarement lieu à transudations intraalvéolaires.

Après une semaine environ apparaît une nette hypertrophie et une hyperplasie des cellules alvéolaires et des cellules septales. Cette hyperplasie entraîne toujours un épaississement considérable, de nature cellulaire, des parois alvéolaires. En même temps (spécialement chez le Cobaye, plus rarement chez le Rat) les cellules alvéolaires multipliées remplissent la cavité des alvéoles, donnant l'image bien connue de l'alvéolite à monocyte. Les cellules ne sont jamais nécrosées. Elles forment, en certains points, des cellules géantes.

(*) Séance du 24 mai 1948.

([1]) *J. industr. Hyg.*, 28, 1946, p. 197.

([2]) *Ind. Hyg.*, Bull. n° 8; nov. 1946, p. 89.

Cette réaction mésenchymateuse a son maximum du 25e au 40e jour. Elle affecte deux formes : forme nodulaire (nodules granulomateux) si elle se localise au territoire pulmonaire restreint commandé par une bronchiole, forme de pneumonie lobaire à histiocytes si elle se généralise à un lobe entier.

L'épithélium bronchiolaire qui a repris très vite son aspect normal après sa réaction du début, montre vers le 70e jour environ une pénétration dans les nodules granulomateux. Des néoformations tubulaires des bronchioles s'introduisent dans le massif de cellules alvéolaires hyperplasiées, le canalisent en quelque sorte par une poussée adénomateuse.

Après le troisième mois environ, on peut constater dans certains nodules les signes histologiques d'un début de sclérose collagène. Cette sclérose paraît avoir une marche assez lente. Au 153e jour (durée des plus longues expériences), cette sclérose est encore très réduite.

Tel est, dans sa marche générale, et en dehors d'assez curieux détails cytologiques qui seront décrits ultérieurement, le mode de genèse de ces granulomes gluciniques (bérylliques) expérimentaux. Leur analogie avec les lésions humaines paraît indiscutable.

Ces constatations expérimentales justifient les considérations générales suivantes :

1. Introduite dans le poumon, la glucine détermine en quelques jours une hypertrophie et une hyperplasie accentuée des cellules alvéolaires, et septales, c'est-à-dire des éléments qu'on peut considérer comme mésenchymateux et et qui, pour certains, appartiennent au système réticulo-endothélial. Les cellules épithéliales bronchiolaires ne montrent au contraire aucune modification de ce genre. Ces faits doivent être rapprochés de ceux de certains observateurs qui admettent une action des composés gluciniques sur les éléments du système réticulo-endothélial : cellules de Kuppfer du foie [Comar ([3])] en particulier.

2. Cette action hyperplasiante sur les histiocytes pulmonaires est cytologiquement identique, que la lésion totale affecte la forme d'une pneumonie lobaire à histiocytes, d'un nodule granulomateux ou d'un simple épaississement cellulaire des travées alvéolaires.

3. Après un temps variable, les nodules granulomateux subissent une régression du fait de deux processus histologiques : d'une part, canalisation et perméabilisation interne du fait de la poussée dans leur masse de ramifications bronchiolaires creuses revêtues d'un épithélium de type bronchique non différencié; d'autret part, sclérose collagène visible seulement après trois mois.

4. Il y a souvent une ressemblance structurale très grande entre les granulomes gluciniques, humains ou expérimentaux, et les nodules pulmonaires de la lymphogranulomatose de Besnier-Bœck. Cette ressemblance, signalée

([3]) *Toxicité du béryllium-glucinium*, Thèse de Médecine, Paris, 1935.

chez l'homme par Hardy et Tabershaw [1] et par L. U. Gardner [2] a suggéré à ces auteurs la possibilité de certains facteurs pathogéniques communs entre ces affections, la granulomatose glucinique humaine étant liée à deux facteurs, le composé de glucinium d'une part, et un autre, encore imprécisé, qui pourrait être un virus réveillé par le composé glucinique. Cliniquement séduisante, cette conception ne paraît pas appuyée par les faits apportés ici. Expérimentalement, les granulomes apparaissent chez tous les animaux soumis à l'influence de la glucine et non pas seulement chez quelques-uns, porteurs latents du virus.

DÉSIGNATIONS.

Sont délégués :

— M. **Robert Courrier**, au Premier **Congrès International de Physiopathologie de la Reproduction animale et de Fécondation artificielle**, qui aura lieu à Milan, du 23 au 30 juin 1948;

— M. **Gabriel Bertrand**, à la Cérémonie qui aura lieu à Stockholm, le 20 septembre 1948, à l'occasion du Centième anniversaire de la mort de **Jakob Berzelius**;

— M. **Jacques Tréfouël**, aux Cérémonies qui auront lieu à Lille, les 19 et 20 juin 1948, pour célébrer le Cinquantième anniversaire de la fondation, par Albert Calmette, de l'**Institut Pasteur** de cette Ville.

NOMINATIONS.

M. **Jean Becquerel** est désigné pour faire une *Lecture* en la Séance publique solennelle des cinq Académies, le 25 octobre 1948.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Botanique, en remplacement de M. *Pierre-Augustin Dangeard*, décédé.

Le nombre de votants étant 54, le scrutin donne les résultats suivants :

	Nombre de suffrages	
	1er tour.	2e tour.
M. Raoul Combes	23	29
M. Lucien Plantefol	15	17
M. Albert Goris	13	7
M. Antoine de Cugnac	1	
Bulletins blancs	2	1

M. **Raoul Combes** ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. **André Danjon** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section d'Astronomie, par le décès de M. *Henri Deslandres*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Maxime Lamotte. *Introduction à la Biologie quantitative* (présenté par M. Caullery).

2° *Homenaje de la Universidad de La Habana a D. Justo Sierra* 17 *de marzo de* 1945.

Il signale également deux Ouvrages polycopiés :

1° *Les Actions à distance. Les Forces électrostatiques et la Gravitation. Relation* $G = 2/9(Nm)^2$, par R. d'Aubry de Puymorin;

2° Union Géodésique et Géophysique internationale. Association de Météorologie. *Réunion d'Oslo* (1948). *Programme et Résumé des Mémoires.*

THÉORIE DES NOMBRES. — *Une propriété arithmétique des faisceaux linéaires de courbes de genre* 1. Note (*) de M. **André Néron**, présentée par M. Gaston Julia.

Le problème de la construction de cubiques ayant dans un corps un rang donné r a fait l'objet de travaux récents de A. Wiman ([1]) qui obtient en particulier des solutions pour $r=5$ et $r=6$ dans le corps des nombres rationnels ordinaires.

L'étude qui suit me permet de démontrer l'existence de cubiques de rang $r \geq 8$ passant par 8 points rationnels arbitraires du plan, à la seule condition que 3 quelconques d'entre eux ne soient pas en ligne droite, ni 6 sur une même conique.

1. Pour que n points A_i formant un système A sur une cubique C soient dépendants, il faut et il suffit que l'une des deux conditions suivantes soit remplie :

(*) Séance du 24 mai 1948.

([1]) *Acta Mathematica*, 76 et 77.

a. Les A_i, affectés des multiplicités α_i, constituent l'intersection complète de C avec une courbe algébrique Γ. Nous écrirons

(1) $$\Sigma\alpha_i A_i = 0.$$

b. On peut trouver une décomposition de A : $A = A' + A''$ et un système B tels que

$$\Sigma\alpha'_i A'_i + \Sigma\beta_i B_i = \Sigma\alpha''_i A''_i + \Sigma\beta_i B_i = 0$$

(A'_i, A''_i, B_i, éléments respectifs de A', A'', B). Nous écrirons : $\Sigma\alpha'_i A'_i - \Sigma\alpha''_i A''_i = 0$, relation qui est encore du type (1). Cette écriture est compatible avec les propriétés de l'addition. Remarquons que l'on a nécessairement dans les deux cas : $\Sigma\alpha_i \equiv 0 \pmod 3$.

Prenant comme domaine de rationalité un corps algébrique fini k, envisageons maintenant *le faisceau* F *des cubiques* C

$$f(x, y) + \varphi(\lambda) g(x, y) = 0$$

(f et g, polynomes d'ordre 3 et φ, fonction rationnelle quelconque ayant leurs coefficients rationnels). Supposons en outre que *les points de base* $A_i (i = 1, 2, \ldots, 9)$ *de* F, *formant le système* A, *sont rationnels et distincts, et que* 3 *quelconques d'entre eux ne sont pas alignés.* Le système A est de rang $\leqq 8$ sur C puisque l'on a $\Sigma A_i = 0$ quel que soit λ.

Théorème. — *Il existe une infinité de valeurs rationnelles de* λ *pour lesquelles le système* A *est de rang* 8 *sur* C.

Ce résultat s'étend à un faisceau linéaire de courbes de genre 1 dont aucune n'est réductible et dont on excepte un nombre fini de courbes de genre 0. Un tel faisceau, supposé à points de base rationnels, peut en effet toujours se déduire d'un faisceau de cubiques du type F par une transformation birationnelle à coefficients rationnels.

Appelons courbe (M) le lieu du point M de C défini par une équation de la forme

(2) $$M = \Sigma m_i A_i \quad \text{avec} \quad \Sigma m_i \equiv 1 \pmod 3,$$

et courbe (P) le lieu des points P_1, P_2, P_3, P_4 de C définis par

(3) $$-2P = \Sigma p_i A_i \quad \text{avec} \quad \Sigma p_i \equiv 1 \pmod 3.$$

Moyennant les hypothèses faites sur la disposition des A_i, j'ai obtenu les résultats suivants :

a. Les seuls points multiples des courbes (M) et (P) sont les A_i;

b. Pour des α_i non tous égaux, l'équation $\Sigma\alpha_i A_i = 0$ ne peut être vérifiée quel que soit λ, et le nombre de ses solutions est

$$\sum \frac{\alpha_i(\alpha_i - 1)}{2} - \frac{(\mu - 1)(\mu - 2)}{2}, \quad \text{en posant} \quad \Sigma\alpha_i = 3\mu,$$

c. Si les p_i ne sont pas tous de même parité, la courbe (P) est irréductible et de genre 3, sinon elle se décompose en une courbe (M) et une courbe irréductible (P′) de genre 4.

Soit une solution de $\Sigma\alpha_i A_i = 0$ pour laquelle λ est rationnel. On peut mettre cette équation sous la forme : $-2\Sigma m_i A_i = \Sigma p_i A_i$ ou, avec les notations précédentes : $P = M$ (ou $P' = M$), et la courbe (P) ou (P′) correspondante a un point rationnel commun avec C. En outre, le système des p_i peut être choisi parmi un nombre fini : $s = 2^8$ de systèmes fixes. On en déduit :

Pour que le théorème précédent soit vrai, il suffit que l'on puisse trouver λ *rationnel et tel qu'aucun des points d'intersection de* C *avec les courbes en nombre fini* (P′), (P_1), (P_2), ..., (P_{s-1}) *ne soit rationnel.*

2. Il en est bien ainsi d'après le théorème général suivant :

Théorème. — *Étant donné un ensemble fini* E *de courbes* (P) *irréductibles de genre* ≥ 1 *et une famille de courbes* C : $\Phi(x, y, \lambda) = 0$ (Φ, *polynome quelconque à coefficients rationnels*) *on peut trouver une infinité de valeurs rationnelles de* λ *pour lesquelles* C *et* E *n'ont aucun point rationnel commun.*

Je démontre ce théorème, en utilisant les résultats de A. Weil ([2]).

Si l'hypothèse de Mordell est exacte (toute courbe de genre > 1 n'a qu'un nombre fini de points rationnels) les courbes (P) et (P′) n'ont qu'un nombre fini de points rationnels, et le système A n'est de rang < 8 que pour un nombre fini de valeurs de λ.

3. Indépendamment de l'application au résultat précédent, l'étude des courbes (M) et (P) conduit à des résultats purement géométriques intéressants et donne, par exemple une démonstration très simple du théorème suivant de B. Gambier ([3]).

Étant donnés 8 *points quelconques du plan, il existe une sextique unicursale admettant* 7 *d'entre eux pour points doubles et le dernier pour point triple ; en échangeant le rôle des points, on obtient* 8 *sextiques. Il existe une courbe de degré* 9 *et une seule admettant ces points pour points triples, les tangentes en chacun étant précisément les mêmes que pour la cubique dont ce point est triple.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les noyaux singuliers symétriques.*

Note de M. **Szolem Mandelbrojt**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

M. Carleman ([1]) a étudié les équations intégrales singulières, dont le noyau $K(x, y)$, réel et symétrique dans le carré $a \leq x \leq b$, $a \leq y \leq b$, remplit les conditions suivantes :

([2]) *Thèse*, Paris, 1929.

([3]) *Ann. Éc. Norm.*, juillet 1925.

([1]) *Sur les équations intégrales singulières à noyau réel et symétrique*, Uppsala, 1923, p. 25.

A. L'intégrale

$$|K(x)|^2 = \int_a^b |K(x, y)|^2 \, dy$$

existe, et

$$\lim_{x'=x} \int_a^b |K(x, y) - K(x', y)|^2 \, dy = 0,$$

pour toute valeur de x, sauf au plus lorsque $x = \xi_\nu$ où $\{\xi_\nu\}$ est une suite n'admettant qu'un nombre fini de points limites.

B. Il existe un nombre fini de points $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m$ appartenant à la suite $\{\xi_\nu\}$ tels, qu'en désignant par I_δ l'ensemble obtenu en excluant de l'intervalle $[a, b]$ les intervalles $|x - \eta_\nu| < \delta$ $(\nu = 1, 2, \ldots, m)$, l'intégrale

$$\int_{I_\delta} |K(x)|^2 \, dx$$

existe, quel que soit $\delta > 0$.

Un tel noyau sera appelé noyau C.

Si, de plus, $|K(x, y)|$ admet des noyaux itérés de tout ordre, définis pour $x \neq \xi_\nu$, $y \neq \xi_\nu$, ces noyaux appartenant à L_2 (par rapport à y, $x \neq \xi_\nu$), alors, d'après M. Carleman,

$$(1) \qquad \left| \lambda \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d_\mu \theta(x, y \mid \mu)}{\mu(\mu - \lambda)} - \sum_{\nu=1}^{2m-2} K^{(\nu+1)}(x, y) \lambda^\nu \right| \leq \frac{|\lambda|^{2m-1}}{|\sin\varphi|} \sqrt{K^{(2m)}(x, x) K^{(2m)}(y, y)},$$

où $\theta(x, y \mid \mu)$ est une fonction spectrale (²) attachée au noyau $K(x, y)$. $K^{(n)}(x, y)$ est le noyau itéré d'ordre n de $K(x, y)$, et $\lambda = |\lambda| e^{i\varphi}$.

Une droite $x = \xi_\nu$, ou $y = \xi_\nu$ est appelée droite singulière du noyau. Un point (x, y) n'appartenant à aucune droite singulière, ni à une droite limite de droites singulières, sera appelée point ordinaire du carré

$$\Delta : a \leq x \leq b, \qquad a \leq y \leq b.$$

$\{\alpha_n\}$ étant une suite de nombres réels, on notera : $(\alpha_n)' = \overline{\text{borne}}_{k \geq n} \alpha_k$.

Nous pouvons démontrer les théorèmes suivants :

Théorème 1. — *Soit* $K(x, y)$ *un noyau* C *défini dans un carré* Δ. *Supposons que* $|K(x, y)|$ *admette des noyaux itérés de tout ordre, définis en tout point ordinaire de* Δ *et appartenant à* L_2 *(par rapport à* y, *si* $x \neq \xi_\nu$*).*

Supposons qu'en un point ordinaire (α, β) *de* Δ *on ait*

$$(2) \qquad K^{(2m)}(\alpha, \beta) = 0 \quad (m \geq 1), \qquad K^{(\lambda_n)}(\alpha, \beta) = 0 \quad (n \geq 1),$$

(²) *Voir* l'ouvrage de M. Carleman cité en (¹).

$K^{(n)}(x, y)$ étant le $n^{\text{ième}}$ noyau itéré de $K(x, y)$, $\{\lambda_n\}$ étant une suite d'entiers impairs.

Posons

$$M_m(x, y) = K^{(2m)}(x, x)\, K^{(2m)}(y, y),$$
$$p_m(x, y) = \log M_{m+1}(x, y) - \log M_m(x, y),$$
$$L_n(x, y) = \frac{1}{4}\sum_{m=1}^{n}[p_m(x, y) - p_{m-1}(x, y)]\left(\frac{m}{n_m}\right)^2,$$

où n_m est le nombre de λ_n inférieurs à $2m$.

Si

(3) $$\overline{\lim}\, \frac{n}{\lambda_n} > 0,$$

et si

(4) $$\sum_{1}^{\infty} e^{-L_n(\alpha, \beta)} = \infty,$$

l'égalité $K^{(p)}(\alpha, \beta) = 0$ a lieu pour tous les entiers $p \geq 2$.

Théorème II. — *Soit $K(x, y)$ un noyau C, $|K(x, y)|$ ayant les mêmes propriétés que dans l'énoncé du théorème I; supposons que le noyau $K(x, y)$ soit continu en dehors des lignes singulières et de leurs limites, et que ce noyau soit du type positif, c'est-à-dire*

$$\int_a^b \int_a^b K(x, y)\, h(x)\, h(y)\, dx\, dy \geq 0,$$

pour chaque fonction réelle $h(x)$ appartenant à L_2 et s'annulant dans un voisinage de chaque point ξ_ν.

Si (2) a lieu, (α, β) étant un point ordinaire du carré, et si, p_m et n_m ayant le même sens que dans l'énoncé précédent, on a, en posant

$$L_n^{*}(\alpha, \beta) = \frac{1}{4}\sum_{1}^{m}[p_m(\alpha, \beta) - p_{m-1}(\alpha, \beta)]\left(\frac{m}{m + n_m}\right)^2,$$

la relation

(5) $$\sum e^{-L_n^{*}(\alpha, \beta)} = \infty,$$

alors la conclusion du théorème I subsiste.

Remarquons que la condition (5) est moins restrictive que la condition (4). Remarquons aussi que dans le théorème II, la condition (3) n'est plus exigée.

Les démonstrations sont basées, d'une part, sur l'inégalité (1) et, d'autre part, sur un théorème général concernant les séries asymptotiques que j'ai démontré ailleurs ([3]).

([3]) *Annales de l'École Normale Supérieure*, 63, 1946, p. 357.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème de M. Mandelbrojt.* Note de M. **Shmuel Agmon**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Théorème I. — *Soit* $f(z) = \Sigma d_n z^n$ *une série de Taylor de rayon de convergence égal à un. Soient* $\{p_\nu\}$, $\{q_\nu\}$ *deux suites croissantes d'entiers positifs, telles que* $q_{\nu-1} < p_\nu < q_\nu$. *Supposons que les conditions suivantes soient satisfaites :* (*a*) $d_n = 0$, *pour* $p_\nu \leqq n < q_\nu$ *où* $q_\nu - p_\nu \geqq k$, *k est entier positif*; (*b*) $p_{\nu+1} - q_\nu = O(1)$. *Alors la fonction* $f(z)$ *a au moins* $k+1$ *points singuliers sur le cercle de convergence.*

Remarquons que si l'on remplace la condition *b* par la condition suivante : les seules singularités sur le cercle de convergence sont des pôles; on obtient, d'après un théorème connu de M. S. Mandelbrojt ([1]), la même conclusion. Ce dernier théorème a été généralisé par plusieurs auteurs; le nôtre peut être considéré comme une autre variation de ce théorème, où la condition supplémentaire porte sur les lacunes et non sur le type de singularité.

Pour démontrer le théorème nous considérons la famille de fonctions $\{f_k(z)\}$, définies de la manière suivante : $d_{n_k} z^{n_k} f_k(z) = f(z) - S_{n_k-1}(z)$, où $S_m(z)$ est la somme partielle de $f(z)$, et où la suite infinie $\{d_{n_k}\}$ est une suite de coefficients principaux. [Cette notion a été définie dans une Note précédente ([2]).] D'après un théorème énoncé dans une autre Note ([3]), la famille $\{f_k(z)\}$ est normale dans chaque domaine simplement connexe D, contenant l'origine, où la fonction $f(z)$ est holomorphe. On démontre aisément que, si le cercle de convergence n'est pas une coupure, chaque fonction $g(z)$, qui est la limite d'une suite infinie de fonctions de la famille, possède les propriétés suivantes : la branche principale de $g(z)$ est holomorphe à l'intérieur et à l'extérieur du cercle unitaire, et possède les développements suivants :

$$g(z) = 1 + \sum_1^\infty a_n z^n \qquad \text{pour} \quad |z| < 1,$$

$$g(z) = \sum_1^\infty b_n z^{-n} \qquad \text{pour} \quad |z| > 1,$$

où $|a_n| + |b_n| = O(1)$.

Les seuls points singuliers possibles de $g(z)$ sur le cercle de convergence sont les points singuliers de $f(z)$. D'autre part, chaque point singulier isolé sur le cercle de convergence de $g(z)$ qui est aussi un point singulier isolé sur le cercle de convergence de $f(z)$ est un pôle simple de $g(z)$. Il résulte de ces propriétés que si $f(z)$ n'a qu'un nombre fini de points singuliers sur le cercle

---

([1]) *Annales de l'École Normale Supérieure,* **40**, 1923, p. 413-462.

([2]) *Comptes rendus,* **226**, 1948, p. 1673.

([3]) *Comptes rendus,* **226**, 1948, p. 1497.

de convergence, chaque fonction $g(z)$ est une fonction rationnelle avec $g(0)=1$, $g(\infty)=0$, et dont tous les pôles sont simples et situés sur le cercle unitaire. Supposons maintenant que la condition (b) soit satisfaite. Alors on peut choisir une suite principale $\{d_{n_k}\}$ et une suite partielle de fonctions $f_k(z)$ tendant vers $g(z)$ telle que son développement à l'extérieur du cercle unitaire soit de la forme $g(z)=b_{k+1}z^{-k-1}+\ldots$. La fonction $g(z)$ étant rationnelle, on conclut qu'elle a au moins $k+1$ pôles. Mais chaque point singulier de $g(z)$ est aussi un point singulier de $f(z)$, ce qui nous mène au résultat cherché.

On peut aussi énoncer des théorèmes semblables, où la distance entre deux lacunes consécutives peut tendre vers l'infini. Nous nous bornons ici d'énoncer un cas très particulier d'un théorème plus général :

Théorème II. — *Soit $f(z)=\Sigma d_n z^n$ une série de Taylor de rayon de convergence égal à un. Supposons que sur le cercle de convergence il n'y ait qu'un nombre fini s de points singuliers quasi isolés $z=e^{i\theta_\nu}$, $\nu=1, 2, \ldots, s$ (c'est-à-dire, il existe un nombre $\rho>1$ et un domaine Δ_ρ défini par $|z|<\rho$, $z\neq te^{i\theta_\nu}$ pour $1\leq t<\rho$, $\nu=1, 2, \ldots, s$, dans lequel la fonction $f(z)$ est holomorphe). Soit $\delta(z)$ la distance d'un point $z\in\Delta_\rho$ à la frontière de ce domaine. Supposons qu'il existe deux constantes positives h, c, telles que $f(z)=O\left((\delta(z))^{-h}\right)$, $\overline{\lim}\,|d_n|\,n^c>0$. Soient $\{p_\nu\}\{q_\nu\}$ deux suites croissantes qui remplissent, d'une part, la condition (a) du théorème I, et, d'autre part, la condition (c) $p_{\nu+1}-q_\nu=o(q_\nu/\log q_\nu)$. Alors la fonction $f(z)$ a au moins $k+1$ points singuliers sur le cercle de convergence.*

Remarquons que dans ce théorème la condition (b) du théorème I est remplacée par la condition plus générale (c) mais, alors, quelques renseignements sont donnés sur la nature des singularités.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Quelques théorèmes taubériens.*

Note (*) de M. **Hubert Delange**, présentée par M. Paul Montel.

I. Dans tout ce paragraphe nous faisons les hypothèses suivantes : $\varphi(t, x)$ est une fonction réelle ou complexe définie pour t réel ≥ 0 et x réel $>a$. Pour x fixé, $\varphi(t, x)$ est une fonction de t continue pour $t\geq 0$ et à variation totale bornée sur l'intervalle $(0, +\infty)$. On a $\varphi(0, x)=1$ et $\lim\limits_{t\to+\infty}\varphi(t, x)=0$.

$\varphi(xt, x)$ tend vers une fonction limite $K(t)$ quand x tend vers $+\infty$.

Il existe une fonction réelle $F(t)$ définie pour t réel >0, non décroissante, tendant vers des limites finies quand t tend vers 0 ou $+\infty$, et telle que, quels que soient t' et t'' satisfaisant à $0<t'<t''$, l'on a pour $x>a$

$$|\varphi(xt'', x)-\varphi(xt', x)|\leq F(t'')-F(t').$$

(*) Séance du 19 mai 1948.

$s(t)$ est une fonction réelle ou complexe définie pour t réel ≥ 0, nulle pour $t = 0$ et à variation bornée sur tout intervalle fini $[0, L]$.

Nous posons

$$\delta_s(t) = \frac{1}{t}\int_0^t u\,ds(u)$$

et, λ étant une variable réelle > 1,

$$w_s(\lambda) = \overline{\lim_{t \to +\infty}} \left\{ \sup_{t \leq t' \leq \lambda t} |s(t') - s(t)| \right\}.$$

Dans le cas où $s(t)$ est réelle, nous posons aussi

$$-\varpi_s(\lambda) = \underline{\lim_{t \to +\infty}} \left\{ \inf_{t \leq t' \leq \lambda t} [s(t') - s(t)] \right\}.$$

Chacune des fonctions $w_s(\lambda)$ et $\varpi_s(\lambda)$ est ou bien toujours égale à $+\infty$, ou bien toujours finie et positive, ou bien toujours nulle.

Enfin, nous désignons par $\Phi(x)$ la valeur de l'intégrale $\int_0^{+\infty} \varphi(t, x)\,ds(t)$, lorsqu'elle est convergente (ce qui a lieu pour $x > a$ dans les théorèmes 1 et 2 et la première partie du théorème 3).

Théorème 1. — *Si les intégrales* $\int_0^1 \log\frac{1}{t}\,dF(t)$ *et* $\int_1^{+\infty} \log t\,dF(t)$ *sont convergentes, lorsque* $w_s(\lambda) \leq \omega \log\lambda$ *(pour tout* $\lambda > 1$*), on a pour* $\alpha > 0$ *quelconque*

$$\overline{\lim_{x \to +\infty}} |\Phi(\alpha x) - s(x)| \leq \omega\tau(\alpha),$$

avec

$$\tau(\alpha) = \int_0^{\frac{1}{\alpha}} \frac{|k(t) - 1|}{t}\,dt + \int_{\frac{1}{\alpha}}^{+\infty} \frac{|k(t)|}{t}\,dt.$$

Théorème 2. — *Si, en plus des hypothèses du théorème précédent, la variation totale sur l'intervalle* $(0, +\infty)$ *de la fonction* $\varphi(xt, x) - K(t)$ *tend vers* 0 *pour* x *infini, lorsque* $\delta_s(t) = O[1]$ *quand* $t \to +\infty$, *on a pour tout* $\alpha > 0$

$$\overline{\lim_{x \to +\infty}} |\Phi(\alpha x) - s(x)| \leq \tau^*(\alpha) \overline{\lim_{t \to +\infty}} |\delta_s(t)| \qquad \text{avec} \quad \tau^*(\alpha) = \int_0^{\frac{1}{\alpha}} |dG_\alpha(t)| + \int_{\frac{1}{\alpha}}^{+\infty} |dH_\alpha(t)|,$$

où

$$G_\alpha(t) = \int_0^t \frac{K(u) - 1}{u}\,du - K(t) \qquad \text{et} \qquad H\alpha(u) = \int_{\frac{1}{\alpha}}^t \frac{K(u)}{u}\,du - K(t),$$

où $\tau^*(\alpha)$ *est la variation totale sur l'intervalle* $(0, +\infty)$ *de la fonction* $G_\alpha(t)$ *définie par le*

Théorème 3. — *Supposons que les fonctions* $\varphi(t, x)$ *et* $s(t)$ *soient réelles. Alors, si* $s(t) = O[1]$ *pour* t *infini positif, et si* $\varpi_s(\lambda) = 0$, *on a :*

$$\underline{\lim_{x \to +\infty}}\, \Phi(x) \leq \underline{\lim_{t \to +\infty}}\, s(t) \leq \overline{\lim_{t \to +\infty}}\, s(t) \leq \overline{\lim_{x \to +\infty}}\, \Phi(x).$$

Si $\varphi(t, x)$ est une fonction non décroissante de t, le premier et le troisième signe $\leqq$ peuvent être remplacés par =.

Si en outre l'intégrale $\int_1^{+\infty} \log t\, d\varphi(t, x)$ est convergente pour $x > a$ et reste bornée quand x tend vers $+\infty$, on peut remplacer l'hypothèse que $s(t) = O[1]$ par celle que $\Phi(x)$ est définie pour $x > a$ et $= O[1]$ quand $x \to +\infty$ (¹).

Dans le cas où $\varphi(t, x)$ n'est pas supposée être une fonction monotone de t, si l'intégrale $\int_1^{+\infty} \log t\, |d\varphi(t, x)|$ est convergente pour $x > a$ et reste bornée quand x tend vers $+\infty$, on peut remplacer l'hypothèse $s(t) = O[1]$ par $w_s(\lambda) < +\infty$ et $\Phi(x) = O[1] (x \to +\infty)$.

II. *Application des théorèmes* 1 *et* 2. — Soit $\{\lambda_n\}$ une suite de nombres réels satisfaisant à $0 \leqq \lambda_0 < \lambda_1 < \ldots < \lambda_n < \ldots$, $\lim_{n \to +\infty} \lambda_n = +\infty$, $\lim_{n \to +\infty} \lambda_{n+1}/\lambda_n = 1$, et soit $\{u_n\}$ une suite de nombres complexes quelconques.

a. Si $\varphi(t, x)$ satisfait aux hypothèses du théorème 1, lorsque l'on a $u_n = O[(\lambda_n - \lambda_{n-1})/\lambda_n]$ pour n infini, on a, quel que soit $\alpha > 0$,

$$(1) \qquad \overline{\lim_{x \to +\infty}} \left| \sum_0^{+\infty} \varphi(\lambda_n, \alpha x) u_n - \sum_{\lambda_n \leqq x} u_n \right| \leqq \tau(\alpha) \overline{\lim_{n \to +\infty}} \frac{\lambda_n}{\lambda_n - \lambda_{n-1}} |u_n|.$$

b. Si $\varphi(t, x)$ satisfait aux hypothèses du théorème 2, lorsque l'on a $\sum_1^n \lambda_\nu u_\nu = O[\lambda_n]$ pour n infini, on a, quel que soit $\alpha > 0$,

$$(2) \qquad \overline{\lim_{x \to +\infty}} \left| \sum_0^{+\infty} \varphi(\lambda_n, \alpha x) u_n - \sum_{\lambda_n \leqq x} u_n \right| \leqq \tau^*(\alpha) \overline{\lim_{n \to +\infty}} \frac{1}{\lambda_n} \left| \sum_1^n \lambda_\nu u_\nu \right|.$$

Ajoutons que, dans les deux cas, pour chaque valeur de α, l'inégalité indiquée est la meilleure possible (²).

III. *a*. Si $\varphi(t, x) = \int_t^{+\infty} \psi(u, x)\, du$, on peut remplacer dans nos énoncés $\int_0^{+\infty} \varphi(t, x)\, ds(t)$ par $\int_0^{+\infty} \psi(t, x) s(t)\, dt$. Sous cette forme, ces énoncés subsisteraient en supposant seulement $s(t)$ *mesurable et bornée* sur tout intervalle fini $[0, L]$ à condition de définir $\sigma_s(t)$ par $\sigma_s(t) = (1/t) \int_0^t [s(t) - s(u)]\, du$.

(¹) Un résultat analogue se trouve dans un mémoire de M. RAMASWAMI, *Proc. London Math. Soc.*, 41, 1936, p. 408-417, th. 1, 2, p. 414.

(²) Pour le cas où $\varphi(t, x) = e^{-\frac{t}{x}}$, $\alpha = 1$, $\lambda_n = n$, Cf. PHILIP HARTMAN, *American Journal of Math.*, LXIX, 1947, n° 3, p. 599-606.

b. On obtiendrait des énoncés plus généraux en appliquant les théorèmes donnés ici à l'intégrale déduite de $\int_0^{+\infty} \varphi(t, x)\, ds(t)$ par un changement de variables $t = \theta(t')$, $x = \xi(x')$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Orthogonalité sur des familles de courbes isogrammes et sur les domaines qu'elles décrivent.* Note de M. **Noubar Arpiarian**, présentée par M. Paul Montel.

Cette Note a pour objet de préciser et de généraliser certains résultats exposés dans trois Notes récentes.

Familles de courbes isogrammes. — La définition que nous avons donnée des isogrammes intérieurs et extérieurs d'un contour de Jordan, frontière d'un domaine simplement connexe ([1]), s'étend aux courbes ouvertes quelconques pour lesquelles on sait établir une correspondance biunivoque avec la circonférence $|Z| = 1$, à l'aide d'une fonction holomorphe

$$Z = \varphi(z). \tag{1}$$

Étant donnée une telle courbe $\mathcal{C}$, nous appelons *isogrammes* de cette courbe, les courbes $\mathcal{C}_\lambda$ dont les transformées par la relation (1) sont les circonférences $|Z| = \lambda$.

Nous avons les résultats suivants.

Théorème. — *Toute courbe $\mathcal{C}$ du type défini ci-dessus possède plusieurs suites, de poids convenable, orthogonales à la fois sur elle-même et sur ses isogrammes.*

Théorème. — *Si les fonctions $f_n(z)$ sont orthogonales, de norme finie, avec le poids $\varpi(z)$, sur les courbes isogrammes de masse finie $\mathcal{C}_\lambda$, pour toutes les valeurs de λ comprises entre λ_0 et λ_1, elles sont orthogonales avec le poids.*

$$\Pi(z) = \varpi(z)\, |\varphi'(z)|, \tag{2}$$

sur le domaine $\mathcal{D}_{\lambda_0\lambda_1}$, décrit par $\mathcal{C}_\lambda$ lorsque λ varie de λ_0 à λ_1, et, plus généralement, sur tout domaine partiel $\mathcal{D}_{\lambda'\lambda''}$ décrit par $\mathcal{C}_\lambda$ lorsque λ varie entre les valeurs λ' et λ'', intérieures à l'intervalle (λ_0, λ_1).

On a la formule fondamentale

$$\iint_{\mathcal{D}_{\lambda_0\lambda_1}} f_m(z)\bar{f}_n(\bar{z})\Pi(z)\, d\omega = \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} d\lambda \int_{\mathcal{C}_\lambda} f_m(z)\bar{f}_n(\bar{z})\varpi(z)\, ds. \tag{3}$$

La *masse* $\mathfrak{M}$ du domaine $\mathcal{D}_{\lambda_0\lambda_1}$ est donnée en fonction de la masse M_λ de l'isogramme $\mathcal{C}_\lambda$ par la formule

$$\mathfrak{M} = \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} M_\lambda\, d\lambda. \tag{4}$$

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 771.

La *norme superficielle* $\mathfrak{N}_n$ est liée à la norme $N_n(\lambda)$ sur les isogrammes

$$N_n(\lambda) = \frac{1}{M_\lambda}\int_{\mathcal{C}_\lambda} |f_n(z)|^2 \varpi(z)\, ds,$$

par la relation

$$(5) \qquad \mathfrak{N}_n = \frac{1}{\mathfrak{M}}\int_{\lambda_0}^{\lambda_1} M_\lambda N_n(\lambda)\, d\lambda.$$

Le domaine $\mathcal{O}_{\lambda_0\lambda_1}$ peut ne pas être simplement connexe.

La restriction portant sur la masse et la norme peut être en partie levée. Si le poids $\varpi(z)$ reste fini et positif dans le domaine fermé $\mathcal{O}_{\lambda_0\lambda_1}$, situé tout entier à distance finie, les nombres M_λ et $\mathfrak{M}$ ne sont ni nuls ni infinis : $N_n(\lambda)$ pourra être infiniment grand d'ordre inférieur à l'unité, par rapport à $1/(\lambda - \lambda_0)$, pour λ voisin de λ_0, par exemple, sans que $\mathfrak{N}_n$ soit infini.

Le domaine $\mathcal{O}_{\lambda_0\lambda_1}$ peut s'étendre à l'infini, soit parce que $\mathcal{C}_\lambda$ est une branche de courbe infinie, soit parce que l'on fait varier λ de o à l'infini.

Ces considérations permettent d'élargir le champ d'application de la méthode de recherche de fonctions orthogonales dans le domaine complexe, indiquée dans notre dernière Note [2].

Toute suite $f_n(z)$, orthogonale sur une courbe $\mathcal{C}$ avec le poids $\varpi(z)$, provient de la transformation d'une suite $\varphi_n(x)$, orthogonale sur un segment déterminé de l'axe réel, tel que le segment $(-\pi, +\pi)$, avec un poids $p(x)$.

Théorème. — *La condition nécessaire et suffisante pour que la suite $f_n(z)$, transformée de la suite $\varphi_n(x)$, et orthogonale sur la courbe $\mathcal{C}$, soit aussi orthogonale sur ses isogrammes $\mathcal{C}_\lambda$, est que la suite*

$$\varphi_n(x - i\log\lambda)$$

soit orthogonale sur le segment $(-\pi, +\pi)$ de l'axe réel, avec le poids $p(x - i\log\lambda)$, pour toutes les valeurs de λ d'un intervalle (λ_0, λ_1).

Si une suite de fonctions $f(z)$, orthogonale sur une courbe $\mathcal{C}$ et sur ses isogrammes $\mathcal{C}_\lambda$, est normée sur la courbe $\mathcal{C}$, elle ne l'est généralement pas sur ses isogrammes.

Exemples. — On trouve ainsi que les suites $\cos nz$, $\sin nz$, e^{inz}, et quelques autres, sont orthogonales au sens de Szegö sur les segments $-\pi \leqq \mathcal{R}z \leqq +\pi$, $\mathcal{J}z = -\log R$, et sur leurs isogrammes. Elles sont donc orthogonales au sens de Bochner sur un rectangle quelconque de côtés parallèles aux axes, d'abscisses extrêmes $-\pi$, $+\pi$, sans être orthogonales sur le *coutour* de ce rectangle.

La notion de domaine balayé par les isogrammes dégage donc bien un point de vue nouveau sur le lien entre l'orthogonalité linéaire et l'orthogonalité superficielle [3].

([2]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1335-1337.
([3]) Cf. *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 865-866.

TOPOLOGIE. — *Sur la convergence des suites d'homomorphies.*
Note (*) de M. **Roman Sikorski**, présentée par M. Paul Montel.

Soient C un corps topologique (¹) vérifiant l'axiome V et C_0, un corps arbitraire de Boole, additif au sens dénombrable. Toute transformation h de B(C) en C_0 s'appelle *homomorphie* lorsqu'on a

$$h\left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n\right)=\sum_{n=1}^{\infty} h(A_n) \qquad \text{et} \qquad h(A'_1)=\left(h(A_1)\right)'$$

pour toute suite d'éléments $\{A_n\}$ de B(C) (A′ désignant le complémentaire de A).

Convenons de dire que la suite d'homomorphies $\{h_n\}$ *converge* vers l'homomorphie h_0, en symbole $h_0=\lim\limits_{n=\infty} h_n$, lorsqu'on a

$$(1) \qquad \prod_{n=1}^{\infty} h_0(G_n)=\prod_{n=1}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty} h_{n+k}(G_n),$$

quelle que soit la suite d'éléments ouverts $\{G_n\}$ du corps C, assujettie à la condition $\overline{G}_{n+1}\subset G_n$, où $n=1, 2, 3, \ldots$.

Cette définition implique aussitôt qu'aucune suite d'homomorphies ne possède deux limites différentes.

Théorème 1. — *L'espace de toutes les homomorphies transformant* B(C) *en* C_0 *est un espace* L^* *au sens de Kuratowski* (²).

La démonstration de cet énoncé repose sur le théorème 3 de ma Note précitée, ainsi que sur le théorème suivant :

Théorème 2. — *Soit* Y *un espace métrique séparable. Soient* C_1 *et* I *respectivement : un corps additif au sens dénombrable et un idéal additif au sens dénombrable de sous-ensembles d'un ensemble* X. Y *étant supposé absolument borélien* (³), *à toute homomorphie transformant le corps* B(Y) (*de sous-ensembles boréliens de* Y) *en* C_1/I, *correspond une transformation* φ *de* X *en* Y *telle que*

$$(2) \qquad h(Z)=[\varphi^{-1}(Z)] \qquad \text{pour tout} \quad Z\in B(Y).$$

La définition de la convergence d'homomorphies, exprimée par l'égalité (1),

---

(*) Séance du 24 mai 1948.

(¹) J'emploie les mêmes termes et notations que dans ma Note (*Comptes rendus*, 226, 1947, p. 1675.

(²) *Topologie I* (*Monografie Matematyczne*, 3, 1933, p. 76-77).

(³) On appelle ainsi les ensembles homéomorphes aux sous-ensembles boréliens du cube fondamental de Hilbert. L'hypothèse que Y est absolument borélien est essentielle. Elle est une condition nécessaire de l'existence de la fonction φ vérifiant (2) pour h, C_1 et I arbitraires. *Cf.* ma Note *On the inducing of homorphisons by mappings* (*Fundamenta Mathematicæ*, 35, 1948, théor. 4.4).

présente une généralisation de la convergence de fonctions dans le sens habituel du mot. On a, en effet, l'énoncé suivant :

THÉORÈME 3. — *Soit* $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \ldots$ *une suite de transformations de l'ensemble* X *en l'espace métrique séparable* Y.

a. En posant $h_n(Z) = \varphi_n^{-1}(Z)$, *où* $Z \in B(Y)$, *on définit une suite d'homomorphies* $\{h_n\}$ *transformant* B(Y) *en le corps de tous les sous-ensembles de* X ([4]).

b. Les conditions suivantes sont équivalentes

$$h_0 = \lim_{n=\infty} h_n \quad \text{et} \quad \varphi_0 = \lim_{n=\infty} \varphi_n.$$

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur l'extension de certaines formules intégrales aux écoulements des fluides parfaits.* Note de M. **Caïus Jacob**, présentée par M. Henri Villat.

1. Considérons un écoulement fluide incompressible, permanent et irrotationnel et soient $\vec{r}(x, y, z)$ le vecteur de position d'une particule fluide et $\vec{v}(u, v, w)$ la vitesse correspondante. Posons encore $V^2 = u^2 + v^2 + w^2$.

Soit S une surface fermée régulière, située dans le domaine de définition de l'écoulement, pour laquelle les formules de Green sont applicables; soit encore $\vec{n}$ le verseur de la normale intérieure à S. On doit à T. Levi-Civitá ([1]) la formule

$$(1) \qquad \frac{1}{2}\iint_S V^2 \vec{n}\, d\sigma = \iint_S (\vec{v}.\vec{n})\vec{v}\, d\sigma,$$

qui étend à l'espace à trois dimensions une formule de Blasius. Cette formule vient d'être retrouvée par M. von Mises ([2]) moyennant des considérations plus générales. M. von Mises a généralisé la seconde formule de Blasius en donnant l'égalité

$$(2) \qquad \frac{1}{2}\iint_S V^2 (\vec{r}\times\vec{n})\, d\sigma = \iint_S (\vec{v}.\vec{n})(\vec{r}\times\vec{v})\, d\sigma.$$

Cette formule peut être démontrée directement en partant de l'identité de

---

([4]) Si Y est un espace métrique de puissance inférieure au premier alef inaccessible (au sens étroit), l'égalité $h(Z) = \varphi^{-1}(Z)$ [pour tout $Z \in B(Y)$] établit une correspondance biunivoque entre la classe de toutes les homomorphies h transformant B(Y) en le corps des sous-ensembles de X et la classe de toutes les transformations φ de X en Y (Cf. *ibid.*, théor. 2.4).

([1]) *Atti del R. Ist. Veneto*, 64, 1905, p. 1466; Voir aussi U. Cisotti, *Idromeccanica piana*, Milano, 1922, p. 273.

([2]) *Bulletin of the American Math. Society*, 50, 1944, p. 599.

Green

$$\iiint_T \operatorname{grad} U \operatorname{grad} V \, d\tau = -\iint_S U \frac{dV}{dn} d\sigma - \iiint_T U \Delta V \, d\tau, \tag{3}$$

où T est le volume limité par S. Soit $\varphi(x, y, z)$ le potentiel des vitesses; et si l'on y pose $U = y\varphi'_z - z\varphi'_y$, $V = \varphi$, des transformations aisées permettent d'obtenir précisément (2) en projection sur l'axe arbitraire Ox, ce qui suffit à la démonstration de cette égalité.

2. M. von Mises a signalé une extension de la formule de Cauchy à trois dimensions. La formule obtenue n'est qu'un cas particulier de

$$\left.\begin{matrix}\vec{v}_M \\ 0\end{matrix}\right\} = -\operatorname{grad}\left(\frac{1}{4\pi}\iint_S \frac{\vec{v}.\vec{n}}{r} d\sigma + \frac{1}{4\pi}\iiint_T \frac{\operatorname{div}\vec{v}}{r} d\tau\right) + \operatorname{rot}\left(\frac{1}{4\pi}\iint_S \frac{\vec{n}\times\vec{v}}{r} d\sigma + \frac{1}{4\pi}\iiint_T \frac{\operatorname{rot}\vec{v}}{r} d\tau\right), \tag{4}$$

suivant que M se trouve à l'intérieur ou à l'extérieur de S. Ici r désigne la distance entre le point d'intégration Q et M. Lorsque l'écoulement est incompressible, $\operatorname{div}\vec{v} = 0$; on a alors une formule bien connue de H. Poincaré, dont M. J. Pérès ([3]) a donné une démonstration directe. Si l'on y fait encore $\operatorname{rot}\vec{v} = 0$, on retrouve la formule de M. von Mises. La formule (4) peut être considérée comme l'extension à l'espace de la formule de M. D. Pompeiu ([4]) concernant les fonctions holomorphes (α). Elle permet de ramener la résolution du problème de Poincaré-Stekloff (détermination du champ des vitesses lorsqu'on connaît celui des tourbillons) à celle d'un seul problème de Neumann et à des quadratures, alors que les méthodes de L. Lichtenstein, J. Pérès et U. Crudeli exigent la résolution de deux ou trois problèmes de Neumann.

3. Soit maintenant un écoulement permanent et irrotationnel d'un fluide compressible de masse spécifique ρ et d'équation caractéristique $p = p(\rho)$. Posons, en admettant l'absence des forces massiques,

$$K(V^2) = \rho V^2 + \frac{1}{2}\int \rho \frac{V^2}{c^2} d(V^2) = \int \rho \, d(V^2),$$

c étant la vitesse de propagation du son. On a alors les formules

$$\frac{1}{2}\iint_S K(V^2)\vec{n}\, d\sigma = \iint_S \rho(\vec{v}.\vec{n})\vec{v}\, d\sigma \tag{5}$$

([3]) *Journal de Mathématiques*, 9e série, **9**, 1930, p. 116.

([4]) *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, **33**, 1912, p. 108.

et

(6) $$\frac{1}{2}\iint_S K(V^2)(\vec{r}\times\vec{n})\,d\sigma = \iint_S \rho(\vec{v}.\vec{n})(\vec{r}\times\vec{v})\,d\sigma,$$

dont la première généralise celle de T. Levi-Cività. Nous en avons donné une démonstration antérieurement et en avons déduit l'expression du coefficient de contraction d'un jet gazeux ([5]). Pour ce qui est de (6), on peut l'obtenir en partant de (3) et en y posant $U = \rho(y\varphi'_z - z\varphi'_y)$, $V = \varphi$. On peut encore donner, des formules (1), (2), (5), (6), une démonstration plus directe, en se servant des équations d'Euler.

AÉRODYNAMIQUE. — *Détermination approchée des corrections dues aux vitesses induites dans les machines axiales à vitesse relative supersonique.* Note (*) de MM. **Raymond Siestrunck** et **Jean Fabri**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Dans le mouvement hélicoïdal supersonique d'une surface portante, une perturbation émise en un point ne se transmet qu'à l'intérieur du conoïde caractéristique de l'équation satisfaite par le potentiel de perturbation d'un tel écoulement ([1]); le cône des tangentes de ce conoïde au point considéré n'est autre que le cône de Mach de l'écoulement relatif, dont l'ouverture dépend du nombre de Mach résultant $\mathfrak{M} = \sqrt{M^2\xi^2 + m^2}$. Lorsque ce dernier est suffisamment élevé, chaque perturbation n'intéresse qu'une portion infiniment petite de l'envergure, et il est possible en première approximation d'assimiler l'écoulement au rayon ξ à l'écoulement plan autour de la grille de profils obtenue par développement de la section de la machine par le cylindre coaxial de rayon ξ.

2. Nous aurons une deuxième approximation en généralisant la méthode simplifiée de calcul de répartition des charges sur une surface portante en translation supersonique, que nous avons déjà indiquée ([2]). En ne considérant ici aussi que des pales dont le bord d'attaque est normal au vent relatif, nous ne restreindrons pas beaucoup le domaine d'application de la méthode, étant données les formes géométriques imposées aux aubes en rotation rapide par la résistance des matériaux; nous admettrons alors que toute variation locale de pente au contour de chaque profil induit, à l'intérieur du conoïde caractéristique de l'écoulement issu du point considéré, une pression dont la valeur nous est fournie par la théorie bidimensionnelle des écoulements de translation, le

([5]) *Atti della R. Accad. Nazionale dei Lincei,* 6e série, **27**, 1938, p. 176.

(*) Séance du 24 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1430.

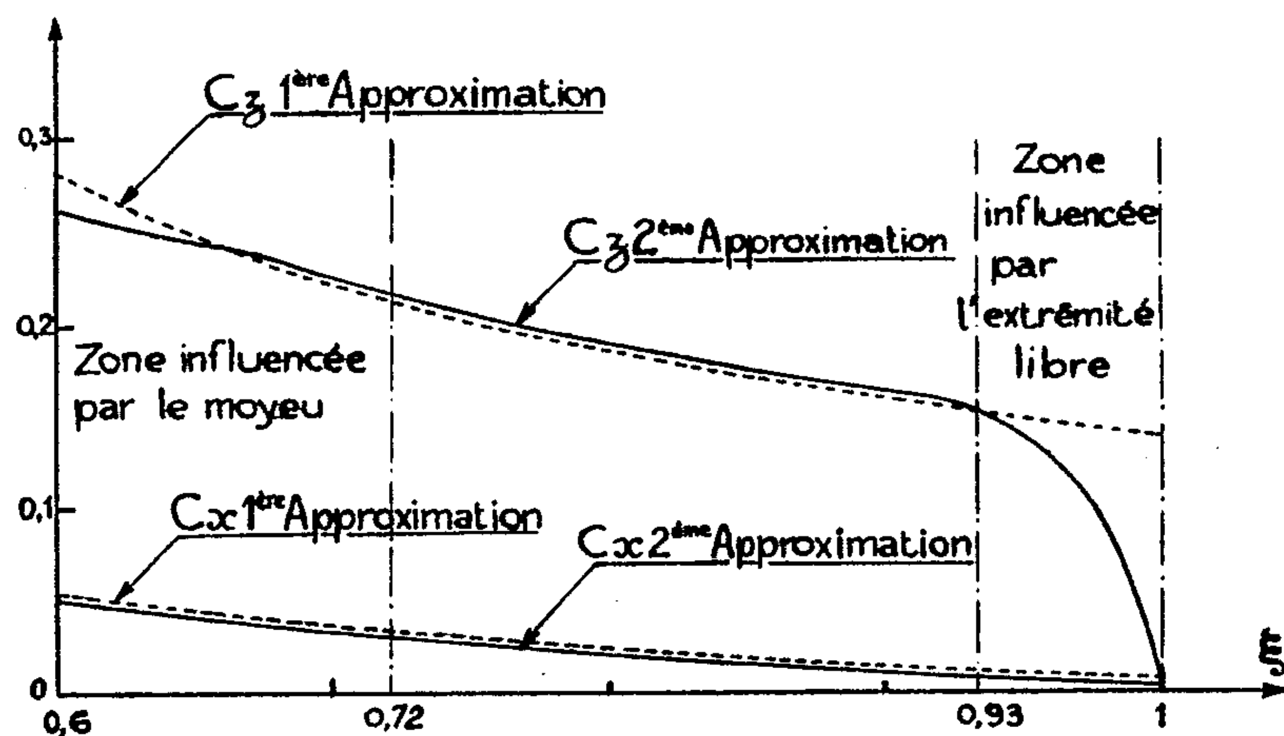
([2]) J. Fabri, *Comptes rendus,* **226**, 1948, p. 1172.

nombre de Mach de l'écoulement de comparaison étant bien entendu le nombre de Mach du profil dans son écoulement relatif; la pression totale en un point sera alors la moyenne des pressions induites par toutes les perturbations émises à l'intérieur de son avant-conoïde caractéristique : si nous posons $\beta = \sqrt{\mathfrak{M}^2 - 1}$, le coefficient de pression au point (ξ, η) de la pale sera donné par

$$C_p = \int_{-\infty}^{\eta} \frac{d\eta}{\xi_1 - \xi_2} \int_{\xi_2}^{\xi_1} \frac{2}{\beta} \frac{\partial \delta}{\partial \eta} d\zeta,$$

$\delta(\xi, \eta)$ désignant la pente du contour du profil, et $\xi_1 - \xi_2$ la portion de parallèle au bord d'attaque comprise, à l'ordonnée η, à l'intérieur de l'avant-conoïde caractéristique du point considéré.

3. Nous tiendrons compte de l'effet d'un moyeu cylindrique en prolongeant la pale, vers l'axe de la machine, par une surface portante fictive au moyen d'une symétrie par rapport au plan tangent au moyeu; en un point de cette surface image, l'écoulement bidimensionnel de comparaison aura un nombre de Mach $\sqrt{M^2(2\xi_m - \xi)^2 + m^2 - 1}$, si ξ_m désigne le rayon du moyeu. De même, l'effet de limitation de l'envergure s'obtiendra en prolongeant la pale par une surface fictive symétrique du squelette de la surface portante réelle par rapport à l'axe du cône de Mach relatif marginal, et placée dans un écoulement auxiliaire de nombre de Mach $\sqrt{M^2(2 - \xi)^2 + m^2 - 1}$.



4. *Exemple*. — Soit une pale de corde constante t, ayant pour sections des losanges d'épaisseur variable, dont les angles d'ouverture sont donnés par $2\alpha = 2\alpha_0(1 - a\xi)$, a étant une constante. Dans le cas particulier : $\xi_m = 0,6$; $M = 1,6$; $m = 0,8$; $t = 0,1$; $\alpha(0,6) = 5°$, nous avons représenté (*fig.* 1) les répartitions de portance et de traînée le long de la pale, la loi de gauchissement étant telle que l'incidence soit constante en envergure et égale à 5°; les résultats de la première approximation sont indiqués en traits interrompus.

On en déduit les coefficients caractéristiques globaux (pour une pale) :

(C_T) $\tau = 0,0248$,
(C_Q) $\chi = 0,0512$,
$\eta = 0,76$.

ASTRONAUTIQUE. — *Complément à l'étude de l'évasion hors de l'attraction terrestre et de la gravitation autour de la Terre.* Note de M. **Robert Genty**, présentée par M. Donatien Cot.

Dans une précédente Note [1] nous avons établi une expression de la vitesse V_1 de la fusée en fin de combustion

$$(1) \qquad V_1^2 = \left[c \operatorname{Log} \frac{1}{1-\delta} - g_0 t_p\right]^2 + 2 g_0 \frac{(S_1 - S_0)^2}{S_1}.$$

Nous devons préciser que cette formule ne constitue qu'une approximation puisqu'elle suppose implicitement les fonctions $t(S)$ identiques dans le cas de g constant et de $g = k/S^2$. La formule correcte ne pourrait être obtenue que par une méthode d'approximations successives.

L'équation (1) égalée selon les cas à V_e^2 ou à V_g^2 donne une expression $F(\delta, t_p, S_1)$ o. De la loi des espaces, établie à partir de g constant, on peut tirer une valeur de t_p qui, portée dans l'équation $F = 0$, permettra de calculer δ en première approximation.

On peut aussi opérer par voie de résolution graphique. On obtient ainsi pour une valeur de c considérée comme un maximum probable à l'heure actuelle (3870 m/s) :

Évasion........	$t_p = 380$ s	$\delta = 0,976$	pour	$S_1 - S_0 = 636$ km
Gravitation.....	$t_p = 364$ s	$\delta = 0,943$	pour	$S_1 - S_0 = 515$ km

A ces altitudes, la résistance de l'air est négligeable et l'évasion, comme la gravitation, par fusée, dans les conditions de la Note précitée, semblent dans le domaine des possibilités présentes.

D'autre part l'accélération γ de la fusée en fin de combustion est donnée par

$$\gamma = \frac{c}{t_p} \frac{\delta}{1-\delta} - g_1$$

(g_1 accélération de la pesanteur au point d'abscisse S_1).

Dans le cas étudié ces accélérations sont respectivement :

Évasion..............	$\gamma = 40605$ cm/s/s	soit sensiblement	41 g
Gravitation...........	$\gamma = 16750$ cm/s/s	»	17 g

Ces valeurs de γ, encore que très modestes, sont inacceptables pour l'orga-

(1) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1510.

nisme humain, compte tenu des moyens de protection en usage. En admettant 10 g comme limite supérieure de l'accélération supportable par l'homme dans ces mêmes conditions, les formules précédentes conduisent à des valeurs de c supérieures au maximum possible actuel.

Si nous prenons à titre d'exemple $c = 7000$ m/s et $S_1 = 1{,}2\,S_0$, les résultats obtenus sont, dans le cas de l'évasion :

$$t_p = 785 \text{ s}, \qquad \delta = 0{,}921, \qquad \gamma = 9{,}9\,\text{g} < 10\,\text{g}.$$

A titre indicatif si l'on effectue les calculs sans tenir compte du terme correctif de l'équation (1), les résultats précédents deviennent :

$$t_p = 800 \text{ s}, \qquad \delta = 0{,}925, \qquad \gamma = 10{,}3\,\text{g} > 10\,\text{g},$$

d'où l'intérêt qu'il y a à tenir compte de la variation de g avec l'altitude.

ÉLASTICITÉ. — *Nouvelle méthode pour la mesure de la viscosité des métaux.* Note de M. **Constantin Sălceanu**, présentée par M. Aimé Cotton.

Dans une Note antérieure nous avons cité une méthode basée sur la détermination d'un décrément logarithmique ([1]), par laquelle les auteurs du Mémoire cité mesurent la viscosité de divers métaux. Dans la présente Note, nous indiquons comment nous avons essayé de faire cette mesure d'une manière un peu différente.

Les oscillations d'un pendule de torsion autour d'un fil métallique sont des oscillations amorties, données par l'équation

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} + R\frac{d\theta}{dt} + C\theta = 0,$$

où I est le moment d'inertie du pendule, C, le module d'élasticité du fil, et R le facteur d'amortissement des oscillations. La solution est $\theta = A\,e^{-\delta t}\sin(\omega t + \varphi)$ où $\delta = R/2I$. Si nous appelons T la durée nécessaire pour réduire à la moitié l'amplitude initiale des oscillations, nous aurons ([2]) $T = 0{,}7/\delta$, d'où $T = 1{,}4(I/R)$. D'autre part, Honda établit une relation ([3]) entre le facteur d'amortissement R et le coefficient de viscosité η du fil métallique de torsion $R = \pi\eta(r^4/2l)$, où r est le rayon du fil et l est la longueur du pendule de torsion. La relation qui en résulte $\eta = (2{,}8\,l\,I/\pi T r^4)$ permet de déterminer le coefficient de viscosité η des métaux par la mesure de la période T qui réduit à la moitié l'amplitude initiale des oscillations.

---

(1) Subrahmanian et Gunnaya, *Phil. Mag.*, 1925, p. 711; 1926, p. 1074; 1927, p. 852.

(2) Barkhausen, *Einführung in die Schwingungslehre*, 1940, p. 16.

(3) Kotaro Honda et Seibi Konno, *Phil. Mag.*, july 1921.

Le pendule de torsion était constitué par une tige mince de bois, horizontale, de 52^{cm} de longueur, ayant à ses bouts deux poids de 10^{g} chacun et fixée par son milieu au milieu du fil de suspension. Le fil métallique de 52^{cm} de longueur était fixé à sa partie supérieure et à la partie inférieure était enroulé sur deux poulies, de façon qu'on puisse le soumettre à diverses tractions, tout en lui conservant une longueur constante.

La période T était déterminée soit directement à l'aide de la courbe de décroissance des amplitudes en fonction du temps, soit en figurant leurs logarithmes en fonction du temps et en retranchant de la valeur minima la valeur de log 2.

La résistance de l'air n'altère que très peu l'amplitude des oscillations ([4]).

L'influence de la traction, jusqu'à 25^{kg}, s'est montrée nulle pour divers métaux.

Nous donnons quelques exemples des lectures faites sur une échelle graduée, par la méthode de Poggendorff, des amplitudes en fonction du temps ($t=21^{\circ}$C.):

	Argent. $I = 13500$ g.cm², $l = 13^{cm}$, $r = 0^{cm},0255$.							Tungstène. $I = 13500$ g.cm², $l = 13^{cm}$, $r = 0^{cm},019$.						
Ampl. (div.)...	152	136	115	93	75	66	54	152	110	73	53	41	34	25
Secondes......	0	12	30	53	75	89	118	0	11	27	43	59	70	96

On s'est imposé dans tous les cas de commencer les lectures par la même amplitude sur l'échelle graduée.

Le Tableau suivant montre les valeurs obtenues pour les viscosités des métaux étudiés ($I = 13500$ g.cm² et $l = 13^{cm}$; pour le Pb, $I = 507$ g.cm²).

	r (cm).	T (sec).	η.		r (cm).	T (sec).	η.
Al.........	0,05	41	6,1.10⁸	Nickel......	0,025	64	64 .10⁸
Fer........	0,03	91	21,2	Cuivre.....	0,0235	54	106
Acier......	0,03	88	21,9	Platine.....	0,0165	190	111,3
Plomb.....	0,0275	4	25,7	Tungstène..	0,019	25	481
Ag.........	0,0255	75	50,6				

Ces valeurs ne sont du même ordre de grandeur que celles des auteurs cités que pour le fer, l'aluminium et le plomb. Pour tous les autres métaux, notre méthode donne des valeurs beaucoup plus grandes que les leurs, surtout avec le tungstène pour lequel on a obtenu la plus grande valeur de tous les métaux expérimentés. En particulier, nous obtenons pour le fer et pour l'acier des valeurs de la viscosité presque égales, en montrant que le frottement intérieur est conditionné par des particules presque identiques venant en contact, cela étant en contradiction avec les données des auteurs sus-cités, qui trouvent pour l'acier une viscosité deux fois plus petite que pour le fer.

Nous avons essayé de déterminer l'influence de la température sur la viscosité de quelques métaux, en chauffant le fil métallique par un courant électrique. Le tableau suivant montre les valeurs des amplitudes lues sur l'échelle graduée

(4) J. Becquerel, *Cours de Physique*, 2, 1926, p. 41.

pour l'argent et pour le nickel (mêmes conditions que celles du tableau précédent, la longueur du fil étant 52^{cm}) :

	Ag. chauffé sous 3 ampères.	Ag. chauffé sous 5 ampères.
ampl.(div.)....	152-133-118-110-78-61-45	152-115-96-65-52-43-31
sec...........	0 12 23 30 60 83 112	0 18 30 60 78 96 126

	Ni chauffé sous 3 ampères.
ampl. (div.).....	152-107-83-74-60-50-43
sec.............	0 15 30 38 53 73 87

Le fer montre aussi une petite influence de la chauffe sur l'amortissement des oscillations. Sous 5 ampères le fer perd complètement son élasticité, ce qui se manifeste par un amortissement brusque des oscillations. L'acier chauffé dans les mêmes conditions cesse complètement ses oscillations. Le tungstène, sous 5 ampères, ne manifeste aucun changement. L'aluminium présente des variations très petites sous l'influence de la chauffe.

En général, l'influence de la chauffe se manifeste par un accroissement du coefficient de viscosité des métaux, contrairement à ce qui se passe dans le cas des liquides. Ainsi, pour l'argent chauffé sous 3 ampères, on obtient $\eta = 60.10^8$ et sous 5 ampères $\eta = 77,6.10^8$; pour le nickel sous 3 ampères on obtient $\eta = 111,4.10^8$.

ASTROPHYSIQUE. — *Spectre de* Nova Serpentis 1948. Note (*) de Mme **Renée Herman**, présentée par M. Bernard Lyot.

Le spectre de *Nova Serpentis* 1948 ($\alpha = 15^h 43^m,3$; $\delta = 14°31'$) a été photographié le 12 mai 1948 de 22^h à $23^h 30^m$ TU et dans la nuit du 14 au 15 mai 1948, de 22^h à 1^h TU, à l'aide d'un spectrographe à un prisme de flint de 60°, muni d'un objectif SOM-Berthiot ouvert à F/1,5, fixé sur la grande lunette de 80^{cm} de l'observatoire de Meudon. Le collimateur a une distance focale de 55^{cm} et l'objectif de chambre une distance focale de 55^{mm}, ce qui permet l'emploi d'une fente assez large. Cet instrument donne une faible dispersion : 300 Å/mm vers H_γ et 500 Å/mm environ vers H_β. L'emploi de films permet de mieux utiliser le pouvoir de résolution de l'appareil en raison de la plus grande finesse du grain des émulsions. On a utilisé les films panchromatiques *Super XX* Kodak. Malheureusement le fort chromatisme de la lunette ne permet pas de profiter complètement de l'avantage d'une émulsion panchromatique.

On observe toute une série de raies d'émission entre 5000 et 4000 Å. L'aspect des diverses raies n'est pas le même, certaines d'entre elles présentent un maximum au milieu alors que d'autres, aussi intenses sur le bord, ne présentent pas le même phénomène. C'est ainsi que 5007 a sensiblement la

(*) Séance du 24 mai 1948.

même intensité sur toute la hauteur du spectre alors que 4640 est plus intense au centre.

Il semble donc, comme l'indique d'ailleurs l'aspect de l'image, qu'il s'agisse d'une nova comportant un disque nébulaire, les raies nébulaires apparaissent sur tout le disque, tandis que les autres raies appartiennent à l'étoile centrale.

La répartition d'intensité des raies de l'étoile centrale semble indiquer que celle-ci est du type W_{N8} environ.

Le tableau suivant donne les longueurs d'onde des raies observées.

Longueurs d'onde.	Identification.		Intensité.	Observations.
5002.......	5007	[OIII]	10	N
4958.......	4959	[OIII]	4	N
4922.......	4922	HeI	2	–
4856.......	4861	Hβ	6	*c*
4809.......	4803	NII	0	–
4683.......	4686	HeII	8	*c*
4640.......	4640-42	NIII	10	*c*
4608.......	4607	NII	6	*c*
4580.......		–	0	–
4555.......	4553	SiIII	0	–
4512.......	4511-15	NIII	0	–
4365.......	4363	[OIII]	10	N
4344.......	4340	Hγ	2	–
–	4348	NIII	–	–
4143.......	4144	HeI	0	–
4126.......	4121	HeI	0	–
3937.......	3934-38	NIII	0	–

Les intensités sont notées dans une échelle arbitraire et donnent seulement une indication qualitative. Il ne peut être question de mesures en raison de la rapidité de la variation de la distance focale de l'objectif avec la longueur d'onde qui peut fausser complètement les rapports d'intensité. Dans la dernière colonne, on a indiqué par la lettre N les raies qui ont la même intensité sur toute la hauteur du spectre et par *c* celles qui présentent un maximum au centre.

J'ai photographié également un spectre sur pellicule infrarouge Kodak le 19 mai 1948 de 22^h à 24^h TU. On observe sur ce cliché un assez grand nombre de raies et un fond continu faible qui s'étend vers le rouge à partir de 5300 Å environ. L'étude détaillée de ce spectre est en cours mais, dès maintenant, on peut noter dans cette région : H_α très intense et très large (il y a probablement superposition des raies interdites 6548 et 6584 de NIII), [NII] 5755 [OI] 6300 et 5577 ainsi que HeI 5875 et quelques autres raies de NII. Il est probable que le groupe de raies interdites de OII située au voisinage de 7320 est également présent.

En résumé, les raies les plus intenses sont H_α, les raies nébulaires, NIII 4640, [NII] 5755, H_β, HeII 4686.

Cette étoile se présente comme étant au stade nébulaire, il s'agirait donc d'une nova loin de son maximum, ce qui serait en accord avec le fait que sa magnitude varie très lentement. On peut se demander s'il s'agit d'une nova classique qui aurait échappé aux observations lors de son maximum d'éclat ou s'il ne s'agit pas de la modification d'une étoile du type Wolf-Rayet. Ces étoiles très chaudes présentent des élargissements des raies d'émission et des déplacements importants des raies d'absorption vers le violet que Beals a essayé d'expliquer par l'effet Doppler dû à une éjection continue de matière à grande vitesse, éjection analogue à celle observée pour les novæ. *Nova Serpentis* 1948 est peut-être une W_{N8} dont les gaz éjectés se sont fixés sous forme de nébuleuse. L'augmentation d'éclat pourrait provenir de l'augmentation des radiations visibles de la nébulosité excitée par le rayonnement ultraviolet de l'étoile centrale.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Remarque sur l'équation de Schrödinger en coordonnées quelconques*. Note (*) de M. **Mircea Drăganu**.

Dans un Mémoire antérieur (¹) nous avons déduit l'équation non relativiste des ondes pour un système des corpuscules libres en présence de forces d'origine magnétique à l'aide d'une méthode appliquée déjà par Schrödinger (²) dans le cas des corpuscules soumis seulement à l'action d'un potentiel scalaire. L'hamiltonien s'écrit en coordonnées cartésiennes de la manière suivante :

$$(1)\qquad \mathrm{H}=\frac{\hbar^2}{2m}\left[\left(\frac{\partial\psi^*}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)+\left(\frac{\partial\psi^*}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)+\left(\frac{\partial\psi^*}{\partial z}\right)\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)\right]$$
$$-\frac{\hbar e}{icm}\psi^*\left[\mathfrak{A}_x\frac{\partial\psi}{\partial x}+\mathfrak{A}_y\frac{\partial\psi}{\partial y}+\mathfrak{A}_z\frac{\partial\psi}{\partial z}\right]+\left(\mathrm{V}+\frac{e^2}{2mc^2}\vec{\mathfrak{A}}^2\right)\psi^*\psi,$$

en se bornant au cas d'un seul corpuscule par raison de simplicité.

Nous voulons mettre en évidence le caractère de covariance et de contravariance des grandeurs qui interviennent dans l'expression ci-dessus. En effet, quand on passe d'un système de coordonnées à un autre, le gradient de la fonction ψ se transforme comme un vecteur covariant, c'est-à-dire

$$(2)\qquad \frac{\partial\psi}{\partial x}=\sum_k^{1,2,3}\frac{\partial\psi}{\partial q_k}\frac{\partial q_k}{\partial x},\qquad \frac{\partial\psi}{\partial y}=\sum_k^{1,2,3}\frac{\partial\psi}{\partial q_k}\frac{\partial q_k}{\partial y},\qquad \frac{\partial\psi}{\partial z}=\sum_k^{1,2,3}\frac{\partial\psi}{\partial q_k}\frac{\partial q_k}{\partial z},$$

(*) Séance du 3 mai 1948.

(¹) M. Drăganu, *Disquisitiones Math. et Phys.*, V, 1946, p. 115.

(²) E. Schrödinger, *Ann. Phys.*, 79, 1926, p. 748.

D'autre part, prenant en considération les composantes contrevariantes du vecteur potentiel $\vec{\mathfrak{A}}$, on a les relations de transformation

(3) $$\mathfrak{A}_x=\sum_k^{1,2,3} Q^k \frac{\partial x}{\partial q_k}, \qquad \mathfrak{A}_y=\sum_k^{1,2,3} Q^k \frac{\partial y}{\partial q_k}, \qquad \mathfrak{A}_z=\sum_k^{1,2,3} Q^k \frac{\partial z}{\partial q_k}.$$

Avec ces valeurs le carré du vecteur $\vec{\mathfrak{A}}$ devient

(4) $$\vec{\mathfrak{A}}^2=\mathfrak{A}_x^2+\mathfrak{A}_y^2+\mathfrak{A}_z^2=\sum_x^{x,y,z}\sum_{k,l}^{1,2,3}\frac{\partial x}{\partial q_k}\frac{\partial x}{\partial q_l}Q^kQ^l=\sum_{k,l}^{1,2,3}g_{kl}Q^kQ^l=\sum_{k,l}^{1,2,3}Q^kQ_k,$$

(5) $$g_{kl}=\sum_x^{x,y,z}\frac{\partial x}{\partial q_k}\frac{\partial x}{\partial q_l},$$

(6) $$g_l^k=\sum_x^{x,y,z}\frac{\partial q_k}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial q_l}=\begin{cases}1 & \text{si } k=l \\ 0 & \text{si } k\neq l\end{cases}.$$

Si l'on introduit les valeurs ci-dessus dans l'hamiltonien (1), tenant compte encore de la relation (6), et en adoptant la convention usuelle que la double présence d'un indice signifie sommation, nous obtenons

(7) $$H=\frac{\hbar^2}{2m}g^{kl}\frac{\partial\psi}{\partial q_k}\frac{\partial\psi^*}{\partial q_l}-\frac{\hbar e}{icm}Q^k\frac{\partial\psi}{\partial q_k}\psi^*+\left(V+\frac{e^2}{2mc^2}Q^kQ_k\right)\psi\psi^* \qquad (k=1,2,3).$$

Dans notre Mémoire cité plus haut le produit intérieur Q^kQ_k a été noté par $\vec{Q}^2$.

De (7) par variation sous la condition

(8) $$\int D\psi^*\psi\, d\tau=1,$$

on arrive à l'équation de Schrödinger cherchée

(9) $$\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial}{\partial q_l}\left(Dg^{kl}\frac{\partial\psi}{\partial q_k}\right)+\frac{\hbar e}{icm}DQ^k\frac{\partial\psi}{\partial q_k}+D\left(W-V-\frac{e^2}{2mc^2}Q^kQ_k\right)\psi=0;$$

D signifie le déterminant

(10) $$D=(\|g^{kl}\|)^{-\frac{1}{2}}.$$

L'équation (9) est valable dans n'importe quel système de coordonnées. La généralisation au cas des n corpuscules est immédiate.

En remplaçant ψ par $\varphi \exp(iWt/\hbar)$, on obtient une équation identique à celle donnée par Rosseland ([3]) et obtenue par un procédé d'induction directe. Si l'on ajoute encore le terme nul $\operatorname{div}\vec{Q}=0$, on retombe sur la formule donnée déjà par W. Pauli ([4]) et déduite, il semble, aussi directement par induction.

([3]) *Handbuch d. Astrophysik*, t. III, 1, p. 385.

([4]) *Handbuch d. Physik*, XXIV, p. 120. (C'est M. Louis de Broglie qui a bien voulu attirer mon attention sur cette dernière formule.)

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Remarques sur l'isomérie.*
Note (*) de M. **Pierre Lacroute.**

Les nombreux chercheurs qui étudient les conditions physiques dans lesquelles ont pu se former les noyaux lourds sont actuellement conduits théoriquement à admettre que ces noyaux ont été formés avec des charges réduites. Certaines constatations actuelles sont en faveur de cette idée (1), (2).

Si l'on connaissait bien les propriétés des noyaux on pourrait lier les conditions physiques aux proportions des éléments et des isotopes, et obtenir ainsi plus de certitude sur les conditions physiques elles-mêmes. Il faudrait pour cela connaître notamment les niveaux excités, non seulement dans le cas des noyaux stables, mais aussi dans le cas des noyaux instables qui sont dans la région de stabilité. Les renseignements expérimentaux sont encore très insuffisants, et les théories actuelles ne s'attachent pas à prévoir ces niveaux. On peut chercher quelques règles empiriques. Il semble que la considération des nombres Z de protons et N de neutrons contenus dans les noyaux doit donner des résultats, tout comme le nombre des électrons dans les spectres atomiques.

L'étude de l'isomérie permet à ce sujet quelques remarques intéressantes.

L'isomérie est liée à l'existence d'états métastables. Il est connu (3) qu'il y a des isomères seulement quand le nombre Z ou le nombre N, ou les deux sont impairs. D'autre part, on peut remarquer que certaines valeurs de Z, 47 et 49 par exemple, semblent favoriser nettement l'isomérie. Il est donc tentant d'attribuer systématiquement l'isomérie observée dans les noyaux au fait que les nombres Z ou N y prennent certaines valeurs impaires α. En se basant sur la table de Seaborg (4), complétée par quelques résultats plus récents, on obtient le tableau suivant :

On s'est limité aux isotopes les plus sûrs, les noyaux sont indiqués par le nombre Z puis par le nombre N entre parenthèses. Un point d'interrogation suit les isomères douteux. Un astérisque suit les isomères dont la place peut être ambiguë lorsque Z et N sont impairs.

On constate que l'isomérie est favorisée par les mêmes valeurs α pour les nombres Z *et* N.

Cette conclusion est appuyée par la considération des degrés d'interdiction des transitions métastables. Wiedenbeck (4) a constaté que les transitions se classaient presque toutes dans deux séries. On a souligné dans le tableau respec-

(*) Séance 19 du mai 1948.
(1) P. Lacroute, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1541.
(2) F. C. Franck, *Proc. Phys. Soc.*, **60**, part. II, 1948, p. 211.
(3) Mattauch, *Zeits. f. Phys.*, **117**, 1940, p. 250.
(4) Seaborg, *Rev. of. Mod. Phys.*, **16**, 1944, p. 1.

tivement d'un trait plein et d'un trait interrompu les noyaux rangés par Wiedenbeck dans l'une ou l'autre série. *Les mêmes nombres α de protons ou de neutrons conduisent à des transitions métastables de même type* (cette considération a joué pour choisir la place de quelques noyaux impairs-impairs dans le tableau).

Nombres α.	Z = α.	N = α.
21	21 (23)*	
23		21 (23)*
27	27 (33)*	25 (27)
29		20 (29), 22 (29)
33		27 (33)*
39	39 (48), 39 (49)*, 39 (52)	30 (39)
41	41 (52)	
43	43 (56)	36 (43)
45	45 (58), 45 (59)	34 (45 ou 47)*, 35 (45), 36 (45)
47	47 (59), 47 (60), 47 (62), 47 (63)	34 (45 ou 47)*, 36 (47), 38 (47)
49	49 (64), 49 (65), 49 (66), 49 (67)	38 (49), 39 (49), 40 (49)
63		49 (63)
71	71 (105)	
73	73 (107)	54 (73)?
75		52 (75)
77	77 (115 ou 117)*	52 (77), 56 (77)
79	79 (117)*	52 (79), 54 (79), 55 (79)
81		54 (81)
117		77 (115 ou 117)*, 79 (117)*
119		78 (119), 80 (119, 121 ou 124)?
123		82 (123)

Non classés 52 (70 ou 72)? et 78 (118)? indiqués douteux

Il faut attendre des faits plus nombreux et plus sûrs sur l'isomérie elle-même et sur les moments angulaires pour préciser certaines questions, notamment le rôle possible du nombre autre que α. Ainsi l'identité des moments des niveaux fondamentaux pour une valeur de α, rarement contrôlable actuellement, n'est pas toujours réalisée. Il semble que ce soit seulement l'existence de niveaux voisins et bas de moments différents qui soit liée aux nombres α; suivant les cas, ce sont les uns ou les autres qui sont les plus bas.

On doit rapprocher ces résultats de ceux publiés récemment par Chanson (5) qui signale l'existence de certaines périodicités dans les propriétés des noyaux. L'emploi du nombre des isotopes radioactifs connus paraît critiquable parce

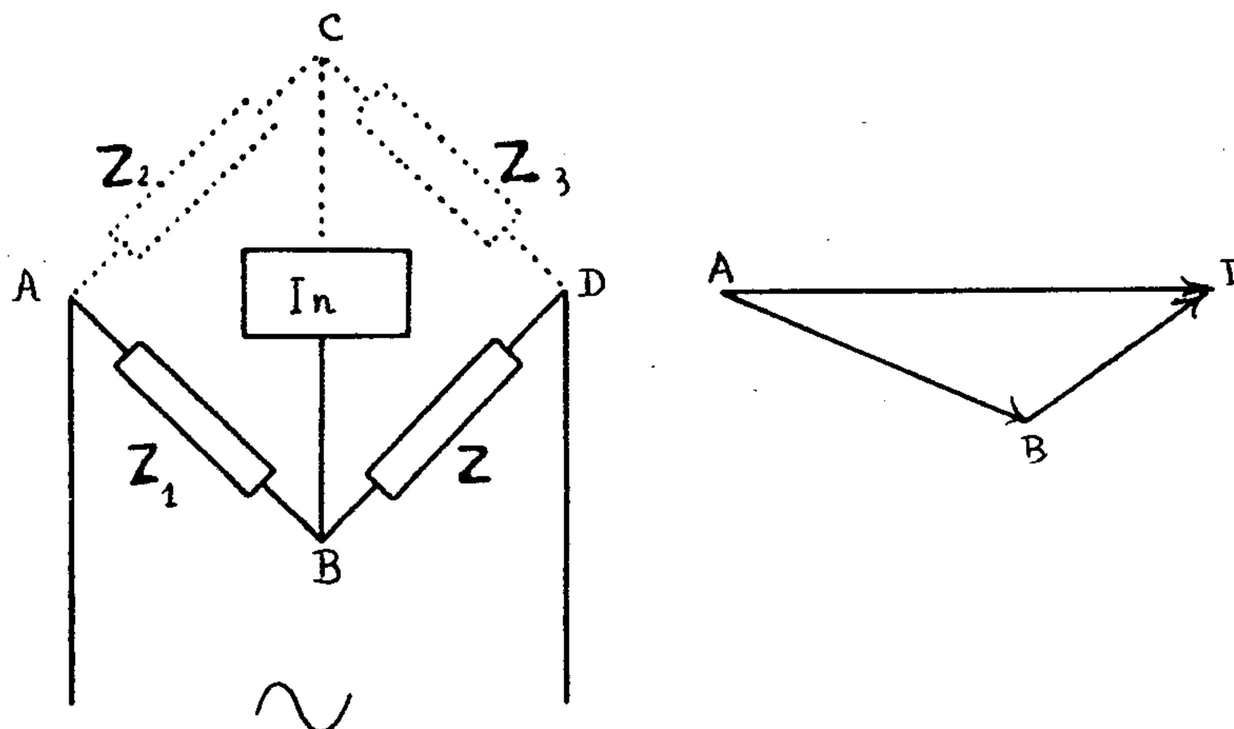
(5) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 997.

que ce nombre dépend des facilités d'étude et de production par fission qui avantagent indûment certains éléments. En outre, *la conclusion en ce qui concerne la restriction du principe d'exclusion aux charges est nettement contredite par les remarques sur l'isomérie qui assigne le même rôle à* Z *et à* N. Cependant les périodicités signalées paraissent réelles; on retrouve dans les mêmes colonnes du tableau de Chanson des séries de nombres α; 27, 45 et 73; 29, 47 et 75; 49 et 77; et ces nombres, en général, conduisent à des transitions métastables de même type.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Remarques sur les ponts de Wheatstone en courant alternatif.* Note (*) de M. **Frantz Perrier**, transmise par M. Aimé Cotton.

Tous les ponts de Wheatstone modernes utilisent un indicateur d'équilibre dont l'impédance, égale à plusieurs mégohms, peut être, en général, considérée comme infinie vis-à-vis des impédances des bras du pont. Il en résulte, pour le calcul de la sensibilité de ces ponts, une grande simplification et, pour le choix du pont à utiliser, des règles simples et générales qui ne paraissent pas avoir été mises en évidence malgré le grand nombre d'écrits publiés sur cette question.

I. *Calcul de la sensibilité.* — Le raisonnement repose sur trois hypothèses et une remarque; *a.* l'impédance de l'indicateur d'équilibre est infinie; *b.* l'impédance de la source d'alimentation est nulle, c'est-à-dire celle-ci maintient aux bornes du pont une différence de potentiel sinusoïdale de valeur efficace constante;



c. toutes les impédances qui constituent le pont sont indépendantes du courant qui les traverse; *d.* les potentiels sont fonctions analytiques de ces impédances et *ont par conséquent une dérivée bien définie.* Dans le pont schématisé ci-dessus Z représente l'impédance à mesurer, In désigne l'indicateur d'équilibre. Désignons par V la différence de potentiel entre A et B (donc aussi entre A et C)

(*) Séance du 19 mai 1948.

lorsque le pont est équilibré : de façon abrégée j'appellerai V le potentiel de B. Donnons à Z ([1]) une variation complexe dZ, le potentiel de B varie de dV; celui de C ne varie pas (par suite des hypothèses a et b) et l'indicateur d'équilibre mesure dV.

La valeur de dV est entièrement déterminée par Z, Z_1 et dZ; elle est indépendante des bras AC et CD (qui à cause de cela sont dessinés en pointillés). Appelons sensibilité du pont la dérivée de V par rapport à Z. L'hypothèse b permet d'écrire :

$$dV = Z_1 dI = -\frac{Z_1}{Z+Z_1} I\,dZ,$$

où

$$s = \frac{dV}{dZ} = -\frac{Z_1 I}{Z+Z_1}. \tag{1}$$

Cette expression se calcule aisément à partir de données relevées sur le diagramme de potentiels dessiné à côté du pont. Comme les indicateurs d'équilibre usuels ne mesurent que les valeurs absolues des déséquilibres, il suffit d'étudier le module de cette valeur; on peut l'exprimer en fonction des segments de droites AB, BD et AD et du module Z de l'impédance à mesurer

$$s = \frac{dV}{dZ} = \frac{AB.BD}{AD|Z|}. \tag{2}$$

II. *Choix d'un pont.* — L'expression (2) permet non seulement de déterminer la sensibilité d'un pont donné, mais encore de résoudre simplement deux questions pratiques.

1° Choisissons un type de pont : nous ne pouvons que modifier le module de Z_1 sans changer son argument. Comme Z est donné, l'angle ABD est constant, donc B décrit un cercle dont AD est une corde. Cette condition, jointe à l'expression (2), montre que la sensibilité, qui varie comme le produit AB.BD, est maximum quand AB = BD, c'est-à-dire quand $|Z_1| = |Z|$: *la sensibilité d'un pont est maximum quand l'impédance du bras placé entre la source et l'impédance à mesurer a même module qu'elle.* Les impédances des deux autres bras du pont sont alors égales *entre elles* en valeur absolue, mais pas forcément égales à la valeur absolue de l'impédance à mesurer.

2° Conservons à Z_1 ce module et modifions son argument, ce qui revient à changer le type de pont utilisé, le maximum de sensibilité est visiblement obtenu quand l'angle ABD est le plus petit possible, c'est-à-dire en choisissant une impédance Z_1 dont l'argument diffère le plus possible de celui de l'impé-

([1]) Les calculs qui suivent, *y compris les dérivations*, sont des calculs relatifs à des nombres complexes. Les variations élémentaires sont des valeurs complexes, c'est-à-dire que les extrémités des vecteurs qui représentent les grandeurs considérées peuvent se déplacer dans le plan dans une direction et un sens quelconques. Ces variations sont évidemment différentes des variations des modules des mêmes grandeurs.

dance à mesurer : *les ponts qui permettent de mesurer une impédance donnée avec le maximum de sensibilité sont ceux dont le bras, situé entre la source et cette impédance, est constitué par une impédance dont le module est égal à celui de l'impédance à mesurer et dont l'argument diffère le plus possible de celui de cette impédance.*

Cette condition laisse arbitraires deux bras du pont; il y a donc en général plusieurs types de ponts qui conviennent.

OPTIQUE. — *Transmission de la lumière à travers un système de lames minces alternées.* Note de M. **Florin Abelès**, présentée par M. Jean Cabannes.

L'étude systématique des couches multiples que je poursuis en ce moment m'a conduit à envisager un problème important du point de vue pratique : celui des couches formées de deux substances qui alternent et qui gardent la même épaisseur. On aurait ainsi, par exemple, une succession d'indices du type : n_0, n_1, n_2, n_1, n_2, ..., n_1, n_2, n_s; où n_0 et n_s sont les indices du premier et du dernier milieu, tandis que n_1 et n_2 sont les indices de réfraction des substances qui alternent, leurs épaisseurs d_1 et d_2 restant toujours les mêmes.

Dans la théorie générale des couches multiples, j'ai déjà été conduit à associer à chaque couche une matrice carrée $\mathcal{C}_i$ à quatre éléments, de façon que l'on ait, pour un système de n couches [1]

$$\begin{pmatrix} \dfrac{1}{{}_nt} \\ \dfrac{{}_nr}{{}_nt} \end{pmatrix} = \mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \ldots, \mathcal{C}_n \begin{pmatrix} \dfrac{1}{t_{n+1}} \\ \dfrac{r_{n+1}}{t_{n+1}} \end{pmatrix}.$$

Dans le cas présent, les matrices $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ associées aux couches d'indices n_1 et n_2 reviendront périodiquement. Si l'on pose $\Gamma = \mathcal{C}_1 \mathcal{C}_2$, on aura

$$\begin{pmatrix} \dfrac{1}{{}_nt} \\ \dfrac{{}_nr}{{}_nt} \end{pmatrix} = \mathcal{C}_0 \Gamma^n \begin{pmatrix} \dfrac{1}{t_{n+1}} \\ \dfrac{r_{n+1}}{t_{n+1}} \end{pmatrix},$$

où $\mathcal{C}_0$ désigne une matrice qui intervient soit parce que le premier milieu n'a pas le même indice de réfraction que l'une des couches, soit parce que les différents couples ont été recouverts par un empilement quelconque.

Γ^n s'exprime facilement en fonction de Γ ainsi que l'a montré A. Herpin [2] : on est conduit aux polynomes de Lucas. Mais on peut arriver au même résultat d'une autre manière, qui conduit à exprimer ces polynomes en fonction des racines d'une équation du second degré. Remarquons toutefois que leurs argu-

---

(1) Mémoire à paraître aux *Annales de Physique*.

(2) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 17.

ments p et q sont respectivement la trace et le déterminant de la matrice, c'est-à-dire des invariants pour toute transformation canonique. Lorsque le déterminant $|\Gamma|$ de la matière Γ est égal à l'unité, on obtient des polynomes particuliers, appelés polynomes de Tchébychev.

On peut démontrer que quelles que soient les substances dont sont faites les couches et leurs épaisseurs, et quelle que soit l'incidence et la polarisation de l'onde incidente, $|\Gamma| = 1$. Ce résultat est très important, car il existe des tables des polynomes de Tchébychev, ce qui permet d'effectuer facilement des calculs numériques relatifs aux couches multiples envisagées.

L'argument p des polynomes est relié aux caractéristiques des couches par la relation

$$p = 2\,\frac{\cos(\beta_1+\beta_2) - r_1^2\cos(\beta_1-\beta_2)}{1 - r_1^2},$$

où $\beta_i = 2\pi n_i d_i \cos\varphi_i/\lambda$, φ_i étant l'angle que fait la normale à l'onde avec la normale aux faces des couches et r_1 désignant le coefficient de réflexion à la surface de séparation des milieux d'indices n_1 et n_2. p sera toujours réel si les deux couches sont transparentes. Si, de plus, leurs épaisseurs optiques sont égales, $\beta_1 = \beta_2 = \alpha/2$ et

$$p = 2\,\frac{\cos\alpha - r_1^2}{1 - r_1^2}.$$

Si l'on néglige la dispersion des indices, l'inverse du facteur de transmission T_n est, dans ce cas, un polynome de degré n en p, c'est-à-dire en $\cos\alpha$. Il suffira donc de calculer T_n dans un intervalle où α varie de 180° pour connaître sa valeur en un point quelconque du spectre.

Voici, à titre d'exemple, les résultats numériques que nous avons obtenus en prenant $n_0 = 1$; $n_1 = 2,3$; $n_2 = 1,35$; $n_s = 1,52$ avec 5 couches d'indices n_1 et 4 d'indice n_2. Cela doit correspondre à peu près aux expériences de M. M. Banning (³), où les deux substances utilisées sont le sulfure de zinc et la cryolite.

$\lambda^{m\mu}$.	T_n.	$\lambda^{m\mu}$.	T_n.	$\lambda^{m\mu}$.	T_n.
399	0,45	443	0,50	568	0,02
411,5	0,53	449	0,30	606	0,03
423	0,72	451	0,26	636	0,04
424	0,74	471	0,07	656	0,06
425	0,77	473,5	0,06	660	0,07
426	0,79	484,5	0,04	705	0,26
427,5	0,80	503	0,03	709	0,30
429	0,83	533	0,02	726	0,50
430	0,84	550	0,01	758	0,83
431,5	0,83				

(³) *J. O. S. A.*, 37, 1947, p. 792.

L'accord avec les résultats expérimentaux n'est que qualitatif, ainsi qu'on pouvait le prévoir.

Remarques. — 1° Les polynomes de Tchébychev ont été appelés polynomes électrosphériques par MM. Aubert et Guillet. Comme ils interviennent dans la résolution de beaucoup de problèmes, nous pensons qu'il est utile de faire remarquer qu'il existe des tables de ces polynomes.

2° Dans le cas où l'une des deux substances dont sont faites les couches est absorbante, nous avons un problème analogue à celui des plaques Lippmann.

OPTIQUE. — *Application de l'équation de Lorentz-Lorenz aux cristaux.* Note de M. **Marc Barbaron**, présentée par M. Aimé Cotton.

Quand une onde lumineuse dont le champ électrique est E se propage dans un milieu isotrope contenant par centimètre cube N atomes de polarisabilité α, la polarisation due à ces atomes n'est pas donnée par $P = N\alpha E$ mais par $P = N\alpha(E + 4\pi P/3)$, où $(4\pi/3)P$, champ de Lorentz, représente la contribution des moments des autres atomes sur l'atome considéré, sauf celle des voisins qui est nulle par compensation. La formule de dispersion qu'on en déduit est de la forme

$$n^2 - 1 = \frac{4\pi N\alpha}{1 - \frac{4\pi}{3}N\alpha} \quad \text{ou} \quad R = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}\,\frac{1}{N} = \frac{4\pi}{3}\alpha.$$

Bien entendu, α est la somme de plusieurs termes propres aux divers oscillateurs de l'atome, et il faut additionner les α des diverses sortes d'atomes.

Deux séries de raisons font que ceci peut ne plus être valable, particulièrement pour les milieux anisotropes : des corrections de polarisabilité et des corrections de champ sont alors nécessaires.

1° La polarisabilité n'est plus celle des atomes isolés, non seulement pour des ions, où le champ de Coulomb la modifie [Fajans et Joos (1)] et peut la rendre anisotrope [Hylleraas (2)], mais aussi pour des atomes neutres, comme le montrent les mesures piézooptiques [Pockels (3), Mueller (4)]. Les niveaux d'énergie des électrons et de leurs bandes, les probabilités de transition sont modifiées. Cependant ceci ne modifie pas la *forme* de la formule de dispersion; α prend seulement une valeur variable avec la nature et la distance des atomes voisins, avec la direction et peut-être aussi avec l'agitation thermique et la température.

2° Il faut ajouter au champ électrique tel que le calcule Lorentz, $E + (4\pi/3)P$

(1) *Zeits. f. Physik*, **23**, 1924, p. 1.
(2) *Zeits. f. Physik*, **36**, 1926, p. 859.
(3) *Wied. Ann.*, **37**, 1889, p. 151.
(4) *Phys. Review*, **47**, 1935, p. 947.

une correction qui peut être anisotrope. Le moment électrique supplémentaire est certainement proportionnel aux α. La question qui se pose est de savoir s'il est aussi proportionnel à E, à P, ou à $E+(4\pi/3)P$, et de cela dépend la forme de la formule de dispersion.

Depuis Lorentz (5) qui considère que cette correction est proportionnelle à P, beaucoup d'autres auteurs l'ont admis. C'est cependant le 3e mode de calcul que Bragg (6) utilise en fait quand il pose $P/\alpha=(E+4\pi P/3)\times$ const. bien qu'il pense dans une publication ultérieure (7) que ce soit équivalent à $P/\alpha=(E+4\pi P/3+\text{const.})$. Le succès de Bragg dans le calcul des indices de réfraction des cristaux à O_3 n'est cependant pas une preuve décisive de la supériorité de cette façon de voir, car en utilisant la méthode d'Ewald (8) et Born (9) qui indique aussi une proportionnalité à P, on obtient de bons résultats pour d'autres cristaux, au moins pour quelques longueurs d'onde dans le visible.

Il me semble pourtant que la proportionnalité à $E+(4\pi/3)P$ est une approximation meilleure. En effet, ce qui est proportionnel à P c'est la charge superficielle de la sphère qu'imagine Lorentz, mais *les moments des dipôles des atomes intérieurs à cette sphère et dont il s'agit d'évaluer l'influence sont eux proportionnels aux champs qu'ils subissent, c'est-à-dire à* $E+(4\pi/3)P$. Or cette méthode de calcul conduit à la même forme de formule de dispersion $(n^2-1)/(n^2+2)=(4\pi/3)N\alpha(1+\text{const.})$. Il est équivalent de considérer que c'est la polarisabilité qui est changée.

On ne peut considérer comme très convaincante la plus grande facilité qu'ont trouvée par exemple Kurz et Ward (10) à représenter des mesures de dispersion par une formule en n^2-1 que par une formule en $(n^2-1)/(n^2+2)$, car le succès de tels calculs est fonction du nombre de constantes que l'on accepte d'y introduire.

Par ailleurs, c'est avec l'appoint d'une formule en $R=R_0(1+\text{const.})$ que Mueller réussit à expliquer toutes les particularités des cristaux cubiques rendus anisotropes par compression.

En conclusion de ces propriétés des milieux anisotropes, on peut dire qu'il n'est pas moins légitime de leur appliquer l'équation de Lorentz-Lorenz qu'aux milieux isotropes, et que l'on peut caractériser un cristal uniaxe par une réfraction ordinaire $R_0=(n_0^2-1)/(n_0^2+2)d$ et une réfraction extraordinaire $R_e=(n_e^2-1)/(n_e^2+2)d$.

---

(5) *The theory of electrons*, Leipzig, 1909, p. 138.

(6) *Proc. Roy. Soc.*, A, 105, 1924, p. 307.

(7) *Proc. Roy. Soc.*, A, 106, 1924, p. 346.

(8) *Ann. der Physik*, 49, 1916, p. 1.

(9) *Handbuch der Physik*, vol. 24.

(10) *Journ. Frank. Inst.*, 1937, p. 224-697.

Il faut cependant remarquer que si l'intervention du facteur $1/d$ doit se faire en tout cas pour ramener les mesures à un nombre constant de molécules par centimètre cube, l'influence de ce nombre ne se borne pas à cela, même dans un milieu isotrope, ainsi que nous le préciserons par ailleurs.

DIFFRACTION. — *Une formule nouvelle pour le calcul des phénomènes de diffraction.* Note de M. **Émile Durand.**

Considérons les deux fonctions $\psi(x_1, x_2, x_3)$ et $\psi'(x_1, x_2, x_3)$ ci-après qui correspondent à une superposition d'ondes planes monochromatiques

$$(1)\qquad \psi = \iint_{-\infty}^{+\infty} F(p_1, p_2)\, e^{-i(p_1x_1+p_2x_2+p_3x_3)}\, dp_1\, dp_2$$

$$(2)\qquad \psi' = \iint_{-\infty}^{+\infty} G(p_1, p_2)\, e^{-i(p_1x_1+p_2x_2+p_3x_3)}\, \frac{dp_1\, dp_2}{-ip_3}$$

avec $p_3 = \sqrt{k^2 - p_1^2 - p_2^2}$;

chacune d'elles satisfait l'équation des ondes $\Delta\psi + k^2\psi = 0$.

Si l'on veut que ψ et $\partial\psi'/\partial x_3$ se réduisent à deux fonctions données $f(x_1, x_2)$ et $g(x_1, x_2)$ quand $x_3 = 0$, il suffit, d'après le théorème de Fourier pour les fonctions de deux variables, de prendre

$$(3)\qquad F(p_1, p_2) = (2\pi)^{-2} \iint_{-\infty}^{+\infty} f(\xi_1, \xi_2)\, e^{i(p_1\xi_1+p_2\xi_2)}\, d\xi_1\, d\xi_2,$$

$$(4)\qquad G(p_1, p_2) = (2\pi)^{-2} \iint_{-\infty}^{+\infty} g(\xi_1, \xi_2)\, e^{i(p_1\xi_1+p_2\xi_2)}\, d\xi_1\, d\xi_2.$$

Nous proposons d'adopter pour l'étude des phénomènes de diffraction la formule

$$(5)\qquad \Phi = \frac{1}{2}[\psi + \psi'] = \frac{1}{2}\iint [G(p_1, p_2) - ip_3 F(p_1, p_2)]\, e^{-i(p_1x_1+p_2x_2+p_3x_3)}\, \frac{dp_1 . dp_2}{-ip_3}.$$

Si l'écran est plan, très mince, parfaitement noir et percé de trous, l'onde incidente ayant l'expression $\Phi_0(x_1, x_2, x_3)$, on prendra

$$(6)\qquad f(x_1, x_2) = \Phi_0(x_1, x_2, 0), \qquad g(x_1, x_2) = \left(\frac{\partial \Phi_0}{\partial x_3}\right)_{x_3=0},$$

dans les trous et zéro en dehors des trous; ce sera le cas, par exemple, de la pupille de sortie d'un instrument d'optique parfait ou aberrant.

Pour justifier la formule (5) nous allons montrer qu'elle est équivalente à la formule bien connue de Kirchoff. Commençons par ψ'. En portant la valeur (4) de $G(p_1, p_2)$ dans (2), on obtient

$$(7)\qquad \psi' = (2\pi)^{-2} \iint_{-\infty}^{+\infty} I . g(\xi_1, \xi_2)\, d\xi_1 . d\xi_2,$$

avec

$$I = \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{-i[p_1(x_1-\xi_1)+p_2(x_2-\xi_2)+p_3x_3]} \frac{dp_1 . dp_2}{-ip_3}. \tag{8}$$

En utilisant les coordonnées polaires l, α et r, θ, φ définies par

$$p_1 = kl\cos\alpha, \qquad p_2 = kl\sin\alpha;$$
$$(x_1-\xi_1) = r\sin\theta\cos\varphi; \qquad (x_2-\xi_2) = r\sin\theta\sin\varphi; \qquad x_3 = r\cos\theta,$$

on a

$$p_3 = k\sqrt{1-l^2}; \qquad dp_1 . dp_2 = k^2 l\, dl\, d\alpha$$

et (8) s'écrit

$$I = -k\int_0^\infty \frac{e^{-i\sqrt{1-l^2}\,kr\cos\theta}\, l\, dl}{i\sqrt{1-l^2}} \int_0^{2\pi} e^{-ilkr\sin\theta\cos(\varphi-\alpha)}\, d\alpha.$$

La dernière intégrale ne dépend pas de φ (sa dérivée est nulle); on peut donc faire $\varphi = \pi/2$; on voit alors que cette intégrale est égale à la fonction de Bessel $2\pi J_0(lkr\sin\theta)$, d'où :

$$I = -2\pi k\int_0^\infty \frac{e^{-i\sqrt{1-l^2}\,kr\cos\varphi}}{i\sqrt{1-l^2}} J_0(lkr\sin\theta)\, l\, dl. \tag{9}$$

(9) est une expression connue [1] qui est égale à $-2\pi(e^{-ikr}/r)$; on a donc

$$\psi' = -\frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{+\infty} g(\xi_1, \xi_2)\frac{e^{-ikr}}{r}\, d\xi_1\, d\xi_2. \tag{10}$$

Pour mettre l'expression (1) de ψ sous une forme analogue à (10), il suffit de remarquer que

$$\int_0^{x_3} \varphi(x_1, x_2, m)\, dm = \iint_{-\infty}^{+\infty} F(p_1, p_2)\, e^{-i(p_1+x_1+p_2x_2+p_3x_3)} \frac{dp_1 . dp_2}{-ip_3}.$$

Comme cette dernière expression est tout à fait analogue à la forme (2) de ψ', on voit que

$$\psi = -\frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{+\infty} f(\xi_1, \xi_2)\frac{\partial}{\partial x_3}\left(\frac{e^{-ikr}}{r}\right) d\xi_1 . d\xi_2. \tag{11}$$

En tenant compte de (6) et en considérant les dérivées suivant la normale au plan x_1, x_2 dans le sens de la propagation, on voit que (5) peut s'écrire

$$\Phi = -\frac{1}{4\pi}\iint_{(S)} \left[\frac{e^{-ikr}}{r}\frac{\partial \Phi_0}{\partial n} - \Phi_0\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{-ikr}}{r}\right)\right] dS. \tag{12}$$

Dans (12) on reconnaît la formule d'Helmholtz qui n'est qu'un cas particulier de la formule de Kirchhoff.

---

(1) WHITTAKER et WATSON, *Modern analysis*, 4e édit., 43, 1946, p. 384. (Exerc. 43).

La formule (5) doit donc être préférée aux formules de Debye ([2]), Picht ([3]) qui ne sont qu'approchées et à la formule de Toraldo di Francia ([4]) qui ne fait pas intervenir les gradients normaux de la fonction d'onde dans le plan de l'écran.

L'avantage de la forme (5) sur la forme (12), c'est que, étant formée par une superposition d'ondes planes, elle permet de passer aisément des phénomènes de diffraction de la classe de Fresnel à ceux de la classe de Fraunhofer.

EFFET RAMAN. — *Quelques remarques sur le spectre d'un monocristal de* $PO_4H_2NH_4$. Note de M. **Jean Chapelle**, présentée par M. Jean Cabannes.

1. *Considérations théoriques.* — Les fréquences des raies Raman émises par un cristal dont le groupe fini isomorphe est $S_4u(\overline{4},2)$ se classent suivant les types A 1, B 1, B 2, E. C'est le cas du phosphate d'ammonium.

Lorsqu'on utilise comme axes de référence les axes binaires OX et OY, l'axe quaternaire OZ, la forme des tenseurs donnant le moment induit en fonction du champ électrique du faisceau incident est la suivante :

$$\text{type A 1}\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{vmatrix},\quad \text{type E}\begin{vmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & b \\ a & b & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & -a \\ b & -a & 0 \end{vmatrix},\quad \text{type B 1}\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & -a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

$$\text{type B 2}\begin{vmatrix} 0 & b & 0 \\ b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Si le couplage autour d'un axe binaire ne se manifeste pas, les fréquences B_1 et B_2 sont confondues et semblent provenir du tenseur de type B

$$\begin{vmatrix} a & b & 0 \\ b & -a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Lorsqu'on utilise comme axes de référence l'axe quaternaire OZ et les deux axes OX_1 et OY_1, bissectrices de l'angle XOY précédent, on constate que les tenseurs A_1 et E gardent la même forme et que les tenseurs B_1 et B_2 deviennent :

$$\text{Type B 1}\begin{vmatrix} 0 & -a & 0 \\ -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}\qquad \text{Type B 2}\begin{vmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

([2]) *Ann. d. Phys.*, (4), **30**, 1909, p. 755.
([3]) *Ann. d. Phys.*, (4), **77**, 1925, p. 685 et 785.
([4]) *Atti. Acc. Naz. d. Lincei*, 8e série, **3**, 1947, p. 356.

Lorsque B_1 et B_2 sont confondus, on a le type B

$$\begin{vmatrix} b & -a & 0 \\ -a & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

On peut ainsi prévoir les facteurs de dépolarisation qui apparaissent lorsqu'on étudie le cristal en lumière polarisée. Ces résultats sont consignés dans le tableau suivant.

Types.	Lumière incid... / Lumière diffusée.	Facteurs de dépolarisation. || OY. / || OZ.	|| OY_1. / || OZ.	|| OY. / || OX.	|| OY_1. / || OX_1.	|| OZ. / || OX.	|| OZ. / || OX_1.
A		$\frac{0}{a^2}=0$	$\frac{0}{a^2}=0$	$\frac{0}{b^2}=0$	$\frac{0}{b^2}=0$	$\frac{0}{a^2}=0$	$\frac{0}{a^2}=0$
B 1		$\frac{0}{a^2}=0$	$\frac{a^2}{0}=\infty$	$\frac{0}{0}$	$\frac{a^2}{0}=\infty$	$\frac{0}{a^2}=0$	$\frac{0}{a^2}=0$
B 2		$\frac{b^2}{0}=\infty$	$\frac{0}{b^2}=0$	$\frac{b^2}{0}=\infty$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{b^2}=0$	$\frac{0}{b^2}=0$
B		$\frac{b^2}{a^2}$	$\frac{a^2}{b^2}$	$\frac{b^2}{0}=\infty$	$\frac{a^2}{0}=\infty$	$\frac{0}{a^2+b^2}=0$	$\frac{0}{a^2+b^2}=0$
E		$\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2}=1$	$\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2}=1$	$\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2}=1$	$\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2}=1$	$\frac{a^2+b^2}{0}=\infty$	$\frac{a^2+b^2}{0}=\infty$

II. *Résultats des mesures relatives au phosphate d'ammonium.* — Les fréquences internes attribuables à l'ion phosphate fournissent les facteurs de dépolarisation suivants :

Fréquences en cm^{-1}.	Lumière incidente. / Lumière diffusée...	Facteurs de dépolarisation. || OY. / || OZ.	|| OY_1. / || OZ.	|| OY. / || OX.	|| OY_1. / || OX_1.	|| OZ. / || OX.	Types.
342		0	0	0	0	0	A
398		2,2	$0{,}67=\frac{1}{1{,}5}$	∞	invisible	0	B
463		0,57	$1{,}84=\frac{1}{0{,}54}$	$\frac{f}{0}=\infty$	$\frac{F}{0}=\infty$	0	B
537		0,9	1	0,95	0,9	∞	E
926		0,43	0,5	0,24	0,1	0,07	A

On peut considérer que l'accord avec les prévisions théoriques est bon, étant données les erreurs faites sur la taille des faces.

N. B. — Une étude analogue a déjà été faite sur les cristaux cubiques par Mlle Couture et J. P. Mathieu (*Comptes rendus*, 224 1947, p. 902-4).

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur les désintégrations nucléaires provoquées par mésons*. Note (*) de M. **Jean Heidmann**, présentée par M. Maurice de Broglie.

1. Nos 46 désintégrations σ s'interprètent bien de la façon exposée dans une Note précédente ([1]): le méson est capté par un nucléon du noyau qui prend son énergie de masse sous forme cinétique et quitte le noyau en l'excitant peu au passage.

15 désintégrations semblent provenir d'un noyau lourd de l'émulsion; dans cinq cas on peut distinguer un très court noyau de recul ($\sim 0^{\mu},5$). Le nombre moyen des protons émis par étoile est $n_{PL} = 0,94$, celui des α, $n_{\alpha L} = 0,20$.

31 proviendraient d'un noyau léger qui en général se désintègre complètement; dans deux cas il y a seulement recul du noyau; deux cas proviendraient de Na; on a $n_{Pl} = 0,87$, $n_{\alpha l} = 1,64$.

2. Pouvoir d'arrêt des nucléons rapides dans la matière nucléaire : d'après nos résultats les plus probables trouvés précédemment ([1]) un méson 315 capté par un noyau léger éjecterait un nucléon de 150 MeV qui, en moyenne, céderait au noyau $\Delta E \sim 50$ MeV et ce sur un parcours moyen $\Delta x \sim 2,4.10^{-13}$ cm. Cette valeur du pouvoir d'arrêt est en bon acccord avec la formule donnée par Cüer et Morand ([2]), car elle conduit pour la constante d'interaction nucléaire g des mesons 315 à la valeur $g^2/\hbar c = 1/2,4$.

3. Proportion de mésons 200 et 315 : supposant qu'un méson a 60 % de chances de s'arrêter dans un élément lourd de l'émulsion et 40 % dans un élément léger, que les mésons 200 ne sont pas captés par les noyaux légers, que les mésons observés dans les plaques sont en proportions égales positifs et négatifs et appelant P et $Q = 1 - P$ les proportions de mésons 200 et 315 négatifs qui s'arrêtent dans l'émulsion et R le rapport du nombre observé de désintégrations σ sur noyau lourd au nombre réel (par exemple $Ag + Y^- \rightarrow Pd + n_0^1$ serait compté comme méson isolé), on a : nombre de σ observés sur noyau léger/nombre de σ observés sur noyau lourd $2Q/3R = 31/15$ et nombre de mésons paraissant isolés/nombre de mésons observés comme $\sigma = (10 - 9R)/9R = 3$. On a alors $R \sim 0,28$, $P \sim 0,17$, $Q \sim 0,83$. Les mésons 315 négatifs arrêtés dans des émulsions exposées à 4000^m seraient donc 5 fois plus abondants que les 200 négatifs; à cause de la transformation $\pi \rightarrow \mu$, le rapport serait d'environ 5/7 pour les positifs. Nous voyons de plus qu'un méson σ capté par un noyau lourd semblera isolé plus de 2 fois sur 3.

(*) Séance du 24 mai 1948.

([1]) Heidmann et Leprince-Ringuet, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1716.

([2]) Cüer et Morand, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 660.

4. Fréquence de protons émis dans les σ sur noyau lourd : un noyau lourd captant un méson gardera en moyenne une excitation $\sim 50(A_L/A_l)^{1/3} \sim 100$ MeV (A : masses atomiques). Sa température sera donc $\sim 2,8$ MeV en supposant que l'équilibre thermique ait le temps de se réaliser; les neutrons ont alors, à cause de la barrière de potentiel, plus de 17 fois plus de chances de sortir que les protons. Donc les noyaux lourds se desexciteront surtout par émission de neutrons. D'autre part les protons émis par nos σ sur noyaux lourds sont rapides pour la plupart ($> \sim 10$ MeV) et le nombre moyen de ceux-ci émis par étoile est (9/15) RS où S = nombre réel de protons rapides émis/nombre observé (par exemple un proton rapide émis perpendiculairement à la plaque échapperait à l'observation). On peut les interpréter comme étant le neutron rapide émis, qui, au cours des chocs dans la matière nucléaire, sera passé à l'état proton, car estimant S = 2 et admettant avec Serber ([3]) que la perte d'énergie par choc d'un nucléon rapide dans la matière nucléaire est en moyenne 25 MeV, on trouve que la probabilité d'échange de charge, lorsque cet échange est possible, est, pour ces nucléons, de l'ordre de 0,2 à 0,3.

Si les mésons 200 donnent un méson neutre lors de l'interaction avec le noyau, l'effet ne sera pas décelable ici, car sur 46 σ nous n'en n'aurions que 3 dues à un méson 200. Toutes les autres sont dues à un méson 315, dont 31 sur noyau, léger et 12 sur noyau lourd.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Protéines et anticorps dans les sérums antimicrobiens.* Note de M. **Maurice Piettre**, présentée par M. Léon Binet.

Deux notions fondamentales dominent la structure physicochimique du sérum normal et des immunosérums : 1° Dans le sérum normal les protéines ne sont pas libres mais associées et stabilisées par les liquides et les bases alcalines, en proportions variables suivant les familles, les espèces, les individus, dans une *particule sérique*, image colloïdale du sérum; 2° Les anticorps ne circulent pas librement dans le sang et les humeurs, mais sont *intégrés dans les molécules protéiniques*, sérum-albumine, sérum-globuline, la myxoprotéine restant toujours inactive.

I. Les premières liaisons protéines-anticorps mises en lumière par la méthode à *l'acétone aux basses températures* ont été établies à Rio-de-Janeiro, de 1920 à 1924, à l'Institut Vital Brazil, puis poursuivies de 1925 à 1939, au Laboratoire des Halles centrales de Paris.

En voici très brièvement énoncés les principaux résultats :

— Dans les sérums *antitoxiques* (diphtérie, tétanos), l'antitoxine est liée

([3]) Serber, *Phys., Rev.*, **72**, 1947, p. 1114.

à plus de 80 % à la sérumalbumine. Pour les sérums antiophidiques cependant, 60 à 70 % seulement se retrouvent dans cette protéine.

— La réaction de Wassermann est obtenue exclusivement avec la globuline extraite des sérums de syphilitiques.

— Dans les sérums *précipitants* (²), la précipitine est localisée en totalité dans la globuline. L'albumine n'est antigénique, ni toxique à aucun degré ne provoquant ni chocs, ni accidents sériques.

— Dans les sérums *hémolytiques*, l'hémolysine est liée quantitativement à l'albumine, fait confirmé par M. Païc. Le fractionnement par la chaleur et par l'acétone permet de concentrer l'anticorps dans les plus fines particules de la protéine.

— Dans les sérums agglutinants (paratyphiques B), il y a au début partage de l'agglutinine, puis accumulation, puis dans l'albumine pendant les dernières phases de l'immunisation.

— Les *isoagglutinines* dans le sang des donneurs accompagnent la globuline (Mlle Simone Jacob). Les *immunisines* antimorbilleuses (rougeole) sont liées surtout à l'albumine (Drs H. Bonnet et Odette Leau).

II. Le Professeur J. Basset, de l'École vétérinaire de Lyon, nous a confié en 1946, la séparation des protéines de deux sérums antimicrobiens préparés, d'après ses techniques, à l'Institut Mérieux, par le Dr René Paille.

Nous condensons en quelques lignes, les résultats analytiques moyens obtenus, rapportés à 100^{cm^3} de sérum.

Sérums antirouget (mars 1946).

Globuline.	Myxoprotéine.	Albumine.
1,65	2,40	3,40

Avril 1948 (après recharge du cheval en cultures).

Globuline.	Myxoprotéine.	Albumine.
1,15	2,03	3,73

Sérum antisymptomatique.

Globuline.	Myxoprotéine.	Albumine.
1,54	1,85	5,47

Les titrages des anticorps étaient faits par MM. J. Basset (³) et R. Paille (³) sur ces protéines séchées sur vide sulfurique, globuline et myxoprotéine préalablement dispersées en eau alcaline au pH voisin de 7.

Les *immunisines* se partagent entre l'albumine, 60 à 80 % (Rouget), 80 % (symptomatique) et la globuline. Dans les sérums antiméningocciques, nous avions également constaté, à Rio, un partage des anticorps fixateurs :

(²) M. PIETTRE, *Bull. Acad. de Médecine*, 92, n° 35, 1924.

(³) J. BASSET et R. PAILLE. *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1096; J. BASSET, 226, 1948, p. 1482; et R. PAILLE, 226, 1948, p. 1480.

Les *agglutinines* se comportent d'une façon totalement différente; liées en totalité à l'albumine (Rouget), à la globuline (symptomatique). Fait intéressant, si l'on fractionne la floculation de cette dernière, l'anticorps s'accumule dans les premières fractions à grosses micelles.

III. L'agglutinogène et l'agglutinine étant deux colloïdes, la précipitation de l'un par l'autre se ramène à la floculation de deux colloïdes. Quel en est le mécanisme? On ne saurait invoquer, dans le cas des paratyphiques B tout au moins, la règle classique de la *saturation des charges électriques*, car, d'une part, l'agglutinogène peut être chargé négativement (émulsions microbiennes provenant de cultures en milieu peptoné, donc avec présence de NH_3), ou positivement (bactéries en milieu sucré, donc avec présence d'acides dérivés des sucres); d'autre part, la protéine agglutinique est active aussi bien en réaction légèrement alcaline qu'acide.

Étant donnée l'extraordinaire sensibilité des réactions sérologiques qui faisaient admettre au grand bactériologiste, Maurice Nicolle, l'existence d'une mosaïque d'anticorps, pourrait-on concevoir que pour chaque antigène (le nombre en est théoriquement infini) l'organisme soit à même d'élaborer une entité chimique, un anticorps?

Nous sommes ainsi conduits à admettre que l'anticorps n'est pas autre chose que l'antigène lui-même intégré par une partie de sa molécule dans la molécule protéinique, et par l'autre resté libre, modifié chimiquement ou physiquement dans l'organisme pour se coapter avec l'antigène de façon à le saturer ou à le floculer, *in vivo* comme *in vitro*. A cette conception, le Professeur L. Pauling, de l'Institut technique de Pasadena, Université de Californie, vient d'apporter un sérieux appui en prenant comme antigènes, des substances chimiques, et plus particulièrement des dérivés de l'acide benzoïque. Selon lui, dans ces corps injectés au Lapin, il s'établirait une *complémentarité* moléculaire superficielle, expliquant la coaptation avec l'antigène, puis la floculation du complexe.

La méthode à l'acétone, en outre de l'étude des protéines, s'annonce particulièrement encourageante pour la purification et la cristallisation des Enzymes et des Hormones peptidiques. Enfin les *acétones powders* sont très en vogue en Amérique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Adsorption par les hydrosols*.

Note de Mme **Charlotte Cohn**, transmise par M. Jacques Duclaux.

Certains hydrosols, tels que ceux d'hydroxyde de thorium, de sulfure d'arsenic, de ferrocyanures ferrique et cuivrique, ont le pouvoir d'adsorber de nombreux colorants [1]. Ces hydrosols permettent également de concentrer

[1] Mme Ch. Cohn, *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 1022.

par adsorption des particules de toute nature en suspension dans un milieu aqueux.

W. Spring a montré que l'un des meilleurs moyens pour débarrasser l'eau de ces particules est d'y ajouter une solution colloïdale et de la floculer. Mais si le but de l'opération est de recueillir les particules, les conditions doivent être précisées.

La méthode est surtout avantageuse pour des suspensions très diluées et très fines, et pour les grands volumes dont la centrifugation est malaisée et donne un mauvais rendement. Ainsi une suspension aqueuse d'oxyde ferrique (rouge à polir) assez fine pour ne pas déposer spontanément en 24 heures, et assez diluée pour être bleue par transparence, est éclaircie après addition à 1^l de 8^{mg} de As_2S_3 et de quelques gouttes d'une solution saturée d'alun. Le floculat se rassemble en 12 à 24 heures; le sulfure d'arsenic est dissous dans quelques gouttes de soude, et laisse l'oxyde ferrique concentré dans un volume de l'ordre du millième du volume primitif.

La même technique d'adsorption peut être employée lorsqu'il s'agit de concentrer les matières de toute nature contenues dans les eaux naturelles ou polluées. On peut substituer au sulfure d'arsenic le ferrocyanure ferrique, qu'on dissout dans le pyrophosphate de sodium, ou le ferrocyanure de cuivre soluble dans le sel de Seignette, la quantité de sel nécessaire pour redissoudre le floculat est d'autant plus grande que l'eau est plus impure. La méthode permet de rassembler rapidement des quantités extrêmement faibles de matières en suspension, qui échapperaient aux autres méthodes. Ainsi, huit litres d'eau potable (eau de Seine javellisée) ont donné 2^{mg} de matière séche organique dans lesquels j'ai pu déceler la présence de N, C, S et Fe.

Pour les cellules organisées l'emploi de l'hydrate de thorium colloïdal est particulièrement avantageux. Il n'empêche pas de faire l'analyse chimique des corps adsorbés, et il est inutile de le redissoudre. Il est transparent et incolore, et présente cet avantage qu'on peut faire en sa présence l'examen microscopique d'un adsorbat. Aussi sera-t-il d'un grand secours au biologiste qui désire reconnaître et concentrer les flores des eaux et des milieux synthétiques ou naturels. Il adsorbe les colorants histologiques, mais l'alcool et l'acétone le décolorent facilement, et l'on peut en sa présence faire des colorations spécifiques telles que le Gram ou le Ziehl-Neelsen.

La technique à employer pour adsorber les flores en suspension est simple. On ajoute la thorine au liquide et l'on mélange. Si le liquide est riche en sels, la thorine flocule et sédimente en entraînant la flore adsorbée. Sinon, il suffit d'ajouter quelques gouttes d'un électrolyte, de préférence bivalent ou polyvalent, pour déclencher la sédimentation. On attend quelques heures, et l'on siphonne le liquide surnageant le floculat. On gagne du temps en centrifugeant quelques minutes après l'addition de thorine et opérant sur le culot de centrifugation. On étale sur lame comme d'ordinaire en histologie, et l'on colore.

La thorine ne devient gênante que lorsqu'on en emploie de trop grandes quantités, ou que l'on fait des étalements trop épais et par suite trop difficiles à décolorer. La quantité de thorine à employer dépend de la concentration du milieu en expérience. Les meilleurs résultats s'obtiennent dans les liquides dilués et avec peu de thorine. Il peut y avoir avantage à faire deux opérations successives sur le même liquide. Nous employons 1^{cm^3} de thorine (4 g/l de poids sec) pour 1 litre d'eau de Seine et 0,2 à 1^{cm^3},5 pour 10^{cm^3} d'urine.

La thorine nous a permis de concentrer ainsi des suspensions de *Escherichia coli* dans du NaCl à 8 °/₀₀ et de compter les bactéries. Nous l'avons aussi employée pour concentrer la flore des urines de malades atteints de tuberculose urogénitale. Dans des urines sondées, de pH 6, nous avons par exemple obtenu, après coloration au Ziehl-Neelsen :

1. *Méthode ordinaire.* — Centrifugation directe de 10^{cm^3} d'urine : pas de sédiment. Étalement des dernières gouttes du fond du tube sur une lame; on compte 8 *mycobacterium tuberculosis* sur une course totale de la platine de 135^{mm}.

2. *Adsorption.* — Centrifugation de 10^{cm^3} additionnés de 0^{cm^3},5 de thorine. Le culot est étalé sur trois lames; on compte sur un seul des trois frottis 57 *mycobacterium* pour la même course de 135^{mm}. L'enrichissement obtenu est par conséquent supérieur à 15.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le mécanisme de certaines actions chimiques des ultrasons sur des corps en solution aqueuse.* Note de MM. **Pierre Grabar** et **Robert Prudhomme**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

De nombreux auteurs ont signalé diverses activités chimiques des ultrasons (U.S.) et plusieurs hypothèses ont été émises pour expliquer leur mécanisme : 1° action brassante de l'onde ultrasonore augmentant le nombre total de chocs entre molécules réagissantes [1]; 2° activation des molécules, notamment, de l'oxygène ou d'un autre gaz dissous [2]. Laissant de côté les réactions où il y a dégagement d'un gaz (par exemple décomposition d'un diazoïque) et que les U.S. accélèrent par dégazage, nous avons voulu approfondir l'étude du mécanisme de l'action chimique des U.S. sur certains corps en solution aqueuse.

On sait depuis longtemps que les U.S. libèrent de l'iode à partir d'une solution aqueuse d'iodure de potassium, décomposent des solutions de H_2S, etc. Des auteurs [3] ont jusqu'ici imputé ces actions à l'oxydation provoquée par les U.S. en présence d'air. On a, en effet, mis en évidence dans l'eau ultra-

(1) L. Lliboutry, *J. Chim. Phys.*, 41, 1944, p. 173-186.
(2) N. Marinesco, *Actual. Scien. Ind. Paris*, 1937.
(3) A. Kling et R. Kling, *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 33, ainsi que d'autres auteurs.

sonnée en présence d'air, la formation d'eau oxygénée, de dérivés oxygénés de l'azote et celle, moins certaine, d'ammoniaque.

D'autre part, nous avons montré dans une publication antérieure ([4]), que sous l'effet des U. S. les corps à noyaux aromatiques (benzène, phénol, acide benzoïque, phénylalanine, tryptophanne, tyrosine, acide naphtalène *di*-sulfonique, anthracène, trinitrophénol, etc.) subissent des transformations importantes : lorsqu'ils sont en solution aqueuse les bandes caractéristiques d'absorption dans l'U. V. disparaissent, ainsi que certaines réactions colorées. Cette action sur les noyaux aromatiques explique le fait déjà connu ([5]) de la décoloration de certains colorants (bleu de bromothymol, rouge de phénol, tournesol, alizarine, etc.) par les U. S.

Nous avons constaté qu'il en est de même des corps à doubles liaisons : l'indice d'iode d'une solution aqueuse d'alcool allylique ou d'acide oléique diminue sous l'effet des ultrasons.

Toutes les actions mentionnées ci-dessus ne se produisent que si l'on est en présence d'une phase gazeuse et si l'on a une puissance ultrasonore supérieure au seuil de cavitation. Aucun des effets chimiques décrits ci-dessus ne se produit si les solutions dégazées sont simplement traversées par le faisceau ultrasonore : expérience facile à réaliser en introduisant le liquide à examiner dans un cylindre de verre dont les faces terminales n'arrêtent pas les U. S. (absence de phase gazeuse).

Beaucoup d'auteurs pensent, qu'en plus de la cavitation il est nécessaire, pour avoir une action chimique, d'être en présence d'oxygène ou d'air. Nous avons pu constater que cette condition n'est pas nécessaire puisque nous avons obtenu les mêmes résultats en présence de gaz inertes (azote, argon) et en partant de solutions désoxygénées. Ce dernier fait nous a amenés à penser que c'est à l'eau elle-même qu'il faut imputer l'action oxydante des ultrasons. L'expérience suivante le confirme :

Une cloche spéciale, qui sera décrite dans un article d'ensemble, contient 50^{cm^3} d'une suspension aqueuse de $Mn(OH)_2$ capable d'absorber 10^{cm^3} d'oxygène. La phase gazeuse au contact du liquide est constituée par de l'argon. Des dosages (méthode de Nicloux) montrent que les 50^{cm^3} contiennent $0^{cm^3},01$ d'oxygène dissous, l'oxygène restant dans l'argon est de $0^{cm^3},013$. On a donc en définitive un système contenant en tout $0^{cm^3},023$ d'oxygène et un précipité de $Mn(OH)_2$ capable d'en absorber 10^{cm^3}. On fait agir les U. S. (920 000 cycles/sec.; 70 watts acoustiques); le précipité de $Mn(OH)_2$ brunit peu à peu. Après 40 minutes d'irradiation, un nouveau dosage montre que le précipité a absorbé $0^{cm^3},7$ d'oxygène. Autrement dit, il est apparu environ $0^{cm^3},7$ d'oxygène pendant l'ultrasonnation (sans compter l'oxygène non dissous qui a pu se

([4]) *Bull. Soc. Chim. biol.*, **29**, 1947, p. 122-130; *J. Chim. Phys.*, **44**, 1947, p. 145-153.

([5]) Liu, Szu-Chik et Hsien Wu, *J. Am. Chem. Soc.*, **54**, 1932, p, 791.

dégager dans l'argon), soit environ 35 fois plus qu'il n'en existait dans le système initial. Dans une autre expérience, on a fait l'analyse de l'argon au contact du liquide avant et après passage des U. S. L'argon, initialement, ne contenait pas d'hydrogène (0,2 %, ordre des erreurs de dosage); après 40 minutes d'ultrasonnation, on en trouvait 2,3 %.

Il y a donc bien, en l'absence d'oxygène ou d'air, apparition d'oxygène et d'hydrogène qui ne peuvent provenir que de la décomposition de l'eau par cavitation provoquée par les U. S.

Nous avons vu, d'autre part, que si la cavitation a lieu en présence d'hydrogène, il n'y a ni action sur les dérivées aromatiques ou les colorants, ni libération d'iode à partir d'une solution d'iodure de potassium. Dans deux cas seulement jusqu'ici, nous avons vu une action chimique en présence de ce gaz : 1° Un précipité de $Mn(OH)_2$ se transforme pendant l'ultrasonnation en $Mn(OH)_3$; 2° une oxydase de *l'Agaricus campestris* perd son activité par ultrasonnation presque aussi rapidement en présence d'hydrogène qu'en présence d'air [6].

L'étude de l'influence de l'hydrogène est poursuivie actuellement.

Quel peut être le mécanisme de la décomposition de l'eau? On peut penser, comme l'a fait Frenkel [7] pour expliquer les phénomènes de luminescence provoqués par la cavitation due aux ultrasons, qu'il y a apparition de charges sur les petites bulles gazeuses et que des décharges se produisent lorsque ces bulles s'affaissent. Ces décharges peuvent provoquer soit directement, soit par l'intermédiaire d'une émission d'une onde lumineuse, une ionisation localisée intense de l'eau. Les ions $(OH)^-$ et H^+ ainsi formés réagiraient ensuite pour former des radicaux libres, responsables des réactions observées. Cette manière de voir rapprocherait beaucoup les faits que nous avons observés avec les ultrasons de ceux déjà connus concernant l'action, sur l'eau, des rayons ultraviolets et, surtout, des rayons X [8].

CRISTALLOGÉNÈSE. — *Nouveau procédé d'obtention de gros monocristaux.* Note (*) de MM. **Charles Bouhet** et **Robert Lafont**, présentée par M. Jean Cabannes.

Principe. — La croissance d'un germe G, disposé dans un vase à cristallisation Vc rempli de solution saturée *à température constante t*, est assurée par un *apport continu et réglable de substance* dans Vc. Cet apport est obtenu au moyen d'une *circulation créée par thermosiphon* dans la canalisation ABCDEF,

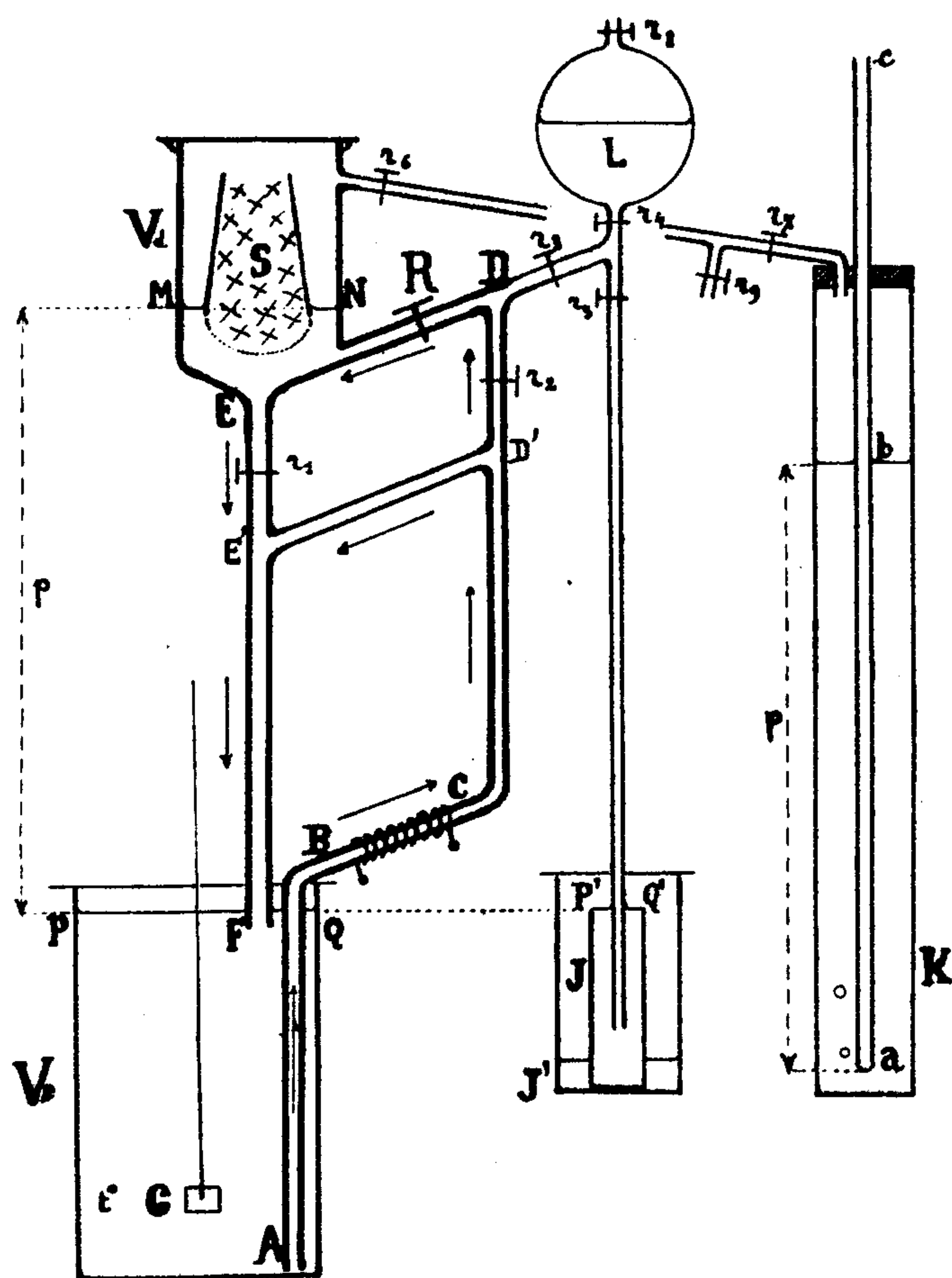
(6) Expériences faites en collaboration avec M. Voïnovitch (à paraître).

(7) *Acta Physicochim. U. R. S. S.*, 12, 1940, p. 317.

(8) G. Hevesy, *Review of Modern Physics*, 17, 1945, p. 102-111.

(*) Séance du 24 mai 1948.

passant dans un vase à dissolution V*d* où l'on dispose une réserve S de substance. La solution chaude du thermosiphon se sature à son passage dans V*d*, à une température $t + \delta t$, et retourne dans V*c* où la température reprend sa valeur initiale *t*. La solution arrivant dans V*c* est donc sursaturée pour cette température. On peut *régler cette sursaturation en agissant sur le robinet* R, très progressif, qui commande le débit du thermosiphon.



Détails techniques. — 1° *Réalisation d'une température constante en* V*c*. — L'appareil tout entier est placé dans une étuve à air à température constante réglable. La circulation dans le thermosiphon est créée par la résistance chauffante BC (consommant quelques watts) qui doit être alimentée sous une *tension parfaitement constante*; une variation de la puissance dépensée dans cette résistance produirait en effet une variation de la température moyenne du récipient V*c*.

De même le débit total de la circulation doit être rendu sensiblement constant. On y arrive en doublant la branche DE par une branche D'E', *toujours ouverte*, qui assure le passage d'une grosse partie du débit total; les

variations du débit dans DE n'influent donc qu'insensiblement sur le régime d'équilibre des températures.

2° *Réalisation d'un apport continu régulier de substance.* — On maintient continuellement de la substance en contact avec la solution en donnant à S une forme permettant un effondrement régulier de cette substance au fur et à mesure de sa dissolution; le fond de S est fermé par une étoffe fine et serrée laissant filtrer la solution, mais arrêtant les germes.

Il est nécessaire, de plus, de maintenir la surface MN à un niveau constant. Le récipient V*d* est hermétiquement clos; le liquide est amené au niveau MN en créant par aspiration en r_0 une dépression par rapport à la pression atmosphérique. Par suite de la dissolution de la réserve, les niveaux PQ et MN tendraient à s'élever, la pression à l'intérieur de V*d* à diminuer. Pour éviter cela on maintient d'abord le niveau PQ constant par un dispositif à débordement J limitant supérieurement ce niveau dans V*c*. Les surfaces libres PQ et P′Q′ se mettent au même niveau par siphonnage, et le vase J, rempli du ras au bord, déverse le trop-plein en J′.

On fixe le niveau MN en maintenant constante la dépression *p*. Pour cela un manomètre-régulateur M, dérivant du flacon de Mariotte, compense par rentrée d'air en *a*, bulle par bulle, la diminution de pression se produisant dans V*d*. La différence de niveau entre MN et PQ est donc fixée par la longueur immergée *ab* du tube *abc*. Le niveau MN est par suite constant et *indépendant de la pression atmosphérique*.

On a intérêt à faire partir la circulation au ras du fond du vase V*c*, de façon à capter les parties les plus denses, donc les plus sursaturées de la solution; on évite ainsi la formation spontanée de cristaux sur le fond de V*c*. Si la sursaturation dans ce vase venait à croître, il se dissoudrait de moins en moins de substance dans le vase à dissolution V*d* la sursaturation en V*c* tendrait vers une limite et la régularité de croissance du cristal en serait accrue. Un couvercle ne fermant pas hermétiquement, mais cependant bien ajusté, est placé sur V*c* pour éviter la formation de sels grimpants par évaporation. Les robinets r_1 à r_9 servent uniquement aux réglages du début; ils permettent de plus la recharge de la réserve S en cours d'opération.

Avantages de la méthode. — Le cristal se forme à une température constante que l'on peut choisir à volonté. Sa vitesse de croissance est parfaitement réglable; on peut en particulier la rendre aussi lente que l'on désire au début de la fabrication (période critique), et l'accélérer ensuite au fur et à mesure de la croissance du cristal. Les dimensions de ce dernier ne sont limitées que par celles du vase à cristallisation V*c*, que l'on choisit suivant le résultat désiré.

Résultats. — Ce procédé a été expérimenté avec succès sur le chlorate de sodium, et sur les sulfates de magnésium et de zinc.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure du Moul ed Demamène (Chaîne Numidique-Algérie).* Note de M. **Michel Durand-Delga**, présentée par M. Paul Fallot.

La chaîne numidique sépare le massif ancien de la Petite Kabylie, au Nord, du bassin néogène de Constantine, au Sud. Allongée Est-Ouest, elle est constituée par des reliefs discontinus de calcaires jurassiques dominant des dépressions occupées par des schistes crétacés. Le cours méridien de l'Oued-el-Kébir, suite du Rummel, la traverse dans sa partie occidentale. Le long du fleuve, les cartes montrent l'épanouissement des formations jurassiques et crétacées, qui, au lieu des quelques kilomètres de largeur qu'elles offrent d'ordinaire, en atteignent ici une vingtaine; en plan, les terrains secondaires dessinent un rentrant, pénétrant vers le Nord dans le massif ancien jusque près d'El Milia. Une arête liasique, que l'Oued-el-Kébir franchit aux gorges de Bir Lakdar, limite au Sud ce rentrant secondaire, dominé, sur la rive droite, par le massif du Moul ed Demamène. Ce dernier a été cartographié par M. Bétier (1) qui en a donné, avec M. Roubault (2), une courte description; la conclusion en est que ce massif « *se présente comme un dôme anticlinal* où *les schistes cristallins reposent sur le Lias et le Crétacé inférieur fossilifères.* » A la faveur de récentes observations, une nouvelle interprétation tectonique me semble possible.

A l'aval de Bir Lakdar, l'Oued-el-Kébir pénètre dans une zone schisteuse crétacée, et son versant oriental montre la coupe suivante : à la base, vers Tissimiran, le Flysch albo-aptien, pendant au Sud de 30° environ, s'enfonce sous des schistes calcareux à Céphalopodes du Néocomien. Sur cette série renversée repose le rocher du Djebel Maharda. Coupé par un abrupt de 600^m, dans une série normale de Lias subhorizontal, il comprend, de bas en haut, les termes suivants : 100^m de dolomies brunes, 400^m de calcaires bleuâtres à silex (Sinémurien), 100 à 150^m de marno-calcaires à passées marneuses (Charmouthien et Toarcien); au sommet, enfin, des calcaires et schistes jaunes, micacés et gréseux, passent latéralement à des calcaires blancs massifs (Dogger ?). Vers le Nord, cet ensemble est complété en succession normale par des couches jurassiques plus récentes, puis par du Néocomien et du Flysch albo-aptien. La base de la série jurassique repose incontestablement sur la tranche des schistes crétacés de la zone de Tissimiran; la surface de contact anormal, à peine inclinée au Nord, est localement minéralisée en hématite brune (mine de Tissimiran). Le Crétacé renversé subordonné (parautochtone ?) disparaît totalement, au niveau de Taskif, sous la masse jurassique qu'affectent là quelques plis vigoureux et des failles; dans la vallée apparaît du Trias, sans doute associé à la base de l'écaille.

J'appellerai « écaille du Dj. Maharda » cette série chevauchante. Sur son Dogger reposent mécaniquement, au niveau de Bou Djoudoun, des schistes calcareux néocomiens; la surface de contact anormal, à peine inclinée vers l'Est, est localement minéralisée en cuivre gris. Cette unité, que je nomme « écaille de Bou Djoudoun », se lamine au Nord, mais se développe vers le Sud; son matériel est composé, là, de Flysch albo-aptien.

Sur l'écaille de Bou Djoudoun reposent à leur tour des dolomies blanches, massives,

(1) Carte géologique de Algérie. Feuille d'Aïne Kechera au 1/50000e, 1933.

(2) *C. R. somm. Soc. géol. France*, 1933, n° 11, p. 165.

vraisemblablement jurassiques, formant un mince liséré divisé en plusieurs tronçons et allongé sur plus de 4^{km}, du Nord au Sud. Cette bande prend de l'ampleur au sud de Bou Djoudoun, où, aux dolomies, s'ajoutent des calcaires à silex et des schistes multicolores, pareillement attribuables au Jurassique. Cette écaille supérieure dépasse vers le Sud les lames inférieures, et son bord méridional arrive directement sur le Crétacé parautochtone.

Recouvrant cette unité supérieure et formant les sommets du Moul ed Demamène, règne enfin un complexe, incliné vers l'Est, et qui me semble attribuable, au moins en partie, au Primaire.

Il comporte, à la base, des schistes satinés, s'enrichissant parfois en niveaux gréseux et contenant ailleurs des lentilles de quartzites ou de calcaires finement lités. Sur ces niveaux, non métamorphiques, viennent de puissants calcschistes, durs, à lits discontinus de quartz; des filons-couches d'une dolérite ophitique, déjà citée par M. Bétier, s'intercalent dans ces assises, auxquelles font suite vers le Nord des schistes sériciteux aux couleurs vives, puis des micaschites francs.

Ainsi la rive droite de l'Oued-el-Kébir montre une série primaire reposant sur un complexe crétacé; entre ces deux unités s'intercalent trois lames : l'écaille des dolomies au sommet, celle de Bou Djoudoun au milieu, celle du Dj. Maharda à la base. Toutes ces unités chevauchantes pendent faiblement vers le Nord.

Sur la rive gauche de l'Oued, entre les Mechtat Sassenene et Daressem, une barre de micaschistes appartenant au massif cristallin est posée horizontalement sur le Flysch crétacé parautochtone. Il n'y a ici aucune trace des écailles intercalaires si puissantes sur l'autre rive. C'est seulement plus au Sud, vers la Mechtat Zoulane, qu'une lame à matériel triasique et liasique apparaît entre micaschistes et Crétacé; elle se développe vers le Sud-Ouest.

Le rentrant secondaire de l'Oued-el-Kébir révèle donc le chevauchement vers le Sud d'une puissante série paléozoïque, en partie métamorphique, sur le Crétacé et le Jurassique appartenant au domaine de la chaîne numidique. L'ampleur du déplacement du complexe primaire (plus de 7^{km}), l'importance des écailles intercalaires, font prévoir que, dans cette zone, les dislocations du bord méridional du massif cristallin de la Petite Kabylie constituent autre chose qu'un accident local.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur la géologie sous-marine du Rech Lacaze-Duthiers, cañon sous-marin du Roussillon.* Note (*) de M. **Jacques Bourcart.**

Parmi les nombreuses théories émises pour expliquer les cañons sous-marins, deux seules sont à retenir : leur creusement soit par des rivières subaériennes, soit par des écoulements boueux sous-marins [R. A. Daly (1)].

Il est donc important pour trancher ce dilemne de connaître la forme et la nature de leurs rives et de les comparer à ce que l'on sait des cañons amé-

(*) Séance du 24 mai 1948.

(1) *Am. Journ. Sc.*, 31, 1936, p. 401-420.

ricains ([2]). Nous avons tenté de déterminer la forme du rech Lacaze-Duthiers dans une précédente Note ([3]). Quant à la nature de la roche qui constitue ses parois, quelques dragages avaient déjà été tentés en 1893 sur le *Rolland* par Georges Pruvôt ([4]) et par moi-même en 1946 sur le Dragueur 333 ([5]).

En 1947, à bord du Chasseur 142, deux autres dragages ont pu être exécutés, ramenant des fragments à cassure fraîche arrachés des parois; ces renseignements ont été complétés par des prélèvements au ramasseur Léger ou avec un carottier. Les résultats sont les suivants :

Dragages sur les parois du rech (partie initiale du rech). — *Dr. A.* **10**, — 360-— 160, *Prél. A.* **11**, — 250, *A.* **12**, — 240. *a.* calcaire gréseux jaune : quartz de 0,5 à $0^{mm},3$, calcaire cristallin à calcite maclée, calcaire crayeux à Foraminifères (Crétacé) ([6]), feldspath, chlorite, muscovite, amphibole, zircon; le ciment est en calcite finement grenue (Quaternaire ancien?).

Prél. A. **12**, — 240, 17, — 350, **24**, — 310, *A.* **7**, — 390. *b.* Marne compacte bleu d'azur à 35 % de CO_3Ca (vase actuelle du rech 13), 16 % de sablon quartzeux aigu (contre 20 à 25 %) de 0,03 à $0^{mm},02$, grains roulés de craie, de glauconie, biotite décolorée, ciment : poudre de calcite détritique avec Coccolites et rares Foraminifères, spicules siliceux (*Pliocène ancien ou Sicilien?*).

Prél. **29**, — 310-— 380, et *dragage de* 1946 (roche Fountaindreau?); *c.* grès grossier brun et conglomérat fin, éléments bien roulés : quartz de filon 10 à $0^{mm},5$, granite, schistes à chlorite, quartzite, calcaire noir; ciment ferro-manganique avec poudre quartzeuse (Pliocène supérieur?).

Il semble que ce soit du voisinage que proviennent les galets très roulés, parfois « gros comme une tête d'enfant » que signalait Pruvôt. Ce dépôt correspond à des reliefs accentués dans le rech.

Dr. A. **18**, — 780-— 700; *d.* calcaire gris bleu, finement cristallin, avec nombreux fossiles à tests blancs : Lamellibranches, surtout *Cytherea* et *Callista pedemontana* Ag., sablon de 0,3-$0^{mm},2$, feldspath, amphibole, chlorite, muscovite, zircon, glauconie et débris phosphatés, grains de calcaire crayeux crétacé.

La roche est presque semblable au Miocène de Salies de Béarn; elle semble former la partie supérieure de la série, presque verticale, de la gorge.

Aucun échantillon plus ancien n'a pu être ramené de la gorge. D'après les coupes levées au sondeur enregistreur, elle paraît faite de roches imperméables et tendres. Le fond mobile de la gorge, sous une épaisseur faible de vase sableuse grise, analogue à la *vase côtière* du Plateau continental ([7]), est formé par un cailloutis arrondi et très poli, de 30 à 5^{mm} de grand axe. Outre des éléments cristallins et métamorphiques, patinés de fer, semblant détachés du

---

([2]) Discussion et analyse critique dans Umbgrove, *The pulse of the Earth*, La Haye, 1947.

([3]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1632-1633.

([4]) *Arch. Zool. exp. et gén.*, 3e série, **2**, 1894, p. 599-672.

([5]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1175-1177.

([6]) Les déterminations des Foraminifères caractéristiques ont été faites par M. Pierre Marie.

([7]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 137-139.

conglomérat c, on en trouve, en nombre au moins égal, qui se placeraient dans la série sédimentaire des Corbières : 1° des calcaires cristallins à Foraminifères urgoniens; 2° des calcaires blancs à *Orbitolina* et *Ovalveolina ovum*, Cénomanien moyen ou supérieur du type des Corbières; 3° des calcaires quartzeux et glauconieux à *Lithothamnium* et Bryozoaires et Foraminifères éocènes ou oligocènes; 4° des grès grossiers à ciment ferrugineux (analogues à *c*); 5° des calcaires gréseux à *Rotalia Beccarii*, *Amphiroa*, débris de coquilles et glauconie (analogues à *a*).

Ces éléments existent aussi dans les graviers du Plateau continental; il semble donc qu'ils pourraient venir de l'érosion des Corbières ou d'une couverture pyrénéenne. Les graviers contiennent des coquilles de Lamellibranches très altérées, comprenant des espèces de mers froides, déjà trouvés par Pruvôt et Robert sur le Plateau du Cap Creus et qu'ils estimaient siciliennes. Vu la très faible épaisseur de la vase actuelle, il est plus normal de lui donner un âge plus récent ([5]).

On peut essayer de restituer ainsi la stratigraphie de la gorge sous-marine :

a. calcaire ou grès du Quaternaire ancien jusqu'à la cote _240, _250;

b. *marne* bleue, (Sicilien ou Pliocène ancien) jusqu'à la cote _380;

c. conglomérats ou grès à ciment ferro-magnésien (Pliocène supérieur) entre _310 et _380. Si l'on admet que les marnes bleues sont plaisanciennes, ils remplissent un ancien thalweg.

d. calcaires bleus vindoboniens, reconnus entre _700 et _780, base à _850?

e. série inférieure, d'âge inconnu.

HYDROLOGIE. — *Analyse de la série des niveaux moyens d'un cycle crue-étiage au pont d'Austerlitz*. Note (*) de M. **Vladimir Frolow**.

Les analyses précédemment publiées ([1]) ont montré la possibilité de prévision à longue et très longue échéance : 1° du niveau moyen annuel de la Seine à Paris, 2° de la cote maximum atteinte par le fleuve entre deux étiages d'été consécutifs, et 3° de la production de cette cote.

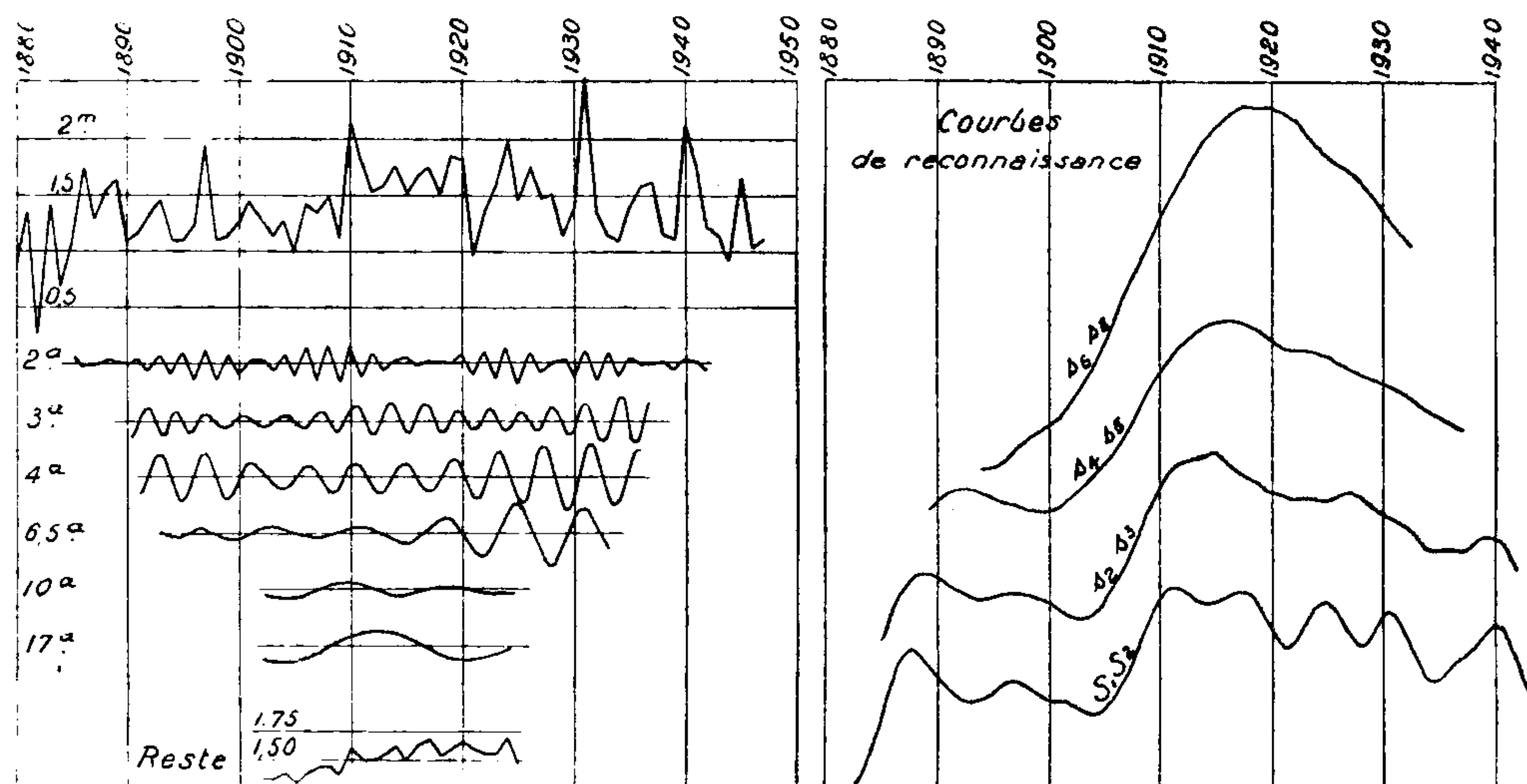
Pour compléter l'étude de l'échelle du pont d'Austerlitz une nouvelle série a été formée à partir des moyennes mensuelles. Elle comprend les valeurs du niveau moyen d'une crue et de l'étiage qui la suit. On examine donc des cycles hydrologiques complets. En règle générale on a fait commencer une année hydrologique par le mois dont le niveau moyen était supérieur à celui qui l'a précédé. Ce premier mois est celui d'août (11 cas), de septembre (18 cas), d'octobre (32 cas), de novembre (5 cas) ou de décembre (2 cas). La durée

(*) Séance du 19 mai 1948.

([1]) *Cahier* n° 1 *de la Commission du bassin de la Seine*, Paris 1941; *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 942-944.

d'un cycle ou d'une année hydrologique était, d'autre part, de 15 à 9 mois (un cas de chacun de ces extrêmes) en passant par 14 (6 cas), 13 (13 cas), 12 (29 cas), 11 (11 cas) et 10 mois (7 cas). Les termes de la série ainsi constituée sont datés de l'année de l'étiage qu'ils englobent et sont sous ce rapport directement comparables à la série des maxima annuels déjà publiée. La série des cycles hydrologiques est actuellement longue de 68 ans (1880-1947).

Il est visible sur le graphique accompagnant cette Note que la crue de 1910,



la plus haute observée (cote max. $8^m,62$) était aussi une des plus abondantes, mais elle fut dépassée en cela par celle de 1931, dont le maximum (5,98) occupe la dixième place seulement. Par contre, la crue de 1924, deuxième par la cote du maximum (7,32), est très peu marquée sur le graphique des moyennes : elle se présentait sous forme d'une seule poussée, haute mais courte.

Le fait que le niveau de la Seine à Paris est contrôlé par le barrage de Suresnes impose une restriction quant aux amplitudes et aux périodes des composantes isolées par le calcul, de même que cela a été fait pour le niveau moyen annuel. La comparaison avec les résultats de calcul antérieurs montre que pour le niveau moyen d'un cycle hydrologique examiné ici, l'influence de contrôle des niveaux n'est pas non plus négligeable, mais qu'elle reste, cependant, secondaire. En effet, la marche de l'amplitude des composantes, leur période et leur importance dans le développement ne sont pas essentiellement différentes dans les trois analyses citées, mais ici le *Reste* est meilleur que pour les moyennes annuelles. Cela peut être rapproché du fait que la nouvelle série décrit mieux l'ensemble d'un cycle hydrologique naturel.

Les analyses des trois séries donnent ainsi trois descriptions concordantes d'un même phénomène envisagé différemment. Ce résultat est dû à l'origine naturelle commune des séries, mais aussi à l'application d'une même méthode

d'analyse. Ce n'est donc pas cette concordance qui justifie la publication des trois séries, c'est leur utilisation possible pour la prévision à longue échéance.

Voici comment peut être envisagée cette technique. Dès le début d'une année civile la série des moyennes annuelles permet d'apprécier le niveau moyen pendant l'année commencée. On a ainsi une première indication sur l'ampleur du début de la crue de l'année prochaine. Au mois de mai la série des maxima et celle de leur date permettent d'annoncer les deux éléments correspondants de la crue de l'hiver prochain. Enfin, la série publiée actuellement fournit une prévision du niveau moyen de cette crue, ce qui caractérise l'abondance de celle-ci et complète les renseignements obtenus auparavant.

La méthode d'analyse de M. et M[me] Labrouste conduit ainsi à des règles pratiques d'obtention de renseignements successifs et se complétant sur l'évolution d'un phénomène naturel en envisageant les propriétés intrinsèques de celui-ci.

N. B. — Les valeurs des termes de la série analysée dans cette Note sont (le premier se rapporte à 1880 et le dernier à 1947) :

0,88; 1,35; 0,26; 1,42; 0,69; 1,07; 1,76; 1,28; 1,55; 1,64; 1,10; 1,17; 1,37; 1,46; 1,09; 1,09; 1,24; 1,95; 1,09; 1,13; 1,23; 1,43; 1,29; 1,13; 1,27; 0,98; 1,42; 1,34; 1,48; 1,12; 2,16; 1,78; 1,53; 1,58; 1,77; 1,49; 1,66; 1,75; 1,50; 1,86; 1,80; 0,96; 1,35; 1,57; 1,99; 1,43; 1,74; 1,47; 1,49; 1,13; 1,41; 2,54; 1,34; 1,13; 1,09; 1,40; 1,57; 1,61; 1,13; 1,12; 2,11; 1,79; 1,20; 1,14; 0,91; 1,66; 1,04; 1,11.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Diversité des types de comportement au photo- et au thermo-périodisme dans le genre* Viola (*Violettes et Pensées*). Note de M. **Pierre Chouard**, présentée par M. Louis Blaringhem.

J'ai étendu à 11 espèces de *Viola* et à 9 conditions expérimentales mes recherches antérieures sur le déterminisme de la floraison et de la croissance chez ces plantes [1]. Ces espèces et ces conditions ayant été indiquées dans les Notes citées en référence, je résumerai seulement les résultats obtenus à ce jour :

Les espèces de *Viola* que j'ai étudiées se partagent en trois types principaux d'après leurs modes de réponse aux agents physiques de stimulation :

a. Les *Pensées* (*V. cornuta*, *V. tricolor* var. *subalpina*) sont clairement héméropériodiques : pour fleurir, elles n'exigent qu'un minimum d'heures quotidiennes d'éclairement ($>$ 10 à 14[h] selon les espèces); la floraison est d'autant plus hâtive et abondante que la durée d'éclairement est plus grande, jusqu'à l'éclairement continu. Ces plantes n'ont aucune cause interne d'arrêt de végétation : si la température est tiède et la fertilisation suffisante, la

(1) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1523; *Bull. Soc. Bot. Fr.*, **93**, 1946, p. 373; et **94**, 1947, p. 399.

croissance est indéfinie, en courtes rosettes végétatives si les jours sont courts, en longs rameaux constamment ramifiés et fleurissants si les jours sont longs. Le froid hivernal peut tuer partiellement ou totalement les espèces annuelles; les vivaces repartent du pied; le type de croissance après l'hiver est d'emblée celui qu'impose la durée de l'éclairement fourni alors. Le transfert des conditions de jour long en jour court, ou réciproquement, change à volonté le type de croissance et de floraison en moins d'un mois; l'inhibition des ébauches florales élaborées en jour long se traduit, après transfert en jour court, par la formation, durant quelque temps, de boutons qui avortent.

Les *Violettes* ont en commun l'aptitude à produire des fleurs chasmogames (normales) en jours courts, des fleurs cléistogames (petites, closes mais fécondes) en jours longs; mais elles montrent de nombreuses variantes, parmi lesquelles je choisirai deux types extrêmes :

b. Viola silvestris en jours courts exige impérieusement une période froide pour pouvoir produire ensuite des fleurs chasmogames; mais, après une telle période, il faut des jours assez longs et durant un temps prolongé pour transformer en fleurs cléistogames les ébauches florales qui sont élaborées. En jours indéfiniment courts, les fleurs chasmogames paraissent après chaque période de froid hivernal; mais si la température reste constamment tiède, les fleurs ne reparaissent plus, ou seulement en boutons qui avortent très jeunes, bien que la croissance végétative soit alors indéfiniment active. En jours indéfiniment longs ou continus, la floraison est normalement cléistogame; elle l'est indéfiniment et sans interruption si la température est constamment tiède; mais si le froid hivernal intervient, il paraît d'abord des fleurs chasmogames, même en jour continu, bientôt suivies des fleurs cléistogames. Le transfert de longs jours en jours courts est suivi, après un délai de trois mois environ, de l'apparition d'une poussée de fleurs chasmogames; comme les jours de 13 à 14 heures ou moins permettent déjà la manifestation de l'état chasmogame, on comprend que cette espèce et ses analogues montrent parfois des fleurs colorées à la fin des automnes doux. Le transfert inverse fait apparaître les fleurs cléistogames au bout de trois mois environ.

c. Viola odorata, en jours indéfiniment courts, voit bien aussi sa floraison chasmogame favorisée par la période de froid hivernal, mais cette stimulation thermopériodique n'est pas indispensable comme dans le cas précédent : en température constamment tiède, des fleurs chasmogames apparaissent en poussées irrégulières. Cependant, il suffit d'un faible allongement de la période d'éclairement au delà des 8 heures des jours courts pour transformer rapidement les ébauches florales en fleurs uniquement cléistogames; aussi cette espèce ne fleurit-elle en fleurs colorées qu'au début du printemps ou même à la fin de l'hiver. En journées un peu longues, *a fortiori* en journées continues, la floraison cléistogame est continuelle, tant que la température est favorable, et elle reprend d'emblée cléistogame après chaque période de froid. Autrement

dit, *Viola odorata* est, pour sa floraison chasmogame, beaucoup moins exigeante en thermopériodisme que *Viola silvestris*, mais elle est, pour ce type de floraison, beaucoup plus strictement nyctopériodique (de jour court).

Le comportement des diverses Violettes se rapproche plus ou moins de l'un ou de l'autre de ces deux types extrêmes. Par exemple, *V. hirta* est, pour sa floraison chasmogame, presque aussi thermopériodique que *V. silvestris*, mais aussi nyctopériodique que *V. odorata*. La Violette *de Parme* se rapproche sensiblement du comportement de *V. odorata*, mais elle est encore plus indifférente au thermopériodisme. *V. arenaria* et surtout *V. lancifolia* se comportent à très peu près comme *V. silvestris*, etc.

Malgré ces diversités de réactions de floraison, les réactions de croissance sont bien plus uniformes : feuilles à pétioles longs et plus dressés, stolons (si l'espèce en comporte) longtemps poussants, en jours longs; feuilles à pétioles plus courts, plus réfractés, stolons poussant peu ou pas, en jours courts.

La diversité des comportements découverts dans le genre *Viola*, entre espèces souvent voisines, parfois capables de s'hybrider ou de se greffer, permet de penser que ce genre peut devenir l'un des plus féconds objets d'étude pour l'analyse du mécanisme d'action des facteurs de stimulation de la croissance et de la floraison.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Démonstration de la nature humorale de l'action histogène exercée par les bourgeons*. Note (*) de M. **Guy Camus**, présentée par M. Joseph Magrou.

Nous avons montré précédemment (1) (2) que les bourgeons en voie de croissance provoquent, dans les tissus sous-jacents, des remaniements histologiques caractérisés par une dédifférenciation progressive suivie d'une redifférenciation de formations conductrices. Cette influence est polarisée et ne s'exerce que dans le sens feuille-racine. En greffant par la suite des bourgeons sur des tissus divers, nous avons constaté que l'action histogène des bourgeons greffés s'exerce de la même manière, après avoir traversé la région de soudure (3).

Ces résultats laissaient supposer qu'il s'agissait d'un mécanisme humoral. Pour apprécier la valeur de cette hypothèse, il était nécessaire de rechercher si l'action organisatrice des bourgeons pouvait s'exercer à travers une pellicule de substance perméable. A cet effet, nous avons placé des bourgeons sur l'extrémité foliaire de fragments de racine d'Endive cultivés *in vitro*, en les séparant par une mince feuille de cellophane.

(*) Séance du 19 mai 1948.

(1) *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 34-36.

(2) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 154-156.

(3) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 570-572.

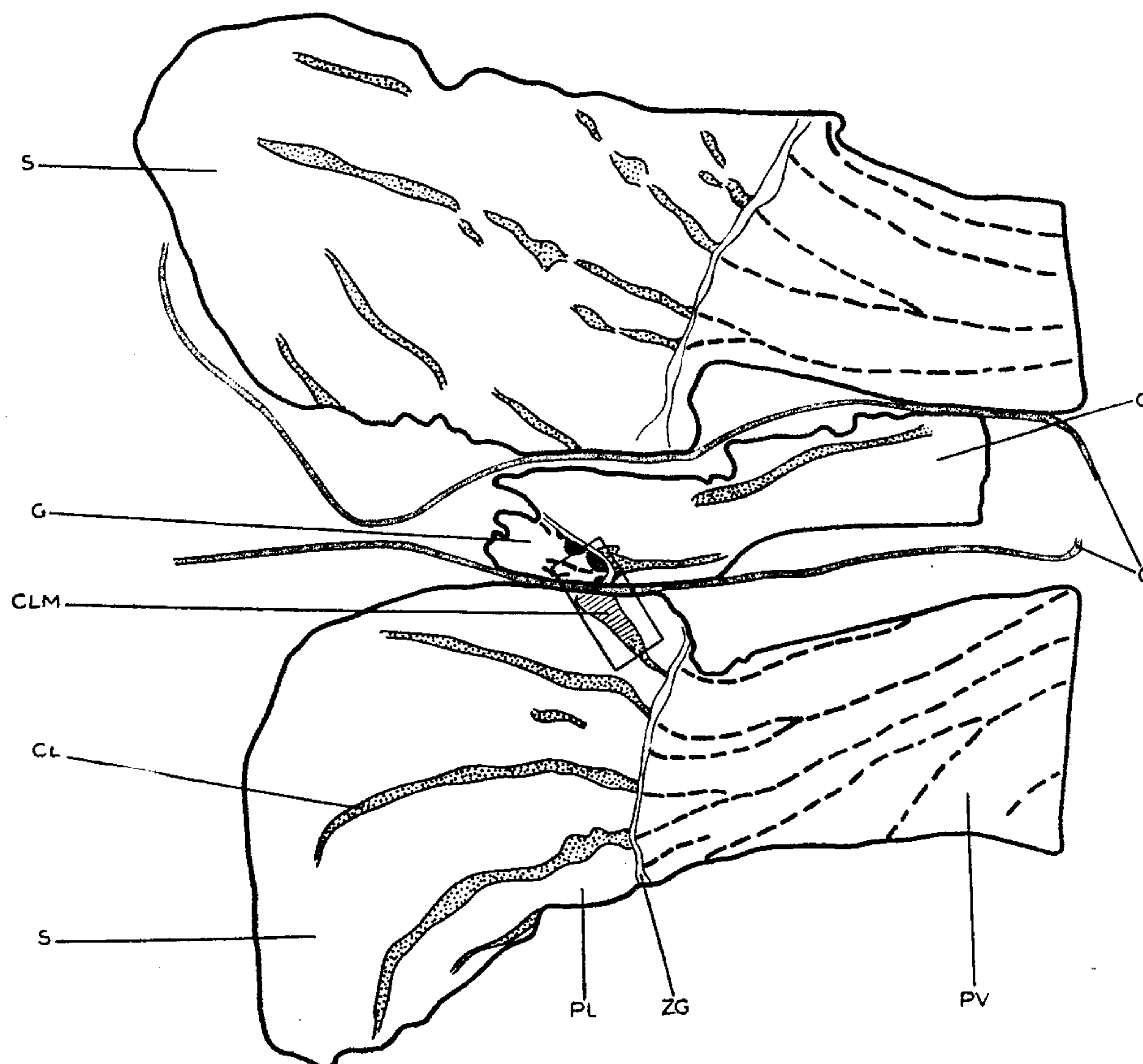


Fig. 1. — Coupe transversale pratiquée dans un fragment de racine d'Endive (S), sur lequel on a fait agir pendant 7 jours un bourgeon (G) isolé par une pellicule de cellophane (C). On contate qu'un des cordons libériens du sujet (CL), se trouvant au voisinage de la zone génératrice des tissus situés à la base du bourgeon, s'est profondément modifié (CLM). PV, parenchyme vasculaire. PL, parenchyme libérien. ZG, zone génératrice.

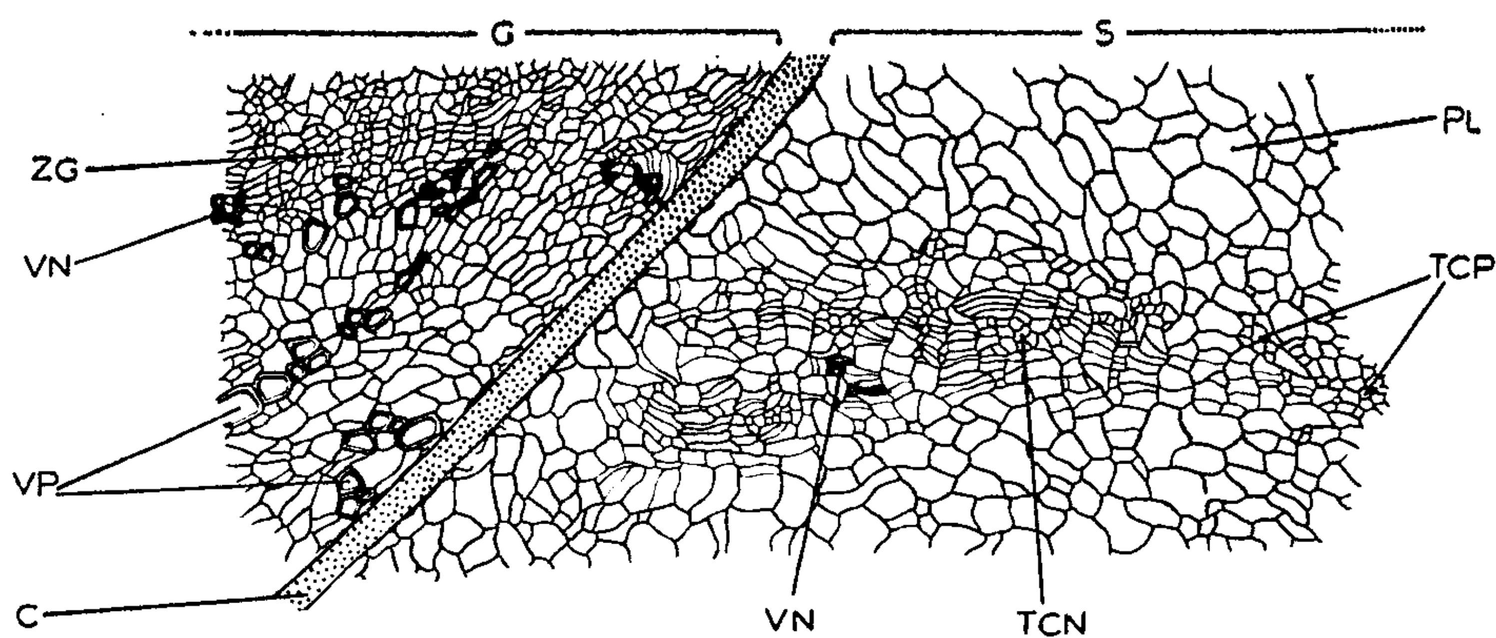


Fig. 2. — Détail de la région du fragment de racine dans laquelle s'est manifestée l'action histogène du bourgeon (quadrilatère *fig.* 1). On distingue à gauche, en dessous de la zone génératrice (ZG), les formations vasculaires du bourgeon (VN), ainsi qu'une partie du parenchyme vasculaire contenant des vaisseaux de fort calibre (VP). De l'autre côté de la cellophane, dans le parenchyme libérien (PL) du fragment de racine, contenant des tubes criblés préexistants (TCP), on remarque une plage dédifférenciée au sein de laquelle sont apparus quelques vaisseaux néoformes (VN), ainsi que quelques tubes criblés (TCN).

L'examen de coupes anatomiques nous a montré que, malgré la cellophane ainsi interposée entre le bourgeon et le fragment de racine, des remaniements histologiques se sont produits dans les régions du fragment qui étaient situées en face de la zone génératrice du bourgeon. Les formations induites de cette manière étaient absolument identiques à celles que provoquaient par des bourgeons apparus spontanément. La figure 1 représente en coupe transversale les positions respectives des tissus situés à la base du bourgeon et du fragment de racine, séparés par le film perméable. La figure 2 permet d'apprécier le détail des remaniements histologiques provoqués par le bourgeon dans un cordon libérien du fragment de racine.

En résumé, les résultats de ces expériences démontrent que l'action histogène exercée par les bourgeons met en œuvre un mécanisme humoral.

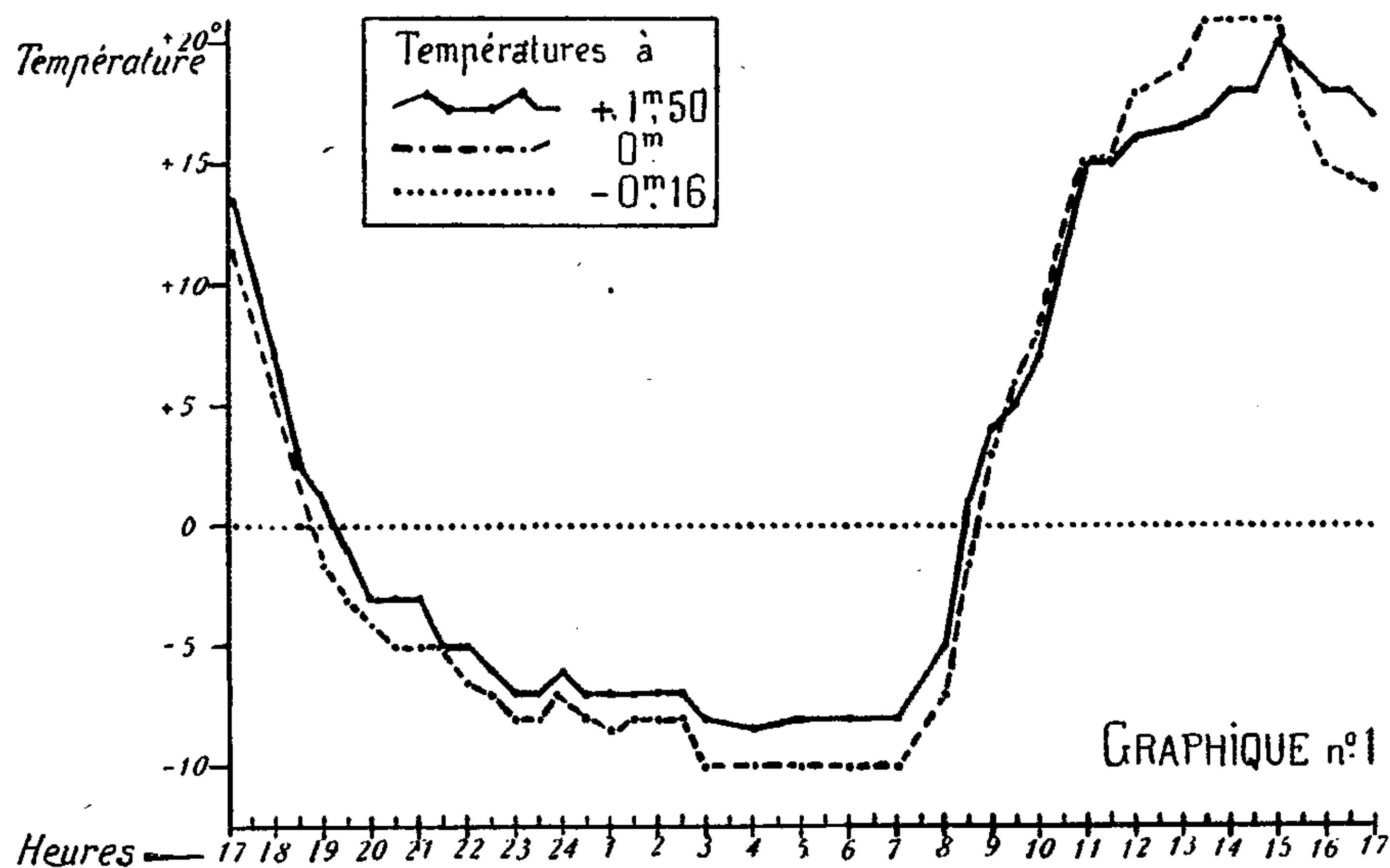
ÉCOLOGIE. — *Remarques écologiques sur une tourbière du Jura.* Note (*) de Mlle **Reine-Marie Joignerez**, présentée par M. Roger Heim.

La température est l'un des facteurs écologiques déterminants. Quelques-uns des auteurs les plus récents mentionnent des mesures de température maxima et minima, les fluctuations entre ces températures pendant de courtes périodes, à différentes saisons, ou donnent les résultats d'enregistrements continus. En général, ces températures sont prises au niveau du sol, à des hauteurs variant entre quelques centimètres et 1^m; quand la variation de température est indiquée en détail, elle ne concerne que la période diurne. Il a donc paru intéressant de relever des températures de demi-heure en demi-heure, pendant 24 heures.

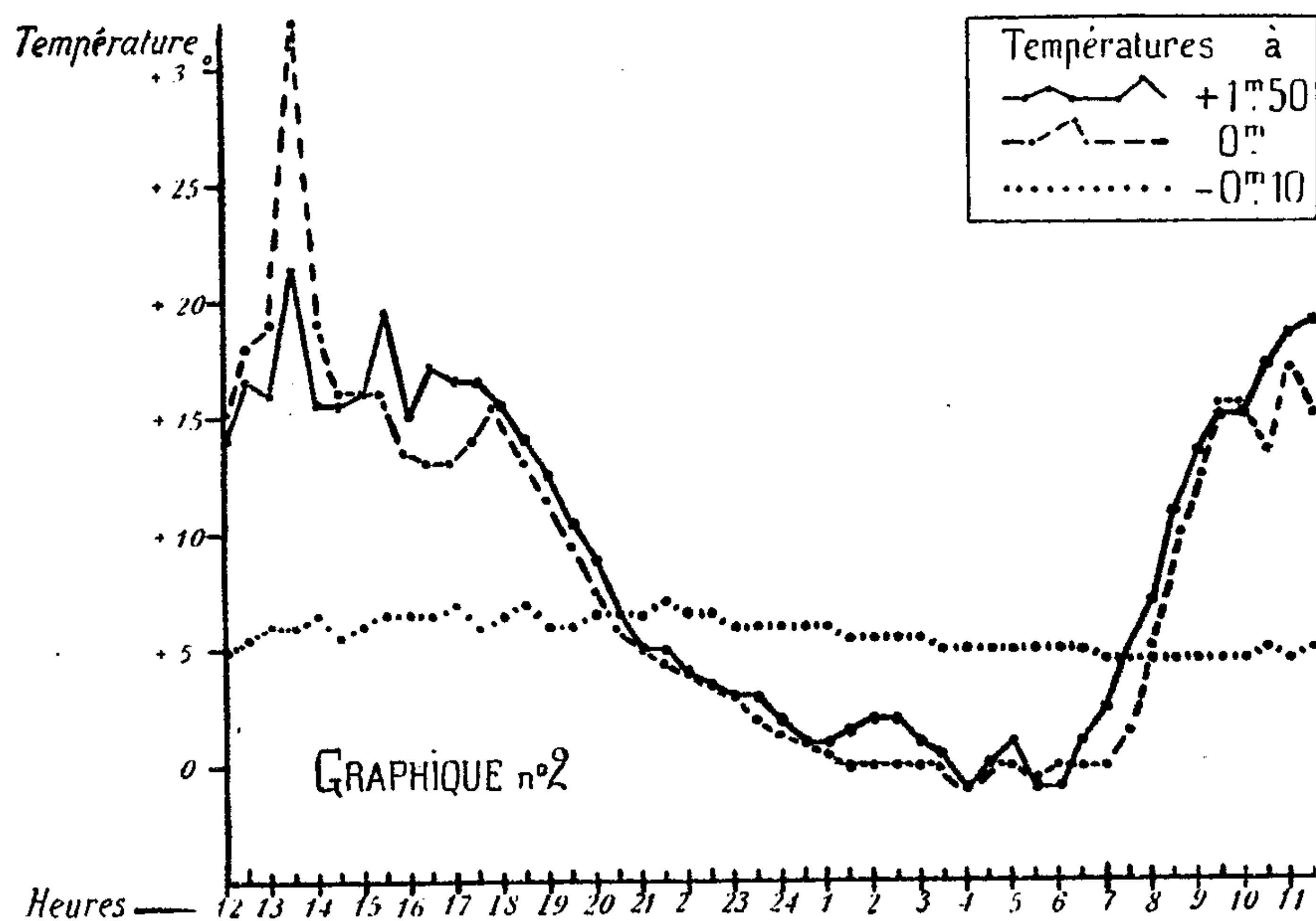
Les mesures suivantes furent effectuées dans la partie bombée d'une tourbière du Doubs, peuplée principalement de *Pinus uncinata*, *Calluna vulgaris*, *Vaccinium uliginosum* et *Myrtillus*, *Andromeda Polifolia*, et Sphaignes, au Narbief, du 5 au 6 mars 1948, et aux Guinots, du 20 au 21 avril, dans deux stations analogues, par beau temps, faible bise dans la journée, et nuit calme. L'un des thermomètres était placé à $1^m,50$ au-dessus du sol, suspendu à une branche de *Pinus uncinata*, l'autre dans la partie supérieure de la couche de Sphaignes, et légèrement recouvert par elles; deux autres étaient enfoncés dans les Sphaignes, à — 10 et — 16^{cm}. Examinons les deux graphiques. Sur le premier, les Sphaignes étant gelées, le thermomètre placé à — 16^{cm} est demeuré à 0°, tandis que le thermomètre placé à la surface des Sphaignes gelées donne des températures dont l'amplitude de variation atteint 31°, dépassant de quelques degrés les températures maxima relevées à $1^m,50$. Le graphique n° 2 présente des résultats analogues. A — 10^{cm}, les Sphaignes ne sont plus gelées, mais l'amplitude est très faible, seulement 3°. Dans le courant de la matinée, la

(*) Séance du 24 mai 1948.

température à o^m devient généralement supérieure à celle de l'air (à $+1^m,50$). Puis, tandis que dans les parties basses de la courbe, elle reste constamment



inférieure dans le graphique n° 1, elle se rapproche très sensiblement de la température à $1^m,50$, lui devient égale, et même la dépasse entre 5^h30 et 6^h dans le graphique n° 2.



En résumé, chute rapide de la température au niveau du sol, et à $1^m,50$ à partir de 5^h, jusque vers 23^h, puis descente plus lente avec minimum après le lever de Soleil (entre 6 et 7^h pour le graphique n° 1, et entre 5 et 6^h pour le n° 2).

Ceci n'apparaît pas sur le graphique n° 1, mais il est probable que des observations à intervalles plus rapprochés auraient fait apparaître ce décalage. C'est ensuite une brusque remontée de la température : 31° en 5 heures, le 6 mars, et un palier avec oscillations. A 0^m, le maximum se situe vers 21^h30, et le minimum vers 11^h. La courbe offre donc un décalage par rapport aux deux autres, dû à l'absorption lente et incomplète de la chaleur par les Sphaignes.

Ces résultats, si limités soient-ils, n'en contribuent pas moins à préciser quelques-uns des caractères du microclimat d'une tourbière à Sphaignes.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Observations sur certaines lésions des Laminaires.* Note de M. **Jacques Pochon**, présentée par M. Joseph Magrou.

La maladie qui s'attaque aux champs des Laminaires n'a pas encore, à notre connaissance, suscité de recherches. C'est en effet pour un tout autre but que Billet, en 1888, isola deux espèces de germes qu'il décrivit avec leur cycle évolutif. Il ne s'agissait que d'une microflore banale.

En vue d'élucider l'origine de cette *maladie des Laminaires* et de rechercher si elle ne serait pas, comme la *maladie des Zostères*, d'étiologie microbienne, nous avons prélevé, sur la côte française de l'Atlantique, des échantillons de *Laminaria cloustoni* qui nous paraissaient atteints et qui présentaient des altérations encore localisées (petites ulcérations perforantes ou non) au niveau de la fronde. Des fragments de régions ulcérées et non ulcérées ont été préparés pour examen histologique et bactériologique.

Ce sont les *examens histologiques* qui nous ont fourni les résultats les plus intéressants. A l'examen des coupes, notre attention a été attirée d'emblée par des altérations de l'appareil mucigène. Nous avons constaté, dans ce système lacunaire, un nombre plus ou moins considérable de bactéries. Tantôt celles-ci tapissent de façon discrète la paroi des cellules parenchymateuses bordantes, tantôt elles forment de véritables amas, enrobés dans le mucus, surtout importants au niveau des tubes excréteurs.

Ces bactéries sont-elles de simples saprophytes banaux proliférant dans le mucus ou ont-elles un rôle pathogène? En faveur de cette seconde hypothèse l'examen des coupes fournit deux arguments.

En premier lieu, on constate assez souvent des cellules parenchymateuses en bordure du système lacunaire qui sont envahies par les bactéries : leur protoplasme en paraît littéralement bourré et l'on constate alors une rupture de la membrane cellulaire formant la paroi du système lacunaire : parfois c'est un groupe de cellules contiguës qui sont ainsi contaminées, amorçant une lésion.

En second lieu, on note parfois, dans la lumière même du système lacunaire, des débris cellulaires en amas plus ou moins importants, complètement recouverts de bactéries; il s'agit d'un stade plus avancé de la lésion : les cellules contaminées, que nous avons décrites plus haut, se détachent, se

vident et leur désintégration complète se poursuit dans les cavités lacunaires. Étant donnée l'extrême étendue du réseau anastomatique, ces débris cellulaires contaminés peuvent être une cause d'essaimage de l'infection.

Passant à l'examen des ulcérations nous avons constaté que, après disparition des cellules superficielles et des couches externes de cellules à phéoplastes, les cellules parenchymateuses mises à nu en voie de désintégration sont le siège d'une pullulation bactérienne intense; lorsque l'ulcération atteint en profondeur la région médullaire, les cellules allongées qui la constituent sont également infectées avant leur élimination. Or on sait le rôle que jouent ces cellules (cellules criblées) dans la circulation. Ici apparaît également le rôle de ces éléments dans l'extension, à distance, de l'infection. Il ne paraît pas, cependant, que la microflore infectant les tissus ulcérés ait la même importance et la même signification que celle du système lacunaire. C'est tout au moins ce que laisse penser l'examen de frottis bactériens.

Examen des frottis bactériens. — En effet, les prélèvements faits au niveau des ulcérations mettent en évidence une microflore extrêmement variée contenant à la fois des bactéries (se colorant et ne se colorant pas par la méthode de Gram), de types très divers, et des champignons. Il s'agit évidemment d'une microflore de surinfection au niveau du parenchyme mis à nu.

Cultures. — D'ailleurs les cultures réalisées avec des produits de grattage des ulcérations ont permis d'isoler des espèces très diverses et dont il est pratiquement impossible de déterminer le rôle pathogène.

De l'ensemble des constatations rapportées dans cette Note, il ressort que deux aspects de lésions peuvent être décrits chez les Laminaires observées: des lésions profondes, à l'origine desquelles est l'infection du système lacunaire mucigène; des lésions ulcérantes perforantes. Si l'origine bactérienne des premières semble démontrée, il n'en est pas de même des secondes: il s'agit de *lésions ouvertes* où pullule une microflore variée. Les dernières sont-elles l'extension vers la surface des lésions profondes ou de simples ulcérations mécaniques secondairement infectées? La question reste non résolue, ainsi d'ailleurs que celle de la spécificité pathogène des bactéries du système lacunaire mucigène.

PHYSIOLOGIE. — *La créatinurie du froid chez le Rat blanc : influence de la thyroïde et de la vitamine* B1. Note (*) de Mme **Simone Blaizot** et M. **Jean Blaizot**, transmise par M. Robert Courrier.

Étendant nos investigations ([1]), ([2]) au domaine des créatinuries *physiologiques*, nous nous sommes posé la question du rôle éventuel de la thyroïde et

(*) Séance du 19 mai 1948.

([1]) Avec la collaboration technique de Mlle Denise Estassy.

([2]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1412-1413 et **224**, 1947, p. 959-961.

de l'influence possible de l'aneurine au cours de l'établissement de la créatinurie provoquée par abaissement de la température extérieure ([3]).

Dans un essai préliminaire nous avons placé nos animaux, au cours des mois d'hiver, dans un sous-sol profond : les oscillations thermiques nycthémérales n'excédaient pas 1 degré, et la température moyenne est passée lentement de $+9°$ à $+2°$. Cette marge de température est compatible avec un comportement physiologique normal : les animaux alimentés *ad libitum* avec le régime équilibré précédemment décrit n'ont manifesté aucune chute de poids.

Rappelons que dans les mêmes conditions expérimentales, mais à une température de 20°, l'excrétion urinaire de créatine n'excède jamais 1^{mg} par 100^{g} vifs et par jour.

Chez l'*animal normal*, le taux de la créatine urinaire s'élève au-dessus de cette valeur lorsque la température extérieure tombe au dessous de $+12°$ environ. La créatinurie est d'autant plus intense que le refroidissement est plus important, comme le montrent les chiffres suivants qui se rapportent à la période du 2e au 9e jour après la mise au froid

Température	18-22° (*n* jours).	7-9° (8 jours),	2-6° (8 jours).
Créatine urinaire en mg. par 100g et 24 heures	0,435	1,86	2,44
Nombre d'animaux	18	5	2
Erreur standard $\sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n(n-1)}}$	±0,07	±0,17	

On voit que les *variations individuelles* sont beaucoup plus étendues dès que l'animal doit accroître sa thermogenèse.

La réaction créatinurique n'est pas immédiate; lors du passage de 20° à 9° environ, elle ne s'établit qu'après un délai de 48 heures, analogue à celui que l'on observe lors d'une surcharge thyroxinienne modérée (10 γ par 100^{g}); cette réaction persiste pendant une quinzaine de jours, la température extérieure restant pratiquement constante vers 8-9°, puis s'atténue par oscillations irrégulières tout en restant légèrement positive (excrétion moyenne du 20e au 25e jour : $1,20 \pm 0^{mg},13$). Mais, s'il se produit à ce moment un nouvel abaissement de la température extérieure, une créatinurie élevée réapparaît qui peut atteindre cinq fois le taux normal d'excrétion si la variation thermique est accentuée.

Chez l'*animal éthyroïdé*, la réaction créatinurique au froid est à la fois plus discrète et plus tardive : dans la période du 2e au 9e jour après la mise au froid l'excrétion est seulement de $1,03 \pm 0^{mg},08$ au lieu de 1,86 chez l'animal entier; elle atteint $1,27 \pm 0^{mg},13$ dans la période du 6e au 14e jour et retombe à $0,97 \pm 0,05$ entre le 20e et le 25e jour (moyenne de cinq animaux).

---

(3) E.-F. TERROINE et Coll., *Arch. Inter. Physiol.*, 45, 1937, p. 247-272.

Un rat éthyroïdé, placé simplement à l'air libre sous abri, a même subi des variations de température, souvent brutales, de + 1° à + 14° pendant 25 jours sans jamais montrer de créatinurie supérieure à 1^{mg}.

Enfin les *animaux normaux surchargés en aneurine* ont une réponse assez analogue à celle des éthyroïdés. Sur un lot de quatre animaux, deux servent de témoins et deux reçoivent 3 fois par semaine, une injection sous-cutanée de 250 γ d'aneurine par 100^{g} de poids vif; le lot entier est soumis à un abaissement de température de 5° environ (passage de + 9° à + 2-6°); les quantités de créatine excrétées sont portées ci-dessous pour la période du 2e au 9e jour qui suit l'abaissement de température :

Créatine (en mg) par 100^{g} et 24 heures	Témoins	2,45-2,43
	Traités par B1	1,04-0,90
	Quantités excrétées le 3e jour après cessation du traitement	2,07-2,21

On voit que l'action de l'aneurine est strictement limitée dans le temps. Nous avons d'ailleurs vérifié qu'un prétraitement à la vitamine B1 est sans effet sur la réaction créatinurique de l'animal normal refroidi.

La créatinurie du froid n'est donc qu'une manifestation secondaire de l'excitation thyroïdienne provoquée par l'abaissement de température; cet effet est transitoire et apparaît comme caractéristique de la période d'adaptation au froid. Pour expliquer les très faibles créatinuries des animaux éthyroïdés et refroidis, on pourrait invoquer la mise en jeu d'une sécrétion extra-thyroïdienne de thyroxine ([4]); d'après nos observations, une telle sécrétion ne s'établirait à un niveau notable qu'après un délai de huit jours. L'action de la vitamine B1 — administrée ici à doses très modérées en sus du régime — fait ressortir, comme dans nos expériences antérieures, des relations étroites entre cette substance et la sécrétion thyroïdienne. On peut considérer, en effet, soit que l'aneurine exerce sur la thyroïde un freinage, soit plutôt qu'elle permet une épargne de la sécrétion thyroïdienne en favorisant, par un autre mécanisme que la mise en jeu de la thyroïde, les oxydations de la thermogenèse.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur une propriété différentielle du domaine des couleurs.* Note (*) de M. **Yves Le Grand**, transmise par M. Jean Becquerel.

De nombreuses recherches expérimentales et théoriques ont été récemment consacrées au problème de l'élément différentiel de l'espace des couleurs, c'est-à-dire à la recherche des stimuli juste discernables d'un stimulus donné. On

(4) Morton, *J. Biol. Chem.*, 147, 1943, p. 757.

(*) Séance du 19 mai 1948.

considère habituellement cette question comme entièrement distincte de celle du système de référence, mais nous allons voir qu'il existe entre ces problèmes une relation simple, qui ne semble pas avoir été signalée.

Considérons un stimulus fixe, représenté dans le diagramme chromatique par un point M, et deux radiations monochromatiques λ et λ', représentées par des points N et N' tels que M soit sur la droite NN'. On dit alors que ces longueurs d'onde sont complémentaires par rapport à M, et l'addition de flux lumineux convenables Y et Y' de ces radiations est équivalente au stimulus M. La détermination, pour chaque valeur de λ, de la longueur d'onde complémentaire λ' et du rapport Y/Y' est un problème classique dont les résultats diffèrent naturellement un peu d'un sujet à l'autre, même si on se limite aux observateurs *normaux*.

Ajoutons maintenant au stimulus M une brillance additionnelle ΔB de la radiation N. On obtient ainsi un point P, que nous supposerons juste discernable de M. Déterminons de même le stimulus P' juste discernable de M, obtenu en ajoutant à M la brillance $\Delta B'$ de la radiation N'. Tant que ΔB et $\Delta B'$ restent petits par rapport à la brillance de M, on doit avoir

$$(a) \qquad \frac{\Delta B}{\Delta B'} = \frac{Y}{Y'}.$$

En effet, si l'on ajoute à P la brillance $\Delta B'$ de la radiation N', on obtient le stimulus juste discernable de P, lequel stimulus n'est autre que M : cela signifie que les brillances complémentaires ΔB et $\Delta B'$ doivent être dans un rapport tel qu'elles se neutralisent, de façon à retrouver le stimulus M. C'est ce qu'exprime la relation (a).

Pour vérifier cette expression, il importe de n'utiliser que des quantités mesurées sur un même sujet. Nous avons emprunté les résultats de Wright et Pitt ([1]), ainsi que ceux de Nelson ([2]). Le stimulus fixe M était la source de lumière blanche désignée sous le nom d'étalon B par la Commission Internationale de l'Éclairage (1931). La figure 1 représente ces résultats (cercles pour Wright, croix pour Pitt et triangles pour Nelson), la longueur d'onde λ' étant portée en abscisses, tandis qu'en ordonnées c'est la quantité

$$K = \frac{Y'.\Delta B'}{Y.\Delta B}.$$

Les ronds noirs désignent des résultats de Priest et Brickwedde ([3]) relatifs à une autre lumière blanche; malheureusement ces auteurs n'ont pas mesuré sur eux-mêmes le rapport Y'/Y, et nous avons dû le calculer à partir des

([1]) *Proc. Phys. Soc.*, 47, 1935, p. 205 et 49, 1937, p. 329.
([2]) *Proc. Phys. Soc.*, 49, 1937, p. 332.
([3]) *J. Opt. Soc. Amer.*, 28, 1938, p. 133.

valeurs de l'observateur de référence : cela explique sans doute la variation systématique de K qui est propre à ces derniers résultats, tandis que les précédents se répartissent en moyenne autour de la valeur $K = 1$. Naturellement, cette vérification de la relation (a) n'est pas rigoureuse, mais il faut penser au nombre de mesures difficiles et dispersées qu'implique chaque détermination de K.

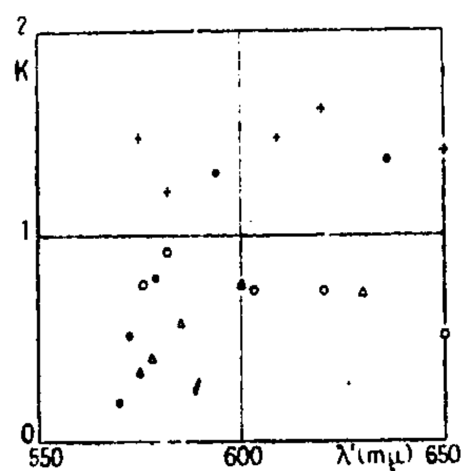


Fig. 1.

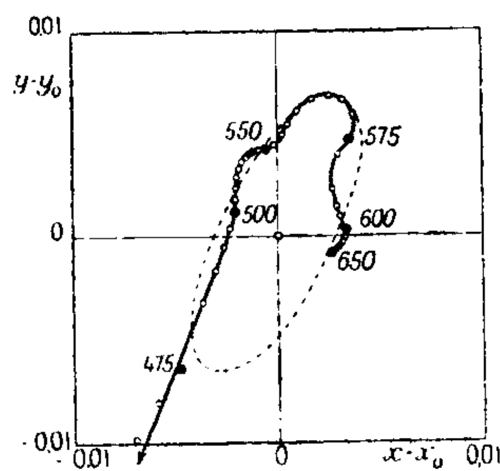


Fig. 2.

Dans le diagramme classique de la colorimétrie (système XYZ), l'expression (a) se ramène à la forme simple

$$\frac{(y' - y_0)}{(y - y_0)} = \frac{y'}{y},$$

en désignant par y et y' les ordonnées des points P et P' juste discernables de $M(y_0)$; cela signifie que les points P et P' sont à peu près symétriques par rapport à M, et cela reste vrai pour tout système qui dérive par projection conique du système XYZ.

On a voulu aller plus loin et démontrer que le lieu des points P et P' était une ellipse de centre M. En réalité la théorie psycho-physiologique des sensibilités différentielles ([4]) montre que cette propriété n'est qu'approchée, et la théorie statistique de Silberstein et Mac Adam ([5]) n'obtient des ellipses que parce que l'hypothèse de départ admet cette symétrie (distribution normale à deux dimensions). Il est vrai que les mesures expérimentales donnent à peu près des ellipses ([6]), mais peut-être une évaluation plus précise révélerait-elle des écarts. Par exemple la figure 2 représente les résultats de Priest et Brickwedde ([3]), en ignorant les points de longueur d'onde inférieure à 475 mμ, qui s'écartent beaucoup du centre par suite de la différence dans le bleu et le violet entre les auteurs et l'observateur de référence; les autres points, en déviant systématiquement par endroits de l'ellipse, indiqueraient des directions privilégiées, dues au mécanisme de la vision des couleurs, directions qui perturberaient l'isotropie géométrique de la surface des couleurs d'égale brillance.

([4]) Y. Le Grand, *Comptes rendus*, **217**, 1943, p. 407 et *Année psychologique*, **41**, 1940, p. 38.

([5]) *J. Opt. Soc. Amer.*, **35**, 1945, p. 32.

([6]) D. L. Mac Adam, *J. Opt. Soc. Amer.*, **32**, 1942, p. 247.

ENTOMOLOGIE AGRICOLE. — *Remarques sur l'action toxicologique de quelques Insecticides organiques de synthèse, sur les chenilles de Cheimatobie* (Operophtera brumata *L.*). Note de MM. **Guy Viel** et **Pierre Grison**, présentée par M. Émile Roubaud.

Nous avons récemment rappelé ([1]) l'importance des dégâts commis sur les arbres fruitiers par les chenilles de Cheimatobie, l'une des plus abondantes espèces de Phalènes défeuillantes, et nous avons précisé plusieurs points de la biologie de cet insecte.

L'apparition des Insecticides organiques de synthèse n'a pas immédiatement intéressé la lutte chimique entreprise contre ce parasite, comme dans le cas d'autres ravageurs des arbres fruitiers, en raison de l'efficacité des traitements effectués jusqu'ici avec les composés arsénicaux.

Néanmoins, il est utile de connaître le degré d'efficacité des nouveaux produits, dont l'usage est maintenant répandu en arboriculture fruitière, pour la lutte contre les Anthonomes, les Hoplocampes ou la Cécidomyie des Poirettes.

C'est pour y parvenir que nous avons exécuté au laboratoire plusieurs essais avec les produits suivants : hexachlorocyclohexane (H. C. H.), dichlorodiphényltrichloréthane (D. D. T.), sulfure de polychlorocyclohexane (S. P. C.), thiophosphate de diéthyle et de paranitrophényle (S. N. P.) utilisés en poudrages avec des préparations ayant une teneur de 0,1 % et de 2 % de matière active.

Ces essais ont été réalisés également pour comparer l'action propre de chacun des produits, en raison des difficultés d'exécution et d'appréciation des essais de traitements au verger. En effet, les variations des conditions climatiques s'ajoutent aux fluctuations des facteurs biologiques, tels que l'échelonnement des éclosions et surtout l'hétérogénéité des infestations, pour rendre les essais difficilement comparables entre eux si l'on n'opère pas une infestation artificielle.

Nous avons donc fait appel à la technique de laboratoire suivante : des lots de dix chenilles, des troisième et quatrième stades, sont placés sous une cloche à vide en présence ou non des feuilles de Pommier qui leur sont offertes comme aliment; ils sont poudrés de façon homogène, à la densité de $0^{mg},050$ par centimètre carré. Le poudrage ([2]) est réalisé en faisant sous la cloche un vide préalable de 10^{cm} de mercure et en faisant rentrer brusquement l'air, qui arrive dans une coupelle contenant 100^{mg} de poudre, laquelle se trouve projetée par la dépression ainsi produite.

([1]) P. Grison et R. Silvestre de Sacy, *C. R. Acad. Agric.* (sous presse).

([2]) H. Bégué, *Ann. Épiphyt.*, 12, 1946, p. 347.

Les chenilles sont ensuite placées avec leur aliment, traité ou non, dans un récipient en verre (humidité relative 70 à 80 %) et à la température du laboratoire (18° à 20° C.).

Dans le tableau suivant nous résumons les principaux résultats obtenus en % d'individus morts, 24 heures et 5 jours après le traitement qu'ils ont subi.

	Essais avec chenilles et feuilles traitées.		Esssais avec chenilles seules traitées.	
Mortalité après	24 heures.	5 jours.	24 heures.	5 jours.
Produits à 0,1 % de M. A.				
D. D. T.	10 %	10 %	0 %	20 %
S. N. P.	0	40	0	10
H. C. H.	10	10	0	0
S. P. C.	0	10	0	0
Produits à 2 % de M. A.				
D. D. T.	100 %	–	100 %	–
S. N. P.	100	–	90	100 %
H. C. H.	0	40 %	0	10
S. P. C.	0	10	0	10
Témoin n° 1	–	–	0	0
» n° 2	–	–	20	20

Il apparaît que les produits à très faible teneur en matière active ne présentent pas d'efficacité insecticide.

Les produits ayant une teneur de 2 % en matière active présentent une grande différence d'action toxique. A cette concentration, les préparations à base de D. D. T. ou de S. N. P. ont une efficacité certaine, dans les conditions réalisées au laboratoire. Il est à noter que l'action du D. D. T. est immédiate, tandis que celle du S. N. P. peut se faire sentir seulement après un court délai.

Par contre, les préparations à base d'hexachlorocyclohexane ou de son dérivé sulfuré n'ont aucun effet toxique. Nous retrouvons donc sur les chenilles de Cheimatobie les mêmes propriétés pharmacodynamiques de ces composés organiques de synthèse que nous avons signalées déjà sur les chenilles processionnaires du Pin (*Thaumætopæa pityocampa*) Schiff [3]. Dès à présent, il ressort de ces essais que les propriétés pharmacodynamiques de l'hexachlorocyclohexane, ainsi que celles de beaucoup d'autres composés chimiques utilisés comme insecticides, diffèrent notablement suivant les espèces ou les groupes d'Insectes sur lesquels ces produits agissent.

Du point de vue pratique, on peut considérer que les produits à base de D. D. T. ou de S. N. P. utilisés au printemps contre d'autres parasites des arbres fruitiers présentent aussi une certaine efficacité contre les chenilles de

(3) G. Viel et P. Grison, *Comptes rendus*, **224**, 1948, p. 840.

Cheimatobie, tandis que ceux à base de H. C. H. ne seraient pas susceptibles de réduire une forte infestation de chenilles défoliatrices, ce qui constitue un nouvel exemple de la prudence à adopter dans la généralisation de l'application pratique d'un insecticide organique de synthèse.

BIOLOGIE. — *Recherche statistique sur la distribution du sexe à la naissance.* Note de MM. **Raymond Turpin** et **Marcel-Paul Schützenberger**, présentée par M. Léon Binet.

Nous avons étudié la distribution du sexe à la naissance dans 14230 familles contemporaines françaises d'au moins 5 enfants. Ce total se décompose ainsi :

5128	familles de	5 enfants	634	familles de	10 enfants	37	familles de	15 enfants
3255	»	6 »	384	»	11 »	22	»	16 »
1877	»	7 »	218	»	12 »	11	»	17 »
1619	»	8 »	108	»	13 »	2	»	18 »
872	»	9 »	59	»	14 »	4	»	19 »

Les documents de base proviennent des sources suivantes :

a. Pour la région parisienne : familles inscrites en 1947 aux Associations de Familles (2912 familles);

b. Pour la région du Nord : familles inscrites sur les Annuaires des Grandes Familles (1276 familles).

c. Pour une certaine part des familles de plus de 10 enfants : dossiers de la Fondation Cognacq-Jay (147 familles).

d. Enfin, et surtout, un échantillonnage de 9895 familles extrait des dossiers du Service de la Médaille des Familles au Ministère de la Santé publique et de la Population.

En raison du but poursuivi, nous n'avons tenu compte que des familles sans naissances gémellaires.

Calculé sur l'ensembles des 95875 naissances, le rapport des sexes a été trouvé égal à $0{,}5066 \pm 0{,}0016$. Nous n'avons pas constaté de variation significative de ce chiffre en fonction du rang de la naissance, mais seulement une indication en faveur des thèses selon lesquelles le premier et les derniers nés sont plus fréquemment des garçons.

Mais les deux faits importants que nous avons établis sont les suivants :

1° Il existe une corrélation faible mais indiscutable entre les sexes des naissances immédiatement consécutives.

2° Cette corrélation décroît très vite lorsqu'augmente l'intervalle entre les naissances, comme le montrent les chiffres suivants :

$r_0 = 0{,}029 \pm 0{,}0035$: corr. entre naissances immédiatement consécutives;

$r_1 = 0{,}007 \pm 0{,}0039$: corr. entre naissances séparées par une autre naissance;

$r_2 = 0{,}004 \pm 0{,}0043$: corr. entre naissances séparées par deux autres naissances.

Si r_0 et r_1 sont significativement différentes de zéro, il n'est cependant pas possible de prouver que r_1 est supérieure à sa valeur théorique qui résulterait d'un tirage en chaîne simple de Markoff de corrélation r_0.

Ces faits peuvent s'interpréter, soit en supposant l'existence de *périodes gynophiles* ou *androphiles* portant sur au moins deux gestations, soit en supposant une *influence masculinisante* ou *féminisante* (éventuellement par *augmentation* de la *létalité*) d'une grossesse masculine ou féminine sur la grossesse immédiatement consécutive. Il n'est pas possible, sur la base de notre information actuelle, de prouver ou d'écarter l'existence de périodes gynophiles ou androphiles de longue durée, non plus que la possibilité d'une prédisposition (peut-être héréditaire) de certains couples à engendrer préférentiellement des garçons ou des filles.

BIOPHYSIQUE. — *Sur la thermogenèse des bactéries.* Note (*) de MM. **Édouard Calvet** et **Jean Fricker**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

Dans une Note présentée ici-même le 28 Mai 1945, nous exposions les résultats de nos premières expériences sur la microcalorimétrie appliquée à l'étude des bactéries. Nos essais avaient été effectués à cette époque à l'aide d'un microcalorimètre A. Tian convenablement adapté dont le fonctionnement n'est assuré qu'à la température du sol d'une cave (17° C.). Or cette température était peu favorable à l'étude de la thermogenèse des bactéries pathogènes car leur optimum cultural étant presque toujours voisin de 37°, la thermogenèse était assez faible et lente à se manifester. Pour obvier à cet inconvénient l'un de nous a construit un microcalorimètre différentiel qui fera l'objet d'une prochaine Note aux *Comptes rendus* et qui nous a permis d'étudier la thermogenèse des bactéries à la température de 37°,4, c'est-à-dire dans des conditions particulièrement favorables.

Le nouvel appareil fonctionne en effet à toute température convenable au développement des bactéries; il est de sensibilité accrue par rapport aux appareils que nous avions utilisés. D'autre part, l'appareil de A. Tian, influencé par les variations de la température extérieure, ne nous permettait pas de pousser la durée d'expérimentation au delà de 1 ou 2 jours, ce qui est insuffisant pour nos expériences. L'appareil actuel, insensible aux variations de la température extérieure, a une durée d'expérimentation illimitée et nous permet de réaliser couramment des enregistrements de 10 jours avec une parfaite fidélité.

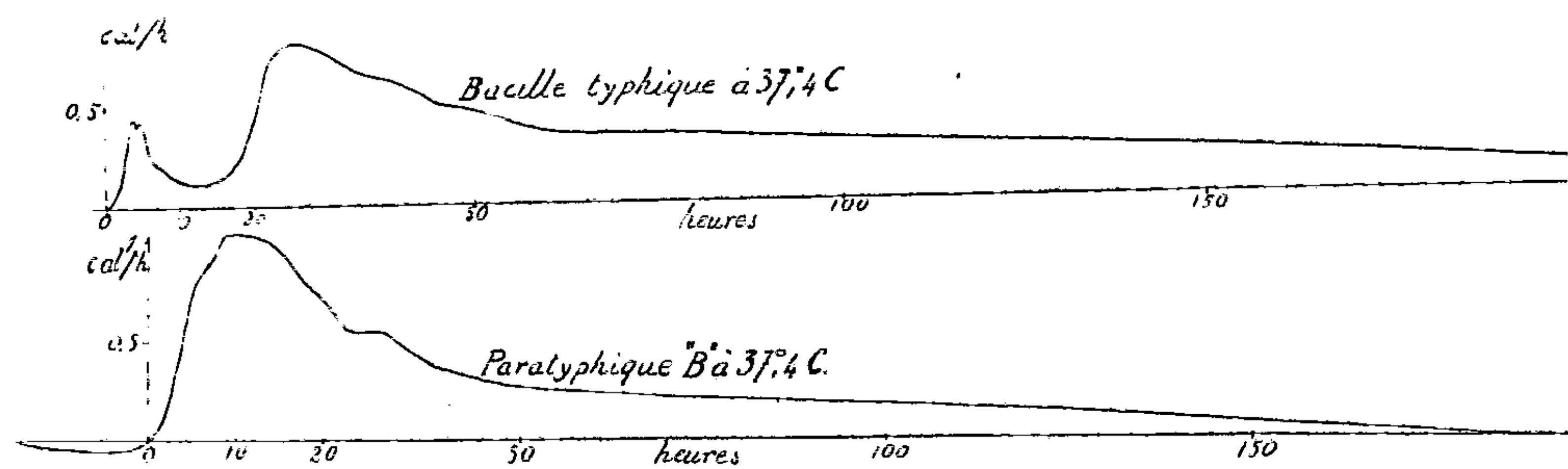
Étant donnée la rapidité de développement des diverses bactéries pathogènes à 37°, nous avons dû recourir à une nouvelle technique d'ensemencement dans le calorimètre lui-même, quand l'équilibre thermique rompu par l'introduction

---

(*) Séance du 10 mai 1948.

de la cellule dans le calorimètre s'est rétali. Nous avons réalisé à cet effet une sorte de cupule soudée à une longue tige de verre qui passe à travers le bouchon de la cellule et manœuvrable de l'extérieur du calorimètre. Les germes en suspension dans l'eau physiologique, par exemple, sont mis stérilement dans la cupule à la densité désirée et immergés dans le milieu de culture au moment où l'équilibre thermique est complètement rétabli.

Nos essais, encore récents, n'ont porté jusqu'à présent que sur le bacille typhique, le bacille paratyphique B et le colibacille. Dès maintenant il nous semble que le fait le plus intéressant mis en évidence par ces recherches est que pour un même milieu de culture la courbe du débit thermique présente pour chacun des germes que nous avons étudiés une caractéristique relativement spécifique. A titre documentaire nous reproduisons ici la courbe du bacille typhique et celle du bacille paratyphique B. Enfin en intégrant les



courbes, il est possible de calculer non plus le débit thermique mais la quantité de chaleur produite par les différents germes dans un même milieu de culture. Nous avons trouvé par exemple pour le bacille typhique à 37°,4 des dégagements de chaleur qui, pour 10^{cm^3} de bouillon de culture, ont varié entre 60 et 70 calories au bout de 190 heures. A 17° nous n'avions pu obtenir l'enregistrement de la thermogenèse des bacilles typhiques. Pour le bacille paratyphique B à 37°,4 nous trouvons 40-50 calories au bout de 150 heures, tandis que nous avions trouvé 2 calories à 17°.

Cette nouvelle technique d'investigation bactériologique doit permettre en outre de suivre avec une grande précision les diverses phases du développement des cultures microbiennes, et elle pourra compléter utilement les résultats déjà obtenus par la photocolorimétrie, car elle permettra l'étude de la phase initiale du développement des germes sur laquelle la néphélométrie est muette, ainsi que celle de tous les germes à culture granuleuse telle que celle du streptocoque pour laquelle la néphélométrie, malgré l'artifice de l'agitation, est une méthode inapplicable.

La nouvelle technique microcalorimétrique que nous avons mise en œuvre peut encore se prêter à de très nombreuses autres recherches bactériologiques. A ces divers titres il nous a paru utile de la signaler.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Nitration des protéines et réactivité des groupements guanidiques de l'arginine.* Note de MM. **Jean Roche** et **Marcel Mourgue**, présentée par M. Maurice Javillier.

Le groupement guanidique de l'arginine (acide δ-guanido-α-aminovalérianique) est en général considéré comme ne participant à aucune combinaison dans les protéines. Nous avons discuté à diverses reprises les arguments sur lesquels repose cette manière de voir et formulé à son sujet des réserves basées sur des faits expérimentaux ([1]). Or, ceux-ci peuvent être interprétés en admettant soit que la réactivité des groupements guanidiques de l'arginine n'est pas uniforme dans les protéines, soit que certains d'entre eux y sont compris dans des liaisons du type peptidique. L'étude de la nitration des protéines a paru devoir apporter une contribution utile à la connaissance de l'état de leurs groupements guanidiques, lesquels sont tous compris dans des restes d'arginine.

Kossel et Kennaway, Kossel et Weiss, Wechsler ([2]) ont isolé la nitroarginine, $O_2N.NH.C(:NH).NH.CH_2.CH_2.CH_2.CH(NH_2).COOH$, de protamines (clupéine, salmine, sturine), d'édestine et de thymohistone nitrées; toutefois la substitution du radical $—NO_2$ en dehors du groupement guanidique empêche par ailleurs d'interpréter simplement les résultats de son dosage dans ces corps ([3]). Il y avait dès lors lieu de préciser dans quelle mesure l'arginine peut être nitrée dans les protéines, sa transformation quantitative en nitroarginine devant nécessairement impliquer que le groupement guanidique de tous les restes de cet acide aminé y sont libres. Nous nous sommes attachés à l'étude de ce problème.

Des protéines de types divers, à savoir : des protamines [clupéine, salmine ([4])], l'édestine, la thymohistone, ont été traitées à 0° pendant 3 à 15 minutes soit par des mélanges sulfonitriques de taux divers en acide nitrique, soit par de l'acide nitrique fumant (25 %) dissous dans l'acide sulfurique à 10 % SO_3, et leurs dérivés nitrés ont été isolés par la technique Kossel et Kennaway ([1]). Les produits obtenus ne présentent plus la réaction de Saka-

([1]) J. Roche et M. Mourgue, *Bull. Soc. Chim. biol.* (*Trav.*), **24**, 1944, p. 1266; *Ibid.*, **28**, 1946, p. 34; *Ibid.*, **29**, 1947, p. 889; *Ibid.*, **29**, 1947, p. 896.

([2]) *Z. f. physiol. chem.*, **72**, 1911, p. 480; *Ibid.*, **84**, 1913, p. 1; *Ibid.*, **78**, 1912, p. 53.

([3]) Kossel et Weiss, dosant les groupements $—NO_2$ au moyen d'une méthode gazométrique basée sur la formation de N_2O par action de la soude sur les protéines nitrées, ont admis que la totalité des groupements guanidiques de l'arginine subissait la nitration. En fait, leurs résultats comportent un écart important par rapport aux valeurs théoriques calculées à partir de la teneur arginine des protéines (défaut de 10 % dans le cas des protamines et excès de 30 % dans celui des autres protéines étudiées).

([4]) M. le Professeur E. Jorpes a mis à notre disposition les protamines utilisées dans ces expériences.

guchi (coloration rosée en présence d'α-naphtol et d'hypobromite de sodium en milieu alcalin), caractéristiques de nombreuses guanidines monosubstituées, laquelle est négative dans les solutions de nitro-arginine [Poller ([5])] et positive dans les milieux protéiques. Cette observation ne permet pas d'inférer que la totalité des groupements guanidiques de l'arginine ont été nitrés, car l'intensité de la réaction de Sakaguchi est, pour des raisons encore mal définies, toujours inférieure à celle qui devrait correspondre à la teneur en arginine des protéines pures. L'absence de cet acide aminé dans les hydrolysats des protéines nitrées constituerait seule à cet égard une preuve formelle.

Nous avons soumis ces dernières à l'hydrolyse sulfurique (SO_4H_2 6 N, 48 h.) et dosé l'arginine libérée par cette opération, au moyen des méthodes à l'arginase (Bonot et Cahn) et colorimétrique (Dumazert et Poggi). Des résultats identiques, à de minimes écarts près, ont été obtenus par les deux méthodes et leurs valeurs moyennes ont été rassemblées ci-dessous :

	Arginine (%) dans les protéines ([6])	
Protéine.	non nitrées.	nitrées.
Edestine	14,7	9,25
Thymohistone	14,6	9,40
Clupéine	89,8	33,90
Salmine	90,4	36,40

Ces données montrent qu'une fraction importante des groupements guanidiques de l'arginine présente dans les protéines échappe à la nitration dans les conditions où l'acide aminé libre subit celle-ci; par ailleurs, comme nous l'avons signalé, les protéines nitrées ne donnent pas la réaction de Sakaguchi. Certains groupements guanidiques y sont donc dépourvus de réactivité, même dans les protamines, où l'existence de guanidopeptides ne peut pas être envisagée. Il en découle que les propriétés de ces groupements sont sous la dépendance de leur position dans les molécules protéiques et, de ce fait, l'étude de leur substitution ne permet pas de conclusion ferme en ce qui concerne leur état. L'apparition au cours de l'hydrolyse de groupements guanidiques donnant avec une intensité théorique la réaction de Sakaguchi et aptes à se nitrer peut tenir aussi bien à la dégradation de liaisons auxquelles ils participent qu'à la disparition de facteurs structuraux étrangers à ces groupements, mais les maintenant dans une position, ou un état, où ils ne pourraient manifester de réactivité vis-à-

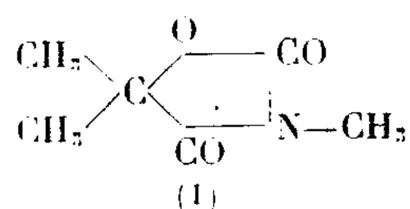
([5]) *Ber. d. deutsch. Chem. Ges.*, 56, 1926, p. 1927.

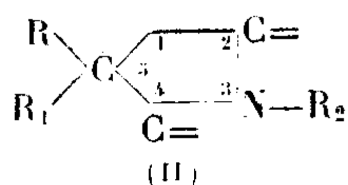
([6]) Des essais témoins poursuivis sur des solutions de nitroarginine pure ont montré que, dans les conditions de l'hydrolyse sulfurique des protéines, 7 à 8% seulement de ce corps régénère de l'arginine. Les résultats obtenus sur des protéines comportent donc une erreur par excès, mais celle-ci ne dépasse pas 10 %.

vis de certains corps. De toute manière, une fraction importante des groupements guanidiques de l'arginine est *dissimulée* dans toutes les protéines, même dans celles d'une structure aussi simple que les protamines.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action anticonvulsivante et structure moléculaire de quelques composés hétérocycliques pentagonaux.* I. *Influence de l'isostérie dans le noyau.* Note de MM. **René Hazard, Jean Cheymol, Pierre Chabrier** et Mlle **Klaudia Smarzewska**, présentée par M. Léon Binet.

Les récents travaux de Spielman [1] ont montré les propriétés anticonvulsivantes notables de certains composés hétérocycliques tels que la triméthyloxazolidine (tridione) (I).





Considérant le squelette fondamental (II) de ces substances, nous avons étudié les propriétés anticonvulsivantes d'hétérocycles isostères dans lesquels les sommets 2 et 4 sont occupés par un groupement carbonyle (CO) ou thion (CS) ou (C=NH), le sommet 1 l'étant par un atome d'oxygène, de soufre ou un groupement imine (=NH).

Tous ces composés ont une évidente parenté, leur structure ne différant que par remplacement de groupes isostères, O, S, NH.

Dans une certaine mesure, l'étude comparative de leurs propriétés chimiques et physiologiques permet d'évaluer les caractères spécifiques de ces groupements.

Nous n'étudierons dans cette Note que les combinaisons pour lesquelles $R = R_1 = -CH_3$ et $R_2 = H$.

Test physiologique. — Pour classer ces corps, nous avons recherché leur action protectrice vis-à-vis de la crise épileptiforme du pentétrazol.

Des lapins reçoivent par la voie intraveineuse 25mg de pentétrazol par kilo. La crise convulsive déroule aussitôt le film classique : convulsions toniques, puis cloniques, suivies d'une période de flaccidité musculaire et de mâchonnement, puis les animaux se remettent sur pattes; dans nos conditions expérimentales la crise dure 6 à 8 minutes.

Une injection intraveineuse du produit essayé, faite 15 minutes avant celle du pentétrazol, entraîne trois possibilités : crise normale, crise diminuée, protection.

Le tableau réunit la constitution des corps et le pourcentage de protection obtenu par 5cg de produit par kilo d'animal contre la crise due au pentétrazol.

---

(1) *J. Amer. Chem. Soc.*, 66, 1944, p. 1144-1245.

N° du corps.	Constitution.	Point de fusion (°C).	Crise cardiazolique. nb. anim.	protect. (%).
1.......	5.5-diméthyl-2.4-dioxooxazolidine	75	37	28
2.......	5.5-diméthyl-2-thion-4-oxooxazolidine	152	20	80
3.......	5.5-diméthyl-2.4-dioxothiazolidine	80	11	20
4.......	5.5-diméthyl-2-thion-4-oxothiazolidine	129	8	60
5.......	5.5-diméthylpseudothiohydantoïne	242	6	0
6.......	5.5-diméthylhydantoïne	175	14	50
7.......	5.5-diméthyl-2.4-dithiohydantoïne	142	61	100
8.......	5.5-diméthyl-2-thion-4-iminohydantoïne	325	12	0
9.......	5.5-diméthyl-2-thionhydantoïne	240	11	44
10.......	5.5-diméthyl-4-thionhydantoïne	174	6	50

Ces corps se différencient seulement par les atomes ou groupements d'atomes occupant les sommets 1-2-4 du squelette fondamental (formule II).

Envisageons pour chaque sommet, l'influence de la nature de ces atomes ou groupements d'atomes, sur les propriétés anticonvulsivantes de la molécule.

Sommet 1. — Les composés (1), (3) et (6) permettent d'apprécier à ce point de vue l'influence relative de l'oxygène (1) du soufre (3) et du groupement NH (6) Les 3 produits ont une action protectrice incomplète sensiblement égale. Cette identité de comportement constitue un cas typique d'isostérie.

Sommet 2. — Si nous admettons l'isostérie précédente, il est indifférent que le sommet 1 soit occupé par un atome d'oxygène, de soufre ou par un groupement =NH. Les composés (1), (2) et (5) permettent d'apprécier l'influence relative de l'oxygène (1), du soufre (8) et du groupement imine (5) en position 2 sur les propriétés anticonvulsivantes de la molécule. L'expérience montre que le composé iminé (5) est totalement dépourvu d'action protectrice, alors que le composé oxygéné (1) jouit d'une action anticonvulsive notable, mais inférieure toutefois à celle du composé soufré (2).

Sommet 4. — Les faits expérimentaux conduisent aux mêmes conclusions que pour le sommet 2, inactivité pour le groupement =NH (8), action sédative croissante avec l'oxygène (5), (3), (1), (9), (6), (4), (2) et le soufre (7).

Sommets 2 et 4. — Alors que la présence d'un groupement imine en 2 ou 4 supprime toute action anticonvulsivante (5), (8), sa substitution par un carbonyle fait apparaître la protection qui s'accroît encore lorsque CO devient CS pour devenir maximum pour 2CS en 2 et 4, (7). Le fait est particulièrement net dans la série hydantoïnique, protection nulle pour le groupement imine dans (8), du même ordre pour CO — CS (9), (10), ou 2CO (6), maximum pour 2CS (7).

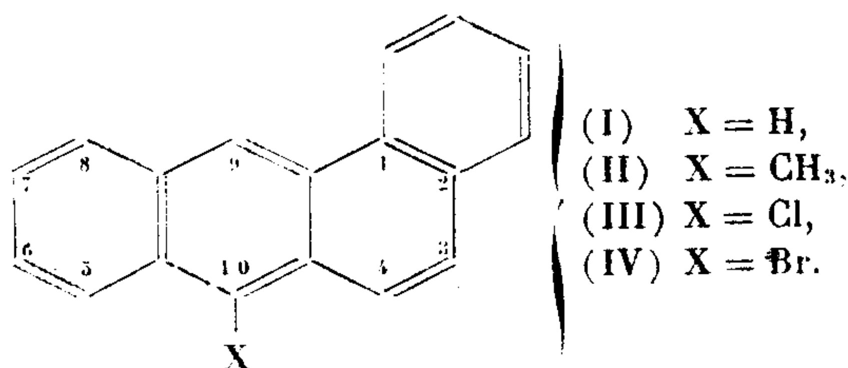
De toutes les combinaisons envisagées dans ce travail la diméthyldithiohydantoïne présente la structure la plus favorable à l'action anticonvulsivante.

Les considérations précédentes permettent de prévoir dans les séries des

dithiooxazolidines et dithiothiazolidines une action anticonvulsivante comparable à celle qui est observée pour la série des dithiohydantoïnes. Ces séries sont actuellement en cours d'étude.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur le pouvoir cancérigène des dérivés 10-halogénés du 1.2-benzanthracène.* Note de MM. **Antoine Lacassagne, N. P. Buu-Hoï, Nguyen Hoan** et **Georges Rudali**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

L'exaltation du pouvoir cancérigène, comme conséquence de la substitution en position 10 sur le 1.2-benzanthracène, a été constatée par plusieurs chercheurs (1), (2) qui ont montré que le 10-méthyl 1.2-benzanthracène (II) est très actif et qu'une foule d'autres dérivés 10-substitués (10-hydroxyméthyl, 10-acétoxyméthyl, 10-formyl, 10-cyano, etc.) possèdent également une notable activité. On sait, d'autre part, que les halogènes s'apparentent aux substituants alcoyles du point de vue électronique : ces faits nous ont poussés à rechercher le pouvoir cancérigène éventuel du 10-chloro 1.2-benzanthracène (III) et du 10-bromo 1.2-benzanthracène (IV) afin de voir si la substitution en position 10 par les halogènes est équivalente, du point de vue physiologique, aux substitutions hydrocarbonées.



Préparation des corps chimiques. — Le composé IV fut obtenu en faisant agir le brome sur le 1.2-benzanthracène, conformément aux indications de Cook (3). Quant au 10-chloro-1.2-benzanthracène, non décrit jusqu'ici, il a été préparé en faisant agir le chlorure de sulfuryle sur le 1.2-benzanthracène, à la température ordinaire; 15^g de l'hydrocarbure (I) sont laissés en contact 8 jours avec 23^{cm^3} de SO_2Cl_2 en solution dans le tétrachlorure de carbone (100^{cm^3}); on évapore le solvant à sec, et l'on fait recristalliser deux fois, dans un mélange de benzène et d'alcool, le solide jaune obtenu; on récolte de belles paillettes jaunes, brillantes, fondant à 131°, très solubles dans le benzène et CCl_4, mais très peu

(1) M. J. Shear and J. Leiter, *J. nation. Cancer Inst.*, **1**, 1940, p. 103.

(2) G. M. Badger, J. W. Cook, C. L. Hewett, E. L. Kennaway, N. M. Kennaway and R. H. Martin, *Proc. Roy. Soc. Biol.*, **131**, 1942, p. 170.

(3) J. W. Cook and G. M. Badger, *J. Chem. Soc.*, 1940, p. 409.

dans l'alcool; rendement 90 %. La constitution (III) de ce corps est vérifiée par l'oxydation chromique ($Cr_2O_7Na_2$ en milieu acétique), qui conduit à la 1.2-benzanthraquinone F 169°. Rappelons que l'action de SO_2Cl_2 sur l'anthracène, dans les mêmes conditions, conduit au 9.10-dichloro-anthracène ([4]).

Expérimentation biologique. — Les dérivés ont été essayés dans les conditions antérieurement employées pour la recherche du pouvoir cancérigène d'autres hydrocarbures polycycliques; dix jeunes souris adultes de la lignée XVII ont subi, deux fois par semaine, l'application d'une goutte de solution à 0,3 % dans l'acétone, sur la peau de la région de la nuque.

1° Avec le 10-chloro-1.2-benzanthracène, l'épilation a été constatée chez tous les animaux entre les 14e et 29e jours. Les délais d'apparition des tumeurs sont indiqués dans le tableau suivant.

Nombre de jours jusqu'à :										
a. l'apparition de papillome...	0	0	0	0	0	153	197	225	350	176
b. l'apparition du cancer......	0	0	0	0	0	200	0	256	367	321
c. la mort....................	37	98	104	159	202	246	269	407	407	411

L'index de production de papillome, établi dans les conditions habituelles précédemment expliquées ([5]), est de 32,2; celui de production d'épithéliomas cutanés de 23,2. Ce qui conduit à attribuer au 10-chloro-1.2-benzanthracène un pouvoir cancérigène un peu inférieur à celui du 1.2.5.6-dibenzanthracène.

La toxicité du corps est relativement faible, car certains animaux ont supporté le traitement pendant plus d'un an. A l'autopsie de ces derniers, on a bien trouvé de fortes altérations du foie et de la rate (infiltration leucosique et amyloïdose); mais les capsules surrénales et les testicules étaient intacts.

2° Avec le 10-bromo-1.2-benzanthracène, l'épilation plus tardive (entre les 25e et 39e jours) n'a été que passagère. Le traitement a été continué pendant 6 mois sans qu'aucune prolifération cutanée ait été constatée. Tous les animaux sont morts sans avoir présenté de papillome après les délais suivants : 16, 25, 90, 133, 161, 294, 298, 304, 410 et 679 jours. Cependant, à l'autopsie de la souris ayant survécu 410 jours, on a trouvé un adénome pulmonaire.

Conclusions. — L'expérience confirme que la substitution en position 10 par un atome de chlore, sur le 1.2-benzanthracène, entraîne l'exaltation du pouvoir cancérigène, ainsi qu'on pouvait le prévoir. Le remplacement du chlore par le brome est sans effet à ce point de vue.

---

(4) E. B. Barnett, J. W. Cook and H. H. Grainger, *J. Chem. Soc.*, 121, 1922, p. 2059.

(5) A. Lacassagne, N. P. Buu-Hoï, J. Lecocq et G. Rudall, *Bull. Assoc. franç. Cancer*, 37, 1946, p. 48.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Effets de la carence en vitamine* A *sur le système génital mâle du Lapin.* Note de Mme **Marie-Louise Chevrel** et M. **Marcel Cormier**, présentée par M. Maurice Javillier.

La vitamine A, facteur de croissance, vitamine anti-xérophtalmique et anti-infectieuse, possède, en plus des actions que caractérisent ces dénominations, une action sur le système génital mâle. La disparition de l'axérophtol des rations détermine en effet des lésions testiculaires qui aboutissent à l'atrophie de l'organe et à la stérilité. De telles lésions ont été observées chez la Souris (Yamasaki, Wolff et Salter); chez le Rat (Giss, Wolbach et Howe, Simonnet, Guggisbert, Mason Moore et Marck); chez le Cobaye (Wolbach et Howe); chez les bestiaux (Guillebert).

Nos expériences ont porté sur le Lapin. Un lot de lapins pubères (de 2k,070 à 2k,650) a été soumis au régime Randoin-Simonnet. Ces animaux recevaient en plus 10 à 20mg de tocophérol par jour.

Les signes extérieurs de la carence en A ne se sont manifestés que lorsque les animaux recevaient du tocophérol et, en particulier, c'est seulement dans ces conditions que nous avons pu provoquer l'apparition de la xérophtalmie et que la vitamine A a totalement disparu du foie et du sang. Avec un tel régime, la survie a été variable, atteignant jusqu'à 165 jours. Cependant quelques rares animaux sont morts avant d'avoir présenté des lésions de xérophtalmie. Il existait alors encore des traces de vitamine A dans leur foie. Mais la plupart des animaux ont présenté des lésions de xérophtalmie qui, d'une façon générale, sont apparues trois semaines avant leur mort.

Les lésions testiculaires ont été constantes. Elles peuvent apparaître avant que ne se manifestent les lésions oculaires, mais elles sont plus étendues et plus accusées chez les animaux atteints de xérophtalmie. Cependant il n'existe aucun parallélisme entre la gravité des lésions oculaires et l'intensité des lésions testiculaires. A l'autopsie les testicules sont atrophiés.

L'examen histologique révèle que l'atteinte testiculaire présente les différents stades lésionnels suivants :

1° Les spermatozoïdes seuls ont disparu. Les noyaux des spermatides présentent des lésions de chromatolyse irrégulière qui leur confère un aspect en bague.

2° Les spermatides disparaissent, les tubes ne sont plus limités que par des éléments dont les plus évolués sont des spermatocytes II.

3° Les spermatocytes II disparaissent à leur tour et les tubes atrophiés n'ont plus comme limite qu'une seule assise cellulaire.

Les éléments dégénérés tombent dans la lumière des tubes séminifères et sont éliminés par le *Rete Testis* dans les canaux épididymaires où ils forment des amas volumineux. Parmi les cellules dégénérées qui encombrent la

lumière des tubes séminifères et des canaux épididymaires, il existe des cellules géantes, éléments de 25 à 30μ contenant de 10 à 20 noyaux dont la chromatine est en partie lysée. Ces lésions, comparables à celles qui sont décrites chez le Rat, ne peuvent se différencier histologiquement des lésions de carence en vitamine E.

Conclusion. — 1. Chez le Lapin, la carence vraie en vitamine A n'est obtenue par le régime Randoin-Simonnet que s'il est additionné de tocophérol.

2. Les lésions testiculaires sont constantes; leur apparition peut précéder celle de la xérophtalmie, leur intensité n'est pas parallèle à celles des lésions oculaires.

3. Les lésions testiculaires sont caractérisées par la dégénérescence des éléments les plus évolués de la ligne séminale avec chromatolyse des noyaux, formation de cellules géantes, exfoliation des éléments cellulaires dégénérés qui sont éliminés dans les canaux épididymaires.

4. Ces lésions sont histologiquement identiques à celles que détermine la carence en vitamine E.

PHARMACOLOGIE. — *Relations d'activité entre dérivés polyphosphoriques.* Note (*) de MM. LÉON VELLUZ, ROBERT JEQUIER et CYRILLE PLOTKA, transmise par M. Robert Courrier.

Nous avons décrit récemment l'ester triphosphorique de la thiamine [1]. On citait, jusqu'ici, un seul triphosphate d'intérêt biologique, l'acide adénosine triphosphorique ou A. T. P, et, au titre de dérivé de la thiamine, un seul ester polyphosphorique, le pyrophosphate ou co-carboxylase. Il s'imposait de comparer à ces substances hautement actives le triphosphate de thiamine nouvellement obtenu, pour fixer, si possible, le rôle des structures.

Dans certaines conditions expérimentales, les particularités des molécules précédentes nous sont apparues à l'égard du cœur. On a remarqué, tout d'abord, la faible toxicité de l'acide thiamine triphosphorique, qui se vérifie avec l'A. T. P. et la co-carboxylase. L'injection intraveineuse ou intracardiaque de 10^{mg} par kilogramme ne détermine, chez le Lapin, qu'une légère hypotension. La dose léthale moyenne est de 0^{mg},16 par gramme chez la Souris [2].

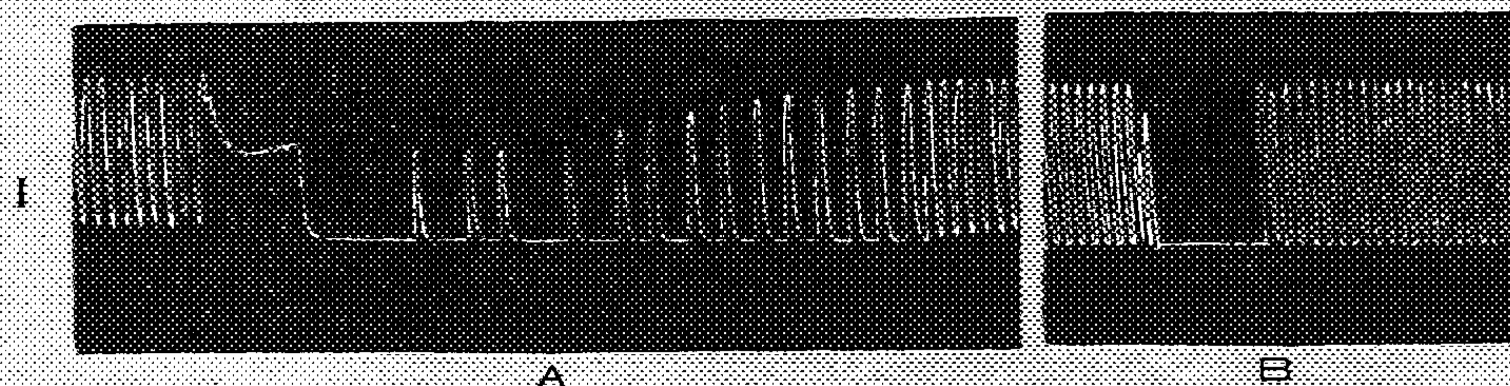
Encore peu marquée sur le cœur de Lapin, *in situ*, et sur le cœur isolé de Grenouille, l'influence de l'acide thiamine triphosphorique (T. T. P.) devient très significative sur le cœur expérimentalement déprimé. Dans une première

(*) Séance du 19 mai 1948.

(1) L. VELLUZ, G. AMIARD et J. BARTOS, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 735.

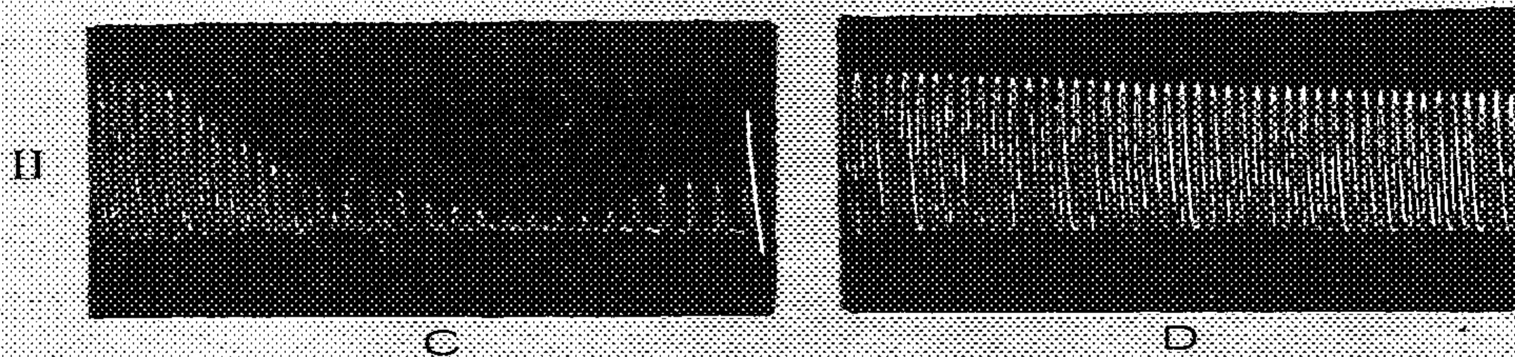
(2) Dans toute cette étude nous avons utilisé des solutions de T. T. P. dans le sérum salé isotonique ou le Ringer neutralisées à pH 7,3.

série d'essais, nous avons noté que le T. T. P. abrégeait le temps d'arrêt du cœur isolé de Grenouille soumis à l'inhibition électrique, au chariot de Du Bois-Reymond. Le graphique I traduit ce phénomène. On notera, en particulier, la diminution et même la suppression totale de la bradycardie qui succède à l'arrêt de l'organe. La concentration active est de l'ordre de 10^{-5}. Or, l'action qu'exerce le T. T. P. sur une telle bradycardie, l'A. T. P. ne la manifeste pas.



A. — Inhibition du cœur par excitation électrique au chariot de Du Bois-Reymond pendant 6 secondes; distance du secondaire : 5 cm.

B. — La même excitation après application, pendant 40 minutes, de T. T. P. à la concentration de 10^{-5}.



C. — Action de 0,05 mg/cm³ de chlorure de potassium en plus de celui qui est présent normalement dans le Ringer.

D. — Action simultanée de la même dose de ClK et de T. T. P. à la concentration de 3.10^{-4}; en solution dans le Ringer.

Au taux de 10^{-4} à 10^{-5}, des effets du même ordre se remarquent sur un cœur rendu irrégulier par simple fatigue, par addition répétée d'acétylcholine ou encore par des excitations électriques multiples. Dans ce cas, le T. T. P. augmente l'amplitude des mouvements et régularise le rythme. Il exerce, en outre, une protection active du myocarde contre l'effet inhibiteur du potassium (graphique II). Il détermine aussi une forte augmentation du débit coronarien, de 30 à 100 %. Un parallélisme existe avec l'A. T. P., qui agit à doses encore plus faibles (10^{-6}), mais de façon fugace, tandis que le T. T. P. se distingue par un effet soutenu et persistant après lavage au liquide de Ringer.

La co-carboxylase est sans action notable sur la bradycardie. Elle ne s'oppose pas à la dépression potassique.

En bref, nous observons sur le cœur, d'une part, une activité caractéristique du T. T. P. et plusieurs propriétés communes au T. T. P. et à l'acide adé-

nosine triphosphorique; d'autre part, des divergences appréciables entre le triphosphate et le pyrophosphate de thiamine. L'intérêt de ce dernier fait tient à la preuve qu'il fournit de la spécificité des chaînes polyphosphoriques condensées à la vitamine B1. La triphosphorylation de la thiamine pourrait ainsi engendrer un coenzyme de type nouveau, différent de la co-carboxylase de Neuberg.

PHARMACOLOGIE. — *Atrophie testiculaire dans l'intoxication chronique par la sulfadiazine associée à un régime pauvre en protéines. Action préventive de la méthionine.* Note (*) de MM. Alexandre Aschkenasy, Guy-Jean Rolland et Claude Polonovski, transmise par M. Robert Courrier.

Lors d'un travail d'ensemble entrepris pour étudier les effets protecteurs de la méthionine à l'égard de diverses lésions viscérales déterminées par les sulfamides, nous avons constaté que le sulfamide utilisé, la sulfadiazine, déterminait en régime hypoprotidique une atrophie des testicules, et que cette atrophie était prévenue par la méthionine.

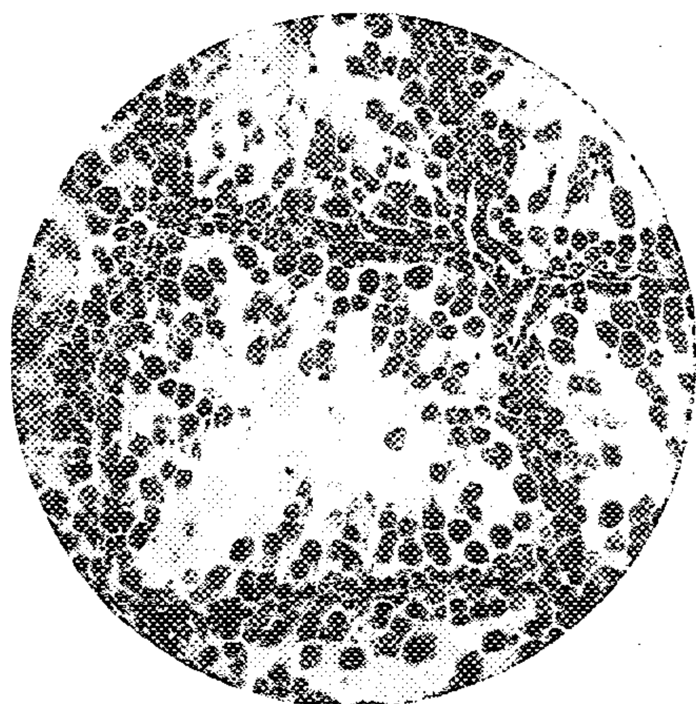


Fig. 1. — Tube séminifère d'un Rat ayant reçu de la sulfadiazine en régime hypoprotidique. (× 350.)

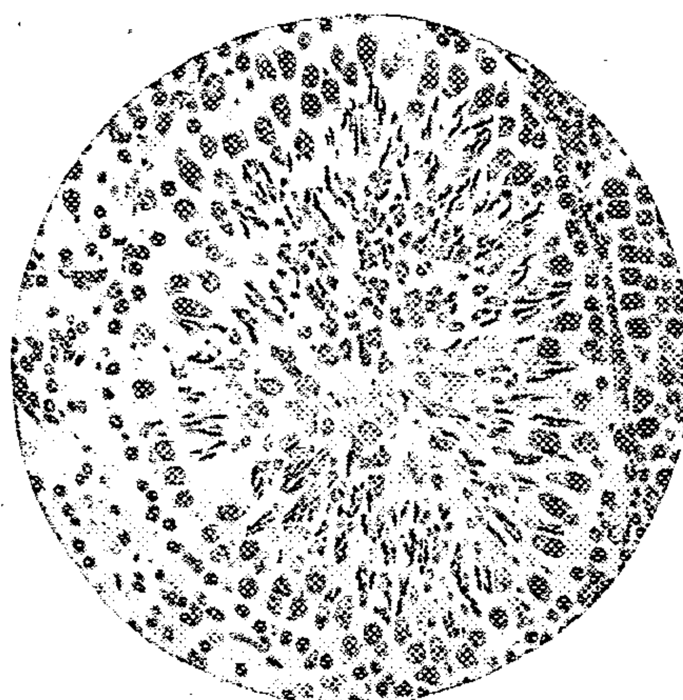


Fig. 2. — Tube séminifère d'un Rat ayant reçu en régime hypoprotidique de la sulfadiazine et de la méthionine. (× 350.)

L'action nocive des sulfamides sur la spermatogénèse a été signalée, il y a quelques années (Jaubert, Vigoni, 1938), mais elle a été contestée par d'autres auteurs (Levaditi, Palazzolli, 1938). Toutes ces études n'ont cependant porté que sur la paraaminophénylsulfamide et sur la sulfapyridine et non sur la sulfadiazine.

(*) Séance du 19 mai 1948.

Expérience. — Les conditions expérimentales sont celles de la Note précédente : les rats sont divisés en deux lots, l'un recevant un régime à 4 % de caséine + 0,4 % de sulfadiazine, l'autre de la sulfadiazine et un supplément de méthionine (0,3 %). L'expérience dure 102 jours. Chez les femelles, l'examen histologique ne révèle aucune différence entre les deux groupes. Chez les mâles, par contre, l'appareil génital est profondément altéré dans le groupe recevant de la sulfadiazine seule : les vésicules séminales sont atrophiées de même que les testicules.

Il n'en est plus du tout ainsi chez les rats recevant simultanément de la méthionine comme en témoigne le tableau ci-dessous :

	Poids		
	terminal de l'animal (g).	des deux testicules (g)	des testicules pour 100g de poids.
Sulfadiazine seule	102	0,451	0,442
	117	0,386	0,329
	99	0,622	0,628
» + méthionine	166	2,02	1,216
	176	2,30	1,307
	190	2,19	1,152

Alors que les testicules du premier groupe sont petits et rétractés, ceux des rats à la méthionine sont volumineux et turgescents.

L'examen histologique confirme ces données macroscopiques : dans le groupe à la sulfadiazine seule, les tubes séminifères présentent un épithélium germinatif profondément altéré et réduit souvent à une mince couche de spermatogonies et de spermatocytes. Certaines de ces cellules sont détachées dans la lumière du canal. On n'y décèle aucun spermatozoïde. Seules les cellules de Sertoli paraissent normales de même que le tissu interstitiel.

Dans le groupe à la sulfadiazine + méthionine, l'épithélium germinatif présente un aspect subnormal avec d'innombrables spermatozoïdes qui remplissent la lumière du canal ; seule une faible proportion des tubes séminifères accusent quelques altérations cellulaires et une diminution du nombre des spermatozoïdes.

L'action protectrice de la méthionine à l'égard de l'azoospermie paraît ainsi indiscutable. Il ne s'agit pas là d'une simple manifestation de l'action eutrophique générale propre à cet amino-acide, mais d'un pouvoir eutrophique spécifique à l'égard des glandes génitales mâles, car le poids *relatif* des testicules des rats à la méthionine est supérieur à celui des testicules du groupe à la sulfadiazine seule.

Des recherches en cours visent à vérifier si l'effet protecteur de la méthionine observé dans notre expérience relève de son pouvoir antagoniste à l'égard des sulfamides ou bien de son action anabolique, fixatrice d'azote, action dont on a montré l'importance dans tous les régimes qui sont carencés en protides.

BACTÉRIOLOGIE. — *La pourriture visqueuse de la Betterave gelée; l'agent producteur de la glucofructosane,* Phytobacterium vitrosum *n. sp.* Note (*) de M[lle] **Berthe Delaporte** et M. **Henri Belval**, présentée par M. Joseph Magrou.

Nous avons déjà signalé que les betteraves tuées par le froid deviennent, lors du dégel, la proie de diverses bactéries produisant, aux dépens du saccharose, soit de la dextrane, soit une fructosane (1) due en particulier à *Phytomonas betæ-geletæ* (2), devenu *Pseudomonas betæ-gelatæ* (3), soit une glucofructosane (4) dont l'agent de production est une bactérie nouvelle que nous décrivons ici.

L'examen des cultures sur gélose sucrée montre de petits bâtonnets mesurant, à l'état frais, environs $0^{\mu},7$ à $0^{\mu},8 \times 2^{\mu}$ à 7^{μ}, isolés ou par 2 lorsque la culture a lieu au-dessous de 20°, ou en très longues chaînes (cultures à 20° et au-dessus). La plupart des bactéries sont immobiles, mais, dans les cultures à 16°, quelques-unes sont très activement mobiles, tournant comme une toupie ou avançant en frétillant. Les cultures à 10° ou 25° n'ont que de très rares bâtonnets mobiles. Les cellules sont hyalines, elles montrent quelquefois une condensation bipolaire plus chromophile du protoplasme; elles ne prennent pas le Gram, et, par cette technique, certaines bactéries montrent une capsule et un filament reliant deux cellules-sœurs. Dans les conditions de culture ordinaires nous n'avons observé ni globules lipidiques, ni glycogène, mais par contre 1 ou 2 corpuscules métachromatiques dans presque toutes les cellules. Nous n'avons jamais observé la formation de spores.

Cette bactérie porte 1 cil, parfois 2, attachés à un seul pôle.

Elle est aérobie stricte, poussant exclusivement à la surface de la gélose profonde.

Sur gélose ordinaire (bouillon de viande peptoné) à 25° elle pousse en une couche très mince, translucide, à peine visible; elle donne des colonies très petites, rondes, bombées, lisses, brillantes, translucides qui restent très petites.

Sur gélose au bouillon de haricot peptoné à 0,2 % et saccharosé à 10 %, les colonies sont rondes, épaisses, bombées, brillantes, vitreuses, presque complètement transparentes et deviennent assez grandes et très coulantes.

(*) Séance du 24 mai 1948.

(1) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 854; H. Belval et B. Delaporte, *ibid.*, **221**, 1945, p. 592.

(2) B. Delaporte et H. Belval, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1011.

(3) Le terme générique *Phytomonas* ayant été supprimé pour homonymie, Magrou et Prévot ont reclassé les bactéries phytopathogènes; l'espèce *betæ-gelatæ* doit maintenant être rattachée au genre *Pseudomonas*.

(4) H. Belval et B. Delaporte, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 847.

Sur ce même milieu incliné en tube, la culture est épaisse, vitreuse, lisse, brillante, transparente, et coule rapidement au fond du tube où elle forme une masse vitreuse, transparente, visqueuse, avec un dépôt opaque rose pâle.

Cette bactérie ne forme pas de pigment.

Le bouillon ordinaire, ensemencé et mis à l'étuve à 25° est à peine troublé, il se forme des ondes moirées et un dépôt presque nul; après six jours le bouillon redevient clair. La gélatine n'est pas liquéfiée, la bactérie pousse en petits grains le long de la piqûre. Le lait n'est ni coagulé, ni peptonisé; il est acidifié (pH 5).

La bactérie ne produit ni indol, ni hydrogène sulfuré; elle ne réduit pas les nitrates en nitrites; elle ne forme ni acétylméthylcarbinol, ni 2.3-butylène glycol dans les conditions habituelles de culture (par exemple quatre jours avec 3 à 4% de glucose). Cependant après dix jours de culture avec 12% de saccharose (et non de glucose) on trouve un peu d'acétylméthylcarbinol. Elle n'est pas protéolytique.

Sur pomme de terre ordinaire la culture est nulle ou presque, mais sur pomme de terre glycérinée elle est peu abondante, mince, crémeuse, brillante, de couleur crème. Sur tranche de betterave stérile la culture est abondante, vitreuse, visqueuse, très coulante.

Cette bactérie fait fermenter de nombreux glucides en acidifiant le milieu : glucose, galactose, fructose, lactose, maltose, saccharose, raffinose, gentianose, stachyose, verbascose et donne en outre de la glucofructosane avec ces cinq derniers holosides qui seuls renferment une molécule de fructofuranose en fin de chaîne. Parmi les polyols le glycérol, la mannite et la sorbite ne sont pas touchés. L'amidon n'est pas hydrolysé. La production d'acide n'est quelquefois décelée qu'après une dizaine de jours de culture sur milieux très sucrés (10 à 13%).

La phénosafranine n'est pas réduite.

Outre le CO_2 ce microbe ne produit, en fait d'acide, que de l'acide lactique.

La température optimum pour la croissance est vers 25°, cependant à 10° ou 15° la culture est presque aussi rapide; à 35° la culture a lieu en granules vitreux et ne coule pas, et l'on y observe des formes d'involution très nombreuses.

A cette bactérie non encore décrite, nous proposons de donner le nom de *Phytobacterium vitrosum*. Nous pensons que, bien qu'elle ne soit pas pathogène au sens strict du terme, elle doit être placée dans ce genre *Phytobacterium* récemment défini ([5]), car elle cause la pourriture des Betteraves tuées par le gel.

([5]) J. Magrou et A. R. Prévot, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1229.

IMMUNOLOGIE. — *Sur la formation et les propriétés des anticorps correspondant aux molécules organiques de faible poids moléculaire.* Note (*) de M. **Jean Loiseleur**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

L'expérimentation sur le Lapin permet de préciser les conditions de formation et les propriétés des anticorps correspondant aux molécules organiques de faible poids moléculaire ([1]).

1. Il n'existe aucune limite inférieure pour le poids moléculaire de l'antigène, puisque l'éthanol constitue déjà un antigène remarquable. D'autre part, la valeur antigénique est indépendante de la présence de l'azote dans la molécule.

2. D'une façon générale, le poids total d'antigène mis en œuvre dans la préparation de l'animal est plus important que la durée pendant laquelle cet antigène exerce son action.

A côté de la méthode, déjà proposée ([2]), d'inondation continue de l'organisme par 2 à 4 injections intramusculaires quotidiennes administrées pendant 10 à 20 jours, deux méthodes nouvelles permettent la préparation des animaux : *a*. l'injection discontinue (7 injections en 15 jours) d'une forme insoluble de l'antigène, le tartrate de calcium par exemple, en respectant la chronologie en usage pour les antigènes protéidiques; *b*. l'administration massive d'antigène par 10 injections intramusculaires pendant une durée de 4 heures.

Ces trois techniques aboutissent, chacune, à la même formation d'anticorps spécifiques, apparaissant 2 à 4 jours après la dernière injection préparante et persistant pendant quelques jours. Dans aucun cas, la production de l'anticorps n'est influencée par l'injection parallèle des produits de la lyse pancréatique du sérum de Lapin ou de sa γ-globuline. Il est encore à noter que ni l'augmentation indéfinie du poids injecté d'antigène ni celle de la durée de la préparation n'entraînent une augmentation correspondante du taux de l'anticorps : ce taux semble atteindre une limite qui ne peut être dépassée.

3. Il est possible de préparer un même animal avec deux antigènes de polarités inverses : phtalate de K + *p*-phénylènediamine, salicylate de Na + éthylamine, etc. Le pouvoir floculant du sérum, exceptionnel quand l'animal est préparé avec un seul antigène, apparaît alors d'une façon plus fréquente : par exemple, le sérum du Lapin préparé par le couple acétate Na + éthylamine manifeste une opalescence marquée en présence de l'un ou de l'autre de ces antigènes; cette opalescence peut aboutir à une floculation importante après

(*) Séance du 19 mai 1948.

([1]) Le protocole détaillé de ces expériences sera publié dans les *Annales de l'Institut Pasteur*.

([2]) J. Loiseleur, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 159, 491, 978 et 1013.

quelques heures à l'étuve à 50°. Fait remarquable : la floculation reste localisée dans les zones d'équivalence indiquées par l'épreuve de viscosité, ce qui confirme les indications données jusqu'à maintenant par les seuls tests physico-chimiques (l'augmentation de la viscosité et l'abaissement de l'indice réfractométrique).

4. La γ-globuline (précipitée à deux reprises par $SO_4(NH_4)^2$ au tiers de la saturation et purifiée par dialyse sur NaCl à 7 ‰ et à pH 7,4) renferme la totalité de l'anticorps. Consécutivement à l'élimination de la masse des éléments inactifs du sérum, les écarts spécifiques enregistrés par l'épreuve de viscosité prennent maintenant une ampleur considérable (augmentation de 10 à 22 % dans la zone d'équivalence), accompagnés d'une façon presque constante par l'opacification et la floculation.

En résumé, les anticorps correspondant aux molécules organiques de faible poids moléculaires sont étroitement superposables à ceux des antigènes protéidiques. La petite taille de l'antigène entraîne seulement une chronologie particulière pour le mode de préparation de l'animal et la durée de persistance de l'anticorps.

CHIRURGIE. — *Exploration chirurgicale des cavités du cœur gauche avec circulation coronaro-encéphalique artificielle chez le Chien.* Note de M. **Jean Kunlin**, présentée par M. René Leriche.

En suite à la Note communiquée à l'Académie le 26 janvier 1948 sur l'auto-perfusion cardio-encéphalique pour opération sur les cavités cardiaques, nos recherches ont été poursuivies et l'appareil très perfectionné. L'expérience a montré la multiplicité des éléments à surveiller. Mais dans l'état actuel, il semble que l'on touche au but expérimental. Voici la relation d'une récente expérience au cours de laquelle on a fait intervenir un facteur nouveau : la novocaïnisation intracardiaque pour lutter contre la fibrillation.

Chienne n° **123**, 9kg, *d'âge moyen. Thoracotomie gauche dans le quatrième espace intercostal.* — Après novocaïnisation du pédicule vasculaire de la base du cœur et dn péricarde, libération de l'artère pulmonaire en vue de passer un lien autour de sa base. Le cœur s'accélère considérablement malgré des périodes de repos pendant lesquelles on fait de l'hyperventilation pulmonaire. Les battements deviennent si rapides qu'ils dépassent le rythme de 180/min. Subitement, les oreillettes se mettent à fibriller. Les ventricules ébauchent également de la fibrillation, mais quelques secondes plus tard, ce danger semble écarté et une arythmie s'installe. Les oreillettes se régularisent un peu, leurs contractions réapparaissent associées à des mouvements de fibrillation, et il y a finalement environ deux battements auriculaires pour un battement ventriculaire. Cette arythmie du type sinusal, faisant suite à l'anarchie complète, s'est installée en 1 à 2 minutes. Mais la tachycardie reste très élevée. On a l'impression que le cœur va d'un moment à l'autre se mettre en fibrillation complète. Mais aucun changement ne survient. La ventilation artificielle est excellente. A aucun moment le sang n'a été noir. Il n'y a d'ailleurs pas de contractions du diaphragme.

On injecte alors très lentement de la novocaïne à 1 % dans le ventricule droit. Le cœur petit à petit se calme, son rythme se ralentit au fur et à mesure que l'injection progresse. il se régularise. L'arythmie a tendance à disparaître. Lorsque le cœur, qui continue de ralentir, bat à 110 à la minute, on retire l'aiguille du ventricule droit. On avait injecté 3^{cm^3} de novocaïne à 1 % en une minute.

Les oreillettes ont des périodes de contractions régulières alternant avec des phases d'irrégularités. Progressivement, en deux ou trois minutes le rythme cardiaque ainsi que les contractions sont devenues tout à fait normaux. On peut continuer l'opération.

On injecte l'héparine. On ponctionne le tronc brachio-céphalique gauche en direction de l'aorte, puis le ventricule droit. La pression artérielle est à 9. L'oxygénateur est mis en marche et un clamp est placé sur l'artère pulmonaire. (L'aorte descendante a été clampée auparavant en aval du tronc brachio- céphalique gauche.)

On incise alors la face antérieure du ventricule gauche dans une zone avasculaire. La paroi ventriculaire a 2^{cm} d'épaisseur. Elle saigne un peu. La cavité ventriculaire ne saigne pas; elle est à sec. Il est curieux de voir se contracter régulièrement cette cavité ventriculaire vide de sang. L'incision a 4^{cm} de long.

On suture la brèche ventriculaire par un surjet double. Avant de le terminer on desserre un peu l'artère pulmonaire, le sang gicle entre les fils, chassant l'air encore contenu dans la cavité ventriculaire. On est obligé de serrer à nouveau l'artère pulmonaire afin de parfaire l'étanchéité de la suture.

Finalement on enlève le fil entourant l'artère pulmonaire et l'on arrête l'oxygénateur. Le cœur, qui avait ralenti tout au cours de la ventriculotomie, ralentissement habituel à la perfusion coronarienne, passe sans aucune réaction anormale de la circulation artificielle à la circulation normale. Il s'accélère jusqu'à 148/min. La circulation artificielle a duré 13 minutes.

A la 15e minute on enlève progressivement le clamp aortique. On injecte le reste de sang contenu dans l'oxygénateur.

La tension artérielle est à 7.

On enlève les aiguilles. On met un point en X sur le ventricule droit et on ligature le tronc brachio-céphalique gauche.

Il y a un suintement sanguin diffus, capillaire, dans la cavité pleurale et dans la zone opératoire, dû aux fortes doses d'héparine.

Après la fermeture du thorax le pouls fémoral est bien senti. Il bat à 156/min. La respiration spontanée se fait au rythme de 32/min.

Le chien a uriné sur la table d'opération et a eu une petite selle rosée.

Les réflexes des pattes sont normaux.

On injecte de la pénicilline intrathoracique et intramusculaire, cette dernière mélangée à du Subtosan-retard.

Une demi-heure après la fin de l'opération, la respiration est régulière à 28/min. Par contre le pouls s'est accéléré et bat à 168.

Le chien est trouvé mort le lendemain matin, par hémorragie héparinique.

Il a beaucoup de sang dans sa cavité thoracique. Le cœur ne présente rien d'anormal à part une pâleur due à l'anémie.

La suture est en parfait état, tant à l'extérieur qu'à l'intérieur de la cavité cardiaque.

Cette observation a un double intérêt :

1° Faisant suite à nos expériences sur la perfusion coronaro-encéphalique, elle montre que l'on pourra ouvrir avec une sécurité suffisante les cavités du cœur pour y pratiquer des interventions sur les valvules et les parois cardiaques.

2° L'effet régularisateur de la novocaïne sur la fibrillation auriculaire et sur l'arythmie du cœur a été très spectaculaire et prend la valeur d'une véritable démonstration expérimentale.

Ceci confirme les observations déjà faites par quelques physiologistes ou anesthésistes (Hermann et Jourdan, Shon et Simon, Wiggers et Wegria, Burstein).

Il peut y avoir là une utile méthode thérapeutique.

Le chien est mort d'hémorragie héparinique. Désormais, en pareil cas nous emploierons le sulfate de protamine qui, par voie intraveineuse ramène instantanément le temps de coagulation à la normale.

A $16^h 15^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 30^m$.

L. B.

ERRATA.

—

(Séance du 26 avril 1948.)

Note de M. *Jean Bricard*, Sur l'équilibre ionique de la basse atmosphère :

Page 1536, 1re formule, *au lieu de*

$$4\pi r^2\left(D\frac{dn_1}{dr}+\frac{dU}{dr}\,Kn_1\right)=\text{const.},$$

lire

$$4\pi r^2\left(D\frac{dn_1}{dr}+\frac{dU}{dr}Kn_1\right)=\text{const.};$$

Page 1536, 2e formule, *au lieu de*

$$\frac{dU}{dr}=-\varepsilon\left(\frac{r}{r^2}+\frac{a}{r^3}-\frac{ar}{(r^2-a^2)^2}\right),$$

lire

$$\frac{dU}{dr}=-\varepsilon\left(\frac{p}{r^2}+\frac{a}{r^3}-\frac{ar}{(r^2-a^2)^2}\right).$$

Page 1537, 2e formule, *au lieu de* $\frac{I(\eta,p)}{I(\eta,-p)}$, *lire* $\frac{I(\eta,p)}{I[\eta,-(p+1)]}$.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 JUIN 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Je salue la présence ici de M. **Adrien Pouliot**, l'éminent Doyen de la Faculté des Sciences de l'Université Laval. Nous savons déjà tout ce que M. le Doyen Pouliot et son Université ont contribué à réaliser pour la France et pour les intérêts scientifiques français. Actuellement, son passage parmi nous se rattache à un désir ardent d'apporter, du Canada, une aide efficace aux travailleurs français et aux Universités françaises. Nous lui en sommes très reconnaissants et il m'est bien agréable de prier M. Pouliot de bien vouloir prendre place parmi ses Collègues.

M. le **Président** souhaite également la bienvenue à M. **Garrett Birkhoff**, Professeur à l'Université Harvard, qui assiste à la séance.

Notice nécrologique sur M. Louis Lumière,
par M. **Henri Villat.**

J'ai le triste devoir d'aviser l'Académie de la grande perte qu'elle vient de faire. Notre confrère **Louis Lumière**, membre de notre Section des Applications de la Science à l'Industrie depuis le 15 décembre 1919, s'est éteint hier matin 6 juin dans sa propriété de Bandol, où il s'était retiré depuis quelques années.

L'une des particularités les plus nouvelles de notre époque actuelle comparée aux siècles passés, est sans doute l'influence foudroyante de la recherche scientifique, sur l'existence quotidienne, sur la manière de vivre de l'humanité. Le plus souvent, cette action de la science sur la vie est le résultat d'une longue œuvre collective; rarement un homme seul a pu, par ses recherches, créer une chose nouvelle dont l'influence soit universelle et immédiate.

Tel fut cependant le cas de Louis Lumière. Son œuvre, d'un beau caractère

d'unité, gravite autour de la photographie, qui est, on peut l'affirmer sans crainte, à la fois une science, un art et une technique.

C'est à cette science, à cette industrie, à cet art, que L. Lumière a consacré l'essentiel de son activité. Le monde entier sait comment il y a réussi. Pourrions-nous ne pas commencer par dire que l'invention du cinéma rendit son nom célèbre dans le monde entier, alors que l'inventeur n'avait pas encore trente ans !

La photographie avait déjà à son actif de belles réussites; Lumière lui-même n'était pas étranger à ses progrès les plus récents : fondateur et directeur d'une maison renommée, il avait apporté beaucoup d'ingénieux perfectionnements dans la technique de cette industrie, en vue d'améliorer la sensibilité des plaques, ou d'aménager des vues stéréoscopiques douées de relief. Mais Louis Lumière, et son frère Auguste, se penchaient avec ardeur sur le problème suivant : comment obtenir, au lieu de reproductions statiques des objets, une reproduction précise des corps en mouvement ? Quelques tentatives avaient été déjà faites, notamment par le grand physiologiste Marey, mais on était loin d'une solution utilisable; Louis Lumière a trouvé la bonne solution, si simple et si parfaite que, depuis sa découverte, on n'y a pour ainsi dire rien changé d'essentiel. Auguste Lumière a écrit dans ses souvenirs les quelques lignes suivantes, émouvantes dans leur simplicité : « Dans les courts loisirs que « nous laissait la conduite de notre affaire industrielle, nous avions abordé le « problème du cinéma, et j'avais, de mon côté, commencé à construire un « dispositif sur des bases dont je ne me rappelle plus le principe, lorsqu'un « matin, vers la fin de 1894, je me rendis dans la chambre de mon frère qui, « un peu souffrant, avait dû rester alité. Il m'apprit que, ne dormant pas, il « avait, dans le calme de la nuit, précisé les conditions à remplir pour atteindre « le but cherché, et imaginé un mécanisme capable de satisfaire à ces conditions. « Ce fut une révélation, et je compris que je n'avais qu'à abandonner la solution « précaire à laquelle j'avais songé : mon frère, en une nuit, avait inventé le « cinématographe. »

De l'idée à la réalisation, le chemin fut rapide : dès le mois de mars 1895, les premières représentations publiques eurent lieu : le cinéma était inventé, et du premier coup à l'état parfait. Vous savez tous jusqu'où cette invention a été menée, et l'on n'a pas cessé, dans le monde entier, de considérer Louis Lumière comme « le père du Cinéma ». C'est ce qui explique l'immense retentissement des cérémonies de son jubilé scientifique, célébré le 6 novembre 1935.

Notre illustre Confrère, qui n'a jamais abandonné son œuvre initiale, dont il a suivi tous les rebondissements ultérieurs, ne s'en est pas tenu à cette grandiose réalisation. L'une des infirmités de la photographie était encore son inaptitude à reproduire les couleurs : on connaissait bien la merveilleuse invention de Gabriel Lippmann, mais le procédé Lippmann est d'un emploi très délicat, et bien peu d'opérateurs ont réussi à s'en rendre maîtres. Une solution approchée

consistait à superposer trois images prises à travers trois filtres colorés. Lumière s'orienta vers une autre solution, celle qui l'a conduit à la plaque autochrome; il est difficile de dire les difficultés qu'il fallut vaincre pour rendre industrielle la fabrication de ces plaques : il y avait un monde de complications, que notre Confrère sut entièrement résoudre.

Le cinéma et la couleur, voilà, en résumé, les deux plus grands titres de gloire de Louis Lumière. Son nom s'attache cependant encore à bien d'autres inventions: le problème du panorama, le problème du relief ont sollicité son attention : au moyen d'images planes, construire l'espace réel : ce fut la photo-stéréo-synthèse; où l'idée initiale était d'une singulière hardiesse : l'inventeur coupe le sujet (par exemple un visage humain) par des plans parallèles, produit une image photographique de chacune de ces coupes, les remet dans la position exacte dans l'espace, et par un éclairement convenable, les rend visibles pour le spectateur, qui croit avoir vraiment devant les yeux le sujet photographié.

Pendant ces dernières années, Louis Lumière, dans sa retraite, inventait encore d'ingénieux dispositifs permettant le cinéma en relief, d'autres permettent de rendre la vision normale binoculaire à des sujets opérés de la cataracte; c'est dire que jusqu'au dernier jour il a montré une féconde activité.

De par sa principale invention, Lumière fut un grand créateur d'illusions, et c'est là sans doute un beau service rendu à l'humanité. Mais nous admirerons surtout en lui un homme de science qui a su résoudre des problèmes techniques qui auraient arrêté tout autre, et qui a découvert des moyens de travail de premier ordre.

Louis Lumière a fait partie de notre Compagnie pendant presque trente ans. Sa bonne grâce, son humeur charmante et toujours serviable, l'avaient fait aimer de tous. Nous avons grandement ressenti son absence pendant ces dernières années. Il laissera ici un grand vide, et des regrets poignants. Nous adressons à sa famille nos vives et sincères condoléances.

ENTOMOLOGIE BIOLOGIQUE. — *Œufs dormants chez un biotype européen de l'*Anopheles claviger *Meig.* (bifurcatus) *L.* Note de M. **Émile Roubaud**.

Certains moustiques peuvent déposer, à l'instar de certains Crustacés inférieurs, des œufs dormants ou œufs durables, dont l'éclosion peut subir un retard plus ou moins prolongé. Nous avons montré (¹) que chez le moustique de la Fièvre Jaune, *Aëdes ægypti*, en particulier, de grandes différences peuvent exister entre les œufs d'une même ponte, au point de vue de l'aptitude à l'éclosion, certains œufs étant aptes à libérer leur larve en quelques jours (œufs actifs ou subactifs), tandis que d'autres n'y parviennent qu'après un délai plus ou moins prolongé. Ces œufs *ralentis* ou durables nécessitent l'intervention

(¹) *Annales de l'Institut Pasteur*, 43, 1929, p. 1093-1210.

d'agents stimulants d'éclosion, mécaniques physiques, chimiques ou biologiques, qui *réactivent* la larve en état de diapause à l'intérieur de l'œuf. Jusqu'ici de tels phénomènes n'ont guère été observés, dans l'ensemble des Culicides, que dans la tribu des *Aëdinés* pour lesquels ils apparaissent comme une particularité biologique générale. Chez les autres représentants de la S. famille des Culicinés ils n'ont point, pour le présent, été signalés.

Chez les *Anophélinés*, certains auteurs ont parlé, mais surtout par hypothèse, d'œufs résistants ou œufs d'hiver qui seraient parfois susceptibles de maintenir l'espèce d'une année à l'autre ([2]). La preuve n'en avait pas été administrée, lorsqu'aux États-Unis, Matheson et Hurlbut (1937), suivis bientôt par divers observateurs ([3]), firent connaître que l'*Anopheles walkeri* Theobald était capable de produire deux types d'œufs, différents par leurs caractères morphologiques et biologiques : des œufs d'été, plus petits, à flotteur court, doués de développement rapide et ne résistant pas au froid, et des œufs dormants ou œufs d'hiver, plus volumineux, à flotteur large et ornementation réticulée. Ces œufs d'hiver n'éclosent qu'après avoir subi, pendant plusieurs mois, l'action d'une basse température.

Ces observations étaient restées isolées lorsqu'à peu près, à la même époque nous avons signalé, avec M. Treillard ([4]), des phénomènes d'éclosion retardée chez un de nos anophèles indigènes, l'*A. claviger* (*bifurcatus*), originaire du Morvan. Certains œufs d'une même ponte ont libéré leurs larve en 48 heures, tandis que d'autres n'ont éclos que de 20 à 23 jours plus tard, à la même température (28° C.).

J'ai pu reprendre récemment cette étude, sur une autre souche du même insecte, rapportée de Corse méridionale (Pont de Vica) par M. Toumanoff. Cette souche apparaît correspondre à la variété *petagnani* de Del Vecchio ([5]), à nervules intercostales au flotteur. Elle est biologiquement caractérisée, entre autres, par la possibilité théorique d'un développement hivernal et l'absence de l'arrêt évolutif qui frappe habituellement, à l'arrière saison, les larves au quatrième stade dans les contrées froides, phénomène dont J. Sautet a bien fait ressortir qu'il n'était pas lié au froid ([6]).

Par contre, l'asthénobiose se manifeste dans les œufs, dont un plus ou moins grand nombre peut être affecté du caractère *dormant*. Les éclosions, capricieuses, surviennent dans les délais variant de deux à vingt-cinq jours. Comme chez les œufs d'Aëdinés, ces œufs dormants qui renferment une larve primaire en diapause sont parfois réactivables par agitation, par effets chimiques ou

---

([2]) E. MARCHOUX, *Bull. Soc. Path. Exot.*, 18, 1925, p. 405-407.

([3]) *Amer. Journ. Trop. med.*, 17, n° 2, mars 1937, p. 247-242; H. S. HURLBUT, *J. Parasit.*, 24, 1938, p. 521-526; BANG et SIMPSON, *Amer. Journ. Trop. med.*, 22, 1942, p. 513-516; A. T. PÉTERS, *J. Parasit.*, 29, 1943, p. 117-122, etc.

([4]) *Bull. Soc. Path, exot.*, 33, 1940, p. 21-25.

([5]) *Riv. di Parasitologia*, 3, n° 1, p. 27-37.

([6]) *Ann. Parasit.*, 11, n° 3, 1933, p. 161-172.

biologiques. Une proportion plus ou moins forte échappe, d'ordinaire, à ces influences de stimulation de l'éclosion et, malgré une apparence normale, demeure à l'état dormant, indéfiniment jusqu'à la mort. La proportion de ces œufs frappés d'asthénobiose est d'autant plus forte que la femelle pondeuse est plus âgée, fait observé déjà pour l'*Aëdes ægypti*. Il n'y a point de différences morphologiques entre les œufs actifs et les œufs dormants.

Le froid, dont l'influence réactivante est si générale chez tous les organismes en diapause peuplant les régions soumises à l'hiver, n'exerce aucune action stimulante par effet prolongé directement sur ces œufs. Mais on obtient des éclosions massives, rapides, attestant la réactivation des pontes, lorsque le moustique-mère est soumis, pendant quelques semaines, au repos hivernal. Une femelle placée à 6 ou 10° C., pendant dix jours après son éclosion, a déposé, après repas de sang, deux pontes successives dont les éclosions furent totalement rapides pour la première et en majorité pour la seconde.

Ces faits laissent apparaître la diapause larvaire déterminant le blocage des œufs comme un effet de fatigue physiologique héritée des parents. La mise au repos, à basse température, des moustiques mères se traduit par l'activation physiologique de leur descendance immédiate et la disparition de la torpeur qui affecte obligatoirement les larves primaires dans l'œuf, lorsque les générations de l'insecte se succèdent sans arrêt.

Les œufs dormants, qui sont ainsi l'expression d'une dépression métabolique des femelles pondeuses ne sauraient, pour ce biotype, mériter pourtant l'appellation réelle d'œufs d'hiver, car ils ne semblent pas aptes à conserver effectivement l'espèce d'une façon durable; les larves qu'ils renferment meurent au bout de quelques semaines; par contre, après l'éclosion, quel que soit leur stade, les larves résistent longuement à de faibles températures. On peut considérer que cette variété du *claviger* hiberne indifféremment à tous stades larvaires libres, et partiellement aussi à l'état ailé. Il ne semble point encore s'être différencié ici de stade précis d'adaptation à l'hiver, comme on en observe pour les biotypes du *claviger* des régions plus froides.

Les pontes dormantes, dans notre biotype, ne représentent encore qu'une étape imparfaite vers la réalisation physiologique de l'œuf d'hiver, mais permettent d'en comprendre la genèse.

MICROBIOLOGIE. — *Sur la succession, dans le temps, des processus histologiques et biochimiques qui conditionnent la division de la cellule bactérienne.* Note (*) de MM. **André Boivin, Robert Tulasne** et **Raymond Minck.**

Ainsi qu'il a été indiqué dans les publications précédentes de notre laboratoire (¹), la méthode à la ribonucléase et au Giemsa permet de mettre en évi-

(*) Séance du 31 mai 1948.

(¹) Voir en particulier: *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 703.

dence un noyau à base d'acide désoxyribonucléique chez les bactéries les plus diverses, noyau dont la division en deux noyaux-fils précède la division de la cellule bactérienne en cellules-filles. Depuis lors, expérimentant avec des colibacilles maintenus en culture sur du bouillon peptoné à 37°, nous avons cherché à préciser la chronologie des stades successifs de la multiplication bactérienne.

Pendant la phase de latence, durant laquelle les germes augmentent de taille sans se multiplier de façon notable, on assiste à de fréquentes divisions nucléaires non suivies de divisions cytoplasmiques immédiates, au point que vers deux heures, environ 80 % des éléments microbiens présentent 2 noyaux (ou plus de 2 noyaux : 3 ou 4 noyaux parfois). Mais dès que vers 3 à 4 heures on entre en phase de multiplication exponentielle, les germes reprennent leur taille normale, tandis que la proportion des éléments bi- ou multinucléés s'abaisse considérablement, pour se maintenir autour de 10 à 20 % pendant toute la durée de la phase exponentielle. Il en résulte que le processus de bipartition du noyau ne prend qu'un temps très court et qu'il est suivi très rapidement par la bipartition cytoplasmique, alors que la période de repos nucléaire *apparent* représente 80 à 90 % de la durée totale de la génération microbienne.

L'analyse des courbes de croissance permet de calculer la durée *moyenne* d'une génération bactérienne, soit 20 à 30 minutes pour notre souche, dans nos conditions d'expérience. Mais lorsqu'on suit au microscope la multiplication des bactéries, considérées individuellement, on se trouve en présence d'une réalité beaucoup plus complexe. Parmi les descendants d'un même germe, l'intervalle de temps séparant deux divisions successives se montre extrêmement variable d'une génération à l'autre dans une même lignée et, à travers les lignées, d'un individu à l'autre dans une même génération. Les valeurs auxquelles on aboutit peuvent aller de quelques minutes à quelques heures et dans l'ensemble elles se répartissent, quant à leur fréquence, selon une courbe en cloche autour de la valeur moyenne, telle que la fournit le calcul. Sur ce point, nos constatations confirment pleinement les résultats atteints antérieurement par Kelly et Rahn ([2]). C'est dire que la durée du repos nucléaire *apparent* peut se montrer fort variable, de quelques minutes à quelques heures, selon les individus bactériens, bien que ceux-ci se trouvent placés dans des conditions physiques et chimiques absolument identiques. Or, chez les bactéries comme chez les cellules des êtres supérieurs, cette période de préparation à la division nucléaire doit être remplie, au moins en partie, par la duplication des gènes, lesquels semblent bien être des macromolécules désoxyribonucléiques ([3]). Une telle duplication peut-elle vraiment demander

---

([2]) *Journ. Bact.*, **23**, 1932, p. 1471. Voir également, à ce sujet, le livre récent de Hinshelwood, *The chemical Kinetics of the bacterial Cell*, 1946.

([3]) Voir en particulier : *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 646 et **226**, 1948, p. 1061.

un temps aussi variable d'individu à individu? La chose paraît fort plausible, aussitôt qu'on se réfère aux résultats et aux conceptions de McIlwain ([4]).

D'après cet auteur, les enzymes bactériens se rangeraient en deux catégories quant à leur abondance. Les biocatalyseurs de la première catégorie, qui commandant la synthèse des constituants microbiens fondamentaux (protéines, etc.) et le déroulement des grands processus libérateurs d'énergie (respiration et fermentation) existeraient sous des milliers de molécules par individu microbien. Les enzymes de la deuxième catégorie, qui gouvernent l'élaboration des biocatalyseurs de première catégorie, n'existeraient, par contre, que sous quelques molécules, voire même que sous une seule molécule par individu microbien.

Qu'eux aussi les enzymes intéressant l'édification des macromolécules désoxyribonucléiques n'existent chacun que sous un très petit nombre de molécules, voire même que sous une seule molécule par individu microbien, et l'on se trouverait plongé en pleine indétermination relativement au temps nécessaire pour la duplication de chaque gène et par conséquent au temps requis pour la duplication de l'ensemble des gènes du noyau. En effet, une vitesse de réaction chimique ne peut être définie que statistiquement, lorsque interviennent à la fois de nombreuses molécules des corps réagissants et de nombreuses molécules des catalyseurs capables d'abaisser suffisamment l'énergie d'activation des substances en présence.

Comme toujours, l'indétermination s'installe aussitôt qu'on descend à l'échelle du phénomène élémentaire isolé. Ainsi s'expliqueraient les énormes fluctuations qui se montrent, d'individu à individu, et toutes conditions générales identiques, dans la durée de la phase de préparation à la division bactérienne. Bien entendu, ce qui vient d'être dit des gènes bactériens pourrait s'étendre aussitôt aux gènes des cellules animales et végétales, et la multiplication de toutes les cellules comporterait une part d'indétermination au sens où les physiciens entendent actuellement le terme, c'est-à-dire une part d'imprévisibilité dans le déroulement détaillé du processus le plus intime et le plus fondamental de cette multiplication. Ajoutons, au surplus, qu'une conception *moléculaire* de l'hérédité s'accorde bien avec tout ce qu'on connaît du déterminisme et tout ce qu'on entrevoit du mécanisme des mutations, tant spontanées que provoquées, chez les Bactéries comme chez les êtres supérieurs.

DÉSIGNATIONS.

M. Francis Ruellan est adjoint à la délégation précédemment désignée pour représenter la France au Congrès International de Géographie, qui aura lieu à Lisbonne, le 21 septembre 1948.

([4]) *Adv. Enzymol.*, 7, 1947, p. 409.

MM. **Charles Jacob** et **Roger Heim** sont désignés pour représenter l'Académie au septième **Congrès scientifique du Pacifique**, qui se tiendra à Auckland (Nouvelle Zélande), du 2 au 23 février 1949.

M. **Jean Cabannes** est désigné pour représenter l'Académie à la Cérémonie qui aura lieu à Brest, le jeudi 17 juin 1948, à l'occasion de l'arrivée en France des cendres de Jean Perrin.

CORRESPONDANCE.

M. **Andrei Radulesco**, Président de l'**Académie Roumaine**, adresse l'expression de ses sentiments de condoléances et ceux de cette Compagnie, à l'occasion du décès de M. *Alfred Lacroix*.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la place de Membre titulaire du Bureau des Longitudes, vacante par le décès de M. *Henri Deslandres*.

M. **Fernand Baldet** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section d'Astronomie, par le décès de M. *Henri Deslandres*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Francesco Severi. *Funzioni quasi abeliane. — Serie, sistemi d'equivalenza e corrispondenze algebriche sulle varietà algebriche*, Volume primo.

Il signale également une Note polycopiée, adressée par M. Raymond Jouaust : *Rapport sur les travaux effectués depuis* 1946 *par le Comité français de Radiotélégraphie scientifique*.

ALGÈBRE. — *Sur l'élévation à la puissance n d'une matrice carrée à quatre éléments à l'aide des polynomes de Tchébychev*. Note de M. **Florin Abelès**, présentée par M. Jean Cabannes.

Soient [A] une matrice carrée quelconque à m^2 éléments, λ_s ses valeurs propres et [I] la matrice unité à m lignes. Si $f([A])$ est un polynome en [A], on démontre la formule suivante, due à Sylvester, qui est l'analogue de la formule de Lagrange dans le cas scalaire :

$$f([A]) = \sum_{r=1}^{m} f(\lambda_r) \frac{\prod_{s\neq r}(\lambda_s[I] - [A])}{\prod_{s\neq r}(\lambda_s - \lambda_r)}. \qquad (1)$$

Si $f([A]) = [A]^n$, il s'ensuit de (1) que

$$[A]^n = \sum_{r=1}^{m} (\lambda_r)^n \frac{\prod_{s \neq r} (\lambda_s[I] - [A])}{\prod_{s \neq r} (\lambda_s - \lambda_r)}. \tag{2}$$

Nous obtenons ainsi très simplement la puissance $n^{\text{ième}}$ de $[A]$ connaissant $[A]$ et ses valeurs propres.

Dans le cas particulier où $m = 2$, on a

$$[A]^n = \lambda_1^n \frac{(\lambda_2[I] - [A])}{\lambda_2 - \lambda_1} + \lambda_2^n \frac{(\lambda_1[I] - [A])}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{\lambda_1^n - \lambda_2^n}{\lambda_1 - \lambda_2}[A] - \lambda_1\lambda_2 \frac{\lambda_1^{n-1} - \lambda_2^{n-1}}{\lambda_1 - \lambda_2}[I],$$

λ_1 et λ_2 sont les racines d'une équation du second degré, qui est l'équation aux valeurs propres de $[A]$

$$\lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + \Delta = 0, \tag{3}$$

Δ étant le déterminant de $[A]$. Il s'ensuit que $(\lambda_1^n - \lambda_2^n)/(\lambda_1 - \lambda_2)$ est la fonction fondamentale U_n de Lucas des arguments $p = a_{11} + a_{22}$ et Δ. Donc

$$[A]^n = U_n(p, \Delta)[A] - \Delta U_{n-1}(p, \Delta)[I]. \tag{4}$$

On vérifiera que ce résultat, quoique formellement différent, est au fond identique à celui obtenu par M. A. Herpin [1].

Dans ce qui suit, nous continuerons à raisonner sur les matrices carrées à quatre éléments. Posons

$$[A] = \sqrt{\Delta}[A'], \tag{5}$$

avec $a'_{ik} = a_{ik}\Delta^{-\frac{1}{2}}$. Dans ces conditions, $[A']$ est une matrice unimodulaire ($|[A']| = 1$). Les valeurs propres de $[A']$ sont racines de l'équation

$$\lambda^2 - \frac{a_{11} + a_{22}}{\sqrt{\Delta}}\lambda + 1 = 0.$$

Il en résulte, compte tenu des résultats obtenus plus haut, que

$$\begin{aligned} [A']^n = \Delta^{-\frac{n}{2}}[A]^n &= U_n\left(p\Delta^{-\frac{1}{2}}, 1\right)[A'] - U_{n-1}\left(p\Delta^{-\frac{1}{2}}, 1\right)[I] \\ &= \Delta^{-\frac{1}{2}}U_n\left(p\Delta^{-\frac{1}{2}}, 1\right)[A] - U_{n-1}\left(p\Delta^{-\frac{1}{2}}, 1\right), \end{aligned}$$

d'où la relation

$$[A]^n = \Delta^{\frac{n-1}{2}} U_n\left(p\Delta^{-\frac{1}{2}}, 1\right)[A] - \Delta^{\frac{n}{2}} U_{n-1}\left(p\Delta^{-\frac{1}{2}}, 1\right)[I]. \tag{6}$$

$U_n(x, 1)$ est le polynome de Tchébychev $S_{n-1}(x)$, défini par la relation $(\lambda_1^n - \lambda_2^n)/(\lambda_1 - \lambda_2)$, où λ_1 et λ_2 sont les racines de l'équation $\lambda^2 - x\lambda + 1 = 0$. En posant $\lambda_1 = e^{\varphi}$, $\lambda_2 = e^{-\varphi}$, φ étant une quantité complexe quelconque reliée à x par la relation $x = e^{\varphi} + e^{-\varphi} = 2\,\mathrm{ch}\,\varphi$, on a $S_{n-1}(x) = \mathrm{sh}\,n\varphi/\mathrm{sh}\,\varphi$.

---

(1) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 17.

La comparaison des formules (4) et (6) montre que

$$(7)\qquad U_n(p, \Delta) = \Delta^{\frac{n-1}{2}} U_n\left(p\Delta^{-\frac{1}{2}}, 1\right).$$

Nous avons trouvé ainsi la relation entre la fonction fondamentale U_n de Lucas et le polynome S_{n-1} de Tchébychev. Rappelons, d'autre part, que la fonction primordiale $V_n(p, \Delta)$ de Lucas est définie par la relation

$$V_n(p, \Delta) = \lambda_1^n + \lambda_2^n = 2U_{n+1}(p, \Delta) - pU_n(p, \Delta).$$

Compte tenu de (7), on a

$$(8)\qquad V_n(p, \Delta) = \Delta^{\frac{n}{2}} V_n\left(p\Delta^{-\frac{1}{2}}, 1\right).$$

Mais $V_n(x, 1)$ est le polynome de Tchébychev $C_n(x) = 2\,\mathrm{ch}\,n\varphi$ d'après une relation indiquée plus haut.

En résumé, nous avons signalé dans ce qui précède deux résultats importants :

1° Pour obtenir la $n^{\text{ième}}$ puissance d'une matrice carrée à quatre éléments $[A]$, il suffit de connaître les valeurs des polynomes de Tchébychev S_{n-1} et S_{n-2} de la variable $x = \text{Trace de } [A]/|[A]|$. Les éléments non diagonaux de $[A]^n$ se déduisent de ceux correspondants de $[A]$ par multiplication par $\Delta^{(n-1)/2} S_{n-1}(x)$, tandis que les éléments diagonaux de $[A]^n$ sont égaux à ceux de $[A]$ multipliés par la même quantité moins $\Delta^{n/2} S_{n-2}(x)$.

2° Toute fonction de Lucas peut s'exprimer en fonction du polynome de Tchébychev correspondant. Les calculs faisant intervenir les fonctions de Lucas deviennent très faciles du fait qu'on possède des Tables des polynomes de Tchébychev (²).

Remarque. — Si $P(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^{n-k}$ est un polynome en x de degré n, il résulte des résultats obtenus que

$$\begin{aligned} P([A]) &= \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} a_k U_{n-k}(p, \Delta) \right\} [A] - \left\{ \sum_{k=0}^{n-2} a_k U_{n-k-1}(p, \Delta) \right\} \Delta [I] \\ &= \left\{ \sum_{k=1}^{n} a_{k-1} \Delta^{\frac{n-k}{2}} S_{n-k}\left(\frac{p}{\sqrt{\Delta}}\right) \right\} [A] - \left\{ \sum_{k=1}^{n-1} a_{k-1} \Delta^{\frac{n-k+1}{2}} S_{n-k-1}\left(\frac{p}{\sqrt{\Delta}}\right) + a_n \right\} [I]. \end{aligned}$$

(²) C. W. JONES, J. C. P. MILLER, J. F. C. CONN et R. C. PANKHURST, *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, A **62**, p. 187. L'article contient aussi une bonne bibliographie.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le comportement d'une série de Taylor sur le cercle de convergence.* Note de M. **Shmuel Agmon**, présentée par M. Émile Borel.

Soit $\{l_n\}$ une suite appartenant à la classe $L = L\{n\}$. [La suite $\{l_n\}$ satisfait donc aux relations $l_n > 0$, $\lim(l_{n+1}/l_n) = 1$, et à quelques conditions de régularité précisées dans une Note précédente (¹).] Soit $\{\theta_n\}$ une suite satisfaisant aux relations $0 < \delta \leqq |\theta_n| \leqq 1$, $\lim(\theta_{n+1}/\theta_n) = 1$. Posons $m_n = \theta_n l_n$. Soit $\{\eta_n\}$ une suite qui ne prend qu'un nombre fini de valeurs et telle que $\overline{\lim}|\eta_n| > 0$. Posons $f(z) = \sum_0^\infty \eta_n m_n z^n$, $\varphi(z) = \sum_0^\infty \eta_n z^n$. Alors on peut énoncer le théorème suivant :

Théorème I. — *Une condition nécessaire pour que le cercle de convergence de la série $f(z)$, dont le rayon de convergence est égal à un, ne soit pas une coupure, est que la suite $\{\eta_n\}$ soit périodique pour n assez grand. C'est-à-dire qu'il existe deux entiers positifs n_0 et μ tels que $\eta_{n+\mu} = \eta_n$ pour $n \geqq n_0$. On peut aussi affirmer que chaque point singulier sur le cercle de convergence de $\varphi(z)$ est un point singulier pour $f(z)$.*

Dans le cas particulier où $m_n = 1$, notre théorème se réduit à un théorème connu de M. Szegö (²). Pour démontrer le théorème énoncé il suffit de remplacer le lemme employé par M. Szegö par un lemme plus général qui résulte d'un théorème énoncé dans notre Note citée (¹).

Théorème II. — *Soit $f(z) = \Sigma d_n z^n$ une série de Taylor de rayon de convergence égal à un. Soit $\{n_k\}$ une suite croissante d'entiers positifs tels que* $\lim(n_{k+1} - n_k) = \infty$, *la suite $\{d_{n_k}\}$ étant une suite de coefficients principaux.* [*Cette notion a été introduite dans une Note précédente* (³).] *Posons $f^\star(z) = \Sigma d_n^\star z^n$ où $d_n^\star = d_n$ pour $n \neq n_k$, $d_n^\star = -d_n$ pour $n = n_k$. Alors le cercle de convergence est une coupure pour au moins une de ces deux séries.*

Remarquons que ce théorème précise le théorème connu de Fatou-Pólya. Nous démontrons ce théorème par contradiction. Supposons que les deux fonctions soient prolongeables à l'extérieur du cercle de convergence. Posons

$$f_k(z) = \frac{f(z) - S_{n_k-1}(z)}{d_{n_k} z^{n_k}}, \qquad f_k^\star(z) = \frac{f^\star(z) - S_{n_k-1}^\star(z)}{d_{n_k} z^{n_k}},$$

où $S_m(z)$ et $S_m^\star(z)$ sont les sommes partielles des deux séries. D'après un théorème énoncé dans une Note déjà citée, la famille $\{f_k(z)\}$ est normale dans

(¹) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1497.

(²) *Math. Annalen*, **87**, 1922, p. 90-111.

(³) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1673.

chaque domaine Δ simplement connexe, contenant l'origine, où la fonction $f(z)$ est holomorphe. Chaque fonction $g(z)$ qui est la limite d'une suite partielle de la famille $\{f_k(z)\}$ possède les propriétés suivantes : la branche principale de $g(z)$ est holomorphe à l'intérieur et à l'extérieur du cercle unitaire, et possède les développements

$$g(z) = 1 + \sum_1^\infty a_n z^n, \ |z| < 1, \qquad g(z) = \sum_1^\infty b_n z^{-n}, \ |z| > 1.$$

Les points singuliers de $g(z)$ sur le cercle unitaire sont des points singuliers de $f(z)$. Un résultat analogue s'applique à la famille $\{f_k^\star(z)\}$. Chaque fonction $g^\star(z)$ qui est la limite d'une suite partielle de fonctions $g_k(z)$ possède les développements suivants :

$$g^\star(z) = -1 + \sum_1^\infty a_n^\star z^n, \ |z| < 1, \qquad g^\star(z) = \sum_1^\infty b_n^\star z^{-n}, \ |z| > 1.$$

Mais d'après nos hypothèses on peut faire correspondre à chaque fonction $g(z)$ une fonction $g^\star(z)$, telle que $a_n^\star = a_n$, $b_n^\star = b_n$ pour $n = 1, 2, \ldots$. On obtient alors $g(z) = g^\star(z)$ pour $|z| > 1$, ce qui implique que les deux fonctions sont identiques. Mais $g(0) \neq g^\star(0)$, ce qui nous mène à une contradiction. Cette méthode nous permet d'établir des théorèmes semblables plus généraux.

D'après un autre théorème connu de Fatou on sait que si $f(z) = \Sigma d_n z^n$ est une série de Taylor dont le rayon de convergence est égal à 1, avec $\lim d_n = 0$, la série converge en tout point régulier sur le cercle de convergence. Nous nous proposons d'indiquer ici la rapidité de cette convergence. Soit $\{l_n\}$ une suite qui appartient à la classe L, telle que $|d_n| \leqq l_n$. En utilisant le théorème général déjà cité (¹) pour les points $z = e^{i\psi}$ d'un arc fermé du cercle de convergence sur lequel la fonction $f(z)$ est régulière, on obtient uniformément

$$|f(e^{i\psi}) - S_{n-1}(e^{i\psi})| = O(l_n).$$

Pour arriver au résultat il suffit de choisir les l_n avec $\lim l_n = 0$.

Soit $\{1/c_n\}$ une suite qui appartient à la classe C, telle que $\overline{\lim} c_n |d_n| = \infty$ [c'est-à-dire $c_n \geqq 1$ $\lim c_{n+1}/c_n = 1$, $\log c_n$ étant une fonction concave de n qui satisfait à une condition supplémentaire précisée dans une Note précédente (¹)]. Soit $\log b_n$ la plus petite fonction concave non négative telle que $\log b_n \geqq \log c_n + \log |d_n|$. Posons $l_n = b_n/c_n$. La suite $\{l_n\}$ appartient à la classe L, $|d_n| \leqq l_n$ et $|d_{n_k}| = l_{n_k}$ pour une suite infinie $\{n_k\}$. On démontre aisément que $\lim l_n = 0$, ce qui nous donne la rapidité de convergence.

Remarquons que si $d_n = \theta_n l_n$ où $\{l_n\}$ appartient à la classe L, $0 < \delta \leqq |\theta_n| \leqq 1$, on obtient $|f(e^{i\psi}) - S_{n-1}(e^{i\psi})| = O(|d_n|)$. Si de plus $d_{n+1}/d_n \to 1$ on obtient la formule asymptotique $f(e^{i\psi}) - S_{n-1}(e^{i\psi}) \sim d_n e^{in\psi}/(1 - e^{i\psi})$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la détermination d'une famille de noyaux réciproques.* Note de M. **Maurice Parodi**, présentée par M. Henri Villat.

Un noyau est dit réciproque si la relation

(1) $$g(t)=\int_0^\infty \mathrm{K}(x, t)f(x)\,dx$$

entraîne

(2) $$f(t)=\int_0^\infty \mathrm{K}(x, t)\,g(x)\,dx,$$

et réciproquement.

De nombreux travaux ont été effectués pour déterminer de tels noyaux [1]. Nous nous proposons de donner une expression générale d'une famille de ceux-ci.

Posons *a priori* que le noyau $\mathrm{K}(x, t)$ ait une transformée de Laplace de la forme

$$\rho(p)\,e^{-x\psi(p)}, \qquad \mathcal{R}[\psi(p)]>0,$$

$\psi(p)$ étant périodique d'ordre deux.

La relation (1), en posant $g(t)\supset\theta(p)$, $f(t)\supset\varphi(p)$, a pour image

$$\theta(p)=\rho(p)\,\varphi[\psi(p)].$$

Itérons, il vient

(3) $$\varphi(p)=\frac{\theta[\psi(p)]}{\rho[\psi(p)]}.$$

Mais, si (2) est satisfaite, on doit avoir

(4) $$\varphi(p)=\rho(p)\,\theta[\psi(p)].$$

Ces relations ne peuvent être satisfaites simultanément que si l'on a

$$\rho(p)\,\rho[\psi(p)]=1.$$

Cette relation admet la solution

$$\rho(p)=\frac{\nu(p)}{\nu[\psi(p)]},$$

$\nu(p)$ étant une fonction arbitraire.

Il en résulte que l'image d'un noyau réciproque peut être de la forme

$$\frac{\nu(p)}{\nu[\psi(p)]}\,e^{-x\psi(p)},$$

$\psi(p)$ étant une fonction périodique d'ordre deux.

---

[1] Titchmarsh, *Proc. London, M. S.*, **23**, 1924, p. 279; *Theory of Fourier Intégrals*, Oxford, 1937, p. 212; Poli, *Annales de l'Université de Lyon*, A, **10**, 1947, p. 23

Une famille de noyaux réciproques peut donc être définie par l'intégrale complexe

(5) $$\frac{1}{2\pi i}\int_{Br}\frac{\nu(p)}{\nu[\psi(p)]}e^{-x\psi(p)}e^{pt}\,dp,$$

prise le long d'un contour de Bromwich approprié.

Pour les noyaux réciproques gauches, c'est-à-dire tels que la relation

$$g(t)=\int_0^\infty K(x,\,t)f(x)\,dx$$

entraîne la suivante

$$f(t)=-\int_0^\infty K(x,\,t)\,g(x)\,dx,$$

une méthode analogue montre qu'une famille de ces derniers peut être définie par l'intégrale complexe

(6) $$\frac{1}{2\pi}\int_{Br}\frac{\nu(p)}{\nu[\psi(p)]}e^{-x\psi(p)}e^{pt}\,dp,$$

$\nu(p)$ étant une fonction arbitraire et $\psi(p)$ périodique d'ordre deux.

La fonction $\psi(p)$ étant d'autre part périodique d'ordre deux et $K(x,\,t)$ du type (5) ou (6), il apparaît que l'on a également les relations réciproques

$$g(t)=\int_0^\infty K(x,\,t)\,dx\int_0^\infty K(\lambda,\,x)f(\lambda)\,d\lambda,$$
$$f(t)=\int_0^\infty K(x,\,t)\,dx\int_0^\infty K(\lambda,\,x)g(\lambda)\,d\lambda.$$

Ces résultats peuvent être généralisés.

Un procédé analogue permet de montrer qu'une relation de la forme

$$g(t)=\int_0^\infty K(x,\,t)f(x)\,dx,$$

entraîne

$$f(t)=\int_0^\infty K(x_1,\,t)\,dx_1\int_0^\infty K(x_2,\,x_1)\,dx_2\ldots\int_0^\infty K(x_{n-1},\,x_{n-2})\,g(x_{n-1})\,dx_{n-1},$$

si le noyau est donné par l'intégrale complexe

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{Br}\frac{\nu(p)}{\nu[\psi(p)]}e^{-x\psi(p)}e^{pt}\,dp,$$

$\nu(p)$ étant arbitraire et $\psi(p)$ *périodique d'ordre n.*

TOPOLOGIE. — *Sur les variétés plongées dans une variété différentiable.* Note de M. **Charles Ehresmann**, présentée par M. Elie Cartan

1. *Un théorème d'homotopie concernant les espaces fibrés.* — Les résultats (¹) que je me propose d'énoncer se déduisent principalement du théorème suivant (²).

Théorème 1. — *Étant donnés deux espaces fibrés* E(B, F, G, H) *et* E′(A, F, G, H′), *soit* f *une application continue de* A *dans* B *telle qu'il existe une application continue* f' *de* E′ *dans* E *vérifiant la condition suivante* : (γ). *La restriction de* f' *à une fibre* F_u *(où* $u \in A$*) est un homéorphisme de* F_u *sur la fibre* F_x [*où* $x=f(u)\in B$] *de la forme* $h\circ h'^{-1}$, $h\in H$, $h'\in H'$. *Alors toute déformation* (f_t) *de* f *est la projection d'une déformation* (f'_t) *de* f' *telle que* f_t *et* f'_t *vérifient la condition* γ.

Ce théorème n'est qu'une légère généralisation du *lemme d'isotopie* d'une Note antérieure (³), où la déformation (f_t) était supposée être une isotopie. L'espace fibré E′(A, F, G, H′) est isomorphe à l'espace fibré E_f *induit* par l'application f, défini dans une Note antérieure (⁴). Le théorème 1 montre que la structure de l'espace fibré F_f ne dépend que de la classe d'homotopie de f.

2. *Application aux sections d'un champ* (⁵) *et aux feuilles d'une variété feuilletée* (⁵).

Soit V_n une variété différentiable munie d'un champ Φ_{n-p} d'éléments de contact de dimension $n-p$. On peut considérer l'espace fibré E des vecteurs tangents à V_n et situés dans les éléments de Φ_{n-p}, ainsi que l'espace fibré E_1 des vecteurs normaux aux éléments de Φ_{n-p} (en supposant V_n muni d'une métrique riemannienne).

Théorème 2. — *Soit* (V_p, f) *une section du champ* Φ_{n-p}. *Si* f *est homotope à une application constante,* V_p *est parallélisable; de même, l'espace fibré* E_f *(qu'on pourrait appeler l'espace des vecteurs normaux à la section considérée) est alors isomorphe à l'espace produit* $V_p \times R^{n-p}$.

En particulier, si V_n *est muni d'une structure feuilletée définie par un champ complètement intégrable* Φ_p, *toute feuille* V_p *contractile sur* V_n *en un point est parallélisable et l'espace des vecteurs normaux à* V_p *est isomorphe à* $V_p \times R^{n-p}$.

Remarques. — *a.* L'espace fibré des vecteurs normaux à une feuille V_p d'une variété feuilletée différentiable possède toujours une propriété remarquable : *il admet une structure fibrée à groupe structural discret et il existe un homomorphisme du groupe de Poincaré de* V_p *sur ce groupe structural.* Par exemple, si V_p

(¹) J'ai indiqué ces résultats dans une conférence faite à Zürich le 24 février 1948.
(²) Pour les notations, voir *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 945-948.
(³) *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 144-147.
(⁴) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 444-445.
(⁵) G. Reeb, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1613-1614.

est simplement connexe, il est isomorphe à $V_p \times R^{n-p}$. Ce résultat n'est pas une conséquence du théorème 1.

b. Si les éléments de contact de dimension p orthogonaux aux éléments de Φ_{n-p} peuvent être orientés d'une façon continue, la théorie des classes caractéristiques conduit au résultat suivant : *En supposant que les groupes d'homologie de* V_n *se réduisent à zéro pour les dimensions* $\leqq p$, *toute section du champ* Φ_{n-p} *est parallélisable.*

3. *Sur la variété* V'_n *des éléments de contact de dimension p de la variété différentiable* V_n.

La variété V'_n est un espace fibré de base V_n, la fibre étant la variété de Grassmann $G_{n,p}$; nous désignons par π la projection canonique de V'_n sur V_n. Soit E l'espace des couples formés d'un élément X_p de V'_n et d'un vecteur tangent à V_n et contenu dans X_p. L'espace E est un espace fibré dont V'_n est l'espace de base, le groupe structural étant le groupe linéaire L_p ou le groupe orthogonal Ω_p.

Théorème 3. — *Soit g une application continue dans* V_n *d'un complexe* A *de dimension d. Si* $d \leqq n-p$, *tout espace fibré de base* A, *de fibre* R^p *et de groupe structural* L_p *où* Ω_p *est isomorphe à l'espace fibré* E_f *induit par une certaine application f de* A *dans* V'_n *telle que* $g = \pi \circ f$. *Si* $d+1 \leqq n-p$, *pour que deux applications f et* f_1 *telles que* $g = \pi \circ f = \pi \circ f_1$ *induisent des espaces fibrés isomorphes* E_f *et* E_{f_1}, *il faut et il suffit qu'il existe une déformation* (f_t) *de f à* f_1 *telle que* $g = \pi \circ f_t$.

Ce théorème est à rapprocher du théorème de Whitney-Steenrod ([6]) sur la classification des espaces fibrés à groupe structural Ω_p.

Étant donnée une application g d'une variété différentiable V_p dans V_n, pour qu'il existe dans la classe d'homotopie de g une application différentiable partout de rang p, il faut qu'il existe une application f de V_p dans V'_n telle que $g = \pi \circ f$ et que E_f soit isomorphe à l'espace fibré des vecteurs tangents à V_p. Il est possible que cette condition soit aussi suffisante pour $n > p$. Si $n \geqq 2p$, elle est toujours vérifiée et d'après Whitney g peut être approché par une application différentiable de rang p partout ([7]).

Par prolongement aux éléments de contact, toute application différentiable g, partout de rang p, de V_p dans V_n donne une application f de V_p dans V'_n. *Si f est homotope à une application constante,* V_p *est parallélisable. En supposant* $n \geqq 2p+1$, *la classe d'homotopie de f ne dépend que de la classe d'homotopie de g.*

Supposons V_n muni d'un parallélisme. Soit φ l'application par parallélisme de V'_n sur $G_{n,p}$, variété des éléments de V'_n attachés en un point O de V_n. *Si* $n \geqq 2p+1$, *la classe d'homotopie de* $\varphi \circ f$ *est un invariant de la structure différentiable de* V_p.

([6]) Steenrod, *Annals of Math.*, 45, 1944.
([7]) Whitney, *Differentiable Manifolds* (*Annals of Math.*, 37, 1936).

GÉOMÉTRIE. — *Sur la régularité des champs gravitationnel et électromagnétique dans les théories unitaires.* Note (*) de M. **Yves Thiry**, présentée par M. Élie Cartan.

M. Lichnerowicz a montré (¹) qu'un espace-temps extérieur stationnaire à comportement asymptotique euclidien ne pouvait être régulier partout sans se réduire à l'espace-temps euclidien. Nous nous proposons d'étudier le cas d'un espace-temps stationnaire correspondant à un champ gravifique et à un champ électromagnétique, à comportement asymptotique *normal* (²) : *à l'infini, l'espace-temps est euclidien et le champ électromagnétique nul.* Nous établirons le résultat suivant dans deux modes distincts de représentation des champs :

Théorème. — *Si les champs gravifique et électromagnétique d'un espace-temps stationnaire ont un comportement asymptotique normal, ils ne peuvent être réguliers partout sans se réduire identiquement à zéro.*

1. *Dans la théorie unitaire pentadimensionnelle que nous avons étudiée récemment,* les champs sont régis par 15 équations (³). La cinquième variable x^0 est supposée présenter le caractère spatial. Faisant jouer à la variable x^4 le rôle joué par x^0 dans [T] et caractérisant par un accent les éléments de la métrique à 4 dimensions ainsi introduite, les équations $R_{44}=0$ et $R^4_4=0$ s'écrivent sans calcul nouveau

$$\frac{1}{V'}\Delta'_2 V' - \frac{V'^2}{4}H'^2 = 0, \qquad \text{où} \quad V' = \sqrt{\gamma_{44}},$$

$$\frac{1}{V'}\nabla_{i'} h_{i'} = 0, \qquad \text{où} \quad h_{i'} = \partial_{i'} V' - \frac{V'^3}{2}\Phi_{j'} F_{i'j'} \qquad (i', j', \ldots = 0, 1, 2, 3).$$

Les vecteurs $\partial_{i'} V'$ et $h_{i'}$ étant équivalents à l'infini, un raisonnement analogue à celui de Lichnerowicz (¹) permet de conclure que $H'=0$ et que $V'=\text{const.}$ On peut alors adopter des coordonnées telles que $\gamma_{4i'}=0$ et pour lesquelles la partie électrique e du champ électromagnétique soit identiquement nulle. Revenant alors aux équations $R_{00}=0$ et $R^0_0=0$ qui s'écrivent à présent

$$\frac{1}{V}\overline{\Delta}_2 V - \frac{\beta^2 V^2}{4} h^2 = 0,$$

$$\frac{1}{V}\overline{\nabla}_i h_i = 0 \qquad (i, j, \ldots = 1, 2, 3, 4),$$

un raisonnement analogue prouve que la partie magnétique h du champ

(*) Séance du 31 mai 1948.

(¹) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 432.

(²) Ce problème a été partiellement étudié par Einstein et Pauli (*Ann. of Math.*, 44, 1943, p. 131).

(³) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 216; cette Note sera désignée dans la suite par [T].

électromagnétique est nulle partout et que $V = \text{const}$. On se trouve alors ramené à un espace-temps *extérieur* et orthogonal.

2. *Dans la théorie habituelle,* les champs sont régis par les 14 équations d'Einstein-Maxwell auxquelles se réduisent les 14 premières équations de [T] lorsqu'on suppose V constant. Dans ce cas, les équations $S_{44} = 0$ et $S_4^i = 0$ s'écrivent

$$\frac{1}{V'}\Delta'_2 V' - \frac{V'^2}{4} H'^2 = \frac{\varkappa}{2}(h^2 - e^2),$$
$$\frac{1}{V'}\nabla_{i'} h_{i'} = \frac{\varkappa}{2}(h^2 - e^2).$$

La différence des deux vecteurs $\partial_{i'} V'$ et $h_{i'}$ étant nulle à l'infini, son flux à travers une sphère géodésique de grand rayon est nul, donc sa divergence est nulle, ce qui prouve que $H' = 0$ et, après orthogonalisation comme ci-dessus, e est identiquement nul. L'équation unique à laquelle se réduisent alors les deux équations précédentes peut s'écrire sous les deux formes suivantes :

$$\overline{\nabla}_i\left(\frac{\partial_i V'}{V'}\right) = \frac{\varkappa}{2} h^2,$$
$$\overline{\nabla}_i k_i = 0 \qquad \text{où} \quad k_i = \frac{\partial_i V'}{V'} - \varkappa \Phi_j F_{ij}.$$

Le même raisonnement s'applique encore et l'on en déduit $h = 0$. On se trouve donc là aussi ramené à un espace-temps *extérieur* et orthogonal.

La théorie habituelle et la théorie à 15 variables de champs que nous avons donnée apparaissent donc toutes deux comme satisfaisantes au point de vue d'un résultat esssentiel pour leur cohérence.

ÉLASTICITÉ. — *Sur la méthode de Rayleigh-Ritz pour les systèmes déformables.* Note de M. **Henri Pailloux**, présentée par M. Jean Chazy.

Soit un système matériel élastique dont nous étudions les petits mouvements au voisinage d'une position d'équilibre. Nous ferons les hypothèses suivantes : il existe des positions fixes du système, telles que, pour chaque point x_0, y_0, z_0, le déplacement soit de la forme

$$x - x_0 = f_n(u, v, w), \qquad y - y_0 = g_n(u, v, w), \qquad z - z_0 = h_n(u, v, w);$$

les fonctions f_n, g_n, h_n sont définies dans des volumes ou des portions de surfaces ou de lignes, de sorte que : 1° les liaisons sont respectées (contacts, inextensibilité); 2° il existe une infinité de systèmes de ces fonctions, dépendant de l'indice n, telles que *toute* position du système, voisine de la position d'équilibre, puisse être représentée par les expressions

$$x - x_0 = \sum_{n=1}^{+\infty} q_n f_n(u, v, w), \qquad y - y_0 = \sum_{n=1}^{+\infty} q_n g_n, \qquad z - z_0 = \sum_{n=1}^{+\infty} q_n h_n,$$

avec un choix convenable des nombres q_n (système complet de fonctions) : ces nombres q_n sont les paramètres de Lagrange du système considéré; 3° nous admettrons que la théorie des équations de Lagrange s'applique à un tel système sous la forme habituelle.

Dans ces conditions, la force vive du système et son énergie potentielle sont deux formes quadratiques, respectivement en q'_n et q_n. Le système des équations de Lagrange est formé par une infinité d'équations linéaires du second ordre, à coefficients constants, sans seconds membres

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q'_n}\right)+\frac{\partial V}{\partial q_n}=0.$$

Un tel système admet des solutions de la forme $q_n = a_n \sin\omega t$, par choix convenable des a_n et de ω. Pour le constater, remarquons que $2T$ et $2V$ sont des formes quadratiques, homogènes et du second degré

$$\frac{\partial T}{\partial q'_n}=\frac{\partial T(\omega a_n \cos\omega t)}{\partial(\omega a_n \cos\omega t)}=\frac{\omega^2\cos^2\omega t}{\omega\cos\omega t}\,\frac{\partial T(a_n)}{\partial a_n}=\omega\cos\omega t\,\frac{\partial T(a_n)}{\partial a_n},$$

ce qui nous conduit à l'équation de Lagrange

$$(1)\qquad -\omega^2\frac{\partial T(a_n)}{\partial a_n}+\frac{\partial V(a_n)}{\partial a_n}=0.$$

C'est l'équation à laquelle aboutit Ritz pour un nombre fini de paramètres. Nous avons ainsi un système d'équations linéaires et homogènes en a_n, où ω^2 figure dans les coefficients. Si nous considérons ω^2 comme une constante, nous avons

$$\frac{\partial}{\partial a_n}[-\omega^2 T(a_n)+V(a_n)]=0.$$

Nous obtenons donc le système des inconnues a_n, *en considérant* ω^2 *comme une constante* et en écrivant que

$$-\omega^2 T(a_n)+V(a_n)$$

est extremum par rapport aux variables a_n.

On obtient encore les équations (1) en écrivant que $\omega^2=[V(a_n)/T(a_n)]$ est extremum, ω^2 dépendant ici des a_n. C'est de cette considération qu'était parti Ritz pour arriver aux équations (1).

Pour utiliser ces résultats dans la Mécanique pratique, nous ferons les hypothèses d'approximation suivantes : On obtient un résultat utilisable, en ne conservant que les k premiers paramètres q_n, et en appliquant les équations (1) au système ainsi obtenu. Notre système linéaire et homogène en a_n doit admettre d'autres solutions que la solution identiquement nulle, son déterminant est nul : d'où l'équation aux pulsations propres en ω. Elle est de degré k en ω^2 et se résout par approximations successives : les valeurs appro-

chées de ses $k-1$ premières racines sont les racines de l'équation relative au système où l'on ne considère que les $k-1$ premiers paramètres.

On peut étendre sans difficulté ces considérations à un système possédant un amortissement caractérisé par une fonction de dissipation $2F(q'_n)$, et même à un système ayant en certains points des forces perturbatrices périodiques, représentables par des séries de Fourier.

On est ramené à la recherche des solutions de la forme $q_n = a_n e^{rt}$ pour le système d'équations différentielles

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial q'_n} + \frac{\partial F}{\partial q'_n} + \frac{\partial V}{\partial q_n} = 0.$$

On trouve pour les vibrations libres l'équation

$$\frac{\partial}{\partial a_n}(r^2 T + rF + V) = 0,$$

c'est-à-dire que, *pour r fixe*, les a_n doivent être choisis de façon que la forme quadratique $r^2T + rF + V$ soit extremum, ce qui définit l'équation en r, et les valeurs correspondantes des a_n, à un facteur homogène près. Quant aux vibrations forcées, on peut toujours supposer qu'elles sont de la forme $q_n = C_n e^{\rho t}$, ρ et C_n étant des nombres donnés, et rechercher des solutions de la forme $q_n = A_n e^{\rho t}$. On fera éventuellement, ensuite, la somme de solutions de cette forme. *r étant supposé constant*, le système des A_n est le suivant :

$$\frac{\partial}{\partial A_n}(\rho^2 T + \rho F + V) = C_n.$$

Il est linéaire et non homogène : T, F, V sont naturellement les expressions où q_n et q'_n sont remplacés par A_n. Les conditions de résonance en résultent immédiatement.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Calcul du champ de vitesses dans une tuyère supersonique cylindrique à partir des photographies de lignes de Mach, et méthode de correction du tracé de la tuyère.* Note (*) de M. **Pierre Carrière**, présentée par M. Georges Darrieus.

On sait qu'il est facile d'obtenir par une méthode de déviation optique la photographie des ondes de Mach provoquées dans une tuyère supersonique par les petites aspérités du profil. La figure 1 représente un tel cliché de A. Sevault, par la méthode de Foucault. En principe, il suffit de mesurer les angles de Mach aux points de croisement de ces ondes pour obtenir le champ de vitesses. En fait les résultats ainsi obtenus sont assez dispersés, à cause des erreurs de mesure, et il convient de les compenser pour en déduire un champ de vitesse cohérent.

(*) Séance du 19 mai 1948.

1. La méthode de compensation que nous appliquons est basée sur la théorie des écoulements supersoniques plans de Prandtl-Busemann. D'après cette théorie on peut définir deux paramètres λ et μ ayant les propriétés suivantes :

1° $\lambda - \mu = \omega$, ω désignant l'angle du vecteur vitesse avec une direction de référence, mesuré habituellement en degrés.

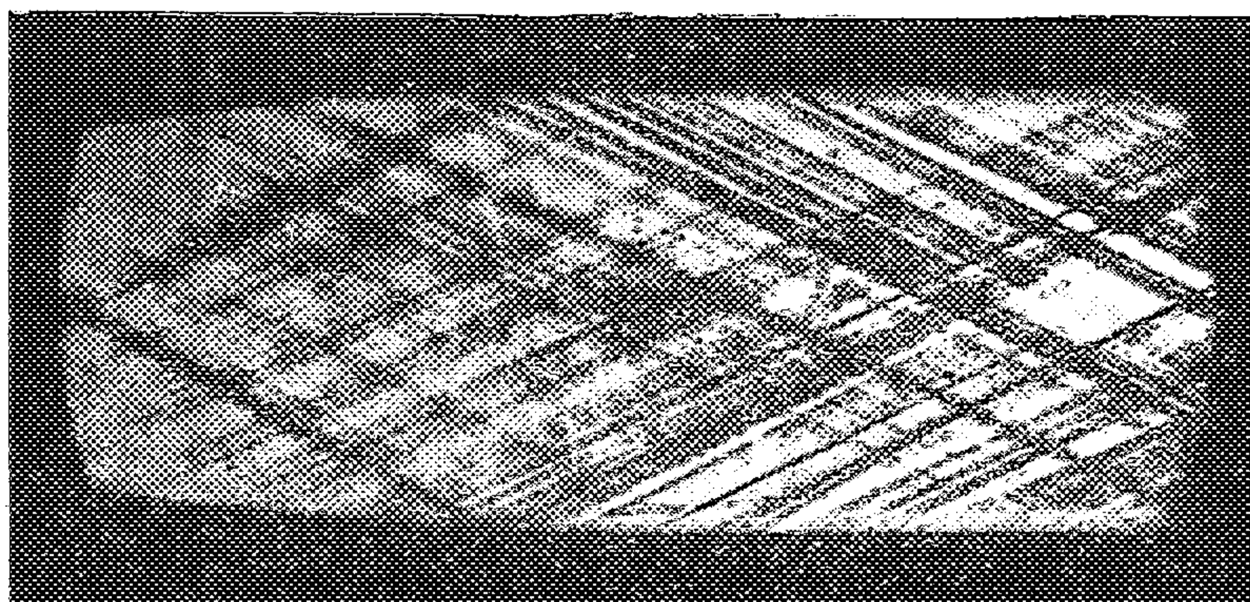


Fig. 1.

2° $\lambda + \mu = P(M)$, $P(M)$ désignant une fonction connue du nombre de Mach local M (nombre de pression de Busemann).

3° λ est constant le long d'une ligne de Mach de la première famille et μ est constant le long d'une ligne de Mach de la deuxième famille.

Si donc nous mesurons les angles φ_λ et φ_μ que font avec la direction de référence les lignes (λ) et (μ) qui se croisent au point X, nous en déduisons les valeurs des cotes λ et μ de ces deux lignes par

$$\lambda - \mu = \frac{\varphi_\lambda + \varphi_\mu}{2} \qquad \text{et} \qquad \lambda + \mu = P\left(\frac{1}{\sin\frac{\varphi_\lambda - \varphi_\mu}{2}}\right).$$

Lorsque le point X parcourt une ligne (λ) par exemple, on doit constater que λ reste constant, de même pour une ligne μ. On peut ainsi compenser les résultats des mesures d'une manière très simple et très sûre.

On dispose après compensation, des cotes λ et μ des lignes de Mach dans tout le champ.

Pour avoir la répartition des vitesses sur l'axe par exemple, il suffit ensuite de lire en chaque point de l'axe les cotes λ et μ correspondantes; on en déduit M par $\lambda + \mu = P(M)$. On doit vérifier que la différence $\lambda - \mu$ est constante et égale à l'angle ω de l'axe avec la direction de référence.

2. Si l'on désire ensuite corriger le profil de la tuyère pour obtenir sur l'axe une vitesse uniforme, on applique la méthode suivante, basée sur les résultats théoriques de Prandtl-Busemann : soit X un point de l'axe et Y le point du profil de la tuyère situé sur la ligne de Mach (λ_0) passant par X. Si nous faisons

subir à l'inclinaison ω du profil au point Y une variation $\delta\omega$, il en résulte une variation $\delta\lambda$ de la cote de (λ_0) telle que

$$\delta\omega = \delta\lambda.$$

Si l'on modifie symétriquement le profil inférieur de la tuyère, et si en un point $Y(s)$ le profil modifié présente par rapport au profil primitif une

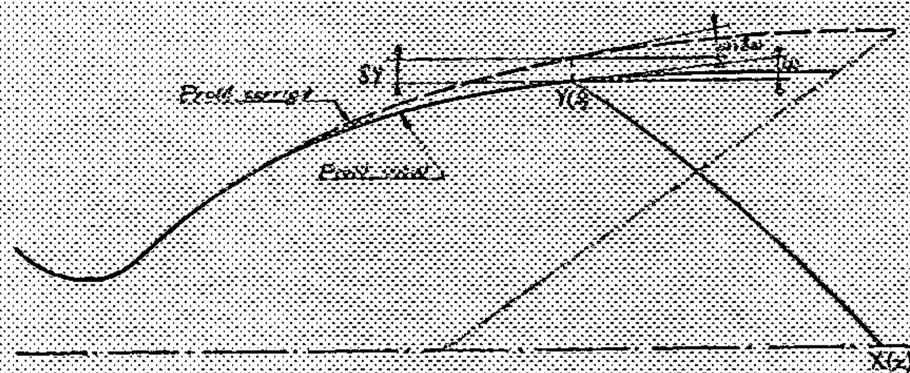


Fig. 2.

variation de pente $\delta\omega$, il en résulte au point $X(x)$ sur l'axe une variation du nombre de pression

$$\delta P = 2\,\delta\omega.$$

Soit alors $\delta P = f(x)$ la correction à effectuer, résultant du dépouillement des expériences. A tout point $X(x)$ correspond sur le profil un point $Y(s)$ sur

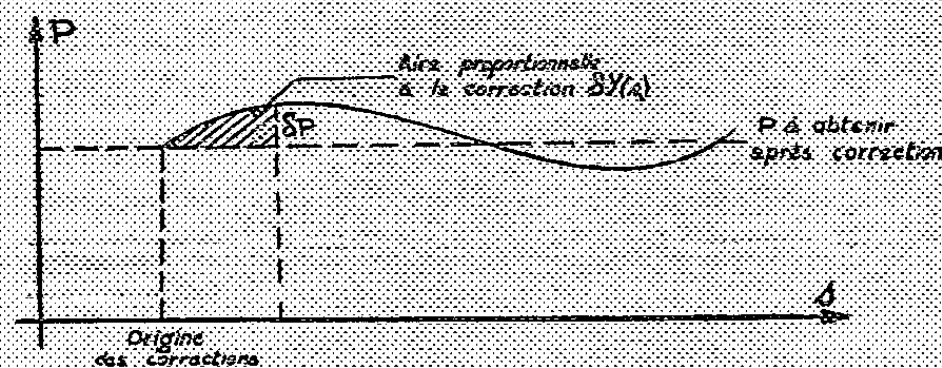


Fig. 3.

la même ligne de Mach, le profil corrigé est défini par $\delta\omega = 1/2 f(x)$. ω étant toujours très petit dans les régions à corriger (voisines de l'entrée de la chambre), et sa valeur étant exprimée en degrés, on a

$$\delta\omega = \frac{1}{2} f[x(s)]\,\delta\frac{dY}{dS}\,\frac{180}{\pi},$$

d'où l'on déduit par intégration la courbe de correction du profil

$$\delta Y = \int_0^s \frac{\pi}{360} f[x(s)]\,ds.$$

HYDRAULIQUE. — *Sur les changements de régime dans les canalisations. Étude statistique de la transition.* Note (*) de M. **Louis A. Sackmann**, présentée par M. Henri Villat.

Introduction et notations. — Le phénomène a été étudié dans une suite de Notes ([1]), ([2]), ([3]), ([4]), en partant de la perte de charge totale $\Delta P = \rho g H$, pour une longueur Δl du tube, avec l'intervention de la correction de force vive $\Delta p'$:

$$\Delta p' = 0{,}5\, k\, \rho\, U^2, \qquad \text{où} \quad k_L = 2{,}16 \text{ (rég. lam.)}, \qquad k_T = 1{,}08 \text{ (rég. tur.)}.$$

1. *Les mesures instantanées des caractéristiques* montrent que la vitesse de débit moyenne U est encadrée par 2 vitesses instantanées extrêmes U_L et U_T, d'où le dédoublement du point représentatif moyen de la perte de charge.

2. *L'étude sélective de la perte de charge* révèle que les régimes extrêmes correspondent à celui de Poiseuille $(\Delta p/\Delta l)_L = K_L U_L$ ou de Blasius $(\Delta p/\Delta l)_T = K_T U_T^{1,75}$.

3 et 4. *L'étude de la dispersion des caractéristiques* réclame l'arrangement parallèle des doublets de la scission dans le plan des *vitesses-pressions*.

5. *Les probabilités d'existence des régimes* ont été introduites et justifiées en assimilant les régimes du moment aux régimes extrêmes qui les limitent, et en leur attribuant les coefficients de durée complémentaires x_{lam} et $(l - x)_{\text{tur}}$.

Étude du phénomène moyen. — En se reportant au phénomène intégré dans le temps, le point représentatif moyen de la perte de charge est défini par l'équation des vitesses

$$U = x U_L + (1 - x) U_T, \tag{1}$$

et celle des pressions

$$\frac{\Delta p}{\Delta l} = x\left(\frac{\Delta p}{\Delta l}\right)_L + (1 - x)\left(\frac{\Delta p}{\Delta l}\right)_T = \frac{\Delta p}{\Delta l} - k\frac{\rho U^2}{2\Delta l}, \tag{2}$$

avec la constante

$$k = x k_L + (1 - x) k_T. \tag{3}$$

Centre de gravité des deux pôles du doublet de dispersion

$$\left[U_L - \left(\frac{\Delta p}{\Delta l}\right)_L\right] - \left[U_T - \left(\frac{\Delta p}{\Delta l}\right)_T\right],$$

le point moyen $[U - (\Delta p/\Delta l)]$ *le partage dans le rapport des probabilités d'existence.*

(*) Séance du 31 mai 1948.

([1]) Sackmann, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 793.

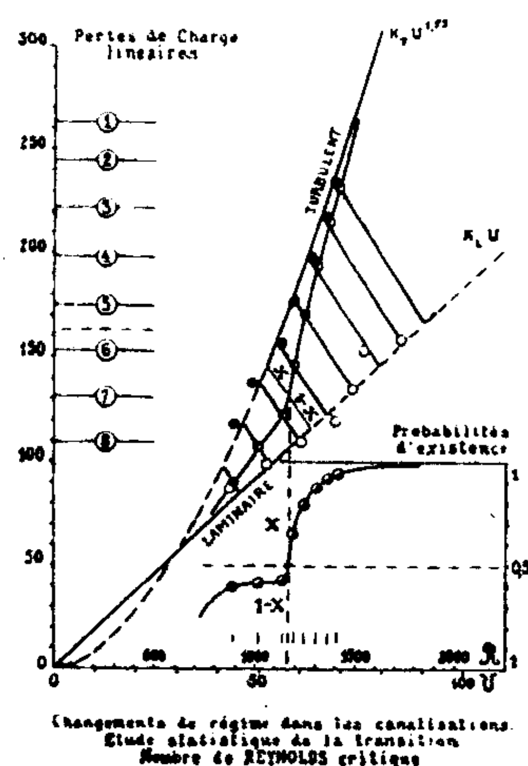
([2]) Sackmann-Codaccioni, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1326.

([3]) Sackmann, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1248.

([4]) Sackmann, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1343.

Détermination des probabilités d'existence. — Nous reprenons les résultats de mesure du travail en commun avec Codaccioni [2], comprenant huit expériences.

La détermination du point moyen, dont l'abscisse U est connue par mesure, consiste à calculer son ordonnée $\Delta p/\Delta l$ d'après l'équation (II); quant à la constante k, et le coefficient x, liés par la formule (III), on opère par approximations successives (constructions graphiques itératives).



Changements de régime dans les canalisations. Étude statistique de la transition. Nombre de REYNOLDS critique

On arrive aux résultats suivants, représentés dans la figure ci-dessus.

	Mesures.			Calculs.					
Régimes.	N^{os}	H.	U.	$\frac{\Delta P}{\Delta l}$.	$\frac{\Delta p}{\Delta l}$.	x.	$1-x$.	k.	$\mathcal{R}$.
Turbulent..	–	–	–	–	$K_T U_T^{1,75}$	0	1	1,08	–
	(1)	23,90	68,9	262,7	232,3	0,06	0,94	1,15	1407
	(2)	22,25	66,6	244,6	215,6	0,08	0,92	1,17	1360
	(3)	20,20	63,8	222,0	194,3	0,13	0,87	1,22	1303
	(4)	18,05	60,9	198,4	171,3	0,21	0,79	1,30	1244
	(5)	15,95	58,2	175,3	147,5	0,35	0,65	1,46	1188
Transition..	**C**	**14,90**	**57,0**	**163,5**	**132,0**	**0,50**	**0,50**	**1,62**	**1165**
	(6)	13,90	55,5	152,8	123,0	0,57	0,43	1,70	1133
	(7)	11,90	49,6	130,8	107,0	0,58	0,42	1,71	1013
	(8)	9,90	43,5	108,8	89,9	0,60	0,40	1,73	888
Laminaire..	–	–	–	–	$K_L U_L$	1	0	2,16	–

Conclusions. — 1° *Les probabilités d'existence* des régimes alternants de la transition évoluent d'une manière continue dans le domaine $888 < \mathcal{R} < 1407$.

2° *Pour le régime limite turbulent,* le passage s'effectue très normalement : en effet, pour l'expérience n° 1, début observé de ce régime, $(1-x) = 0,94$.

3° *Pour le régime limite laminaire,* qualitativement atteint pour l'expérience n° 8, x est encore très différent de l'unité; cet écart peut être attribué, aux

effets capillaires des jets liquides (BOUASSE, *Jets, Tubes et Canaux*), aux particularités de la perte de charge d'entrée (SCHILLER, *Hdb. d. Phys.*).

4° *Le nombre de Reynolds critique*, défini par le passage isochrone des régimes, $x = 1 - x = 0{,}5$, est $\mathcal{R}_c = 1165$ (résultat interpolé de la ligne C du tableau), valeur identique à celle de Schiller, trouvée par une autre méthode.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur une méthode variationnelle de recherche des solutions approchées de l'équation de transfert.* Note (*) de M. **JEAN-CLAUDE PECKER**, présentée par M. Bernard Lyot.

Dans une Note (¹) récente, V. Kourganoff a proposé un nouveau critère de qualité pour les solutions approchées de l'équation de transfert, critère basé sur l'obligation pour le flux réel d'être constant.

Soit

$$\sigma = \int_0^{\infty} \left(\frac{\mathcal{F}(\tau)}{F} - 1 \right)^2 d\tau,$$

où $\mathcal{F}(\tau)$ représente le flux calculé au moyen d'une solution déterminée et F la valeur constante du flux réel. Les solutions les meilleures sont, d'après Kourganoff, celles qui donnent le plus petit σ possible. Pour une forme analytique déterminée de l'Ergiebigkeit, ce critère permet aussi le calcul de la solution optimum.

Cette méthode, puissante puisqu'elle peut se généraliser même dans le cas où le coefficient d'absorption est fonction de la fréquence, ne nous paraît pourtant pas constituer un critère de qualité. Il nous semble en effet qu'elle attribue aux grandes profondeurs optiques un poids trop élevé : la conservation du flux n'a d'intérêt physique que dans les couches extérieures de l'atmosphère. On connaît en effet l'expression du flux monochromatique, — qu'a utilisée B. Strömgren — obtenue par une méthode de Gauss à trois termes :

$$\left(\frac{F}{\pi}\right)_{\tau_\nu=0} = 0{,}767\,B_\nu(0{,}287) + 0{,}222\,B_\nu(1{,}814) + 0{,}0066\,B_\nu(5{,}385)$$

et qui montre que ce sont essentiellement les couches extérieures de l'atmosphère qui contribuent au flux sortant.

Il nous paraît donc préférable d'envisager la quantité :

$$\sigma(\tau_l) = \int_0^{\tau_l} \left(\frac{\mathcal{F}(\tau)}{F} - 1 \right)^2 d\tau$$

et dans chaque problème particulier, on pourra choisir τ_l avant de calculer la solution à $\sigma(\tau_l)$ minimum.

(*) Séance du 31 mai 1948.

(¹) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 491.

Nous avons calculé, dans le cas du corps gris, et pour une solution de la forme

$$B = a + b\tau$$

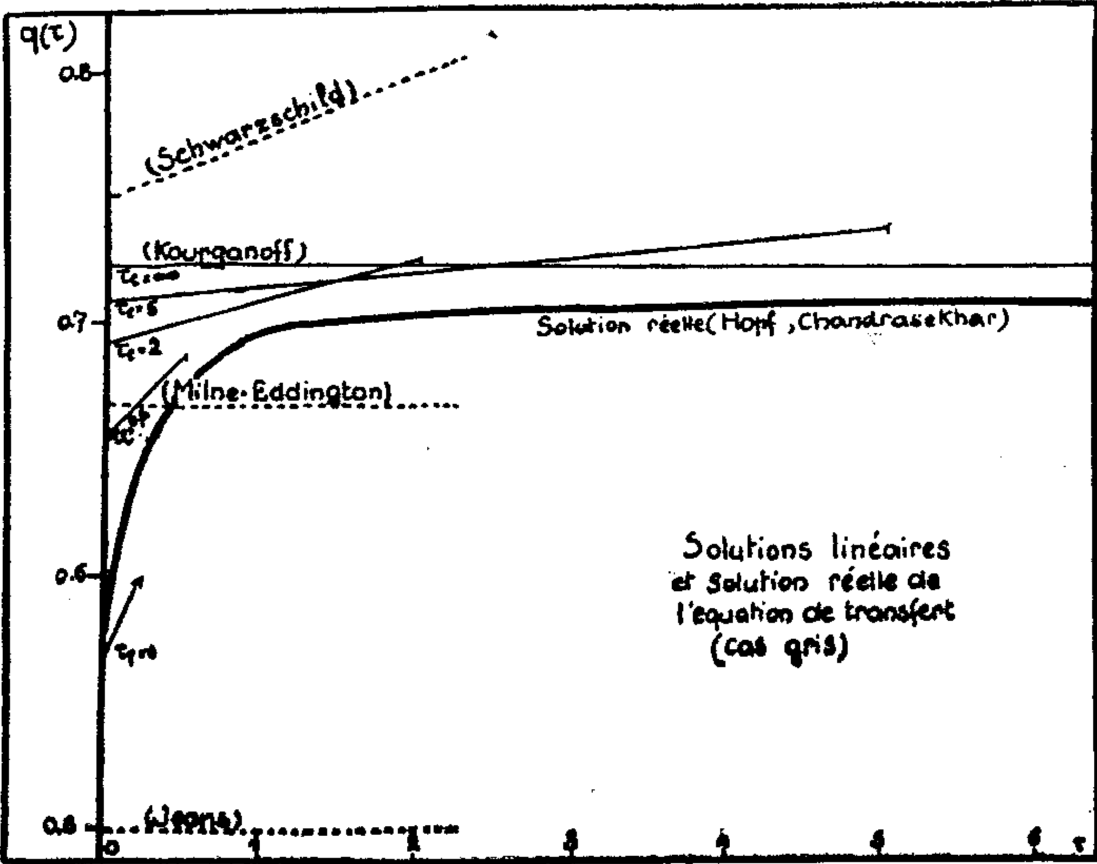
les solutions correspondant à différentes valeurs de τ_l ; ces solutions (ainsi que d'autres solutions remarquables) sont groupées dans le tableau ci-dessous.

Les solutions sont de la forme

$$T^4 = \frac{1}{2} T_e^4 (a + b\tau) = \frac{3}{4} T_e^4 [\tau + q(\tau)].$$

Anciennes solutions.	a.	b.	$\sigma(\infty)$.	Solutions à $\sigma(\tau_l)$ minimum.	a.	b.	$\sigma(\infty)$.
Première approximation de Schwarzschild.....	1	2	∞	$\tau_l = \infty$ (Kourganoff)	1,079	1,5	$0,23.10^{-3}$
				10	1,072	1,503	∞
				5	1,065	1,506	∞
Approximation de Jeans.	0,75	1,5	$8,56.10^{-3}$	3	1,052	1,513	∞
				2	1,037	1,521	∞
				1	1,003	1,544	∞
Première approximation de Milne.............	1	1,5	$0,70.10^{-3}$	0,5	0,979	1,598	∞
				0	1,857	1,714	∞

Sur la figure 1, on peut se rendre compte de ce que représentent ces solutions approchées, comparées à la solution exacte calculée par Chandrasekhar et Hopf.



Ces résultats et cette courbe appellent quelques remarques.

a. La méthode de Kourganoff, même généralisée à des $\sigma(\tau_l)$ avec $\tau_l \neq \infty$, fournit des solutions convenables. Mais elle ne saurait constituer un critère de qualité. En effet, le classement des solutions, en $\sigma(\tau_l)$ croissant, ne sera pas le même pour différentes valeurs de τ_l. Le choix de $\sigma(\infty)$ comme critère élimi-

nerait les solutions pour lesquelles $q(\tau)$ ne tend pas vers une limite finie si τ croît à l'infini, et en particulier toutes les solutions à $\sigma(\tau_l)$ minimum, pourtant certainement préférables à l'approximation de Jeans, par exemple.

b. On remarque que dans le cas $\tau_l = 0$, et à l'extrême voisinage de la surface, les solutions se rapprochent de la solution réelle de Hopf-Chandrasekhar, sans toutefois s'y identifier :

$$\text{limite de } q(\tau) \text{ pour } \tau = 0 : 1/\sqrt{3} \text{ (Hopf-Chandrasekhar)}$$
$$: 4/7\ [\sigma(\tau_l = 0) \text{ minimum}]$$

Cette solution à $\sigma(\tau_l = 0)$ minimum pourrait être utilisée dans les études relatives à l'assombrissement à l'extrême bord du disque du Soleil ou d'une étoile.

ACOUSTIQUE, — *Formule faisant intervenir la forme dans le calcul de la fréquence de résonance des résonateurs d'Helmholtz*. Note (*) de MM. **Daniel Chervet** et **Jacques Henry**, présentée par M. Henri Villat.

Des formules usuelles donnant la fréquence de résonance des résonateurs d'Helmholtz, la plus classique est celle de lord Rayleigh ([1]) (les autres ([2]) n'en diffèrent souvent que par un facteur constant)

$$(1) \qquad f_0 = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{S}{V(l + 1,2\,b)}},$$

où c est la célérité du son, V le volume du résonateur, S la surface du col, b son rayon et l sa longueur.

Pour établir cette formule, on suppose essentiellement :

1° que la pression à l'intérieur du résonateur est constante;

2° que les dimensions du résonateur sont petites devant la longueur d'onde correspondant à la résonance.

La formule (1) ne tient donc pas compte de la forme du résonateur.

Or, des mesures faites dans le but de déterminer la répartition de la pression à l'intérieur du résonateur ont montré que celle-ci n'est pas constante et qu'elle varie en chaque point, suivant une loi expérimentale représentée par l'équation

$$(2) \qquad p_z = \left[1 - 0,033\left(\frac{z}{L}\right)^2\right] p_{\max},$$

en choisissant pour axe des z l'axe du résonateur orienté vers l'intérieur, pour

(*) Séance du 31 mai 1948.

([1]) *Theory of Sound*, 1945, vol. II, chap. XVI, p. 170 à 235.

([2]) Morse, *Vibrations and Sound*.

origine le point d'intersection de cet axe avec le fond du résonateur, et en appelant L la longueur du corps du résonateur.

La pression p_{max} est celle régnant sur le fond du résonateur.

De plus, les surfaces d'égale pression sont des sphères dont les centres, différents, sont voisins de l'extrémité extérieure du col. Dans la suite de l'exposé, nous adopterons un seul centre moyen, dont la position Z est déterminée par

$$Z = L + 0,6l. \tag{3}$$

Les sphères d'égale pression ont pour équation

$$x^2 + y^2 + (z - Z)^2 = \text{const.} \tag{4}$$

Considérons alors le volume élémentaire dv entourant le point x, y, z, volume qui est à la pression $p_{x,y,z}$, et affectons-lui un *poids* $p_{x,y,z}/p_{max}$ tiré de l'équation (2).

La valeur moyenne de ce *poids* pour tout le volume V, représentera le rapport d'un volume fictif, qui serait tout entier à une même pression, au volume réel du résonateur. Soit β ce rapport

$$\beta = \frac{\iiint_V \frac{p_{x,y,z}}{p_{max}}\, dx\, dy\, dz}{\iiint_V dx\, dy\, dz}. \tag{5}$$

D'après (1), nous aurons

$$\sqrt{\beta} = \frac{f}{f_0}, \tag{6}$$

où f représente la fréquence corrigée.

D'après les formules (2), (3) et (4), nous pouvons écrire finalement

$$\beta = \frac{\iiint_v \left\{1 - 0,033\left[\frac{\xi + \sqrt{x^2 + y^2 + (z - \xi)^2}}{L}\right]^2\right\} dx\, dy\, dz}{\iiint_v dx\, dy\, dz}. \tag{7}$$

Les résultats obtenus en utilisant cette formule sur trois résonateurs (cylindrique, sphérique, parallélépipédique), comparés avec ceux obtenus avec la formule de Rayleigh, sont consignés dans les trois premières lignes du tableau ci-après.

La formule (7), d'un emploi peu commode, peut être remplacée par la suivante, déterminée expérimentalement à la suite de nombreux essais, et dans laquelle l'écart $f - f_0$ est relié linéairement au rapport de la longueur du résonateur à la longueur d'onde de résonance (L/λ_0 ou Lf_0)

$$\boxed{f = f_0 - (Lf_0\, 1,25 . 10^{-2} - 19),} \tag{8}$$

où f est exprimé en c/s et L en centimètres.

Le tableau suivant montre les résultats obtenus avec cette formule sur 10 résonateurs de forme différente.

Forme du résonateur.	Fréquence mesurée.	Erreur par la formule de Rayleigh.	Erreur par la formule (7).	Erreur par la formule (8).
Cylindrique	351	1 %	0,2 %	0
Sphérique	391	5	1	1 %
Parallélépipédique	291	9	0,9	0,3
Cylindrique	358	7	–	0
»	397	8	–	0,3
»	616	2	–	0,3
»	232	39	–	3
Parallélépipédique	305	16	–	1,7
Tronconique	307	9	–	1
Parallélépipédique	212	10	–	3

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les oscillations d'un moteur compound à flux différentiels.* Note (*) de MM. **Max Teissie-Solier** et **Pierre Lalangue**, transmise par M. Charles Camichel.

Parmi l'étude des phénomènes transitoires qui accompagnent le fonctionnement des machines électriques, celle des oscillations qui peuvent apparaître durant la marche normale a toujours été d'un grand intérêt. C'est dans le cadre des oscillations présentées par des moteurs fortement désaimantés, que se place le phénomène oscillatoire qui, dans certaines conditions, accompagne le fonctionnement d'un moteur compound à flux différentiels.

L'étude de la stabilité de ce moteur montre en particulier, qu'au-dessus d'une certaine charge, cette machine passe d'un fonctionnement stable à un fonctionnement instable, et c'est au voisinage de ce passage que, sous l'effet d'une perturbation, apparaît le phénomène oscillatoire que nous avons étudié.

Nous nous proposons de montrer que les oscillations observées sont, non pas pendulaires, comme il résulte de conclusions antérieures, mais de même nature que les oscillations de relaxation étudiées par M. van der Pol ([1]).

Soient :

ω_v/Ω le rapport de la partie variable ω_v de la vitesse angulaire ω à sa partie constante Ω, avec $\omega = \Omega + \omega_v$,

i_v/I_a le rapport analogue concernant le courant I dans l'induit défini par $I = I_a + i_v$,

φ_v/Φ le rapport relatif à la variation de flux dans le circuit magnétique du moteur :

T_m le temps de démarrage des parties mobiles; T_n la constante de temps de

(*) Séance du 24 mai 1948.

([1]) *Bulletin de la Société française des Électriciens*, 1930.

l'enroulement shunt; T_t la constante de temps du circuit de l'induit; ε_e la chute de tension dans le circuit de l'induit rapportée à la force électromotrice du moteur; ε_φ la diminution du flux principal due au courant de l'induit, rapportée au flux principal; $\mathfrak{N}_t$ le nombre de spires de tout le circuit effectivement traversées par le flux principal Φ; u l'exposant de ω dans l'expression du couple résistant $K\omega^u$; c une constante, introduite par l'égalité $E = c\Phi\Omega$, E étant la force électromotrice du moteur.

Tenant compte de la self-induction de l'induit et des termes contenant le produit de la variation de flux φ_v par la variation de courant i_v et le produit de cette même variation de flux par la variation de vitesse ω_v, nous sommes parvenus au système différentiel

$$T_m \frac{d}{dt}\left(\frac{\omega_v}{\Omega}\right) + u\left(\frac{\omega_v}{\Omega}\right) = \frac{i_v}{I_a}\left(1 + \frac{\varphi_v}{\Phi}\right) + \frac{\varphi_v}{\Phi},$$

$$\varepsilon_e\left(\frac{i_v}{I_a}\right) + \frac{\omega_v}{\Omega}\left(1 + \frac{\varphi_v}{\Phi}\right) + \frac{\varphi_v}{\Phi} + T_t\varepsilon_e \frac{d}{dt}\left(\frac{i_v}{I_a}\right) + \frac{\mathfrak{N}_t}{c\Omega}\frac{d}{dt}\left(\frac{\varphi_v}{\Phi}\right) = 0,$$

$$T_n \frac{d}{dt}\left(\frac{\varphi_v}{\Phi}\right) + \frac{\varphi_v}{\Phi} + \varepsilon_\varphi\left(\frac{i_v}{I_a}\right) = 0.$$

A partir de ce système, après quelques approximations qui conduisent à négliger les termes de faible valeur, on obtient l'équation différentielle

$$\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\varphi_v}{\Phi}\right) + \left[A + B\left(\frac{\varphi_v}{\Phi}\right)\right]\frac{d}{dt}\left(\frac{\varphi_v}{\Phi}\right) + C\frac{\varphi_v}{\Phi} + D\left(\frac{\varphi_v}{\Phi}\right)^2 = 0$$

avec

$$A = \frac{\mathcal{E}_e(T_m + T_n + T_t) - \mathcal{E}_\varphi\left(\frac{\mathfrak{N}_t}{c\Omega} + T_m\right) + T_n}{a},$$

$$B = \frac{\mathcal{E}_e(T_n + T_t) - \mathcal{E}_\varphi\frac{\mathfrak{N}_t}{c\Omega} + 3T_n}{a}, \qquad C = \frac{1 + \mathcal{E}_e - 2\mathcal{E}_\varphi}{a},$$

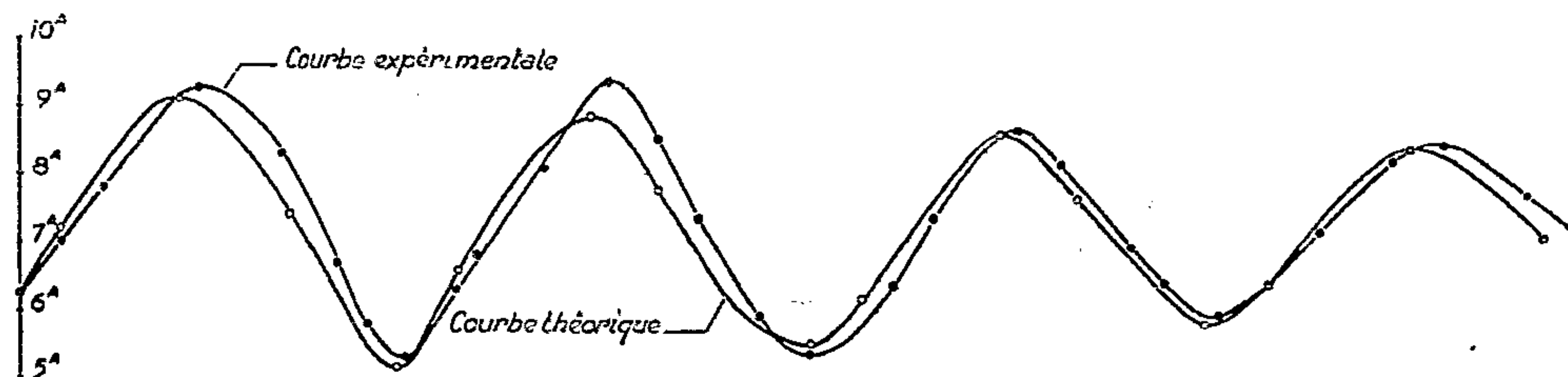
$$D = \frac{3 - 3\mathcal{E}_\varphi - \mathcal{E}_e}{a}, \qquad a = \mathcal{E}_e(T_mT_n + T_nT_t + T_mT_t) - \mathcal{E}_\varphi\frac{T_m\mathfrak{N}_t}{c\Omega}.$$

Cette équation qui renferme le produit $[(\varphi_v/\Phi)](d/dt)[(\varphi_v/\Phi)]$ peut être rapprochée d'une équation définissant une oscillation de relaxation.

Résolue graphiquement par la méthode des isoclines, après changement des variables, elle conduit à des courbes intégrales qui sont des spirales ou des demi-spirales, comme on peut le démontrer à partir des théorèmes de Henri Poincaré. La considération de ces courbes permet, en particulier, d'affirmer dans quelles conditions les oscillations sont amorties ou amplifiées, mais ne permet pas de préciser s'il peut exister des oscillations entretenues.

A partir de la courbe intégrale relative au fonctionnement d'un moteur compound de 3 kW, alimenté sous la tension de 220 V, nous avons pu tracer par points la courbe $I_a + i_v = f(t)$ donnant les variations du courant dans

l'induit lors du fonctionnement oscillatoire du moteur. La figure ci-jointe montre que si l'on dispose sur un même graphique la courbe ainsi tracée et



Courbe théorique et courbe expérimentale des variations du courant dans l'induit d'un moteur compound de 3 kW, en régime oscillaloire amorti.

celle déduite d'un relevé oscillographique obtenu lors de la marche du moteur, on constate un très bon accord entre ces deux résultats. On peut donc en conclure que la théorie ci-dessus permet d'obtenir une représentation très satisfaisante du phénomène oscillatoire étudié.

MAGNÉTISME. — *Influence des variations réversibles et irréversibles de l'aimantation sur le pouvoir thermoélectrique des milieux ferromagnétiques.* Note (*) de M. **Jean Bouchard**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons signalé antérieurement que le pouvoir thermoélectrique $d\Delta E/d\theta$ d'un métal ferromagnétique aimanté (par rapport au même métal non aimanté) varie de manière complexe avec l'intensité d'aimantation observable $\mathcal{J}$ sous l'influence des divers facteurs dont dépend cette aimantation. L'étude simultanée, en fonction d'un champ inducteur longitudinal $\mathcal{H}$ et d'une tension mécanique T, de la variation ΔE de f. é. m. du couple métal aimanté-métal non aimanté et de l'aimantation $\mathcal{J}$, pour des cycles d'hystérèse relatifs à des échantillons ferromagnétiques variés, nous a conduit à rattacher ces divers facteurs à l'influence qu'ils exercent sur les proportions respectives des parties réversibles et irréversibles de l'aimantation.

Si, pour un échantillon déterminé et une différence de température $\theta_1 - \theta_0$ fixe, on examine comment varie, en fonction de $\mathcal{H}$, ΔE et $\mathcal{J}$ au cours d'un cycle d'hystérésis, on n'observe pas tout d'abord de liaison simple entre ces deux grandeurs. Partant de $\mathcal{J} = 0$ pour $\mathcal{H} = 0$ (échantillon désaimanté), l'aimantation croît initialement beaucoup plus vite que ΔE. Pour le nickel, les cupronickels, les ferronickels réversibles, ΔE tend vers une limite ΔE_{lim} atteinte à l'approche de la saturation $\mathcal{J}_s$; pour le fer, les aciers, les ferronickels irréversibles, etc., ΔE croît également moins vite que $\mathcal{J}$ mais passe par un maximum pour une valeur de $\mathcal{J}$ qui se situe vers la fin de la variation réver-

(*) Séance du 19 mai 1948.

sible de l'aimantation, puis décroît et tend vers une limite qui n'est pas toujours nettement atteinte avec la saturation technique.

Si l'on fait décroître $\mathcal{H}$, tandis que $\mathcal{J}$ diminue suivant la portion de courbe supérieure du cycle qui correspond à la partie réversible de l'aimantation, ΔE décrit une courbe qui se superpose presque exactement avec celle qui a été obtenue pour les champs croissants. Pour $\mathcal{H} = 0$, ΔE ne présente plus, pour l'aimantation rémanente souvent considérable, qu'une valeur très faible.

Entre $\mathcal{H} = 0$ et le champ coercitif $-\mathcal{H}_c$, ΔE diminue et s'annule en même temps que $\mathcal{J}$; enfin lorsque le champ passe de $-\mathcal{H}_c$ à $-\mathcal{H}_{max}$, ΔE croît à nouveau (sans avoir changé de signe), d'abord lentement, puis plus rapidement dans la région où l'aimantation approche de la saturation.

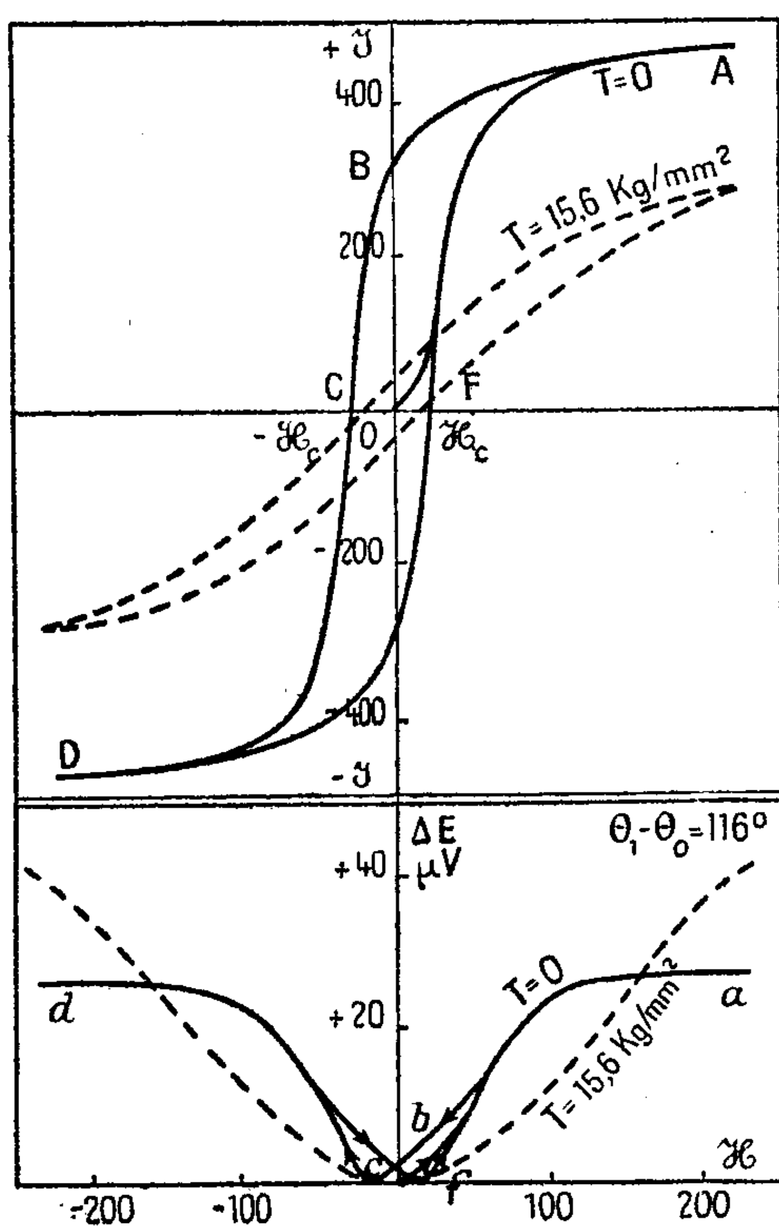


Fig. 1.

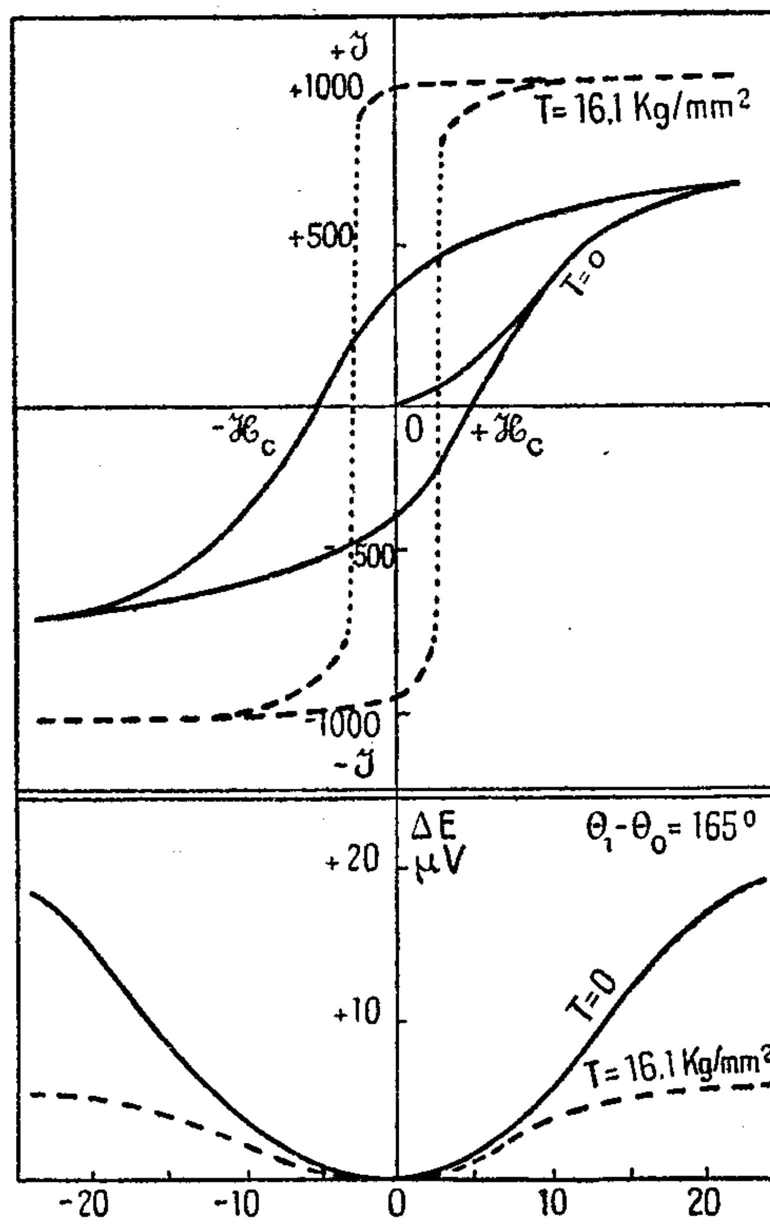


Fig. 2.

Cette comparaison entre les variations de $\mathcal{J}$ et de ΔE fait apparaître nettement une corrélation entre les phénomènes auxquels sont liés la partie réversible de l'aimantation et ceux dont dépend le pouvoir thermoélectrique des ferromagnétiques. L'influence exercée par les traitements thermiques et mécaniques sur la forme des cycles d'hystérèse et sur les déplacements qui en résultent dans les courbes de ΔE permet de conclure dans ce sens; c'est le cas des traitements qui déterminent une séparation des variations réversibles et irréversibles en des régions distinctes du cycle d'aimantation.

De même, l'action exercée par la tension mécanique conduit à un résultat

analogue. Avec le nickel et les cupronickels ferromagnétiques, la traction diminue l'aimantation et les cycles d'hytérèse deviennent de plus en plus plats, la saturation étant pratiquement atteinte pour des valeurs $\mathcal{H}_{max}$ du champ extérieur de plus en plus grandes; corrélativement ΔE_{lim} est atteinte pour des valeurs plus grandes du champ et augmente avec la traction en même temps que la partie réversible de l'aimantation. Les courbes de la figure 1 résument, en exemple, les résultats obtenus avec le nickel : lorsque partant, sans tension mécanique (courbe ———) d'un échantillon recuit désaimanté, on le soumet à un champ longitudinal variable qui lui fait décrire un cycle d'hytérésis OABCDEFA, on observe la variation *abcdfa* de ΔE; lorsqu'on répète les mêmes opérations sur l'éprouvette soumise à une traction de 15,6 kg/mm² on obtient les variations de ΔE représentées par la courbe ----.

Pour le permalloy à 78 % de nickel (et d'ailleurs pour les divers alliages à magnétostriction positive étudiés) la traction augmente l'aimantation à champ constant; pour une valeur suffisante de T (16,1 kg/mm² par exemple) on obtient un cycle presque rectangulaire (*fig.* 2), l'aimantation variant brusquement de $+\mathcal{J}_s$ à $-\mathcal{J}_s$ (1030 UEM) avec effet Barkhausen intense, pour une très faible variation du champ au voisinage du champ coercitif (2,5 Oersteds); ΔE diminue lorsque T augmente corrélativement à la suppression d'une portion croissante de la partie réversible de l'aimantation et n'éprouve aucune modification consécutive à sa variation irréversible devenue considérable.

Avec le permalloy à 81 % de nickel, les effets de la tension mécanique sont sans influence sur ΔE et sur $\mathcal{J}$.

Ces résultats peuvent en outre être rapprochés de ceux que nous avons signalés antérieurement quant au parallélisme existant entre les variations de ΔE et les effets de la magnétostriction.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Observation probable d'un méson 1000 donnant naissance à une étoile cosmique.* Note (*) de MM. **Louis Leprince-Ringuet, Hoang Tchang Fong, Louis Jauneau** et **Daniel Morellet**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Au cours de l'exploration de plaques Ilford exposées au rayonnement cosmique à 4300^m d'altitude, nous avons observé l'étoile double représentée ci-après (*fig.* 1) : l'étoile E_1 émet un méson σ (trace *a*) qui donne naissance à l'étoile E_2. On peut suivre parfaitement la trace du méson σ et cette partie du phénomène ne laisse pas de doute.

D'autre part, l'étoile E_1 semble avoir été engendrée par la particule dont la

(*) Séance du 24 mai 1948.

trace est b qui se dirige de b vers E_1. Voici comment on peut discuter ce dernier point.

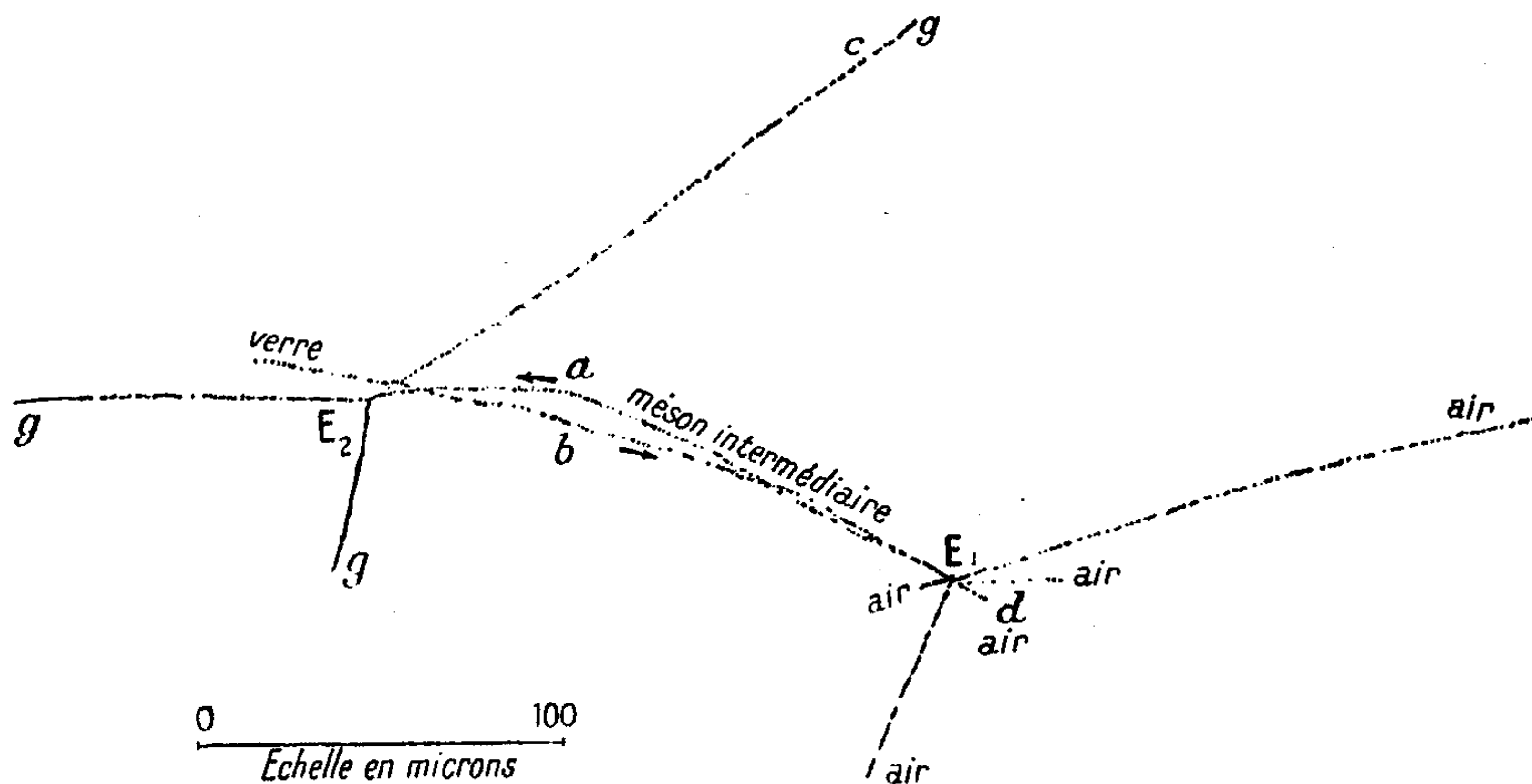


Fig. 1.

1° La trace b passe effectivement par le centre de E_1 : cette coïncidence est certainement exacte à mieux d'un micron près : elle est aussi bonne que l'observation sous fort grossissement avec immersion permet de l'affirmer.

2° Le comptage des grains, traces a, b, c, donne les courbes de la figure 2 : c est un proton issu de E_2 de longueur comparable à a et b. Il ne s'agit que de particules de l'ordre de 200 microns et des fluctuations importantes sont possibles; mais il faut remarquer que b se place entre le méson $\sigma(a)$ et le proton (c) et, que d'autre part, la courbure de sa courbe de comptage est plus accentuée que ne l'est celle du proton : cette comparaison a une certaine valeur puisque les traces sont simultanées.

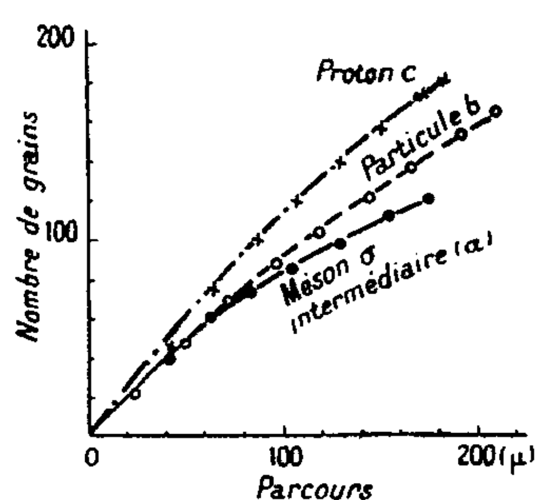


Fig. 2.

3° Ainsi la particule de trace b semble, sans que l'on puisse l'affimer tout à fait, avoir une masse intermédiaire entre celle du méson σ et celle du proton : elle peut correspondre à un méson d'environ 1 000 produisant l'étoile E_1.

4° Le bilan d'énergie de l'étoile E_1 donne, compte tenu de la création du méson σ (qui doit être un $\sigma 315$, car le nombre de branches de E_2 est 3), une valeur d'au moins 400 MeV, ce qui est en bon accord avec la disparition d'un méson de masse supérieure à $800 m_0$.

5° On pourrait éliminer l'hypothèse d'un méson 1000 produisant E_1 en admettant que *b* est la trace d'un proton passant fortuitement par le centre de E_1; la probabilité de cette éventualité est extrêmement faible; signalons toutefois que parmi les branches de E_1, une trace faiblement ionisante (*d*) part presque dans le prolongement de *b*, mais son ionisation paraît plus faible que celle de *b* au voisinage de E_1. L'hypothèse d'un proton fortuit se heurte aussi à la courbure de la courbe de comptage des grains de *b*, courbure qui ne devrait pas être aussi marquée et aussi régulière.

On pourrait aussi supposer qu'il s'agit d'un proton *émis* par l'étoile E_1, mais cela est fort peu vraisemblable, car la courbe de comptage de (*b*) est tout à fait en faveur d'une trajectoire se dirigeant *vers* E_1.

Nous pensons donc que le mécanisme de ce phénomène peut être le suivant : un méson chargé d'une masse supérieure à 800 provoque l'étoile E_1 libérant des fragments nucléaires et créant un méson σ qui, à son tour, produit l'étoile E_2.

Mais nous tenons à préciser notre pensée : une photo unique ne fournit pas une preuve décisive, mais seulement une indication favorable. Il s'agit d'un événement rare et difficile à observer. Il se peut que d'autres physiciens rencontrent un ou plusieurs phénomènes en rapport avec celui que nous présentons : c'est par la conjonction d'un petit nombre de telles observations qu'une certitude pourra s'établir.

Avec la technique de la chambre de Wilson, deux indications ont déjà été fournies sur la possibilité d'existence d'un méson de masse voisine de 1 000 : la première en date, par Leprince-Ringuet et Lhéritier (1) sous la forme d'une collision supposée élastique entre méson de 600 MeV et un électron du gaz de la chambre; la seconde par Rochester et Buttler (2) sous la forme d'une désintégration spontanée probable d'un méson lourd, soit chargé soit neutre, avec émission de mésons plus léger.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la mesure de la thixotropie de suspensions de bentonite.* Note (*) de MM. **Jean Barriol, Jean-Michel Bloch** et **Fernand Kayser**, présentée par M. Paul Lebeau.

La thixotropie, que des suspensions aqueuses de bentonite peuvent présenter, est généralement exprimée par la mesure de leur rigidité. Les appareils

(1) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 618.
(2) *Nature*, **20**, 1947, p. 855.

(*) Séance du 19 mai 1948.

employés s'inspirent en général des travaux de Schwedoff (¹), Bourcart, Florentin et Romanowsky (²) notamment, ainsi qu'Amiot (³), appliquent un couple de torsion croissant à un fil auquel est suspendu un plongeur et comparent cette torsion à l'angle de rotation correspondant du plongeur immergé dans le gel. Cependant, d'autres chercheurs (⁴), en augmentant cette torsion, rompent délibérément la thixotropie plus ou moins profondément dans la masse. Il y a là un facteur difficile à préciser et qui a en outre l'inconvénient de ne pas permettre de faire plusieurs mesures sur une même prise d'essai. Au début de nos recherches dans ce domaine, nous avons utilisé un procédé grossier, capable cependant de donner des renseignements exacts (⁵). Le but de la présente Note est de comparer les résultats obtenus par le procédé au cylindre de laiton (⁵) aux résultats obtenus avec un appareil utilisant un couple de torsion. Nous employons un jeu de cylindres de laiton, creux et lestés, de densité moyenne d_c. La pression maxima P que peut supporter le gel est liée à la hauteur d'émergence x par la formule $P = g[l(d_c - d_0) + xd_0]$. Dans cette formule, d_0 désigne la densité du liquide dispersif, soit pratiquement l'unité, l la longueur totale du cylindre et g l'accélération de la pesanteur, de manière à exprimer P en dynes/cm². On utilise un jeu de cylindres correspondant à des valeurs croissantes de d_c, en partant pour le premier de $d_c = d_0$, de manière à pouvoir mesurer des valeurs de P de plus en plus élevées. La formule établie suppose que la vitesse de chute est très faible, ce qui est réalisé avec la technique décrite (⁵).

La surface plane de la base du cylindre n'intervient pas dans l'équation caractéristique. Ce résultat a été vérifié expérimentalement en employant trois cylindres ayant même densité, mais des diamètres variant de $0^{cm},8$ à $1^{cm},5$: on trouve en effet dans ce cas P = 32,3; 33,3; 32,3 dynes/cm² pour une même suspension.

Nous avons comparé cette mesure de la déformation maxima que le gel peut supporter à la force de cisaillement maxima nécessaire pour rompre la rigidité du gel, en utilisant un couple de torsion. Puisque les suspensions de bentonite thixotropiques sont très homogènes, nous avons pu employer comme plongeur un tube à essai lesté suspendu à un fil de torsion. Un miroir fixé sur le tube donne un spot permettant de repérer la rotation du tube immergé. La torsion est appliquée, au fil, à la main, en faisant tourner un grand rapporteur horizontal solidaire du système. On peut ainsi déterminer :

(¹) *Journ. de Phys.*, 8, 2ᵉ série, 1889, p. 341.

(²) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 682.

(³) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 388.

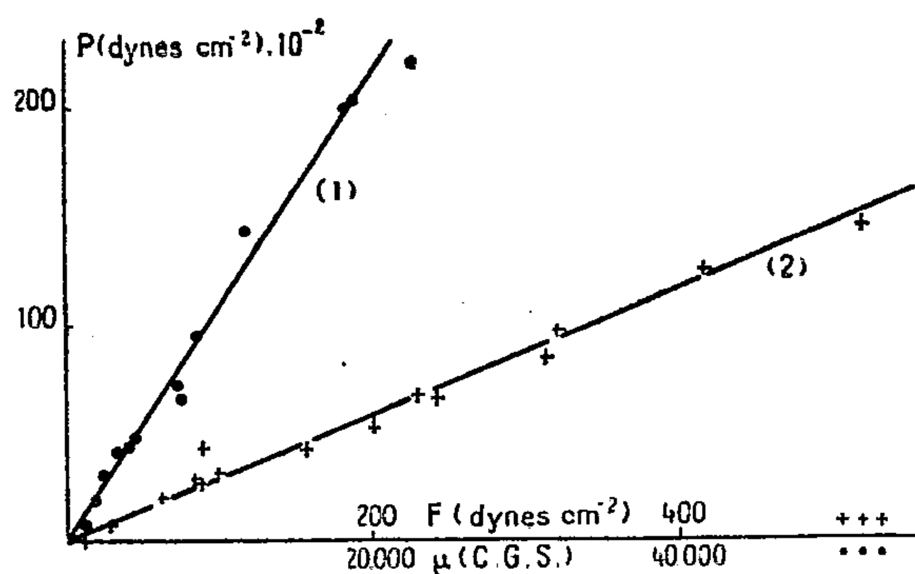
(⁴) Roller et Stoddard, *J. phys. chem.*, 48, 1944, p. 410.

(⁵) F. Kayser et J. M. Bloch, *Bull. Soc. Chim.*, 14, 1947, p. 741.

1. Le module de thixotropie $\mu = C\beta/Sr\alpha$, où C est la constante de torsion du fil; β, l'angle de torsion du fil; r, le rayon du plongeur; S, la surface latérale immergée; α, l'angle de rotation du plongeur.

2. La force par centimètre carré correspondant à la rupture totale de la rigidité $F = C\beta/Sr$.

On pouvait se demander si les deux méthodes que nous venons d'indiquer mesuraient bien le même phénomène. C'est effectivement le cas, car lorsqu'on construit un graphique en portant en abscisses les résultats fournis par l'une des méthodes et en ordonnées ceux fournis par l'autre, on construit bien une droite. Les courbes (1) et (2) ont été obtenues en comparant, pour 20 suspen-



sions de bentonite de concentrations différentes, la pression maxima P (mesurée par la méthode d'enfoncement des cylindres), soit au module de thixotropie μ (courbe 1), soit à la force F d'arrachement par centimètre carré (courbe 2). La méthode des cylindres est plus rapide et permet généralement plusieurs essais simultanés sur un échantillon peu important. Par contre la sensibilité de l'appareil de torsion est bien plus grande. Elle a d'ailleurs été augmentée en dépolissant la surface du tube plongeur. On a expérimenté différents tubes dépolis, obtenus soit par action de l'acide fluorhydrique, soit par meulage, et caractérisés par leur transparence. Les valeurs mesurées du module de thixotropie sont bien indépendantes du tube, seule la force d'arrachement varie. On a pu mesurer ainsi des thixotropies très faibles qui n'avaient pu être mises en évidence par emploi d'un tube non dépoli.

En résumé, une mesure de la thixotropie peut se faire soit par la méthode d'enfoncement qui est très rapide et commode, soit par la méthode de torsion, plus longue, très sensible et qui permet une mesure absolue de la thixotropie dans un très large domaine si l'on choisit convenablement le fil de torsion : les résultats fournis par ces deux méthodes sont comparables entre eux.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Une nouvelle méthode d'étude des réactions chimiques rapides par ciné-spectrographie*. Note (*) de M. **Marcel Laporte**, présentée par M. Frédéric Joliot.

La présente Note a pour but d'indiquer le principe et les moyens d'une méthode nouvelle que nous appellerons la *ciné-spectrographie* qui est applicable aux recherches de cinétique chimique, même dans le cas difficile des réactions très brèves.

Principe de la méthode. — On fait passer à travers une cuve à parois transparentes qui contient les substances dont on désire étudier la réaction des éclairs lumineux (visible, ultraviolet ou infrarouge) périodiques, chaque éclair ayant une durée très courte, de l'ordre de 10^{-5} seconde. Cet éclairage intermittent est obtenu par des décharges périodiques, non oscillantes, d'un condensateur à travers un tube à gaz choisi de façon que le rayonnement émis fournisse un spectre continu, dans le visible, l'ultraviolet ou l'infraroupe.

Il a été établi que tel est le cas des gaz rares et plus particulièrement du krypton et du xénon ([1]).

La lumière qui a traversé la cuve est conduite, par miroirs ou prismes à réflexion totale, sur la fente d'un spectrographe; on obtient ainsi le spectre d'absorption du milieu réactif à l'instant précis de la décharge; cet instant est déterminé avec la précision de la durée de l'éclair, soit par exemple 1/100000 de seconde.

Les éclairs successifs n'étant pas rigoureusement identiques entre eux, il est nécessaire de prendre, en même temps que le spectre d'absorption, un spectre d'émission de référence pour chaque éclair.

A cette fin, la lumière émise par le tube à décharge est partagée également (on utilise pour cela un tube à décharge muni d'électrodes latérales); la lumière émise par l'une des extrémités du tube traverse la cuve à réaction puis est dirigée vers la partie supérieure de la fente du spectrographe tandis que la lumière émise par l'autre extrémité du tube est dirigée, par un système de prismes ou de miroirs identiques, vers la partie inférieure de cette fente.

Dans l'un de nos essais, la cuve a été remplie aux deux tiers d'une solution de permanganate de potassium; le dispositif ayant été mis en route (déclenchement des éclairs et entraînement du film), on a achevé de remplir la cuve avec une solution d'eau oxygénée; la décoloration complète du permanganate a duré un peu moins de trois secondes; on a enregistré sur le film environ 150 couples de spectres d'absorption et d'émission.

(*) Séance du 24 mai 1948.

([1]) *J. de Phys.*, 9, 1938, p. 228.

Il reste à voir comment l'on peut utiliser un tel document pour déterminer la cinétique de la réaction, c'est-à-dire obtenir la loi de variation en fonction du temps de la concentration C de l'un des produits réactifs, par exemple celle du permanganate.

On démontre facilement que si l'absorption suit la loi de Beer, c'est-à-dire si le flux, f, qui a traversé la cuve est lié au flux incident sur elle par la relation

$$f = F.e^{-\alpha_\lambda L.C} \tag{1}$$

(e, base des logarithmes naturels; α_λ, coefficient d'absorption pour une radiation de longueur d'onde : λ; L, épaisseur de la cuve), et, si le film est convenablement exposé dans la région de la longueur d'onde : λ, sur les deux spectres; on a

$$C = A_\lambda (D - d), \tag{2}$$

c'est-à-dire que *la concentration du corps absorbant est proportionnelle à la différence des densités photographiques sur le spectre de référence, soit* D, *et sur le spectre d'absorption, soit* d.

A_λ étant une constante qui ne dépend que de la longueur d'onde.

Or, on sait que l'enregistrement des clichés photographiques au microphotomètre permet d'obtenir les densités photographiques; certains modèles de microphotomètres enregistreurs donnent même, tel celui de M. Vassy, directement ces densités.

Avec un tel appareil, la détermination de la variation de la concentration en fonction du temps s'obtient avec une facilité extrême : il suffit d'explorer le film, de façon à suivre sur les couples successifs de spectres enregistrés les densités relatives à une même petite bande spectrale, dans la région, par exemple, d'un maximum d'absorption.

Si les éclairs successifs étaient rigoureusement identiques, les densités D, sur les différents spectres de référence seraient égales, les points correspondants se placeraient sur une même droite horizontale, la loi de variation de la différence D — d, et, par suite, celle de la concentration, se trouverait tracée d'elle-même, les ordonnées étant rapportées à cette droite horizontale, la graduation des abscisses étant faite d'elle-même en cinquantièmes de seconde.

Il est important de remarquer que l'examen des spectres d'absorption successifs permet de révéler la présence d'une ou plusieurs bandes caractéristiques d'un produit intermédiaire dont on pourra suivre l'évolution au cours du temps; les renseignements ainsi fournis pourront servir à expliquer la cinétique de la réaction telle que l'expérience l'aura mise en évidence.

RADIOCHIMIE. — *Action des rayonnements ionisants sur l'iodure d'éthyle.* Note (*) de MM. **Marc Lefort**, **Paul Bonét-Maury** et **Marcel Frilley**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Étant donnée la facilité avec laquelle la liaison iode-radical-éthyle est rompue sous l'action des photons de lumière visible, nous avons étudié son comportement vis-à-vis de divers rayonnements ionisants dans le but de réaliser un dosage radiochimique commode de ces rayonnements. Le poids atomique élevé de l'iode assure une absorption importante des rayons X même par une faible épaisseur de liquide.

Techniques. — Les techniques d'irradiation ont été décrites dans de précédentes publications ([1]) et utilisent les rayons α du polonium ou du radon dissous dans l'iodure d'éthyle ([2]). Pour les rayons X, outre le tube à anticathode de molybdène déjà décrit donnant une longueur d'onde efficace de 0,95 Å, nous avons utilisé un tube Holweck à rayonnement mou de 4 Å avec une anticathode d'argent fonctionnant sous 4500 volts. La dose est mesurée dans une chambre d'ionisation spéciale absorbant la totalité du rayonnement. Le titrage de l'iode libéré par l'irradiation s'effectue colorimétriquement avec le photocolorimétrie de Bonét-Maury ([3]), après étalonnage préalable donnant la quantité d'iode en fonction de la densité optique mesurée avec un écran coloré convenable (Wratten n° 12).

Résultats. — La figure 1 groupe les données expérimentales obtenues avec les rayons α du polonium et du radon, soit à 18° soit à — 196° dans l'azote liquide, ainsi que celles relatives aux rayons X de 0,95 Å. On observe une bonne proportionnalité entre la dose totale de rayonnement exprimée en ergs ou en électrons-volts ([4]) et la quantité d'iode formée. La figure (1 *bis*) est relative au début de la courbe pour les faibles doses et comprend quelques points obtenus avec les rayons X mous de 4 Å. Des doses plus élevées avec ce rayonnement nécessiteraient en effet des durées de fonctionnement du tube de plusieurs heures. Les quatre points observés se placent de façon satisfaisante sur la courbe relative aux rayons X de 0,95 Å. Les deux courbes obtenues

---

(*) Séance du 24 mai 1948.

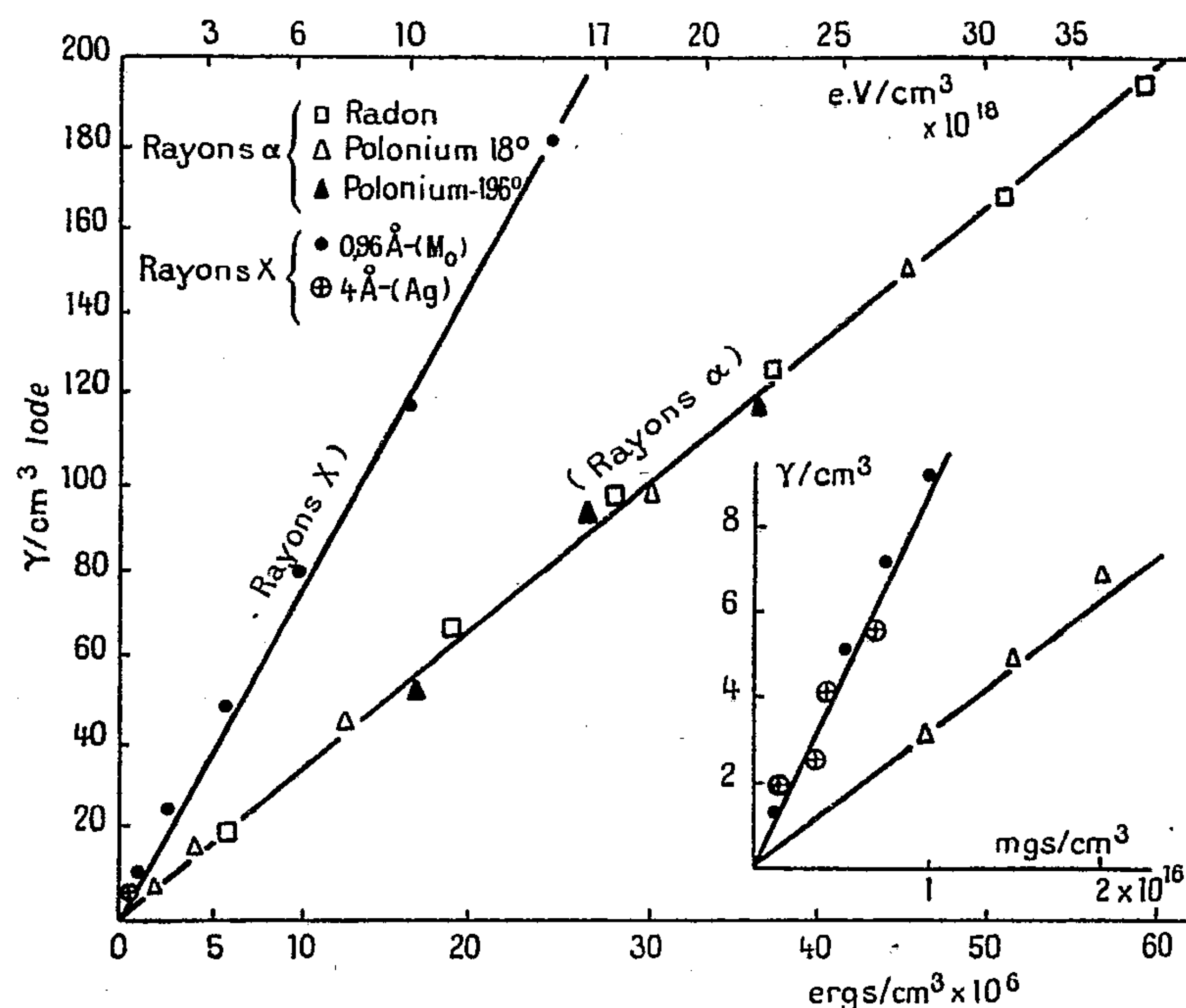
([1]) P. Bonét-Maury et M. Frilley, *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 400; P. Bonét-Maury, *J. Chimie Physique*, 1942, p. 115.

([2]) En reprenant par l'iodure d'éthyle une solution chlorhydrique 0,3 N de polonium évaporée à sec sur bain-marie, 60 % environ de l'activité totale passe dans l'iodure d'éthyle.

([3]) *C. R. Soc. Biol.*, 135, 1941, p. 197.

([4]) L'ignorance complète de la distribution des ions dans l'iodure d'éthyle ne permet pas d'exprimer la dose en paires d'ions comme on le fait généralement pour les solutions aqueuses. Les auteurs américains utilisent souvent l'unité G correspondant à 100 eV ou à la formation de 3 paires d'ions dans l'air.

avec les rayons X et les rayons α sont bien distinctes et montrent que, comme pour la décomposition de l'eau ([5]), le mode d'action des deux rayonnements est différent; la densité linéaire d'ionisation du rayonnement joue également un rôle important dans la décomposition radiochimique de l'iodure d'éthyle.



Si l'on admet qu'une partie de l'énergie du rayonnement sert à exciter les molécules d'iodure d'éthyle et que certaines de ces molécules peuvent être dissociées en iode et C_2H_5 par chocs mutuels, il semble compréhensible que le rendement soit plus élevé avec les rayons X à faible densité ionique qu'avec les rayons α à ionisation dense, la répartition de l'énergie d'excitation étant meilleure avec les rayons X.

Le poids atomique élevé de l'iode comparé à celui des éléments constituant l'eau ou les tissus ne permet pas de réaliser un dosage radiochimique dans des conditions comparables à celles des irradiations de tissus. Des recherches sont en cours pour obtenir dans des milieux aqueux analogues à ceux des cellules vivantes un dosage photocolorimétrique simple des rayonnements ionisants avec une sensibilité supérieure à celle de la méthode au sulfate de titane que nous avons précédemment décrite ([1]). L'iodure d'éthyle peut être utilisé par contre pour doser convenablement l'énergie totale émise par une source de rayonnement donnée.

([5]) P. Bonét-Maury et M. Lefort, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1445.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Structure électronique des hydrocarbures aromatiques à 4 noyaux benzéniques accolés. Étude par la méthode des orbitales moléculaires.* Note (*) de MM. **Gaston Berthier, Charles A. Coulson, Harry H. Greenwood** et Mme **Alberte Pullman.**

Cette Note forme l'introduction à l'étude systématique de la structure électronique des substances cancérigènes par la méthode des orbitales moléculaires. Les travaux précurseurs de Schmidt (¹) étant mis à part, cette étude a été développée jusqu'ici par A. Pullman (²), exclusivement dans le cadre de la mésomérie. L'utilisation de la méthode des o. m. doit permettre d'obtenir une homogénéité plus grande dans les approximations employées et d'introduire le facteur énergétique négligé jusqu'ici.

Nous avons cherché d'abord à déterminer la structure des hydrocarbures à 4 noyaux benzéniques accolés, car ce sont les composés de base dont dérivent les groupes les plus importants des corps cancérigènes. La systématique employée dans la construction des diagrammes ci-dessous (indices de liaison et de valence libre) est celle de Coulson (³). Rappelons que la structure électronique des molécules aromatiques moins compliquées a été déterminée au moyen de la méthode des o. m. par Coulson et Longuet-Higgins (⁴), et que les diagrammes de mésomérie des corps étudiés ici ont été donnés par A. Pullman (²).

	Énergie de résonance.		Énergie d'excitation.	
Composé.	En négligeant l'intégrale de recouvrement (en unité β).	En tenant compte de l'intégrale de recouvrement (en unité γ).	En négligeant l'intégrale de recouvrement (en unité β).	En tenant compte de l'intégrale de recouvrement (en unité γ).
1.2-benzanthracène......	7,1012	3,5027	0,9046	0,9163
3.4-benzophénanthrène..	7,1874	3,5840	1,1352	1,1586
Chrysène...............	7,1900	3,5872	1,0402	1,0581
Triphénylène...........	7,2745	3,6658	1,3681	1,4093
Naphtacène.............	6,9316	3,3400	0,5900	0,5935
Pyrène.................	6,5055	3,2121	0,8901	0,9012

Les diagrammes ci-contre montrent un assez bon accord général avec les résultats de la méthode de la mésomérie et confirment l'*existence sur la région mésophénanthrénique des molécules à noyaux latéraux d'une zone particu-*

(*) Séance du 19 mai 1948.

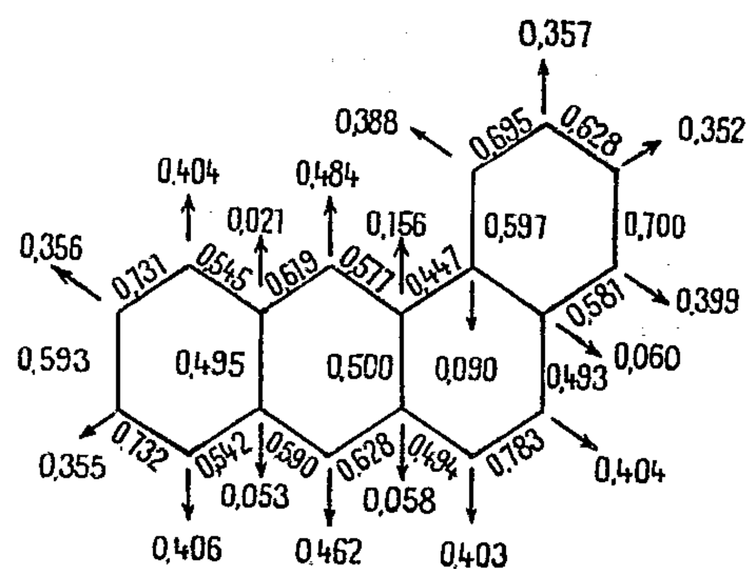
(¹) *Voir* par exemple, *Naturwiss.*, **29**, 1941, p. 146.

(²) *Voir* par exemple, *Annales de Chimie*, **2**, 1947, p. 5 et *Bull. du Cancer*, **33**, 1946, p. 120; **34**, 1947, p. 245.

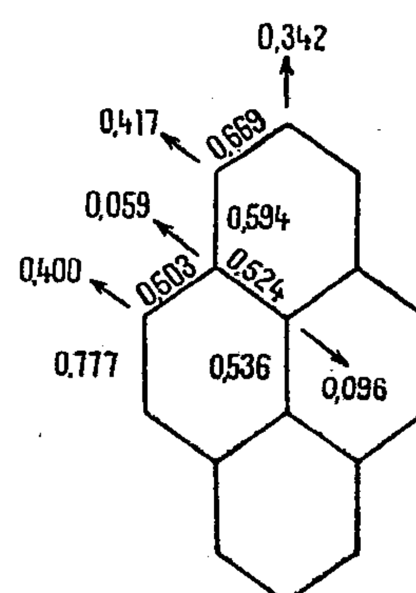
(³) *Trans. Faraday Soc.*, **42**, 1946, p. 106 et 265; C. A. Coulson et H. C. Longuet-Higgins, *Proc. Roy. Soc.*, A, **191**, 1947, p. 39; A, **192**, 1947, p. 16.

(⁴) *Rev. Scient.*, **84**, 1947, p. 929.

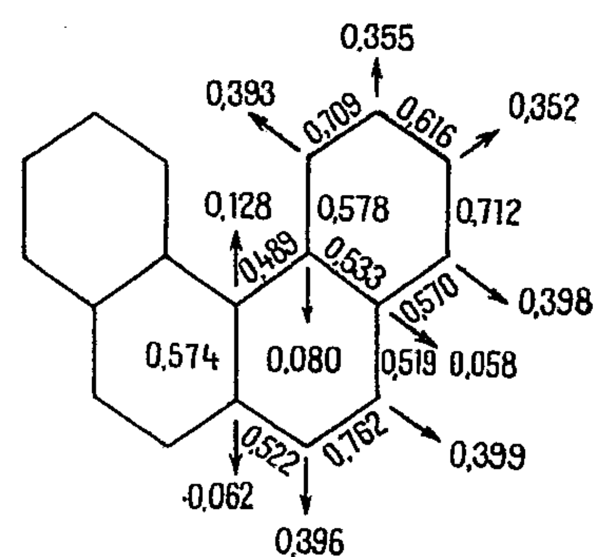
lière (K) *caractérisée par un fort indice de liaison associé à des forts indices de valence libre, et dont l'existence a été considérée comme nécessaire à l'apparition du pouvoir cancérigène* [2]. On constate pourtant certaines modifications de l'ordre dans lequel ces molécules avaient été classées et l'interprétation en sera donnée plus tard.



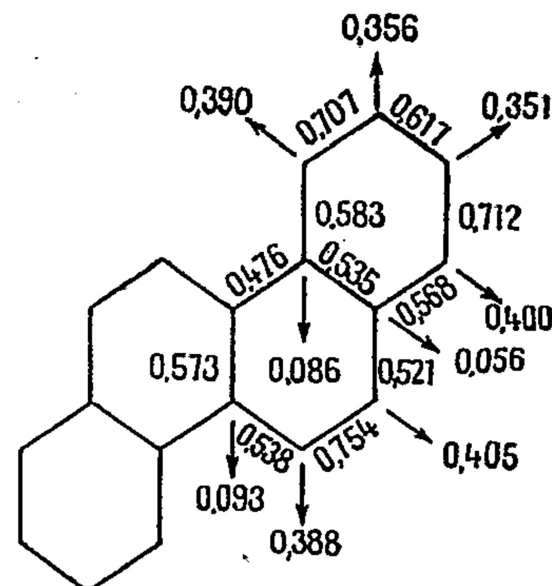
1,2- Benzanthracène



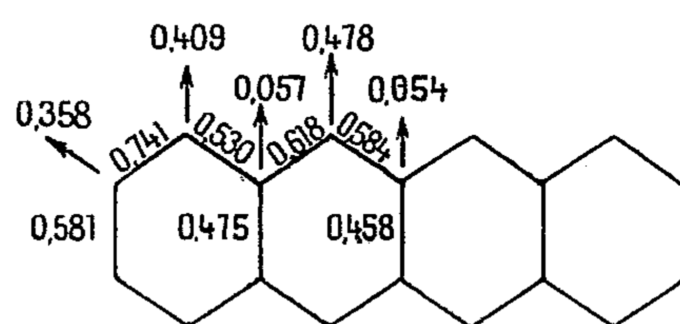
Pyrène



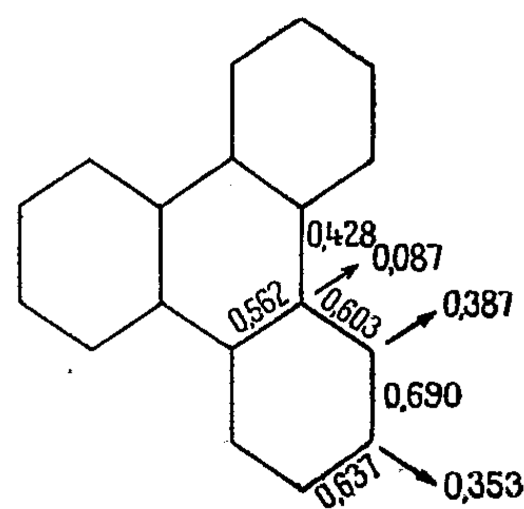
3,4 - Benzophénanthrène



Chrysène



Naphtacène



Triphénylène

Les diagrammes précédents permettent de rendre compte, mieux que ceux de mésomérie, des résultats expérimentaux récents de Badger et Reed [5]

---

(5) *Nature*, **161**, 1948, p. 238.

indiquant que l'addition du tétraoxyde d'osmium s'effectue plus facilement sur la région K du 1.2-benzanthracène que sur celle du phénanthrène, car l'indice de liaison aussi bien que les indices de valence libre sont sur les diagrammes orbitaux plus élevés dans la première de ces molécules. L'interprétation serait plus difficile si l'une seulement de ces deux sortes de grandeurs était supérieure dans une de ces molécules, car l'importance relative du rôle des indices de liaison et de valence libre dans les réactions d'addition n'est pas connue exactement.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Étude photométrique sur certaines réactions du soufre libre de nature colloïdale.* Note (*) de M. **Henri Garcia-Fernandez**, présentée par M. Louis Hackspill.

Dans une Note précédente ([1]) nous avons étudié les belles réactions colorées que le soufre libre dissous dans l'acétone donne en présence des alcalis (potasse ou soude).

L'analyse optique des solutions ainsi obtenues, ainsi que l'électrophorèse, pratiquée sur une tension de 90 volts, et l'étude des réactions de floculation avec les acides, ont montré que ces réactions colorées étaient dues, à leur

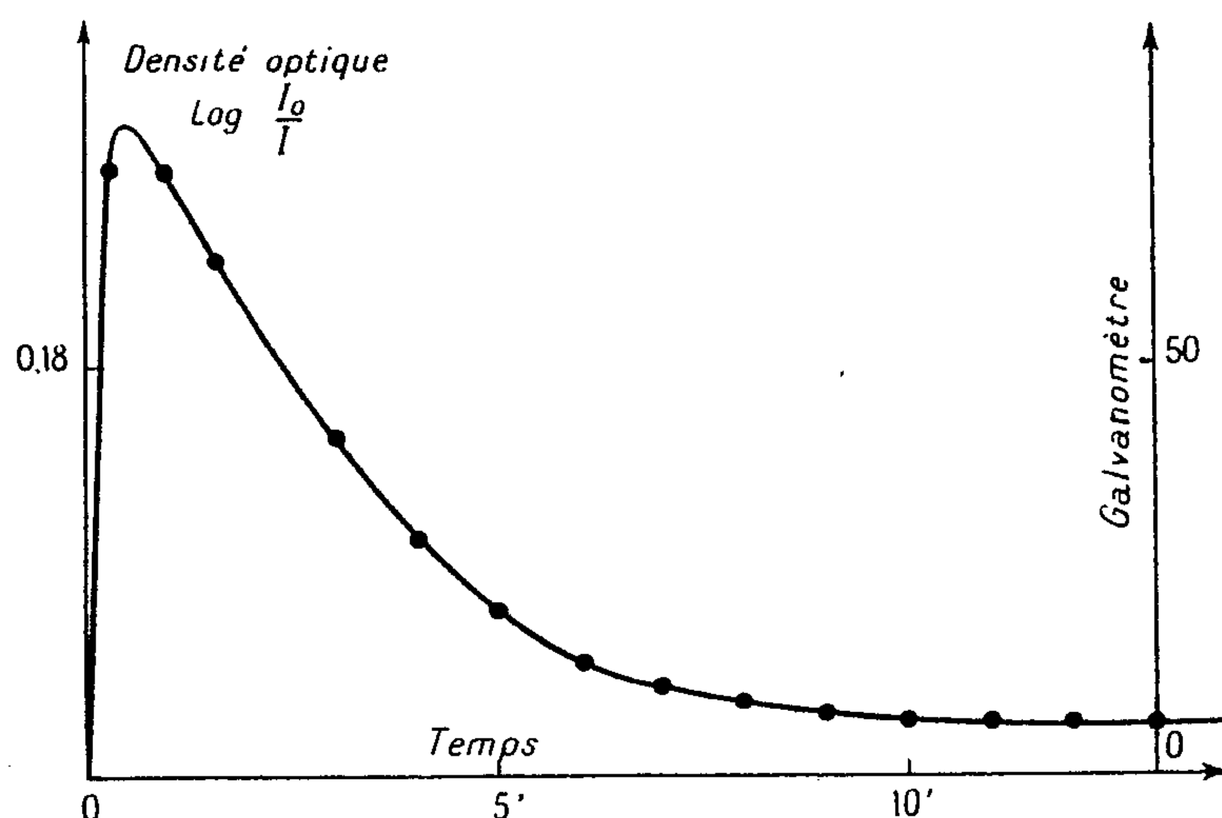


Fig. 1.

origine, à la formation de cétosols du soufre très dispersés. Ces colorations vont du bleu ciel au vert foncé, suivant la concentration du soufre élémentaire dissous dans l'acétone. Ces réactions sont très sensibles et spécifiques du soufre libre.

(*) Séance du 24 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 344-346.

L'étude photométrique ([2]) (*fig.* 1) montre qu'après l'addition du réactif alcalin, les solutions acétoniques atteignent après 3 à 5 secondes, leur maximum de densité optique; la couleur reste stable pendant 4 à 5 secondes et décroît lentement jusqu'à décoloration.

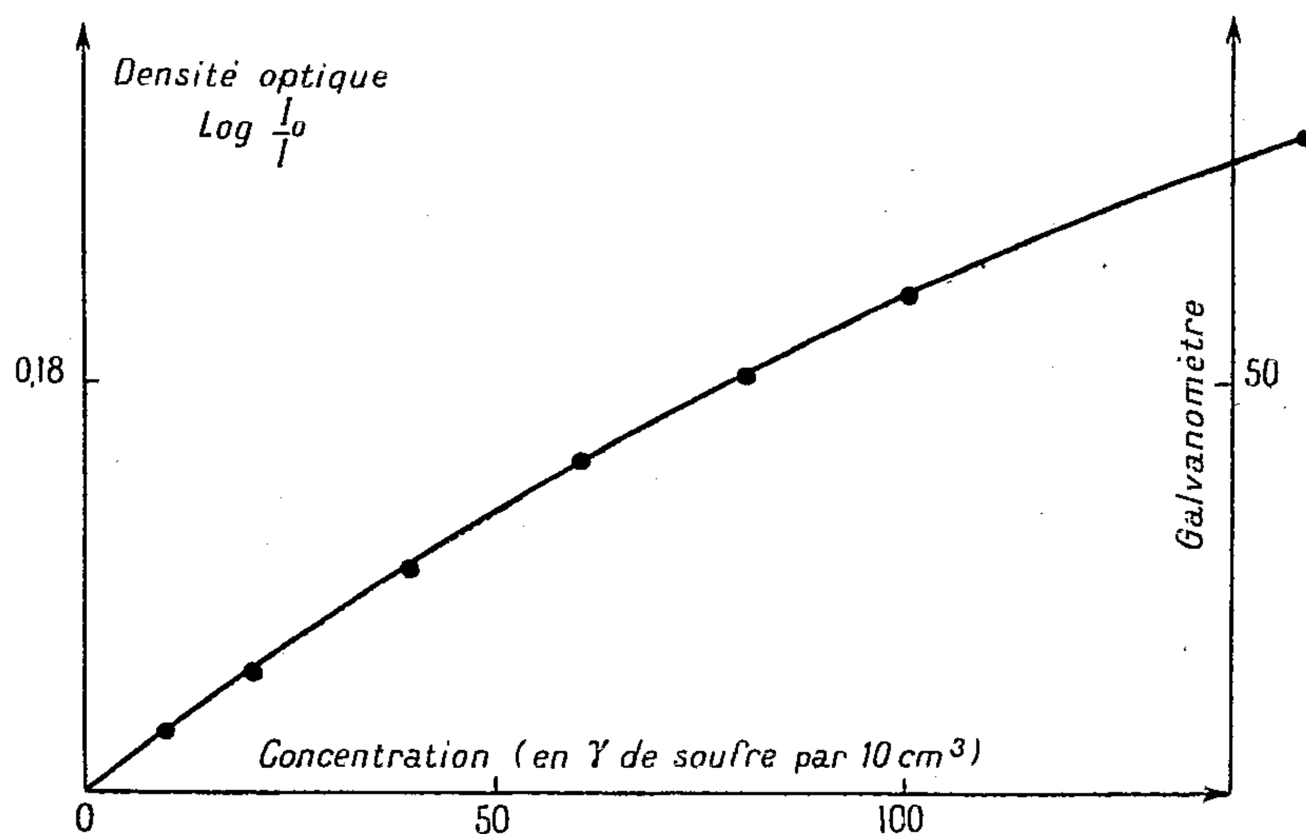


Fig. 2.

Les maxima de densité optique obtenus sont fonction de la concentration, mais ne suivent pas exactement la loi de Lambert-Beer; la courbe obtenue est une courbe logarithmique (*fig.* 2).

On peut opérer sur de faibles concentrations allant jusqu'à 150-200γ de soufre dissous dans 10$^{cm^3}$ d'acétone, en étalonnant un appareil avec une solution d'acétone de concentration connue. Cette méthode peut être utilisée pour le microdosage du soufre élémentaire et complète la méthode gravimétrique de détermination du soufre libre par extraction avec le sulfure de carbone, lorsque la quantité séparée par le solvant est seulement de l'ordre de quelques γ.

On a employé avec succès cette méthode de microdosage du soufre élémentaire dans les minerais, les produits chimiques et les eaux sulfureuses.

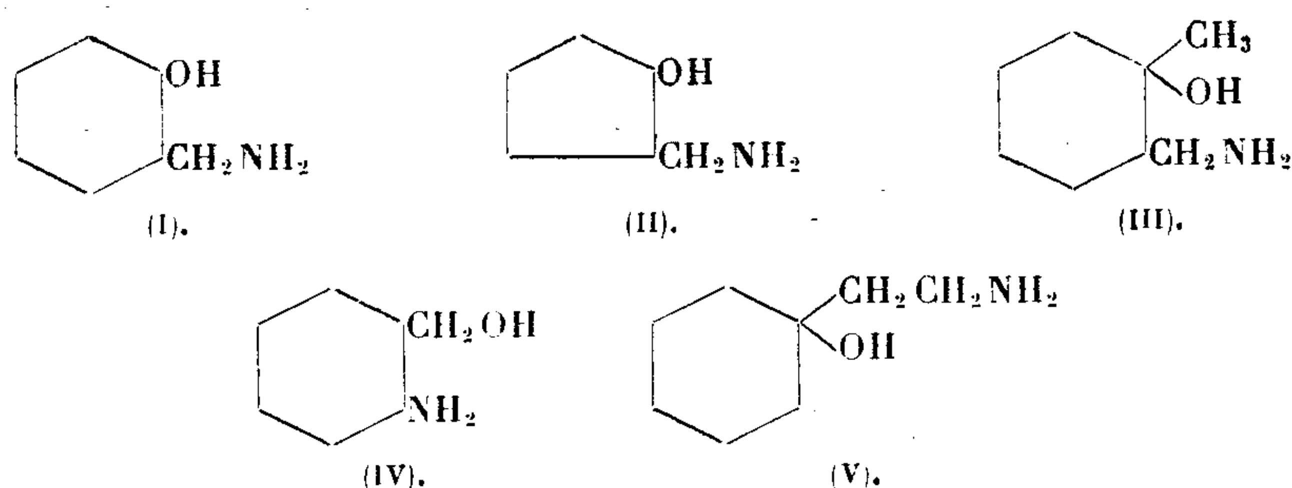
CHIMIE ORGANIQUE. — *Désamination nitreuse de quelques (aminométhyl)-2 cyclanols.* Note (*) de MM. **Max Mousseron**, **Jean Jullien** et **François Winternitz**, présentée par M. Marcel Delépine

Dans une Note précédente ([1]), nous avons fait connaître les (aminométhyl)-2 cyclanols dont nous étudions ici la désamination nitreuse.

([2]) Nous employons l'Électrophotomètre Meunier, Jobin et Ivon.

(*) Séance du 24 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 91.



Certains auteurs avaient montré (²) que la désamination nitreuse des amino-2 cyclanols conduisait en général, à la suite de transpositions moléculaires, à des produits aldéhydiques ou cétoniques à côté des glycols.

Nous avons vérifié que le méthyl-1 (aminométhyl)-2 cyclohexanol (III), l'amino-2 méthylolcyclohexane (IV) et l'aminoéthyl-1, cyclohexanol (V) ne donnent que des glycols. Par contre, apparaissent des produits carbonylés dans la désamination des aminocyclanols (I) et (II), mettant ainsi en évidence des transpositions moléculaires non encore décrites.

Ces aminocyclanols ont été préparés par réduction à l'alcool-sodium des cyano-2 cyclanols, eux-mêmes obtenus par deux voies différentes (¹) : condensation du cyanure de potassium sur les chloro-2 cyclanols et réduction par l'isopropylate d'aluminium des cyano-2 cyclanones.

Dans le premier cas, la désamination nitreuse donne exclusivement comme produit carbonylé, la méthyl-2 cyclohexanone pour (I) et la méthyl-2 cyclopentanone pour (II). Le deuxième cas n'a pu être étudié que pour (I) : on obtient un mélange de méthyl-2 cyclohexanone et de méthylalcyclohexane.

Ces résultats appellent les remarques suivantes :

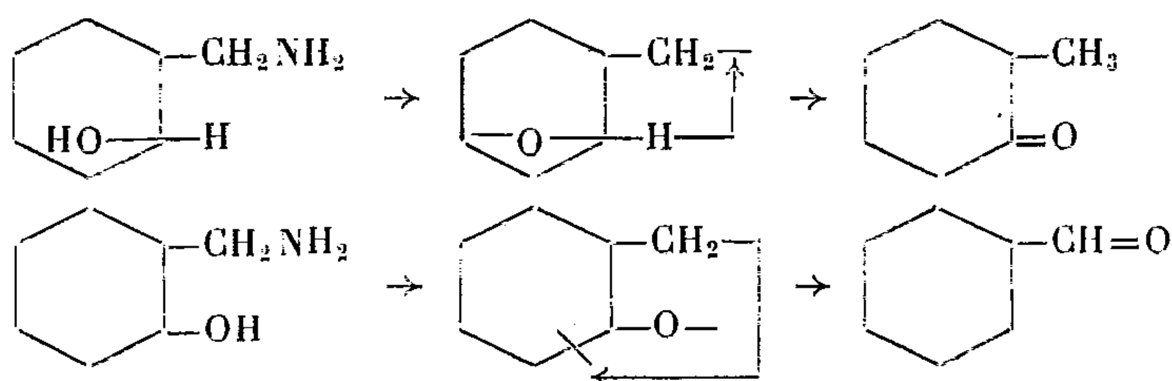
L'action du cyanure de potassium sur le chloro-2 cyclohexanol donne un produit fondant à 46° et infractionnable par cristallisation, constitué par un seul des isomères *cis* et *trans* possibles (vraisemblablement *trans*). Ce fait est confirmé par l'absence de réactions dans l'action du cyanure de potassium sur le chloro-2 cyclohexanol *cis*. La méthyl-2 cyclohexanone obtenue correspond donc au produit de réarrangement lors de la désamination de l'(aminométhyl)-2 cyclohexanol *trans*.

La réduction par l'isopropylate d'aluminium de la cyano-2 cyclohexanone donne un mélange de cyano-2 cyclohexanols *cis* et *trans* conformément aux résultats concernant la chloro-2 cyclohexanone (³). Le méthylalcyclohexane formé à côté de la méthyl-2 cyclohexanone semble donc correspondre à l'isomère *cis*.

(²) GODCHOT et MOUSSERON, *ibid.*, **198**, 1934, p. 2000; TIFFENEAU, WEILL et Mlle TCHOUBAR, *ibid.*, **205**, 1937, p. 54.

(³) MOUSSERON et COMBES, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, **14**, 1947, p. 604.

Nous sommes ainsi amenés à proposer les schémas de réaction :



L'étude de l'(aminométhyl)-2 cyclopentanol n'a pu être abordée; en effet, l'action du cyanure de potassium sur la chloro-2 cyclopentanone ne conduit pas à la cyano-2 cyclopentanone ([4]), mais à l'époxy-1.2 cyano-1 cyclopentane ([5]), comme dans certains cas.

C'est ainsi que le produit obtenu, $É_{16}$ 119°; n_D^{25} 1,4576; d_{25}^{25} 1,026, ne donne ni semicarbazone, ni coloration avec le chlorure ferrique; par contre il se laisse décomposer en cyclopenténone et acide cyanhydrique par le méthylate de sodium, l'isopropylate d'aluminium ou encore le sodium, contrairement aux cyanocétones cyclopentanique et cyclohexanique ([6]).

Étude des diols. — Le méthylol-2 cyclohexanol obtenu dans la désamination nitreuse de l'(aminométhyl)-2 cyclohexanol *trans* conduit à un diparanitrobenzoate fusible à 103°(CH_3COOH), comme le glycol obtenu par réduction de l'ester méthylique de l'acide cyclohexanol-2 carboxylique provenant lui-même de la saponification du cyano-2 cyclohexanol fondant à 46° (*trans*). Au contraire le méthylol-2 cyclohexanol, préparé par réduction catalytique au nickel et au platine de la méthylol-2 cyclohexanone et de l'hydroxyméthylène-2 cyclohexanone ([7]), est constitué pour 90 % de l'isomère dont le diparanitrobenzoate fond à 134°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Autoxydation du mésophénylanthranol : formation simultanée de deux peroxydes.* Note (*) de M. **Jean Rigaudy**, présentée par M. Charles Dufraisse.

Au cours d'un travail sur la constitution du peroxyde (VI) que donne le mésophénylanthranol (I) par autoxydation ([1]), j'ai observé la formation

([4]) Best et Thorpe, *J. Chem. Soc.*, 95, 1909, p. 710.

([5]) Favrel et Prevost, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 49, 1931, p. 243.

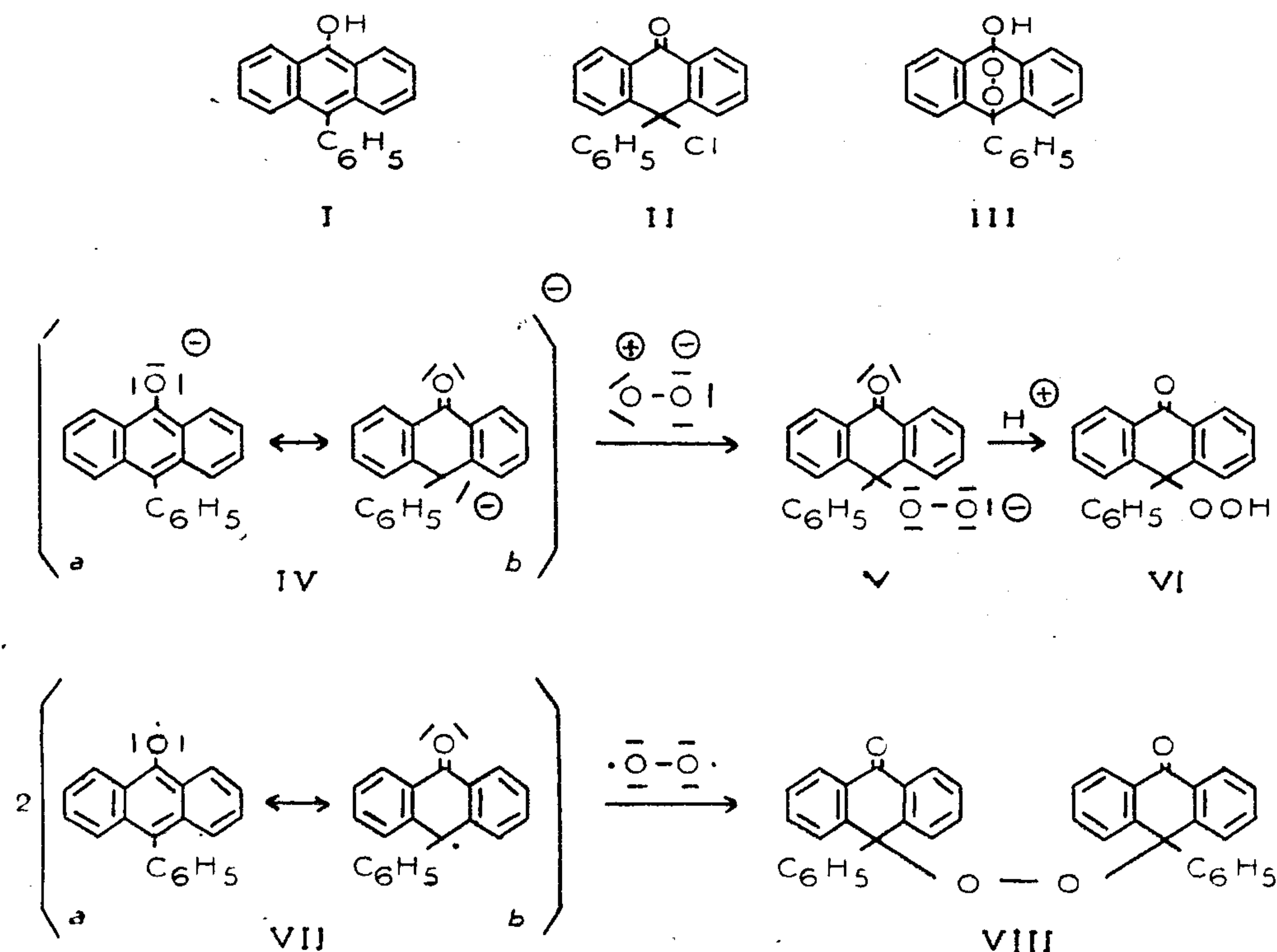
([6]) Auwers, Bahr et Frese, *Ann. der Chemie*, 441, 1925, p. 68.

([7]) Matti, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 51, 1932, p. 974; Gault, *Chemica e Industria*, 20, 1938, p. 286; Rupe et Klemm, *Helv. chim. Acta*, 21, 1938, p. 1538.

(*) Séance du 10 mai 1948.

([1]) Ch. Dufraisse, A. Étienne et J. Rigaudy, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1773.

constante, dans cette réaction, d'une petite quantité d'un composé peu soluble. La détermination de la structure du peroxyde (VI) ayant été très délicate, il semblait souhaitable d'élucider la nature de ce deuxième produit, bien que sa production puisse paraître accessoire; mais cette étude s'est imposée, dès que j'ai eu reconnu qu'il s'agissait d'un second peroxyde.



Je viens, en effet, d'établir que ce corps est le peroxyde de mésophénylanthronyle (VIII). C'est ce que montrent les données de l'analyse et un deuxième mode de formation, qui est celui des peroxydes du genre trityle. Si l'on traite la phénylchloranthrone (II) par l'iodure de sodium en solution acétonique, l'atome de chlore, très mobile, est déplacé et il se développe une intense coloration rouge due au radical libre (VII); par agitation à l'air, cette coloration disparaît instantanément, ne laissant subsister que la teinte jaunâtre de l'iode libéré, et l'on voit se déposer des cristaux de peroxyde (VIII). On obtient, d'ailleurs, celui-ci avec un meilleur rendement, par action du mercure sur une solution benzénique de phénylchloranthrone, en présence d'oxygène. Cette dernière réaction avait été déjà mise en œuvre par Liebermann et ses collaborateurs (²), mais le produit qu'ils ont obtenu fondait à 219°, tempéra-

(²) C. Liebermann, A. Glawe et S. Lindenbaum, *Ber.*, 1904, 37, p. 3337 (voir aussi *Chem. Soc.*, 1945, p. 657); *Sur le radical libre*, voir également W. Schlenk et J. Renning. *Liebigs Ann.*, 394, 1912, p. 191.

ture très éloignée de celle que j'ai observée pour la fusion instantanée du produit pur, soit 290°. L'écart entre les deux points de fusion est vraisemblablement dû à quelque impureté du produit fondant bas et aussi pour une part aux différences des techniques d'évaluation de ces points de fusion.

Reste maintenant à déterminer l'origine du corps dans l'autoxydation du phénylanthranol. Il doit provenir du radical (VII) tout comme dans la réaction de Liebermann. Mais ici le radical libre résulte de l'enlèvement, non plus d'un atome de chlore électriquement neutre à la phénylchloranthrone (II), mais d'un atome d'hydrogène électriquement neutre au phénylanthranol (I). Ceci résulterait d'une première oxydation de la molécule par l'autre peroxyde; ce serait l'analogue des oxydations de phénols en radicaux libres, signalés maintes fois sous le nom de radicaux à *oxygène monovalent* ([3]). Ce radical libre est en état de mésomérie entre plusieurs formules limites parmi lesquelles (VII*a*) et (VII*b*), ce qui lui donne la possibilité de réagir à l'oxygène sous la forme (VII*b*).

A l'appui de ce mécanisme, rappelons le fait qu'on n'obtient jamais de peroxyde (VIII) au cours de l'autoxydation en solution alcaline, où le phénylanthranol est sous la forme d'anion et s'oxyde exclusivement comme tel, (IV) à (VI); alors que la formation du radical exige du phénylanthranol libre (I).

On sera frappé par la complexité de l'autoxydation de ce dernier corps, si l'on remarque que la molécule (I) est susceptible de conduire par trois voies différentes aux trois principales structures de peroxydes actuellement connues, savoir :

— à la structure hydroperoxydique (VI), probablement par oxydation à l'état ionique suivant un mécanisme discuté par ailleurs ([1]), et rappelé ci-dessus;

— à la structure classique des peroxydes de trityle (VIII) par oxydation à l'état moléculaire;

— et enfin, théoriquement tout au moins, à la structure endoperoxydique (III), relevant de la photoxydation.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure du Djebel Sidi Marouf et de ses abords* (*chaîne Numidique-Algérie*). Note (*) de M. **Michel Durand-Delga**, présentée par M. Paul Fallot.

Une dizaine de kilomètres au sud-ouest du Moul ed Demamène ([1]), le Sidi Marouf dresse son arête, culminant à 1268^m. C'est, en plan, un quadrila-

---

([3]) Voir en particulier S. Goldschmidt, *Ber.*, 55, 1922, p. 3194 et mémoires suivants.

(*) Séance du 31 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1826,

tère de terrains jurassiques, orienté E-W, long de 5 à 6^{km}, large de 2. Il domine des dépressions occupées par des schistes crétacés; celle qui le borde au Sud est empruntée par l'Oued Itera. Ce massif a été sommairement étudié par L. Joleaud ([2]).

La dépression au nord du djebel est creusée dans des schistes calcareux à Inocérames, du Crétacé supérieur. Immédiatement au Sud se dresse l'arête sommitale : elle est constituée par des calcaires sublithographiques, du Lias inférieur (200^m), souvent séparés du Crétacé, sur la pente nord, par des dolomies brunes (50^m) et par des schistes bariolés et cargneules du Trias; ces trois séries sont verticales, en contact avec le Crétacé supérieur, très froissé. Le versant méridional du chaînon montre des couches jurassiques, de plus en plus récentes à mesure que l'on descend la pente; elles ne sont plus, comme l'étaient les assises précédentes, verticales, mais s'inclinent vers le Nord, en série renversée; le pendage est de moins en moins accentué à mesure que, descendant la pente, on s'élève dans la série.

Aux calcaires sublithographiques du Lias inférieur font suite des calcaires marneux (40^m), quelques bancs de calcaires à silex pouvant les séparer. Ces couches et les schistes gréso-calcareux (60^m) qui leur succèdent peuvent représenter le Lias moyen et le Lias supérieur. Viennent ensuite des marno-calcaires blancs, bien lités (200^m) puis des calcaires en gros bancs, à silex en lits (100^m); ce pourrait être le Dogger. Sous ces niveaux, faiblement inclinés vers le Nord, des calcaires massifs (100^m) provoquent une abrupte corniche. Elle domine un talus de calcaires marneux verdâtres ou violacés et de marnes grises en plaquettes (200^m) : l'âge tithonique de ces assises, soupçonné par L. Joleaud, est attesté par la coexistence de Calpionelles (*C. alpina, C. ellpitica*) et d'Aptychus du Malm (*Lœvaptychus latus, Punctaptychus punctatus*). Ainsi le Djebel Sidi Marouf montre une série jurassique complète, puissante d'un millier de mètres allant de la base du Lias au sommet du Malm, sans lacunes apparentes : c'est là un fait remarquable dans la chaîne numidique.

Tectoniquement, ce massif apparaît comme une klippe de terrains jurassiques, posée sur le Crétacé supérieur, et dont les assises sont de plus en plus renversées lorsque l'on va vers le Sud. Sur le flanc nord, le contact est vertical entre le Lias (ou le Trias) et le Crétacé. Il n'en est pas de même au Sud, où les marnes grises à Aptychus (Tithonique) reposent subhorizontalement sur la tranche des schistes crétacés pendant très fortement au Nord. Aux schistes à Inocérames du Crétacé supérieur s'associent ici des bancs de poudingues, parfois massifs, formés de galets de Trias et de Jurassique, sans éléments plus anciens.

L'extrémité orientale du djebel montre une lame d'argiles bariolées et de

---

([2]) *Étude géologique de la Chaîne numidique et des Monts de Constantine* (*Thèse*, Paris, 1912).

cargneules du Trias, intercalée entre le Crétacé vraisemblablement autochtone et le Jurassique charrié. Au sud-ouest du massif, un important amas triasique gypsifère paraît jouer le même rôle. Sur le flanc nord, au contact du Crétacé, le long de la surface de charriage, les calcaires et dolomies du Lias inférieur sont intensément minéralisés en hématite brune.

Au Nord-Ouest, le Sidi Marouf est adossé au massif cristallin primaire de la Petite Kabylie : celui-ci est un complexe de schistes satinés et de micaschistes, contenant des lentilles de cipolins et des grès, et recouvrant une grande masse de gneiss. Cette série primaire chevauche vers le Sud le Crétacé parautochtone. Entre ces deux unités, s'intercalent trois lames, qui sont, de haut en bas : une minuscule écaille de micaschistes et de cipolins, une écaille de Flysch albo-aptien; enfin, à la base une écaille de Trias et de Lias. Cette dernière apparaît comme un chapelet discontinu de lambeaux de nature variée : grès blancs ou bariolés (Permo-Trias), cargneules, dolomies noires, argiles irisées et gypse (Trias), dolomies et calcaires dolomitiques (Lias). On la suit depuis le nord de la Mechtat Zoulane, à l'Est, jusqu'au bordj du Sidi Marouf, à l'Ouest. Le Kef Goussane est un piton calcaire appartenant à cette unité.

Cette région montre donc, entre autochtone crétacé et Primaire charrié, l'intercalation de trois écailles : la plus inférieure, à matériel triasico-liasique, paraît représenter la racine de la grande klippe jurassique du Djebel Sidi Marouf : les deux autres sont beaucoup plus réduites. Cette structure est la réplique de celle que j'ai fait connaître dans le massif du Moul ed Demamène, sans que l'on puisse établir la continuité des séries d'écailles de l'un à l'autre lieu.

Des observations rapportées ci-dessus et dans une Note antérieure [1], il résulte que, *du Sidi Marouf au Moul ed Demamène, sur un front de* 15^{km}, *le massif à matériel métamorphique* (que je tiens pour paléozoïque) *est poussé vers le Sud, chevauchant le Secondaire de la chaîne numidique par l'intermédiaire d'une série d'écailles*. Cette disposition et l'ampleur de la superposition anormale, qui varie selon les points de 7 à 15^{km}, me paraissent remettre en question toute l'interprétation du contact bordier du massif ancien de la Petite Kabylie.

PALÉONTOLOGIE. — *Suggestions à propos de deux Cystoïdes algériens.* Note de M. **Henri Termier** et Mme **Geneviève Termier**, transmise par M. Paul Fallot.

La thèque puissante des Cystoïdes a fourni à Th. Mortensen un de ses arguments pour conclure que les Diploporites ne pouvaient avoir engendré les Échinides. Les *Protocrinidæ*, tout comme les Bothriocidaridés, ont en effet des thèques très solides à plaques jointives, tandis que la majeure partie des Échinides anciens possèdent des thèques flexibles à plaques imbriquées comme les Échinothuridés actuels. C'est pourquoi nous avons émis l'hypothèse

suivante : le type Échinide s'est peut-être organisé à partir de formes néoténiques très peu calcifiées. Le gisement de Zaouïa (1) n'entre pas dans la catégorie des faciès récifaux à Cystoïdes du nord de l'Europe, dont le biotope fixé se montre essentiellement composé de Bryozoaires et de Crinoïdes. En Grande-Kabylie, la gangue des fossiles est un schiste sans trace de calcaire et le biotope fixé compte surtout des Dendroïdes : nous pensons qu'il s'agit d'un dépôt formé loin des côtes. Dans la faune échinodermique de ce gisement, le test des organismes offre une épaisseur minime par rapport aux Cystoïdes habituels. Deux espèces, appartenant à des groupes distincts, ont en commun un caractère très rare : des plaques thécales, petites, nombreuses et *imbriquées* faisant penser aux *ambulacraires* d'*Aulechinus, Ectinechinus, Cravenechinus* et *Lepidesthes*. L'une est un Amphoride dont la bouche est munie des quatre insertions brachiolaires typiques et recouverte de plaques ambulacraires. L'autre appartient aux *Asteroblastidæ* par sa bouche pentamère et la disposition en espalier de ses ambulacres. Ces deux formes offrent le grand intérêt de nous montrer que des *thèques flexibles ont existé chez les Cystoïdes s.s.*; leur coexistence semble attribuable au faciès biologique. De ces faits, nous tirerons plusieurs conclusions :

1. La plus immédiate est que, en *des conditions de milieu données, certains Cystoïdes appartenant à des groupes différents ont pu acquérir une grande similitude morphologique*, intéressant le nombre et la structure des plaques. Nous nous demandons même si cette interprétation ne s'appliquerait pas au gisement de Girvan et si les analogies entre les thèques d'*Eothuria* et celles des Aulechinides n'ont pas été accentuées par la vie dans un milieu commun.

2. Les Amphorides comprennent, à côté de *Sinocystis* (Arenig-Llandeilo) forme où la thèque s'allonge en un pseudo-pédoncule, et de *Calix*, genre du même âge, à base effilée, dont les plaques portaient des tubercules ancreurs, les Aristocystidés qui n'ont pas de dispositif d'arrimage et dont la base est cicatricielle. Chez *Aristocystis* (Caradoc), on observe une courbure de la thèque amenant la bouche, en forme de simple fente, au voisinage du fond de la mer, ce qui suggère une vie à demi-libre; chez *Campylostoma* (Ashgill), la bouche présente des lèvres inégales comme celle des Spatangues. Ainsi, la répartition stratigraphique des genres cités concorde avec une évolution de leur mode de vie, depuis un type sessile jusqu'à un type libre dont le comportement devait ressembler à celui des Holothurides limivores actuels. La thèque flexible de l'Amphoride kabyle rappelle le souple revêtement dermique de l'Holothuride primitif *Eothuria*.

3. Chez les Échinodermes fixés, on assiste au développement externe des sillons nourriciers et des brachioles, ce qui étend assez loin la préhension des aliments. Chez les formes libres, la bouche reste l'unique centre actif de capta-

---

(1) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1385.

tion de la nourriture, car les canaux ambulacraires sont généralement enfermés sous le test dont seuls émergent les tentacules. Il est intéressant de constater que, parmi les Cystoïdes pourvus de diplopores, les Amphorides fixés sont, à ce point de vue, mieux préadaptés à une vie libre que les Diploporites. En effet, chez ces derniers, les contours de la bouche acquièrent de longs sillons atteignant jusqu'à l'insertion pédonculaire et, pour admettre la transition aux Echinides, il faut envisager l'enfoncement de ces sillons sous les plaques adambulacraires. Au contraire, chez les Amphorides, les sillons nourriciers et les brachioles sont réduits à un minimum. On voit d'ailleurs la bouche évoluer d'un stade microphage, où elle est couverte de plaques ambulacraires, à un stade plus actif. Les orifices voisins des brachioles, par où pouvaient sortir les tentacules, sont au nombre de 4; il est donc loisible d'admettre que les canaux ambulacraires s'étendaient à l'intérieur de la thèque sans jamais avoir offert une disposition externe. S'il nous semble inévitable de recourir aux Diploporites pour arriver aux Bothriocidaridés d'une part, aux Echinides d'autre part, il est cependant probable que le passage de la fixation à la liberté s'est effectué d'une manière beaucoup plus directe chez les Amphorides. Mais il faut croire que ceux-ci épuisèrent assez vite leur potentiel évolutif puisqu'ils n'ont pas survécu au Gothlandien et qu'on ne peut voir en eux les ancêtres des Echinides dont ils n'offrent pas la symétrie pentamère. Les données précédentes, jointes à ce que l'on savait antérieurement, nous autorisent à penser qu'*il s'est produit à l'Ordovicien une évolution parallèle dans trois phylums, d'ailleurs apparentés : les Edrioastéroïdes, les Diploporites et les Amphorides.*

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Autres preuves sur la sécrétion d'auxines par certains insectes. Un nouveau test, très sensible pour le dosage des substances de croissance.* Note (*) de M. **François Nysterakis**, présentée par M. Joseph Magrou.

Dans deux récentes Notes ([1]), nous avons cru pouvoir réaffirmer que le désordre histologique se traduisant par des boursouflures ou des cécidies, et l'inhibition de la croissance des organes végétaux attaqués par certains animaux, seraient dus à l'action d'auxines injectées par le parasite dans les tissus qu'il pique. Nous croyons cependant utile d'apporter aujourd'hui de nouvelles preuves en faveur du mécanisme établi.

Des raisons d'ordre matériel nous ayant empêché à cette époque d'effectuer des dosages quantitatifs à l'aide des tests classiques, nous avons eu recours à d'autres tests que nous utilisons depuis quelque temps pour des dosages qualitatifs. Nos tests sont : les vrilles et l'axe floral en voie de croissance de la vigne. Ces tests présentent l'inconvénient de n'être utilisables, sans précautions préa-

(*) Séance du 24 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 746 747. et p. 831 832.

lables (culture des plantes en serres), que pendant une partie de l'année. Par contre, ils peuvent nous renseigner rapidement sur la présence de très faibles doses d'auxines en opérant aussi bien en pleine nature qu'au laboratoire.

Dès 1946, nous avons signalé que l'*Anuraphis helychrisi* Kalt. sécrétait de l'acide indol-β-acétique responsable des perturbations connues sur la croissance des cellules et des organes du prunier et des autres végétaux attaqués.

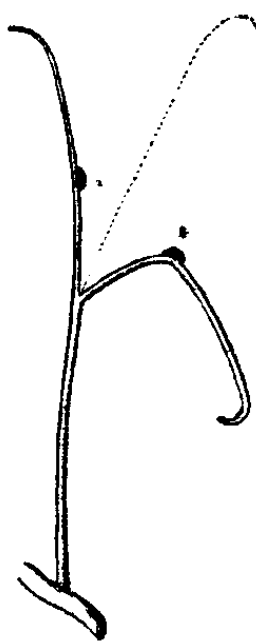


Fig. 1.



Fig. 2.



Fig. 3.

En *a* application du mélange : lanoline plus noir animal. En *b* : lanoline plus insectes.

Le 18 avril 1948, nous avons à nouveau recueilli 2^g de cet insecte. La moitié de ces insectes vivants a été mélangée immédiatement à 2^g de lanoline pure et soigneusement écrasée. L'autre moitié a été mélangée avec le même poids de lanoline après avoir été au préalable finement broyée. Au bout de 2 heures, 12 heures, 24 heures, 48 heures et 96 heures, après leur trituration, les petites boules de pâte (d'un diamètre de 2 à 5^{mm}) ont été appliquées unilatéralement à une distance de 2 à 4^{cm} de l'extrémité des tiges, des vrilles et des axes floraux parfaitement droits de la variété Chasselas.

A chaque application, cinquante organes ont été traités de cette façon. Nous en avons gardé cent cinquante autres comme témoins. Un tiers des témoins était laissé sans aucun traitement, l'autre tiers recevait de la lanoline pure, et le dernier lot, le même excipient coloré par du noir animal, de telle sorte que sa teinte fût la même que celle de la lanoline contenant les insectes.

L'intensité de la réaction (quoique très nette même si la pâte contenant les insectes est appliquée aussitôt après sa préparation) est néanmoins influencée par le temps écoulé entre l'écrasement des insectes et l'application du mélange (vitesse de diffusion de la substance active), et surtout par la température du milieu.

Nous reviendrons ultérieurement sur ces points. Nous nous bornerons pour le moment à signaler le cas le plus caractéristique, celui qui concerne les expériences du 20 avril à 12^h, c'est-à-dire 48 heures après le mélange insectes-lanoline.

Ces expériences ont été effectuées en plein vignoble. La température était de 22° et l'humidité de 60 %.

Sous ces conditions, les vrilles et les axes floraux ayant reçu la pâte insectes-lanoline commençaient à se courber 10 à 15 minutes après l'application. Après une heure, la courbure des vrilles atteignait 70 à 80°; celle des axes floraux ne dépassait pas 45°. A 14h, vrilles et grappes présentaient la même courbure (90 à 120°). Par la suite, les courbures sont restées stationnaires, sauf dans quelques cas où elles oscillaient entre 180° et même 360° (2).

Les vrilles et axes floraux témoins, sans traitement ou bien ayant reçu de la lanoline pure ou additionnée du noir animal, sont restés parfaitement droits.

Ces résultats s'ajoutant à ceux que nous avons signalés précédemment, démontrent clairement que les désordres histologiques, l'inhibition de la croissance et les courbures des organes attaqués par certains insectes sont dus à l'action d'auxines sécrétées par l'animal. En outre, ils nous permettent de nous rendre compte de la sensibilité d'un nouveau test d'un emploi facile pour des mesures des substances de croissance, sans être obligés de disposer d'installations coûteuses.

Nous donnerons ultérieurement les résultats obtenus en expérimentant cette fois, dans des chambres noires à température et humidité constantes avec les mêmes tests, et nous indiquerons, avec les détails de notre méthode, le procédé qui nous permet des dosages assez précis d'auxines.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les propriétés phyto-hormonales de l'esculoside et du phlorizoside*. Note (*) de M. **Jean Lavollay** et Mme **Françoise Laborey**, présentée par M. Maurice Javillier.

L'esculoside et le phlorizoside manifestent chez l'Animal des propriétés puissantes; ils sont notamment doués de l'activité anti-fragilité vasculaire (1). Il semblait curieux que de tels composés, d'origine végétale, puissent être indifférents dans la physiologie de la plante (2).

Au cours d'essais préliminaires nous avons étudié leurs effets sur la germination. L'esculétol (dihydroxycoumarine) et son glucoside sont pratiquement dénués de toxicité pour les graines en voie de germination, alors que la coumarine empêche ce phénomène à de très fortes dilutions. Dans le cas du

---

(2) Age des tests, température du milieu et surtout volume des pâtes appliquées étant les facteurs principaux.

(*) Séance du 24 mai 1948.

(1) J. Lavollay et J. Sevestre, *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 979-980; J. Lavollay, *Congrès de la Victoire de l'A. F. A. S.*, oct. 1945 (en cours de publication).

(2) La parthénocarpie de la Tomate peut être provoquée par une substance, présente dans le pépin de Pomme, qui serait le phlorizoside (L. C. Luckwill, *Nature*, 158, 1946, p. 663; D. Woodcock, *Nature*, 159, 1947, p. 100).

phlorizoside, nos expériences ont révélé non seulement sa non-toxicité, mais encore son action stimulante sur la germination de l'Orge ([3]).

Ces premières expériences nous ont incités à rechercher si le phlorizoside et l'esculoside ne peuvent exercer sur la plante des effets analogues à ceux des hormones végétales. Des graines de Pois étaient d'abord mises à germer sur du sable humide dans des boîtes de Pétri. Les plantules, choisies de manière à ce que leurs radicelles et leurs tigelles soient toutes également développées, étaient ensuite placées, à raison de 5 par vase, sur une gaze recouvrant des récipients en verre remplis d'une solution nutritive où plongeaient les racines. Trois expériences ont été faites, avec deux liquides nutritifs (Sachs et Knoop); des concentrations variées des glucosides et, pour comparaison, d'acide indol-3 acétique, en renouvelant ou non les liquides en cours d'expérience. Au bout de temps de culture également variés on récoltait les plantes, on pesait séparément les racines et les appareils aériens; on pesait également les récoltes après dessiccation.

Les trois expériences ont conduit à des résultats du même ordre. Les plus significatifs sont ceux d'une culture de courte durée, dans laquelle on a utilisé le liquide de Knoop (nitrate de calcium : 1^{g}; nitrate de potassium : $0^{g},25$; phosphate monopotassique : $0^{g},25$; sulfate de magnésium : $0^{g},25$; chlorure ferrique : traces; eau : Q. S. $^{0}/_{00}$). Chaque vase en pyrex renfermait 400^{cm^3} de liquide et sur chacun on avait disposé 5 plantules. Il y avait un vase témoin (liquide seul), deux vases renfermant en plus de l'acide indol-3 acétique, deux vases renfermant de l'esculoside, deux vases renfermant du phlorizoside.

La fluorescence de l'esculoside a disparu dès le quatrième jour et l'on a renouvelé partout les liquides le sixième jour; la fluorescence de l'esculoside a disparu de nouveau le lendemain, mais on n'a plus changé les liquides. Le septième jour, sur l'acide indol-3 acétique, les racines étaient moins développées que celles des témoins, mais elles étaient déjà plus importantes sur esculoside et sur phlorizoside où les poils absorbants étaient particulièrement développés. La récolte a été faite le 15e jour et les pesées ont donné les résultats ci-après.

Les effets de l'esculoside et du phlorizoside sur le développement de la jeune plante de Pois ont donc été analogues à ceux de l'acide indol-3 acétique; ils se sont manifestés surtout sur le poids des racines. Les deux substances ont particulièrement stimulé la formation de poils absorbants. Par contre, comme l'acide indol-3 acétique, elles n'ont pratiquement pas eu d'effet, dans cette expérience de courte durée, sur le poids sec des parties aériennes. Dans d'autres expériences, plus longues, l'appareil aérien avait aussi bénéficié de leur action. Les deux hétérosides ont exercé, comme l'hétéro-auxine, un effet très sensible

([3]) On trouvera des détails dans un Mémoire à paraître dans le *Bulletin de l'Académie d'Agriculture* (séance du 2 juin 1948).

sur le taux d'hydratation de tous les tissus, qui a toujours été supérieur à celui des tissus des témoins (effet sur la turgescence).

	Racines.		Tiges.		Plante totale.	
	Poids (g).	Indice.	Poids (g).	Indice.	Poids (g).	Indice.
Poids frais.						
Témoins	2,19	100	3,89	100	6,08	100
$0,625.10^{-6}$ acide indol-3 acétique	3,25	148	4,83	124	8,08	133
$0,625.10^{-5}$ »	3,25	148	4,35	111	7,60	125
$1,25\ .10^{-5}$ esculoside	2,51	115	3,85	98	6,36	104
$5,75\ .10^{-5}$ »	2,89	132	4,21	108	7,10	116
$2,5\ .10^{-5}$ phlorizoside	2,64	125	4,09	105	6,73	117
$5\ .10^{-5}$ »	3,02	138	4,62	119	7,64	125
Poids secs.						
Témoins	0,12	100	0,485	100	0,605	100
$0,625.10^{-6}$ acide indol-3 acétique	0,17	142	0,510	105	0,680	112
$0,625.10^{-5}$ »	0,17	142	0,470	98	0,640	106
$1,25\ .10^{-5}$ esculoside	0,14	117	0,480	100	0,620	102
$5,75\ .10^{-5}$ »	0,16	133	0,455	94	0,615	102
$2,5\ .10^{-5}$ phlorizoside	0,14	117	0,475	99	0,615	102
$5\ .10^{-5}$ »	0,16	133	0,500	103	0,660	109

L'esculoside et le phlorizoside sont donc des corps ayant une certaine activité phytohormonale; leurs effets sont particulièrement nets sur le système radiculaire. Il n'est pas démontré qu'ils exercent de tels effets sur les végétaux où ils se trouvent à l'état naturel; cependant, cette éventualité doit être prise en considération.

MYCOLOGIE. — *Au sujet d'une Urédinée vivant sur le couple d'hôtes* Clematis vitalba-Hordeum maritimum. Note de MM. **Lucien Guyot, Michel Massenot, Jacques Montégut** et **Athanase Saccas**, présentée par M. Roger Heim.

En 1815, de Candolle décrit *Uredo rubigo-vera,* qui provoque la *Rouille des Graminées;* la description qu'il en donne (« poussière jaune, enfin rousse ») montre bien qu'il confond, dans cette expression, ce qu'il est convenu de distinguer aujourd'hui sous les noms de *Rouille jaune* et de *Rouille brune* des Graminées. En créant, en 1884, le binome de *Puccinia rubigo-vera* pour désigner la forme parfaite de la Rouille des Graminées, G. Winter perpétue la même confusion. En 1896, J. Eriksson et E. Henning distinguent : *a.* Sous le nom de *Puccinia glumarum* (= *Uredo glumarum* Schmidt, 1819), une *Rouille jaune* caractérisée par ses urédosores ($0^{mm},5$-$1 \times 0,3$-$0^{mm},4$) jaune citron (cadmium clair), disposés en longues séries linéaires sur les feuilles, souvent aussi à la face interne des glumes et jusque sur les grains; *b.* sous le nom de *Puccinia dispersa,* une *Rouille brune,* caractérisée par ses urédosores (1-$1^{mm},5 \times 1^{mm}$) bruns (ocre brun ou terre de Sienne), épars sans ordre sur

les feuilles. Cette distinction a été unanimement acceptée par les urédinologues du monde entier; si la Rouille brune, dont la phase écidienne s'accomplit sur des plantes variées appartenant pour la plupart aux familles des Borraginacées, Liliacées et Renonculacées, a été depuis scindée en un certain nombre d'espèces distinctes, dont chacune a sa morphologie particulière et ses hôtes spéciaux, la Rouille jaune, dont l'hôte écidien demeure inconnu, a été jusqu'à ce jour maintenue dans son intégrité, bien que des divergences notables puissent être constatées tant dans la structure de ses probasides que dans son degré de spécialisation parasitaire.

A vrai dire, l'individualité des Rouilles jaune et brune n'est point toujours aussi nettement accusée qu'il semblerait résulter du concept erikssonien, et des confusions ont été fréquemment commises entre ces deux Rouilles, même par les urédinologues les mieux avertis. Certains aspects macroscopiques intermédiaires ont été signalés en divers cas, en ce qui concerne tant la localisation que la disposition des urédosores. C'est ainsi que la Rouille brune des Bromes (*Puccinia bromina* Erikss.) fructifie parfois sur les glumes des inflorescences et montre fréquemment des urédo- et téleutosores disposés en séries linéaires, en particulier sur les gaines foliaires et à la base du limbe. Étudiant la rouille jaune d'*Hordeum murinum*, G. Viennot-Bourgin a noté qu'au début de l'invasion des jeunes feuilles, la disposition urédosporifère est irrégulière et non en ligne; sur feuille, les spores à probasides forment de petits groupes à la face inférieure du limbe, au niveau de la nervure principale.

Une disposition sporifère conforme à la précédente a été observée par nous, à diverses reprises, sur *Hordeum maritimum* parasité par une Rouille que ses caractéristiques biométriques nous obligent à séparer, sous le nom de *Puccinia hordei-maritimi* nov. spec., de toutes les formes de Rouille brune antérieurement connues sur les *Hordeum* (*P. hordei* Otth = *P. simplex* Erikss. et Henn., *P. hordei-murini* Buchwald = *P. hordei* Fuck., *P. hordei-secalini* Viennot-Bourgin). *P. hordei-maritimi* se caractérise : *a*, par ses urédosores très petits, jaune orangé, épars sur les jeunes feuilles et évoluant très vite en téliosores; *b*, par ses urédospores subglobuleuses ou ellipsoïdes, mesurant 24-28 (22-34) $\times$ 22-24 (20-26)$^{\mu}$, à membrane mince (1$^{\mu}$), hyaline, finement échinulée et pourvue de 4 à 5 (? $\rightarrow$ 7) pores germinatifs; *c*, par ses téliosores très petits, oblongs, ellipsoïdes ou linéaires, épars ou plus ou moins groupés sur les jeunes feuilles et demeurant longtemps recouverts par l'épiderme; *d*, par ses téleutospores oblongues ou claviformes, parfois subcylindriques, mesurant (comptage sur 250 spores) L. 34-60 (25-73) $\times$ l. s. 13-20 (11-23) $\times$ l. i. 11-17 (10-22), en moyenne L. 44-50 $\times$ l. s. 15-18 $\times$ l. i. 13-15$^{\mu}$, à épispore épais de 2 à 7$^{\mu}$ au sommet, à pédicelle court ($\rightarrow$ 10$^{\mu}$); *e*, par ses mésospores peu nombreuses (2 à 10 %).

Les probasides de *P. hordei-maritimi* s'apparentent étroitement, dans leur conformation générale et dans leurs caractéristiques biométriques, à celles de

P. glumarum (sur *Hordeum leporinum, murinum* et *maritimum*), dont les dimensions sont les suivantes : L. 37-59 (32-75) × l. s. 16-23 (11-26) × l. i. 13-18 (9-23), en moyenne L. 41-55 × l. s. 17-20 × l. i. 14,5-16,5 μ; elles sont toutefois un peu plus étroites au niveau tant de la loge supérieure que de la loge inférieure.

P. hordei-maritimi a été obtenu par nous, à diverses reprises en 1947 et en 1948, sur de jeunes plantules d'*Hordeum maritimum* contaminées, en serre et sous cloche, par des écidiospores prélevées sur *Clematis vitalba* à Montpellier (Hérault) le 5 mai 1948, à Hyères (Var) le 26 avril 1947 et le 6 mai 1948, et à Vence (Alpes-maritimes) le 8 mai 1948; en chaque cas, urédos et téleutos sont apparus sur *Hordeum maritimum*, tandis qu'*Hordeum leporinum* et *murinum*, et diverses Graminées appartenant aux genres *Agropyrum*, *Bromus* et *Elymus* demeuraient indemnes. A partir d'écidiospores recueillies sur *Clematis recta* à Antibes (Alpes-maritimes) le 28 avril 1947, un seul et minuscule urédosore a été constaté sur *Hordeum maritimum.*

En Europe, aucune liaison *Clematis-Hordeum* n'avait été à ce jour expérimentalement reconnue; en Amérique septentrionale, plusieurs races biologiques de *P. rubigo-vera*, évoluant sur le couple d'hôtes *Clematis-Hordeum* (*gussoneanum* et *jubatum*, mais non *murinum*), ont été identifiées, mais aucune n'a fait l'objet d'une description morphologique précise.

BIOLOGIE. — *Ovulation provoquée suivie de fécondation chez la Chienne.* Note de M. **Jean Malterre**, Mlle **Halina Wilczynska** et M. **Raymond Laurans**, présentée par M. Robert Courrier.

L'administration d'hormones folliculaires, ou d'œstrogènes de synthèse, peut déclencher l'œstrus chez les femelles. Cependant ces chaleurs artificielles ne permettent pas toujours la fécondation ([1]), ([2]), ([3]), ([4]).

Les essais, dont nous rendons compte, ont eu pour but de provoquer l'ovulation de la Chienne, et la mise-bas à l'époque prévue. A cet effet, les

---

([1]) Berthelon : L'injection sous-cutanée de 2^{mg} de benzoate de dihydrofolliculine chez la Chienne frigide amène, dans les 48 heures, l'apparition de chaleurs, mais celles-ci sont presque toujours stériles (*Cah. méd. vét.*, 15, déc. 1946, p. 139).

([2]) Berthelon et Tournut : Toutes les recherches effectuées pour déterminer l'œstrus fécond chez la Brebis ont conduit à des résultats décevants (*Rev. méd. vét.*, mars 1947, p. 97 à 115).

([3]) Nous avons vu, à l'Institut zootechnique de Moscou, l'effet considérable de la folliculine sur l'ovaire de truie, dont les follicules s'hypertrophient. Dans ces conditions, cependant, la saillie reste généralement improductive.

([4]) Pourtant, M. Klein et G. Mayer, travaillant sur la Lapine, ont obtenu, avec du benzoate d'œstradiol, de nouvelles chaleurs, et l'accouplement suivi de ponte et de fécondation pendant une grossesse première. Ils n'ont cependant « point obtenu la présence simultanée de gestations résultant de deux inséminations successives » (*C. R. Soc. biol.*, sept. 1946, p. 600).

sujets nos 5-6-7-8 furent traités par une association de vitamine E et de dihydrofolliculine.

Des injections sous-cutanées de 1^{cm^3} d'huile de germe de blé, correspondant à $3^{mg},5$ d'α-tocophérol, furent pratiquées, quatre fois à dix jours d'intervalle, à partir du 20 mai pour les nos 5 et 6, et à partir du 30 mai pour les nos 7 et 8. Chaque femelle a donc été préparée par une dose totale de 14^{mg} de vitamine E.

En outre, du 12 au 24 et 26 juin pour 5 et 6, du 7 au 16 et 19 juillet pour 7 et 8, les chiennes ont reçu, *per os*, au niveau de la commissure des lèvres, presque chaque jour, avant le repas, une solution hydroalcoolique titrée de dihydrofolliculine cristallisée.

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant :

Chiennes.	Vit. E (*).	Dihydrofolliculine (mg).		Début apparent des chaleurs.	Temps écoulé (en j) depuis le début du traitement: au tocophérol.	à la folliculine.	Saillies.	Mise-bas. Date.	Sexe.
5. Nullipare, 16^{kg}, 18 mois	A partir du 20 mai	0,8	en 9 administrations, du 12 au 24 juin	17 juin	28	5	6 du 25 juin au 1er juil.	28 août	5 ♂, 7 ♀
6. Pluripare, 16^{kg}. 2 ans		1	en 11 administrations, du 12 au 26 juin	18 juin	29	6	5, du 5 au 13 juil.	9 sept.	7 ♂, 2 ♀
7. Nullipare, 30^{kg}, 14 mois	A partir du 30 mai	1	en 9 administrations, du 7 au 16 juillet	10 juil.	41	3	6, du 12 au 24 juil.	Avorte à partir du 8 sept.	
8. Pluripare, 21^{kg}, 5 ans		1,2	en 12 administrations, du 7 au 19 juillet	16 juil.	47	9	5, du 19 au 24 juil.	19 sept.	4 ♂, 3 ♀

(*) 4 piqûres = 14^{mg} α-tocophérol au total.

Quatre chiennes en bonne santé, une nullipare et trois pluripares, dont l'époque des chaleurs était inconnue, servaient de témoins. Aucune n'est entrée en chasse pendant la durée de l'expérience. Nous savons que cela n'est pas absolument probant en soi, pour des animaux dont l'œstrus ne revient que tous les six mois. Il nous semble cependant significatif que les témoins n'aient rien manifesté, alors que les sujets traités sont entrés en activité génésique visible et cela cinq, six, trois et neuf jours après le début de l'ingestion hormonale.

Les sujets 5, 6 et 8 eurent une parturition normale. Les chiots étaient bien constitués et vigoureux. Les mères ont très bien allaité ceux qui leur furent laissés.

La chienne 7 a avorté à partir du 6 septembre. Les causes de cet accident n'ont pas été précisées, mais elles semblent se rapporter à une infection de la femelle. Le 15 septembre celle-ci adopte facilement un chiot étranger et l'allaite normalement.

Au regard de nos expériences nous pensons que les échecs enregistrés par d'autres chercheurs sur la Chienne, la Brebis, la Truie, etc. doivent se rattacher à deux ordres de faits :

a. L'œstrogène à forte dose superpose à son rôle maturatif une action abortive en interdisant la nidation;

b. Il crée ou s'accompagne d'un déséquilibre entre les facteurs de croissance et les composants biochimiques de l'ovule.

En conclusion, il apparaît que l'administration de doses faibles et répétées de dihydrofolliculine à des chiennes normales, préparées par la vitamine E, a abouti, dans quatre cas sur quatre, à des chaleurs fécondes.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Colonies d'Abeilles* Apis mellifica *var.* punica, *entretenant et nourrissant plusieurs dizaines de reines, vierges et fécondées.* Note de M. **Maurice Mathis**, présentée par M. Émile Roubaud.

Depuis les travaux de Réaumur et de François Huber, le naturaliste aveugle de Genève, on sait qu'une colonie d'abeilles est conduite par *une reine* et *une seule reine.* Si cette reine vient à disparaître ou à être enlevée, les abeilles-ouvrières édifient des cellules royales, en prenant *en nourrissement* un certain nombre de jeunes larves primitivement destinées à donner des ouvrières et les amènent à l'état de reines. La première reine éclose détruit les autres cellules royales et tue ses sœurs comme des rivales. Après sa fécondation, elle prend le commandement de la colonie.

Si les reines, d'une part, ont les unes envers les autres une telle aversion, les abeilles ne peuvent également pas souffrir la pluralité des reines, et toute reine surnuméraire, même introduite de force dans une colonie, est immédiatement *emballée,* c'est-à-dire mise à mort par étouffement.

Il paraît donc impossible *a priori* de faire cohabiter plusieurs reines dans la même colonie, à moins de les séparer par des grilles ou des cages. On peut faire vivre pendant quelques jours des reines nouvellement nées en les enfermant dans des cages grillagées d'élevage (*nourriceries*), mais la reine-mère doit en être isolée par une grille.

Jusqu'à présent, on considère l'introduction d'une reine supplémentaire dans une colonie normalement constituée comme illusoire, les abeilles-ouvrières laissant infailliblement la reine surnuméraire mourir de faim.

Pour réussir le maintien en vie de plusieurs reines dans la même colonie, il nous a fallu provoquer sur les abeilles une sorte de *choc psychologique,* capable de leur faire accepter cet état contre nature : la pluralité des reines. Nos

recherches ont porté sur l'Abeille commune de Tunisie que nous désignons sous le nom d'*Apis mellifica*, var. *punica*. Cette race a, dans les conditions naturelles, une grande propension à l'essaimage, aussi ce que nous avançons s'applique-t-il à elle et uniquement à elle.

Technique de la préparation du choc psychologique. — Une colonie d'abeilles d'environ 10000 ouvrières, logées dans une ruche à feuillets de François Huber, modifiée par nous, est utilisée comme point de départ. Nous *orphelinons* cette colonie en lui enlevant sa reine; dès que les abeilles s'aperçoivent de cette disparition, elles entrent dans une espèce d'*immense détresse* (Langstroth), puis elles se calment en édifiant des cellules royales. Lorsque ces cellules sont operculées, *on les détruit toutes sans exception*; les abeilles n'ayant plus, à ce moment, aucune possibilité naturelle de fabriquer de nouvelles reines acceptent alors toutes celles qu'on leur donne, mais pour qu'elles n'aient aucune tendance à choisir l'une plutôt que l'autre, il faut que ces reines introduites, préalablement encagées, soient *sœurs*, c'est-à-dire issues d'un même élevage royal, et présentent le même stade de maturité sexuelle. Au bout de quelques jours, durant lesquels on aura pris la précaution de donner à chacune d'entre elles, matin et soir, une ration supplémentaire de miel liquide, on libère une reine pour son vol nuptial. Dès qu'elle revient *fécondée*, on la capture à l'entrée de la ruche et on la remet en cagette grillagée; on en libère une seconde et ainsi de suite pour toutes les reines du lot introduit. La dernière, maintenue à l'état libre au sein de la colonie, fonctionnera comme mère reproductrice.

Préparation d'un lot de reines-sœurs. — On *orpheline* une colonie d'abeilles, de manière à lui faire édifier des cellules royales. Les reines formées sont prélevées un peu avant leur naissance, encore à l'état nymphal, pour éviter que la première éclose ne détruise ses sœurs au berceau, ou dans ces combats singuliers, si bien décrits par François Hubert, dès 1782. Les cellules royales sont donc détachées délicatement, ouvertes aux ciseaux fins, les nymphes royales extraites une à une et introduites dans un petit tube de verre fermé, d'un côté, par un bouchon et, de l'autre, percé d'une petite ouverture par laquelle la jeune reine pourra passer sa langue, pour être nourrie par les ouvrières spécialisées dans cette fonction. Ces tubes de verre sont placés dans une position verticale à l'intérieur de la ruche, imitant celle des cellules royales naturelles, l'insecte ayant la tête dirigée vers le bas. Dès que l'imago est parfait et avant l'évacuation des fèces, on le fait passer dans un tube grillagé (1^{cm} de diamètre, 5^{cm} de longueur), fermé aux extrémités par des bouchons. Après quelques jours, durant lesquels les ouvrières nourrissent les jeunes reines indistinctement et les nettoient en les léchant à travers les mailles du grillage, ces reines sont placées dans de petites cages cubiques de 3^{cm} de côté, dont une face est fermée par une petite lame de verre et l'autre par un grillage. Dans cet espace plus grand que le simple tube, les reines peuvent déplier leurs ailes et prendre un développe-

ment plus considérable. Ces cages sont placées dans la première colonie, préparée comme nous l'indiquions plus haut par *le choc psychologique dû double orphelinage*. Là, après quelques jours, on procédera au vol nuptial de chacune d'elles, en les libérant à tour de rôle.

En résumé, en utilisant comme matériel l'Abeille punique, nous sommes arrivés à maintenir et à conserver en vie dans une même colonie des lots de plusieurs dizaines de reines (23 reines dans une ruche que nous avons transportée de Tunis à Paris), résultat qui n'a pu être obtenu qu'en provoquant, par deux orphelinages successifs, un nouveau réflexe éducateur polygyne, modifiant le comportement monogyne habituel des abeilles sociales.

IMMUNOLOGIE. — *Sur la nature de la fonction anticorps correspondant aux molécules organiques de faible poids moléculaire.* Note (*) de M. **Jean Loiseleur**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

L'expérimentation, favorisée dans le cas des antigènes organiques de faible poids moléculaire par la diffusibilité de ces molécules, permet de définir la nature de la fonction anticorps.

1. La variation instantanée de la viscosité d'un sérum sous l'effet de l'addition d'une molécule organique ([1]), a montré que : *a*. La viscosité subit toujours un abaissement s'il s'agit d'une molécule *quelconque* introduite dans un sérum quelconque. Cette chute de viscosité reste du même ordre de grandeur que celle qu'entraînerait la simple dilution par du sérum physiologique : la molécule introduite dans le sérum y a donc été dispersée sans ordre et sans interaction avec les éléments constitutifs du sérum ; *b*. Au contraire, s'il s'agit du sérum d'un animal préparé *spécifiquement* vis-à-vis de la molécule introduite, l'augmentation constante de la viscosité montre que la distribution de l'antigène parmi les molécules sériques ne se fait plus au hasard, mais est *ordonnée*. Cet arrangement spécifique que le sérum impose désormais à une molécule étrangère existe, *a fortiori*, entre tous les constituants sériques normaux : autrement dit, la distribution respective des globulines, de l'albumine, des lipides, des sucres, etc., correspond à une structure stricte, telle que celle démontrée par Jonnard et Zuckerkandl ([2]), pour le plus petit de ces constituants sériques, le chlorure de sodium.

Le rapprochement de ces deux expériences initiales sur les variations de la viscosité (chez l'animal quelconque et chez l'animal préparé) implique que la structure normale du sérum a subi, consécutivement à la présence imposée de l'antigène, une réorganisation permettant au sérum d'admettre désormais

(*) Séance du 19 mai 1948.

([1]) J. Loiseleur, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 159.

([2]) *C. R. Soc. Biol.*, **122**, 1936, p. 1315.

cette molécule parmi la structure de ses éléments normaux. Par cette réorganisation spécifique, l'anticorps apparaît comme le récepteur d'une molécule normalement étrangère à la circulation. Or le fait essentiel réside dans la rapidité extrême de l'apparition de ce récepteur spécifique.

2. Préparons en effet un animal par une dose massive d'antigène, administrée pendant 4 heures, tel qu'il a été exposé précédemment ([3]). L'anticorps ne se manifeste qu'après un délai de 3 à 4 jours, tandis que le sérum, prélevé immédiatement après la fin des injections préparantes, est inactif. Pourtant, cette inactivité n'est qu'apparente et résulte de la persistance de l'antigène dans la circulation, en masquant ainsi l'anticorps : pour faire apparaître l'activité spécifique, il suffit de dialyser pendant quelques jours vers pH 3,5, l'acidité du milieu éliminant l'antigène de sa combinaison (stable seulement au pH alcalin du sang). C'est donc que l'anticorps a été formé pendant la durée des injections et avec une rapidité qui exclut toute intervention de l'antigène, lors de la synthèse des globulines.

Pour résumer, l'invasion massive et continue d'une molécule étrangère force les constituants normaux du plasma à modifier la structure rigoureuse qui caractérise leur état normal et à subir une sorte de modelage spécifiquement adapté à la structure de l'antigène. L'expérience a montré que ce remaniement ([4]) concerne les γ-globulines, qui sont les molécules les plus grosses et de ce fait les moins stables : la fonction anticorps, ainsi constituée, révèle son actvité après l'élimination de l'antigène.

La fonction anticorps résulte donc à la fois de l'organisation structurale des constituant plasmatiques et de l'adaptation de cette structure à l'antigène imposé. L'immunité accompagne la persistance plus ou moins marquée de cette adaptation. Le retour à l'équilibre initial, c'est-à-dire la disparition de la fonction anticorps, est proportionnel à la perturbation imposée au plasma : faible et limitée à quelques jours pour les antigènes de petite taille, mais plus importante, et donc plus durable, pour les antigènes protéidiques.

([3]) J. LOISELEUR, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1861

([4]) On peut envisager, pour ce remaniement, un mécanisme analogue à celui qui permet *in vitro* l'adaptation spécifique d'un protéide à un antigène (J. LOISELEUR, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 687).

CHIMIOTHÉRAPIE EXPÉRIMENTALE. — *Action d'une aminophénylsulfone sur l'évolution d'une maladie infectieuse des abeilles.* Note (*) de M. **Jean Guilhon**, présentée par M. Émile Roubaud.

Parmi les maladies infectieuses et contagieuses du couvain des abeilles, les loques maligne et bénigne provoquent, dans tous les pays, des pertes économiques élevées. Tous les traitements chimiques proposés pour les combattre sont restés sans effet, lorsqu'en 1942, aux États-Unis, Childers et Haseman ont remarqué les possibilités de régression de la loque américaine ou maligne sous l'influence d'une thérapeutique sulfamidée. De tous les sulfamides employés, depuis six ans, le 2-(para-amino-phényl-sulfamido-) thiazole est apparu le plus actif; mais, si ce dernier empêche la multiplication, dans certaines conditions, du *Bacillus larvæ*, agent de la loque américaine, il ne s'oppose que très exceptionnellement et partiellement à la pullulation des bactéries responsables de la loque européenne ou bénigne. Au lieu de chercher à traiter cette dernière affection avec de nouveaux sulfamides, nous avons choisi un corps jouissant de propriétés bactériostatiques, mais de structure chimique différente : la digalactoside de la 4.4'-diamino-diphénylsulfone.

Plusieurs colonies, atteintes de loque européenne à divers degrés, soit depuis quelques années, soit depuis un à deux mois, ont été traitées par du sirop de sucre à 50 %, renfermant 80^{cg} par litre de cette digalactoside.

Dans un premier lot, de sept colonies infectées à 5 ou 10 %, les symptômes ont disparu, lentement, environ un mois après l'application de cette nouvelle thérapeutique antiloqueuse, caractérisée par quatre administrations consécutives d'un demi-litre de sirop médicamenteux, à 8 ou 10 jours d'intervalle, au printemps (avril-mai). Dans un deuxième lot de onze colonies traitées, en été (juillet-août), le couvain a recouvré son aspect normal, plus rapidement, un mois après la première absorption médicamenteuse. Les dix-huit colonies examinées au printemps suivant sont apparues parfaitement saines et vigoureuses, bien que certaines d'entre elles aient été constamment maintenues à proximité de nombreuses ruches contaminées.

Par ailleurs, le nourrissement thérapeutique des abeilles avec du sirop à la digalactoside de la 4.4' diamino-diphénylsulfone paraît capable de stimuler l'activité de la ruche, puisque les sept colonies malades du premier lot ont produit plus de miel que les abeilles des ruches saines placées dans les mêmes conditions.

En résumé, la digalactoside de la 4.4' diamino-diphénylsulfone, à la dose de 80 cg/l de sirop de sucre à 50 %, administrée à raison d'un demi-litre de sirop

(*) Séance du 31 mai 1948.

médicamenteux, au moins 4 fois, à 8 ou 10 jours d'intervalle, fait régresser assez rapidement les symptômes de la loque européenne.

A 15h40m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Astronomie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Henri Deslandres*.

En première ligne............	M. André Danjon.
En seconde ligne............	M. Jules Baillaud.
En troisième ligne ex æquo *par ordre alphabétique*.........	MM. Lucien d'Azambuja. Fernand Baldet. Henri Chrétien. Henri Mineur.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance publique.

La séance est levée à 16h30m.

R. C.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de mai 1948.

Contribution à l'étude des analyseurs électroniques, par René Barthélemy. Paris, Editions L. E. P. S., s. d.; 1 vol. 27cm.

Encyclopédie biogéographique et écologique. I. *Essai de biogéographie de la péninsule ibérique*, par Pierre Allorge. Paris, Paul Lechevalier, 1947; 1 vol. 25cm,5 (présenté par M. R. Heim).

Faune de France. 48. *Coléoptères hydrocanthares*, par Félix Guignot. Paris, Paul Lechevalier, 1947; 1 vol. 25cm,5.

Spécialités pharmaceutiques Ciba. Bâle, s. d.; 1 vol. 21cm,5.

Arcs. Aires. Volumes. Centres de gravité. Moments d'inertie, par J. Deschodt. Paris, Office national d'études et de recherches aéronautiques, 1948; 1 vol. 27cm.

Progrès récents dans la conception des servo-mécanismes et systèmes de télécommande. Quatre conférences, par GÉRARD LEHMANN. Paris, Office national d'études et de recherches aéronautiques, 1948; 1 vol. 27^{cm}.

La récession des nébuleuses extra-galactiques, par P. DRUMEAUX. Première et deuxième parties. Extrait des *Annales de la Société scientifique de Bruxelles.* Louvain, Société scientifique de Bruxelles, 1947 et 1948; 2 fasc. 24^{cm},5.

Une station de cure préventoriale Villard-de-Lans, par ROBERT PIERRET et R. ROMAIN. Extrait de la *Revue de phtisiologie*, T. XI, n° 5, 1930. Paris, Masson et Cie; 1 fasc. 23^{cm},5.

Nuovo trattato di geometria e meccanica quantistiche, par MARCELLO PUMA. Roma, Istituto Pitagora, 1944; 1 vol. 24^{cm}.

Nuova teoria quantistica della Luce, par MARCELLO PUMA. Roma, Istituto Pitagora, 1947; 1 vol. 24^{cm}.

Collection des Actualités radiobiologiques. Le rayonnement infrarouge, par JEAN LECOMTE. T. I. *Applications biologiques, physiques et techniques.* Paris, Gauthier-Villars, 1948; 1 vol. 21^{cm} (présenté par M. J. Cabannes).

Mémoires de la Société géologique de France. Nouvelle série. T. XXV. Mém. n° 53. *Description géologique de la Transcaucasie méridionale.* (Chaînes de l'araxe moyen), par PIERRE BONNET et Mme PIERRE BONNET. Paris, Au siège de la Société géologique de France, 1947; 1 vol. 33^{cm},5.

Union géodésique et géophysique internationale. Association de météorologie. Réunion d'Oslo (1948). *Programme et Résumé des Mémoires.* Los Angeles, 1948; 1 vol. polycopié 24^{cm},5 (en langue anglaise).

Géométrie descriptive à quatre dimensions. Premier livre. *Figures du premier degré.* Chap. I, II, III. *Définitions, positions, intersections*, par JACQUES MAURIN. Paris, Gauthier-Villars, 1948; 1 vol. polycopié 27^{cm}.

Les actions à distance. Les forces électrostatiques et la gravitation. Relation $G = 2/9\,(Nm)^2$, par R. D'AUBRY DE PUYMORIN. Paris, Gauthier-Villars, 1948; 1 vol. polycopié 23^{cm},5.

Homenaje de la Universidad de La Habana a D. Justo Sierra, 17 de marzo de 1945. Discursos de : CLEMENTE INCLÀN, ROBERTO AGRAMONTE, RAIMUNDO LAZO, ROSA MARÌA GARCÌA, JUAN M. DIHIGO, JOSÉ ANGEL CENICEROS. Publicacion separada de Universidad de La Habana, 1945; 1 vol. 23^{cm}.

Introduction à la biologie quantitative, par MAXIME LAMOTTE. Paris, Masson et Cie, 1948; 1 vol. 25^{cm} (présenté par M. M. Caullery).

ERRATA.

(Séance du 23 février 1948.)

Note de M. *Jean Chauvelier*, Action de l'eau, de l'ammoniac et des amines non tertiaires sur les cétones $\alpha.\alpha'$-diacétyléniques :

Page 677, 6e ligne, *au lieu de* M. Jean Chauvelier, *lire* Mlle Janine Chauvelier.

(Séance du 12 avril 1948.)

Note de MM. *Raoul Wildenstein* et *Paul Laffitte*, Sur le rôle des radicaux C_2 et CH dans la combustion du méthane :

Page 1197, ligne 3, *au lieu de* raies de CH, *lire* raies de OH;
» » ligne 13, *au lieu de*
$C_2^* + OH \rightarrow CO + CH^*$, *lire* $C_2 + OH \rightarrow CO + CH^*$.

(Séance du 3 mai 1948.)

Note de M. *Robert Genty*, Sur les problèmes de l'évasion hors de l'attraction terrestre et de la gravitation autour de la Terre :

Page 1511, formule (2), *au lieu de* $\frac{d^3S}{dt^2}$, *lire* $\frac{d^2S}{dt^2}$.

(Séance du 19 mai 1948.)

Note de M. *Fernand Carbenay*, Flux d'impulsion définissant le seuil de fonctionnement d'un récepteur-enregistreur du niveau moyen des atmosphériques :

Page 1710, ligne 34, *au lieu de* $\int_0^\infty$, *lire* $\int_0^0$;
Page 1711, ligne 11, *au lieu de* $\int_0^0$, *lire* $\int_0^\infty$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 14 JUIN 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Notice nécrologique sur M. JACQUES DE LAPPARENT, par M. **CHARLES JACOB**.

Fils d'Albert de Lapparent, Secrétaire perpétuel, et petit-gendre de Charles et Henri Sainte-Claire Deville, Membres de notre Académie, Jacques de Lapparent était lui-même Correspondant de notre Section de Minéralogie depuis le 9 mars 1936.

Il était né à Paris le 5 avril 1883 et y est mort le 18 mai dernier. Au terme d'études secondaires chez les Jésuites de la rue de Madrid et d'une année de spéciales au Lycée Janson de Sailly, il vint directement à la Sorbonne, sur le conseil de Munier-Chalmas, ami de son père. Après une bonne licence de physique et de sciences naturelles, il fut pris comme préparateur, en 1903, par Frédéric Wallerant. Ayant soutenu sa thèse de doctorat en 1909, il passe à l'École des Mines comme chef de travaux aux côtés de Pierre Termier, qu'il lui est arrivé de suppléer. Maître de conférences à Lille en 1913, il est mobilisé en 1914, mais bientôt libéré à la naissance du sixième de ses dix enfants. Il fréquente ainsi temporairement le laboratoire de Lucien Cayeux au Collège de France, quand, après la victoire de 1918, il part dans l'équipe de choix qui va réorganiser l'Université de Strasbourg. Il y occupe une chaire de pétrographie, devenue de minéralogie et de pétrographie à la retraite de Georges Friedel, et il y reste titulaire jusqu'au 1er janvier 1947 où, sur sa demande, il vient enseigner la pétrographie à la Sorbonne à la retraite d'Albert Michel-Lévy, en même temps qu'il avait pris à l'École Centrale la succession de Léon Bertrand.

J. de Lapparent laisse à ceux qui l'ont bien connu le souvenir d'un homme d'une haute distinction de manières, teintée de goûts artistiques certains, et surtout d'une intelligence très vive sous un masque de dilettantisme, plus apparent que réel et dissimulant un fond très sérieux. Professeur qui n'avait rien d'un pédagogue gourmé et ennuyeux, très aimé de ses élèves dont plusieurs enseignent aujourd'hui dans nos Facultés, il a *réussi* partout : à Lille, à Strasbourg comme à Paris, faisant même la conquête du public à la fois sympathique et un peu turbulent de l'École Centrale.

Toutes ces qualités se retrouvent dans ses travaux, dont la marque fut de s'attaquer surtout à des questions difficiles.

Les premiers sont relatifs aux *porphyroïdes* des massifs hercyniens d'Europe: Ardenne, Massif central français, Armorique. Le nom couvre une énigme : si l'on voit en effet dans ces roches de grands cristaux de feldspaths comme dans les porphyres, la pâte est par contre d'allure schisteuse. En réalité, il s'agit bien de roches éruptives, massives à l'origine, mais où des feldspaths aboutissent à un mica, la séricite, qui donne à la roche son aspect schisteux. Ces faits, déjà contemporains de la cristallisation du magma initial, ont conduit J. de Lapparent à en étudier bien d'autres, plus ou moins analogues, en Bretagne et dans les Pyrénées, où il a déterminé par exemple les conditions de l'albitisation, c'est-à-dire de l'enrichissement en soude, très précoce, dans certaines roches. A propos des roches éruptives et de leur géologie, d'autres travaux de pétrographie pure seraient à indiquer : c'est ainsi qu'on lui doit entre autres une jolie monographie du Pic du Midi d'Ossau. Retenons aussi une suggestion qui a fait du chemin. Au cours d'une excursion publique en Finlande, il remarque que les feldspaths du plus beau granite de ces régions nordiques, le rapakivi, se rencontrent également dans les schistes encaissants. Dès lors, dit-il, pourquoi le rapakivi lui-même ne serait-il pas déjà une roche métamorphique, ce que, depuis, les recherches de H. Backlund ont largement précisé et confirmé. Et si l'on s'élève aux conditions mêmes de la cristallisation des minéraux dans les magmas éruptifs, J. de Lapparent a tenté de considérer non seulement les phases et conditions physicochimiques habituelles, comme le fait par exemple l'école américaine, mais aussi la structure des différents édifices cristallins, telle que la révèle l'analyse aux rayons X. Deux Notes récentes, écrites dans cet esprit: *Logique des minéraux du granite* et *Le côté des péridotites*, contribuent peut-être à ouvrir la voie vers une orientation nouvelle de la pétrographie des roches éruptives.

J. de Lapparent s'est aussi beaucoup occupé des roches sédimentaires. En pays basque, où il rencontrait son maître et grand ami Henri Douvillé, il analysait l'épaisse série de strates du Crétacé supérieur, déjà pour trouver dans ces dépôts, en général peu fossilifères, un bon critérium d'âge avec les Rosalines, qui a servi depuis dans bien d'autres pays. Il a étudié aussi la formation des pseudo-brêches, à ciment de même nature que les galets, pour leur attribuer une genèse subcontemporaine de la roche, par brassage sous-marin en cours de sédimentation, soit en conséquence de la formation de rides ou simplement sous l'effet de tremblements de terre.

A propos des phénomènes d'altération de surface qui aboutissent suivant les climats à des produits alumineux tels que les bauxites ou tout simplement aux multiples catégories d'argile, son œuvre est capitale. Elle mène du reste directement aux applications, et ainsi lui a valu de nombreux voyages : en Grèce pour l'étude de corindons, bauxites métamorphiques, surtout et à maintes

reprises en Afrique du Nord, de la Méditerranée au Golfe de Guinée. Sa classification des bauxites est l'une des plus serrée qui soit et elle conduit au choix judicieux des variétés les plus propres à la préparation électrochimique de l'aluminium. De même, tout ce qu'il a écrit à propos des argiles, si diverses et d'emplois si multiples, est d'un grand intérêt. De même encore, son apport sur les catégories et les emplois des tripolis qui sont des boues à Diatomées.

Il disparaît prématurément, alors que, dans l'atmosphère d'un laboratoire parisien qui lui plaisait, il reprenait la rédaction d'un ouvrage général, profondément mûri et destiné à remplacer ses *Leçons de Pétrographie* parues en 1923 et du reste épuisées. Avec lui, les sciences minérales font une grande perte, et notre Académie s'associe à la douleur des siens, de M[me] Jacques de Lapparent et de leurs nombreux enfants et petits-enfants.

ANALYSE DIMENSIONNELLE. — *Variables de Vaschy et similitude mécanique.* Note (*) de M. **Robert Esnault-Pelterie.**

Au cours de mes études, j'ai établi les propositions suivantes (¹) :

Théorème I. — *Les variables de Vaschy de deux systèmes mécaniquement semblables sont, algébriquement, les mêmes.*

Théorème II. — *Étant donnés deux systèmes mécaniquement semblables, les variables de Vaschy correspondantes y ont même valeur numérique dans l'un et l'autre.*

Si, suivant l'usage, on s'obstine à envisager les choses du point de vue de l'abstraction mathématique pure, on peut seulement dire ici que *la réciproque n'est pas exacte*. On constate, en effet, que ce problème inverse est complètement indéterminé, deux variables indimensionnées de même constitution algébrique et de même valeur numérique pouvant être, à volonté, considérées comme mécaniquement semblables ou non par plusieurs infinités de systèmes de valeurs des coefficients de transformation λ en l, μ en m et τ en t.

Le physicien, subordonné, lui, aux contingences extérieures, peut aller plus loin : il songera en effet qu'il n'a la faculté d'agir sur les variables ϖ de Vaschy que par l'intermédiaire des grandeurs ou paramètres physiques que j'ai dénommés g (augmenter la pression, diminuer la viscosité, etc.) et que chaque g variera ainsi de la même manière *dans tous les* ϖ *à la fois*.

Cette restriction physique permet de limiter l'indétermination, voire de la lever dans beaucoup de cas.

Appelant ϖ *principaux* ceux qui sont caractérisés chacun par un paramètre

(*) Séance du 7 juin 1948.

(¹) *L'analyse dimensionnelle*, p. 157 et suiv. (Paris et Lausanne).

physique ne participant à la constitution d'aucun autre ([2]), j'ai encore établi, compte tenu de la restriction ci-dessus, que :

Lemme. — *Lorsque, dans deux systèmes, deux ϖ principaux ayant même constitution algébrique dans chaque système, y ont aussi même valeur numérique, ces deux* ϖ peuvent toujours être considérés comme *mécaniquement semblables, au moins d'une manière.*

La démonstration recourt à des considérations sur les déterminants qui entraînent quelques autres conséquences :

Théorème III. — *S'il existe, dans deux systèmes, plusieurs paires de ϖ principaux ayant même constitution algébrique dans l'un et l'autre, les coefficients éventuels* λ, μ, τ, *de passage de chacun de ces ϖ à son correspondant, seront les mêmes pour toutes ces paires.*

Cela tient à ce qu'on a abouti à un système de quatre équations linéaires à trois inconnues, la dernière équation étant toujours satisfaite et que, lorsqu'on l'a supprimée, les trois premières ne dépendent plus que des exposants dimensionnels des *g mis en évidence* (voir plus loin), *qui sont les mêmes pour tous les ϖ.*

Les propositions suivantes se déduisent immédiatement :

Corollaire I. — *Deux systèmes possédant les mêmes g; si chacun des ϖ principaux qui se correspondent algébriquement d'un système à l'autre ont même valeur numérique, ces deux systèmes* peuvent être considérés comme *mécaniquement semblables.*

Corollaire II. — *Si, dans au moins une paire de ϖ principaux correspondants, ces ϖ ont dans chacun des systèmes une valeur numérique différente, les deux systèmes* ne peuvent pas être considérés comme *mécaniquement semblables.*

Remarque. — *Le mathématicien peut toujours,* dans le cas de deux états d'un même système physique qui évolue ou dans celui de deux systèmes représentant deux états différents d'un même phénomène, trouver au moins un ensemble de valeurs de λ, μ, τ, lui permettant, *s'il le désire,* de considérer ces deux états ou systèmes comme mécaniquement semblables. Au contraire, les contingences physiques rendent *presque toujours impossible à l'ingénieur* la réalisation ou l'utilisation d'une telle similitude.

Exemple. — *Essais de modèles en milieu compressible et visqueux.* — Les paramètres naturels sont : la masse spécifique ρ et la viscosité η du fluide ; il est avantageux, dans le cas présent, de faire intervenir sa compressibilité par l'intermédiaire de la vitesse σ du son dans ce fluide. Les paramètres mécaniques seront la vitesse relative W du mobile et du fluide, une des dimensions homologues D dans chacun des systèmes, une force homologue F (poussée ou traînée) et, dans le cas d'essais d'hélices, leur nombre de tours N. Disposant,

([2]) *Ibid.*, nos 31-0, 3, p. 125 et nos 31-2, p. 126.

comme je l'ai indiqué ([3]), le tableau suivant des paramètres et de leurs dimensions :

(1)

g_1	g_2	g_3	g'_1	g'_2	g'_3	g'_4
ρ	η	σ	W	D	F	N
L^{-3}	L^{-1}	L	L	L	L	
M	M			M		
	T^{-1}	T^{-1}	T^{-1}		T^{-2}	T^{-1}

on en déduira, par la méthode que j'ai également indiquée ([3]), les quatre variables de Vaschy suivantes :

$$(2)\qquad \varpi_1 = \frac{W}{\sigma}, \qquad \varpi_2 = D\frac{\rho\sigma}{\eta}, \qquad \varpi_3 = F\frac{\rho}{\eta^2}, \qquad \varpi_4 = N\frac{\eta}{\rho\sigma^2},$$

la dernière n'intervenant que pour les hélices.

On démontre ([4]) qu'un déterminant principal du tableau des coefficients du système de quatre équations linéaires auquel on aboutit est

$$(3)\qquad \Delta = \begin{vmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3 - 1 - 1 = +1,$$

dénominateur commun des quotients de déterminants qui nous donnent les valeurs des variables satisfaisant au système.

Initialement, et cédant moi-même à l'anthropocentrisme que je critique si souvent, j'avais « mis en évidence » les *paramètres de l'Ingénieur :* W, D, F ou D, F, N. Les propriétés physiques des corps matériels nous sont imposées avant toute autre chose; la mise en évidence, comme ci-dessus, des *paramètres de la Nature* se révèle infiniment plus avantageuse.

Représentant le rapport des masses spécifiques des fluides des deux systèmes par d_1 et celui de leurs viscosités par d_2; le rapport des vitesses du son dans chacun par d_3 et posant

$$\log d_1 = \delta_1, \qquad \log d_2 = \delta_2, \qquad \log d_3 = \delta_3,$$

les logarithmes des rapports de similitude λ, μ, τ vont nous être donnés directement par les numérateurs mêmes des quotients ci-dessus :

$$(4)\qquad \left\{ \begin{aligned} &\log\lambda = -\begin{vmatrix} -\delta_1 & -\delta_2 & -\delta_3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix}, \qquad \log\mu = -\begin{vmatrix} -3 & -1 & 1 \\ -\delta_1 & -\delta_2 & -\delta_3 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix}, \\ &\log\tau = -\begin{vmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -\delta_1 & -\delta_2 & -\delta_3 \end{vmatrix}, \end{aligned} \right.$$

([3]) *Comptes rendus*, **209**, 1939, p. 190; et l'*Analyse dimensionnelle*, **33-1**, p. 129.

([4]) *L'Analyse dimensionnelle*, n° **39**, p. 161.

c'est-à-dire

$$(5)\quad \begin{cases} \log\lambda = -\ \delta_1 + \delta_2 - \delta_3, \\ \log\mu = -2\delta_1 + 3\delta_2 - 3\delta_3, \\ \log\tau = -\ \delta_1 + \delta_2 - 2\delta_3. \end{cases}$$

Le rapport de similitude géométrique sera naturellement λ, celui des vitesses sera d_3, celui des vitesses angulaires τ^{-1}; enfin celui φ des forces sera donné par

$$(6)\quad \log\varphi = -\delta_1 + 2\delta_2.$$

On voit combien cette forme de système d'équations rend l'investigation facile à partir des rapports d que nous imposent les propriétés physiques des corps dont nous pouvons disposer.

Du système (5) nous pouvons tirer

$$(7)\quad \begin{cases} \delta_1 = -3\log\lambda + \log\mu, \\ \delta_2 = -\log\lambda + \log\mu - \log\tau, \\ \delta_3 = +\log\lambda - \log\tau; \end{cases}$$

cela équivaut à

$$(8)\quad \begin{cases} d_1 = \lambda^{-3}\mu, & \text{correspondant à} & \rho = L^{-3}M, \\ d_2 = \lambda^{-1}\mu\tau^{-1}, & \text{»} & \eta = L^{-1}MT^{-1}, \\ d_3 = \lambda\tau^{-1}, & \text{»} & \sigma = LT^{-1}. \end{cases}$$

On voit ainsi que les ϖ de (2) auront bien chacun la même valeur numérique dans les deux systèmes et que ceux-ci peuvent être considérés comme mécaniquement semblables conformément aux théorèmes qui ont été établis.

PHOTOGRAMMÉTRIE. — *Formation de l'image plastique dans les appareils de restitution*. Note (*) de M. **Georges Poivilliers**.

Dans une Note récente ([1]) j'ai indiqué une méthode permettant de calculer les corrections à apporter au calage approché d'un couple de photographies dans les appareils de restitution, de façon à pouvoir obtenir la visée simultanée des deux images pour l'ensemble des points du terrain, ce qui constitue la formation de l'image plastique.

Dans cette méthode la détermination des paramètres définissant cet orientement relatif est ramenée à la résolution de systèmes d'équations de la forme

$$(3)\quad \lambda = \frac{y^2 + z^2}{z}\beta + \frac{y}{z}p + q,$$

dans lesquelles y et z sont les coordonnées d'un point visé dans un plan

(*) Séance du 7 juin 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1770.

d'abscisse x, coordonnées mesurées sur l'appareil de restitution de même que la parallaxe transversale λ.

La détermination des trois inconnues β, p et q nécessite l'utilisation de trois points au moins situés dans le plan considéré. La résolution algébrique de ce système d'équations est relativement longue, surtout lorsque l'on utilise des équations surabondantes. La méthode graphique indiquée ci-après est au contraire très rapide, elle se prête bien à l'utilisation de relations surabondantes.

Cette méthode est basée sur la remarque suivante :

Les quantités q et $(-y/z)p$ peuvent être considérées comme des valeurs particulières de la parallaxe transversale dues à des translations $-q$ et $+p$ du faisceau 1 effectuées respectivement dans les directions des y et des z. La résolution du système d'équations (3) fournit donc les coordonnées du point S′ du plan des yz où il faut amener le point de vue S_1 pour que la parallaxe transversale résiduelle puisse être annulée, pour l'ensemble des points considérés, par une seule rotation β autour d'une parallèle à l'axe des x. Le problème est ainsi ramené au problème classique du relèvement topographique et il peut être résolu de la même façon que celui-ci par la méthode du point approché.

Le point S′ se trouve sur chacun des cercles passant par les projections sur le plan des yz, de deux des points visés et par le point d'intersection des projections des deux rayons perspectifs du faisceau 1 passant par ces points, translatées chacune de la quantité λ correspondante.

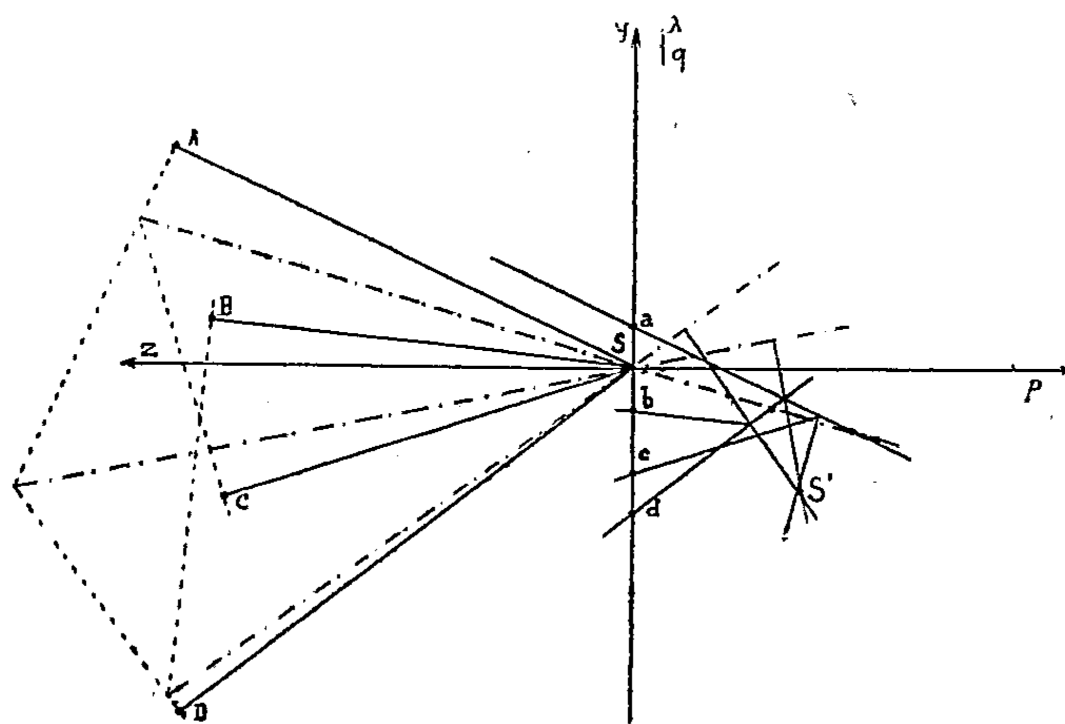


Fig. 1.

Les valeurs de λ étant très faibles (quelques centièmes de millimètre) par rapport aux coordonnées yz (de deux à quatre centaines de millimètres et plus), le graphique peut être établi à grande échelle pour les quantités λ, p et q de la façon suivante (*fig.* 1).

Sur deux axes de coordonnées rectangulaires Syz (et à une échelle

moitié de celle de restitution par exemple), on reporte par leurs coordonnées lues sur l'appareil, les divers points A, B, C, D visés dans le plan $x =$ const. considéré. Ces points sont joints au sommet S. On trace ensuite le diamètre des cercles passant par S et les divers points combinés deux à deux, trois points quelconques n'étant associés que des deux façons qui correspondent aux plus grands angles de sommet S.

Sur l'axe des y, on marque les points a, b, c, d, dont l'ordonnée est égale à la parallaxe transversale λ du point correspondant amplifiée vingt ou cinquante fois par exemple. Par chacun de ces points on mène une parallèle à la direction SA, SB, ... correspondante. De l'intersection de deux des droites ainsi tracées on abaisse la perpendiculaire sur le diamètre du cercle relatif à leurs directions.

Le calage initial des photographies étant supposé suffisamment approché, le point S′ peut être pris à l'intersection de ces perpendiculaires, qui sont assimilées chacune à la portion de cercle correspondante. Dans le cas de

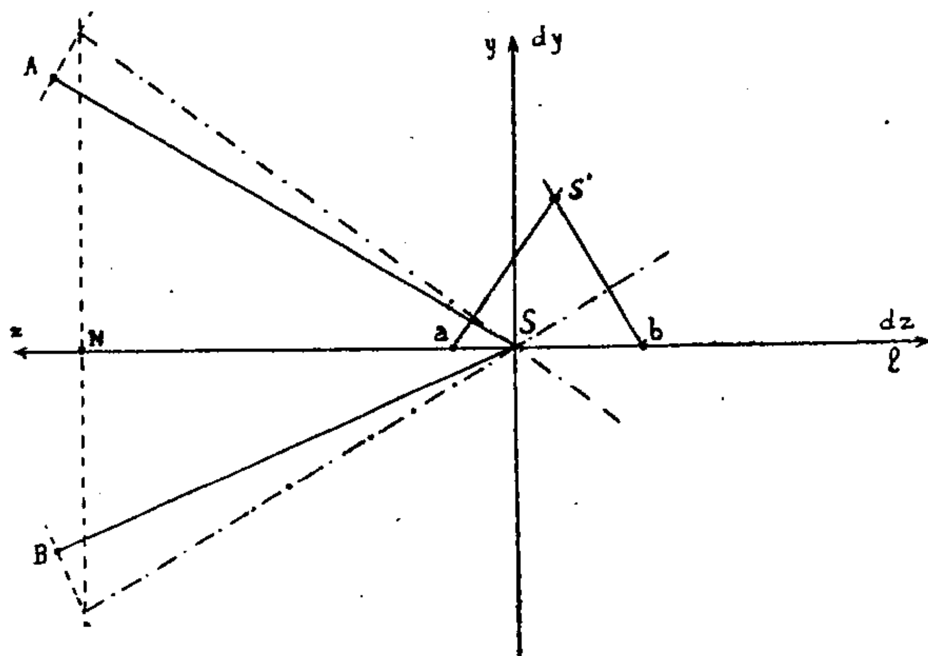


Fig. 2.

quatre points ou plus, ce point est choisi à l'intérieur du chapeau d'intersection de ces droites. Ses coordonnées sont mesurées et fournissent p et q à l'échelle du graphique des λ.

Dans le cas où la parallaxe λ peut être annulée sur le point d'ordonnée nulle, le graphique peut être simplifié (*fig.* 2). Au lieu de mesurer λ pour les points A et B par une translation en y du faisceau perspectif, on peut mesurer $l = (z/y)\lambda$ par la translation en z qui assure la visée simultanée des deux images de chacun de ces points A et B. Ces quantités l sont reportées sur l'axe des z. C'est alors des points a et b situés sur cet axe que sont abaissées les perpendiculaires sur les diamètres des cercles passant par le point correspondant et le point d'ordonnée $y = 0$.

Le rapport z/y étant généralement plus grand que l'unité, la sensibilité des mesures de l est plus grande que celle de λ. Ce mode de correction de la

parallaxe verticale est, tout comme la translation en y, susceptible de répétitions des mesures, il peut évidemment être appliqué à certains des points du cas général précédent.

Ce dernier graphique, appliqué à des points situés dans les plans $x = O$ et $x = B$ est d'un usage régulier à l'Institut Géographique National depuis 1941. Son application a diminué la durée de formation de l'image plastique, augmenté la précision de la restitution et facilité le recrutement des restituteurs.

TOXICOLOGIE. — *Contribution à l'étude de l'intoxication cyanhydrique, valeur antidote du tétrathionate de sodium.* Note de MM. **Léon Binet**, **Georges Wellers** et **Jacques Dubrisay.**

L'étude de l'intoxication cyanhydrique a suscité un grand nombre de travaux qui, jusqu'à présent, n'ont pas permis d'élucider son mécanisme intime. Cependant, on a pu se rendre compte que certaines substances sont susceptibles d'influencer la marche de cette intoxication. Parmi ces substances, certains composés soufrés ont rapidement acquis la réputation d'antidotes et leur influence sur la marche de l'intoxication cyanhydrique est particulièrement intéressante à la lumière du fait que l'acide cyanhydrique semble s'éliminer sous forme de sulfocyanure. C'est ainsi que divers auteurs se sont attachés à l'étude des effets antidotes des corps soufrés tels que le soufre colloïdal, la cystéine, la cystine, le glutathion réduit, les acides thiolactique et thioglycolique, le tétrathionate de sodium et surtout l'hyposulfite de sodium, qui fut l'objet des études les plus nombreuses depuis que S. Lang, en 1895, constata pour la première fois ses propriétés d'antidote [1]. En reprenant le problème dans son ensemble, nous avons systématiquement étudié l'action antitoxique de différents corps sulfhydrilés, et ceci nous a indirectement amenés à étudier l'action du tétrathionate de sodium en supposant que ce corps agit par l'intermédiaire des groupes SH de l'organisme. Nous rapportons ici nos observations qui nous semblent édifiantes et que nous espérons compléter par la suite.

Une étude préalable nous a montré que le cyanure de potassium en solution fraîche tue 100 % des rats adultes en injection sous-cutanée à la dose de 15^{mg} par kilo. Nous avons toujours utilisé des solutions de cyanure de potassium telles que 1^{cm^3} contienne 1^{mg} du sel. Dans ces conditions les premiers symptômes d'intoxication (respiration accélérée, agitation, démarche mal assurée de l'animal) apparaissent au bout de 2 à 3 minutes. Au bout de 3 à 5 minutes après l'injection du cyanure, l'animal tombe sur le côté sans pouvoir se relever, puis des convulsions font leur apparition, la respiration devient agonique, le réflexe cornéen disparaît et dans un délai qui varie entre 10 et 45 minutes,

(1) Ch. Achard et L. Binet, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 222.

l'animal meurt. Cette donnée établie, nous avons cherché à préciser si le tétrathionate de sodium avait un effet antidote curatif. Dans ce but, aux animaux ayant reçu des doses variables de cyanure de potassium en injection sous-cutanée, nous avons injecté des doses variables de tétrathionate par voie intrapéritonéale et cela toujours au même moment, à savoir au moment facile à saisir à partir duquel l'animal couché sur le côté ne fait plus aucune tentative pour se retourner et qui précède de peu l'apparition des convulsions. Voici le résumé de nos observations :

Mg du CNK par kg.	Nombre des D. M. M.	$S_4O_6Na_2$ mg par kg.	Nombre d'animaux injectés.	survivants.	morts.	% de survie.
30..........	2	200	20	20	0	100
45..........	3	200	7	6	1	85
60..........	4	200	5	0	5	0
60..........	4	400	15	5	10	30
67,5........	4,5	200	4	0	4	0

On voit donc que le tétrathionate est un excellent antidote dans le cas d'intoxication par 2 D. M. M. de cyanure, et il convient de souligner que, dans ce cas, son action est frappante par sa rapidité : en effet, 1 à 5 minutes après l'administration du tétrathionate, l'animal se retourne et après quelques courts instants de frisson, il a bientôt une apparence absolument normale. Le tétrathionate de sodium est encore efficace, quoique moins fidèlement, contre 3 D. M. M. de cyanure, et dans les cas favorables, son action est toujours remarquable par sa rapidité. Mais contre 4 D. M. M. son action à dose égale devient brusquement nulle, et même en doublant la dose plus des 2/3 des animaux meurent encore.

L'activité antidote du tétrathionate de sodium n'est donc pas proportionnelle à sa quantité, ce qui semble exclure l'hypothèse de son action directe *in vivo* sur le cyanure. Telle est cependant l'interprétation généralement admise par divers auteurs qui se sont occupés de la question [J. Hebting, A. Christian et B. Foresti, J. Draize, E. Hug (²), S. Sapienza] et qui se basent, d'une part, sur le fait qu'*in vitro* le tétrathionate transforme les cyanures en sulfocyanures ($S_4O_6Na_2 + CNNa + 2NaOH = SCNNa + Na_2S_2O_3 + SO_4Na_2 + H_2O$) et, d'autre part, qu'après l'injection de cyanure on constate des quantités accrues de sulfocyanures dans le sang et l'urine. Nos observations infirment cette façon de voir.

On sait également que l'hyposulfite de sodium possède des propriétés d'antidote dans le cas d'empoisonnement par les cyanures. Il serait naturel de penser que le tétrathionate est réduit en hyposulfite et que c'est grâce à la formation *in vivo* de ce dernier que l'on constate son effet antidote. Si cette hypothèse était exacte, on devrait naturellement s'attendre à voir l'efficacité de l'hyposulfite supérieure à celle du tétrathionate. Cependant, il n'en est rien

(²) E. Hug, *Tretamientos de la intoxication cianhidrica*, Buenos-Aires, 1934.

comme le montrent les résultats suivants obtenus exactement dans les mêmes conditions que ceux relatifs à l'action du tétrathionate de sodium et rapportés plus haut :

Mg du CNK par kg.	Nombre des D. M. L.	$S_2O_3Na_2$ mg par kg.	Nombre d'animaux injectés.	survivants.	morts.	% de survie.
30...........	2	250	5	5	0	93
30...........	2	400	10	9	1	
45...........	3	250	5	5	0	80
45...........	3	400	5	3	2	
60...........	4	500	5	0	5	0

Ces résultats sont généralement comparables à ceux obtenus avec le tétrathionate de sodium, mais une certaine différence existe entre l'action des deux substances, qui est nettement en faveur du tétrathionate. Ceci est particulièrement nette avec 4 D. M. M. de cyanure : le tétrathionate assure dans ces conditions la survie d'un tiers environ des animaux, tandis que l'hyposulfite est totalement inefficace. L'observation des animaux survivants corrobore nettement cette conclusion : en effet, comme nous l'avons déjà noté, l'effet du tétrathionate se manifeste avec une rapidité frappante, tandis que le retour à un état normal des animaux intoxiqués par 2 D. M. M. seulement et traités dans les mêmes conditions par l'hyposulfite de sodium se fait après un délai beaucoup plus long, et souvent les animaux retombent deux ou trois fois avant de reprendre leur apparence normale. Il est donc difficile d'admettre que le tétrathionate de sodium exerce son action antidote après transformation en hyposulfite de sodium.

Nous pensons que l'effet du tétrathionate se manifeste par un mécanisme tout à fait différent, à savoir par l'intermédiaire du glutathion. En effet, le tétrathionate oxyde le glutathion réduit *in vivo* [M. Goffart et P. Fischer (3) et nos propres observations que nous espérons publier bientôt], en transformant dans certaines conditions tout le glutathion du sang en sa forme oxydée. D'autre part, *in vitro*, le cyanure agit en milieu neutre sur le glutathion oxydé, suivant l'équation GS—SG + CNK=GSCN + GSK [G. Wellers (4)], de sorte que plus le taux de glutathion oxydé des organes est élevé, plus l'animal doit pouvoir supporter des quantités élevées de cyanure. Cependant, sa tolérance reste toujours limitée par sa teneur en glutathion, et l'oxydation même intégrale du glutathion réduit, ne peut permettre qu'une tolérance relative. Ceci explique bien le fait que, quelle que soit la quantité de tétrathionate, les animaux ne supportent pas les doses de cyanure supérieures à 3 D. M. M. Cette hypothèse de travail pose de nombreuses questions à l'étude desquelles nous nous attachons. D'ores et déjà, nous pouvons cependant préciser : 1° que

(3) *Arch. internat. Physiologie*, 3, vol. 55, 1948, p. 258.
(4) *Bull. Soc. Chimie Biol.*, **29**, 1947, p. 812.

l'action antidote préventive du tétrathionate en injection préalable semble être parallèle à son action oxydante sur le glutathion des tissus, et 2° que divers composés sulfhydrilés tels que la cystéine ou l'acide thiomalique ont une activité antidote beaucoup plus énergique sous leur forme oxydée que sous leur forme réduite. Quant à l'efficacité de l'hyposulfite, peut-être nos expériences nous permettront-elles, à côté du mécanisme habituellement invoqué et faisant intervenir une diastase spécifique, la rhodanèse([5]), de mettre en évidence des phénomènes rentrant dans le cadre de la même hypothèse.

En résumé, l'activité antidote du tétrathionate de sodium, dans l'intoxication cyanhydrique, nous a paru très nette, supérieure à celle de l'hyposulfite, et nous pensons que cette action se fait par l'intermédiaire de l'oxydation des groupements —SH de l'organisme.

M. **René Barthélemy** fait hommage à l'Académie du texte dactylographié d'une Conférence qu'il a faite, le 31 mai 1948, à l'occasion du Centenaire de la **Société des Ingénieurs Civils** : *Vingt années de Télévision française*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un membre de la Section d'Astronomie, en remplacement de M. *Henri Deslandres*, décédé.

Le nombre des votants étant 47,

M. André Danjon obtient	....	39 suffrages
M. Jules Baillaud »	....	4 »
M. Henri Mineur »	....	4 »

M. **André Danjon**, ayant obtenu la majorité des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président du Conseil des Ministres.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **Julian Huxley** est élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie.

DÉSIGNATIONS.

MM. **Maurice Caullery**, **Lucien Cuénot**, **Charles Pérez**, **Émile Roubaud**, **Paul Wintrebert**, **Louis Fage**, **Robert Courrier**, **Pol Bouin**, **Eugène Bataillon** sont désignés pour représenter l'Académie au treizième **Congrès International de Zoologie**, qui se tiendra à Paris, du 21 au 27 juillet 1948.

([5]) K. Lang, *Biochem. Zschr.*, **259**, 1933, p. 243 et **263**, 1933, p. 262; H. Bénard, Mme Gajdos-Torok et A. Gajdos, *C. R. Soc. Biol.*, **141**, 1947, p. 700; **141**, 1947, p. 702.

MM. **Louis Lapicque**, **Henri Villat**, **Jean Cabannes** et **Georges Darrieus** sont désignés pour représenter l'Académie à la Cérémonie du Baptême du navire câblier **d'Arsonval**, qui aura lieu à La Seyne-sur-mer (Var), le 27 juin 1948.

MM. **Gaston Fayet**, **Jean Chazy**, **Bernard Lyot**, **Pierre Lejay**, **André Danjon**, Membres de l'Académie, MM. **Jules Baillaud**, **Lucien d'Azambuja**, **Fernand Baldet**, **Pierre Tardi**, **Jean Dufay**, **Émile Paloque**, **Pierre Semirot**, **Jean Rösch**, **Pierre Lacroute**, **Georges Meyer**, **Henri Mineur**, **André Couder**, **Daniel Chalonge**, **Nicolas Stoyko**, **Georges Bidault de Lisle**, **Daniel Barbier**, **Paul Couderc**, **André Lallemand**, **André Gougenheim**, **Charles Bertaud**, Mlle **Renée Canavaggia**, MM. **Junior Gauzit**, **Paul Muller**, **Henri Roure**, **Charles Fehrenbach**, **Évry Schatzman**, **Antoine Brun** sont désignés pour représenter la France au Congrès de l'**Union Astronomique Internationale**, qui se tiendra à Zurich, du 11 au 18 août 1948.

CORRESPONDANCE.

M. **Charles Courtot**, Correspondant de l'Académie, adresse l'expression de ses sentiments de condoléances à l'occasion du décès de M. *Louis Lumière*.

M. **Emile Peynaud**, au nom de M. **Jean Ribéreau-Gayon** et au sien, rend compte à l'Académie de l'emploi qu'ils ont fait de la subvention qui leur a été accordée, en 1947, sur la Fondation *Loutreuil*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Albert Ranc. *Pour connaître la pensée de Marcelin Berthelot* (présenté par M. Marcel Delépine).

2° Georges Deflandre. *Microscopie pratique. Le Microscope et ses applications. La Faune et la Flore microscopiques des Eaux. Les Microfossiles.*

3° Pierre de Boixo. *Fermentations du vin à basse température.*

Il signale également une *Nouvelle Carte des massifs cristallins culminants de la Péninsule du Sinaï*, par M. Jacques Daumas, avec un exposé dactylographié (présenté par M. G. Durand-Viel).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la théorie d'une équation aux dérivées partielles classique de la physique mathématique.* Note de M. **Mauro Picone**.

Pour un ensemble A de points de l'espace euclidien $S_{(n)}$ à n dimensions, je désignerai par $\mathcal{F}A$ sa frontière sur $S_{(n)}$, par $r(P, A)$ la distance d'un point

$P(x_1, \ldots, x_n)$ à A, par $S(A, \rho)$ l'entourage de A, lieu des points P de $S_{(n)}$ pour lequel $r(P, A) < \rho$. Je dirai que : un ensemble de $S_{(n)}$ est un *domaine* de $S_{(n)}$ s'il ne contient aucun point de sa frontière sur $S_{(n)}$; un ensemble E est un *entourage* de l'ensemble A si E est un domaine contenant $A + \mathcal{F}A$; quand A est un domaine, une partie fermée $\mathcal{F}_0 A$ de $\mathcal{F}A$ est une *partie isolée* de $\mathcal{F}A$ s'il existe un entourage E de $\mathcal{F}_0 A$ pour lequel $E.A = E - \mathcal{F}_0 A$; un ensemble fermé V de $S_{(n)}$ est une *variété régulière sans bord à q dimensions* $(1 \leq q < n)$ si pour tout point P de V existent un entourage $S(P, \rho)$ et un domaine $T(P)$ de l'espace euclidien $S_{(q)}$ à q dimensions tels qu'il soit possible d'établir entre les points $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ de V. $S(P, \rho)$ et les points $(t_1, \ldots, t_q)$ de $T(P)$ une correspondance biunivoque $x_k = X_k(t)$ où les fonctions X_k soient, dans $T(P)$, continues ainsi que leurs dérivées des deux premiers ordres, la matrice $\| \partial X_h / \partial t_k \|$ étant partout de rang q.

Partons du théorème de Lebesgue-Bouligand (¹) énoncé comme suit :

I. *Si* A *est un domaine de l'espace euclidien à trois ou plus de trois dimensions et* C *un arc borné privé de ses extrémités d'une courbe régulière, partie isolée de* $\mathcal{F}A$, *toute fonction harmonique et bornée dans* A *est harmonique dans* $A + C$.

Je donnerai de ce beau théorème diverses extensions qui concernent les solutions de l'équation à n variables indépendantes

$$\Delta u + c(P)u \equiv \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial^2 u}{\partial x_k^2} + c(P)u = 0, \tag{1}$$

en réservant les démonstrations pour un prochain Mémoire.

Si A est un domaine de $S_{(n)}$ et si $c(P)$ est défini en tout point de A, une fonction $u(P)$ sera dite *solution de* (1) en A, si elle y est continue et douée des dérivées $\partial^2 u / \partial x_k^2$ $(k = 1, \ldots, n)$, en y vérifiant l'équation (1). Une partie $\mathcal{F}_0 A$ de $\mathcal{F}A$, bornée, fermée, contenue dans une variété régulière sans bord à q dimensions $(1 \leq q \leq n-2)$, sera dite *ordinaire pour l'équation* (1) si : *a*. on peut déterminer un entourage H de $\mathcal{F}_0 A$ tel que $c(P)$ soit supérieurement bornée dans H.A; *b*. pour tout nombre positif ρ, on peut construire un entourage particulier E de $\mathcal{F}_0 A$, contenu dans $S(\mathcal{F}_0 A, \rho)$, tel que, pour le domaine E.A et l'équation (1), le problème *ordinaire* de Dirichlet soit résoluble, c'est-à-dire que, étant arbitrairement donnée une fonction $f(P)$ continue sur $\mathcal{F}(E.A)$, il existe toujours une fonction $u(P)$ continue en $E.A + \mathcal{F}(E.A)$ coïncidant avec celle-là en $\mathcal{F}(E.A)$ et solution, dans E.A, de (1); elle sera dite *éliminable pour l'équation* (1) si elle est isolée et : *a'*. $c(P)$ vérifiant la condition *a* est définie sur $\mathcal{F}_0 A$; *b'*. pour tout nombre positif ρ, pour lequel

$$S(\mathcal{F}_0 A, \rho).A = S(\mathcal{F}_0 A, \rho) - \mathcal{F}_0 A,$$

(¹) H. LEBESGUE, *Comptes rendus*, **176**, 1923, p. 1097; G. BOULIGAND, *Bull. Sc. Math.*, **47**, 1923, p. 386.

on peut construire un entourage particulier E de $\mathcal{F}_0 A$, contenu dans $S(\mathcal{F}_0 A, \rho)$, tel que pour celui-ci et l'équation (1) le problème ordinaire de Dirichlet soit résoluble. Cela posé,

II. *Soient* A *un domaine de* $S_{(n)}(n \geq 3)$, $\mathcal{F}_0 A$ *une partie de* $\mathcal{F} A$, *ordinaire pour l'équation* (1), *contenue dans une variété régulière à q dimensions* ($1 \leq q \leq n-2$), E *un entourage de* $\mathcal{F}_0 A$, $f(P)$ *une fonction continue en* $E.\mathcal{F} A$, α *un nombre positif moindre que* $n-2-q$ *quand* $n > 2+q$, *moindre que* 1 *quand* $n = 2+q$. *Si* $u(P)$ *est une solution, dans* A, *de* (1), *on a*

$$\lim_{Q \in A, Q \to P} u(Q) = f(P), \qquad \text{pour tout point P de } E.\mathcal{F} A - \mathcal{F}_0 A,$$

$$(2) \quad \begin{cases} \lim\limits_{r(Q, \mathcal{F}_0 A) \to 0} [u(Q).\ r^{\alpha}(Q, \mathcal{F}_0 A)] = 0, & \text{quand } n > 2+q, \\ \lim\limits_{r(Q, \mathcal{F}_0 A) \to 0} [u(Q).|\log r(Q, \mathcal{F}_0 A)|^{-\alpha}] = 0, & \text{quand } n = 2+q; \end{cases}$$

on en déduit

$$\lim_{Q \to P} u(Q) = f(P), \qquad \text{aussi pour tout point P de } \mathcal{F}_0 A.$$

III. *Si* $\mathcal{F}_0 A$ *est une partie éliminable de* $\mathcal{F} A$, *une solution* $u(P)$ *de* (1), dans A, *vérifiant* (2) *est solution dans* $A + \mathcal{F}_0 A$.

IV. (Unicité pour un problème généralisé de Dirichlet). *Supposant le domaine* A *borné et de diamètre* δ, *soient* $f(P)$ *et* $g(P)$ *deux fonctions données du point* P, *définies respectivement sur* $\mathcal{F} A$ *et dans* A, $\varphi(Q, P)$ *une fonction, donnée elle aussi, des deux points* Q *et* P, *définie quand* Q *est dans* A *et* P *sur* $\mathcal{F} A$, $\mathcal{F}_i A$ ($i = 1, \ldots, \nu$) *des parties de* $\mathcal{F} A$, *ordinaires ou éliminables, deux à deux sans points communs, la partie* $\mathcal{F}_i A$ *étant contenue dans une variété régulière sans bord à* q_i *dimensions* ($1 \leq q_i \leq n-2$), et posons

$$\tau_i(P) = \begin{cases} r(P, \mathcal{F}_i A), & \text{quand } n > 2 + q_i, \\ \log \dfrac{1}{\dfrac{e\delta}{r(P, \mathcal{F}_i A)}}, & \text{quand } n = 2 + q_i. \end{cases}$$

Si le théorème d'unicité concernant le problème ordinaire de Dirichlet est vérifié pour l'équation

$$(3) \qquad \Delta v + c(P)\, v = g(P),$$

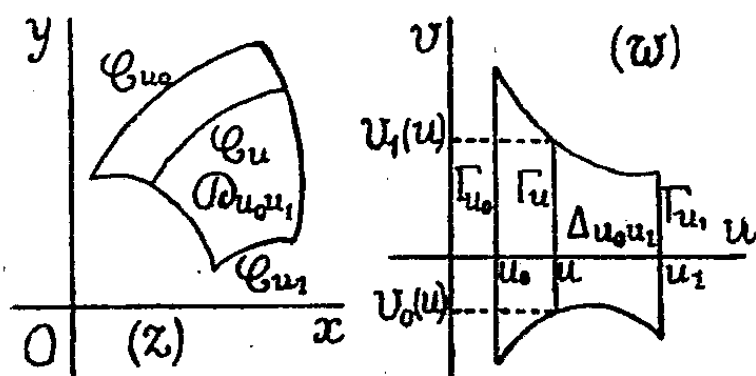
et pour le domaine A^* *obtenu de* A *en lui attribuant celles des parties* $\mathcal{F}_i A$ *qui sont éliminables, le même théorème subsiste pour le problème de trouver une solution de* (3) *dans* A, *satisfaisant en tout point* P *de* $\mathcal{F} A$ *à la condition*

$$\lim_{Q \in A,\, Q \to P} \left\{ [v(Q) - \varphi(Q, P)] \prod_{i=1}^{\nu} [\tau_i(Q)]^{\alpha_i} \right\} = f(P),$$

($0 < \alpha_i < n - 2 - q_i$ *quand* $n > 2 + q_i$; $0 < \alpha_i < 1$ *quand* $n = 2 + q_i$).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Orthogonalité sur des familles de courbes, et orthogonalité superficielle avec une infinité de poids différents.* Note (*) de M. **Noubar Arpiarian**, présentée par M. Paul Montel.

Nous allons étendre, en les généralisant, les résultats obtenus pour les courbes isogrammes ([1]), aux familles de courbes quelconques à un paramètre, et tirer quelques conclusions générales.



Soit une famille de courbes rectifiables à un paramètre $\mathcal{C}_u$, et un poids $\varpi(z, u)$ pouvant dépendre du paramètre réel u. Les valeurs de u sont prises dans un intervalle (u_0, u_1), de telle sorte que, u variant de u_0 à u_1, la courbe $\mathcal{C}_u$ balaie, une seule fois, un domaine $\mathcal{D}_{u_0 u_1}$. En chaque point $z = x + iy$ du domaine $\mathcal{D}_{u_0 u_1}$, passe une courbe $\mathcal{C}_u$, et une seule : u est donc une fonction définie, que nous supposerons en outre dérivable, des variables réelles x et y :

$$(1) \qquad u = u(x, y).$$

Introduisons sur la courbe $\mathcal{C}_u$ un paramètre arbitraire v tel que, lorsque v varie de $v_0(u)$ à $v_1(u)$, z parcourt la courbe $\mathcal{C}_u$.

Nous établissons ainsi une correspondance biunivoque

$$(2) \qquad \begin{cases} x = x(u, v), & u = u(x, y), \\ y = y(u, v), & v = v(x, y), \end{cases}$$

entre le domaine $\mathcal{D}_{u_0 u_1}$ du plan z, et un certain trapèze mixtiligne $\Delta_{u_0 u_1}$, en partie arbitraire, à bases parallèles à l'axe des v du plan $w = u + iv$. On peut aussi écrire cette correspondance

$$(3) \qquad z = \Psi(w), \qquad w = \Phi(z),$$

les fonctions Φ et Ψ étant des fonctions continues et uniformes quelconques, en général non holomorphes, dans les domaines respectifs où on les considère.

Nous montrons alors :

(*) Séance du 7 juin 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1790.

THÉORÈME. — *Si la suite des fonctions $f_n(z)$ est orthogonale avec le poids $\varpi(z, u)$ sur la famille des courbes rectifiables $\mathcal{C}_u(u_0 \leqq u \leqq u_1)$, elle est orthogonale sur le domaine $\mathcal{D}_{u_1 u_0}$, avec le poids superficiel*

$$\Pi(z) = f(u)\varpi(z, u)\,|\operatorname{grad} u|, \tag{4}$$

où $f(u)$ désigne une fonction positive arbitraire de la variable réelle u, où $|\operatorname{grad} u| = \sqrt{u_x'^2 + u_y'^2}$ est déterminé par (1), *et où l'on suppose $u(x, y)$ exprimé en fonction de x et de y, donc de z.*

1. Supposons que les courbes $\mathcal{C}_u$ soient des courbes isogrammes, représentables sur la circonférence $c(o, \lambda)$ par la fonction holomorphe

$$Z = \varphi(z) = \lambda e^{i\theta} \neq 0.$$

On peut poser

$$w = \operatorname{Log} Z, \qquad u = \log \lambda, \qquad v = \theta.$$

$w = \Phi(z) = \operatorname{Log}\varphi(z)$ est holomorphe, et l'on a

$$|\operatorname{grad} u| = |\Phi'(z)| = e^{-u}\,|\varphi'(z)|.$$

En prenant dans (4) $f(u) = e^u$, on retrouve la formule connue (¹)

$$\Pi(z) = \varpi(z)\,|\varphi'(z)|, \tag{5}$$

comme cas particulier de la formule (4).

2. Le choix du paramètre v n'influe pas sur le poids superficiel : il y a donc intérêt à prendre ce paramètre le plus simplement que l'on pourra, si possible de façon que $\Delta_{u_0 u_1}$ soit un rectangle de côtés parallèles aux axes.

3. Le choix arbitraire de la fonction $f(u)$ nous permet de construire des suites *orthogonales sur un domaine avec une infinité de poids superficiels différents*, possibilité qui n'est pas établie pour les suites linéairement orthogonales (bien entendu, il ne s'agit pas de poids qui ne diffèrent que par un facteur constant).

4. Le poids donné par la formule (4) n'est en général pas *holomodule* (module d'une fonction holomorphe).

Toute *fonction poids* (fonction réelle positive d'une variable complexe) peut être considérée comme le module d'une fonction complexe quelconque. On a le lemme :

LEMME. — *La condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction poids $\pi(z) = p(x, y)$, positive, soit holomodule, est*

$$p\,\Delta p - |\operatorname{grad} p|^2 = 0, \tag{6}$$

où Δp désigne le laplacien de $p(x, y)$: $\Delta p = (\partial^2 p/\partial x^2) + (\partial^2 p/\partial y^2)$.

5. Partant d'un poids linéaire $\varpi(z)$ holomodule, si l'on désire obtenir tous les poids superficiels $\Pi(z)$ holomodules possibles, on imposera la condition (6) à la fonction $f(u)\,|\operatorname{grad} u|$.

Si $|\text{grad}\, u|$ et Δu sont exprimables en u, on obtiendra une équation différentielle du second ordre en f.

6. Le facteur $f(u)|\text{grad}\, u|$, par lequel on multiplie le poids linéaire pour obtenir le poids superficiel, est attaché à la famille de courbes $\mathcal{C}_u$; il ne dépend ni du poids linéaire $\varpi(z, u)$, ni des fonctions orthogonales $f_n(z)$.

Il en est de même de la condition d'holomodulie du poids superficiel, sous simple réserve que le poids linéaire soit lui-même holomodule.

7. Théorème. — *Étant donné un poids linéaire holomodule $\varpi(z)$ relatif à des courbes isogrammes $\mathcal{C}_\lambda$, les seuls poids superficiels holomodules relatifs à un domaine quelconque balayé par les $\mathcal{C}_\lambda$, sont donnés par*

$$\Pi(z) = |\varphi(z)|^\alpha |\varphi'(z)| \varpi(z), \tag{7}$$

où α est une constante réelle arbitraire.

GÉOMÉTRIE. — *Les surfaces à courbure moyenne isotherme et le problème d'Ossian Bonnet.* Note (*) de M. **Victor Lalan**, présentée par M. Élie Cartan.

Sur toute surface d'O. Bonnet à courbure moyenne variable, les lignes d'égale courbure moyenne, $H = C$, sont isothermes; sur celles d'entre elles qui appartiennent à la troisième classe ([1]), ces lignes sont, en outre, géodésiquement parallèles. Je me propose de montrer que, réciproquement, *les seules surfaces dont les lignes* $H = C$ *soient à la fois isothermes et géodésiquement parallèles sont, avec les surfaces admettant un groupe de mouvements à un paramètre, les surfaces d'O. Bonnet de troisième classe.* La méthode employée fournira du même coup les équations définissant ces surfaces, ainsi que celles des réseaux d'O. Bonnet.

Pour exprimer que les lignes $H = C$ sont géodésiquement parallèles, il suffit d'adjoindre, au système (1) de ma précédente Note ([2]), l'équation $d\lambda = t\omega_1$. L'involution n'est plus immédiatement obtenue. En prolongeant, et en posant $\rho = 2k + A_1/A$, on tombe sur la condition d'intégrabilité

$$\rho_1 + k\rho - \frac{\lambda^2}{A^2} - \frac{\cos 2\theta}{A}(t - 2\lambda\rho + 3\lambda k) = 0. \tag{1}$$

Ou bien cette condition détermine θ, et la solution singulière correspondante, qui dépend d'une fonction arbitraire d'un argument, donne *les surfaces admettant un groupe de mouvements à un paramètre;*

ou bien cette condition est identiquement satisfaite; le système correspondant, formé de sept équations, est complètement intégrable. Chose importante, il se

(*) Séance du 7 juin 1948.

([1]) Selon la terminologie de M. É. Cartan (*Bull. des Sc. Math.*, **61**, 1942, p. 55-85).

([2]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1339-1341. Les notations sont conservées.

laisse scinder en deux parties, dont l'une forme un système différentiel *ordinaire* de six équations et détermine tous les éléments de nos surfaces autres que les directions principales. Cette détermination faite, l'équation restante donne θ, avec un nouveau paramètre arbitraire. Nos surfaces sont donc *déformables avec conservation des courbures principales*, ce qui est le propre des surfaces d'O. Bonnet.

Pour intégrer, nous définissons une inconnue auxiliaire $Z = 2A/\mu^2$, qui n'est autre que $\sqrt{\Delta_1\psi}$. Tenant compte, par ailleurs, de l'intégrale première $2A^2(\lambda\mu) = C$, nous obtenons

$$\frac{d^2}{dx^2}(\log Z) = \frac{Z^2}{C^2}. \tag{2}$$

L'ensemble des solutions de cette équation ne peut se représenter par une seule formule; suivant que $Z^2/C^2 - (Z'/Z)^2$ est positif, négatif ou nul, Z s'écrit

$$\frac{aC}{\sin(ax+b)}, \qquad \frac{aC}{\text{sh}(ax+b)} \qquad \text{ou} \qquad \frac{C}{x+b};$$

à ces trois expressions correspondent respectivement les trois *types* **A**, **B**, **C** de M. É. Cartan.

Une fois Z déterminée, $H = f(x)$ doit vérifier

$$\frac{d^2}{dx^2}(\log f') = \frac{Z^2}{C}\left(\frac{2}{C} + \frac{f^2}{f'}\right) - Cf', \tag{3}$$

où l'on reconnaît, compte tenu de $\Delta_2\psi = Z^2/C$, l'équation de Gauss des surfaces d'O. Bonnet ([3]). Alors que, dans le cas général des surfaces à courbure moyenne isotherme, $f(x)$ se choisit arbitrairement, et $\psi(x, y)$ se détermine ensuite par l'équation de Gauss, ici, $\Delta_1\psi$ et $\Delta_2\psi$ sont déterminés d'abord par (2), et l'équation de Gauss sert à déterminer $f(x)$. Comme $\Delta_1\psi/\Delta_2\psi = C$, la fonction $Q = e^{-\frac{\psi}{C}}$ est harmonique et, si l'on introduit $P + iQ$, fonction analytique de $x + iy$, on obtient

$$\frac{dP^2 + dQ^2}{Q^2} = \frac{Z^2}{C^2}(dx^2 + dy^2).$$

Cette formule fournit l'explication de (2) : (2) exprime, en effet, que le ds^2 de révolution $(Z^2/C^2)(dx^2 + dy^2)$ aurait pour courbure -1.

Les directions principales s'obtiennent en intégrant

$$2\,d\theta = -\frac{Z}{C}\sin 2\theta\,dx + \left(\frac{d\log Z}{dx} - \frac{Z}{C}\cos 2\theta\right)dy. \tag{4}$$

Cette équation ne contenant pas $f(x)$, il est possible d'étudier les *réseaux d'O. Bonnet*, pour chaque type, en faisant abstraction de l'expression de la

([3]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 214-216, formule (4).

courbure moyenne. La constante d'intégration étant simplement additive à y, on serait tenté de penser que toutes les surfaces correspondant à un même choix de C, $Z(x)$ et $f(x)$ sont égales entre elles; or ce n'est vrai que pour le type **B**. Pour les types **A** et **C**, l'intégrale générale de (4) ne tient pas en une seule formule : à *un* choix de C, $Z(x)$ et $f(x)$, correspondent *plusieurs* surfaces non superposables, dont l'ensemble constitue une *famille* au sens de M. Cartan.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur des familles de congruences* W. Note de M. **Fernand Backes**, présentée par M. Paul Montel.

1. Supposons que deux courbes $(N_1)_u$, $(N_2)_v$ se coupent en N_3; que les courbes $(N_1)_v$ et $(N_2)_u$ se coupent en N_4. Les réseaux $(N_1)_{uv}$, $(N_2)_{uv}$ se coupent inversement; si l'on suppose en outre que les plans osculateurs aux courbes $(N_1)_u$, $(N_1)_v$ passent par N_2 et que ceux relatifs aux courbes $(N_2)_u$, $(N_2)_v$ passent par N_1, nous avons démontré que la droite $N_1 N_2$ engendre la congruence la plus générale qui soit W_{uv}, rappelant par cette notation que u, v sont les paramètres des asymptotiques des nappes focales. De plus, la droite génératrice de la congruence W possède une ∞^1 de couples tels que (N_1, N_2) (1).

2. Soient P_1 un point de $N_1 N_3$, P_2 un point de $N_2 N_4$; il existe une ∞^3 de couples (P_1, P_2) jouissant des mêmes propriétés que (N_1, N_2). Nous avons obtenu ce résultat en faisant usage de la méthode du tétraèdre mobile due à M. Demoulin (2).

On sait que les rotations d'un tétraèdre, désignées par a_{ik} ou b_{ik} selon que u ou v varie seul, satisfont aux relations $\Sigma a_{ii} = 0$, $\Sigma b_{ii} = 0$ et

$$\frac{\partial a_{ik}}{\partial v} - \frac{\partial b_{ik}}{\partial u} = \sum_n (a_{in} b_{nk} - b_{in} a_{nk}). \tag{1}$$

Rapportons la figure au tétraèdre $N_1 N_2 N_3 N_4$; on aura

$$a_{12} = a_{21} = a_{34} = a_{43} = a_{32} = a_{41} = b_{12} = b_{21} = b_{34} = b_{43} = b_{31} = b_{42} = 0.$$

De plus, certaines des relations (1) se réduisent aux suivantes:

$$\frac{a_{13}}{a_{42}} = \frac{a_{24}}{a_{31}} = \frac{b_{14}}{b_{32}} = \frac{b_{23}}{b_{41}}. \tag{2}$$

Les réseaux (u, v), décrits par les points P_1, P_2, de coordonnées respec-

---

(1) *Bull. de la Cl. des Sci. de l'Acad. Roy. de Belgique*, 5e série, **22**, février 1936, p. 185. Le théorème a été retrouvé par M. Jonas dans un mémoire daté d'octobre 1936 et inséré aux *Mathematische Annalen*, **114**, 1937, p. 237.

(2) *Comptes rendus*, **148**, 1909, p. 460.

tives (1, 0, φ, 0), (0, 1, 0, ψ), se coupent inversement si l'on a

$$(3)\quad \begin{cases} \varphi'_u + a_{31} + (a_{33} - a_{11})\varphi - a_{13}\varphi^2 = \lambda a_{23}\varphi\psi, \\ \psi'_v + (b_{33} - b_{22})\psi - b_{24}\psi^2 = \frac{1}{\lambda}(b_{14}\varphi\psi - b_{32}), \\ \varphi'_v + (b_{33} - b_{11})\varphi - b_{13}\varphi^2 = \lambda_1(b_{23}\varphi\psi - b_{41}), \\ \psi'_u + a_{42} + (a_{44} - a_{22})\psi - a_{24}\psi^2 = \frac{1}{\lambda_1} a_{14}\varphi\psi. \end{cases}$$

Or, pour $\lambda_1 = \lambda$, les conditions d'intégrabilité pour φ et ψ donnent

$$(4)\quad \begin{cases} \lambda'_u = a_{23}\psi\lambda^2 + (a_{44} - a_{33} + a_{13}\varphi - a_{24}\psi)\lambda - a_{14}\varphi, \\ \lambda'_v = b_{23}\psi\lambda^2 + (b_{44} - b_{33} + b_{13}\varphi - b_{24}\psi)\lambda - b_{14}\varphi, \end{cases}$$

et l'on vérifie que les équations (4) et (3), où $\lambda_1 = \lambda$, forment un système complètement intégrable. On démontre en outre que les plans osculateurs aux courbes $(P_1)_u$, $(P_1)_v$ passent par P_2 et que ceux relatifs aux courbes $(P_2)_u$, $(P_2)_v$ passent par P_1. Dès lors, les droites P_1P_2, en nombre ∞^3, engendrent des congruences W_{uv}; comme la congruence W_{uv}, lieu de N_1N_2, possède une ∞^1 de couples tels que (N_1N_2), on voit que, de toute congruence W_{uv}, on peut en déduire une ∞^1 de nouvelles. Nous dirons qu'on les obtient par flexion à droite, la flexion à gauche étant relative aux congruences W_{uv}, lieux de droites joignant un point de N_1N_4 à un point de N_2N_3.

3. Si $(N_i)_{uv}$ ($i = 1, 3, 2, 4$) sont des réseaux conjugués se reproduisant après quatre transformations de Laplace ([3]), les diagonales N_1N_2, N_3N_4 engendrent, nous l'avons établi ([4]), des congruences W_{uv}.

Outre les rotations nulles déjà indiquées, on a

$$a_{13} = a_{24} = b_{14} = b_{23} = 0,$$

et si, en vue de déterminer les suites inscrites de Laplace de période 4, on désigne par (0, σ, 1, 0) et (τ, 0, 0, 1) les coordonnées d'un point P_3 de N_2N_3 et d'un point P_4 de N_1N_4, les fonctions φ, ψ, σ, τ sont définies par le système complètement intégrable suivant

$$\begin{aligned} &\varphi'_u + (a_{33} - a_{11})\varphi + a_{31} = a_{23}\frac{\varphi}{\sigma}, && \varphi'_v + (b_{33} - b_{11})\varphi - b_{13}\varphi^2 = -b_{41}\varphi\tau, \\ &\psi'_u + (\alpha_{44} - a_{22})\psi + a_{42} = a_{14}\frac{\psi}{\tau}, && \psi'_v + (b_{44} - b_{22})\psi - b_{24}\psi^2 = -b_{32}\psi\sigma, \\ &\sigma'_u + (a_{22} - a_{33})\sigma + a_{23} = a_{42}\frac{\sigma}{\psi}, && \sigma'_v + (b_{22} - b_{33})\sigma - b_{32}\sigma^2 = -b_{13}\sigma\varphi, \\ &\tau'_u + (a_{11} - a_{44})\tau + a_{14} = a_{31}\frac{\tau}{\varphi}, && \tau'_v + (b_{11} - b_{44})\tau - b_{41}\tau^2 = -b_{24}\psi\tau; \end{aligned}$$

il admet l'intégrale $\varphi\psi\sigma\tau = \text{const.}$

([3]) Si l'un des points N_i décrit un réseau conjugué à invariants ponctuels égaux, le point opposé décrit un réseau conjugué à invariants tangentiels égaux.

([4]) *Bull. de la Cl. des Sc. de l'Acad. Roy. de Belgique*, 5e série, **21**, p. 883, novembre 1935. Le théorème a aussi été retrouvé par M. Jonas (*loc. cit.*).

En vertu du théorème sur les diagonales rappelé plus haut, on voit que le quadrilatère de Laplace $N_1N_3N_2N_4$ donne naissance à une ∞^4 de congruences W_{uv}, lieux des droites P_1P_2, P_3P_4.

MÉCANIQUE. — *Conditions de stabilité de l'équilibre thermique d'un palier lisse fonctionnant en régime de graissage onctueux.* Note (*) de M. JEAN BAUDRY, présentée par M. Henri Beghin.

Dans un palier fonctionnant sous une charge P, avec une vitesse tangentielle du tourillon V et un coefficient de frottement arbre/coussinet f, la température du lubrifiant pour une température ambiante T_0 atteint une valeur T, telle que l'on ait égalité entre les quantités $Q = PVf$ de chaleur produite par le frottement et $Q' = K_1(T - T_0) + K_2(T - T_0)^4$ de chaleur dissipée par convection et rayonnement (K_1 et K_2 coefficients caractéristiques du palier) [1].

En régime de graissage hydrodynamique, le coefficient de frottement f, pour un palier donné, ne dépend que de la variable $\mu V/P$ et croît avec cette variable. Pour P et V constants, l'équilibre thermique réalisé quand $Q = Q'$ est nécessairement stable, puisque les quantités $\partial Q/\partial T$ et $\partial Q'/\partial T$ sont de signes contraires; la viscosité μ d'un lubrifiant décroît en effet avec la température.

En régime de graissage onctueux correspondant à des valeurs de la variable $\mu V/P$ inférieures à la valeur critique, f croît rapidement quand $\mu V/P$ décroît. Pour un lubrifiant donné et un état de surface du tourillon et du coussinet invariable, f pour P constant ne dépend que de la variable μV; $\partial Q/\partial T$, qui en régime hydrodynamique était négatif, devient positif et la stabilité de l'équilibre thermique pouvant être réalisé dépend des valeurs relatives de $\partial Q/\partial T$ et $\partial Q'/\partial T$.

Utilisant un palier composé d'un arbre en acier de 40^{mm} de diamètre et d'un coussinet en bronze de 90^{mm} de longueur ayant un jeu diamétral de 3/10 de millimètre, avec alimentation en lubrifiant par bague, nous avons étudié expérimentalement la variation de f en régime onctueux.

A partir de ces résultats et en utilisant pour le régime hydrodynamique la loi connue de variation de f en fonction de $\mu V/P$, il est possible de déterminer les variations de Q en fonction de T pour différentes valeurs de P et de V ainsi que les coefficients K_1 et K_2 relatifs au palier considéré.

La figure reproduit les résultats ainsi obtenus sous une charge de 30 kg/cm² à différentes vitesses de rotation et pour un lubrifiant de viscosité moyenne.

Les points d'équilibre thermique sont donnés par l'intersection des courbes Q et Q'. Pour une température ambiante déterminée et suivant la vitesse de rotation considérée, les différents cas suivant se présentent :

(*) Séance du 24 mai 1948.

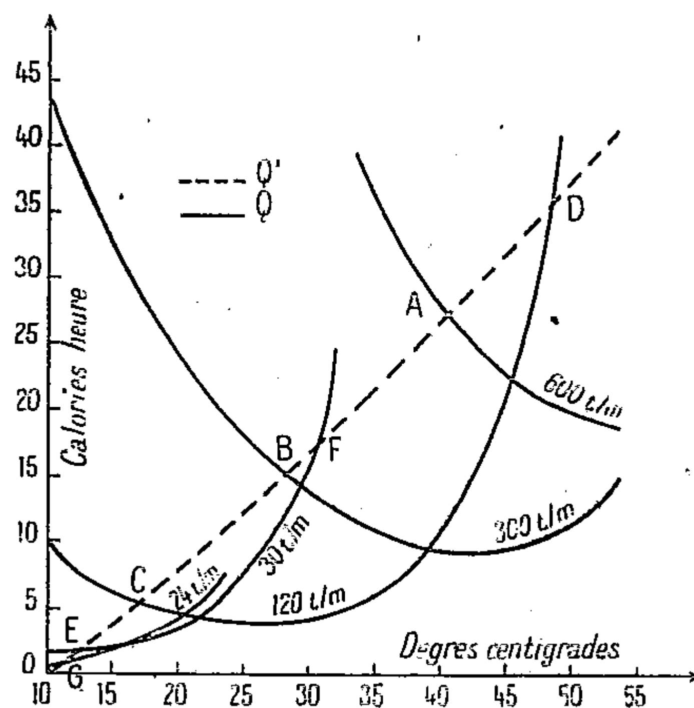
(1) CH. HANOCQ, *Revue universelle des Mines*, Liége, 9e série, III, n° 7, 1947, p. 245.

a. Un seul point d'équilibre thermique stable correspondant au régime hydrodynamique (points A et B);

b. Deux points d'équilibre, l'un stable (point C) correspondant au régime hydrodynamique, l'autre instable correspondant au régime onctueux (point D);

c. Deux points d'équilibre en régime onctueux, l'un stable (point E), l'autre instable (point F);

d. Un seul point d'équilibre stable en régime onctueux (point G).



Ces deux derniers cas ne peuvent se présenter que pour des vitesses de rotation très lentes de l'ordre de quelques t/mn, et avec un lubrifiant ayant une viscosité suffisante à la température ambiante.

Dans un palier conçu pour fonctionner normalement en régime hydrodynamique et ayant une vitesse de rotation suffisante, le régime onctueux ne peut jamais devenir un régime permanent.

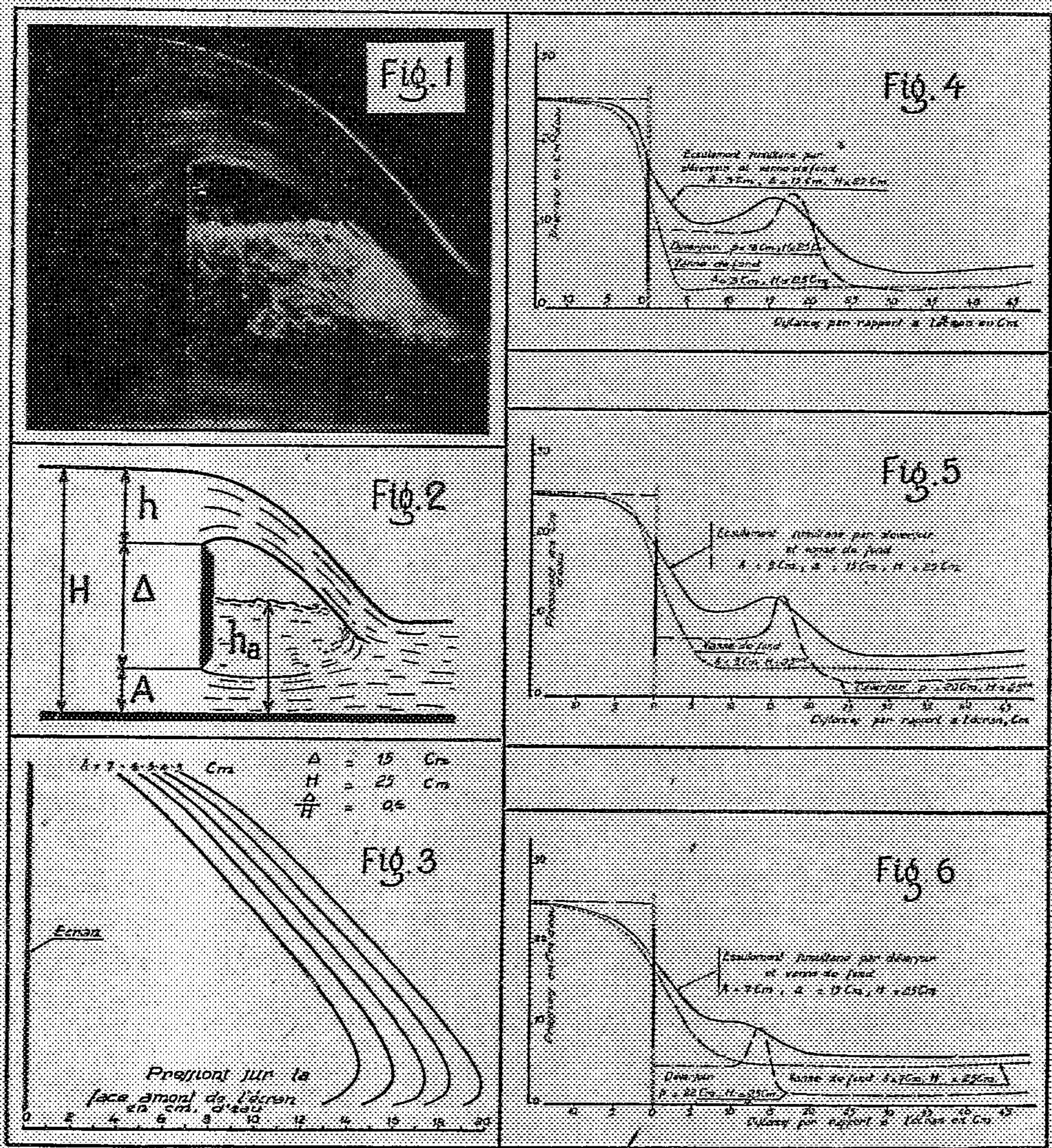
Il peut s'établir d'une manière intermittente à la suite d'une élévation accidentelle de température due à une cause extérieure au fonctionnement du palier, à une surcharge passagère ou à un changement de vitesse de rotation.

Si le point d'équilibre instable n'a pas été atteint, il s'établira un nouvel équilibre thermique avec retour au régime hydrodynamique. Dans le cas contraire, il se produit une élévation continue de température avec risque de grippage, même si la vitesse de rotation ou la charge sont redevenues normales.

Les points d'équilibre thermique instable en régime onctueux définissent donc une limite de sécurité pour le fonctionnement d'un palier. La position de ces points ne peut être prédéterminée par le calcul, car elle dépend de la loi de variation du coefficient de frottement en régime onctueux. Cette loi elle-même dépend de facteurs dont l'influence est encore mal connue, tels que l'onctuosité du lubrifiant, la nature et l'état des surfaces en présence.

HYDRAULIQUE. — *Fonctionnement simultané des barrages mobiles en déversoirs et en vannes de fond.* Note (*) de M. LÉOPOLD ESCANDE, transmise par M. Charles Camichel.

Nous avons récemment signalé les phénomènes alternatifs qui peuvent intervenir dans certaines conditions, en l'absence d'une aération suffisante ([1]):



nous nous plaçons maintenant dans le cas où l'écoulement s'effectue, sans retenue aval, avec une large aération du dos de la vanne, supprimant toute oscillation

(*) Séance du 31 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 781 et 1075.

(*fig.* 1). Nos mesures se sont limitées au cas du mouvement plan autour d'un écran plan vertical à minces parois (*fig.* 2), en considérant successivement les valeurs 0,50, 0,60 et 0,70 du rapport Δ/H.

Pression sur la face amont de l'écran. — Sensiblement linéaire sur la majeure partie de celle-ci, la répartition met en évidence l'influence des vitesses croissantes au voisinage des deux extrémités comme on le voit sur la figure 3, relative au cas où $\Delta = 15^{cm}$, $H = 25^{cm}$, pour cinq valeurs différentes de A variant de 3 à 7^{cm}.

Pression sur la face aval de l'écran. — La répartition est sensiblement hydrostatique. En première approximation, on peut retenir la loi linéaire

$$h_a = 0{,}625\,A + 1{,}2\,h.$$

Pressions sur le fond du canal. — Nous avons comparé les répartitions de pressions obtenues sur le radier du canal dans les trois modes d'écoulement suivants :

déversoir de hauteur $A + \Delta$, sous charge h;

vanne de fond, de levée A, avec plan d'eau amont à la cote $A + \Delta + h = H$ au-dessus du fond;

écoulement simultané au-dessus et au-dessous de l'écran considéré pour les mêmes valeurs de h, Δ, A.

L'écoulement provenant de la vanne de fond atténue beaucoup la surpression produite localement par la chute de la lame déversante (*fig.* 4, 5 et 6).

Débit. — Nous avons effectué trois séries d'expériences

$$\Delta = 15^{cm},\quad \Delta = 15^{cm},\quad \Delta = 20^{cm},$$
$$H = 30^{cm},\quad H = 25^{cm},\quad H = 28{,}57^{cm}.$$

Dans chacune d'elles, nous avons mesuré le débit total correspondant à l'écoulement qui s'effectue simultanément au-dessus et au-dessous de l'écran pour diverses valeurs de A, et, par suite, de $h = [H - \Delta] - A$.

Nous avons trouvé que, dans le cas étudié d'un écran à minces parois et à écoulement aéré, le débit est donné, très sensiblement, par l'expression suivante

$$(1)\quad Q = 0{,}43\,lh\sqrt{2g\left[h + \frac{Q^2}{2gl^2H^2}\right]} + 0{,}625\,Al\sqrt{2g\left[H + \frac{Q^2}{2gl^2H^2} - 0{,}625\,A - 1{,}2\,h\right]},$$

l désignant la largeur de la passe.

Dans le cas de la première expérience, les divergences les plus fortes n'atteignent pas 3 %. Dans le cas des deux dernières, elles sont pratiquement nulles.

Similitude. — Pour étendre les résultats précédents à l'échelle industrielle, nous avons comparé l'écoulement obtenu dans le modèle précédent à celui que l'on réalise dans le canal de Banlève pour des valeurs de A et h, géométriquement semblables dans le rapport de similitude $\lambda = 6{,}66$.

Les dimensions du modèle de Banlève sont les suivantes : $A = 0^m,60$, $\Delta = 1^m$, $h = 0^m,295$, $H = 1^m,895$.

Les mesures ont porté sur la valeur des débits.

Les expériences ont donné : pour le débit mesuré à Banlève : 8,61 m^3/sec; pour le débit déduit des mesures faites sur le petit modèle en application de la loi de Reech Froude : 8,64 m^3/sec; pour le débit calculé par la formule (1) : 8,44 m^3/sec.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *L'équation de Schrödinger pour un oscillateur harmonique linéaire.* Note (*) de M. **Gabriel Viguier**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous considérons l'équation classique de Schrödinger de propagation d'un corpuscule de masse m dans un champ où la fonction d'ondes est ψ (1)

$$\Delta\psi - \frac{8\pi^2 m}{h^2} V.\psi - \frac{4\pi i m}{h} \cdot \frac{\partial\psi}{\partial t} = 0. \tag{1}$$

Prenant le cas de l'oscillateur harmonique linéaire, le potentiel V a pour valeur

$$V = 2\pi^2 m \omega^2 x^2. \tag{2}$$

Il est dès lors possible par un changement convenable de fonction et de variable de ramener l'équation (1) à l'équation linéaire du second ordre

$$\frac{d^2 H_k}{dq^2} - 2q \frac{dH_k}{dq} + (\lambda - 1) H_k = 0, \tag{3}$$

où H_k est un *polynome d'Hermite* de degré k avec comme *valeurs propres* $\lambda = 2k + 1$.

Il est remarquable de constater que l'on peut ainsi traduire les propriétés des polynomes d'Hermite par certaines propriétés géométriques associées à une équation de Riccati. En effet, un simple changement de fonction dans (3) donne l'équation

$$\frac{d\tau}{dq} + \tau^2 - 2q\tau + \lambda - 1 = 0. \tag{4}$$

Utilisant cette dernière, nous faisons dès lors intervenir la théorie des développements généralisés d'une courbe plane (2).

Nous voyons qu'il est possible d'aborder une théorie oscillatoire, telle que celle de l'oscillateur harmonique linéaire de Planck à partir d'isométriques

(*) Séance du 7 juin 1948.

(1) L. de Broglie, *Théorie de la quantification dans la nouvelle Mécanique*, 1932.

(2) G. Viguier, *Ann. Fac. Sc. Toulouse*, 59, (L), 1945, IX (sous presse).

de cercles pour lesquelles l'élément d'arc est donné par la relation

$$\sigma' = \lambda - 1 = 2k.$$

Reprenant l'équation de Riccati (4), nous la mettons sous la forme canonique

(5) $$\frac{dv}{dq} + v^2 = q^2 - \lambda.$$

Nous avons alors un exemple de niveaux d'énergie tels, qu'en passant de l'un à l'autre, on passe également d'une forme canonique d'une équation de Riccati à une autre forme canonique de la même équation et ce par des homographies différentes.

Partant de l'équation (5), il est aisé de passer au second ordre, ce qui conduit, d'après le théorème de G. Darboux, à la formation de chaînes d'équations

M. A. Buhl avait déjà signalé dans ses *Nouveaux éléments d'Analyse* les possibilités d'analogie entre l'enchaînement et la quantification.

Ces possibilités, nous le voyons, se précisent maintenant très remarquablement à propos de l'oscillation harmonique linéaire.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur une définition opératorielle du changement de variables.* Note de M. **Serge Slansky**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. Considérons un changement de variables défini par les relations de la forme

(1) $$Q_i \sim Q'_i.$$

Les Q_i étant les opérateurs qui représentent certaines grandeurs attachées à un système physique dont la fonction d'ondes est exprimée au moyen des variables x_k, et les Q'_i étant les opérateurs qui représentent les mêmes grandeurs quand on emploie d'autres variables x'_j. Nous conviendrons de définir le passage de l'expression ψ de la fonction d'ondes dans le premier système de variables à son expression ψ' dans l'autre système de la manière suivante : Dans le développement de ψ suivant les fonctions propres de Q_i et dans celui de ψ' suivant les fonctions propres de Q'_i, les coefficients correspondant à la même valeur propre doivent être les mêmes.

Nous pouvons alors énoncer le théorème suivant : *Pour que le changement de variables défini par les relations* (1) *ait un sens, il faut et il suffit qu'il existe une transformation unitaire* $\mathfrak{S}$ *satisfaisant l'ensemble des relations*

(2) $$\mathfrak{S} Q_i = Q'_i \mathfrak{S}.$$

La nouvelle fonction d'ondes ψ' *est alors donnée par*

(3) $$\psi' = \mathfrak{S}\psi.$$

Si $\mathfrak{S}_0$ *est une solution particulière des relations* (2), *toutes les transformations* $\mathfrak{S}$ *acceptables sont de la forme* $\mathfrak{S}_0\mathfrak{T}$, *où* $\mathfrak{T}$ *est une transformation unitaire qui commute avec tous les* Q_i.

On constate en particulier qu'un changement de variables ainsi défini est en partie indéterminé si l'on ne donne que la transformation des opérateurs correspondant aux coordonnées, mais qu'il devient complètement déterminé si l'on y adjoint la transformation des moments conjugués.

Dans le cas de l'électron de Dirac, la transformation subie par les composantes de la fonction d'ondes lors d'une rotation d'espace peut s'obtenir en exprimant que les opérateurs de spin se transforment comme les composantes d'un vecteur (la composante de temps σ_4 restant invariante).

2. Dans le cas d'un changement de l'échelle des temps (comme il arrive par exemple dans le cas de la transformation de Lorentz), la méthode précédente ne s'applique pas immédiatement du fait que les fonctions propres ne sont généralement pas normées dans le temps si elles le sont dans l'espace. On peut toutefois, dans le cas d'une fonction d'ondes de Dirac, profiter de ce que l'intégrale d'espace-temps de $\psi^*\alpha_4\psi$ est invariante lors d'un changement de repère galiléen pour remplacer la condition de normalisation au sens ordinaire par la condition

(4) $$\int \psi'^*\alpha_4\psi'\,d\mathcal{V}'\,dt' = \int \psi^*\alpha_4\psi\,d\mathcal{V}\,dt.$$

La transformation $\mathfrak{S}$ n'est plus unitaire, mais doit satisfaire la condition

(5) $$\mathfrak{S}^+\alpha_4\mathfrak{S} = \alpha_4,$$

$\mathfrak{S}^+$ désignant la transformation adjointe. Nous dirons que $\mathfrak{S}$ est pseudo-unitaire. Dans ces conditions, nous pouvons exprimer la transformation des composantes de la fonction d'ondes de l'électron de Dirac lors d'une transformation de Lorentz par une transformation des opérateurs de spin, mais ces opérateurs se transforment d'une autre manière que les composantes d'un vecteur d'espace-temps.

Cette méthode pourrait être généralisée à d'autres systèmes dans le cas où l'on trouverait un opérateur Ω tel que l'intégrale d'espace-temps de $\psi^*\Omega\psi$ soit invariante. Les relations (4) et (5) seraient remplacées par des relations analogues où α_4 serait remplacé par Ω.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur le rapport entre la température de surface et la température effective des étoiles en équilibre radiatif.* Note (*) de M. **Jean-Claude Pecker**, présentée par M. Bernard Lyot.

Dans le cas assez général où il est possible de mettre le coefficient d'absorption sous la forme

$$(1) \qquad \varkappa_\nu = X(p_e, T)\,\Psi_\nu(T),$$

l'intégration de l'équation de transfert peut s'effectuer de façon simple.

On utilisera alors le paramètre de profondeur ζ proposé par E. R. Mustel [1]

$$(2) \qquad d\zeta = X(p_e, T)\,\rho\,dx.$$

L'équation du transfert monochromatique, écrite avec les notations classiques

$$(3) \qquad \mu\frac{dI_\nu}{\varkappa_\nu\rho\,dx} = I_\nu - B_\nu,$$

s'écrira donc

$$(4) \qquad \mu\frac{dI_\nu}{\Psi_\nu d\zeta} = I_\nu - B_\nu.$$

On peut donc intégrer cette équation. On obtient :

$$(5) \qquad \text{si } \mu > 0 \qquad I_\nu = \int_\zeta^\infty \frac{B_\nu}{\mu} e^{-\frac{1}{\mu}\left[\int_0^z \Psi_\nu dz - \int_0^\zeta \Psi_\nu dz\right]}\Psi_\nu(T)\,dz.$$

$$(6) \qquad \text{si } \mu < 0 \qquad I_\nu = -\int_0^\zeta \frac{B_\nu}{\mu} e^{-\frac{1}{\mu}\left[\int_0^z \Psi_\nu dz - \int_0^\zeta \Psi_\nu dz\right]}\Psi_\nu(T)\,dz.$$

D'où l'expression du flux monochromatique

$$(7) \qquad \frac{1}{2}\mathcal{F}_\nu = \int_{-1}^{+1} I_\nu \mu\,d\mu = \int_\zeta^\infty \Psi_\nu B_\nu K_2\left(\int_0^z \Psi_\nu dz - \int_0^\zeta \Psi_\nu dz\right)dz - \int_0^\zeta \Psi_\nu B_\nu K_2\left(\int_0^\zeta \Psi_\nu dz - \int_0^z \Psi_\nu dz\right)dz.$$

On peut dès alors appliquer pour résoudre l'équation de transfert une méthode itérative et variationnelle analogue à celle qu'à proposée V. Kourganoff [2].

Posons :

$$(8) \qquad \Psi_\nu(T)\,B_\nu(T) = \Xi_\nu(T) \doteq \sum_p a_{\nu_p}\varphi_p(\zeta),$$

(*) Séance du 7 juin 1948.

[1] *Astr. J. Sov. Un.*, **17**, 1940, p. 2; **18**, 1941, p. 4-5; **21**, 1944, p. 4; *Publ. Sternberg st. astr. inst.*, 1940, U.R.S.S.

[2] *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 430, 451, 491, 1124.

où les φ_p sont des fonctions de ζ et les a_{ν_p} des coefficients indéterminés. On en déduit :

$$(9) \qquad \mathcal{F}_\nu = \sum_p a_{\nu_p} \Phi_{\nu_p}(\zeta)$$

et

$$(10) \qquad \mathcal{F} = \int_0^\infty \mathcal{F}_\nu \, d\nu,$$

calculable par sommations.

Cette intégrale, calculable seulement au moyen de la loi $T_q(\zeta)$ correspondant à ce stade de l'itération, et de la loi $\Psi_\nu(T)$, sera rendue aussi constante que possible, grâce à une condition de minimum imposée à l'intégrale

$$(11) \qquad \sigma = \int_0^\infty \left(\frac{\mathcal{F}(\zeta)}{F} - 1\right)^2 d\zeta.$$

Les coefficients $a_{\nu p}$ étant ainsi calculés, on en déduit $\Xi_\nu(\zeta)$ et la loi $T_{q+1}(\zeta)$ s'obtient par la relation

$$(12) \qquad \int_0^\infty \Psi_\nu(T) \, B_\nu(T) \, d\nu = f[T_{q+1}(\zeta)] = g(\zeta) = \int_0^\infty \Xi_\nu(\zeta) \, d\nu.$$

Il sera donc possible d'achever la résolution du système, donc d'obtenir la loi $T(\zeta)$, si toutefois, condition indispensable à la réussite des méthodes itératives, il y a convergence des solutions $T_q(\zeta)$.

Il est très remarquable de noter que cette résolution s'est faite indépendamment de l'équation d'équilibre hydrostatique. Celle-ci n'interviendra que si l'on veut obtenir la loi $T(x)$ [qui se déduira de la loi $T(\zeta)$ par l'intermédiaire de la relation (2)].

Puisque, selon (6), $T(\zeta = 0)$ correspond à la température de surface T_0, on en déduit donc le théorème suivant :

Dans une atmosphère stellaire en équilibre radiatif, le rapport entre la température effective T_e *et la température de surface* T_0 *est indépendant de la gravité* g *et de l'équilibre hydrostatique, à condition cependant que le coefficient d'absorption puisse se mettre sous la forme d'un produit de deux fonctions de la température, l'une dépendant aussi de la longueur d'onde et de la longueur d'onde seulement, l'autre dépendant aussi de la pression électronique et de la pression électronique seulement.*

(Dans le cas banal de l'absorption sans diffusion par un mélange hydrogène-hélium, de telles conditions sont réalisées.)

Ce théorème a pour conséquence une simplification du calcul de $T(x)$; en effet, dans l'étude complète d'une série de modèles d'atmosphères, il ne sera nécessaire de faire intervenir différentes valeurs de g que quand nous passerons de $T(\zeta)$ à $T(x)$: les calculs seront donc considérablement moins longs.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur la rotation galactique des amas globulaires.* Note de M. **Luboš Perek**, présentée par M. Bernard Lyot.

1. M. Henri Mineur ([1]), utilisant 24 vitesses radiales globales d'amas globulaires, a établi que l'ensemble de ces formations est animé d'une rotation rétrograde autour de l'axe galactique, leur vitesse diminuant avec la distance à l'axe galactique et au plan galactique.

Nous disposons actuellement de 50 vitesses radiales d'amas globulaires publiées par N. V. Mayall ([2]) et, avec ce matériel d'observation plus étendu, nous pouvons reprendre l'étude de la rotation d'ensemble du système des amas globulaires.

2. Un élément peut-être moins essentiel que la vitesse radiale est la position de l'amas dans l'espace, en fait sa distance. J'ai adopté les modules de Shapley ([3]) et leur ai appliqué la correction d'absorption de la lumière dans l'espace interstellaire déterminée par M. Mineur ([4]) et vérifiée par Mme Berthod-Zaborowski ([5]).

J'ai adopté 327° comme longitude du centre galactique et 10000 parsecs comme distance de ce dernier, les vitesses étaient réduites au centroïde des étoiles proches en adoptant pour apex

$$\alpha = 270^\circ, \qquad \delta = +30^\circ, \qquad S = 20 \text{ km/sec}^{-1}.$$

3. Les amas globulaires extérieurs, c'est-à-dire situés à plus de 10000 parsecs du centre galactique, ont des positions qui peuvent être considérées comme fixes en première approximation. Ils donnent donc la translation du Soleil par rapport à des axes fixes comme l'a montré M. Mineur dans les travaux précités.

Les 22 amas qui répondent à cette condition donnent une vitesse solaire de 182 km/sec^{-1} vers la longitude 7°.

4. J'ai tenté de représenter par diverses formules un mouvement de rotation des amas intérieurs. La faiblesse du nombre des données et la valeur élevée des vitesses résiduelles ne permet pas une précision très grande, mais l'étude des résidus des diverses formules essayées me conduit à la conclusion que ceux-ci sont animés d'une rotation rétrograde dont la vitesse v est exprimée, en

---

([1]) *M. N. of the R. A. S.*, 96, n° 1, nov. 1935, p. 61; *Ibid.*, 97, n° 2, déc. 1936, p. 150, *Bulletin Astronomique*, 10, p. 91.

([2]) *Astrophysical Journal*, 104, 1946, p. 290.

([3]) *Star clusters*, 1930, p. 225.

([4]) *Annales d'Astrophysique*, 7, 1944, p. 160.

([5]) *Annales d'Astrophysique*, 9, 1946, p. 123.

première approximation par

$$v = -60r - 50r^{-\frac{1}{2}},$$

v étant exprimé en km/sec^{-1} et r en 10^4 par sec.

L'erreur moyenne du coefficient de $r^{-\frac{1}{2}}$ est de 12, l'étude des résidus montre que ce terme joue un rôle important dans la représentation des vitesses radiales.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la théorie de la supraconductibilité.* Note de M. **Félix Joachim Wiśniewski**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans la présente Note on va décrire un mécanisme possible pour la supraconductibilité et déduire des principes de la mécanique l'équation fondamentale de la théorie de London ([1]).

En admettant pour l'équation de Hamilton-Jacobi d'une particule électrisée plongée dans un champ électromagnétique l'équation

$$\text{(I)} \qquad F = \frac{1}{2m}\sum_{xyz}\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 - \frac{e}{me}\sum_{xyz} A_x\frac{\partial S}{\partial x} + \frac{e^2A^2}{2mc^2} + U - h = 0$$

(où S est la fonction de Jacobi; A, le potentiel vecteur; U, le potentiel scalaire) et identifiant les équations des caractéristiques de (1) avec les équations du mouvement d'une particule, on trouve pour ces équations les expressions suivantes :

$$\text{(II)} \qquad (a)\quad m\dot{v} = \frac{e}{c}[vH] - \nabla U; \qquad (b)\quad mv + \frac{e}{c}A = \nabla S.$$

L'équation (*a*) est l'équation connue du mouvement d'une particule électrisée dans un champ électromagnétique.

L'équation (*b*) est la généralisation de l'équation classique $mv = \nabla S$.

En prenant le rotationnel de l'équation (*b*) on trouve

$$\operatorname{rot}(mv) + \frac{e}{c}H = 0 \qquad (H = \operatorname{rot} A).$$

C'est une équation identique à celle que London a posée à la base de sa théorie de supraconductibilité. Il suit de là que les électrons dans un supraconducteur se comportent comme s'ils avaient à leur disposition un espace vide.

Cette remarque permet de donner une image du mécanisme possible de la supraconductibilité. Un mouvement libre sans chocs avec les particules du

---

([1]) T. London, *Une conception nouvelle de la supraconductibilité*; F. J. Wiśniewski, *Annali di matematica pura et applicata*, série IV, 10, p. 173; *Journal de Physique*, série VII, 4, p. 90.

milieu matériel n'est possible que s'il y a des espaces continus vides à l'intérieur du supraconducteur.

Or ceci n'est possible que si les amplitudes des molécules en vibrations autour de leurs positions d'équilibre sont si petites qu'il y a des espaces continus à l'intérieur du milieu matériel qu'elles ne peuvent atteindre.

Dans l'état supraconducteur, les amplitudes doivent être au moins plus petites que la moitié de la distance entre deux particules voisines.

Si l'on désigne cette amplitude limite par a_0 et par a_s et a_n, les amplitudes des états supraconducteur et normal, on a:

a. pour l'état supraconducteur, $a_s < a_0$;

b. pour l'état normal, $a_n > a_0$.

Le point de transition correspond à la température pour laquelle les espaces libres continus disparaissent.

La disparition de l'état supraconducteur sous l'influence d'un champ magnétique extérieur de grandeur convenable exige l'allongement des amplitudes de vibrations au delà de l'amplitude critique a_0 correspondant au point de transition sous l'influence du champ magnétique extérieur.

Comme a_0 diminue avec la température, le champ extérieur nécessaire pour la destruction de la supraconductibilité doit augmenter si l'on diminue la température du supraconducteur.

On obtient l'expression de l'amplitude a_n en fonction de l'intensité du champ magnétique H comme il suit.

Désignons par f_s et f_n les énergies libres des états supraconducteur et normal. On a alors

$$f_s - f_n = -\frac{1}{8\pi} H^2,$$

d'où pour la différence des entropies $(S_s - S_n)$ et des énergies internes $(U_s - U_n)$ on trouve

$$S_s - S_n = \frac{d}{dT}\left(\frac{H^2}{8\pi}\right), \qquad U_s - U_n = T\frac{d}{dT}\left(\frac{H^2}{8\pi}\right) - \frac{H^2}{8\pi}.$$

En désignant par m la masse de l'électron, par ω_s et ω_n les fréquences de vibrations des molécules dans les deux états et par N_0 le nombre de particules par unité de volume, on aura

$$a_n^2 = a_s^2\left(\frac{\omega_s}{\omega_n}\right)^2 + \frac{1}{N_0 m}\left\{\frac{H^2}{8\pi} - T\frac{d}{dT}\left(\frac{H^2}{8\pi}\right)\right\}\frac{1}{\omega_n^2}.$$

En partant des équations du mouvement d'un oscillateur dans un champ magnétique constant, on trouve facilement que

$$\omega_n^2 = \omega_s^2 = \frac{1}{2}\frac{e^2}{m^2c^2}H^2 \pm \sqrt{\left[\omega_s^2 + \frac{1}{4}\frac{e^4}{m^2c^2}H^2\right]\frac{e^2}{m^2c^2}H^2}.$$

CHALEUR. — *Mécanisme du dépôt de givre sur un corps intérieurement refroidi.* Note de MM. **Edmond Brun** et **Klemens Feniger**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Les résultats obtenus au cours d'expériences effectuées par l'un de nous (K. Feniger) et bientôt publiées, permettent d'élucider le mécanisme suivant lequel le givre se dépose sur des corps intérieurement refroidis et, en particulier, sur des canalisations de saumure froide.

1. La chaleur apportée à la saumure froide par l'air ambiant se compose de trois termes : un terme dû au rayonnement, et qu'il est facile de calculer; un terme dû à la convection libre de l'air et qu'il est possible d'évaluer à l'aide d'un calcul approché permettant de tracer le champ thermique au voisinage de la conduite froide; un terme dû à la condensation de la vapeur d'eau de l'air ambiant sous forme de givre et que l'on peut déterminer par application des analogies entre les lois d'échanges thermiques et les lois d'échanges par diffusion.

Le calcul de ce dernier terme conduit à une quantité de chaleur cédée et à un poids de givre déposé inférieurs à ce que donne l'expérience. Dans le cas le plus défavorable, la valeur calculée est égale aux 55 % de la valeur expérimentale. L'explication est la suivante.

Un fort gradient de température existe dans la masse du givre (par exemple, 10 degrés/cm). La structure du givre étant très poreuse et d'autant plus que la température est plus basse, la vapeur d'eau va diffuser de l'extérieur vers l'intérieur, dans le sens où diminue la pression de saturation de la vapeur d'eau au-dessus de la glace; il y aura, par suite, sublimation de la vapeur, non seulement sur la surface extérieure, mais encore à l'intérieur même du givre. La masse déposée et la chaleur dégagée par la condensation auront donc des valeurs plus grandes que celles données par le calcul, lequel ne tient compte que du dépôt sur une surface plus petite qui est le cylindre circulaire enveloppant la couche de givre.

L'écart entre le calcul et l'expérience doit être d'autant plus grand que le givre est plus poreux (masse spécifique plus faible) : c'est bien ce que vérifient les mesures. En particulier, quand la surface extérieure du givre atteint zéro degré et que, de ce fait, un revêtement lisse de glace enveloppe la couche annulaire de givre, les résultats donnés par le calcul et l'expérience sont très voisins : c'est qu'alors toute diffusion à l'intérieur du givre est impossible.

2. Le bien-fondé des considérations précédentes est corroboré par la variation de structure de la masse de givre au cours du dépôt : la masse spécifique des couches internes augmente au fur et à mesure du dépôt; cette augmentation ne peut être due qu'à une sublimation de la vapeur d'eau diffusant à travers les couches extérieures. En particulier, au voisinage

immédiat du tube, existe une couche de glace compacte dont l'épaisseur croît constamment.

3 Dans l'installation expérimentale, des thermocouples, à des distances différentes de la paroi du tube, s'incorporent dans la masse du givre et fur et à mesure de son développement. Il est donc possible de connaître, à chaque instant, le gradient de température et, par suite, le coefficient de conduction thermique en un point donné, le flux de chaleur étant connu à chaque instant. On trouve ainsi que le coefficient de conduction thermique augmente constamment, ce qui est encore une manifestation de l'augmentation de compacité des couches intérieures.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur la construction d'un cryomètre enregistreur et la cryoscopie des borates en milieu salin.* Note de MM. **Yves Doucet** et **Maurice Rollin**, présentée par M. Jean Cabannes.

On sait que la cryoscopie par la méthode d'équilibre n'est sujette à aucune critique théorique ([1]), mais elle nécessite une analyse de la solution, ce qui entraîne souvent des complications opératoires. Pour les éviter il faut avoir recours au procédé de surfusion. Les erreurs systématiques seront négligeables s'il est possible de ne pas employer de solutions très diluées, et à condition d'utiliser la technique du réchauffement au lieu de celle de Raoult. Le point de fusion cherché est à l'intersection de la droite de fusion progressive de la phase solide avec la droite de réchauffement de la phase liquide seule. La précision de cette construction géométrique est évidemment bien améliorée lorsqu'on dispose d'une courbe continue au lieu de la courbe habituelle tracée point par point.

Le cryomètre enregistreur qui réalise cette condition se compose : 1° d'un vase de Dewar argenté contenant le solvant pur en équilibre avec la phase solide et d'un autre vase de Dewar *non argenté* renfermant la solution sous-refroidie dont on fera cesser la surfusion; 2° d'un système d'agitateurs rotatifs à vitesse réglable; 3° d'un couple en U de plusieurs éléments BTE-CTE; 4° d'un galvanomètre et de son enregistreur photographique à tambour. La sensibilité est réglée pour qu'une élongation de un millimètre corresponde à un millième de degré par exemple. C'est avec cette échelle de température que l'enregistrement ci-contre a été obtenu. La courbe ABC est celle du réchauffement du mélange eau-glace après cessation de la surfusion, la partie AB est la température zéro. L'autre courbe A'B'C' est celle du réchauffement d'une solution de chlorure de potassium dans les mêmes conditions. Le point B' est considéré comme un point de fusion finissante. La concentration est, à ce moment, identique à la concentration initiale choisie. La distance MN

([1]) Doucet, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 577.

mesure l'abaissement cryoscopique; il se mesure facilement au quart de millimètre près.

La méthode s'applique sans grande modification aux solutions eutectiques.

C'est ainsi que nous avons fait la cryoscopie de l'acide borique, du métaborate de sodium et du borax dans l'eutectique du sulfate de sodium décahydraté. Sa constante cryoscopique est 1,72.

BO_3H_3			BO_2Na			$B_4O_7Na_2$		
10^3 m.	$10^3 \Delta$ t.	Δ t/m.	10^3 m.	$10^3 \Delta$ t.	Δ t/m.	10^3 m.	$10^3 \Delta$ t.	Δ t/m.
12	21	1,75	10,4	17,7	1,70	3,04	21,2	6,97
18	33	1,83	20,7	35,5	1,71	6,10	42,1	6,90
24	43	1,79	41	71,4	1,74	6,43	42,8	6,66
30	53	1,76	62,5	112	1,79	11,42	75	6,56
43	75	1,74	82	153	1,87	14,20	94	6,62
61	110	1,80	89,4	169	1,89	20,0	130	6,50
122	223	1,83	106	208	1,96	28,8	182	6,32
184	343	1,86				42,5	255	6,00
245	463	1,89						

On voit que le borax donne un abaissement moléculaire limite qui est $4 \times 1,72$. Kahlenberg et Schreiner ([2]), puis Menzel ([3]), trouvaient en solution aqueuse $6 \times 1,86$. Ces deux résultats sont parfaitement concordants. Ils s'expliquent en admettant l'existence d'une dissociation en $2\ BO_3H_3 + 2\ BO_2Na$. En effet les cryoscopies de l'acide et du métaborate (*voir* tableaux I et II) ne décèlent aucune dissociation ionique, les abaissements moléculaires à l'origine étant égaux à la constante cryoscopique du solvant. Par suite les quatre molécules donnent l'abaissement limite $4 \times 1,72$.

D'autre part la courbe est sensiblement parallèle aux abscisses, ce qui signifie que cette dissociation en quatre molécules, qui est totale aux concentrations inférieures à 0,005 M, est encore presque totale à des concentrations dix fois plus grandes.

ÉLECTRICITÉ. — *Capacimètre à lampe au néon.*

Note (*) de M. Léon Grillet, présentée par M. Aimé Cotton

I° Il existe de nombreux procédés pour comparer des capacités. Parmi les plus simples figurent le classique pont de Sauty et le capacimètre phonique de Durepaire ([1]). Tous deux font intervenir le jugement de l'opérateur.

([2]) *Z. für Phys. Chem.*, **20**, 1896, p. 547.
([3]) *Z. für Phys. Chem.*, **105**, 1923, p. 402.

(*) Séance du 7 juin 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1902.

II° *Capacimètre à lampe au néon.* — Le procédé nouveau que je signale n'utilise qu'un matériel courant. Il est particulièrement indiqué pour la comparaison de très faibles capacités (inférieures au 1/1000 de microfarad).

Une résistance R, de l'ordre du mégohm, est mise en série avec la capacité C et une lampe au néon N. Ce circuit est alimenté sous tension alternative variable (mesurée par un voltmètre V) par le secondaire d'un transformateur, dont le primaire est lui-même alimenté par un alternostat (auto-transformateur à tension variable). Une résistance variable r est disposée sur le circuit de liaison des deux transformateurs. Elle donne un réglage fin de la tension.

La lampe au néon est une veilleuse à luminescence cathodique. Elle fonctionne normalement sous 110 volts alternatifs, grâce à sa résistance de culot (ici inutile, et que l'on peut extraire). Ses tensions critiques d'allumage et d'extinction qui diffèrent de 10 volts environ, sont voisines de 80 volts (en continu). On peut naturellement utiliser une lampe témoin, sans résistance de culot, de caractéristiques analogues.

Le circuit étant alimenté en alternatif à 50 périodes, la tension V, nécessaire pour provoquer l'allumage de la lampe au néon, dépend de la valeur de la capacité C (R étant fixe). La lampe joue le rôle d'un indicateur de courant très sensible, elle devient lumineuse pour des intensités très inférieures au microampère [2]. La très faible lueur cathodique est parfaitement visible si la lampe est placée dans une enceinte obscure, l'examen des électrodes étant fait à l'extrémité d'un tube opaque. On soustrait d'ailleurs ainsi la lampe à l'influence d'un éclairement extérieur qui peut modifier légèrement la tension d'allumage. Un écouteur téléphonique disposé dans le circuit permet le contrôle.

Pratiquement V augmente rapidement quand la valeur de C diminue. C'est ainsi qu'avec un condensateur variable de T.S.F., V croît de 68 volts (C ayant sa valeur maximum voisine de 1/1000 de microfarad) à plus de 200 volts, quand l'index est au zéro de la graduation (capacité résiduelle et fuite).

Avec ce dispositif le contrôle et le classement de capacités de même fabrication est très rapide. Pour réaliser un comparateur de capacités, il suffit de substituer à la capacité C, une capacité variable étalonnée, dont on modifie la valeur pour obtenir l'allumage de la lampe au néon pour la même valeur de V.

On peut modifier la gamme des mesures en disposant en série ou en dérivation avec C, des capacités fixes de valeurs connues. Si la capacités C a des fuites notables, on disposera en série une capacité analogue à bon isolement.

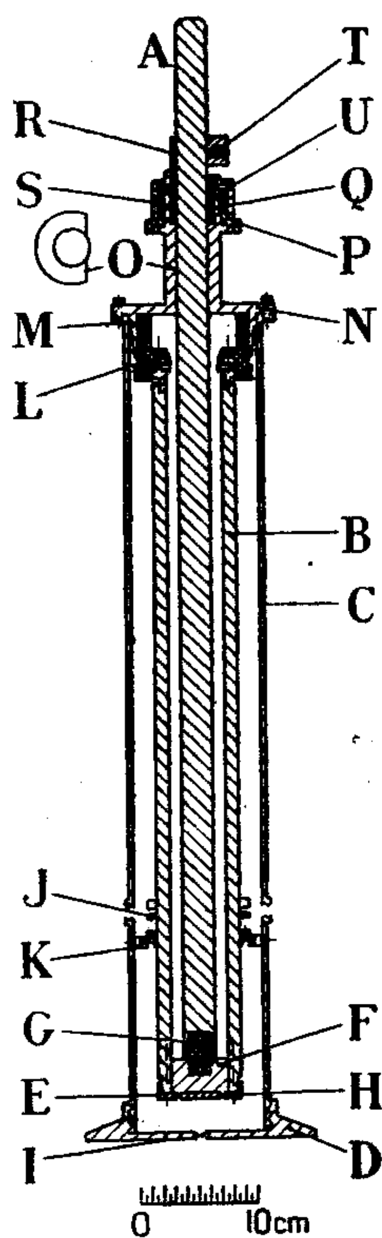
Ce procédé pourrait être utilisé pour évaluer la capacité entre fils d'un câble à plusieurs conducteurs et pour localiser la coupure de l'un des fils de ce câble.

([2]) LÉON GRILLET, *Bull. Soc. Sc. de Bretagne*, 8, 1931, p. 55.

MESURES ÉLECTRIQUES. — *Utilisation d'un condensateur étalon perfectionné pour la mesure très précise de la constante diélectrique d'échantillons de benzène.* Note (*) de Mme **Lucie Mouradoff-Fouquet**, présentée par M. Jean Cabannes.

Les échantillons à étudier m'ont été fournis par le Bureau des Étalons physico-chimiques de Bruxelles (1).

Les mesures ont été effectuées par la méthode des doubles battements (2) à la fréquence de 575-170 périodes par seconde et à plusieurs températures.



Au cours d'une mesure, la variation de capacité de la cellule à liquide (3) est compensée exactement par une variation égale du condensateur étalon. Celui-ci doit donc être précis et facilement réglable (*fig.*). Il est de type cylindrique (2), construit en laiton. Il comporte une électrode interne réunie

(*) Séance du 7 juin 1948.

(1) Préparés sous la direction de M. le Professeur Timmermans.

(2) Bedeau, *Onde électrique* (Thèse), 4, déc. 1925, p. 613.

(3) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 164-616.

à la masse A, coulissant dans l'électrode externe tubulaire B, guidée par le piston F et le couvercle N.

Les deux électrodes sont isolées l'une de l'autre par des pièces de stabonite G et L.

L'électrode B est portée à un potentiel alternatif de haute fréquence qui lui est amené par deux lignes coaxiales rigides dont le fil intérieur s'emboîte en J.

Le centrage rigoureux et la concentricité de l'électrode B par rapport à l'électrode A sont assurés par les pièces de stabonite L encastrées dans les prolongements métalliques M du bouchon N qui impose également la direction de A.

Les qualités précédentes sont aussi le résultat d'un travail mécanique soigné effectué au 1/100 de millimètre.

L'appareil est utilisé verticalement afin de diminuer l'usure des pièces par frottement et d'éviter toute flexion.

Il possède un mouvement rapide quand la clef T est desserrée ou un mouvement lent.

Le blocage du collier R par la clef T applique alors une fourrure S contre l'électrode A, lui interdisant tout mouvement de rotation, la translation reste ainsi seule possible, elle se fait par l'intermédiaire d'un dispositif micrométrique.

Une pièce P à base molletée solidaire de la masse fixe du condensateur en se vissant ou se dévissant sur une autre pièce solidaire de R et de A les astreint à un mouvement ascendant ou descendant.

L'électrode A est graduée sur 60^{cm} de long, ce qui correspond à 60 U. E. S. La graduation défile devant un vernier O au 1/100 de millimètre. On lit les différences de capacités correspondant à deux positions de l'électrode A; ceci permet d'éliminer par soustraction les erreurs venant des capacités parasites et des parties extrêmes à lignes de forces non radiales.

Ce condensateur ne peut pas tolérer de variation de température supérieure au degré; il est protégé par une enceinte calorifugeante.

Les mesures de constantes diélectriques effectuées avec cet appareil et le condensateur à liquide précédemment décrit ([3]) présentent une constance au moins égale au 1/20 000.

Les résultats obtenus sont les suivants :

Pour le benzène.

T.	20°.	30°.	40°.	50°.
ε	$2,2828_9$	$2,2645_8$	$2,2465_1$	$2,2287_6$

La valeur de la constante diélectrique à 20° s'accorde au 1/20 000 près avec la valeur mesurée à Bruxelles.

DIFFRACTION. — *Théorie électromagnétique de la diffraction par les écrans noirs.* Note de M. **Émile Durand**, présentée par M. Louis de Broglie.

Quand on considère la vibration lumineuse comme un scalaire, on a la solution d'Helmholtz qui est un cas particulier de la solution plus générale de Kirchhoff, soit

$$(1)\qquad \Phi = -\frac{1}{4\pi}\iint_{(S)}\left[\frac{e^{-ikr}}{r}\frac{\partial\Phi^{(0)}}{\partial n} - \Phi^{(0)}\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{-ikr}}{r}\right)\right]dS,$$

où $\partial/\partial n$ désigne la dérivée suivant la normale à la surface S dans le sens de propagation des ondes; $\Phi^{(0)}$ désigne la vibration incidente. Quand la surface S d'intégration est le plan des coordonnées x_1, x_2, nous avons donné (1) une formule nouvelle équivalente à (1), formée par une superposition d'ondes planes monochromatiques, soit

$$(2)\qquad \Phi = \frac{1}{2}\iint_{-\infty}^{+\infty}[G(p_1, p_2) - ip_3 F(p_1, p_2)]\, e^{-i[p_1x_1+p_2x_2+p_3x_3]}\frac{dp_1\, dp_2}{-ip_3}$$

avec $p_3 = \sqrt{k^2 - p_1^2 - p_2^2}$; les fonctions F et G ont pour expressions

$$(3)\qquad F(p_1, p_2) = (2\pi)^{-2}\iint_{-\infty}^{+\infty} f(\xi_1, \xi_2)\, e^{i(p_1\xi_1+p_2\xi_2)}\, d\xi_1\, d\xi_2,$$

$$(4)\qquad G(p_1, p_2) = (2\pi)^{-2}\iint_{-\infty}^{+\infty} g(\xi_1, \xi_2)\, e^{i(p_1\xi_1+p_2\xi_2)}\, d\xi_1\, d\xi_2,$$

avec

$$(5)\qquad f(x_1, x_2) = \Phi^{(0)}(x_1, x_2, 0), \qquad g(x_1, x_2) = \left(\frac{\partial\Phi^{(0)}}{\partial x_3}\right)_{x_3=0}.$$

Pour passer de la théorie scalaire à la théorie électromagnétique, nous proposons de déterminer les composantes E_1, E_2 du champ électrique de l'onde diffractée (vecteur de Fresnel) par deux formules du type (2), les fonctions F_1, G_1 et F_2, G_2 étant définies par les formules du type (3) et (4) avec

$$(6)\qquad \begin{cases} f_1(x_1, x_2) = E_1^{(0)}(x_1, x_2, 0), & g_1(x_1, x_2) = \left(\dfrac{\partial E_1^{(0)}}{\partial x_3}\right)_{x_3=0}, \\ f_2(x_1, x_2) = E_2^{(0)}(x_1, x_2, 0), & g_2(x_1, x_2) = \left(\dfrac{\partial E_2^{(0)}}{\partial x_3}\right)_{x_3=0}, \end{cases}$$

où $E_2^{(0)}$ et $E_1^{(0)}$ sont les valeurs des deux composantes du champ électrique de l'onde incidente suivant les axes Ox_1 et Ox_2. Si l'on adopte alors pour la

(1) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1812.

composante E_3 du champ électrique de l'onde diffractée l'expression

$$(7)\qquad E_3 = \frac{1}{2}\iint_{-\infty}^{+\infty} [G_1(p_1, p_2) - ip_3 F_1(p_1, p_2)]\, e^{-i(p_1x_1+p_2x_2+p_3x_3)} \frac{p_1\,dp_1\,dp_2}{ip_3^2} + \frac{1}{2}\iint_{-\infty}^{+\infty} [G_2(p_1, p_2) - ip_3 F_2(p_1, p_2)]\, e^{-i(p_1x_1+p_2x_2+p_3x_3)} \frac{p_2\,dp_2\,dp_2}{ip_3^2},$$

on voit tout de suite, par dérivation sous le signe somme, que l'on a

$$(8)\qquad \partial_1 E_1 + \partial_2 E_2 + \partial_3 E_3 = 0, \qquad \text{soit} \quad \operatorname{div}\vec{E} = 0.$$

(Pour simplifier on écrit ∂_1, ∂_2, ∂_3 au lieu de $\partial/\partial x_1$, $\partial/\partial x_2$, $\partial/\partial x_3$.)

Les trois composantes de $\vec{E}$ étant obtenues par une superposition d'ondes planes, obéissent à l'équation

$$(9)\qquad \Delta\vec{E} + k^2\vec{E} = 0.$$

Les trois composantes H_1, H_2, H_3 du champ magnétique sont ensuite calculées par les équations

$$(10)\qquad \begin{cases} -ikH_1 = \partial_2 E_3 - \partial_3 E_2, \\ -ikH_2 = \partial_3 E_1 - \partial_1 E_3, \\ -ikH_3 = \partial_1 E_2 - \partial_2 E_1. \end{cases} \qquad \text{soit} \quad -ik\vec{H} = \operatorname{rot}\vec{E},$$

De (10) il résulte immédiatement que l'on a

$$(11)\qquad \partial_1 H_1 + \partial_2 H_2 + \partial_3 H_3 = 0 \qquad \text{soit} \quad \operatorname{div}\vec{H} = 0.$$

Enfin en se rappelant que les trois composantes de $\vec{E}$ satisfont les équations (8) et (9), on trouve aisément que l'on a aussi

$$(12)\qquad \begin{cases} ikE_1 = \partial_2 H_3 - \partial_3 H_2, \\ ikE_2 = \partial_3 H_1 - \partial_1 H_3, \\ ikE_3 = \partial_1 H_2 - \partial_2 H_1, \end{cases} \qquad \text{soit} \quad ik\vec{E} = \operatorname{rot}\vec{H}.$$

Avec (8), (10), (11), (12) on voit que toutes les équations de Maxwell sont satisfaites.

Dans bien des cas il est facile de trouver l'expression E_3 définie par (7) pour une valeur $x_3 = a$ (par exemple $x_3 = \infty$ où E_3 est souvent nul); si l'on a déjà calculé $E_1(x_1, x_2, x_3)$ et $E_2(x_1, x_2, x_3)$, la composante E_3 est donnée par

$$(13)\qquad E_3(x_1, x_2, x_3) = E_3(x_1, x_2, a) - \int_a^{x_3} [\partial_1 E_1(x_1, x_2, m) + \partial_2 E_2(x_1, x_2, m)]\, dm.$$

Nous pensons que les formules que nous venons de donner sont préférables à celles de Kottler [2]; elles sont plus simples et plus générales; par exemple, si l'on n'introduit pas de discontinuités dans le plan $(x_1, x_2, 0)$ de l'écran,

---

([2]) *Ann. der Phys.*, **71**, 1923, p. 456-508; voir aussi l'exposé de M. Louis de Broglie dans son Ouvrage : *Propagation guidée des ondes électromagnétiques*, p. 91-103, Paris, 1941.

mais seulement une variation continue arbitraire de l'amplitude jusqu'à l'infini, les intégrales de contour de Kottler disparaîtraient, et ce qui resterait de ses formules (c'est-à-dire les trois formules de Kirchoff) ne satisferait pas les équations de Maxwell.

Pour des écrans discontinus (trous percés dans des écrans noirs) nos formules donnent des singularités d'ordre moins élevé que celles de Kottler, sur les bords pour le vecteur de Fresnel (par exemple pour le demi-plan des singularités en $\operatorname{Log}\rho$ seulement au lieu des singularités en $\operatorname{Log}\rho$ et $1/\rho$ de Kottler). Les différences entre les deux types de formules ne sont sensibles qu'au voisinage immédiat des écrans.

Nous pensons enfin que nos formules sont plus satisfaisantes que celles de Luneberg ([3]), qui ne font pas intervenir les gradients normaux de l'onde $E^{(0)}$ dans le plan $(x_1, x_2, 0)$.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur les conditions et les conséquences de la production de mésons réels.* Note de MM. **Max Morand, Pierre Cuer** et **Hassan Moucharafyeh**, présentée par M. Jean Cabannes.

Supposons d'abord qu'un nucléon isolé (de masse M), initialement au repos dans le système de l'observateur, soit frappé par un autre nucléon d'énergie cinétique E. Dans le cas le plus favorable, après le choc, les nucléons sont au repos dans le système du centre de gravité. L'énergie d'excitation (de l'ensemble des deux nucléons), utilisable pour la création d'un méson réel (de masse μ) est $\sim E/2$. Une partie de cette énergie d'excitation est utilisée, par le méson créé, sous forme d'énergie cinétique. Mais ce méson peut avoir une vitesse pratiquement nulle dans le système du centre de gravité; dans ce cas, pour $\mu = 313\ m_e$, et dans le système de l'observateur, le nucléon incident a une énergie de 345 MeV, le méson créé a une énergie cinétique de 14,5 MeV et l'ensemble des deux nucléons possède, après le choc, une énergie cinétique de 168 MeV. Un semblable processus doit se produire dans les noyaux légers (de l'atmosphère) et des émulsions sensibles (noyaux d'hydrogène), sous l'action des nucléons cosmiques (dont l'existence, avec une énergie de cet ordre, a été démontrée, au moins pour les protons, par la chambre de Wilson). Toutefois, même si la création a lieu dans l'émulsion sensible, à cause de son énergie cinétique, le méson créé ne sera pratiquement pas visible dès l'origine de sa trajectoire; mais il pourra être observé ultérieurement comme trace isolée; nous avons effectivement constaté l'existence de ces traces (en partie explicables de cette manière) dans des plaques exposées à 3500^m. Notons immédiatement que des mésons d'énergie notablement inférieure, et parfois très faible, sortent de certaines étoiles; ce fait prouve l'existence au sein des

([3]) *Mathematical theory of optics*, Providence (U. S. A.), 1944.

noyaux de mécanismes plus complexes et peut-être plus favorables. Quant aux deux nucléons qui, après le choc, sont au repos dans le système du centre de gravité, ils peuvent donner naissance soit à un deutéron, qui apparaît comme une trace isolée dans l'émulsion (nous en avons observé dans les mêmes plaques), soit à un bineutron (n_0^2), soit à un biproton (He_2^2) (à supposer qu'ils aient des durées de vie suffisamment longues).

Or nous avons observé dans nos plaques des étoiles cosmiques qui, d'après les bilans d'énergie-quantité de mouvement, seraient produites par une particule invisible de masse 2M; cette particule peut être la particule incidente, mais elle peut aussi être temporairement formée sur le passage d'un nucléon rapide. Ces considérations rendent vraisemblable l'existence de bineutrons dans les phénomènes cosmiques et dans les événements nucléaires à grande énergie. La radioactivité spontanée β^- du bineutron pourrait également donner lieu à la formation d'un deutéron en vol, c'est-à-dire à l'apparition de nouvelles traces isolées de deutérons. Lorsque les nucléons incidents ont une énergie >345 MeV, après le choc, ils doivent donner naissance à des neutrons et à des protons d'énergie >84 MeV. Ces protons peuvent être en liaison avec le maximum observé, à 10000^m, dans le nombre des particules cosmiques positives pour une quantité de mouvement correspondant à un $H\rho$ de $\sim 1,6.10^6$ gauss/cm. Étant données les énergies qui doivent être mises en jeu, par le nucléon incident, pour provoquer le phénomène fondamental nucléon-nucléon, celui-ci n'a pu encore être directement observé dans les expériences de Berkeley, qui ont, au contraire, réussi avec des particules α d'énergie comprise entre 300 et 380 MeV.

Par suite de leur assemblage, dans le noyau, les nucléons sont pourvus d'énergie vibrationnelle (~ 20 à 30 MeV par nucléon, correspondant à un rayon d'action des forces nucléaires $\sim 1,4.10^{-13}$ cm). Mac Millan et Teller ont ainsi prévu, entre le nucléon incident et un nucléon appartenant au noyau, des conditions particulières de choc telles que le seuil de création soit égal à l'énergie de masse du méson diminuée de l'énergie de liaison du nucléon incident[1]. Or deux processus peuvent être imaginés pour tenir compte des niveaux caractéristiques dans les noyaux : le premier, déjà cité, suppose simplement que les deux nucléons, après le choc, ont chacun une énergie cinétique au moins égale à celle des niveaux occupés les plus élevés (évalués, par exemple, avec la statistique de Fermi).

Le second processus, auquel nous avons pensé, tient compte davantage des conditions expérimentales : il suppose que le noyau peut être fortement excité (par plusieurs nucléons de la particule α incidente, de manière à rendre vacants les niveaux inférieurs pendant $\sim 10^{-22}$ sec), et qu'il existe des transitions permises de nucléons entre les niveaux excités et les niveaux les plus profonds laissés vacants. Le formalisme est alors analogue à celui qui

---

(1) *Phys. Rev.*, 72, 1947, p. 1.

utilise les *trous* électroniques dans la théorie des métaux. Un des nucléons d'une particule α de 380 MeV peut alors trouver une situation très favorable pour la création d'un méson réel, tandis qu'un nucléon de la même particule, considéré isolément, même en tenant compte de son énergie de zéro et de celle du nucléon rencontré, ne pourrait créer un méson nucléaire π de masse 313. La fonction d'excitation du mésons nucléaire 313 doit croître plus qu'exponentiellement entre 300 et 400 MeV (à cause de la valeur de la probabilité de transition entre les niveaux considérés). Avec des deutérons d'énergie inférieure au seuil, la création reste possible, mais elle est beaucoup moins probable. Pour supprimer l'artifice des *trous*, on peut également supposer que la durée d'émission du méson réel est supérieure à la durée d'excitation globale du noyau. L'excitation pourrait, alors, se concentrer sur un seul nucléon, provoquant la création de méson par action sur un autre nucléon, suivant le processus fondamental examiné d'abord. On ne pourrait observer de méson nucléaire 313 réel avec des deutérons de $\sim$200 MeV ou des nucléons de $\sim$100 MeV, et la courbe d'excitation pour des α de 300 à 400 MeV serait du genre de celle que donnent les réactions nucléaires à plus basse énergie. La durée de vie assez longue du noyau, dans cet état excité, permettrait de comprendre que la vie moyenne, pour la désintégration $\pi \rightarrow \mu$, soit au moins égale à 10^{-8} sec, alors que le fort couplage de l'interaction nucléon-nucléon ne peut l'expliquer. Cette durée de vie avait déjà été suggérée par Weisskopf ([2]), pour une autre raison, avant la découverte du méson nucléaire.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Chaleurs de combustion des naphtols.*
Note (*) de MM **Alfred Leman** et **Gérard Lepoutre**.

En vue de rechercher une différence éventuelle entre les chaleurs de combustion des dérivés du naphtalène suivant la position α ou β des substituants, nous avons repris la calorimétrie des naphtols, ébauchée par A. Valeur ([1]), précisée pour le β-naphtol par M. Badoche ([2]).

Nous utilisons la bombe calorimétrique de Moureu et le calorimètre de Landrieu.

Afin de conserver toujours des conditions identiques d'expérience nous avons maintenu constante, à 15° ± 0,1, la température de la salle. Pour que toutes les chaleurs de combustion soient comparables entre elles et exprimées en calories prises à la même température, ainsi que pour éviter les erreurs

(2) *Phys. Rev.*, **72**, 1947, p. 510.

(*) Séance du 7 juin 1948.
(1) *Ann. de Chimie*, [7], **21**, 1900, p. 540.
(2) *Bull. Soc. Chim.*, **43**, 1946, p. 38.

provenant de l'inexactitude de la graduation thermométrique, nous partons toujours de la même température initiale, 16° ± 0,1. Enfin la température de l'enceinte d'eau entourant complètement le vase calorimétrique a été choisie égale à 18° ± 0,01 : elle ne varie pas de 0°,01 pendant la durée d'une expérience.

Pour diminuer l'erreur provenant de la formation de NO_3H par oxydation de l'azote de l'air contenu dans la bombe, nous remplissons d'abord avec de l'oxygène sous 4^{kg} de pression, puis vidangeons avant de remplir à nouveau d'oxygène sous 25^{kg} de pression.

1° *Naphtols α et β.* — Nous avons brûlé d'abord les deux naphtols de base, α(F 95,7) et β(F 124,5). Nous avons utilisé les produits R. P., incolores, débouchés pour la première fois au début des séries d'expériences. Les chaleurs de combustion, en calories par gramme, que nous avons obtenues sont de 8 232,9 ± 3,5 dans le cas de l'α-naphtol, et 8 213,1 ± 3,9 dans le cas du β-naphtol.

La valeur de q pour le β est très proche de celle de M. Badoche, 8 219,8 cal / g.

Les chaleurs de combustion des deux naphtols sont donc proches l'une de l'autre : l'écart est de 19,8 cal / g, soit 0,25 % ; mais cette différence en faveur de l'α-naphtol est en sens inverse de celle trouvée par Valeur, qui indiquait 12,1 cal / g en plus pour le β-naphtol.

Nous avions trouvé une différence semblable, de 7 cal / g, en faveur du β-naphtol, dans une première série d'expériences avec des produits en flacons entamés depuis plusieurs mois, mais sans les améliorations apportées par la suite dans la fabrication des pastilles et leur manipulation. Reprenant alors l'α-naphtol utilisé dans cette première série et susceptible d'avoir été légèrement transformé par une oxydation lente par l'air contenu dans le flacon, nous avons trouvé une chaleur de combustion de 8 223,6 ± 0,3 cal / g, encore supérieure, de 10 calories environ, à celle du β-naphtol.

2° *Acétates de naphtyle-α et naphtyle-β.* — La différence entre les chaleurs de combustion des naphtols α et β est-elle forfuite, ou se retrouve-t-elle dans leurs dérivés ? Pour commencer à résoudre la question nous avons brûlé leurs esters acétiques, l'acétate d'α-naphtyle F 46°,0, et l'acétate de β-naphtyle F 70°,1 (³).

Nous avons trouvé les chaleurs de combustion suivantes :

Pour l'α-naphtyle	(moyenne de 2 essais),	7525,0 ± 1,7;
Pour le β-naphtyle	(» de 3 »),	7505,9 ± 3,0.

Ici encore il y a une différence entre les chaleurs de combustion, et en faveur du dérivé α; elle est de même importance que pour les naphtols, 19,1 cal/g.

3° *Benzoate de β-naphtyle.* — En vue d'étudier la chaleur d'estérification des naphtols par les acides organiques nous avons également effectué une série de

(³) A. Lemán, *Ann. de Chimie*, [11], 9, 1938, p. 388.

combustions du benzoate de β-naphtyle; nous avons choisi le plus pur de 5 échantillons, F 107°,6. Sa chaleur de combustion (trois essais) est 7 914,2 ± 0,3 cal/g.

De l'ensemble de nos résultats, et après avoir effectué la correction de pesée dans le vide, la correction isothermique et celle d'enthalpie, nous déduisons *les chaleurs de formation*, en grandes calories

	α-naphtol.	β-naphtol.	acétate-α.	acétate-β.	benzoate-β.
Q_f.......	31,3	34,2	74,7	78,25	51.8

Les *chaleurs d'estérification* des naphtols sont de l'ordre de — 5^{cal} avec l'acide acétique, et de — 7^{cal} avec l'acide benzoïque.

Conclusions. — 1° Les chaleurs de combustion des naphtols α et β, d'une part, des acétates d'α- et de β-naphtyle, d'autre part, sont du même ordre de grandeur.

2° Dans les deux cas il y a une légère différence, 19 à 20 cal/g, soit 0,25 %, en faveur du dérivé — α.

3° Des chaleurs de formation des naphtols et de leurs esters on peut déduire la chaleur d'estérification, — 5^{cal} avec l'acide acétique, — 7 avec l'acide benzoïque.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Calcul des conditions de sécurité du palier lubrifié en fonction des constantes du film liquide minimum.* Note de M. **André Marcelin**, présentée par M. Jean Cabannes.

Nous avons montré que, parmi les trois régimes possibles du frottement lubrifié, le frottement sur *film liquide minimum* était un régime de transition; transition continue vers le régime *hydrodynamique* qui est régi par la loi de Newton (vitesses rapides), transition discontinue vers les régimes des *stratofilms* qui sont régis par la loi de Coulomb (vitesses lentes).

La vitesse de rotation allant en croissant, le *film liquide minimum* joue le rôle, par rapport à l'arbre, d'une sorte de plateforme d'envol, jusqu'à ce que se manifeste la portée *hydrodyhamique* qui soulève ce dernier.

La condition de stabilité du *film liquide minimum* s'exprime par la relation $P = FS$, où P désigne la charge totale appliquée sur l'arbre, F la charge de rupture du *film liquide minimum* par centimètre carré mesurée au microfilmomètre et S la surface de contact au repos entre l'arbre et le coussinet. S est déterminée, soit par la déformation élastique des métaux lorsque les surfaces cylindriques sont pressées l'une contre l'autre par la charge appliquée (on peut la calculer); soit par l'empreinte formée par l'arbre dans le coussinet après un long service; soit par un réalésage ayant pour but, dans un coussinet neuf, de préfabriquer cette empreinte.

La valeur de F dépend de la nature et de la fluidité du lubrifiant. Nous avons, pour ce paramètre, noté les valeurs suivantes :

Lubrifiant.	Minéral.				Olive.	Colza.	Ricin.
Viscosité en centipoizes......	40	165	650	1150	195	160	600
Charge de rupture en kg/cm².	30	40	100	>100	60	60	>100

La surface S dépend évidemment de l'état de surface, mais surtout de l'état macrogéométrique; les irrégularités microgéométriques sont en effet et, dans une large proportion, masquées par *l'effet verglas* tandis que les irrégularités macrogéométriques font que les surfaces ne portent réellement que sur les sommets de dômes plus ou moins nombreux et espacés.

Les frictiogrammes montrent si la condition de stabilité du *film minimum* $P = FS$ est satisfaite ou ne l'est pas. Dans le premier cas, le *film liquide minimun* se forme au quart de tour et le coefficient de frottement tombe après une rotation de 1/4 de tour, à une valeur pratiquement nulle. Dans le second cas, le frottement continue à s'exercer dans le régime des *stratofilms*, avec un coefficient de frottement élevé, jusqu'à ce que la poussée *hydrodynamique* H allège l'arbre au point que la condition de stabilité du *film liquide minimum* puisse être satisfaite, soit $P - H = FS$.

On sait que la théorie *hydrodynamique* avait été appliquée pour calculer les conditions de sécurité du palier, en faisant une hypothèse sur la profondeur des irrégularités de surface, et en écrivant que la sécurité était acquise lorsque la portée *hydrodynamique* avait soulevé l'arbre, par rapport à une surface plane idéale, d'une quantité supérieure à cette profondeur. Nous savons maintenant que ce raisonnement ne correspond pas à la réalité puisque la sécurité est acquise, dès le départ, lorsque la condition $P = FS$ est satisfaite.

En ce qui concerne l'usure, elle est nulle dans le régime *hydrodynamique*; elle est nulle également dans le régime du *film liquide minimum*; toutefois, les surfaces, dans ce régime, sont soumises au travers du *film liquide minimum* à une pression qui peut dépasser 100kg/cm² et déterminer la formation d'une empreinte. L'usure se manifeste au contraire dans le régime des *stratofilms*. Nous avons reconnu à l'aide du frictiographe alternatif, dont la description sera publiée ultérieurement, que l'usure est d'autant moins accentuée que le *stratofilm* est d'ordre élevé.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Nature de la liaison cétonique dans la pivalone.* Note de MM. **Jean Barriol** et **Claude Cherrier**, présentée par M. Jean Cabannes.

Nous avons photographié le spectre de diffusion de la pivalone : $(CH_3)^3C-CO-C(CH_3)^3$, et avons obtenu les fréquences suivantes : 228(fff);

258(f); 325(m); 359(m); 409(m); 535(aF); 553(m); 633(FFF); 795(f); 835(FFF); 878(f); 934(F); 1011(fff); 1033(fff); 1062(fff); 1134(fff); 1158(fff); 1189(m); 1195(m); 1216(F); 1228(F); 1264(F); 1410(ff); 1450(FFF); 1469(FF); 1683(FF); 2726(aF); 2793(aF); 2880(FF); 2909(FF); 2938(F); 2976(F); 2999(F) (en cm^{-1}). Le spectre d'absorption infrarouge a été décrit par l'un de nous dans une Note précédente [1]. La fréquence liée à l'existence d'une liaison cétonique se retrouve dans ces spectres à 1683 cm^{-1}, soit une valeur particulièrement basse. Nous avons cherché à en déduire la variation correspondante de la constante de force F de la liaison C=O, en utilisant une méthode indiquée précédemment [2]. Le calcul a été effectué en négligeant l'énergie de déformation angulaire de la molécule. Nous désignons par f la constante de force de la liaison C—CO, et par f', celle de C—CH_3. Les déplacements des divers atomes pour une vibration symétrique sont notés : v, pour l'atome d'oxygène, u, pour le carbone lié à l'oxygène, w, pour le carbone suivant, et x, pour chacun des CH_3 considérés comme oscillant en bloc. L'angle des deux liaisons C—CO est désigné par 2α et celui des liaisons C—CO et C—CH_3 par $\beta = \pi - 2\alpha$. Les énergies potentielles et cinétiques de déformation s'écrivent alors :

$$2U = F(u+v)^2 + 2f(u\cos\alpha + w)^2 + 6f'(x + w\cos\beta)^2,$$
$$2T = M\dot{v}^2 + m(\dot{u}^2 + 2\dot{w}^2) + 6\mu\dot{x}^2.$$

Il en résulte les équations de mouvement

$$M\omega^2 v = F(u+v),$$
$$m\omega^2 u = F(u+v) + 2f\cos\alpha(u\cos\alpha + w),$$
$$m\omega^2 w = f(u\cos\alpha + w) + 3f'\cos\beta(x + w\cos\beta),$$
$$\mu\,\omega^2 x = f'(x + w\cos\beta).$$

Nous avons résolu les systèmes en prenant $f = f' = 4{,}8.10^5$ et nous obtenons $F = 9{,}94.10^5$. L'énergie potentielle de déformation de la molécule se répartit de la manière suivante : 80,3 % pour la liason C = O, 19,05 % pour l'ensemble des deux liaisons CO — C et 0,65 % pour l'ensemble des six liaisons C — CH_3. Il est donc permis ici de parler d'une vibration de la liaison cétonique.

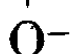
La résolution complète du système en partant de cette valeur de F conduit aux deux fréquences calculées 1052 et 634; cette dernière se retrouve dans le spectre, observée à 633; la première correspond vraisemblablement à la forte bande d'absorption dans l'infrarouge située à 1060. Chacune de ces fréquences correspond à une vibration d'ensemble de la molécule dans laquelle l'énergie se répartit à peu près également entre les différents groupes de liaisons avec prépondérance des liaisons C — CO.

---

(1) C. Cherrier, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 997.

(2) J. Barriol et C. Cherrier, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1706 et *Journal de Physique et le Radium* (sous presse).

La constante de force de la liaison cétonique a donc une valeur nettement inférieure à celle de l'acétone ($11,1.10^5$); cet abaissement est à peu près dans le même rapport que celui du moment dipolaire de ces molécules (2,85 et 2,48 D) ([3]); il est donc permis de penser qu'il trouve son origine dans une diminution du caractère semi-ionique de la liaison C = O. On peut expliquer ce fait par l'effet d'hyperconjugaison ([4]); on considère en effet la liaison cétonique comme due à une résonance entre une structure covalente et une structure ionique $CH_3—C^+—CH_3$. La labilité des électrons des grou-



pements CH_3 amène une déformation sous l'influence de la charge de l'atome central de carbone qui tend à stabiliser la configuration et à accroître son poids dans la structure résultante. Cette action n'est plus possible quand les atomes de carbone situés en $\alpha\alpha'$ sont trisubstitués. Notons aussi que cette diminution du caractère ionique de la liaison correspond à une dissimulation bien connue du caractère cétonique de la pivalone ([5]).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude des systèmes binaires : nitrate d'hydrazine, nitrates alcalins.* Note (*) de M. **Jean Barlot** et Mlle **Simone Marsaule**, présentée par M. Paul Pascal.

Le mononitrate d'hydrazine ayant un point de fusion peu élevé, voisin de 68° C., il était à prévoir que l'on pourrait obtenir par mélange avec des nitrates alcalins, des compositions à points de fusion particulièrement bas : c'est en effet ce que l'expérience vérifie.

L'étude a été faite sur les systèmes binaires formés par le nitrate d'hydrazine et les nitrates de lithium, d'ammonium, de sodium, de potassium, de rubidium et de césium. Certains de ces sels existent sous formes diverses, stables dans des intervalles de température déterminés, mais tous peuvent cristalliser dans les systèmes orthorhombique et hexagonal.

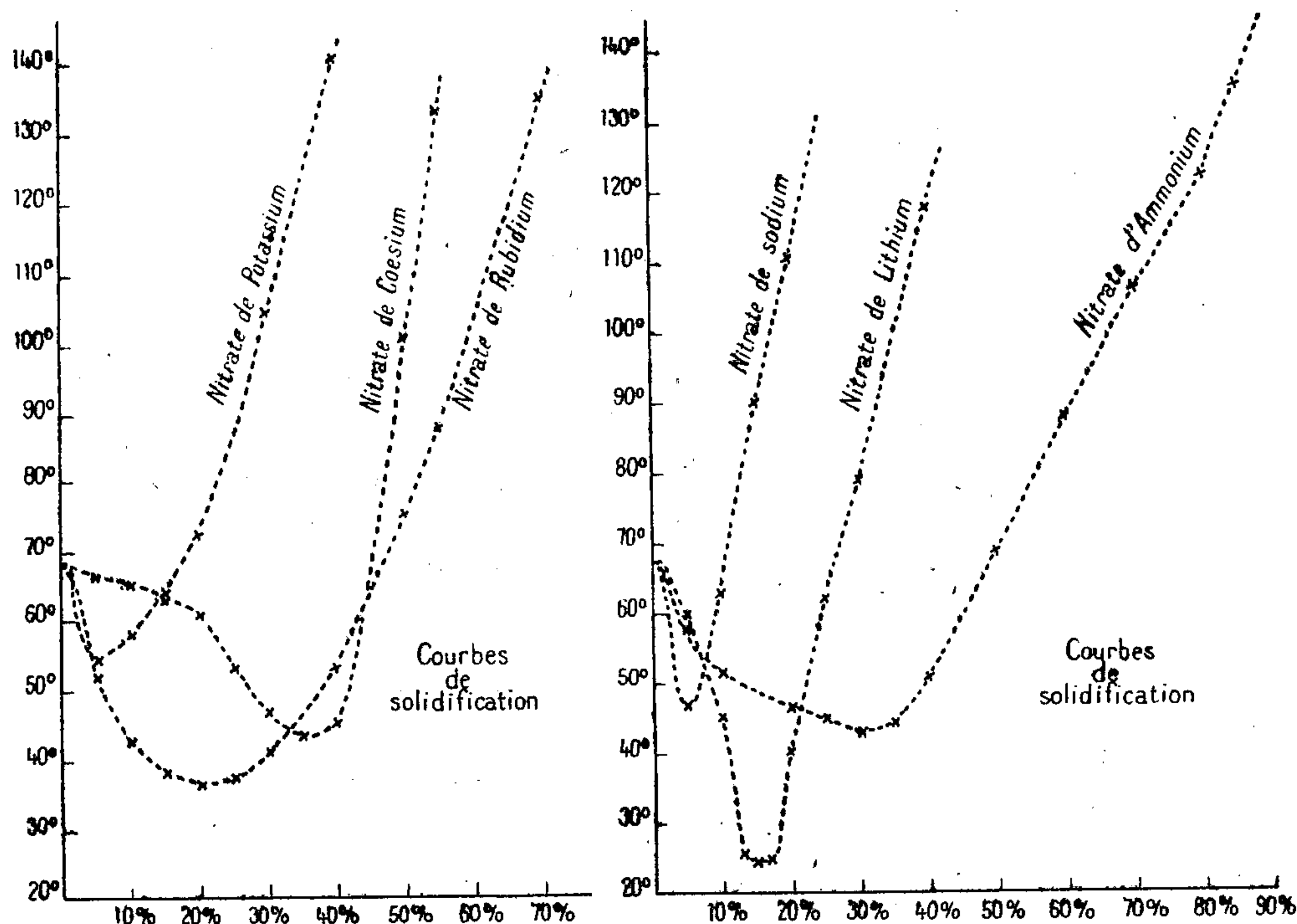
Dans chaque cas, on a déterminé les points de solidification par les méthodes classiques. Les mélanges, en proportions variables, étaient portés à une température suffisante pour que tout soit complètement fondu; on refroidissait ensuite lentement, en agitant constamment pour éviter la surfusion, très fréquente avec la plupart des sels d'hydrazine et l'on prenait comme température de solidification celle de l'apparition des premiers cristaux.

Les graphiques des résultats obtenus montrent, pour chacun des systèmes, un minimum très inférieur au point de fusion normal du nitrate d'hydrazine pur, et aussi au-dessous du point de fusion de la forme labile de ce même système. Les courbes représentatives sont incomplètes, car il n'est pas possible

([3]) C. Cherrier, *Bull. Soc. Chim.* (sous presse).
([4]) Mulliken, Rieke et Brown, *Jour. Am. Chem. Soc.*, 63, 1941, p. 41.
([5]) G. Vavon et D. Ivanoff, *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 453.

(*) Séance du 24 mai 1948.

de dépasser 200° C., température à partir de laquelle le nitrate d'hydrazine se décompose rapidement. On observe que les courbes nitrate d'hydrazine-nitrate de lithium et nitrate d'hydrazine-nitrate de sodium sont tout à fait semblables, avec un minimum très accusé; les courbes des autres sytèmes sont plus aplaties.



Sur la branche montante de la courbe du système nitrate d'hydrazine-nitrate d'ammonium, on remarque un changement de direction à peine marqué vers 130° C., correspondant peut-être à un changement de symétrie du nitrate d'ammonium. Cette température ne correspond pas aux points de transformation connus, mais il importe de faire observer que l'on a déjà signalé le déplacement considérable des points de transition du nitrate d'ammonium sous l'influence de faibles quantités d'autres nitrates, tels que celui de potassium (¹).

Les minima ont, dans les différents systèmes, les valeurs ci-dessous, pour les compositions suivantes :

	°C.	% de $N_2H_5NO_3$.
Hydrazine-lithium	25	85
» -sodium	47	95
» -ammonium	43	68
» -potassium	54	95
» -rubidium	36	78
» -césium	43	64

(¹) A. N. Campbell et A. J. B. Campbell, *Canadian J. Research*, B. 24, 1946, p. 93-108.

Il ne semble pas que l'on puisse mettre en évidence l'existence de sels doubles ou de combinaisons, et, jusqu'à présent, toutes les tentatives d'identification de composés définis ont échoué. L'étude des mêmes systèmes binaires en solutions aqueuses, a donné aussi des résultats négatifs.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'hydratation de la cellulose native.* Note (*) de M. **Charles Legrand**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Lorsqu'on s'adresse à des substances aussi mal cristallisées que la cellulose, il est nécessaire, pour tirer le meilleur enseignement des clichés de diffraction de rayons X qu'elles fournissent, d'employer une technique très précise.

L'usage d'un rayonnement seulement filtré, s'il élimine en grande partie la radiation K_β, laisse subsister autour de K_α une bande du spectre continu non négligeable. C'est pourquoi nous avons utilisé un rayonnement strictement monochromatique obtenu par réflexion du faisceau primaire sur une lame de quartz courbée ([1]). On ajoute ainsi, à l'avantage d'une radiation K_α très pure, celui de la focalisation dans le plan équatorial. La structure des taches observées rend compte des divers facteurs : étendue des domaines cristallins, imperfections cristallines, etc. propres à la substance et est indépendante des conditions d'enregistrement du diagramme; on évite en particulier les inconvénients d'un faisceau légèrement divergent issu d'un collimateur ([2]).

Le diagramme obtenu n'est pas intégralement utilisable car les raies s'élargissent assez rapidement si l'on s'écarte du plan équatorial, mais il est possible d'exécuter plusieurs clichés en donnant aux fibres diverses directions successives dans le plan normal à l'axe du faisceau.

L'usage d'une substance de référence (aluminium, quartz, etc.) disposée sur les fibres permet le repérage précis des maxima des taches dont l'intensité doit être enregistrée au microphotomètre. L'appareil réalisé par M[me] et M. Vassy nous a paru le mieux adapté à cette recherche. Dans ces conditions, il a été possible de déterminer les angles de diffraction avec une précision variant entre deux et quatre minutes. Une sérieuse amélioration de la qualité des émulsions photographiques au point de vue finesse et régularité du grain permettrait d'atteindre une précision de l'ordre de la minute si toutefois les distances réticulaires mesurées pouvaient être définies avec cette précision.

Nos expériences ont porté sur divers lots de ramie modérément délignifiée et blanchie. Les échantillons étaient séchés à l'intérieur de la chambre à

(*) Séance du 7 juin 1948.

([1]) A. Guinier, *Ann. de Phys.*, 12, 1939, p. 161.

([2]) Kh. Meyer and A. J. A. van der Wyk, *J. of Polym. Sc.*, 2, 1947, p. 583-592, *voir* p. 587.

diffraction étanche, soit dans l'air à 110° C. en présence de P_2O_5, soit dans le vide à la température ordinaire en présence du même déshydratant; le temps de dessiccation variait entre 15 heures et 3 jours. L'hydratation était obtenue en plaçant les fibres dans une atmosphère saturée de vapeur d'eau à des températures variables (20, 60, 100°).

Pour deux lots de ramie bien cristallisée, on trouve, à l'état sec, les dimensions réticulaires suivantes :

	a (Å).	c (Å).	b (Å).	β (°).
1er lot...............	8,18	7,79	10,30	85,0
2e lot...............	8,26	7,83	10,30	85,2

L'erreur moyenne possible sur a et c s'élève à 0,05 Å et incite à confondre les valeurs ci-dessus. En fait, ces nombres représentent la moyenne de nombreuses mesures qui se groupent assez bien autour de ces valeurs moyennes pour que l'on soit amené à conclure que les paramètres cristallins dépendent dans une certaine mesure de l'origine de la fibre étudiée. Le réseau natif pourrait n'être défini qu'à quelques centièmes d'angström. Mais des mesures encore plus précises sont nécessaires pour que l'on puisse se montrer plus affirmatif sur ce point.

Les résultats relatifs à la ramie humide se confondent, aux erreurs expérimentales près, avec les précédents. Le réseau ne subit par l'action de l'eau aucune modification géométrique appréciable. Par contre, l'étude de l'intensité des interférences équatoriales montre un effet très net de l'hydratation. Si l'on considère le rapport de l'intensité de la tache (002) à celle de la tache (101), on constate pour la ramie humide une augmentation de ce rapport de 25 % en moyenne. Cette augmentation traduit l'accroissement en densité électronique des plans (002) qui contiennent les chaînes et constitue une preuve de la pénétration de l'eau dans le domaine ordonné de la cellulose native.

Ces expériences ont été répétées sur des fibres de coton natif et ont conduit à des résultats similaires.

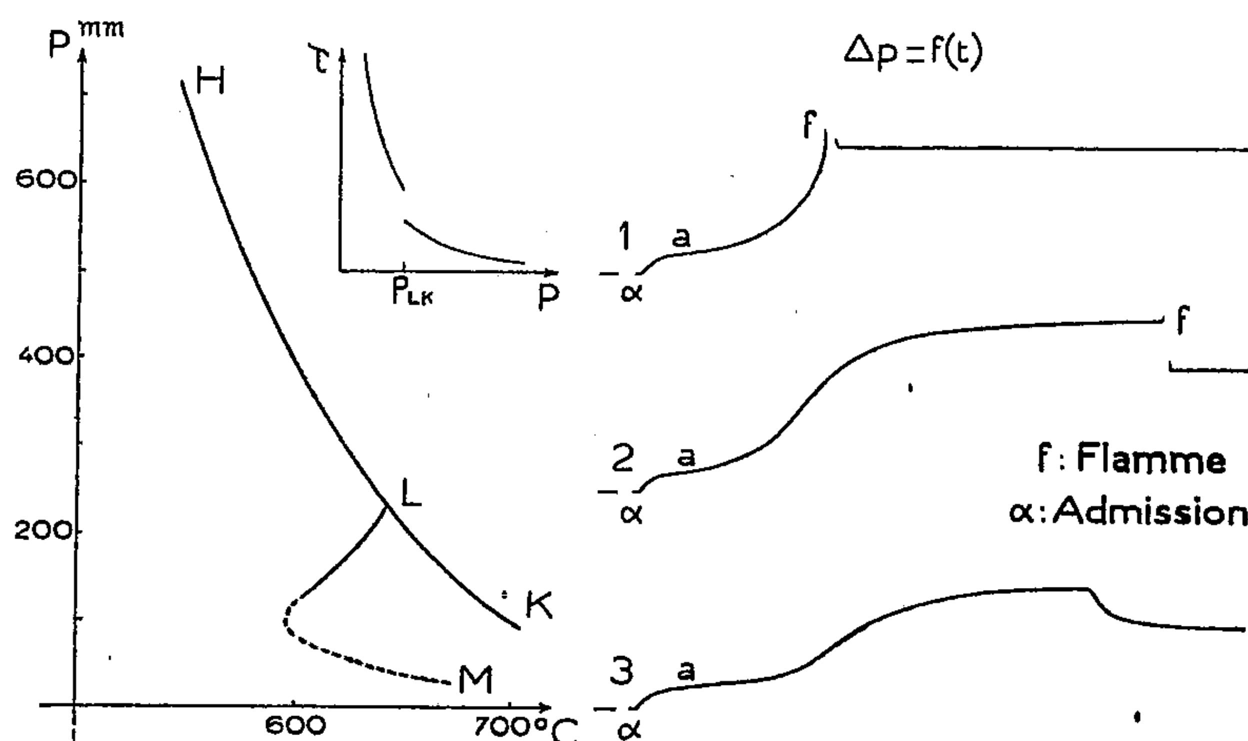
La fixation d'eau entre les groupes hydroxyles est ainsi nettement mise en évidence, mais on ne peut préjuger s'il y a formation d'un composé défini où si l'on est en présence d'une réaction topochimique.

Ce résultat est en bon accord avec les conclusions obtenues par voie chimique par G. Champetier (3).

(3) G. Champetier, *Ann. Chimie*, 20, 1933, p. 5; G. Champetier et R. Viallard, *Bull. Soc. Chim.*, 5, 1938, p. 1042.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur la cinétique d'inflammation des hydrocarbures paraffiniques.* Note (*) de MM. **Eugène Fréling** et **Pierre Duclecx**, présentée par M. Paul Pascal.

A une température supérieure à 500°, le diagramme d'inflammation des mélanges air-méthane à 5,3 % comprend deux régions (diagramme ci-joint) :



1° une région de flammes normales déliminée par la courbe HK ; 2° une région de flammes à longs retards, délimitée par les courbes LK et LM. La courbe LK est mise en évidence par la discontinuité de la luminosité et surtout des retards comme le montre la courbe $\tau = f(p)$. La pression pLK correspond à la pression limite pour la température considérée.

L'étude cinétique de ces deux phénomènes, par enregistrement des variations de pression en fonction du temps, a donné les résultats suivants. Les enregistrements correspondant aux flammes normales sont toujours semblables à 1 : après équilibre thermique (a), la vitesse de réaction croît continuellement pour devenir pratiquement infinie au moment de la naissance de la flamme. Après passage de celle-ci, des enregistrements très longs montrent que la pression continue à croître légèrement, se stabilise, puis décroît pour atteindre une limite définitive. Les enregistrements correspondant aux flammes à long retard sont toujours semblables à 2 : après équilibre thermique, la vitesse de réaction croît, passe par un maximum, décroît et reste pratiquement nulle pendant une durée qui peut être longue vis-à-vis de celle de la réaction. Brusquement une flamme prend naissance ; après son passage la pression ne varie plus. Dans la portion inférieure du domaine (LK, LM) la flamme est suivie de plusieurs contractions qui apparaissent à des intervalles de temps à peu près égaux, mais

(*) Séance du 7 juin 1948.

ces cascades ne s'observent que sur des enregistrements très lents. Ces flammes à long retard sont toujours caractérisées par une diminution de la pression. Ce fait, rapproché de certaines analyses décrites dans la bibliographie (1), montre que la combustion est principalement due à l'oxyde de carbone formé dans l'oxydation lente. L'allure des enregistrements confirme que ce ne peut être le corps étudié qui brûle; la présence de ce domaine, dans le diagramme d'inflammation, est donc purement accidentelle.

A l'extérieur de la courbe LM les enregistrements sont analogues à 3. Pour une valeur de la concentration un peu supérieure à celle du mélange stœchiométrique, le domaine d'inflammation à long retard se ferme et se sépare du domaine d'inflammation normale qui subsiste seul si la concentration continue à croître.

La généralité de ces faits a été établie pour les hydrocarbures paraffiniques par l'étude des mélanges : oxygène-éthane à 21 % ; oxygène-méthane à 30 % ; air-butane à 3 %; air-*n*-hexane (2); il en est encore de même pour l'acétal diéthylique (3). Dans le cas du méthane la détermination de LK est difficile à cause des valeurs élevées de la température et des retards à l'inflammation normale; néanmoins les deux types de phénomènes ont été mis en évidence.

Les expériences de Neumann et Serbinoff (4) sur le méthane et de Kowalsky et ses collaborateurs (5) sur l'éthane avaient confirmé, pour les hydrocarbures, la théorie des 3 limites d'inflammation correspondant à une température donnée. La mise en évidence des courbes LK prolongeant à l'intérieur du domaine la première courbe d'inflammation, montre qu'il n'y a pas 3 limites, mais que l'on est en présence de 2 phénomènes distincts :

1° Une inflammation normale dont la limite est une courbe simple obéissant aux lois des réactions en chaînes.

2° Une inflammation à long retard limitée par une péninsule qui a la même forme et à peu près la même disposition que celle de l'oxyde de carbone. Ce deuxième phénomène n'existe qu'à des concentrations inférieures ou très légèrement supérieures à celle du mélange stœchiométrique.

Vraisemblablement tous les corps susceptibles de donner de l'oxyde de carbone au cours de l'oxydation présentent cette particularité et les 3 limites d'inflammation n'existeraient que pour des corps tels que : H_2, CO, CS_2, PH_3, etc.

---

(1) SEMENOFF, *Chemical Kinetics and Chain reaction*, Oxford, 1935; POPE DYKSTRA and EDGAR, *J. Am. Chem. Soc.*, 51, 1929, p. 1875, 2203.

(2) FRELING et LAFFITTE, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1905; *Trans. Farad. Soc.*, 42, 1946, p. 328.

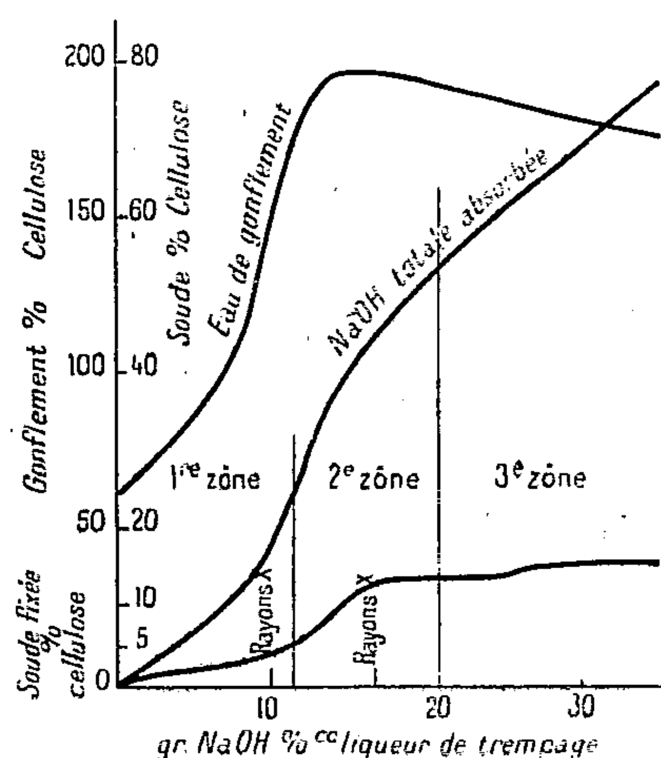
(3) DUGLEUX et LAFFITTE, *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 661; *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 997.

(4) *Jour. Chim. Phys. U. R. S. S.*, 3, 1932, p. 75.

(5) KOWALSKY et SADOWNIKOW, *Journ. Chim. Phys. U. R. S. S.*, 1, 1932, p. 567.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Absorption et fixation de la soude caustique des lessives par la cellulose native*. Note (*) de MM. **André Breguet**, **Robert Viatte** et **Henry Perra**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

La détermination du gonflement de la cellulose native dans les lessives de soude de concentration croissante a été poursuivie à l'aide de la méthode de centrifugation. La matière première utilisée était une pâte de Linters de coton blanchis à 98-99 % d'α-cellulose. Les échantillons, gonflés à la température de 20°, puis centrifugés, étaient analysés pour connaître la quantité de soude caustique absorbée, lavés à fond et séchés afin d'obtenir le poids de cellulose modifiée sèche. L'eau de gonflement était calculée par différence entre la cellulose alcaline centrifugée et la somme alcali + cellulose isolée sèche.



Gonflement de la cellulose native dans les lessives de soude.

Les valeurs obtenues permettent de tracer deux courbes où l'eau de gonflement et la soude absorbée par la cellulose figurent en ordonnées pour les concentrations croissantes des lessives portées en abscisses. Présentement, la courbe de gonflement par l'eau accuse un maximum pour une concentration en NaOH de la lessive de 13,9 % en volume, soit 12,24 % en poids. La courbe de soude absorbée montre deux changements de direction caractéristiques. Une première portion intérieurement convexe correspond à des concentrations de la lessive de trempage comprises entre 0 et 11,5 % NaOH en volume (10,33 % en poids). Elle se raccorde à une deuxième portion intérieurement concave jusqu'à la concentration de la lessive de trempage 20-50 % NaOH en volume (17,23 % en poids). Enfin, la troisième portion est sensiblement rectiligne jusqu'à la concentration étudiée de 35,0 % NaOH en volume (27,0 % en poids).

(*) Séance du 31 mai 1948.

Une telle fonction variable correspond certainement à une modification profonde de la structure surmoléculaire de la fibre. Nous avons pensé que cette modification pouvait être mise en évidence dans une étude de la réversibilité du phénomène de gonflement dans les lessives alcalines. L'expérience nous a montré que le phénomène était réversible sur la première portion et sur la troisième portion de la courbe d'absorption de la soude, ou, si l'on préfère, dans la première zone et dans la troisième zone de gonflement alcalin. Par contre, le phénomène est irréversible entre la troisième et la deuxième zone, ainsi qu'entre la deuxième et la première zone. C'est-à-dire qu'une cellulose d'abord mercerisée dans une lessive de concentration supérieure à 17,23 %, gonfle ensuite davantage et absorbe plus de soude que la normale, si on la traite de nouveau par une lessive de concentration comprise entre 10,33 % et 17,23 %. Il en est de même pour la cellulose native d'abord traitée au-dessus de 10,33 % NaOH, puis remise à gonfler dans des lessives de concentration allant de 0 à 10,33 %.

Il apparaît ainsi que dans la première zone du gonflement, les parties amorphes de la fibre sont seules touchées. Dans la deuxième zone, les parties cristallisées de la fibre sont progressivement transformées. La transformation est complète à la concentration de 17,23 % NaOH de la lessive. Au-dessus de cette concentration, dans la troisième zone, l'absorption de soude progresse encore selon une fonction à peu près linéaire, tandis que le gonflement par l'eau décroît régulièrement. Les résultats précédents concordent assez bien avec ceux obtenus par l'analyse aux rayons X (1).

En conclusion de cette étude, il semble qu'il faille admettre que certains oxhydryles des molécules de la cellulose possèdent des propriétés faiblement acides et donnent avec la soude caustique un sel de sodium ionisable. Le gonflement des fibres par l'eau de la lessive serait alors régi par la théorie de l'équilibre des membranes de Donnan (2). Mais, comme la réaction entre la cellulose et la soude est équilibrée, la formation d'un composé défini exige, d'une part, une concentration suffisamment élevée de la lessive de trempage, et, d'autre part, la destruction de la structure native de la cellulose.

Si l'on admet que la concentration en soude caustique de la lessive qui gonfle la fibre cellulosique est la même que la concentration de la lessive de trempage, on peut déduire, par le calcul, la quantité de NaOH combinée à la molécule cellulosique. On obtient une nouvelle courbe qui présente un palier pour les concentrations allant de 14,4 à 20,4 % NaOH en poids dans la liqueur de trempage. Ce palier s'amorce avec la troisième zone de gonflement, lorsque la transformation de la maille cristalline est complète, et correspond sensiblement

---

(1) Calkin, *J. Phys. Chem.*, 40, 1936, p. 27.
(2) Neale, *Chemistry Industry*, 50, 1931, p. 177.

à un composé de formule $(C_6H_{10}O_5)^2.NaOH$. On retrouve ainsi les résultats de Vieweg et d'autres auteurs ([3]).

Le gonflement de la cellulose régénérée de viscose dans les lessives de soude caustique est différent du phénomène exposé ci-dessus et nous nous réservons d'y revenir.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du diazométhane sur quelques cétones alicycliques*. Note (*) de MM. **Max Mousseron** et **Georges Manon**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'action du diazométhane sur les cétones cyclohexaniques constitue la meilleure méthode de préparation des produits de la série de la cycloheptanone.

Le diazométhane est obtenu par décomposition soit de la nitrosométhylurée ([1]), soit de la nitrosométhyluréthane ([2]).

Les chloro-2 cétones ne donnent pas d'augmentation de cycle sensible avec la solution éthérée du diazométhane provenant de la nitrosométhylurée alors qu'avec la nitrosométhyluréthane elles conduisent à la cétone supérieure avec un rendement variable de 50 à 70 % ([3]). Comme produits secondaires on trouve toujours un époxyméthène et des cétones de plus grande condensation en carbone.

I. *Méthyl-3 cycloheptanone active*. — Nous avons vérifié les recherches d'Adamson ([4]) qui obtient, à partir de la méthyl-3 cyclohexanone racémique, la méthyl-3 cycloheptanone (semicarbazone F 180-181°).

La cétone active est préparée avec un rendement de 60 %, par action de la solution éthérée du diazométhane sur la méthyl-3 cyclohexanone active. On isole ainsi la méthyl-3 cycloheptanone active : $É_2$ 67-68°; d_{25}^{25} 0,922; n_D^{25} 1,4587; $(\alpha)_{546}$ — 49°,30; $(\alpha)_{578}$ — 42°,70, semicarbazone F 165-166° (méthanol), après passage par sa combinaison bisulfitique.

Dans la portion non combinée au bisulfite, on isole le méthyl-3 époxyméthène cyclohexane que l'on caractérise après isomérisation par le chlorure de zinc fondu avec lequel il donne les deux méthyl-3 méthylal cyclohexanes, avec prédominance de l'aldéhyde, semicarbazone F 157°. A côté de cet époxyde on sépare une fraction cétonique, $É_2$ 75°, semicarbazone F 157°. On retrouve cette cétone par action du diazométhane sur la méthyl-3 cyclo-

([3]) Vieweg, *Ber.*, 40, 1907, p. 3876; *Ibid.*, 41, 1908, p. 3269; Heuser et Bartunek, *Cellulosechem.*, 6, 1925, p. 20.

(*) Séance du 7 juin 1948.

([1]) Arndt, *Angew. Chem.*, 43, 1930, p. 444.

([2]) *Organic Syntheses, Coll.*, 2, New-York, 1946, p. 464.

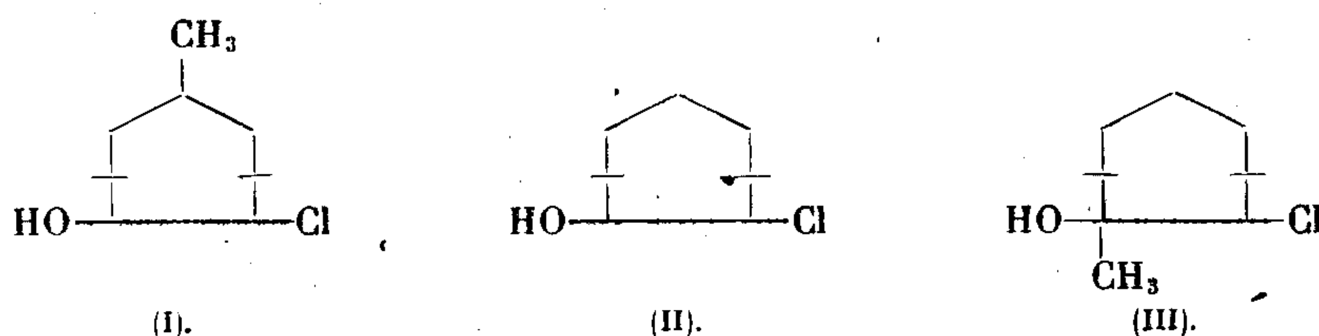
([3]) Steadman, *Journ. amer. chem. Soc.*, 62, 1930, p. 1606.

([4]) *Journ. Chem. Soc.*, 1939, p. 181.

heptanone active, ce qui permet de l'identifier avec une méthyl-3 ou 4 cyclo-octane.

La méthyl-3 cycloheptanone active, réduite par le sodium et l'éther humide, conduit au méthyl-3 cylcloheptanol *trans* actif, d_{25}^{25} 0,921; n_D^{25} 1,4669; $(\alpha)_{546}$ — 18°,30; $(\alpha)_{579}$ — 16°,30 (c =4 %, éthanol).

II. *Chloro-2 cycloheptanones et chloro-2 cycloheptanols.* — Nous avons préparé et décrit les chlorhydrines *cis* suivantes :



La nitrosométhyluréthane a été utilisée pour la préparation de la méthyl-4 chloro-7 cycloheptanone active (E_{15} 107°, d_{25}^{25} 1,080, n_D^{25} 1,4785, $(\alpha)_{546}$—25°,20, $(\alpha)_{579}$— 21°,90), obtenue à partir de la méthyl-3 chloro-6 cyclohexanone active. A côté de cette cétone se forme 20 % d'un époxyméthène chloré.

La cétone précédente, réduite par l'éthylate d'aluminium, en milieu dilué, conduit au mélange des chlorhydrines *cis* et *trans*, dans lequel le *trans* prédomine; 30 % du chlore initial sont arrachés lors de la réaction aux dépens de la chlorhydrine *trans*, le composé *cis* ne se déshalogénant pas dans ces conditions.

Après action de la potasse sur le mélange des chlorhydrines stéréoisomères, on isole le méthyl-4 chloro-7 cycloheptanol *cis* actif (I), $É_{14}$ 109-110°, d_{14}^{25} 1,059, n_D^{25} 1,4764, $(\alpha)_{546}$ — 19°,40, $(\alpha)_{579}$ — 17°,20.

La potasse a transformé la faible quantité de chlorhydrine *trans* en méthyl-5 époxy-1.2 cycloheptane que nous n'avons pas pu obtenir à l'état de pureté satisfaisante.

L'action de l'ammoniaque à 120° le transforme cependant en méthyl-4 amino-7 cycloheptanol, donnant un complexe cuivrique de pouvoir rotatoire nul (chlorhydrate F 140°, dec.); cette inactivité optique peut provenir soit d'une structure *cis* inactive du méthyl-5 époxy-1.2 cycloheptane, soit d'une racémisation au cours de l'ouverture du pont époxydique par l'ammoniaque.

Le chloro-2 cycloheptanol *cis* (II), $É_{15}$ 103-104°, d_{25}^{25} 1,080, n_D^{25} 1,4785 a été également obtenu par la même méthode à partir de la chloro-2 cycloheptanone ([3]).

Le méthyl-1 chloro-2 cycloheptanol *cis* (III), É 112-113°, d_{25}^{25} 1,125, n_D^{25} 1,4885, a été aussi préparé.

Tous ces chloro-2 cycloheptanols *cis* sont très stables. Après 6 heures d'ébullition la solution aqueuse de nitrate d'argent à 5 % n'enlève que 15-20 % de l'halogène; dans les mêmes conditions, les chlorhydrines *cis* en C_6

sont déshalogénées à 80 %. La déshalogénation par fusion magnésienne ([5]) est également assez réduite. En 6 heures, à 200°, l'eau enlève la totalité du chlore après inversion de Walden ([6]). Le méthyl-4 chloro-7 cycloheptanol *cis* (I) donne le méthyl-4 méthylalcyclohexane au lieu de la méthyl-4 cycloheptanone qui aurait dû prendre naissance s'il n'y avait pas eu inversion. De même le dérivé (II) conduit au méthylalcyclohexane, (III) à un mélange d'éthylone cyclohexane et de méthyl-2 cycloheptanone.

III. Dans tous les cas le diazométhane n'a pas donné d'augmentation de cycle appréciable avec la chloro-2 cyclopentanone, la cyano-2 cyclohexanone et l'indanone-1.

La cyclohexanol-1 one-2 réagit avec la nitrosométhyluréthane et donne la méthoxy-2 cyclohexanone F 163° ([7]) accompagnée d'un époxyméthène.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la condensation du formol avec l'α-tétralone.* Note de M. **Jean Décombe**, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans une Note antérieure ([1]) j'ai décrit la préparation du céto-2-hexahydrophénanthrène $C_{14}H_{14}O$ par condensation de l'α-tétralone-carbonate d'éthyle sodé avec la β-chloro-éthyl-méthyl-cétone, suivie de la cyclisation de la γ-dicétone obtenue. Ce composé semblait, *a priori*, pouvoir s'obtenir par une voie légèrement différente : condensation de la β-chloro-méthyl-α-tétralone avec l'ester acétylacétique sodé, suivie de la cyclisation de la γ-dicétone formée. J'ai indiqué dans la Note citée, sans insister davantage, que j'avais dû renoncer à cette voie parce que le produit principal de l'action du formol sur l'α-tétralone est la méthylène-*bis*-tétralone, et non la β-méthylol-α-tétralone dont j'avais besoin pour effectuer la suite des réactions.

Or, il vient de m'être signalé que Kenner ([2]), en effectuant la même réaction, a obtenu de la β-méthylènetétralone. Étant donné que le produit qu'il décrit sous ce nom fond comme le mien, à 107°, il me paraît important de décrire au moins sommairement mes expériences et de justifier le résultat annoncé.

Des mélanges variables de formol et de tétralone (celle-ci toujours en excès), homogénéisés par de l'alcool, ont été soumis à l'action condensante de petites quantités de carbonate de potassium ou de soude caustique. Cette dernière agit plus rapidement et il convient de l'ajouter peu à peu, en refroidissant. La réaction est terminée lorsque le milieu ne contient plus de formol, ce que l'on suit

([5]) Tiffeneau et Mlle Tchoubar, *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 360.

([6]) Bartlett et Rosenwald, *Journ. amer. chem. Soc.*, 56, 1934, p. 1991.

([7]) Kötz, *Annalen*, **400**, 1913, p. 63.

([1]) *Comptes rendus*, **213**, 1941, p. 579. Par suite d'une erreur d'impression la formule (III) de cette Note porte le groupement céto en 3-et non en 2.

([2]) *J. Chem. Soc.*, 1937, p. 1170.

facilement à l'aide du réactif à l'acétate d'aniline. Après les traitements classiques, on se trouve, dans tous les cas, en présence d'une huile que l'on soumet à la distillation. On obtient :

1° une fraction de tête qui est de la tétralone récupérée;

2° une fraction, dont l'importance et le domaine d'ébullition dépendent des conditions expérimentales (165-195° sous 30^{mm}, 150-190° sous 30^{mm}, 155-190° sous 19^{mm}). Cette huile cristallise partiellement au bout de quelque temps;

3° un résidu brun rouge, également variable en poids, cristallisant partiellement avec le temps.

On facilite la séparation des cristaux de la 2ᵉ et de la 3ᵉ fraction par addition d'un peu d'éther. Après essorage et cristallisation dans l'éther de pétrole, puis dans l'alcool à 95°, on obtient le même produit fondant à 107°. L'huile d'essorage des cristaux de la 2ᵉ fraction, distillée à nouveau, redonne un distillat huileux, cristallisant partiellement, sur lequel on recommence la même opération. On obtient encore des cristaux fondant à 107° et une huile sur laquelle on peut répéter encore une fois le même traitement. Bref, tout se passe comme s'il s'agissait d'un mélange de deux substances mutuellement entraînables.

Au cours de l'un de ces essais, nous avons traité une huile intermédiaire par la phénylhydrazine et nous avons observé la formation d'une bouillie solide, d'où l'on peut isoler un produit cristallisé en feuilles pâles fondant, après recristallisation dans l'alcool, à 130°. Il donne à l'analyse 11,32 % d'azote. C'est le pourcentage de la pyrazoline provenant de la cyclisation avec élimination d'eau de la phénylhydrazine de la β-méthylol-α-tétralone. On est donc en droit de dire qu'il s'est formé une certaine quantité de ce produit, mais nous n'avons jamais pu l'isoler du mélange.

Quant au solide fondant à 107°, il fournit des résultats analytiques qui ne sont pas ceux de l'α-méthylol-tétralone $C_{11}H_{12}O_2$ et qui ne permettent pas de distinguer entre la méthylène-tétralone $C_{11}H_{10}O$ et la méthylène-*bis*-tétralone $C_{21}H_{20}O_2$. En effet :

Trouvé %, C 84,29; H 6,68 et C 83,36; H 6,45; calculé pour $C_{11}H_{10}O$: % C 83,54; H 6,32; pour $C_{21}H_{20}O_2$: % C 82,89; H 6,57; pour $C_{11}H_{12}O_2$: % C 75,0; H 6,81.

Les propriétés chimiques de ce composé plaident déjà en faveur de la méthylène-*bis*-tétralone. En effet :

1° il réagit difficilement avec la phénylhydrazine et il n'a pas été possible d'isoler un produit défini de cette réaction;

2° il ne réagit avec l'acide chlorhydrique, ni en solution aqueuse concentrée, ni en solution éthérée anhydre;

3° il s'hydrogène péniblement et conduit à un composé solide qui est un carbure $C_{21}H_{18}$ fondant à 133°, alors que la méthylène-tétralone aurait dû conduire à la β-méthyl-α-tétralone qui est liquide.

Enfin, la cryoscopie de ce composé dans le benzène donne le chiffre 302, le poids moléculaire de la méthylène-*bis*-tétralone est égal à 308.

Le doute n'est donc plus permis. Le produit principal de la réaction entre le formol et la tétralone est la méthylène-*bis*-tétralone. L'erreur de Kenner provient de ce qu'il s'est basé sur un résultat analytique dont nous avons vu précédemment qu'il est impuissant à lever l'ambiguïté.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Constitution des peroxydes de Kohler.*
Note (*) de M. **Jean Rigaudy**, présentée par M. Charles Dufraisse.

Au cours de ses travaux sur l'addition des dérivés magnésiens aux cétones α, β éthyléniques (I), E. P. Kohler apporta la preuve d'une fixation en 1-4, en montrant que le produit primaire de l'hydrolyse était un énol du type (II). Les énols de ce type sont difficilement isolables car ils se réarrangent spontanément en cétones isomères (III); il put cependant les caractériser grâce à leur propriété de se combiner rapidement à l'oxygène libre et de conduire ainsi à des peroxydes cristallisés auxquels il attribua la formule (IV) ([1]).

Une extension remarquable de ces observations à des phénomènes d'addition 1-6 a été donnée en série anthracénique par Julian et ses collaborateurs ([2]). C'est ainsi que furent décrits des peroxydes d'anthranols, préparés dans des conditions identiques et auxquels fut assignée, par analogie avec les peroxydes de Kohler, une constitution endocyclique (V). Or ces peroxydes anthracéniques sont en réalité des hydroperoxydes, de formule générale (VI); la démonstration en a été faite récemment en collaboration avec Ch. Dufraisse et A. Étienne ([3]).

J'ai pensé que ce résultat mettait en cause la constitution des peroxydes de Kohler. Déjà, il était à remarquer que leur stabilité relative semblait difficilement compatible avec la présence dans la molécule d'un cycle peroxydique à 4 chaînons, très *tendu*, donc essentiellement instable. Par ailleurs, une formule ouverte expliquait mieux leur mode de décomposition qui est celui des hydroperoxydes. Ces trois raisons m'ont incité à rechercher un fait permettant d'opter avec certitude pour l'une des deux formules possibles.

A cette fin, je me suis adressé au peroxyde de tétraphénylpropénol (VIII *a*), présenté par Kohler comme l'un des cas les plus démonstratifs.

J'en ai tenté tout d'abord la synthèse par l'une des réactions classiques de formation des hydroperoxydes, l'action du perhydrol en présence d'alcali sur

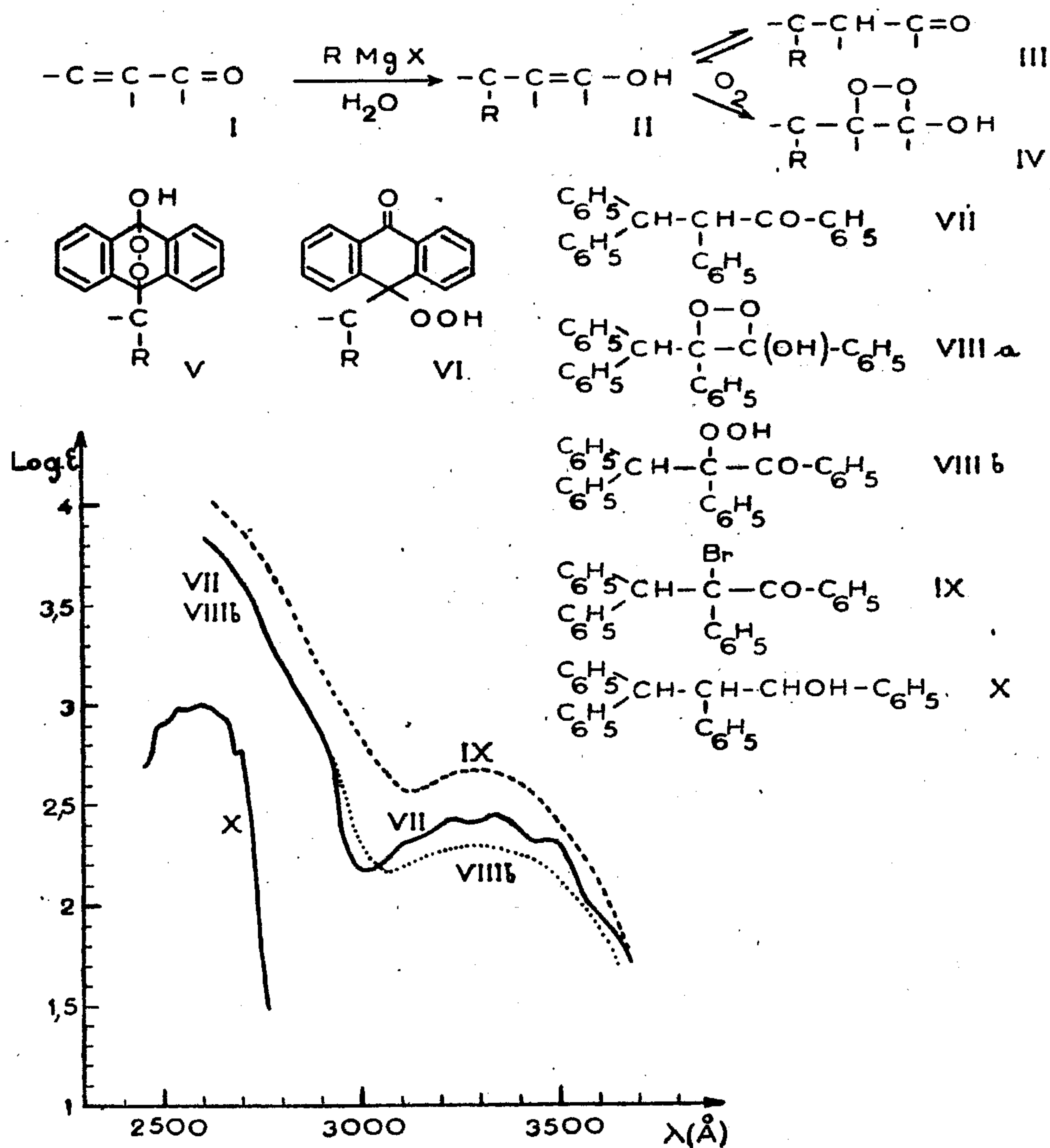
(*) Séance du 24 mai 1948.

([1]) *Am. Chem. J.*, 36, 1906, p. 177 et 529; *ibid.*, 37, 1907, p. 369; E. P. Kohler et R. B. Thompson, *J. Am. Chem. Soc.*, 59, 1937, p. 887.

([2]) P. L. Julian et A. Magnani, *J. Am. Chem. Soc.*, 56, 1934, p. 2174 et mémoires suivants.

([3]) Ch. Dufraisse, A. Etienne et J. Rigaudy, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1773.

le dérivé halogéné correspondant : ici l'α-bromotétraphénylpropanone (IX). Cette réaction qui avait permis d'obtenir facilement l'hydroperoxyde correspondant à la phénylanthrone ([3]) n'a donné dans le cas présent que des résultats négatifs. Cet insuccès est probablement dû à une mobilité beaucoup plus faible de l'atome d'halogène. Comme, par ailleurs, la position du Br en α du CO n'a pas été établie avec une grande certitude, je n'ai pas insisté sur cette réaction.



Je me suis alors tourné vers la méthode spectrographique, qui devait nous fournir des renseignements sur la constitution du produit. En effet, l'une des deux formules envisagées (VIII*b*) possédait un carbonyle, tandis que l'autre (VIII*a*) n'en avait pas; la présence ou l'absence de ce groupement fortement chromophore devait se manifester dans le spectre d'absorption du per-

oxyde. C'est pourquoi j'ai comparé sa courbe d'absorption dans l'ultraviolet à celles de corps apparentés : tétraphénylpropanone (VII), bromotétraphényl propanone (IX) et tétraphénylpropanol (X). L'examen des graphiques de la figure ne laisse subsister aucun doute sur la constitution à attribuer au peroxyde. Il se range nettement dans la série des corps possédant un carbonyle, tandis qu'il s'écarte du tétraphénylpropanol qui n'en a pas; on doit donc lui attribuer la structure ouverte (VIII*b*).

Il me paraît en outre raisonnable d'appliquer cette conclusion à tous les peroxydes de ce type : les peroxydes de Kohler doivent donc être considérés désormais comme des hydroperoxydes.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence de zones d'oxydation et de réduction dans les phénomènes du métamorphisme.* Note de M. **Pierre Lapadu-Hargues**, présentée par M. Charles Jacob.

Une Note précédente ([1]) a montré comment, au cours de l'étude des phénomènes chimiques liés au métamorphisme, on arrivait à la notion que les transformations accompagnant ces phénomènes semblaient s'effectuer selon certaines règles et qu'en particulier, chaque apport métamorphique paraissait contrebalancé par un départ quantitativement équivalent d'autres éléments. On peut reconnaître, parmi les éléments de départ, le fer, le magnésium et l'aluminium.

Si l'on s'attache maintenant avec plus de précision au problème du fer, on constate que cet élément diminue, dans sa totalité, avec un métamorphisme croissant : en effet, le nombre total d'atomes de fer, rapporté à 100 molécules, passe de 5,7 à 3,0; mais il est intéressant de rechercher les modalités de cette variation en fonction du fer trivalent (Fe^{+++}) et du fer bivalent (Fe^{++}), le métal existant en effet dans les roches sous ces deux états. Le tableau ci-dessous, établi en fonction des six types de roches antérieurement définis ([2]) comme formant une série métamorphique partant du schiste sédimentaire (type I) pour aboutir au granite (type VI), va résumer les résultats obtenus.

Types	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
Nombre total des atomes de Fe.	5,7	5,7	5,3	4,8	3,6	3,0
Fe^{++}	3,6	3,5	3,4	3,3	1,8	1,5
Fe^{+++}	2,1	2,2	1,9	1,5	1,8	1,5
Rapport $\frac{Fe^{++}}{Fe^{+++}}$	1,7	1,6	1,8	2,2	1,0	1,0

Les différentes valeurs du rapport Fe^{++}/Fe^{+++} représentent les variations

([1]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 685.

([2]) *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 5e série, 16, 1946, p. 155.

relatives du fer ferreux par rapport au fer ferrique; elles nous montrent que ce rapport, relativement élevé jusqu'au type IV (gneiss à deux micas = gneiss supérieurs selon M. Roques) diminue, brusquement pour les types V et VI (gneiss profonds et granites). On peut donc avancer qu'il y aurait, dans les différentes zones du métamorphisme une *zone de réduction* pour les parties supérieures et moyennes au sens magmatique et une *zone d'oxydation* pour les zones profondes ([3]).

Cette notion nouvelle, qui peut nous donner une idée d'un état possible des conditions régnantes dans les parties de l'écorce terrestre où s'élaborent les phénomènes du métamorphisme, semble recouper d'autres renseignements déjà connus : il y a deux ans, en effet, J. de Lapparent ([4]), étudiant les émeris en tant que métamorphites dérivant de bauxites, a montré des choses analogues avec l'existence d'une zone profonde que caractérise un état d'oxydation par rapport à des zones plus superficielles.

Dans l'étude des gîtes minéraux, on a remarqué également que souvent les minéraux oxydés (en dehors de la zone de surface dite *du chapeau de fer*) sont plus profonds que les minerais *réduits* (sulfures ou sulfosels). Peut-être cela est-il lié à des conditions de genèse ou de mise en place soumises à des états différents dans l'écorce terrestre. Il ne peut s'agir en tout cas ici que d'une simple hypothèse, peut-être intéressante à fournir, et c'est à ce seul titre qu'elle est émise ici.

GÉOLOGIE. — *La série pourprée de l'Ahnet (Sahara Central).* Note de M. **Jacques Follot**, présentée par M. Charles Jacob.

Reprenant les travaux du regretté A. Meyendorff, j'ai effectué de décembre 1949 à mars 1948 plusieurs itinéraires dans la région de l'Adrar Ahnet, en particulier autour du poste de Ouallen. J'ai pu y faire les observations suivantes :

1° A Sud et au Sud-Est de Ouallen, sous les *grès inférieurs* ordoviciens qui constituent l'Adrar Taohennet et le Tassili Bou Sefa, s'intercale une série schistogréseuse plissée, discordante sur le Pharusien arasé du Tanezrouft. Elle comprend :

a. A la base, des grès lie de vin à stratification entrecroisée, qui sont localement de véritables conglomérats à éléments surtout granitiques et rhyolitiques ;

b. Des grès jaunâtres en plaquettes ;

c. Des schistes verts et violacés coupés par de petits bancs de psammites et quelques passées calcaires de même couleur. Ils contiennent de nombreux petits nodules (1^{cm} de diamètre) de nature indéterminée.

L'ensemble de la formation a environ 250^m d'épaisseur. Sous la couverture gréseuse de

---

([3]) La valeur du type I est un peu plus élevée que celle du type II. Cela tient aux conditions de surface (oxydation superficielle) des roches de ce premier type, soumises à l'action de l'atmosphère.

([4]) *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 265.

l'Adrar Taohennet, elle dessine deux plis anticlinaux, dirigés Nord-Sud, à pendage peu accentué (20°), nettement visibles au flanc de la falaise de l'Adrar. Sous le Tassili Bou Sefa, les schistes en disposition synclinale ont été plus décapés, et la falaise est constituée uniquement par les grès inférieurs. Mais au delà du Col de Tarit, où passe la piste automobile de Ouallen, les schistes forment à nouveau la majeure partie de l'Adrar Igameren.

2. Sur le versant occidental de l'Adrar In Semmen, à la latitude d'Hassi Kermas, une formation analogue, plongeant Ouest 60°, est recouverte par les *grès inférieurs* subhorizontaux. Elle comporte à la base un niveau conglomératique, à éléments granitiques d'assez forte taille, surmontés de grès jaunâtres, contenant les mêmes éléments microscopiques. Au-dessus vient une grande épaisseur de schistes verts et violets coupés par un banc de grès de mêmes couleurs.

3. Dans le couloir qui sépare l'Adrar Ahnet de l'Adrar Adafar et sur le flanc de la falaise orientale de celui-ci, Th. Monod [1] avait déjà observé la présence d'un conglomérat à galets de rhyolites et des grès lie de vin. Ils constituent en particulier la corne Nord-Est de l'Adrar Adafar et la gara Rokkan, à l'Est de l'Erg Iferelel. On les trouve également à la pointe Sud-Ouest de l'Adrar Ajerazrazé, situé au Nord dans le prolongement de l'Adrar Ahnet. Entre ces deux affleurements, les formations récentes masquent généralement le substratum. Mais dans la dépression d'Amasine, au Sud de l'Adrar Ajerazrazé, j'ai constaté la présence de schistes gréseux violacés contenant des nodules analogues à ceux trouvés dans les schistes de l'Adrar Taohennet. Ils forment le soubassement de plusieurs petites garas, situées à 5^{km} au Sud de l'Adrar Ajerazrazé et supportant en discordance, des quartzites, qu'avec Th. Monod j'attribue à la série des grès inférieurs. Il semble donc bien que ces trois affleurements appartiennent à un même ensemble, bordant le massif Ahnet-Ajerazrazé.

4. M. Lelubre m'a signalé également qu'au Sud de l'Adrar Adafar, les grès lie de vin s'étendent jusque sous l'erg qui borde au Nord l'Oued Tirarart. La grande gara Akoufou est faite entièrement de ces grès à faciès très conglomératique.

Dans cet ensemble de grès et de schistes que je réunis sous le nom de *série pourprée de l'Ahnet* on ne relève aucune trace de métamorphisme. Nettement discordante sur le Pharusien, cette série représente le premier terme de la couverture sédimentaire, mais en l'absence de fossiles, il n'est pas possible d'en préciser l'âge. Sa position en bordure des anticlinaux anciens ainsi que sa nature lithologique la rangent parmi les formations détritiques qui suivent généralement la surrection d'une chaîne. Elle s'apparente en particulier aux différentes *séries intermédiaires* décrites en plusieurs points du socle africain.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. CLIMATOLOGIE DYNAMIQUE. — *Sur la répartition géographique et la variation des anomalies de la pression barométrique.* Note de M. **Lucien Petitjean**, présentée par M. Emmanuel de Martonne.

Les anomalies de la pression barométrique moyenne annuelle à la surface du globe sont réparties, suivant leur signe, en domaines positifs ou négatifs définis par des lignes d'égale amplitude.

---

(1) *Revue Géog. Physique*, 5, 1933, p. 254-260.

A première vue, la distribution de ces domaines ne paraît pas suivre une loi simple de variation au cours du temps.

Il n'en n'est plus de même lorsqu'on compare une série de cartes établies de la manière suivante :

Calculons les pressions moyennes annuelles, en un lieu déterminé, par l'addition de 12 moyennes mensuelles successives de la pression, à partir de chacun des mois consécutifs. Les courbes construites à l'aide des valeurs ainsi calculées, mois après mois, présentent une ondulation d'une période moyenne de deux ans. Par addition des ordonnées successives, 24 par 24 mois, traçons ensuite des courbes réduites qui passent à égale distance des sommets successifs des premières courbes. Les différences entre ordonnées correspondantes des deux séries de courbes ainsi définies sont les ordonnées de courbes quasisinusoïdales et les quantités, reportées sur des cartes, permettent de procéder à l'analyse synoptique différentielle du déplacement des domaines d'anomalies.

Réunissons pour cela sur chaque carte, par des lignes continues, les points où l'on rencontre, en suivant respectivement méridiens et parallèles, les valeurs alternativement maxima et minima des anomalies (en considérant comme valeurs maxima celles, positives de plus forte valeur absolue ou négatives de plus faible valeur absolue et comme valeurs minima celles, négatives de plus forte valeur absolue ou positives de plus faible valeur absolue). Les lignes ainsi obtenues font apparaître une disposition régulière, avec alternance du signe, des domaines d'anomalies, à la fois dans le sens des parallèles et dans celui des méridiens; elles figurent les lignes de crête et de creux (lignes ventrales) d'une oscillation quasi stationnaire de la pression d'une période moyenne de deux ans. Au bout de chaque intervalle de douze mois, on trouve, en effet, au voisinage des lignes ventrales et des centres d'anomalies d'un signe déterminé, des lignes ventrales et des centres d'anomalies du signe opposé.

Nous avons particulièrement étudié, pour une durée de 27 années (de 1884 à 1911), la partie de l'hémisphère Nord comprise entre les 25e et 70e parallèles, d'une part, et entre le 100e méridien Ouest et le 50e méridien Est, d'autre part. Dans cette région du globe, des centres d'anomalies se retrouvent, tous les douze mois environ et avec un signe opposé, aux endroits où l'amplitude de l'oscillation de la pression est la plus forte, à savoir : au Nord du 45e parallèle, le Sud-Ouest de la mer d'Hudson, le Sud du Groënland, l'Islande, la Laponie et, au Sud du 45e parallèle, le Golfe du Mexique, les Iles Bermudes, les Iles Açores, la Méditerranée occidentale, la Méditerranée orientale.

Les lignes de crête alternent, lorsqu'on se déplace dans le sens des parallèles, avec les lignes de creux; elles réunissent les centres d'anomalies de même signe situés respectivement au Nord et au Sud du 45e parallèle et affectent la forme de S allongés dans le sens des méridiens. La ligne qui réunit leurs points d'inflexion, à égale distance des centres d'anomalies Nord et Sud, est inclinée

sur les parallèles et en direction générale, pour la région du globe étudiée, d'Ouest-Sud-Ouest à Est-Nord-Est.

De même lorsqu'on se déplace dans le sens des méridiens, on trouve un second système de lignes de crête et de creux. Elles offrent l'aspect de lignes sinueuses qui relient les centres d'anomalies de même signe répartis de l'Ouest à l'Est et situés aux sommets des boucles. Comme pour le premier système de lignes ventrales, les lignes qui joignent les points d'inflexion dans le second système sont orientées de l'Ouest-Sud-Ouest à l'Est-Nord-Est.

En résumé, au cours d'intervalles consécutifs d'une durée moyenne de douze mois, les anomalies de la pression moyenne annuelle se répartissent à la surface du globe en une succession régulière de fuseaux à l'intérieur desquels elles sont alternativement positives ou négatives.

Nous exposerons, dans une prochaine Note, d'autres résultats de nos recherches sur les oscillations de la pression barométrique.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les relations entre les chromosomes satellifères et les nucléoles dans les noyaux des cellules végétales.* Note (*) de M. **Edmond Doulat**, présentée par M. René Souèges.

Les premières observations relatives aux satellites et notamment celles de Navaschine, faisaient état de relations de contact entre ces corpuscules et les nuléocles, au début de la prophase. Depuis, de nombreux auteurs (en particulier Heitz) ont signalé des rapports plus ou moins étroits entre chromosomes satellifères et nucléoles pendant la cinèse. Aussi Heitz (1931) établit-il, qu'en règle générale, à la fin de la division nucléaire, la substance nucléaire vient se condenser sur les filaments « trabants » reliant les satellites au corps des chromosomes qui les portent.

Fernandes (1937) prouve que ces filaments sont chromatophiles et toujours Feulgen-positifs. Sharp (1934), Geitler (1938), Nebel (1939), tout en reconnaissant que la règle de Heitz est vérifiée dans d'assez nombreux cas, s'opposent à l'idée que quelque relation directe et constante puisse exister entre les substances chromosomiques et nucléolaires. Pour Fernandes (1935, 36, 37), Gates (1939), les nucléoles ne se forment plus sur le « trabant » mais à son point d'attache avec le chromosome.

Pour Matsuura (1935), Fernandes (1936), Frankel (1937), Okuno (1937), cette « région organisatrice des nucléoles » (*f* = région nucléologénique de Fernandes, = nucleolus-forming région de Sharp) n'appartient pas au chromosome satellifère, mais peut se trouver à l'extrémité de n'importe quel chromosome normal. Geitler (1938) décrit certains cas où les nucléoles

(*) Séance du 7 juin 1948.

persistent pendant toute la mitose. Il signale, en outre, que les chromosomes de *Spirogyra* ne possèdent pas de région nucléologénique. La substance nucléolaire, émigrant dans chaque noyau-fils, est transportée par les chromosomes anaphasiques dont le diamètre se trouve ainsi sensiblement accru [1]. Ces derniers prennent une forme en massue caractéristique signalée par Mme Doutreligne (1933) chez certaines Ombellifères et Cucurbitacées et par nous-même (1943) chez le *Tropæolum majus*. Pour Mc Clintock (1934), Sharp, Gates, Nebel, Darlington, Geitler, Straub, la substance nucléolaire serait formée par la fusion des matrix à la fin de la télophase. Darlington et Thomas (1937) observent, chez le *Lolium perenne*, des nucléoles déjà nettement développés quand les filaments chromosomiques commencent à peine à se condenser et concluent que, dans certains cas, chromosomes et nucléoles peuvent n'avoir aucune relation. On voit, par là, que la règle énoncée par Heitz est loin d'être générale et que de nombreuses recherches sont encore nécessaires pour établir avec certitude la part prise par les chromosomes dans l'élaboration des nucléoles.

Une autre remarque s'impose. Jusqu'ici les relations entre nucléoles, satellites et chromosomes satellifères ont été décrites d'après les observations effectuées sur les noyaux filamenteux-réticulés possédant de gros chromosomes. A notre connaissance, aucune étude n'a été mentionnée sur les noyaux à petits chromosomes (noyaux euchromocentriques). Il est en effet, dans ce cas, très difficile de distinguer avec certitude, au milieu de granulations chromatiques observées sur le nucléoplasme, pendant l'interphase, celles (= euchromocentres) qui résultent de la catachromase, de celles qui représentent les satellites eux-mêmes dont le diamètre est très voisin de celui des petits euchromocentres. Aussi est-on conduit à envisager l'étude de noyaux dans lesquels on suit indubitablement la transformation des chromosomes satellifères en euchromocentres et l'apparition, à la prophase suivante, de filaments chromosomiques ayant comme point de départ ces mêmes euchromocentres.

Aucun matériel n'avait permis cette étude jusqu'en 1942, date à laquelle R. de Litardière, poursuivant des recherches de caryo-systématique sur les Boraginacées, décrivit [2] chez l'*Echium asperrimum* [3] un nouveau type de noyau euchromocentrique. Celui-ci nous parut excellent pour résoudre le problème posé. L'auteur signalait, en effet, l'existence de deux volumineux chromosomes satellifères offrant entre deux mitoses consécutives une évidente solution de continuité. A l'interphase chacun d'eux aboutit à la formation d'un très gros euchromocentre « euchromocentre nucléoliforme » très facilement discer-

---

(1) La substance nucléolaire ne serait donc pas sécrétée *de novo*. Cette observation vient ainsi confirmer l'hypothèse émise par R. de Litardière « d'un cycle fermé du nucléole au cours de la cinèse » (*Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 341).

(2) *Bull. Soc. His. nat. Afr. N.*, **32**, « 1941 », (1942), p. 315-330.

(3) *E. asperrimum* Lamk. emend. Pers., = *E. pyrenaicum* Desf., non Pourr., nec Mieg., = *E. hispidissimum* R. Lit.

nable des douze autres. En outre, ces deux corpuscules possédant manifestement une structure chromonématique « donnent naissance durant la prophase à des éléments toujours reconnaissables par leur calibre plus fort que celui des autres chromosomes, leur plus grande longueur, leur affinité plus marquée pour les colorants, enfin leur structure chromonématique très nette » (p. 322).

Ainsi les deux chromosomes volumineux de l'*E. asperrimum* peuvent être suivis avec certitude pendant le cours de la mitose. Corrélativement les rapports de leurs satellites et du nucléole peuvent être précisés et cette étude s'est avérée très intéressante. Dans une prochaine Note nous décrirons le comportement particulier de ces satellites qui ne correspond pas au schéma général de Heitz. Il est possible, dès maintenant, d'indiquer qu'ils sont absolument indépendants du nucléole pendant l'interphase.

BRYOLOGIE. — *Contribution à l'étude des ocelles et des oléocorps de quelques Hépatiques africaines.* Note de M[me] **Suzanne Jovet-Ast**, présentée par M. Roger Heim.

Beaucoup de Lejeunéacées possèdent, au moins dans leur tissu foliaire, des ocelles, grandes cellules presque complètement remplies par une goutte incolore, homogène, très réfringente. La plupart des Hépatiques des autres familles présentent dans toutes (ou presque toutes) leurs cellules des oléocorps, masses réfringentes formées par l'agglomération de granules de taille très variable. Le contenu des ocelles de diverses espèces a été étudié par W. Zwickel (¹) qui travailla, le plus souvent, sur du matériel d'herbier. La nature des oléocorps a fait l'objet de plusieurs travaux, mais les résultats obtenus ne concordent pas toujours et concernent seulement les Hépatiques des régions tempérées.

De son voyage au Congo (mars 1948), M. Roger Heim a rapporté quelques Hépatiques vivantes, récoltées depuis 48 heures à peine, et dont les oléocorps et les ocelles étaient en excellent état. J'ai donc pu, sur différentes espèces, faire les observations suivantes :

1. *Leptolejeunea truncatiflora* St. dégage, au moindre froissement, une fine odeur d'écorce d'orange. Il présente, sur les feuilles, 2-3 ocelles *sériées* et, parfois, 1 ou 2 ocelles supplémentaires *distribuées*. L'ocelle basale mesure $80^{\mu} \times 40^{\mu}$, les autres atteignent $50^{\mu} \times 40^{\mu}$. Ces cellules à cloisons minces sont vivantes, contiennent des chloroplastes rejetés avec le cytoplasme contre la paroi cellulaire, et une grosse goutte d'aspect huileux. Cette goutte ne semble pas volatile; elle devient, dans l'acide osmique, d'un brun noir foncé, se colore avec intensité par le bleu de quinoléine en solution dans l'alcool à 50°, par le Soudan III, par le chlorhydrate de bleu de Nil, par la teinture d'Orcanette acétique, par

(¹) *Beihefte zum Bot. Centralbl.*, 49, 1932, p. 569-648 et *Ann. Bryol.*, 5, 1932, p. 145-158.

l'écarlate; elle se dissout partiellement dans NO_3H, totalement dans l'alcool à 90°, dans l'alcool à 70°, dans le toluène, dans le chloroforme, dans CS_2, dans le xylène. Dans l'acide acétique pur cristallisable sa dissolution peut être complète mais non immédiate; parfois, il reste, même après 12 heures, des gouttelettes agitées de mouvements browniens. Une lessive de KOH très concentrée ou un mélange potasse-ammoniaque produisent une cristallisation immédiate en longues et fines aiguilles. Les ocelles de cette Lejeunéacée contiennent donc une huile grasse. Le parfum dégagé par cette Hépatique fait penser à l'existence d'une essence. Je n'ai observé d'huile essentielle libre dans aucune cellule, mais il pourrait y en avoir en dissolution dans l'huile grasse des ocelles.

2. Chez *Sprucella succida* St., chaque cellule foliaire contient 2 ou 3 gros oléocorps de $18^{\mu} \times 8^{\mu}$ environ, formés de gouttes agglomérées à contours indistincts. Ces oléocorps ne se volatilisent pas, ils se dissolvent et se colorent par les dissolvants et les colorants habituels des essences et des graisses. Leur saponification immédiate montre qu'ils sont constitués par des huiles grasses.

3. Les oléocorps de *Radula epiphylla* Mitt., ovoïdes, au nombre de 2-3 par cellule, mesurant $10\text{-}18^{\mu} \times 6\text{-}10^{\mu}$, comprennent une multitude de fines gouttelettes agglomérées leur donnant l'aspect ponctué. Ils se colorent et se dissolvent comme ceux de l'espèce précédente, mais un séjour, même très prolongé, dans la potasse concentrée ne produit pas de saponification. De plus, ils semblent très volatils. Il s'agit donc, ici, d'une huile essentielle.

4. Les cellules foliaires de *Chiloscyphus dubius* Gott. montrent 3 ou 4 oléocorps de $8\text{-}10^{\mu} \times 2\text{-}4^{\mu}$, composés généralement de 9 granules, et dégageant une forte odeur camphrée analogue à celle des *Lophocolea*, due, comme l'ont montré les essais de solubilité, de coloration, de saponification, de volatilité, à une huile essentielle.

5. Un *Lophocolea* sp., dont le parfum est aussi intense que celui des *Lophocolea* européens, contient, par cellule, 4 ou 5 oléocorps mesurant jusqu'à $15^{\mu} \times 5^{\mu}$, comprenant 10-20 granulations disposées sur 2 ou 3 rangs, et formés par une huile essentielle.

Tous ces essais ont été effectués sur les oléocorps contenus dans la cellule et sur les oléocorps mis en liberté par écrasement ou section des cellules. Les deux méthodes conduisent à des résultats analogues, mais la seconde permet d'agir directement sur les oléocorps et donne des colorations plus rapides et plus intenses.

Leptolejeunea truncatiflora mis en sachet depuis 1 mois et demi, donc tenu à l'abri de la lumière et de l'humidité, a conservé presque intact le contenu de ses ocelles; la goutte d'huile a seulement un peu diminué de volume et elle apparaît d'un beau jaune vert, teinte due, sans doute, à la dissolution de la chlorophylle. Les autres espèces, conservées dans une petite serre humide, continuent à vivre; leurs oléocorps restent identiques à ce qu'ils étaient, mais tendent à devenir plus nombreux.

PHYSIOLOGIE. — *Variations, en connection avec l'accouchement, des B.B.S., substances bloquant le sulfite.* Note (*) de Mme **Nadine Dobrovolskaïa-Zavadskaïa**, M. **Gian Franco Ottolenghi-Preti** et M. **Vladimir Momsikoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

La position centrale de l'acide pyruvique $CH_3—CO—COOH$ dans le métabolisme intermédiaire, non seulement des glucides (qui jouent quantitativement le rôle le plus important dans tous les phénomènes de dégradation cellulaire), mais aussi de certains protides, rend extrêmement intéressante l'étude de son comportement dans les états physiologiques et pathologiques les plus variés.

L'accouchement, qui est, dans des conditions normales, un processus physiologique, exige néanmoins un travail musculaire très grand et un effort physique extraordinaire de tout l'organisme. L'énergie nécessaire pour la contraction musculaire ne provient pas directement de la dégradation du glycogène, à cause de sa lenteur. Cette dégradation permet seulement la formation de l'acide adénosine-triphosphorique (Lohman), dont la décomposition rapide, quasi explosive, libère instantanément l'énergie (24 000 calories) indispensable pour l'effet mécanique de la contraction. L'acide pyruvique se forme ici d'une façon analogue à celle de la fermentation, et dépendant d'enzymes similaires. Nous rappelons que c'est une isomérisation, en premier lieu de l'acide 3-phospho-glycérique en acide 2-phospho-glycérique, puis en acide phospho-pyruvique; la déphosphorylation de ce dernier est accompagnée de libération de l'acide phosphorique, qui sert de nouveau à la phosphorylation de l'hexose provenant du glycogène, la phosphorylation étant la première étape de toute la dégradation.

Les urines de 53 femmes, sur le point d'accoucher ou avant, ont été examinées sur leur teneur en B. B. S. (*bisulphite binding substances*), calculées en terme d'acide pyruvique qui en constitue la partie prépondérante. Nous avons donné la description de la méthode d'analyse dans une publication précédente ([1]). Les chiffres les plus bas de B. B. S. mentionnés dans ce travail : 8mg,8 et 22 mg/l ont été obtenus chez deux personnes bien portantes; au 3e mois d'une grossesse normale; on n'a trouvé que 44 mg/l.

Pour caractériser notre série actuelle d'observations, voici quelques exemples les plus typiques. Dans un cas normal, on a trouvé : 25 jours avant l'accouchement, 240 mg/l et 360 mg/24 h; le dernier jour avant l'accouchement (travail) : 495 mg/l et 413 mg/24 h; 1er jour suites de couches : 404 mg/l et 485 mg/24 h; 2e jour : 436 mg/l et 24 h; 3e jour : 286 mg/l et 515 mg/24 h; 4e jour : 198 mg/l et 237 mg/24 h. Chez une pluripare de 32 ans, dont l'accouchement (le cinquième) a duré 26 heures, nous avons obtenu, dans l'urine d'avant l'achèvement de l'accouchement, 761 mg/l et 1217 mg/24 h; 1er jour des

(*) Séance du 7 juin 1948.

([1]) N. Dobrovolskaïa-Zavadskaïa et M. Vomsikoff, *Ann. de Médecine*, 48, 1947, p. 79 à 87.

suites de couches : 572 mg/l et 400 mg/24 h ; 2e jour : 528 mg/l et 24 h ; 3e jour : 484 mg/l et 578 mg/24 h ; 7e jour : 478 mg/l et 24 h. Chez une jeune femme qui a accouché à la fin du 6e mois, les taux de B. B. S. n'ont pas dépassé 356 mg/l et 320 mg/24 h. Un cas dans lequel, après une période de dilatation de 27 heures, l'accouchement a été terminé au forceps (inertie secondaire et souffrance fœtale), a présenté des valeurs élevées jusqu'à 880 mg/l et 792 mg/24 h.

On voit ainsi que l'effort physique, déployé au cours de l'accouchement, est accompagné par une accumulation de B. B. S. dans l'organisme L'importance de cette accumulation est en rapport direct avec la gravité du cas. Le retour à l'état d'avant les couches s'effectue, en général, dans le délai de 4 à 7 jours.

Les sept cas d'intervention césarienne présentent la même allure générale, mais la concentration de B. B. S. (jusqu'à 1870mg par litre d'urine) dans les suites de couches est plus élevée que dans les cas normaux; la quantité éliminée par 24 heures peut ne pas être très augmentée, à cause de l'oligurie habituelle du *post partum*. La montée lactée reste sans suite, mais la mastite provoque une augmentation immédiate de B. B. S., dont la variation a une allure parallèle à celle de la température. La présence, dans l'urine, d'albumine en grande quantité s'accompagne en général d'augmentation du taux de B. B. S., mais cette augmentation n'est pas constante.

L'affinité toute particulière de l'acide pyruvique (substance la plus importante parmi les B. B. S.) pour le tissu nerveux (Dobrovolskaïa-Zavadskaïa) (2) et sa capacité d'être décarboxylé par l'aneurine (sous forme de cocarboxilase) expliquent l'effet favorable obtenu dans la clinique par l'administration de la vitamine B_1 au cours de l'accouchement.

CYTOLOGIE. — *Le caryotype de* Drosophila immigrans.

Note (*) de M. **Jean Le Calvez**, présentée par M. Maurice Caullery.

Chez *Drosophila immigrans*, Metz (1), le premier, reconnut sommairement quatre paires de chromosomes, dont une en V et trois en bâtonnets; Stella (2) confirma ces observations. Puis les glandes salivaires de cette espèce furent inspectées par Emmens (3). Il y trouve cinq bras associés au chromocentre ainsi qu'un élément court appelé par l'auteur *striated body* et interprété comme pouvant résulter d'une fusion latérale des trabants proximaux de plusieurs chromosomes. Récemment, Wharton (4) accorde à *D. immigrans* une paire de V, une paire de J et deux paires de bâtonnets dans les configurations métaphasiques somatiques, cinq longs bras et un microchromosome dans les noyaux des glandes salivaires. L'auteur américain homologue le bras court des deux J au microchromosome salivaire

---

(2) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 248; **223**, 1946, p. 519.

(*) Séance du 31 mai 1948.

(1) *Amer. Nat.*, **50**, 1916, p. 587-599.

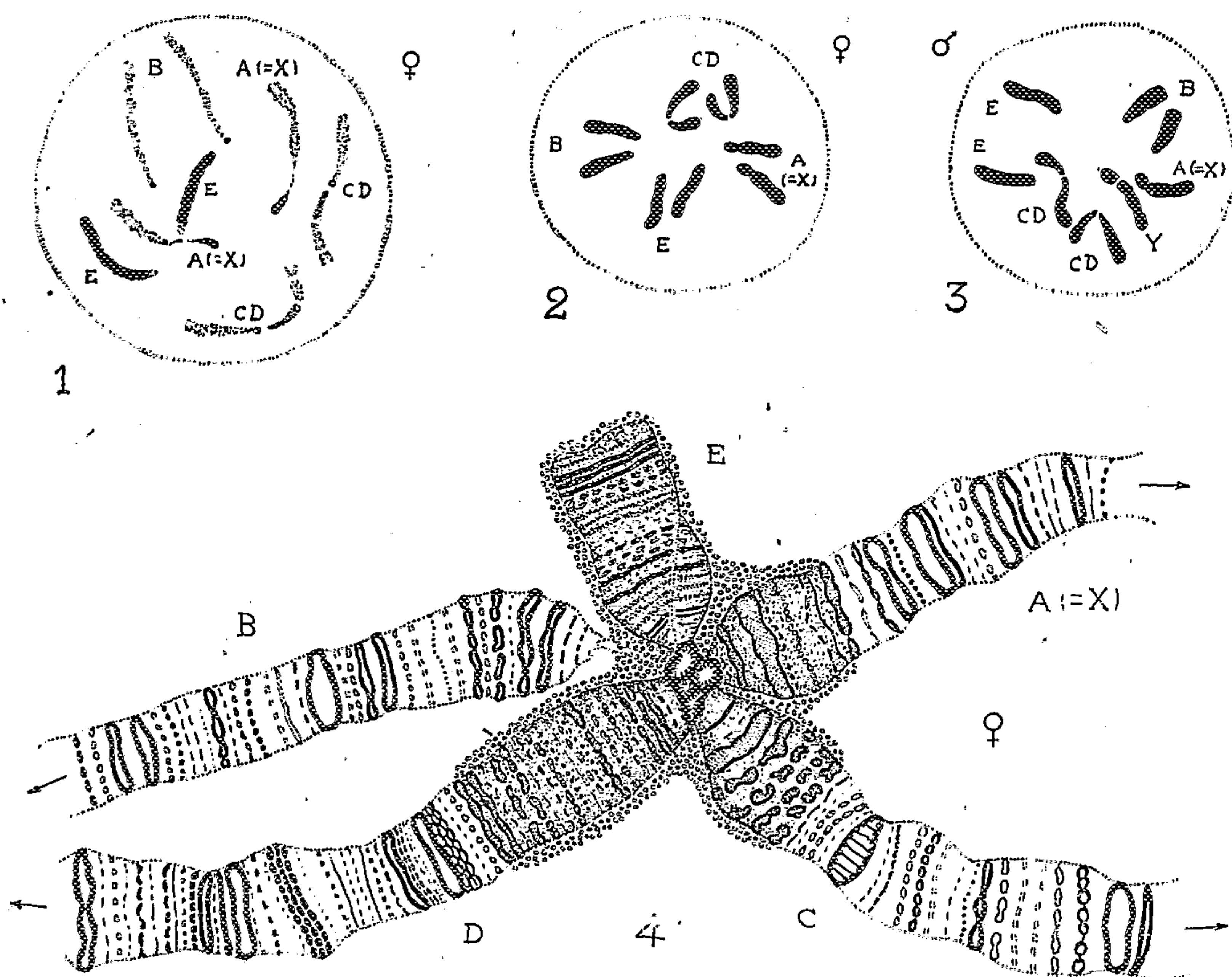
(2) *Rev. suisse Zool.*, **43**, 1936, p. 397-414.

(3) *Z. Zellforsch.*, **26**, 1937, p. 1-20.

(4) *Univ. Texas Publ.*, **4313**, 1943, p. 282-319.

enrichi d'hétérochromatine et ajoute que le Y ne peut pas être distingué du X dans les mitoses des mâles. Le matériel en ma possession révèle des images métaphasiques et surtout salivaires différentes.

1° *Métaphases somatiques.* — Femelles (*fig.* 2). L'examen des plaques équatoriales confirme les observations des premiers auteurs. Il n'y a aucune trace de paire chromosomiale en J. Mâles (*fig.* 3). Contrairement aux affirmations de Wharton le couple d'hétérochromosomes est hétérogène. Le X correspond à un élément d'une des deux plus petites paires, tandis que le Y montre une forme de J indiscutable, le bras court ayant le tiers de la longueur du bras long.



Chromosomes de *Drosophila immigrans* Sturt. — 1, prophase femelle; 2, métaphase femelle; 3, métaphase mâle; grands neuroblastes. 4, noyau des glandes salivaires d'une femelle : chromocentre, chromosome E et base des chromosomes A, B, C, D. Reconstitution un peu schématisée. (Acéto-carmin. × 2200.)

2° *Prophases somatiques* (*fig.* 1). — On retrouve les mêmes éléments mais moins condensés, et l'acéto-carmin permet de saisir des différences de constitution entre les paires chromosomiales. Les deux bras de la paire en V sont inégalement hétéropycnotiques à leur base. Le couple des plus grands bâtonnets est totalement euchromatique. Les deux X portent une région hétérochromatique proximale. La dernière paire de bâtonnets est totalement hétéropycnotique, sauf dans une très courte région proximale; elle se condense la première. Chez les mâles le Y est totalement hétéropycnotique.

3° *Chromosomes géants des glandes salivaires* (*fig.* 4). — On ne trouve que 4 grands éléments et non 5. L'un d'eux est particulièrement long et dépasse 500 μ; il ne porte pas d'hétérochromatine proximale et se détache facilement du chromocentre. Les trois autres ont une racine hétérochromatique. Chez les mâles, où le X se reconnaît d'emblée, les deux éléments restants sont toujours fortement associés par leur base hétérochromatique. Le chromocentre, au milieu duquel se reconnaît une masse d'hétérochromatine α au sens de Heitz ([2]), sert encore de support à un cinquième élément, très court, le « striated body » de Emmens. Ce microchromosome, parfois arqué ou élargi, généralement noyé dans l'hétérochromatine chromocentrique, ne rappelle en rien par son aspect le « dot » de *D. melanogaster* par exemple; les bandes y sont mal définies.

4° *Homologie entre les chromosomes métaphasiques et salivaires.* — Puisque le X s'identifie immédiatement dans les glandes salivaires des mâles (bras A), l'interprétation qui me paraît la plus logique est d'homologuer à la paire autosomiale en V les deux éléments restant les derniers associés dans les glandes salivaires (bras C et D), — à la paire d'autosomes en bâtonnets, la plus longue et totalement euchromatique, le très long élément salivaire dépourvu d'hétérochromatine proximale (bras B), — à la paire autosomiale, presque complètement hétéropycnotique aux prophases somatiques, le *dot* d'aspect particulier (bras E).

Il est pour le moins surprenant que Emmens, comme Wharton, aient cru voir cinq grands éléments chromosomiaux dans les noyaux des glandes salivaires de cette espèce. Tous deux semblent avoir été influencés par le nombre des branches métaphasiques somatiques. Et, comme dans les salivaires, l'extrémité distale du très long bras B est parfois ramenée vers le chromocentre, elle a pu représenter pour les auteurs précités la racine de ce cinquième bras qu'ils voulaient absolument trouver.

ZOOTECHNIE. — *L'électro-éjaculation chez le Taureau. Technique et résultats.* Note de MM. Charles Thibault, Martial Laplaud et Robert Ortavant, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans une Note récente ([1]), Laplaud et Cassou ont signalé qu'ils ont pu obtenir du sperme chez un jeune Taureau par excitation électrique des centres nerveux éjaculateurs, au moyen d'une électrode bipolaire introduite profondément dans le rectum.

Désirant étudier différents problèmes relatifs à la spermatogenèse chez le Taureau et répondre à un besoin urgent des Centres d'Insémination artificielle,

---

([2]) *Biol. Zentralbl*, 54, 1934, p. 588-609.

([1]) *C. R. Soc. Biol.*, 142, 1948 (sous presse).

dont certains taureaux de grande valeur refusent de donner leur sperme par le procédé du vagin artificiel, nous avons cherché à mettre au point une technique qui permît *à coup sûr* d'obtenir du sperme au moment désiré.

Au cours d'une série d'essais préliminaires, effectués sur trois taureaux, nous avons obtenu très régulièrement du sperme, mais nous nous sommes heurtés aux mêmes difficultés que celles qui ont été signalées chez le Bélier : réactions violentes et vraisemblablement douloureuses des animaux; mauvaise qualité du sperme fortement dilué par des sécrétions des glandes accessoires.

Nous sommes alors parvenus à mettre au point la technique suivante, qui n'offre pratiquement pas ces deux inconvénients.

L'animal est solidement jougué et sanglé, mais la contention des membres est assez souple. Après avoir pratiqué un lavement à l'eau salée à 10 %, on introduit dans le rectum l'électrode constituée par une série de 30 anneaux de laiton, isolés par des anneaux d'ébonite et reliés alternativement aux deux bornes d'un potentiomètre pouvant débiter un courant alternatif maximum de 0,7 ampère sous 30 volts. Toutes les excitations sont obtenues en faisant varier progressivement le courant de zéro, ou d'une faible valeur, à sa valeur maximum et *vice versa*. La durée totale de chaque excitation est comprise entre 3 et 5 secondes. L'excitation est peu intense, même si le courant est maximum, si l'on met en service tous les anneaux, probablement par suite d'une faible irradiation du courant électrique en profondeur. Dans ce cas, il s'écoule d'abondantes sécrétions des glandes accessoires, contenant peu ou pas de spermatozoïdes. Mais, si l'on met en service un anneau sur quatre ou sur six, bien que les caractéristiques du courant restent sensiblement les mêmes, l'excitation produite est beaucoup plus forte et généralement il s'écoule du sperme à peu près pur. L'intensité optimum varie d'un animal à l'autre.

Le tableau suivant résume nos résultats :

Noms des taureaux.	Age (mois).	Vol. sécrétions access. (cm^3).	pH.	Vol. sperme (cm^3).	Concentr. en 10^6.	Nombre total de spermatozoïdes en 10^9.	pH.	Motilité (*).	Nombre total d'excitations.
Coco	26	45	8,0	11	1,16	12,76	7,4	2,5	100+20=120
Couzeix	26	78	8,0	16,5	0,56	9,24	7,3	3,0	150+30=180
Lallemand	36	19	8,4	12,5	0,88	11,0	7,2	3,5	150+35=185
Janus	40	52	8,2	20	0,92	18,40	7,2	4,0	160+30=190
Rabagas	48	57 19	7,8 8,3	22	0,44	9,68	7,3	3,0	150+30=180
Ramina	51	33	8,2	18	0,78	14,04	7,2	3,5	160+38=198

(*) Évaluée de 0 à 4.

En résumé : 1° La méthode que nous décrivons permet d'obtenir à coup sûr l'éjaculation chez le Taureau;

2° La qualité du sperme recueilli diffère peu de celle du sperme obtenu au vagin artificiel, quoique le pH soit sensiblement plus élevé (7,3 contre 6,8);

3° On constate que le nombre total de spermatozoïdes émis est généralement supérieur à celui des éjaculations normales. Il atteint même, dans certains cas, les valeurs fournies par divers auteurs, au cours de tests d'épuisement;

4° On arrive à recueillir séparément du sperme à peu près pur et des sécrétions accessoires sans spermatozoïdes;

5° Les animaux présentent de faibles contractions musculaires, jamais suivies de troubles locomoteurs et respiratoires. Ils ne manifestent aucun signe de souffrance.

BIOLOGIE. — *Sur la croissance relative du thymus des Mammifères.* Note (*) de M. **Marcel Abeloos**, présentée par M. Maurice Caullery.

J'ai étudié, dans diverses espèces de Mammifères, durant la vie fœtale et le début de la vie post-embryonnaire, la croissance pondérale relative du thymus en fonction du poids corporel. En dépit d'une variabilité individuelle assez grande, peut-être en relation avec l'état physiologique des sujets, on peut affirmer que le thymus accomplit toute sa croissance, depuis le moment où sa masse devient mesurable jusqu'à son apogée, en une seule *étape* caractérisée par une allométrie (*hétérauxèse*) fortement *majorante*.

Chez le Veau et le Mouton, cette croissance allométrique du thymus se poursuit régulièrement durant toute la vie fœtale. Il en est de même chez le Cobaye et le Porc. Chez la Souris blanche, elle se poursuit jusqu'au 20e jour de la vie post-embryonnaire, qui correspond sensiblement à un stade critique de la croissance relative de divers organes, notamment de l'encéphale. Chez le Chat, la croissance du thymus ne cesse pas avant l'âge de 6 semaines, qui correspond au stade critique de l'encéphale. Chez le Chien également, j'ai suivi la croissance du thymus durant le mois qui suit la naissance, c'est-à-dire jusqu'à l'époque critique de la croissance de l'encéphale. Enfin, chez l'Homme, j'ai constaté la stabilité du taux d'allométrie de croissance durant toute la vie fœtale.

La constance du coefficient d'hétérauxèse (α) du thymus durant toute sa période d'accroissement pondéral, embryonnaire ou post-embryonnaire, est d'autant plus remarquable qu'au cours de cette période se situent un ou deux stades critiques de la croissance relative, notamment le stade, commun à plusieurs des Mammifères cités, que j'ai désigné sous le nom d'*éveil hormonique* (1). Lors de ces stades critiques, se produisent d'importantes modifi-

(*) Séance du 7 juin 1948.

(1) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 754.

cations des coefficients d'hétérauxèse de nombreux organes, notamment de la rate, dont la croissance se distingue assez nettement de celle du thymus, qui, lui, reste insensible à ces perturbations et demeure lié par une relation fixe à la masse corporelle totale.

De plus, les coefficients d'hétérauxèse du thymus des diverses espèces de Mammifères étudiées sont très voisins les uns des autres, compris entre 1,4 et 1,5, sauf pour les Carnivores (Chat, Chien), chez lesquels ils s'abaissent à 1,2. Cette concordance est remarquable, car, pour la plupart des organes, pris durant des phases homologues de la croissance, on observe des différences beaucoup plus considérables entre les coefficients d'hétérauxèse d'espèces appartenant à des ordres variés. Ainsi, pendant la première phase de croissance, celle qui précède le stade critique d'*éveil hormonique*, le coefficient d'hétérauxèse du foie est voisin de 0,9 chez le Veau et le Mouton, de 1,7 chez le Cobaye; celui des reins, durant la même phase, est 1,2 chez le Veau et le Mouton, 1,7 chez le Cobaye. Seul, le cœur offre, dans la série des Mammifères, une uniformité analogue à celle du thymus, pour des raisons d'adaptation fonctionnelle évidentes.

Ainsi, le *coefficient d'hétérauxèse du thymus*, qui demeure *constant durant sa croissance*, paraît *commun à tous les Mammifères*. Cette constatation est en accord avec l'opinion suivant laquelle l'activité fonctionnelle du thymus serait directement liée aux mécanismes de la croissance corporelle générale. Notons que la relation d'hétérauxèse semble différente chez les Oiseaux : d'après les données de Venzke ([2]), $\alpha = 1,68$ pour le thymus de l'embryon de Poulet.

La croissance relative du thymus des différentes espèces de Mammifères étant représentée, en coordonnées logarithmiques, par des droites sensiblement parallèles, mais non confondues, les ordonnées de ces droites permettent de définir, en faisant abstraction de la taille spécifique, un indice de taille relative du thymus propre à chaque espèce. Rangées selon les valeurs décroissantes de cet indice, les espèces étudiées s'échelonnent dans l'ordre suivant : Souris, Cobaye, Chat, Mouton, Chien, Homme, Porc, Veau. On voit que, d'une façon générale, l'*indice spécifique de taille relative du thymus* décroît quand la taille adulte de l'espèce augmente.

BIOLOGIE. — *Observations sur les mâles ergatoïdes de la Fourmi* Ponera eduardi *Forel*. Note (*) de M. **Georges le Masne**, présentée par M. Maurice Caullery.

On sait que les mâles de Fourmis, presque toujours pourvus d'ailes, sont aptères dans quelques espèces des genres *Anergates*, *Cardiocondyla*, *Formico-*

([2]) *Growth*, 7, 1943, p. 265.

(*) Séance du 7 juin 1948.

xenus, Ponera, Symmyrmica; l'absence d'aile s'accompagne généralement d'autres caractères qui font ressembler ces mâles, dits *ergatoïdes,* ou *ergatomorphes,* à des ouvrières. De rares espèces possèdent à la fois des mâles ailés, normaux, et des mâles aptères ergatoïdes. C'est le cas de *Ponera eduardi* Forel, dont j'ai pu observer, à Banyuls-sur-Mer (Pyrénées-Orientales), le mâle ergatoïde, décrit par Forel (1904) sur un exemplaire provenant de Madère ([1]).

La forme aptère du mâle de *Ponera eduardi,* toujours rare, semble manquer dans certaines régions : F. Bernard [1935 ([2]) et *in litt.*] ne la trouve, ni dans l'Estérel, ni aux environs d'Alger, où l'espèce est cependant commune. A Banyuls, j'ai récolté ou obtenu d'élevage, tantôt des mâles ailés, tantôt des mâles aptères, mais dans des colonies différentes, provenant de stations distantes de plusieurs kilomètres et jamais les deux catégories de mâles dans la même colonie.

Les mâles ergatomorphes observés sont conformes à la description de Forel, et présentent un mélange de caractères mâles, de caractères d'ouvrière, et de caractères mixtes. Ils sont de teinte jaune pâle; mais, alors que Forel pensait avoir affaire à un exemplaire immature, il s'agit en réalité d'une *coloration durable,* qui s'enfume à peine d'une légère teinte grise quelques jours après la sortie du cocon (tandis que les individus des autres castes, même s'ils sont peu pigmentés à l'éclosion, deviennent noirs peu de jours après).

En élevage, leur durée de vie est de trois à six semaines (les mâles ailés vivent moins longtemps). Ils ont une démarche plus lente que celle des ouvrières, surtout dans les premiers jours de leur vie imaginale. Ils sollicitent des ouvrières la régurgitation de nourriture, par des palpations d'antennes. Ils sont également capables (comme d'ailleurs les mâles ailés de *Ponera,* et contrairement aux mâles de la plupart des espèces de Fourmis) de se nourrir indépendamment, en léchant des proies; mais ils ne s'attaquent jamais aux proies encore vivantes et mobiles.

Je n'ai jamais obtenu l'accouplement des mâles ergatoïdes avec des femelles ailées ou aptères, ni avec des ouvrières arrivées à maturité et de coloration noire. Par contre, j'ai observé, à maintes reprises, des *tentatives d'accouplement,* apparemment couronnées de succès, *entre mâles ergatoïdes et ouvrières immatures* (celles-ci écloses parfois depuis moins de 24 heures, encore jaune pâle, et d'allure assez lente). L'accouplement est assez différent de celui qui a lieu normalement, chez les fourmis, entre mâles et femelles ailés. Il se prolonge beaucoup plus et dure souvent plusieurs minutes. Le mâle enserre étroitement, de ses trois paires de pattes, le corps de l'ouvrière, qu'il immobilise complètement. A plusieurs reprises, il parvient à saisir, dans ses valves génitales,

---

([1]) A. Forel, *Ann. Soc. Ent. Belgique,* 48, 1904, p. 421-425.
([2]) *Ann. Soc. Ent. France,* 104, 1935, p. 31-72, 4 figures.

l'extrémité de l'abdomen de l'ouvrière, et il semble y avoir réellement copulation.

Dans des colonies assez populeuses, les mâles ergatoïdes tentent de s'accoupler *avec des ouvrières encore enfermées dans leur cocon*, même si le nid contient des ouvrières récemment écloses. L'extrémité postérieure du cocon, peu avant l'éclosion, est parfois assez largement déchirée (par les ouvrières adultes sans doute). Les mâles, enserrant le cocon, tentent (souvent avec succès semble-t-il) de saisir, par cette ouverture, l'arrière du corps de l'ouvrière.

Plusieurs mâles peuvent s'attaquer simultanément à un même cocon. Parfois (et particulièrement dans les groupes ainsi accrochés à un cocon) un mâle tente de s'accoupler avec un autre mâle ergatoïde. Dans certains cas, il semble que la Fourmi enfermée dans un cocon couvert de mâles aptères soit elle-même un mâle, et non une ouvrière.

Il est difficile de dire si ces faits sont normaux. Les conditions d'élevage peuvent les rendre plus faciles et plus fréquents. Il est pourtant permis de penser, tant ils sont nets, qu'ils se produisent aussi dans la nature.

Bien que l'éclosion semble très retardée par ces tentatives d'accouplement, les ouvrières qui proviennent de ces cocons prennent, comme les autres, leur coloration noire après quelques jours. J'ai élevé des fragments de colonies, dépourvus de femelles, et contenant seulement des ouvrières, dont certaines s'étaient ainsi accouplées avec des mâles ergatoïdes. Des œufs y sont apparus, sans qu'on puisse dire avec certitude quelles étaient les ouvrières pondeuses, ni si cette fécondité est en rapport avec un accouplement avec des mâles aptères. La question de la fécondité des ouvrières de Fourmis est d'ailleurs confuse et mal éclaircie; j'ai l'intention d'y revenir. Il faut noter que les ouvrières de *Ponera* diffèrent très peu, morphologiquement, des femelles.

Les œufs ainsi obtenus ont donné des larves de forme normale, qui ont pu être conservées en élevage jusqu'à ce qu'elles aient atteint la taille moyenne. Par suite de la sensibilité de cette espèce aux variations d'humidité, ces colonies ont malheureusement périclité par la suite.

BIOLOGIE. — *Sur l'extraction d'un antibiotique du mycélium d'*Actinomyces griseus. *Activité* in vitro *et* in vivo. Note (*) de MM. **Pierre Goret, Louis Joubert, Fernand Boyer,** Mme **Françoise Grumbach** et M. **Émile Arquie,** présentée par M. Jacques Tréfouël.

Dans une Note précédente ([1]); nous avons signalé la possibilité d'extraire en quantité très appréciable, par la méthode à l'acide trichloracétique de

(*) Séance du 31 mai 1948.

([1]) P. Goret, L. Joubert, F. Boyer et Mme F. Grumbach, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 962-963.

Boivin, une substance antibiotique des voiles d'une souche d'*Actinomyces griseus*. Des essais ultérieurs pratiqués dans différentes conditions ont pleinement confirmé nos premiers résultats et nous permettent d'apporter quelques précisions en la matière.

Activité de l'antibiotique extrait. — 1° *In vitro.* — L'extrait trichloracétique s'est révélé actif vis-à-vis de *Streptoccocus* (souche Dig 7), de *Staphylococcus aureus* (souche Oxford), de *Diplococcus pneumoniæ* (souche Til), de *Corynebacterium diphteriæ* (souche Di 14), d'*Escherichia coli* (souche 204), de *Klebsiella Pneumoniæ* (souche Dumas) et de *Mycobacterium tuberculosis* (souche B. C. G.).

L'extrait trichloracétique peut être concentré et purifié par la méthode décrite pour l'extraction et la purification de la streptomycine des urines de malades ([2]). Nous avons plus spécialement titré, par comparaison à une streptomycine étalon, l'activité antibiotique de cet extrait vis-à-vis des différents germes. Le tableau suivant résume nos premiers résultats.

Staphylo. doré		Klebs. Pn. Dumas		Strepto Dig. 7		Pneumo Til		Coli 204		Corynebact diph Di 14		Mycob. tub. B. C. G.	
A (*).	B(**).	A.	B.	A.	B.	A.	B.	A.	B.	A.	B.	A.	B.
8,3(***)	8,3	1,25	1,11	8,3	8,3	8,3	8,3	5	6,25	3,33	5	0,14	0,14

(*) A = Extrait brut trichloracétique titrant 500 U/cm³.

(**) B = Solution de streptomycine *Merck* à 500 U/cm³.

(***) Dose inhibitrice de l'antibiotique en unités par centimètre cube.

2° *In vivo.* — L'activité *in vivo* n'a été jusqu'ici titrée que vis-à-vis de *Klebsiella Pneumoniæ*. L'excès trichloracétique brut a été seul utilisé ([3]).

Les souris sont infectées avec une culture de *Klebsiella Pneumoniæ* (souche Dumas), culture de 18 heures en bouillon sérum et diluée au 1/100000 dans le liquide de tyrode. Chaque souris reçoit 1/2 cm³ de cette dilution par voie intrapéritonéale. Sur un lot de 30 souris, 10 sont gardées comme témoins de virulence; 10 sont traitées avec de la streptomycine purifiée (Merck) et 10 sont traitées avec l'extrait trichloracétique de voiles. Le traitement débute tout de suite après l'inoculation, il est poursuivi pendant deux jours à raison de 2 injections sous-cutanées de 25 unités par jour. Les résultats sont consignés dans le graphique ci-contre.

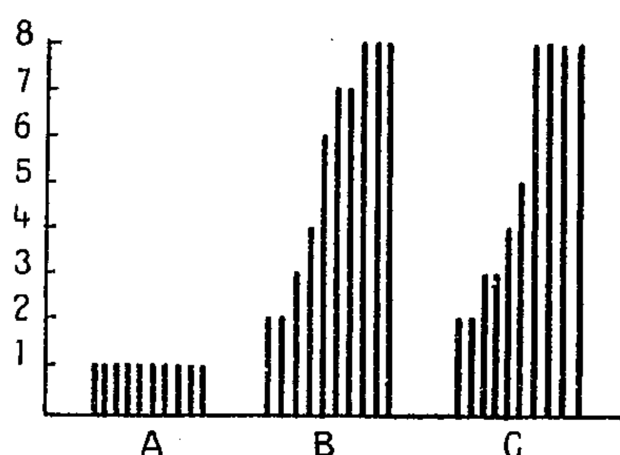
Ces résultats confirment donc l'intérêt qui s'attache à l'extraction à partir du voile d'*Actinomyces griseus* d'une substance antibiotique. Cette substance

---

([2]) A. Lamensans, F. Boyer et Mlle Grehier, *Ann. Inst. Pasteur*, 73, 1947, p. 608.

([3]) La toxicité de l'extrait se manifeste pour la Souris à la dose de 2 cm³ par voie péritonéale (échantillon titrant 500 U/cm³).

paraît, d'après nos premières expériences, semblable à la streptomycine extraite des jus de culture.



A, témoins; B, streptomycine (Merck) 50 U. par jour en deux injections sous-cutanées pendant 2 jours; C, extrait trichloracétique de voiles, 50 U par jour en deux injections sous-cutanées pendant 2 jours.

La même méthode, appliquée aux voiles de *Penicillium notatum*, *Bacillus brevis* et *Bacillus subtillis*, ne nous a permis d'extraire aucun antibiotique.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Effets de la carence en vitamine* E *sur le système génital mâle du Lapin.* Note de Mme **Marie-Louise Chevrel** et M. **Marcel Cormier**, présentée par M. Maurice Javillier.

Parmi les multiples lésions déterminées par la carence en vitamine E, l'une des plus importantes est celle qui frappe l'appareil génital mâle. Variables suivant les espèces, ces lésions ont été décrites chez le Rat par Evans et Burr (1922); elles n'ont pu être observées jusqu'à présent ni chez les souris mâles (Bryan, Mason, Gœtsch), ni chez le Lapin même en état de dystrophie musculaire (Mackensie). Nous avons repris l'étude de la carence en vitamine E chez le Lapin.

I. *Animaux impubères.* — Un lot d'animaux dont le poids variait de $0^{kg},950$ à $1^{kg},500$ a été mis au régime B. R. d'Evans, dans lequel nous avons remplacé l'amidon par le saccharose, la vitamine A étant fournie par l'huile de foie de Morue. La survie de ces animaux a été de 30 à 40 jours. A l'autopsie, le système génital présente un aspect sensiblement normal. Les examens histologiques donnent les résultats suivants :

Le parenchyme testiculaire présente une structure voisine de la normale avec cependant des lésions minimes, mais nettes. Ces lésions sont caractérisées par une exfoliation des éléments cellulaires les plus évolués qui sont tombés dans la lumière tubulaire et que l'on retrouve en amas plus ou moins volumineux dans les canaux épididymaires. Parmi ces éléments exfoliés il existe des

cellules géantes multinucléées. Enfin un certain nombre de tubes contiennent de volumineuses concrétions pseudo-calculeuses fortement colorables par l'éosine, très analogues aux sympexions prostatiques.

Les canaux épididymaires contiennent des cellules séminifères exfoliées, leur épithélium de revêtement présente une grande activité sécrétoire.

Les vésicules séminales et la prostate présentent une structure normale.

II. *Animaux pubères.* — Un lot d'animaux dont le poids variait de 2 à $3^{kg}980$ a été soumis au régime B. R. d'Evans. La survie a été de 30 à 120 jours. L'atteinte de l'appareil génital des animaux carencés, d'intensité variable, est constante. Macroscopiquement, les testicules paraissent sensiblement normaux; l'épididyme, les vésicules séminales et la prostate ne présentent pas de modifications perceptibles. L'histologie met en évidence d'importantes lésions caractérisées par :

1° *Un œdème interstitiel :* les tubes sont séparés les uns des autres par un tissu lâche œdémateux; cet état œdémateux explique l'absence de la diminution de volume de l'organe malgré l'atrophie des tubes.

2° *L'atrophie des tubes séminifères,* avec atteinte des différents éléments de la lignée se manifestant par : *a.* la fusion des spermatozoïdes qui, gonflés, volumineux, forment des amas et disparaissent; *b.* des lésions irrégulières de chromatolyse du noyau des spermatides et des spermatocytes II avec aspect en bague; *c.* l'exfoliation des éléments cellulaires qui perdent leur capacité d'adhésion, se séparent les uns des autres, déterminant la désorganisation de la paroi épithéliale, puis tombent dans la lumière tubulaire; *d.* la formation de volumineux plasmodes provenant de la fusion des spermatides et des spermatocytes ou même des spermatogonies. Ces plasmodes de 25 à 45^{μ} contiennent de 20 à 40 noyaux en partie lysés.

L'épididyme présente certaines modifications : les canaux épididymaires sont remplis de cellules provenant de l'exfoliation de l'épithélium séminifère; ils sont limités par un épithélium présentant une intense activité sécrétoire.

Les vésicules séminales et la prostate présentent une structure normale.

Conclusion. — Le Lapin carencé en vitamine E présente des lésions de l'appareil génital qui correspondent à celles qui ont été décrites par les auteurs américains chez le Rat, à cette seule différence près que, chez le Lapin, seuls les premiers stades lésionnels des auteurs américains (stades I, II, III de Mason) sont observés, ce fait trouvant son explication dans l'intolérance présentée par le Lapin à l'avitaminose E, intolérance qui entraîne trop rapidement la mort des animaux en expérience pour que le cycle évolutif complet des lésions puisse être réalisé. Cependant dans un travail ultérieur nous exposerons que, dans certaines conditions, des lésions absolument identiques à celles décrites chez le Rat par Evans peuvent être reproduites chez le Lapin.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Thio-urée et germination. Antagonisme entre thio-urée et coumarine.* Note de M. **Jean Lavollay** et M[me] **Françoise Laborey**, présentée par M. Maurice Javillier.

Le traitement des semences de plusieurs espèces végétales par des solutions de thio-urée favorise la germination dans une mesure assez importante pour que le procédé ait pu faire l'objet d'applications pratiques ([1]). Nous avons nous-mêmes observé que les graines d'Oranger germent plus rapidement lorsqu'elles sont imbibées par une solution de thio-urée à 2.10^{-6} qu'elles ne germent en présence d'eau bi-distillée. Le mécanisme par lequel cette substance active la germination est encore obscur. L'hypothèse a déjà été émise d'une action antagoniste vis-à-vis d'un inhibiteur de la germination présent dans la graine (hétéroauxine) ([2]). Or la coumarine est aussi un puissant inhibiteur de la germination et ses dérivés sont largement répandus chez les végétaux. Nous avons donc envisagé l'hypothèse d'un antagonisme possible entre la thio-urée et la coumarine.

L'inhibition du développement de la graine causée par la coumarine peut-elle être levée par la thio-urée ? C'est pour répondre à cette question que les expériences suivantes ont été effectuées.

Des grains d'Orge étaient mis à germer, à la température du laboratoire, dans des boîtes de Pétri, sur du sable de quartz imbibé d'eau de distribution (témoins) et, dans les mêmes conditions, sur quartz imbibé de solutions dans l'eau de distribution, soit de coumarine, soit de thio-urée, soit d'un mélange des deux substances. 40 grains étaient utilisés pour chaque essai, et l'essai était répété trois fois (a, b, c). L'expérience entière a été répétée quatre fois avec des résultats semblables. Le tableau suivant résume la quatrième.

		Nombre de grains germés en 48 heures.				Nombre de tigelles en 6 jours.			
Coumarine.	Thio-urée.	*a*.	*b*.	*c*.	%.	*a*.	*b*.	*c*.	%.
0	0	35	36	39	91,6	36	36	37	90,8
0	$0,75.10^{-5}$	32	35	32	82,5	35	37	32	86,7
0	$0,75.10^{-6}$	33	37	34	86,7	28	37	34	82,5
$2,5.10^{-6}$	0	37	31	38	88,3	34	27	33	78,3
$3,75.10^{-5}$	0	21	11	–	40	11	12	–	28,7
$3,75.10^{-5}$	$0,75.10^{-5}$	35	33	35	85,1	20	27	23	50,8
$3,75.10^{-5}$	$0,75.10^{-6}$	32	34	37	85,1	16	18	19	44,1

Dans toutes les expériences la thio-urée, aux concentrations de 10^{-5} et 10^{-6}, a toujours restreint la germination des grains d'Orge. Il en fut de même avec

([1]) *Voir* notamment R. C. Thompson, *Proc. Am. Soc. Hort. Sc.*, 47, 1936, p. 323-326.
([2]) Friedrich, *Angew. Bot.*, 25, 1943, p. 251.

la coumarine. Mais la thio-urée et la coumarine appliquées simultanément n'ont pas additionné leurs effets inhibiteurs. Nous avons trouvé qu'au contraire la thio-urée peut lever l'inhibition causée par la coumarine. Le nombre de graines germées au bout de 48 heures, en présence des deux substances, est toujours supérieur au nombre de graines germées en présence de coumarine; il est même parfois supérieur au nombre de graines germées en présence de la thio-urée seule.

La thio-urée se comporte donc comme une substance antagoniste de la coumarine dans le processus de la germination.

Le mécanisme profond d'un tel antagonisme biologique, dont on connaît déjà beaucoup d'exemples ([3]), demeure inconnu.

Nos recherches ne permettent pas de dire si l'antagonisme de la thio-urée et de la coumarine est spécifique. Elles permettent seulement d'affirmer que la thio-urée exerce une action anti-toxique vis-à-vis de la coumarine. Il ne s'agit pas d'une stimulation banale du développement puisque la thio-urée améliore le taux de germination des graines empoisonnées par la coumarine, à des concentrations qui sont légèrement toxiques en l'absence de coumarine.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'hydrolyse diastatique des glucofructosanes : nature du glucose libéré.* Note de M. **Henri Belval** et Mme **Andrée de Grandchamp-Chaudun**, présentée par M. Maurice Javillier.

Nous avons établi précédemment qu'en faisant agir sur les glucofructosanes du type synanthrine une invertase très active ([1]), on retrouve les lois générales qui régissent l'hydrolyse diastasique du saccharose. Mais alors que, dans le cas du saccharose, l'enzyme libère les deux hexoses en quantités équimoléculaires, dans celui des glucofructosanes étudiées, le glucose ne représente que 15 % environ du total des produits d'hydrolyse, le reste étant du fructose. Nous allons montrer qu'il est possible de préciser la nature du glucose mis en liberté, comme on l'a fait pour le glucose α du saccharose et le glucose β de certains hétérosides d'alcools.

On sait, en effet, que le glucose en solution aqueuse présente le phénomène de la mutarotation et que l'addition d'alcali amène instantanément le sucre à sa forme stable ($[\alpha]_D = +52°,5$), provoquant par conséquent un déplacement vers la gauche ou vers la droite du plan de polarisation de la lumière, selon qu'il s'agit du glucose α ($[\alpha]_D = +110°$) ou du glucose β ($[\alpha]_D = +19°$). Pour ce qui est du fructose cristallisé, le pouvoir rotatoire passe, à 15°, de — 133° environ à — 90°; la transformation, plus rapide que celle du glucose, est, elle aussi, instantanée en présence d'alcali.

Les expériences ont été conduites de la façon suivante : on a soumis à l'action

([3]) Par exemple l'antagonisme de l'acide para-amino-benzoïque et des sulfamides.

([1]) *Invertase concentrate*, Honeywill et Stein, Londres.

de l'enzyme (¹) des solutions de glucofructosanes d'Asphodèle, de Narcisse, de Lycoris, et, à titre de comparaison, une solution de phléine, fructosane exempte de glucose. De chaque solution, on a fait deux parts : l'une (A) restait dans le tube polarimétrique, l'autre (B) était distribuée en flacons par fractions de 20$^{cm^3}$, le tout maintenu à température constante. Toutes les heures, on introduisait dans un des flacons une trace de soude concentrée pour mettre fin à la mutarotation et arrêter l'hydrolyse, puis on procédait à l'examen optique : d'où deux rotations : α_1, relative à A et α_2, à B.

Les résultats obtenus sont résumés dans les tableaux ci-dessous.

I. *Glucofructosane d'Asphodèle*, 8 %.
Invertase, 1 % ; *l*, 3 dm ; λ, 5890 ; θ, 13°.

Temps.	α_1.	α_2.	$\Delta\alpha$.
h	°		
0....	— 4,42		
1....	— 5,22	— 5,58	—0,36
2....	— 6,24	— 6,62	—0,38
3....	— 7,22	— 7,50	—0,28
4....	— 7,92	— 8,14	—0,22
5....	— 8,56	— 8,74	—0,18
6....	— 9,16	— 9,32	—0,16
7....	— 9,72	— 9,84	—0,12
8....	—10,20	—10,24	—0,04
9....	—10,58	—10,56	+0,02
25....	—13,10	—12,90	+0,20
50....	—16,30	—16,30	0

II. *Glucofructosane de Narcisse*, 8 %.
Invertase, 1 % ; *l*, 3 dm ; λ, 5890 ; θ, 15°.

Temps.	α_1.	α_2.	$\Delta\alpha$.
h	°		
0....	— 4,64		
1....	— 5,36	— 5,60	—0,24
2....	— 6,08	— 6,26	—0,18
3....	— 6,74	— 6,86	—0,12
4....	— 7,32	— 7,42	—0,10
5....	— 7,80	— 7,86	—0,06
18....	—11,38	—11,00	+0,38
23....	—12,40	—12,14	+0,26
72....	—16,24	—16,24	0

III. *Glucofructosane de Lycoris*, 8 %.
Invertase, 1 % ; *l*, 3 dm, λ, 5890 ; θ, 19°.

Temps.	α_1.	α_2.	$\Delta\alpha$.
h	°		
0....	— 4,62		
1....	— 5,42	— 5,62	—0,20
2....	— 6,30	— 6,54	—0,34
5....	— 7,40	— 7,52	—0,12
20....	—10,32	— 9,86	+0,46

IV. *Phléine*, 5 %.
Invertase, 2 % ; *l*, 3 dm ; λ, 5890 ; θ, 20°.

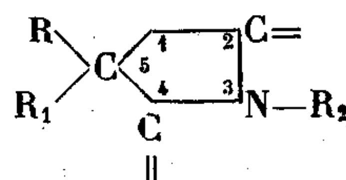
Temps.	α_1.	α_2.	$\Delta\alpha$.
h	°		
0....	— 3,84		
2....	— 4,40	— 4,30	+0,10
20....	— 6,74	— 6,26	+0,48
44....	— 7,92	— 7,34	+0,58

Dans les expériences I, II, III, l'addition de soude provoque un déplacement vers la gauche du plan de polarisation de la lumière, un déplacement vers la droite ensuite. Dans l'expérience IV, par contre, on n'observe jamais de déplacements vers la gauche : ce qui était à prévoir en raison de l'absence de glucose.

On en conclut que, dans chacune des trois glucofructosanes étudiées, le glucose existe certainement sous la *forme* α. De plus, il est probable que ce glucose est libéré en masse dans les premières heures de la réaction, comme l'indique le changement de signe de Δα au cours de l'hydrolyse ; ce point précis fera l'objet de nouvelles recherches.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action anticonvulsivante et structure moléculaire de quelques composés hétérocycliques pentagonaux. — II. Influence de la substitution en 3 et 5 par des radicaux méthyle ou éthyle.* Note de MM. **René Hazard, Jean Cheymol, Pierre Chabrier** et Mlle **Klaudia Smarzewska**, présentée par M. Léon Binet.

Dans une Note précédente (1) nous avons montré l'influence sur l'action anticonvulsivante chez le Lapin, vis-à-vis de la crise au pentétrazol, de diverses modifications apportées à des hétérocycles isostères répondant au squelette fondamental.



Les sommets 2 et 4 étant occupés, soit par un groupe carbonyle (CO), thion (CS), ou (C=NH), le sommet 1 l'étant par un atome d'oxygène, de soufre ou un groupement imine (=NH) et $R=R_1=-CH_3$ tandis que $R_2=H$.

Dans le présent travail, nous n'envisageons, dans un but de simplification, que les différences d'activité anticonvulsivante des composés isostères pour lesquels

1° $R_1=-CH_3$ et $R_1=-C_2H_5$,

2° $R_2=H$ et $R_2=-CH_3$,

3° $R_1=-CH_3$ avec $R_2=H$ et $R_1=-C_2H_5$ avec $R_2=-CH_3$.

Comme précédemment, la crise épileptiforme est déclenchée par l'injection intraveineuse de 25^{mg} de pentétrazol par kilogramme d'animal. L'injection dans la veine du produit essayé pour son pouvoir protecteur éventuel faite 15 minutes avant celle du pentétrazol entraîne une des trois possibilités suivantes : crise normale, crise diminuée, protection.

Le tableau résume les propriétés physiques des différents composés étudiés et les résultats pharmacologiques étudiés.

Numéro du corps.	Constitution.	Point de fusion.	Crise cardiazolique (nombre d'animaux).	Crise cardiazolique (% protection).
1	5.5-diméthyl-2.4 oxazolidine	75°	34	28
11	3.5.5-triméthyl-2.4 oxazolidine (tridione)	46°	15	27
12	5.5-méthyléthyl-2.4 oxazolidine	31°	11	16
13	3.5-diméthyl-5 éthyl-2.4 oxazolidine	liq.	4	75
2	5.5-diméthyl-2 thion-4 oxazolidine	152°	11	45
14	5.5-méthyléthyl-2 thion-4 oxazolidine	106°	10	40
3	5.5-diméthyl-2.4 dioxo-1 thiazolidine	80°	11	20
15	3.5.5-triméthyl-2.4 dioxo-1 thiazolidine	48°	4	0
6	5.5-diméthylhydantoïne	175°	14	50
16	3.5.5-triméthylhydantoïne	147°	6	0
7	5.5-diméthyl-2.4 dithyohydantoïne	142°	61	100
17	5.5-méthyléthyl-2.4 dithiohydantoïne	147°	16	100

(1) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1850.

1° *Remplacement d'un méthyle par un éthyle en position* 5. — La comparaison des 6 corps suivants ne paraît pas favorable à cette opération, nous constatons une diminution d'activité dans ①, ⑫ et une activité du même ordre pour ②, ⑭ et pour ⑦, ⑰. Mais pour ces deux derniers, si l'activité protectrice reste constante (elle est de 100 % pour les doses moyennes), l'allongement de la chaîne en 5 entraîne une toxicité plus grande (paralysie du train postérieur) et fait apparaître un effet hypnotique.

2° *Méthylation sur l'azote en* 3. — Elle entraîne dans 2 cas la disparition de l'activité, voir ③, ⑮ ([2]), ⑥, ⑯, dans un cas ①, ⑪ il y a diminution d'activité pour la dose de 10^{cg} par kilogramme, même activité pour 5^{cg}; par contre, pour ⑫ et ⑬ il y a augmentation de l'action protectrice.

3° *Remplacement d'un méthyle par un éthyle en position* 5 *et méthylation à l'*N *en* 3. — Ces deux opérations conjuguées donnent une augmentation des effets protecteurs pour ①, ⑬.

Les résultats exposés ci-dessus, seront, avec d'autres encore, commentés dans un travail d'ensemble. Toutefois la comparaison de la diméthyldithiohydantoïne et de la méthyléthyldithiohydantoïne paraît déjà devoir retenir l'attention. Elles sont douées d'un pouvoir anticonvulsivant similaire, mais le passage à l'homologue supérieur entraîne une toxicité augmentée et un effet hypnotique surajouté considéré comme défavorable dans la thérapeutique antiépileptique.

BIOCHIMIE DE L'HÉRÉDITÉ. — *Sur le comportement comparé, au cours du jeûne protéique prolongé, des deux acides nucléiques des tissus animaux, et sur sa signification.* Note de M. **Paul Mandel**, Mme **Lila Mandel** et Mlle **Monique Jacob**, transmise par M. André Boivin.

Il existe, dans les publications, divers renseignements (Davidson et collaborateurs, Kosterlitz et collaborateurs, Brachet et collaborateurs) ([1]) sur les modifications que subissent les acides nucléiques des tissus animaux (foie de Rat et de Souris) au cours d'un jeûne total ou protéique n'excédant pas un tout petit nombre de jours. La teneur en acide ribonucléique s'abaisse, dans ces conditions, de façon marquée, pendant que la teneur en acide désoxyribonucléique ne semble guère varier. Nous avons repris la question, en nous astreignant à soumettre les animaux à un jeûne protéique très prolongé, ce qui les oblige à métaboliser, sur une vaste échelle, leurs protéines tissulaires.

([2]) Spielman trouve à ⑮ une légère action hypnotique (*J. Am. Chem. Soc.*, 66, 1944, p. 1244-1245).

([1]) *Voir* en particulier l'article de Davidson, *Cold Spring Harbor Symposia on quantitative Biology*, 12, 1947, p. 50, qui donne la bibliographie de la question.

Nous avons opéré sur des rats adultes, aussi semblables que possible entre eux par leur poids et leur histoire physiologique antérieure, et qui tous avaient partagé le même régime riche en protéines. Certains des animaux ont servi de témoins et ont été sacrifiés, au départ de l'expérience, pour soumettre leur foie à l'analyse chimique. Aux autres, on a administré un régime dépourvu de protéines, mais riche en amidon ou en graisses, et renfermant, en outre, des quantités appropriées de sels, de vitamines du groupe B, de vitamines liposolubles et de choline. Le jeûne protéique a été maintenu pendant un temps variant entre quarante et quatre-vingts jours. Des pertes du poids total du corps allant jusqu'à 50 % ont été enregistrées. Les foies de ces animaux ont été, eux aussi, analysés. On a dosé l'acide ribonucléique et l'acide désoxyribonucléique selon Schmidt et Thannhauser([2]). On a contrôlé les valeurs ainsi obtenues pour le phosphore nucléique, par des déterminations de bases puriques.

Afin de rendre possible une interprétation judicieuse des résultats, nous avons ramené les quantités trouvées d'acides nucléiques, tout d'abord au foie total de l'animal en expérience, puis de là à 100^{g} de poids corporel initial (poids au départ de l'expérience, avant tout commencement de jeûne). Les divers témoins ont présenté des valeurs extrêmement voisines en acides nucléiques, en moyenne et respectivement $0^{mg},49$ et $2^{mg},60$ de phospore désoxyribonucléique et ribonucléique hépatique pour 100^{g} de poids corporel initial. Chez les animaux soumis au jeûne, l'acide désoxyribonucléique n'a pas montré de variations sensibles par rapport aux témoins, alors que l'acide ribonucléique a subi une baisse allant jusqu'à 40 % ; ajoutons que la perte en protéines hépatiques s'est montrée considérable (de l'ordre de 50 %), ainsi que la perte de poids frais de l'organe.

L'examen histologique du foie des animaux ayant jeûné ([3]) n'a rien montré de très saillant et, en particulier, n'a révélé ni phénomènes de nécrose, ni phénomènes de prolifération cellulaire. Il y a donc tout lieu de penser que, chez un même animal, le nombre de cellules hépatiques, et, par conséquent, le nombre des noyaux de ces cellules, demeure constant à travers le jeûne. Nos résultats indiquent que la teneur totale en acide désoxyribonucléique du foie d'un animal reste, elle aussi, constante à travers le jeûne protéique prolongé. Cela conduit donc à admettre que la quantité absolue d'acide désoxyribonucléique renfermée dans *chaque noyau* garde une valeur inchangée, au cours du jeûne le plus sévère. Dans une Note récente parue ici même A. Boivin, R. Vendrely et C. Vendrely ([4]) ont donné des raisons de croire que, dans une même espèce animale, la richesse en acide désoxyribonucléique est la même pour tous les noyaux, de tous les organes et chez tous les individus.

([2]) *Journ. biol. Chem.*, **161**, 1945, p. 83.
([3]) Les examens ont été effectués par le Dr Fruhling.
([4]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1061.

Nos résultats s'accordent pleinement avec cette conception et montrent, en outre, que la quantité d'acide désoxyribonucléique, par noyau, ne varie pas, malgré les plus sévères perturbations métaboliques subies par la cellule.

L'invariabilité de l'acide désoxyribonucléique apparaît comme une conséquence naturelle de la fonction spéciale qu'on lui attribue maintenant, d'être le dépositaire des caractères héréditaires de l'espèce. Quant à la variabilité de l'acide ribonucléique, elle s'explique aisément par le rôle très actif qu'on tend actuellement à lui faire jouer, dans les processus de synthèse cellulaire (Brachet, Caspersson).

Nous comptons être en mesure de rapporter prochainement des résultats concernant les organes autres que le foie, prélevés, eux aussi, chez des animaux soumis à un jeûne protéique prolongé.

PARASITOLOGIE. — *Obtention d'une culture bactériologiquement pure d'Amibes parasites pathogènes* (Entamœba invadens, *Rodhain*), *ne comportant aucune addition de germes bactériens morts, ni d'aucun extrait microbien.* Note de M. **Louis Lamy**, présentée par M. Émile Roubaud.

Nous avons dit, dans une Note antérieure (1) comment nous étions arrivé, à partir d'une culture pure mixte d'*Entamœba invadens*, à obtenir une culture pure temporaire de ce parasite, d'une manière simple et rapide. Le temps de survie des Amibes pouvant aller jusqu'à 48 heures, cela nous a permis d'expérimenter des modifications du milieu de culture normal susceptibles de suppléer au manque des bactéries ou à celui de leur action.

Ce milieu normal, que nous employons en culture impure ou pure mixte, consiste en une solution de Ringer additionnée de sérum de Cheval liquide, dans la proportion de 1 partie de sérum pour 8 parties de Ringer et d'un aliment figuré, l'amidon de riz (une anse). Quant au milieu que nous avons mis au point et qui convient à la culture pure d'*Entomœba invadens*, il consiste simplement à ajouter au milieu normal une parcelle de broyat d'organes de Vipère (environ 3 à 4^{cm} de longueur d'une effilure de pipette Pasteur de foie, intestin ou graisse); ces broyats ont d'ailleurs pu être remplacés, d'une façon extrêmement avantageuse, par un broyat d'embryon de Poulet, de 7 à 10 jours. Toutes les manipulations nécessaires à la préparation de ces milieux sont naturellement faites d'une manière rigoureusement aseptique. La stérilité de tous les éléments ne supportant pas la chaleur est contrôlée préalablement, tous ceux qui supportent la chaleur sont autoclavés pendant 30 minutes à 120°, y compris les organes de Vipère; par contre les embryons de Poulet, facilement prélevés stérilement, ne sont pas autoclavés.

Repiquée sur de tels milieux, *E. invadens* se cultive bien et sa multiplication est active. Les cultures que nous possédons ont déjà été repiquées un nombre important de fois et tous les contrôles bactériologiques que nous avons faits,

(1) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1400-1402.

au cours de leur entretien, se sont montrés négatifs, aussi bien en aérobiose qu'en anaérobiose.

Nous sommes donc, dès maintenant, en mesure de dire que nous avons une culture bactériologiquement pure d'Amibes parasites pathogènes. Cette culture, et ceci est extrêmement important, ne comporte aucune addition de germes bactériens morts, ni d'aucun extrait microbien. Les germes microbiens morts restants de la *culture mère* ont naturellement disparu depuis longtemps, par suite des dilutions successives se produisant au cours des repiquages. Nous essayons actuellement d'adapter la même technique à *Entamœba dysenteriæ* et rien *a priori* ne permet de douter de la possibilité d'obtenir le même résultat, en modifiant éventuellement le milieu de culture décrit plus haut.

BACTÉRIOLOGIE. — *Toxicité des lysats obtenus par l'action de la pénicilline sur les cultures jeunes de* Pasteurella avicida. Note de M. **Nicolas Stamatin**, Mmes **Cecilia Serbanescu** et **Marie Vladeanu**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

La pénicilline ajoutée aux cultures, en bouillon, très jeunes, 3 à 5 heures, mais développée d'une façon bien visible, de *Pasteurella avicida* provoque la lyse des cellules bactériennes et la clarification du milieu. La dose de pénicilline nécessaire pour opérer cette lyse est de 50 à 200 unités par centimètre cube. La lyse se réalise dans un temps de 10 à 20 jours à la température de la chambre et en lumière diffuse. Les cultures très jeunes sont lysées plus vite que les plus âgées.

Les lysats obtenus dans ces conditions, de souches virulentes et récemment isolées de l'organisme animal, sont toxiques pour le Lapin. Injectés par voie veineuse, à la dose de 1 à 2^{cm^3}, ils provoquent des troubles respiratoires très graves suivis de la mort après peu de temps. Les doses suffisamment fortes tuent l'animal en 1 ou 2 heures; les doses faibles peuvent provoquer des troubles respiratoires passagers sans mettre en danger la vie de l'animal.

L'injection du lysat est suivie d'une sévère leucopénie; 20 à 30 minutes après l'administration de la toxine le nombre des éléments blancs du sang périphérique est de 3 à 5 fois plus faible qu'avant l'injection. Chez les animaux qui survivent à cette épreuve, la leucopénie est suivie d'une leucocytose assez marquée, 20000 à 30000 éléments par millimètre cube du sang. Cet état dure 2 à 3 jours et le nombre devient normal par la suite.

L'autopsie des animaux morts peu de temps après l'administration de la toxine montre des lésions congestives dans le foie, les reins et la masse gastro-intestinale. La veine porte est dilatée et gorgée de sang. Le sang est asphyxique et non coagulable. Les poumons présentent les lésions les plus intéressantes. Ils sont d'habitude très pâles, exsangues; leur surface est quelquefois rose. L'examen microscopique du poumon décèle une infiltration massive des parois alvéolaires. Les capillaires alvéolaires sont bourrés par les

polynucléaires. On observe quelquefois la même accumulation dans les vaisseaux de plus grand diamètre; les poumons semblent bloqués par ces éléments et ce fait explique la leucopénie et la mort de l'animal.

La substance toxique trouvée dans les lysats de cultures de *Pasteurella avicida* est thermostabile; elle n'est pas détruite par un chauffage de 20 minutes à 120°.

Conclusions — Les lysats obtenus par l'action de la pénicilline sur les cultures très jeunes de *Pasteurella avicida*, virulentes et récemment isolées, contiennent une substance thermostabile toxique pour le Lapin. En dose convenable et par voie veineuse, elle tue cet animal par l'asphyxie due au blocage des vaisseaux du poumon par les polynucléaires.

PHYSIOLOGIE MICROBIENNE. — *Effets des acides nucléiques sur l'action de certains antibiotiques*. Note (*) de M. **Jacques Panijel**, présentée par M. Maurice Javillier.

Baker, Harrison et Miller ([1]) ont montré que les phospholipides et notamment la céphaline inhibaient l'action bactériostatique de la tyrothricine. Miller, Abrams, Dorfmann et Klein ([2]) en ont déduit que les bactéries Gram-négatives restaient insensibles à cet antibiotique grâce à leur contenu phospholipidique et pourraient être *sensibilisées* par l'emploi associé de substances réagissant avec la céphaline, telles que les protamines [Chargaff et Ziff ([3])]; ils purent ainsi montrer que le sulfate de salmine, déjà actif isolément, sensibilise considérablement les bactéries Gram-négatives à la tyrothricine.

Certaines recherches concernant la nature des complexes Gram-positifs [Panijel ([4]), ([5])] nous laissent cependant penser que ceux-ci seraient liés à certaines synthèses ribonucléoprotéiques et que, par suite, l'interprétation de Miller, Abrams, Dorfmann et Klein ([2]) est insuffisante. Nous avons donc étudié l'influence de diverses préparations d'acides nucléique sur l'action de la tyrothricine. Les essais ont été faits sur *Staphylococcus aureus* en bouillon peptoné par la méthode des dilutions en série. Nous avons vérifié dans chaque cas qu'il ne se produisait pas de précipitation et nous avons fait les lectures pour 24 et 36 heures d'incubation à 37°. Les produits suivants ont été utilisés :

1° Acides ribonucléiques de levure polymérisé et dépolymérisé; 2° Acide ribonucléique de pancréas de bœuf polymérisé; 3° Acides thymonucléiques de thymus de veau en divers états de polymérisation et de purification (très polymérisé à 6 % de P, polymérisé à 8 % de P, dépolymérisé à 9 % de P);

(*) Séance du 7 juin 1948.

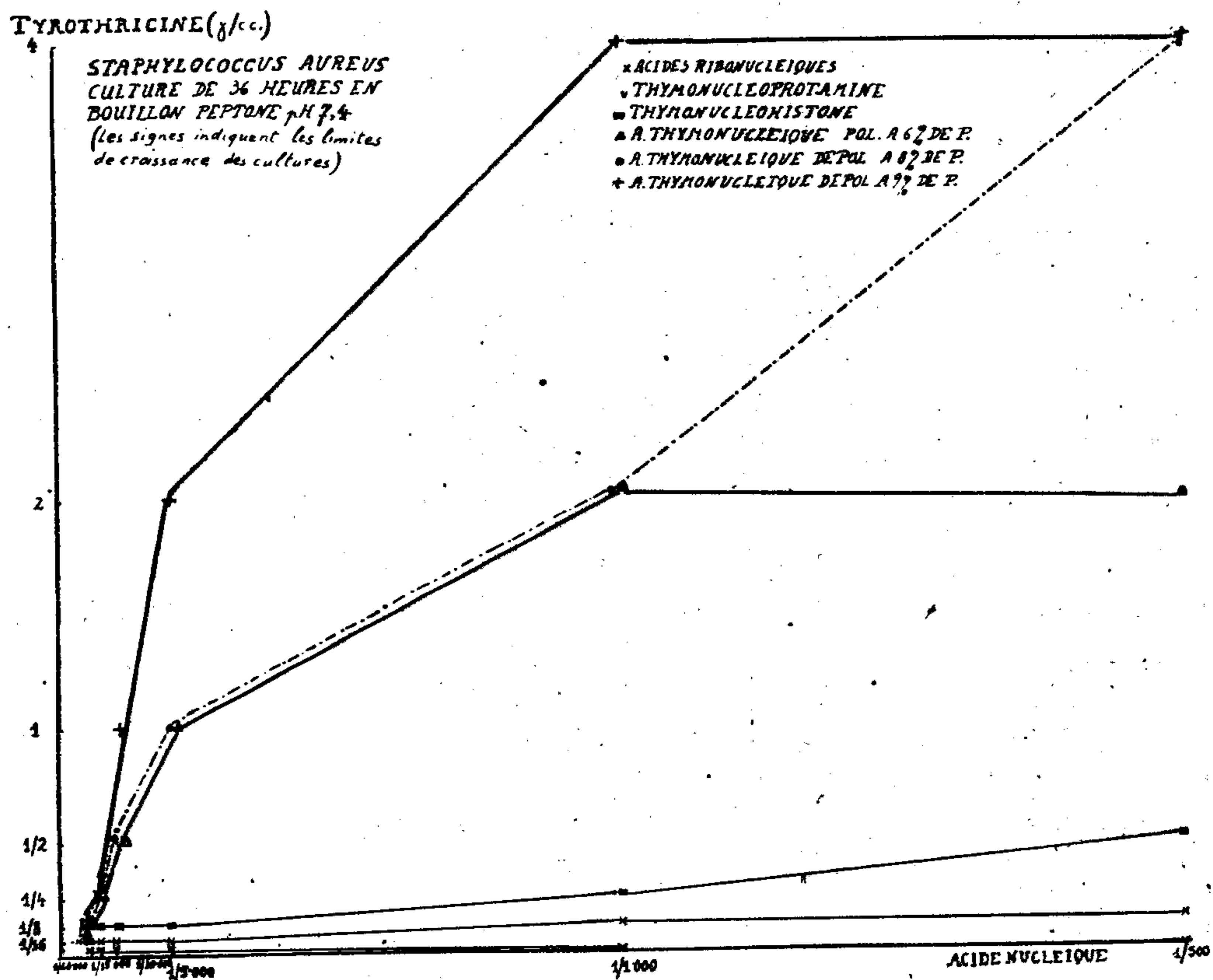
([1]) *Journ. Exp. Méd.*, 74, 1941, p. 611.

([2]) *Science*, 96, 1942, p. 428.

([3]) *Journ. Biol. Chem.*, 131, 1939, p. 25.

([4]) et ([5]) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 30, 1948, p. 116 (sous presse).

4° Acides thymonucléiques de sperme de hareng polymérisé à 7 % de P et dépolymérisé à 8 % de P; 5° Thymonucléohistone de thymus de veau à 4,6 % de P.; 6° Thymonucléoprotamine de sperme de hareng à 4 % de P. Les



résultats groupés dans la figure pour des quantités de tyrothricine de $1/32^{\gamma}$ à 4^{γ} par centimètre cube et pour des concentrations de produits nucléiques de 1/20000 à 1/500 montrent clairement que :

A. L'acide ribonucléique, polymérisé ou non, est pratiquement inactif.

B. L'acide thymonucléique dépolymérisé est très actif et apparemment plus que l'acide polymérisé également très actif.

C. La thymonucléohistone n'est que très faiblement active et la thymonucléoprotamine est dénuée de toute action.

Quelle interprétation donner de ces faits? Certes, les préparations employées ne sont en aucun cas débarrassées de toute impureté protéique dont la possibilité d'intervention ne peut donc être exclue. Toutefois, le fait que les protéines basiques présentent précisément des propriétés antibactériennes qui, on le sait, renforcent l'action de la tyrothricine même sur *Staphylococcus aureus*, rend hautement improbable une telle éventualité et s'accorde, au contraire, parfaitement avec nos résultats.

En effet, les nucléoprotéines utilisées ici, préparées par extractions aqueuses, contiennent environ 50 % d'acide thymonucléique lié à des protéines

qui, isolément, manifestent une action inverse de celle de l'acide nucléique. Il est donc normal que des complexes dont les composants annulent leurs actions respectives, soient pratiquement sans effet. Le décalage d'activité constaté par ailleurs entre les préparations plus ou moins polymérisées ne peut être interprété avec certitude. Les résultats, pourtant, s'expliquent de façon satisfaisante si l'on admet que l'antibiotique agit sur les appareils de synthèses ribonucléoprotéiques spécifiques des bactéries Gram-positives; dans ces conditions, l'acide desoxyribonucléique fourni dans le milieu se comporterait comme un véritable facteur de croissance, à la condition que sa molécule puisse être métabolisée. Or l'acide thymonucléique présente un degré de polymérisation très supérieur à celui de l'acide ribonucléique; il est donc possible qu'une réduction des dimensions de la molécule soit utile, sinon nécessaire, à l'intervention de l'acide thymonucléique. Celle-ci aboutit alors à modifier le rapport acide thymo/acide ribo (plus élevé chez les bactéries Gram-négatives que chez les Gram-positives), permettant ainsi à l'organisme de se développer malgré la présence de l'antibiotique. Les effets, que nous confirmons ici, des protéines basiques douées d'une affinité particulière pour l'acide thymonucléique s'expliqueraient aisément selon la même perspective, mais étant bien évident qu'il s'agit alors du type d'action inverse : mobilisation de l'acide thymonucléique des bactéries Gram-négatives, modification du rapport entre les deux acides nucléiques, et, par suite, sensibilisation à l'antibiotique.

SÉROLOGIE. — *Anticorps et protéines des immunsérums; considérations théoriques, applications thérapeutiques.* Note (*) de M. **Jean Basset**, présentée par M. Léon Binet.

En des Notes précédentes (¹) concernant un sérum antimicrobien (antirouget) et un sérum surtout antitoxique (antisymptomatique), il fut établi que l'*anticorps immunisant* se partage entre les deux protéines mais dans des proportions très différentes, l'albumine supportant 60 à 80 % de l'immunisine, et les globulines 10 à 20 %. On n'est donc point autorisé à prétendre avec les biologistes américains, comme le font à leur suite et sans preuve les auteurs français, que les globulines supportent la presque totalité des anticorps circulants; ou à parler d'*immuno-globuline*, de *globuline-anticorps*. Pour la même raison, rien n'autorise non plus à localiser la production des anticorps dans les follicules lymphoïdes, à leur attribuer une origine lymphocytaire; les recherches de Fagraeus (1947) tendent d'ailleurs à situer cette origine dans les plasmocytes jeunes de certains tissus, notamment la moelle osseuse et le foie.

I. Ce fait, que dans un sérum antimicrobien et dans un sérum surtout

(*) Séance du 31 mai 1948.

(¹) J. Basset, *Académie Vétérinaire*, 19, 1946, p. 261-275; *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1482; R. Paille, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1480; *Académie Vétérinaire*, séance du 13 mai 1948.

antitoxique l'*immunisine* est en majorité liée à l'albumine, comme, selon M. Piettre (1923-1924), cela s'observe aussi dans les sérums antitoxiques proprement dits (tétanique, diphtérique), ce fait autorise d'autre part à penser que, chez les Bactéries des infections septicémiques, l'antigène immunigène s'apparente à la toxine dite soluble des Bactéries essentiellement toxigènes. Il vient renforcer mon opinion basée sur beaucoup d'autres résultats expérimentaux et dès longtemps exprimée : *Dans toutes les infections bactériennes, sans exception, l'immunité acquise (active ou passive) est de nature antitoxique; l'immunité relève d'abord de la neutralisation de la toxine* ([2]).

Concernant *l'agglutinine*, les choses ne sont pas aussi régulières. Dans notre sérum antirouget (obtenu d'un cheval hyperimmum depuis des années, où le taux des anticorps était *stabilisé*), l'agglutinine était supportée tout entière par l'albumine. Dans notre sérum antisymptomatique (obtenu d'un cheval possédant lui aussi une hyperimmunité maximum), elle était au contraire liée, en presque totalité, aux globulines comme dans les sérums précipitants (Piettre) et les sérums antitoxiques (Ramon). Touchant la liaison de cet anticorps il n'est donc point permis de généraliser. Et l'on voit, d'autre part, que la recherche d'un seul pouvoir floculant ne signifie *théoriquement* rien concernant le pouvoir immunisant, le seul qui compte, puisque chacune de ces qualités peut être liée à des protéines différentes; c'est pour les sérums antitoxiques, la règle. Seule l'expérimentation sur les espèces respectives permet de connaître les liaisons que l'immunisine entretient avec les protéines.

II. *Protéines sériques et anaphylaxie.* — Dans son étude sur les sérums précipitants, M. Piettre (1924) a montré que la globuline seule joue le rôle d'antigène; c'est elle qui provoque la formation de l'anticorps floculant, hypersensibilise l'organisme et déchaîne les réactions anaphylactiques (locales ou générales).

L'albumine, au contraire, n'est pas antigénique, n'est pas hypersensibilisante; elle peut être injectée et réinjectée impunément. Puisque c'est elle qui supporte la majeure partie de l'anticorps immunisant, la *purification des sérums thérapeutiques* exige donc l'élimination totale de la globuline.

Les expériences de M. Piettre suggèrent, à mon avis, d'autres applications; les voici, en bref. Comparativement aux sérums entiers, et surtout *en médecine humaine, l'emploi exclusif de l'albumine* offrirait des avantages très importants. Desséchée sous vide à basse température et conservée au froid l'albumine reste semblable à elle-même. Elle peut être stockée, expédiée dans les pays tropicaux. Très soluble en eau physiologique (comme en eau distillée), l'albumine permettrait d'obtenir de véritables *solutions d'antitoxines* et des solutions concentrées, ce qui réduirait le volume des injections.

Les solutions d'albumine, n'étant pas antigéniques, supprimeraient les accidents sériques plus ou moins précoces ou lointains (anaphylaxie).

([2]) *Essai sur l'immunité*, 1936; *Quelques maladies infectieuses*, 1946.

Pour la même raison, les anticorps immunisants persisteraient longtemps dans l'organisme, ce qui permettrait de restreindre au minimum le nombre des injections thérapeutiques, et, concernant l'immunité passive, de la prolonger à volonté.

La thérapeutique du choc, enfin, bénéficierait de cette pratique. Elle compte, en effet, dans ses moyens essentiels, l'administration intraveineuse de liquides de substitution, et l'on imagine l'avantage que présenteraient, lors de plaies nfectées, les solutions d'albumines obtenues d'immunsérums.

Chez les animaux, les risques d'anaphylaxie sont presque négligeables et les interventions doivent être économiques. Étant donné que l'albumine ne supporte pas la totalité de l'anticorps immunisant, il semble rationnel, *en médecine vétérinaire mais là seulement*, de continuer l'emploi des sérums usuels.

IMMUNOLOGIE. — *L'Immunité acquise chez les poissons : sa durée et sa spécificité.* Note de MM. **Jean Durand** et **Constantin Toumanoff**, présentée par M. Émile Roubaud.

Les connaissances sur l'immunité acquise des animaux à sang froid sont peu nombreuses et de date ancienne, comme celles qui concernent leur immunité naturelle. C'est à Gheorghievsky (1) que l'on doit les premières connaissances sur la vaccination des grenouilles de l'espèce *Rana esculenta*. Cet auteur a démontré que les grenouilles qui étaient au préalable inoculées de doses considérables de *B. pyocyanique* chauffé à 80°C. et qui recevaient, quelques semaines *après*, des bacilles virulents, devenaient plus résistantes contre ce microbe que les témoins placés dans les mêmes conditions. Gheorghievsky établit que la Grenouille peut acquérir une immunité à faible degré et que dans cette immunité le rôle principal revient à la phagocytose et non pas au pouvoir bactéricide des humeurs.

Des expériences réalisées avec de nombreux microbes d'origine humaine et animale, entre autres pisciaire, nous ont permis de constater qu'une souche de staphylocoque doré, provenant de la collection de l'Institut Pasteur de Saïgon, était particulièrement virulente pour le Poisson *Anabas testudineus*, avec lequel nous avons effectué nos essais. Cette souche tuait, en effet, ces poissons, en un délai variant de 12 à 24 heures.

Nous avons essayé de vacciner nos poissons contre ce germe, et, à titre d'exemple, nous donnons ci-après quelques-uns des résultats obtenus :

a. Cinq *Anabas* reçoivent, le 9 juillet 1946, dans la cavité générale, 1^{cm^3} d'émulsion de staphylocoque doré (une culture de 24 heures diluée dans 5^{cm^3} d'eau physiologique), chauffée à 60° pendant une heure. Le 12 juillet 1946, les mêmes poissons sont inoculés avec une culture virulente. Un poisson meurt 12 heures après, les quatre autres survécurent et furent conservés plusieurs mois au laboratoire.

(1) *Ann. Inst. Pasteur*, 13, p. 298.

Dans une expérience faite parallèlement avec le même nombre de poissons, les cinq poissons vaccinés survécurent.

Nous avons essayé également de vacciner les poissons avec le filtrat du même staphylocoque :

b. Quatre poissons sont inoculés avec $0^{cm^3},5$ de filtrat de staphylocoque, le 12 juillet 1946. 24 heures après, les poissons reçoivent la culture virulente. Ils survivent tous, tandis que les témoins, comme dans les expériences précédentes et bien d'autres effectuées avec le même microbe, meurent entre 12 et 24 heures après inoculation.

Ces quelques expériences démontrent qu'il est possible de provoquer chez les poissons l'immunité acquise. Il faut dire toutefois que cette immunité acquise, très manifeste contre les staphylocoques, l'est moins contre certains autres microbes. Les résultats de ces recherches seront relatés ailleurs.

Au cours de nos expériences sur la vaccination contre le staphylocoque, nous avons pu faire quelques constatations sur la durée et la spécificité de l'immunité acquise chez les poissons. Les résultats ont été des plus surprenants. Il a été établi tout d'abord que l'immunité est acquise très rapidement : quarante-huit heures, ou même parfois vingt-quatre heures après l'injection du vaccin, les poissons sont en état de supporter, sans dommage, une forte dose de culture virulente. Ensuite, cette immunité complète ne dure pas plus de 10 ou 15 jours. Chez les sujets recevant une injection de culture virulente 15 jours ou davantage après la vaccination, il y a toujours un certain pourcentage de morts, et plus l'intervalle augmente entre les deux injections, plus la proportion de morts est forte. Avec le Staphylocoque doré virulent, par exemple, la proportion des survivants, qui est de 100 % si le délai entre les deux injections n'excède pas 10 jours, n'est plus que de 50 % si le délai est de 20 jours, et tombe à 10 % si le délai atteint un mois. Au bout de deux mois, l'immunité est pratiquement disparue et tous les poissons succombent.

Étant donnée la faible durée de l'immunité conférée aux poissons qui nous ont servi pour nos expériences, on pouvait se demander s'il s'agissait bien là d'une véritable vaccination, ou seulement d'une excitation temporaire des propriétés phagocytaires des leucocytes; cette immunité ayant en effet présenté tous les caractères de l'immunité cellulaire. Dans ce dernier cas, il est évident que l'immunité n'aurait aucun caractère de spécificité. Or, nous avons essayé, à différentes reprises, de produire une immunité contre ce germe par l'inoculation d'un vaccin hétérologue et les résultats se sont toujours montrés négatifs.

On peut donc conclure que l'immunité peut être conférée aux poissons et que, dans notre cas particulier, cette immunité, d'une très courte durée, atteste néanmoins une spécificité indiscutable.

A $16^h 15^m$, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 40^m$. L. B.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 21 JUIN 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Branislav Petronievics**, Membre de l'Académie Serbe des Sciences, qui assiste à la séance.

Notice nécrologique sur M. MARCEL BRILLOUIN, par M. **Henri Villat**.

M. le Président s'exprime en ces termes :

Notre Académie se voit, de nouveau, frappée cruellement : notre grand confrère Marcel Brillouin nous a été enlevé dans la matinée du 16 juin dernier, dans sa 94e année; il était l'un de nos doyens d'élection, appartenant à la section de Physique générale depuis le 21 novembre 1921.

La carrière de Marcel Brillouin a été d'une belle unité : au moment de son entrée à l'École Normale, il avait déjà une célébrité dans le monde universitaire, ayant obtenu, au Concours Général, le premier prix de mathématiques élémentaires en 1873, et le prix d'honneur de mathématiques spéciales en 1874. Il semblait donc destiné à s'orienter vers les mathématiques; c'est cependant la Physique qui eut ses préférences, soit par suite de l'influence de Bertin (alors sous-directeur de l'École Normale), soit en conséquence d'une prédestination qui échappe à notre faible raison.

Mais ce qui a été essentiel, c'est que Brillouin est demeuré, pendant toute sa carrière, autant mathématicien que physicien, et cela pour le plus grand bien de la science. Cette double compétence, si rare, à l'époque surtout de ses débuts, explique pourquoi il a réussi aussi brillamment des travaux qui auraient été interdits à un savant uniquement mathématicien, ou uniquement physicien. Dans toutes ses recherches, les deux sciences sont liées intimement, et si certes plusieurs de ses travaux sont de physique pure, la plupart sont des recherches de physique théorique, où les mathématiques jouent le rôle essentiel d'un auxiliaire indispensable. Comme il l'a écrit lui-même, il n'a « pas demandé à l'investigation expérimentale la révélation fortuite de phéno-

mènes nouveaux ». Pour être moins séduisants à première vue, les faits courants, connus depuis longtemps, ont été pour Brillouin d'un intérêt aussi grand que les phénomènes exceptionnels. C'est ainsi qu'il a consacré de grands efforts à l'étude de la plasticité et de la fragilité des solides, ainsi qu'à la théorie du frottement et de la viscosité.

En hydrodynamique, Brillouin a montré comment engager l'étude approfondie des surfaces de discontinuité introduites par Helmholtz; l'instabilité de ces surfaces de glissement, si bien mise en évidence par notre confrère Jacques Hadamard, lui a fait deviner un mode de formation des tourbillons. D'une manière générale, les pénétrantes remarques de Brillouin sur ce sujet ont été à la base des recherches poussées actuellement si loin par une équipe de jeunes mathématiciens, qui ont transformé l'hydrodynamique moderne.

Brillouin s'est occupé également de la théorie des gaz, il a donné une remarquable théorie du singulier phénomène de dispersion acoustique observé pour la première fois par Violle.

En thermodynamique, il a entrepris l'étude difficile des déformations permanentes, et des cas généraux où il n'existe pas de relation entre la pression, la température et la chaleur spécifique. La théorie thermodynamique du rayonnement l'a conduit à ce résultat, que le milieu transmettant le rayonnement possède une chaleur spécifique proportionnelle au cube de la température absolue : c'est ce qu'on appelle, de façon paradoxale, la chaleur spécifique du vide.

On sait quel fut, il y a quelques décades à peine, le magnifique essor de la Physique nouvelle, avec les quanta, la relativité, et l'extraordinaire succès de la théorie des spectres. Dans la prodigieuse effervescence provoquée par cette renaissance, ou pour mieux dire par cette naissance, Brillouin a joué un rôle de premier plan, et ses contributions personnelles y ont été considérables. Par exemple, Brillouin s'occupait beaucoup, à cette époque, de la théorie cinétique, cherchant à y trouver la solution des paradoxes qui opposent la réversibilité des équations de la Mécanique (celles que la théorie cinétique applique aux atomes), et l'irréversibilité des phénomènes réels, de diffusion, de viscosité et de frottement. C'est le passage des molécules ou des atomes par des positions d'équilibre instables qui lui sembla permettre de surmonter la plupart de ces difficultés.

Par ailleurs, en précurseur hardi de la Mécanique ondulatoire, Marcel Brillouin a montré comment il est possible de retrouver le discontinu des quanta, par une théorie, d'essence continue. De même, la théorie de la Relativité lui doit la solution de questions essentielles.

Brillouin s'est encore beaucoup soucié de Physique du Globe et de Météorologie. Ses travaux sur la circulation de l'atmosphère, et sur la formation de la pluie, sont bien connus. Il a fait des mesures de haute précision sur la courbure du géoïde. Ses observations dans le tunnel du Simplon sont un véritable monu-

ment scientifique, où il a examiné avec un rare esprit critique les points les plus divers de la Géodésie, en faisant intervenir la rotation et les déformations de la lithosphère et des océans.

Dans ses dernières années, la théorie des marées a retenu son attention. Il montre combien sont inadmissibles les hypothèses habituelles, sur l'épaisseur des océans, ainsi que sur les vitesses horizontales indépendantes de la profondeur, et il souligne combien mystérieuse reste la question des latitudes critiques. De longues discussions, où la connaissance approfondie des méthodes mathématiques des équations aux dérivées partielles joue un rôle primordial, le conduisent aux applications numériques, et il entreprend à cet effet un effort gigantesque dont il a donné des résultats détaillés.

Ce qui frappe le plus dans toute l'œuvre de M. Brillouin, dont les principales étapes ont été exposées dans ses cours du Collège de France, c'est, avec une foi ardente dans l'effort, le goût du travail achevé, — et surtout ce souci de comprendre, et d'expliquer à partir de notions simples, des faits d'apparence complexe, sans hésiter devant la multitude, souvent déconcertante, des difficultés à vaincre.

A ces considérations générales, trop brèves, sur la beauté de l'œuvre de Marcel Brillouin, je voudrais maintenant ajouter quelques mots personnels, dont j'espère qu'ils ne seront pas déplacés dans cette enceinte.

Ce n'est pas sans une grande émotion que je viens d'entreprendre de parler ici de mon ancien maître : comment pourrais-je oublier le jour de 1911, où je franchissais la cour bien connue du Collège de France, en vue de soumettre à Marcel Brillouin mon premier manuscrit, relatif à une question d'Hydrodynamique dont il avait fait, je venais de l'apprendre par M. Charles Maurain, le sujet de ses plus récentes leçons. Comment oublierais-je l'accueil que j'ai reçu de lui, et le poids dont ses encouragements (de ce jour et de plus tard) ont influencé toute ma carrière? Nul ne saura dire assez bien ce que pouvaient créer autour de Marcel Brillouin, l'affabilité de son accueil, le réconfort de son amitié, et le stimulant de son exemple. Ainsi se forment, d'un maître vénéré à un élève débutant, de ces liens sur lesquels le temps n'a point de prise; ainsi ai-je eu l'inestimable privilège de ne jamais perdre le contact avec un savant qui était beaucoup plus qu'un maître, un homme de cœur dont l'exemple reste incomparable.

J'ai pu ainsi assister à la verte vieillesse, accompagnée d'une jeunesse d'esprit incroyable, du grand disparu; il avait su tout donner à la science et à la conscience, et rien à l'ambition; une récompense précieuse lui en a été accordée, sous la forme d'une longue et dernière période de bonté calme, et de sérénité morale, qui semble donnée, sur la fin de leur âge, à bien peu des enfants des hommes. Il a transmis le flambeau à une admirable famille, qui faisait sa joie et sa fierté, et il eut le bonheur de voir un de ses fils, devenu l'un des meilleurs

théoriciens de la Physique moderne, lui succéder dans sa chaire du Collège de France, réalisant un de ses plus chers espoirs.

Je salue aujourd'hui, non seulement l'éminent physicien que nous avons perdu, mais encore l'homme, profondément compréhensif de toutes les grandeurs comme de toutes les misères humaines, qui a su être, et qui restera dans nos cœurs, une lumière et un exemple. Je transmets respectueusement, à tous les siens, le témoignage des sentiments de deuil profond qu'éprouve notre Académie.

ASTROPHYSIQUE. — *Raies interdites du fer ionisé dans le spectre solaire.* Note (*) de MM. **Jean Cabannes** et **Jean Dufay**.

1. La découverte récente des raies interdites de OI dans le spectre de Fraunhofer et les renseignements que nous en avons tirés ([1]) nous ont conduits à étendre nos recherches à d'autres éléments. Il s'agit dans cette Note des raies interdites de Fe II émises par certaines étoiles et quelques nébuleuses, prépondérantes dans η Carinæ ([2]). Bowen et Menzel ([3]) avaient déjà identifié dans le spectre d'émission de la chromosphère les multiplets $a^6D - a^6S$ et $a^4F - a^4G$, qui sont les plus intenses dans η Carinæ, mais cette suggestion n'a pas été retenue par Mitchell ([4]). Or nous retrouvons ces mêmes multiplets dans le spectre d'absorption de Fraunhofer.

Le Tableau ci-contre contient les composantes des deux multiplets qui ne sont pas masquées par des raies solaires connues; leurs longueurs d'onde λ et leurs intensités relatives I ont été calculées par Bowen ([5]); dans chaque multiplet l'intensité 100 a été attribuée à la composante la plus forte. Dans les colonnes R. T. et P. A. figurent les longueurs d'onde des raies solaires non encore identifiées qui coïncident à $\pm$ 0,015 Å près, avec des raies de Fe II; nous les avons relevées dans la Table de Rowland révisée [R. T.] et dans l'Atlas photométrique d'Utrecht [P. A.]. Nous avons aussi trouvé des coïncidences avec les composantes du multiplet $a^6D - b^4F$ qui semble bien être émis par η Carinæ malgré la superposition, sur des spectres peu dispersés, de plusieurs raies permises de Fe II; dans ce cas les intensités théoriques manquent. Enfin aucune

(*) Séance du 14 juin 1948.

([1]) J. Cabannes et J. Dufay, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1569; *Annales d'Astrophysique* (sous presse).

([2]) P. W. Merrill, *Astrophysical Journal*, **67**, 1928, p. 391.

([3]) I. S. Bowen et D. H. Menzel, *Publications astronomical Society of the Pacific*, **40**, 1928, p. 332. *Voir* aussi D. H. Menzel, *Lick Observatory Publications*, **17**, 1931, p. 1-303.

([4]) *Astrophysical Journal*, **105**, 1947, p. 1; *Publications Mc Cornick Observatory*, **9**, 1947, part 18.

([5]) *Review of Modern Physics*, 8, 1936, p. 55.

coïncidence n'indique la présence des multiplets $a^6D - b^4P$, $a^4F - b^4P$, et $a^4F - a^4H$ dans le spectre solaire.

	λ.	I.	R. T.		P. A.	
$a^6D - a^6S$.						
$3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$	4359,34	80	59,342	— 1	59,344	— 1
$2\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$	4413,78	60	13,787	— 2	—	—
$1\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$	4452,11	40	—	—	52,124	?
$a^4F - a^4G$.						
$4\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2}$	4243,98	100,0	43,995	— 1	43,992	— 1
$3\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2}$	4276,83	55,6	76,828	— 2	76,827	— 2
$1\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$	4358,37	35,3	58,363	— 1	58,367	— 3
$4\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2}$	4177,21	21,6	77,197	— 2	—	—
$1\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2}$	4372,43	14,1	—	—	—	—
$a^6D - b^4F$.						
$4\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2}$	4416,27	»	—	—	16,272	?
$3\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2}$	4457,95	»	57,942	— 2	57,948	— 3
$2\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$	4488,75	»	88,766	— 3	88,753	— 3
$2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2}$	4514,90	»	—	—	—	—

2. Entre 4175 et 4515 Å, dans l'intervalle spectral couvert par les multiplets $a^6D - a^6S$, $a^4F - a^4G$ et $a^6D - b^4F$, on compte, sur la Table de Rowland, un millier de raies d'origine inconnue, séparées par un intervalle moyen de 0,34 Å. Le nombre probable des coïncidences purement fortuites à $\pm 0{,}015$ Å près entre les 12 raies de Fe II qui figurent dans le Tableau précédent et une des nombreuses raies non identifiées du spectre de Fraunhofer serait donc $12 \times (2 \times 0{,}015/0{,}34) \simeq 1$. Or à 10 des raies de Fe II correspond une raie de Rowland ou une absorption plus ou moins bien marquée sur les enregistrements d'Utrecht. Une telle concordance ne saurait être l'effet du hasard.

3. D'autre part les intensités relatives des raies dans le spectre solaire suivent bien les prévisions théoriques dans les deux premiers multiplets. Les raies les plus fortes sont d'abord la deuxième composante de $a^6D - a^6S$ (la première

étant masquée dans le spectre solaire par une raie du titane), puis la première composante de $a^4F - a^4G$. Le multiplet $a^6D - a^6S$ est donc plus intense que le multiplet $a^4F - a^4G$ dans le Soleil comme dans η Carinæ. Les deux raies 4359,34 et 4243,98 sont d'ailleurs les seules dont on puisse tenter d'évaluer la largeur équivalente dans l'Atlas d'Utrecht. On trouve pour la première $\Delta\lambda = 9.10^{-3}$ Å environ et pour la seconde 7.10^{-3} Å.

4. En ce qui concerne les raies interdites de FeII, les probabilités de transition ne sont pas connues; il est donc impossible de contrôler les attributions que nous proposons pour les raies solaires en calculant le nombre des atomes absorbants comme nous l'avions fait pour OI (¹). Mais, inversement, si les attributions sont correctes, on peut évaluer l'ordre de grandeur des probabilités de transition des raies interdites. En effet, aux absorptions permises à partir des niveaux a^6S et a^4G (soit $a^6S - z^6P^o$ et $a^4G - z^4F^o$), correspondent dans le spectre solaire de fortes raies. La largeur équivalente des plus intenses dans chacun des multiplets permis (4923,932 et 5316,622 Å) est de 20 à 200 fois supérieure à celle des raies interdites. D'autre part, dans le cas d'une excitation thermique à 5800° K., le rapport entre le nombre des ions métastables ^6S et celui des ions à l'état normal ^6D, est égal à 2×10^{-3}. Il en résulterait que les transitions des raies interdites sont de 10^4 à 10^5 fois moins probables que celles des raies permises. Bien qu'un peu grandes, ces probabilités nous apparaissent acceptables, et il nous est permis de conclure à la présence des raies du fer ionisé dans le spectre d'absorption du Soleil.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Compressibilité et liquéfaction des gaz.* Note (*) de M. **Jacques Duclaux.**

1. Dans une Communication précédente (¹) j'ai indiqué le principe d'une théorie de la compressibilité des gaz, fondée sur l'hypothèse d'une association progressive, et annoncé que cette théorie suivait l'expérience de beaucoup plus près que celle de van der Waals. Ainsi pour l'azote à — 102° elle donne :

Pression atm.	PV obs.	PV calc.	Diff.	Pression atm.	PV obs.	PV calc.	Diff.
28,5....	0,5575	0,5576	+ 1	38,7....	0,5334	0,5332	— 2
29,8....	0,5543	0,5544	+ 1	41,3....	0,5266	0,5267	+ 1
31,6....	0,5502	0,5502	0	45,3....	0,5169	0,5172	+ 3
33,7....	0,5454	0,5452	— 2	49,7....	0,5069	0,5069	0
36,0....	0,5396	0,5396	0	54,7....	0,4957	0,4954	— 3

La représentation de l'expérience est ici parfaite. A des températures plus

(*) Séance du 14 juin 1948.

(¹) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1113.

basses, des écarts se manifestent, mais toujours plus petits qu'avec la formule de van der Waals, et l'amélioration est d'autant plus grande qu'on se rapproche davantage de la température critique :

Écart	8 fois plus petit pour l'azote à			— 121°,
»	13	»	»	— 131°,
»	60	»	»	— 141°.

J'espère améliorer encore ces résultats. Je rappelle qu'ils sont obtenus sans introduire aucune constante supplémentaire, tandis que jusqu'à présent on n'a pu perfectionner l'équation de van der Waals qu'en la compliquant.

2. La théorie de l'association conduit à envisager d'une manière nouvelle le principe des états correspondants. La compressibilité d'un gaz y apparaît comme suivant une loi de la forme

$$\frac{P(V-b)}{RT} = F(a \log V) \quad \text{ou} \quad \frac{P(V-b)}{RT} = F[a \log(V-b)].$$

La fonction F est le quotient de deux séries. Elle est, pour un gaz déterminé, indépendante de la température. Pour deux gaz satisfaisant à la loi des états correspondants, la fonction F est la même. En fait, il y a d'un gaz à l'autre des différences sensibles, quoique petites. Par le moyen de la fonction F (qui ne fait pas intervenir les données critiques), la correspondance entre les états peut être analysée beaucoup plus finement que par la formule de van der Waals.

3. La liquéfaction est une conséquence de l'association progressive. Quand le gaz est comprimé, l'association augmente et la pression s'accroît moins vite que s'il n'y avait pas d'association. Le volume diminuant toujours, la pression passe par un maximum. Au delà le système est instable; il doit se contracter indéfiniment sous pression constante, c'est-à-dire se liquéfier.

L'hypothèse de départ est que la constante K de la loi d'action de masses qui régit l'association dépend du volume suivant une loi

$$K = K_0 V^n,$$

l'association étant d'autant plus rapide que le coefficient n est plus grand. Ce coefficient est relié par la thermodynamique à la chaleur d'association, et croît de plus en plus vite à mesure que la température s'abaisse. Il est par exemple pour l'azote

0,342.....	—102°	0,400.....	—121°
0,446.....	—131	0,512.....	—141

Le calcul montre que la valeur du quotient PV/RT au moment où la liquéfaction se produit doit être, conformément à l'expérience, d'autant plus grande que n est plus grand (ou la température est plus basse). Les valeurs suivantes peuvent être données à titre d'approximation :

Pour $n = 0,5$....	$\frac{PV}{RT} = 0,3$	Pour $n = 2$......	$\frac{PV}{RT} = 0,86$
» 1......	» 0,7	» 3......	» 0,91

A mesure que la température s'abaisse, l'état du gaz au point de liquéfaction s'approche de plus en plus de l'état parfait. Cependant la liquéfaction doit toujours être annoncée par un accroissement de compressibilité; mais la discussion montre que cet accroissement doit être très difficile à constater lorsque la température est basse.

4. Pour éviter des difficultés de calcul, la théorie admet que l'association forme successivement des assemblages du 2, 4, 8, 16, ... molécules, les assemblages intermédiaires étant négligés. Cette image, si imparfaite qu'elle soit, permet de donner une idée du degré de complexité réalisé, en fonction de la valeur du quotient PV/RT qui mesure la déviation par rapport à la loi des gaz parfaits. On peut donner les chiffres suivants à titre d'approximation grossière, les nombres étant variables d'un cas à l'autre :

Pour PV/RT =	0,95	les assemblages de plus de	2	molécules sont rares
»	0,85	»	4	»
»	0,70	»	8	»
»	0,45	»	32	»
»	0,30	»	256	»

Le degré de complexité augmente très vite lorsqu'on s'approche des conditions critiques. A ce moment l'opalescence apparaît; nous ne savons pas si elle constitue un nouveau phénomène, ou celui de l'association différemment interprété. Au voisinage du point critique, les molécules simples et les petits agrégats sont très rares. Par continuité, on peut juger qu'ils le sont encore plus dans l'état liquide. Ceci amène à une modification profonde des conceptions actuelles sur la structure des liquides.

ENTOMOLOGIE BIOLOGIQUE. — *Variations raciales et variations individuelles du comportement spatial d'accouplement chez l'*Anopheles claviger (bifurcatus). Note de M. **Emile Roubaud**.

L'*Anopheles claviger* (*bifurcatus*) manifeste généralement un comportement sexuel eurygame qui rend difficiles les élevages, entrepris à des fins expérimentales, de ce moustique. C'est ainsi que Mc Gregor, en Angleterre, O. Vollmer, en Allemagne, n'ont pas réussi à provoquer son accouplement en cages, tandis que L. V. Hackett et M. Bates ont dû recourir à l'emploi d'un vaste local de $2^m,5 \times 2^m,3 \times 2^m,6$ pour en obtenir des œufs fertiles dans des conditions de captivité (1). J'ai fait connaître, à ce sujet, avec M. Treillard, qu'il peut exister entre les divers peuplements européens de cet Anophèle des différences d'ordre biotypique ou racial, au point de vue du comportement spatial d'accouplement, comparables à celles qui ont été mises en évidence

(1) *Voir* E. Roubaud et M. Treillard, *Bull. Soc. Path. Exot.*, 33, 1940, p. 22-23.

pour l'*A. maculipennis*. C'est ainsi qu'en espace confiné de 1/20 de mètre cube, j'ai pu obtenir aisément la reproduction d'une souche de *bifurcatus* originaire de Toulon, tandis que, dans les mêmes conditions ou dans des cages plus vastes (1/10 de mètre cube environ), il fut impossible de réaliser la fertilisation des femelles, avec une souche de ce même anophèle originaire du Morvan.

J'ai eu récemment l'occasion d'étudier une troisième souche du même anophèle qui fut recueillie en Corse méridionale (Conca) par MM. Toumanoff et Rageau. Dans une Note antérieure ([2]) j'ai déjà indiqué que cette souche anophélienne devait être biotypiquement distinguée, par différents traits biologiques, des peuplements de *bifurcatus* habituellement observés dans nos régions. Elle ne présente point d'arrêt évolutif obligatoire ou diapause d'hiver au quatrième stade larvaire et, par contre, en l'absence de suspension d'activité hivernale, les larves primaires peuvent être bloquées à l'intérieur de l'œuf (œufs dormants). Enfin les ailés peuvent manifester, contrairement à l'ordinaire, un comportement sexuel relativement sténogame, qui m'a permis d'en obtenir des pontes fertiles en cage de $40 \times 60 \times 40^{cm}$, ce qui n'est pas observé pour les peuplements habituels de cette espèce.

Je désire revenir ici sur ce dernier caractère, car il m'a paru offrir certaines variations intéressantes, qui n'ont point, jusqu'ici, fait l'objet d'expérimentation précise et appellent quelques réflexions.

Au cours de trois générations successives, réalisées en élevage artificiel, de cette souche Corse, dans des conditions de température, d'humidité et d'espace demeurées les mêmes, la proportion des femelles fécondées, en cages d'environ 1/10 de mètre cube, a été constamment en décroissant. A la première génération, cinq femelles sur neuf, en présence de huit mâles, donnèrent des pontes fertiles; à la génération suivante, deux seulement furent fertilisées sur seize; à la troisième, sur quatorze femelles, maintenues pendant une vingtaine de jours en présence de dix mâles, aucune fertilisation ne fut obtenue. Les rondes de pariade des mâles et les accouplements qui avaient été plusieurs fois nettement observés, en cage de 1/10 de mètre cube, en fin décembre et début de janvier, avec les individus de la première génération née en captivité, ne furent pour ainsi dire plus aperçus par la suite.

Les conditions extérieures et spatiales étant absolument semblables, au cours de ces diverses épreuves, on pourrait penser tout d'abord que la régression continue des fertilisations en captivité fut liée à la fatigue et à la dégénérescence progressives des insectes, au cours d'élevages accélérés continus. Or, aucune preuve d'affaiblissement, tant des mâles que des femelles, ne put être décelée. Tous les Anophèles obtenus étaient normalement développés, vigoureux et les femelles manifestèrent, à toutes les générations, une franche agressivité à l'égard de l'homme. Les individus de troisième génération qui furent soumis à

([2]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1867.

un repos hivernal artificiel ne se montrèrent d'ailleurs pas plus actifs, au point de vue génésique, ni moins exigeants, au point de vue spatial.

Un seul facteur semble avoir pu influencer le comportement, c'est celui de l'alimentation donnée aux larves. Les moustiques de la première génération, au cours de leur évolution larvaire, ne reçurent pour ainsi dire pas d'autre aliment que les éléments planctoniques et microbiens naturels, développés dans le liquide d'élevage, en présence de touffes d'herbes. En vue de compenser l'appauvrissement progressif de cet aliment normal, appelé à s'épuiser à la longue, au fur et à mesure de leur croissance, les larves des générations suivantes reçurent, en supplément, une alimentation artificielle très riche et très bien acceptée qui fut donnée régulièrement sous forme de poudres à base de farines d'aleurone de Tournesol et de Soja.

L'accroissement fut rapide et les imagos obtenus, généralement de grande taille. On est fondé à se demander si le fléchissement, constaté chez ces moustiques bien nourris, du comportement sexuel sténogame, n'a pas été une conséquence directe de l'alimentation abondante qu'ils ont reçue à l'état larvaire.

On sait que chez les Ptérygotes eurygames, l'ardeur reproductrice des mâles apparaît obligatoirement stimulée par l'exercice préalable des facultés de vol, se traduisant souvent par des rondes ou danses nuptiales d'amplitude plus ou moins grande et la nécessité d'espace se confond, chez ces insectes, avec celle d'une excitation physiologique générale. Il est permis de penser que chez les imagos des générations II et III de notre biotype de *bifurcatus*, fortement chargés de réserves nutritives, la pléthore alimentaire s'est traduite par une sorte d'apathie sexuelle nécessitant, pour être rompue, des mouvements de vol plus amples et, par suite, des conditions spatiales plus larges que celles dont les moustiques moins bien alimentés ont pu se contenter.

Tout au moins apparaît-il légitime de conclure des faits constatés que l'appréciation du comportement d'accouplement, chez les Culicides, ne doit pas être portée d'une manière trop stricte. Les réactions spatiales des moustiques sont parfois susceptibles de légères variations. En particulier pour les formes qui sont à la limite de la sténogamie, c'est-à-dire celles dont l'*espace nuptial* ([3]) minimum serait voisin de 1/10 de mètre cube, des fluctuations pourront être observées, sous le rapport de l'adaptation au confinement, parmi les divers représentants d'un même biotype.

Il a été parfois noté, par exemple, que l'agitation artificielle créée par un

---

([3]) On peut dénommer *espace nuptial*, l'espace permettant l'accouplement des ailés et la fertilisation des femelles. Il comporte un minimum, qui a pu être déterminé expérimentalement, pour certaines formes, et sans doute aussi un maximum sur lequel on ne possède, pour le moment, aucune indication. On pourrait distinguer, sous le terme de *sténeurygames*, les types à la limite de la sténogamie, dont l'espace nuptial minimum s'accommode de fractions du mètre cube supérieures à 1/20.

groupement dense de moustiques en petit espace, peut forcer la barrière de stérilité engendrée par un confinement excessif. C'est ainsi que pour l'*Anophèles maculipennis labranchiæ* nous voyons la fertilisation rendue quelquefois possible, en espace réduit à 1/20 de mètre cube, lorsque mâles et femelles sont nombreux dans un même local. Inversement, pour notre biotype Corse de *bifurcatus*, ce sont les tendances relatives vers la condition sténogame qui se sont trouvées masquées et rendues inopérantes par des influences de nature vraisemblablement alimentaire favorisant l'inertie chez les sexués. De telles fluctuations dans le comportement sexuel n'enlèvent rien aux points de vue que nous avons exprimés (4) touchant l'importance de l'appréciation de l'eurygamie ou de la sténogamie pour la distinction des races ou biotypes, mais il est nécessaire d'être renseigné sur leur existence. Une expérimentation attentive permettra certainement, par la suite, de mieux se représenter la nature et la portée théorique et pratique de ces phénomènes.

MÉDECINE. — *Sur l'emploi du polaromètre en thérapeutique.*
Note (*) de MM. **Georges Reboul** et **François Bon**.

L'addition de sérum humain à l'électrolyte d'un polaromètre produit un allongement du semipalier de la courbe donnée par l'oscillographe à la formation de chaque goutte de mercure (1). Il a été donné, à partir de notions de probabilité, une explication de cette anomalie et indiqué la loi d'action polarométrique des sérums en solution (2). On a montré, en particulier, que ces sérums subissent une évolution que le polaromètre permet de suivre et qui est liée aux diverses conditions expérimentales, notamment à l'état pathologique des sujets auxquels ont été faites les prises de sang. Nous nous proposons ici d'indiquer les résultats et les conclusions d'une étude faite sur environ 200 sérums qui nous ont été fournis soit par l'Institut Bouisson Bertrand de Montpellier, soit par le Centre anticancéreux de Lyon.

Le polaromètre est disposé comme il a été déjà indiqué (1). La mesure des semipaliers est faite directement, ce qui exige une assez grande habitude à cause de la rapidité de succession des gouttes (une par seconde environ). On peut éviter la fatigue de cette opération en cinématographiant les courbes ou en les stabilisant par un montage de l'oscillographe, comme celui qui a été indiqué par M. F. Perrier (3).

---

(4) E. L. Bouvier, *Livre jubilaire*, Paris, 1936, p. 287-292.

(*) Séance du 14 juin 1948.

(1) F. Bon, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 986.

(2) G. Reboul, F. Bon et J.-A. Reboul, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 89.

(3) F. Perrier, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 791.

Quelques centimètres cubes de sérum suffisent pour une étude. On les étend 50 fois avec un liquide électrolytique L identique à celui qui est utilisé dans le polaromètre et l'on conserve cette solution S à température constante. Au moment de faire les mesures, on prélève une dizaine de centimètres cubes de cette solution S, on les place dans une burette et on les ajoute progressivement par demi-centimètre cube aux 20^{cm^3} de l'électrolyte L placé dans le vase où se forme la goutte cathode. Chacune de ces solutions de concentration *c* progressivement croissante, donne à l'oscillographe une courbe dont on mesure la longueur *l* du semipalier. On trace la courbe Γ des variations de *l* en fonction de *c* pour chaque série de mesures.

Suivant le temps qui s'est écoulé entre le moment où le sérum a été mis en solution S et celui où a commencé la série de mesures, la courbe Γ présente des formes différentes et caractéristiques; à plusieurs séries de mesures effectuées à des intervalles de temps progressivement croissants, correspondent des courbes Γ dont les formes successives permettent de suivre l'évolution subie par le sérum dans la solution S.

La vitesse d'évolution d'une solution de sérum, indiquée par la vitesse de passage des courbes Γ d'une forme à l'autre, dépend de la température, de la nature du solvant, et de l'état pathologique du sujet auquel a été faite la prise de sang.

Elle est d'autant plus grande que la température à laquelle est conservée la solution est elle-même plus élevée. Une même évolution marquée par des formes données de courbes Γ, demande quelques jours à 10°C. et quelques heures à 40. A l'ébullition, la même évolution est pratiquement terminée en quelques secondes ou minutes.

Cette vitesse dépend aussi de la nature de l'électrolyte L et de sa concentration. En milieu acide ou neutre l'évolution est plus rapide, en milieu basique, plus lente; dans ce dernier cas l'influence de la concentration est faible, dans le premier l'évolution est d'autant plus rapide que la concentration est plus élevée.

Une étude systématique des conditions expérimentales nous a amenés à prendre comme les plus favorables : $R = 6.10^5$ ohms pour la résistance auxiliaire, acide sulfurique à N/2000 pour la solution L, température de conservation de S 10°C., température pendant les mesures 15 à 20°C.

Dans ces conditions une solution de sérum provenant d'un sujet sain, donne pendant plusieurs jours et parfois pendant plus d'une semaine, la même forme sigmoïde; son évolution est très lente. Un sérum de cancéreux évolue au contraire rapidement : au bout de 24 ou 48 heures, il donne une courbe de forme linéaire ou exponentielle à concavité tournée vers le haut, qui marque le stade final de l'évolution.

Entre ces deux cas extrêmes d'évolution, s'échelonnent, notamment pour des cancéreux en traitement ou moins gravement atteints, des vitesses d'évolution

intermédiaires dont l'étude minutieuse est susceptible de fournir des renseignements sur l'état d'avancement de la maladie ou de réactivité du sujet.

L'étude de sérums provenant de sujets syphilitiques ou tuberculeux indique un effet analogue; l'évolution en paraît plus lente que pour les cancéreux, mais comme pour ces derniers, elle dépend, dans une certaine mesure, de l'état d'avancement de la maladie et de la manière dont le sujet réagit.

Les expériences, faites à Montpellier, ont donné les résultats suivants. Sur 160 échantillons de sérum, 84 provenaient de sujets atteints d'affections nettement caractérisées (26 cancers, 30 tuberculoses, 22 syphilis, 4 eczémas généralisés, 2 fièvres de Malte), sur ce nombre 80 se sont révélés anormaux au polaromètre (67 bien, 13 assez bien ou passable), 4 seulement ont présenté une évolution lente comme s'ils provenaient de sujets sains. Pour ces affections déclarées, l'examen polarométrique concorde donc avec l'examen clinique dans 95 % des cas.

Quelques sérums provenant de sujets atteints d'autres affections : métrite, cardiopathie, arthrose, méningite, splénomégalie, accouchement, se sont montrés polarométriquement normaux.

Enfin les sérums provenant de sujets reconnus sains par le clinicien, ont donné des résultats particulièrement curieux. Sur 68 le polaromètre a indiqué seulement 52 normaux (40 bien, 12 passable), 16 se comportaient au contraire anormalement comme s'ils provenaient de sujets malades. Ainsi donc parmi des sujets reconnus sains par le médecin, il y a une proportion relativement considérable (24 %) de sujets que le polaromètre révèle anormaux.

Cette anomalie est-elle due à la présence parmi les sujets dits bien portants, de malades latents ou de sujets présentant pour la maladie (cancer, tuberculose, syphilis, etc.) un terrain particulièrement favorable? C'est une question que nous ne pouvons que poser, seul le clinicien peut la résoudre en suivant attentivement l'état de santé de sujets reconnus sains à la clinique et signalés anormaux par le polaromètre.

Dans l'affirmative, le polaromètre fournirait un précieux moyen de dépistage de certaines maladies. Quoi qu'il en soit, il permet, dès maintenant, de signaler au médecin, parmi les sujets qu'un examen peut être un peu sommaire a indiqués bien portants, ceux qu'il est prudent de soumettre, à nouveau, à un examen médical particulièrement attentif.

M. **Robert Esnault-Pelterie** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage qu'il vient de publier intitulé *L'Analyse dimensionnelle*.

M. **Jules Rouch** fait hommage à l'Académie du troisième volume, *Les Mouvements de la Mer*, de son *Traité d'Océanographie physique*.

Mlle **Simone De Wildeman** fait hommage à l'Académie de la neuvième partie,

Sur des Espèces du genre Capsicum L. (*Solanacées*), d'un Mémoire posthume de son Père, **Émile De Wildeman**, intitulé *A propos de médicaments antilépreux d'origine végétale*, publié en collaboration avec M. L. Pynaert.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la place de Membre titulaire du Bureau des Longitudes, vacante par le décès de M. *Henri Deslandres*, pour la première ligne, M. *André Danjon* obtient 37 suffrages contre 3 à M. *Jules Baillaud*.

Pour la seconde ligne, M. *Jules Baillaud* obtient 33 suffrages contre 1 à M. *Henri Mineur*. Il y a un bulletin blanc.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

En première ligne.................. M. **André Danjon**.
En seconde ligne.................. M. **Jules Baillaud**.

DÉSIGNATIONS.

M. **Jules Bordet** est désigné pour représenter l'Académie à la troisième Session du **Congrès International des Sciences anthropologiques et ethnologiques**, qui se tiendra à Bruxelles et à Tervueren, du 15 au 23 août 1948.

Les Sections de **Minéralogie**, **Botanique** et **Économie rurale** sont désignées pour représenter l'Académie au septième **Congrès International des Industries Agricoles**, qui se tiendra à Paris, du 12 au 18 juillet 1948.

Les Sections de **Botanique**, **Anatomie et Zoologie** et **Economie rurale** sont désignées pour représenter l'Académie à la Conférence Constitutive de l'**Union Internationale pour la protection de la Nature**, qui aura lieu à Fontainebleau, du 30 septembre au 7 octobre 1948.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° René Fabre. *La Toxicologie*.

2° André Sanfourche. *Les Engrais phosphatés*.

3° Lucien Féraud. *Les instruments mathématiques de la statistique. Distributions à densité de probabilité continue*, avec une *Note sur les Notions de loi et d'hypothèse probabilistes*.

4° P. DRUMAUX. *La récession des nébuleuses extra-galactiques*, 3ᵉ Partie.

5° *Rapport sur l'activité de l'Institut Géographique National*, Années 1943 et 1944.

6° MANUEL DE FORONDA Y GÓMEZ. *Ensayo de una bibliografía de los ingenieros industriales*.

7° *Microscopie. Organe de la Société française de Microscopie théorique et appliquée*. Tome I, n° 1.

8° *Centre international de synthèse. Revue d'Histoire des Sciences et de leurs applications. Organe de la Section d'Histoire des Sciences*. Tome I, nᵒˢ 1, 2, 3.

9° Atvinnudeild Háskólans (Reykjavik). Rit Landbúnadarbeildar. A-*Flokkur*, nᵒˢ 1, 2. B-*Flokkur*, nᵒˢ 1, 2.

GÉOMÉTRIE. — *Systèmes triples orthogonaux paratingents*. Note (*) de M. **Jean Colmez**, présentée par M. Paul Montel.

1. Dans des Notes ([1]) et sa Thèse (Paris, 1947), M. Llensa étudie les surfaces de niveau $\mathcal{S}_u$ d'une *intégrale paratingente* (IP) $u(x, y, z)$ de l'équation (E) aux dérivées partielles $S(M, u)\left|\overrightarrow{\text{grad}}\,u\right| = 1$, où $S(M, u = 0)$ représente une sphère fonction continue de u et montre que toute $\mathcal{S}_u$ est à courbure bornée dans une région R de l'espace x, y, z, u, où $S(M, u)$ ne s'annule pas et réciproquement. Convenons de dire que les surfaces de niveau de u forment une *famille de Lamé paratingente* (FLP) lorsqu'elles font partie d'un *système triple orthogonal paratingent* (STOP), c'est-à-dire d'un système triple de surfaces, respectivement surfaces de niveau de trois fonctions u, v, w de M, uniformes, à gradient $\neq 0$ et telles qu'on ait, dans R,

$$0 = \overrightarrow{\text{grad}}\,u.\overrightarrow{\text{grad}}\,v = \overrightarrow{\text{grad}}\,v.\overrightarrow{\text{grad}}\,w = \overrightarrow{\text{grad}}\,w.\overrightarrow{\text{grad}}\,u.$$

Alors les surfaces de niveau de u sont des surfaces du type S_2 (ou : à vecteur unitaire normal dérivable) et réciproquement : conclusion obtenue quand u définit une FLP formée de surfaces parallèles ou de plans, par M. Bouligand ([2]).

J'étends certains de ces résultats et réponds partiellement à une question de M. Bouligand sur les lignes de courbure ([2]).

2. ÉTUDE DE L'ÉQUATION (E') $\left|\overrightarrow{\text{grad}}\,u\right| = F(M, u)$, avec $F(M, u)$ fonction continue de u, douée sur R de dérivées secondes continues par rapport à M. Sur R, j'appelle *intégrale semi-paratingente* (ISP) *supérieure* (inférieure) *pour* $u = u_0$, une intégrale de E' qui est paratingente pour $u > u_0$ ($u < u_0$) suffisamment voisin de u_0 et telle que sa surface de niveau $u = u_0$ se réduise à un point M_0 où

(*) Séance du 7 juin 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 297; **222**, 1946, p. 266 et 845.

([2]) *Bull. Soc. roumaine des Sciences*, **35**, 1932, p. 57-67.

$\overrightarrow{\text{grad}}\, u$ a une limite quand $M \to M_0$ suivant une direction déterminée et où les trajectoires orthogonales (TO) aux surfaces de niveau ont une tangente. Moyennant quoi, j'étends au TO des ISP supérieures (inférieures) ce résultat de M. Llensa :

Les TO ($\mathcal{C}$) *des surfaces de niveau aux* IP *de* (E') *sont, parmi les courbes à tangentes continues, celles qui rendent minima* (maxima) *la solution de l'équation différentielle*

$$(e) \qquad dT = F[M(s), T]\, ds \qquad \text{(où } s \text{ est l'arc de la courbe),}$$

qui en M_0, *sur la surface* $u = u_0$, *prend la valeur* u_0, *solution qui est égale à l'intégrale* u, *et ceci pour* $u > u_0 (u < u_0)$. Dans la théorie classique, les ($\mathcal{C}$) qui sont les caractéristiques de (E') vérifient le système (Σ) suivant :

$$\overrightarrow{M'_u} = \frac{\vec{h}}{F}, \qquad \vec{h}'_u = \left(\overrightarrow{\text{grad}}\, \frac{1}{F} \wedge \vec{h}\right) \wedge \vec{h},$$

où $\vec{h}$ est le vecteur unitaire tangent, ces courbes étant paramétrées par rapport à u. Partant *a priori* de ce système, je montre que les lieux des points de paramètres $u > u_0$ ($u < u_0$) sur les intégrales de (Σ) qui passent en M_0 pour la valeur u_0, le vecteur h étant unitaire, sont des surfaces S_2 convexes, emboîtées comme des sphères de centre M_0, et qui sont surfaces de niveau d'une ISP supérieure (inférieure) pour $u = u_0$ si u est suffisamment voisin de u_0. L'ensemble de ces intégrales, dit ISP *complète* supérieure (inférieure) a dans les démonstrations même rôle que l'intégrale complète à surfaces de niveau sphériques pour M. Llensa. *D'où mon extension à* (E') *des résultats concernant* (E); *notamment il existe des* IP *définies dans tout* R.

3. FLP DÉFINIE PAR UNE IP DE (E). — *Les surfaces de cette famille sont des* S_2 *à courbure bornée dans* R.

4. FLP FAISANT PARTIE D'UNE FAMILLE $\mathcal{F}$ PLUS ÉTENDUE DE SURFACES, sous les conditions suivantes (étendant les FLP formées de plans) : la famille $\mathcal{F}$ est donnée par $M = M(\alpha, \beta; \lambda_1, \ldots, \lambda_n)$, où α, β sont les paramètres sur chaque surface, $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ ceux de la famille. Dans R, on a $M'_\alpha \wedge M'_\beta \neq 0$ pour les surfaces de la FLP, et la FLP est *régulière* dans F : aucune de ses surfaces n'est stationnaire si l'on donne aux paramètres des accroissements différentiels soumis à moins de n relations linéaires indépendantes. Alors, *les* TO *des surfaces de la* FLP *sont à courbure bornée et à cercle de courbure continu.*

5. FLP DONT LES TO FONT PARTIE D'UNE FAMILLE $\mathcal{F}$ plus étendue DE COURBES, sous ces conditions (étendant le cas des surfaces parallèles) : $\mathcal{F}$ est donnée par $M = M(\theta; \lambda_1, \ldots, \lambda_n)$ avec $M'_\theta \neq 0$, la famille de ces courbes étant encore (comme ci-dessus) *régulière* dans $\mathcal{F}$ pour $\mathcal{R}$. Alors, *les surfaces de la* FLP *sont des* S_2 *à courbure bornée dans* R.

6. Outre les propriétés signalées de *superdérivabilité*, si $M = M(u, v, w)$ représente la transformation orthogonale associée à tout STOP complétant

la FLP envisagée dans les cas II, III, IV, *les dérivées* $\overrightarrow{M''_{uv}}$ *et* $\overrightarrow{M''_{uw}}$ *existent et sont continues;* et nous avons alors le théorème (Dupin) : *Si, dans un* STOP, $\overrightarrow{M''_{uv}}$ *et* $\overrightarrow{M''_{uw}}$ *existent et sont continues et si* $\overrightarrow{\text{grad}}(V)$ *vérifie une condition de Lipschitz pour* w, *les lignes d'intersection des surfaces du* STOP *sont des lignes de courbure sur chacune des surfaces.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la probabilité de perte d'un appel téléphonique dans le cas d'un seul groupe de lignes avec blocage temporaire.* Note de M. **Félix Pollaczek**, présentée par M. Émile Borel.

Admettons que dans un groupe de $s \geqq 2$ lignes téléphoniques où des appels arrivent au hasard, chaque appel qui est acheminé bloque toutes les lignes libres, y compris la sienne, pendant un certain temps θ, dit période d'orientation. Dans un système téléphonique sans possibilité d'attente, les appels qui arrivent à un instant où toutes les lignes sont ou occupées, ou bloquées, seront donc refusés. Il s'agit de déterminer la proportion P des appels refusés ou perdus et ce problème peut être résolu dans des hypothèses assez générales.

Supposons dans ce but que pendant un intervalle de temps $\mathfrak{T}$, n appels numérotés selon leur ordre d'arrivée arrivent à notre groupe, et soient respectivement X_ν, Θ_ν, T_ν l'instant d'arrivée, la durée de communication, la période d'orientation du ν-ième appel. Désignons, en outre, par $\mathrm{s}(x)$ la fonction $(x+|x|)/2x\,(x \gtrless 0)$, par $\underset{\nu=1,\ldots,n}{\mathrm{Min}^{(s)}}\, x_\nu$ le s-ième des n nombres réels $x_1, \ldots, x_n$ rangés en ordre croissant, et par s_m le nombre 1 ou 0 selon que le m-ième appel est acheminé ou refusé. Pour toutes les valeurs des X_ν, Θ_ν, T_ν pour lesquelles les fonctions s_ν sont définies, on a alors

$$(1)\quad \mathrm{s}_m(X_\nu, \Theta_\nu, T_\nu) = \mathrm{s}\, \underset{\nu=1,\ldots,m-1}{\mathrm{Min}^{(s)}} [X_m - X_\nu - \mathrm{s}_\nu(\Theta_\nu + T_\nu)]\; \mathrm{s}\, \underset{\nu=1,\ldots,m-1}{\mathrm{Min}} [X_m - X_\nu - \mathrm{s}_\nu \Theta_\nu].$$

Admettons que la probabilité pour qu'un appel arrive pendant un intervalle de temps de longueur dx est égale à $dx/\mathfrak{T}$ et soit $F(t, \theta)$ la fonction de répartition des variables aléatoires T_ν et Θ_ν (la même pour tous les appels); il vient alors

$$(2)\qquad P = 1 - \frac{1}{n} \sum_{m=1}^{n} \bar{\mathrm{s}}_m,$$

où

$$(3)\qquad \bar{\mathrm{s}}_m = \frac{n!}{\mathfrak{T}^n} \int_0^\infty \int_0^\infty d^2 F(t_1, \theta_1) \ldots$$

$$\times \int_0^\infty \int_0^\infty d^2 F(t_{n-1}, \theta_{n-1}) \int_0^{\mathfrak{T}} dx_1 \int_{x_1}^{\mathfrak{T}} dx_2 \ldots \int_{x_{n-1}}^{\mathfrak{T}} \mathrm{s}_m(x_\nu, \theta_\nu, t_\nu)\, dx_n.$$

A l'aide des méthodes que nous avons développées pour le calcul de telles

intégrales (¹), on obtient pour P la formule

$$(4)\quad \left\{\begin{aligned} &\mathrm{P}=1-\frac{(n-1)!}{\mathfrak{T}^n}\,\frac{1}{(2\pi i)^2}\int_{-i\infty+c}^{i\infty+c} e^{p\mathfrak{T}}\,dp\int_{\mathrm{K}_z} h_0(p,z)\,\frac{dz}{z^n(p-z)^2}\\ &\qquad\qquad\left(\int_{\mathrm{K}_z}=\int_{|z|=\mathrm{const.}<c},\ c>0\right).\end{aligned}\right.$$

$h_0(p, z)$ est déterminé par le système d'équations intégrales linéaires

$$(5)\quad \left\{\begin{aligned} &h_\lambda(z_1,\ldots,z_\lambda;p,z)\left[1-z\,\frac{\varepsilon\left(0,-p+z+\sum_1^\lambda z_\nu\right)-1}{p-z-\sum_1^\lambda z_\nu}\right]\\ &\quad+\frac{z}{2\pi i}\int_{-i\infty-0}^{i\infty-0}\frac{\varepsilon\left(-\zeta,-p+z+\sum_1^\lambda z_\nu\right)}{\zeta\left(p-z-\sum_1^\lambda z_\nu-\zeta\right)}\,h_{\lambda+1}(z_1,\ldots,z_\lambda,\zeta;p,z)\,d\zeta=\delta_{\lambda,0}\\ &\qquad\qquad(\lambda=0,\ldots,s-1);\\ &\sum_{\lambda=0}^{s}\ \sum_{1',\ldots,\lambda'=1}^{s} h_\lambda(z_{1'},\ldots,z_{\lambda'};p,z)=0;\qquad \varepsilon(z,\zeta)=\int_0^\infty\!\!\int_0^\infty e^{zt+\zeta\theta}\,d^{(2)}\mathrm{F}(t,\theta),\end{aligned}\right.$$

où les h_λ sont symétriques en $z_1, \ldots, z_\lambda$, ainsi qu'holomorphes et bornés pour

$$\mathrm{R}(z_\nu)\leq\frac{\mathrm{R}(p)}{s}\ (\nu=1,\ldots,\lambda)\qquad\text{et}\qquad |z|\leq c_0[\mathrm{R}(p)];$$

dans (5), la somme $\sum\limits_{1',\ldots,\lambda'=1}^{s}$ sera étendue à toutes les combinaisons λ à λ des nombres $1, \ldots, s$.

Dans le cas où l'on a $\varepsilon(z, \zeta)=\varepsilon(z)\delta(\zeta)$, $\varepsilon(z)$ étant rationnel, les solutions du système (5) sont des fonctions rationnelles de leurs variables et des δ. Soit en particulier $\mathrm{F}(t, \theta)=(1-e^{-t})\,g(\theta)$, $1-e^{-t}$ et $g(\theta)$ désignant respectivement les fonctions de répartition des durées de communication et des périodes d'orientation; on a alors

$$\varepsilon(\zeta, \xi)=\frac{1}{1-\zeta}\,\delta(\xi),\qquad \text{où}\quad \delta(\xi)=\int_0^\infty e^{\xi\theta}\,dg(\theta),$$

de sorte que l'intégrale qui figure dans (5) devient égale au résidu en $\zeta=-1$.

(¹) *Cf.* par ex. *Math. Zs.*, **32**, 1932, p. 230 et *Ann. Inst. H. Poincaré*, **10**, 1946, p. 1.

On obtient ainsi

$$(6)\quad \left\{\begin{aligned} & h_0(p,\, z) = \frac{N - p + z}{N}\,\frac{p - z}{p - z\,\delta(z - p)}, \\ & \text{où}\quad N = \sum_{\lambda=0}^{s} C_s^{\lambda}(p - z + \lambda)\prod_{\nu=0}^{\lambda-1}\frac{p + \nu - z\,\delta(z - p - \nu)}{z\,\delta(z - p - \nu)}. \end{aligned}\right.$$

Introduisons dans (4), au lieu de $\mathfrak{C}$, la quantité $n/\mathfrak{C} = y$ (grandeur de trafic) et faisons tendre n vers l'infini dans l'hypothèse que y ne dépende pas de n; il vient alors

$$(7)\quad \left\{\begin{aligned} & \lim_{n=\infty} P(y;\, n) = 1 - h_0(y,\, y) = \frac{y + s y\,\delta'(0) N_1}{y + s[1 + y\,\delta'(0)] N_1}, \\ & \text{où}\quad N_1 = \sum_{\lambda=0}^{s-1} C_{s-1}^{\lambda}\, y^{-\lambda}\prod_{\nu=1}^{\lambda}\frac{\nu + y[1 - \delta(-\nu)]}{\delta(-\nu)}. \end{aligned}\right.$$

Remplaçons ici $\delta(\zeta)$ respectivement par $1/(1 - b\zeta)$, $e^{b\zeta}$, 1, où b est une constante positive; on obtient alors, comme cas particuliers de (7), la formule de R. Leroy et E. Vaulot (²) $[g(\theta) = 1 - e^{-b\theta}]$, celle de R. Fortet (³) ($\theta_\nu = \text{const.} = b$) et la formule bien connue de K. A. Erlang ($\theta_\nu = 0$, pour tous les ν).

ÉLASTICITÉ. — *Résistance opposée par un continu élastique aux petits déplacements d'un solide.* Note (*) de M. **Jean Ferrandon**, présentée par M. Albert Caquot.

Un solide indéformable V, limité par une surface simplement connexe S de normale extérieure (α, β, γ), est établi au sein d'un continu homogène, isotrope, élastique, indéfini. Les forces de masse sont nulles. A température invariable et uniforme, le solide est assujetti au déplacement infiniment petit le plus général, dans lequel le déplacement d'un point quelconque de S a pour coordonnées U, V, W. La nature des matériaux est telle que le mouvement des particules du continu en contact avec V se réduit à un glissement le long de S sans possibilité de cavitation.

Compte tenu de ces hypothèses, je me propose de montrer que *le continu élastique n'offre aucune résistance au déplacement du solide.*

Les coordonnées (u, v, w) du déplacement d'un point (x, y, z) du continu satisfont aux équations indéfinies de Lamé et à la condition

$$\alpha u + \beta v + \gamma w = \alpha U + \beta V + \gamma W,$$

(²) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 84.

(³) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 159.

(*) Séance du 14 juin 1948.

traduisant le glissement sans cavitation des particules du continu élastique sur la surface S. L'introduction d'un potentiel de déplacements $\varphi(x, y, z)$ réduit les équations de Lamé à la condition $\text{grad}(\Delta\varphi) = 0$, dont la solution, compte tenu de l'évanouissement de la dilatation cubique à l'infini, est $\Delta\varphi = 0$. La condition à la surface s'écrivant $d\varphi/dn = \alpha U + \beta V + \gamma W$, la recherche des déplacements consiste dans la résolution d'un problème de Neumann extérieur relatif à la fonction harmonique φ.

Les coordonnées $N_1 N_2 N_3$, $T_1 T_2 T_3$ du tenseur des tensions élastiques en tout point (xyz) du continu résultent d'équations de la forme

$$N_1 = 2\mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \qquad T_1 = 2\mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y\, \partial z},$$

d'où l'on déduit, par intégration, les coordonnées (X, Y, Z) de la résultante des actions de surface sur S, et celles (L, M, N) de leur moment résultant. Par exemple,

$$X = 2\mu \iint_S \left(\alpha \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x\, \partial y} + \gamma \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x\, \partial z} \right) d\sigma,$$

$$L = 2\mu \iint_S \left[y \left(\alpha \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z\, \partial x} + \beta \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z\, \partial y} + \gamma \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) - z \left(\alpha \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y\, \partial x} + \beta \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \gamma \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y\, \partial z} \right) \right] d\sigma.$$

Il s'agit de calculer ces dernières quantités. A cet effet, soient Σ une sphère de centre O, contenant V, Δ le volume compris entre S et Σ. La transformation de Green, appliquée successivement à X et L, donne

$$\iint_S - \iint_\Sigma = 2\mu \iiint_\Delta \frac{\partial}{\partial x}(\Delta\varphi)\, d\tau = 0,$$

$$\iint_S - \iint_\Sigma = 2\mu \iiint_\Delta \left[y \frac{\partial}{\partial z}(\Delta\varphi) - z \frac{\partial}{\partial y} \Delta\varphi \right] d\tau = 0.$$

En outre, le potentiel harmonique φ régulier à l'extérieur de V jusqu'à l'infini, où l'on peut lui assigner une valeur nulle, s'y comporte comme $1/(x^2 + y^2 + z^2)$, car $\iint_S \frac{d\varphi}{dn} d\sigma$ est nul. Alors s'évanouissent les sommations $\iint_\Sigma$ lorsque croît indéfiniment le rayon de Σ. Il s'ensuit que

$$X = Y = Z = L = M = N = 0;$$

c'est la conclusion annoncée.

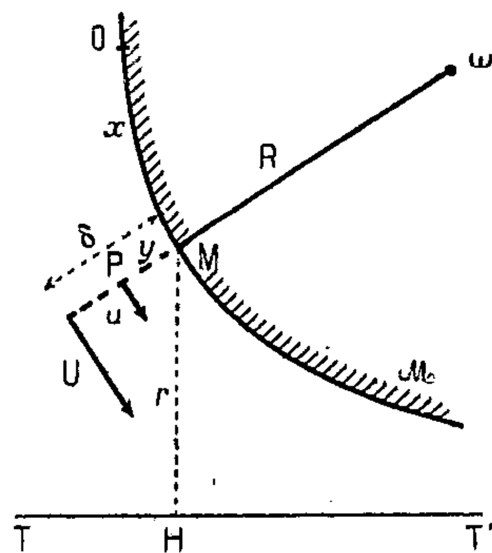
Ce résultat, homologue du paradoxe de d'Alembert, trouvera son application en Mécanique des sols. Il met en évidence la nécessité de prendre en considération, pour la détermination de la résistance d'une fondation, les conditions de contact le long des parois de la construction accolées aux terres. Il montre l'impossibilité théorique d'étudier séparément la résistance à la base et la résistance latérale des pieux. Il explique certains insuccès obtenus lors du fonçage de pieux flottants à très grande profondeur.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Calcul de l'épaisseur de la couche limite dans une tuyère convergente de révolution.* Note (*) de M. **Raymond Comolet**, présentée par M. Joseph Pérès.

L'épaisseur δ de la couche limite d'un corps de révolution d'axe TT′ est donnée par l'équation suivante établie par C. B. Millikan ([1]) :

$$(1)\qquad \frac{d}{dx}\int_0^\delta u^2\,dy - U\frac{d}{dx}\int_0^\delta u\,dy + \frac{r'}{r}\left[\int_0^\delta u^2\,dy - U\int_0^\delta u\,dy\right] = UU'\delta - \frac{\tau_0}{\rho},$$

avec les conditions $\delta < r$ et $\delta < R$ en désignant par x l'abscisse curviligne OM d'un point M de la méridienne $\mathfrak{M}$ comptée à partir d'une origine quelconque O, r le rayon MH, R le rayon de courbure de la méridienne, u la vitesse à la



distance $y = $ MP de la paroi, U la vitesse à la distance δ, ρ la masse spécifique du fluide, τ_0 la force de frottement par unité de surface de la paroi. On suppose que la vitesse U est égale à celle qu'aurait en M un écoulement à potentiel des vitesses d'un fluide parfait. Admettons dans la couche limite une distribution quelconque des vitesses de la forme

$$(2)\qquad \frac{u}{U} = f\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad \text{avec} \quad f(0) = 0,$$

et pour τ_0/ρ

$$(3)\qquad \frac{\tau_0}{\rho} = h_n\left(\frac{\nu}{U\delta}\right)^n U^2 \qquad (n > 0),$$

h_n étant une constante numérique, ν la viscosité cinématique du fluide. Posons

$$\frac{u}{U} = w, \qquad \frac{y}{\delta} = z \qquad \text{avec} \quad \int_0^1 w\,dz = \alpha, \qquad \int_0^1 w^2\,dz = \beta,$$

l'équation (1) devient

$$(4)\qquad UU'\delta(2\beta - \alpha - 1) + \left(U^2\delta' + \frac{r'}{r}U^2\right)(\beta - \alpha) = -h_n\left(\frac{\nu}{U\delta}\right)^n U^2,$$

(*) Séance du 31 mai 1948.

([1]) *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Applied Mechanics*, 1932.

dont la solution est

$$(5)\qquad \left[U^{(n+1)\left(1+\frac{1-\beta}{\alpha-\beta}\right)}\delta^{n+1}r^{n+1}\right]_0^x=\frac{(n+1)h_n\nu^n}{\alpha-\beta}\int_0^x r^{n+1}U^{(n+1)\left(\frac{1-\beta}{\alpha-\beta}\right)+1}\,dx.$$

Or quelle que soit la répartition (2), pourvu que $\alpha-\beta>0$, nous avons

$$(6)\qquad \frac{1-\beta}{\alpha-\beta}\geqq 2.$$

Écoulement permanent dans un convergent. — Soient Q le débit du fluide, U_0 la vitesse moyenne dans la gorge de rayon a. Lorsque r est suffisamment grand, l'écoulement est sensiblement identique à celui qui se produit autour d'un puits sphérique, la vitesse U est sensiblement de la forme

$$\frac{U}{U_0}=\frac{1}{k\left(\frac{r}{a}\right)^2}\qquad (k\geqq 1).$$

L'équation (5) peut s'écrire

$$(7)\qquad \left[\left(\frac{U}{U_0}\right)^{(n+1)\left(1+\frac{1-\beta}{\alpha-\beta}\right)}\left(\frac{\delta}{a}\right)^{n+1}\left(\frac{r}{a}\right)^{n+1}\right]_0^{\frac{x}{a}}$$
$$=\frac{(n+1)h_n}{\alpha-\beta}\,\frac{1}{\left(\frac{U_0 a}{\nu}\right)^n}\int_0^{\frac{x}{a}}\left(\frac{r}{a}\right)^{n+1}\left(\frac{U}{U_0}\right)^{(n+1)\frac{1-\beta}{\alpha-\beta}+1}d\left(\frac{x}{a}\right).$$

Prenons l'origine loin en amont; en vertu de (6) nous avons dans cette région

$$\left(\frac{r}{a}\right)^{n+1}\left(\frac{\delta}{a}\right)^{n+1}\left(\frac{U}{U_0}\right)^{(n+1)\left(1+\frac{1-\beta}{\alpha-\beta}\right)}<\left(\frac{\delta}{a}\right)^{n+1}\frac{1}{k^{3(n+1)}}\,\frac{1}{\left(\frac{r}{a}\right)^{5(n+1)}},$$
$$\left(\frac{r}{a}\right)^{n+1}\left(\frac{U}{U_0}\right)^{(n+1)\frac{1-\beta}{\alpha-\beta}+1}<\frac{1}{k^{2n+3}}\,\frac{1}{\left(\frac{r}{a}\right)^{3n+5}},$$

alors qu'au voisinage de la gorge, U/U_0 et r/a étant de l'ordre de 1, nous avons

$$\left(\frac{r}{a}\right)^{n+1}\left(\frac{\delta}{a}\right)^{n+1}\left(\frac{U}{U_0}\right)^{(n+1)\left(1+\frac{1-\beta}{\alpha-\beta}\right)}\simeq\left(\frac{\delta}{a}\right)^{n+1},$$
$$\left(\frac{r}{a}\right)^{n+1}\left(\frac{U}{U_0}\right)^{(n+1)\frac{1-\beta}{\alpha-\beta}+1}\simeq 1.$$

Ces inégalités montrent que si l'origine se trouve dans une région telle que r/a est quelque peu supérieur à 1, l'équation (7) donne, avec une bonne approximation au voisinage de la gorge :

$$(8)\qquad \left[\left(\frac{U}{U_0}\right)^{(n+1)\left(1+\frac{1-\beta}{\alpha-\beta}\right)}\left(\frac{\delta}{a}\right)^{n+1}\left(\frac{r}{a}\right)^{n+1}\right]_{\frac{x}{a}}$$
$$=\frac{(n+1)h_n}{\alpha-\beta}\,\frac{1}{\left(\frac{U_0 a}{\nu}\right)^n}\int_0^{\frac{x}{a}}\left(\frac{r}{a}\right)^{n+1}\left(\frac{U}{U_0}\right)^{(n+1)\frac{1-\beta}{\alpha-\beta}+1}d\left(\frac{x}{a}\right).$$

On en conclut que l'influence des parois du convergent situées dans la région où l'écoulement se rapproche de l'écoulement autour d'un puits sphérique est pratiquement nulle sur l'épaisseur de la couche limite dans la gorge. Ce résultat est valable aussi bien pour une couche limite laminaire que pour une couche limite turbulente. Il s'étend également au cas où la distribution des vitesses dans la couche limite varie avec x, et même s'il y a un léger décollement loin à l'amont.

RELATIVITÉ. — *Sur les transformations de Lorentz internes et externes et le vent d'éther.* Note de M. **Antonio Gião**, présentée par M. Louis de Broglie.

Toute grandeur électromagnétique φ (champs ou potentiels) de rayonnement satisfait, d'après notre théorie unitaire (1), à des équations de propagation du second ordre de la forme

$$\Box_{\omega}\varphi \equiv \frac{1}{\sqrt{\omega}}\frac{\partial}{\partial x^i}\left(\sqrt{\omega}\,\omega^{ik}\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}\right) = f(x^i), \tag{1}$$

où ω^{ik} est le tenseur contravariant associé au tenseur ω_{ik} de la forme métrique *externe* $d\Omega^2 = \omega_{ik}\,dx^i\,dx^k$ de l'espace-temps, c'est-à-dire $\omega^{ik}\omega_{kl} = \delta^i_l$. Les rayons lumineux, bicaractéristiques de (1), ne sont donc des géodésiques de longueur nulle de la métrique *interne* que dans le cas particulier important où l'espace-temps satisfait à la condition $\omega_{ik} = \chi g_{ik}$, ce qui exige que la courbure moyenne χ soit constante (2). Dans le cas général il faut écrire $\omega_{ik} = \chi g_{ik} + \varpi_{ik}$ et en prenant des coordonnées géodésiques locales orthogonales ρ^i et q^i réduisant respectivement le ds^2 et le $d\Omega^2$ à $ds^2 = \Sigma(d\rho^i)^2$ et $d\Omega^2 = \Sigma(dq^i)^2$, on voit que le groupe d'invariance des équations (1) est le groupe des rotations $q^i \rightarrow \bar{q}^i$ (nous les appellerons *transformations externes de Lorentz*), tandis que le groupe d'invariance du dalembertien $\Box$ attaché à la métrique interne est le groupe des rotations $\rho^i \rightarrow \bar{\rho}^i$ (transformations classiques ou internes de Lorentz).

Or, les phénomènes matériels et gravifiques proprement dits sont décrits par les g_{ik} ou par des fonctions des g_{ik}, tandis que les phénomènes électromagnétiques sont décrits par les ω_{ik} ou par des fonctions des ω_{ik}. Dans ces conditions, *les transformations de Lorentz externes doivent jouer dans tout l'électromagnétisme le même rôle fondamental que les transformations de Lorentz internes classiques en dynamique.* Ces dernières régissent rigoureusement les rapports spatio-temporels dans les phénomènes purement dynamiques (par exemple la variation de la masse avec la vitesse), mais ne peuvent décrire rigoureusement les rapports spatio-temporels dans un phénomène électroma-

(1) *Portugaliæ Physica*, **2**, I, 1946, p. 1-98; *Portugaliæ Mathematica*, **5**, III, 1946, p. 145-192; *ibid.*, **6**, II, 1947, p. 67-114.

(2) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1212.

gnétique (optique par exemple) que dans le cas particulier où l'on a $\omega_{ik} = \chi g_{ik}$. Il faut donc appliquer les transformations externes dans le cas électromagnétique général.

On peut écrire

$$dq = \sqrt{(\chi \delta_{ik} + \varpi_{ik})\, d\rho^i\, d\rho^k}, \tag{2}$$

d'où l'on déduit pour deux petits vecteurs tangents $\vec{q}$ et $\vec{\rho}$:

$$\vec{q} = \sqrt{\chi}\vec{\rho} + \frac{1}{2\sqrt{\chi}}\left(\varpi_{ik}\frac{d\rho^i}{ds}\frac{d\rho^k}{ds}\right)\vec{\rho} + \ldots. \tag{3}$$

Soit ${}^{(e)}L^i_k$ l'opérateur qui correspond aux transformations de Lorentz externes. Par suite de (3) la transformation $\bar{q}^i = {}^{(e)}L^i_k q^k$ donne pour les ρ^i la transformation $\bar{\rho}^i = {}^{(e)}L^i_k \rho^k$. Pour une transformation de Lorentz externe *simple* on a donc

$$\bar{\rho}^1 = \frac{\rho^1 - V_\omega \rho^4}{\sqrt{1 - |V_\omega|^2}}, \qquad \bar{\rho}^2 = \rho^2, \qquad \bar{\rho}^3 = \rho^3, \qquad \bar{\rho}^4 = \frac{\rho^4 + V_\omega \rho^1}{\sqrt{1 - |V_\omega|^2}}, \tag{4}$$

$V_\omega \equiv dq^1/d\Omega$ étant la vitesse de translation du référentiel $R(\bar{q})$ par rapport au référentiel $R(q)$. En remarquant que d'après (2) on peut écrire

$$V_\omega^2 = V^2\left(1 + \frac{\varpi_{11} - \varpi_{44}}{\chi}\right) + \ldots,$$

où $V \equiv d\rho^1/ds$ désigne la vitesse de translation de $R(\bar{\rho})$ par rapport à $R(\rho)$, les axes locaux q^1 et ρ^1 étant supposés tangents, les relations (4) deviennent

$$(5)\quad \left\{\begin{aligned} \bar{\rho}^1 &= \frac{1}{\sqrt{1 - |V|^2}}\left(1 + \frac{|V|^2}{1 - |V|^2}\,\frac{\varpi_{11} - \varpi_{44}}{2\chi} + \ldots\right) \\ &\quad \times \left[\rho^1 - V\rho^4\left(1 + \frac{\varpi_{11} - \varpi_{44}}{2\chi} + \ldots\right)\right], \qquad \bar{\rho}^2 = \rho^2; \\ \bar{\rho}^4 &= \frac{1}{\sqrt{1 - |V|^2}}\left(1 + \frac{|V|^2}{1 - |V|^2}\,\frac{\varpi_{11} - \varpi_{44}}{2\chi} + \ldots\right) \\ &\quad \times \left[\rho^4 + V\rho^1\left(1 + \frac{\varpi_{11} - \varpi_{44}}{2\chi} + \ldots\right)\right], \qquad \bar{\rho}^3 = \rho^3. \end{aligned}\right.$$

Les coefficients ϖ_{44} et ϖ_{11} sont des composantes des potentiels électromoteurs [1], et l'on voit que les (5) se réduisent à une transformation de Lorentz interne simple si $\varpi_{11} - \varpi_{44} = 0$ et *a fortiori* si les rayons lumineux sont des géodésiques de longueur nulle du ds^2. Le point important de (5) est que *les termes en $\varpi_{11} - \varpi_{44}$ conduisent à une anisotropie de la vitesse de la lumière dans le vide par rapport à des référentiels classiques* $R(\rho)$ *dans un champ électrique*. En conséquence, un interféromètre de Michelson opérant dans un champ électrique suffisamment intense doit donner un déplacement des franges correspondant à un vent d'éther. En effet, en tenant compte de la loi (5) appliquée à la transformation d'une longueur, la théorie de l'expérience de

Michelson donne facilement la valeur suivante de la vitesse v de ce vent d'éther

$$(6)\qquad \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{2|V|^2}{\sqrt{1-|V|^2}}\left[\frac{\varpi_{11}-\varpi_{44}}{2\chi(1-|V|^2)+(\varpi_{11}-\varpi_{44})|V|^2}\right].$$

On voit que v [rigoureusement nulle dans un référentiel $R(q)$] ne s'annule que si la différence des composantes ϖ_{11} et ϖ_{44} du potentiel électrique est nulle. Ce résultat explique peut-être le petit vent d'éther (variable avec le lieu et l'époque) observé par quelques physiciens (Miller, Piccard et Stahel, etc.).

ACOUSTIQUE. — *Audibilité de sons de fréquence élevée.*

Note (*) de M. **Vladimir Gavreau**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons constaté que des sons de fréquences très élevées : 17 500, 20 000, 23 000 et 26 000 p/s, étaient parfaitement audibles à condition d'avoir une intensité suffisante. Nous avons, en outre, constaté que l'accroissement de l'intensité d'un tel son provoquait un ou plusieurs changements brusques de sa hauteur apparente : chaque fois, le son paraissait baisser brusquement d'une octave environ.

Il est probable que cette variation apparente de la hauteur du son s'explique par l'excitation d'autres fibres du nerf auditif, correspondant à des résonateurs vibrant non plus suivant leur mode fondamental, mais suivant un mode harmonique, ce qui provoque cependant une réponse du nerf auditif identique à celle que donne habituellement ce résonateur vibrant à sa fréquence fondamentale.

Des sons de fréquences indiquées ci-dessus et correspondant à une puissance acoustique totale de 5 W environ, sont pénibles, mais supportables. On peut les affaiblir de 18 à 40 décibels sans qu'ils cessent d'être audibles.

Nous avons utilisé comme émetteurs des cylindres en duralumin suspendus en leur centre de gravité (ou le long de leur section médiane, dans le cas du son de 17 500 p/s) et vibrant longitudinalement en demi-longueur d'onde. Un anneau, taillé dans la même masse que le cylindre, se trouvant sur la base inférieure de celui-ci, était placé dans l'entrefer annulaire d'un électro-aimant de type utilisé dans les haut-parleurs électro-dynamiques. Le courant de commande était induit dans cet anneau à l'aide d'une bobine auxiliaire fixée sur le pôle central de l'électro-aimant. Les courants de fréquence 17 500, 20 000, 23 000 et 26 000 p/s étaient fournis par une hétérodyne basse fréquence et amplifiés avant d'être envoyés dans l'émetteur à cylindre.

La forme d'onde et la fréquence du son émis étaient contrôlées à l'aide d'un microphone électrodynamique *Mélodium* suspendu au-dessus du cylindre et commandant la déviation verticale d'un oscillographe cathodique. Une inter-

(*) Séance du 14 juin 1948.

position d'une plaquette de feutre entre le cylindre et le microphone supprime complètement la déviation du spot cathodique : c'est donc bien un son qui est capté par le microphone et non pas un champ parasite électrique ou magnétique.

En utilisant pour le balayage horizontal de l'oscillographe la tension prélevée à la sortie de l'hétérodyne basse fréquence (c'est-à-dire à l'entrée de l'amplificateur commandant le cylindre), on obtenait, suivant la position du microphone, une droite, une ellipse ou un cercle : ceci prouve que la tension provenant du microphone est purement sinusoïdale, sans harmoniques.

La fréquence a été contrôlée en utilisant une deuxième hétérodyne basse fréquence étalonnée, fournissant un courant de fréquence moitié (c'est-à-dire respectivement de 8750, de 10000, de 11500 et de 13000 p/s) : la courbe de Lissajous avait bien la forme caractéristique, à deux boucles.

Nous avons comparé les sons émis par les cylindres vibrants à des sons de fréquence moitié émis par un haut-parleur spécial (*tweeter*) actionné par une autre hétérodyne basse fréquence. Nous avons constaté que les sons émis par les cylindres étaient nettement plus aigus que les sons émis par ce haut-parleur, tant que l'intensité du son émis par le cylindre n'était pas excessive. Ceci montre que les sons entendus dans ces conditions sont bien des sons de 17500, de 20000, de 23000 et de 26000 p/s et non pas leurs *sous-harmoniques*. Ces essais ont été faits sur 6 personnes, de sexe masculin et d'âges compris entre 19 et 43 ans.

PHYSIQUE DES SURFACES. — *Mesure directe de la « tension d'adhésion » solide-liquide*. Note (*) de M. **Jean Guastalla** et Mme **Lina Guastalla**, transmise par M. Jacques Duclaux.

Si l'on dépose sur une surface solide horizontale une goutte d'un liquide imparfaitement mouillant, la relation qui régit l'équilibre du bord de la goutte peut s'écrire

$$\Gamma = A \cos\theta, \tag{I}$$

A étant la tension superficielle du liquide, et θ l'angle de raccordement; la grandeur Γ, appelée « tension d'adhésion » [1], peut se définir comme suit : si la surface de contact entre le solide et le liquide augmente de dS, la variation d'énergie libre correspondante est $dW = -\Gamma\, dS$.

La tension d'adhésion se détermine généralement à partir de l'angle de raccordement.

Nous avons tenté de la mesurer directement par une méthode tensiométrique.

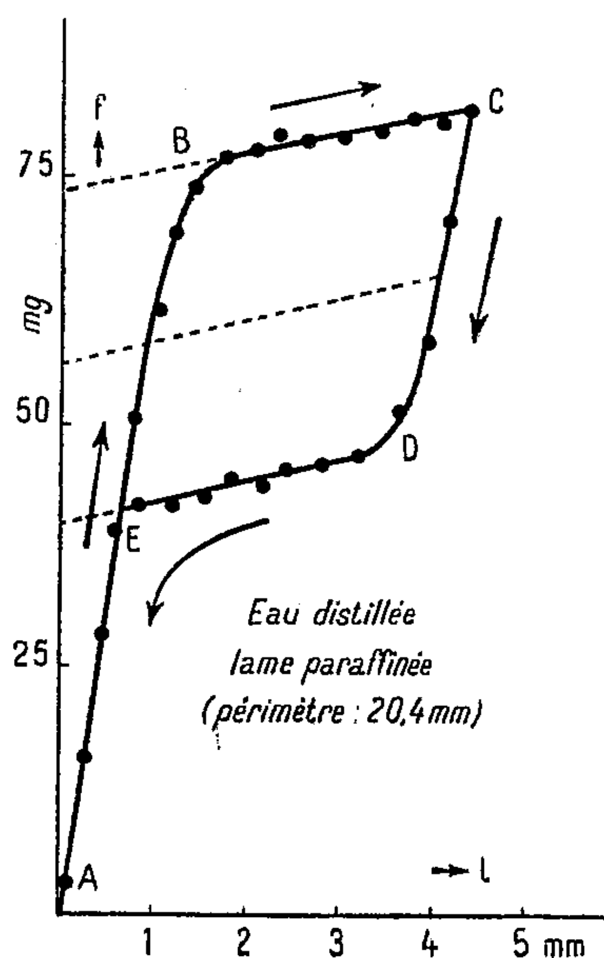
(*) Séance du 7 juin 1948.

(1) La tension d'adhésion peut se définir comme la différence entre la tension solide-air et la tension solide-liquide, mais ces dernières grandeurs ne sont pas directement accessibles.

Plongeons verticalement dans l'eau pure une lame paraffinée rectangulaire. La lame commence par creuser la surface liquide sans la traverser. Elle est alors soumise à une force verticale égale à $pA\cos\alpha$, p étant le périmètre de la lame, et α l'angle (variable) du plan vertical de la lame, prolongé vers le bas, avec le plan tangent à la surface liquide passant par la ligne de contact (dans le cas présent, $\alpha \geqq 90°$, la lame est soumise à une force dirigée vers le haut). A un moment donné, cet angle α atteint une valeur limite θ, après quoi la lame pénètre dans l'eau. A partir de ce moment, une plongée dl, représentant une augmentation $dS = p.dl$ de la surface de contact solide-liquide, nécessite un travail $dW = -p.\Gamma.dl$. Il en résulte que la force à laquelle la lame est soumise (force théoriquement constante si l'on néglige la poussée d'Archimède) est égale à $dW/dl = -p.\Gamma$.

Les mesures ont été faites à l'aide d'un tensiomètre à fil de torsion muni d'une lame métallique paraffinée, plongée dans de l'eau distillée superficiellement nettoyée. La force verticale a été mesurée en fonction de la profondeur du bord inférieur de la lame par rapport au plan horizontal de la surface liquide, au cours d'une plongée suivie d'une émersion.

La courbe qui représente le phénomène commence par monter rapidement



(AB, déformation de la surface liquide); puis, après la percée de la surface, elle prend la forme d'une droite légèrement inclinée sur l'horizontale (BC). L'inclinaison est due à la poussée d'Archimède; l'extrapolation de cette partie de la courbe vers l'axe vertical permet d'effectuer la correction relative à cette poussée. Au cours de l'émersion de la lame, la courbe commence par redescendre rapidement (CD, déformation du ménisque sans glissement liquide-solide); puis elle prend la forme d'une droite légèrement inclinée sur l'hori-

zontale (DE, parallèle à BC; le décalage est lié à la différence des angles de raccordement *aller* et *retour*). Enfin la dernière portion de courbe (EA) se superpose avec le début de la courbe montante. Le tracé complet met en évidence un cycle d'hystérésis (*fig.* 1).

L'hystérésis de l'angle de raccordement a été diversement interprétée par divers auteurs. Il nous paraît raisonnable d'attribuer la plus grande part de ce phénomène à des aspérités de la surface solide (phénomènes irréversibles à l'échelle microscopique, analogues à des frottements, dissipant du travail en chaleur) : nous n'avons pas pu supprimer complètement cette hystérésis, mais nous avons pu l'augmenter considérablement en striant la surface paraffinée, la valeur *moyenne* des forces correspondant aux trajets aller et retour restant inchangée. Il semble donc que la valeur moyenne de cette force convienne au calcul de Γ. Pour le système paraffine solide-eau pure (²), la valeur de Γ ainsi déterminée est voisine de — 27 dynes/cm.

La tension d'adhésion est augmentée si la surface de l'eau est tapissée d'un film insoluble : ainsi Γ devient positif (+ 11 dynes/cm) si l'on plonge la lame paraffinée à travers un film d'acide oléique à saturation. Elle est également augmentée si l'eau contient en solution un produit mouillant.

Cette méthode doit permettre de caractériser et de mesurer les pouvoirs mouillants.

PYROTECHNIE. — *Sur la perte de pression due au refroidissement par les parois dans les tirs à la bombe.* Note (*) de MM. **Henri Muraour** et **Gabriel Aunis**, présentée par M. Albert Michel-Lévy.

La pression enregistrée lors du tir d'un explosif ou d'une poudre colloïdale dans une bombe (par exemple dans une bombe du type Vieille) n'est pas la pression absolue que serait susceptible de développer l'explosif brûlant dans une enceinte imperméable à la chaleur, mais une pression plus faible, les gaz cédant de la chaleur aux parois pendant la durée de la combustion de l'explosif.

Pour comparer les pressions expérimentales aux pressions calculées, il est nécessaire de corriger les pressions enregistrées de la perte de pression due au refroidissement par les parois. Dès 1923, nous avons montré que cette correction de refroidissement pouvait être déterminée en exécutant une série de tirs à densité de chargement constante dans une bombe dont on faisait varier le rapport (surface de refroidissement/volume de la bombe) par introduction de lames de refroidissement.

Tout au moins pour des variations du rapport S/V qui ne sont pas trop considérables, la perte par les parois est proportionnelle à ce rapport et l'extra-

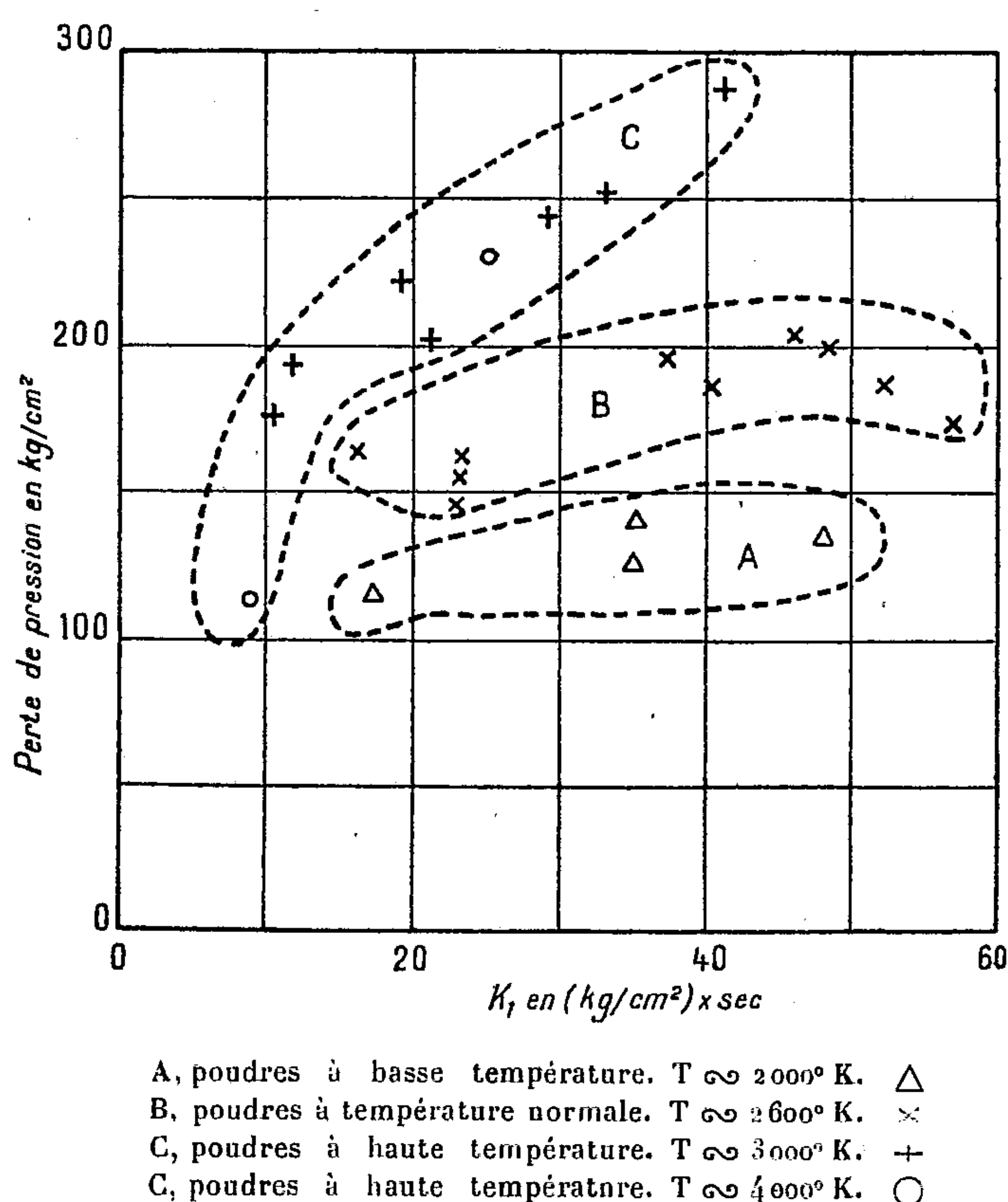
(²) Paraffine à haut point de fusion (52-54° C.).

(*) Séance du 7 juin 1948.

polation pour $S/V = 0$ permet de déterminer la pression corrigée de l'influence du refroidissement ([1]).

Depuis cette époque nous avons exécuté un très grand nombre de déterminations de pressions corrigées en opérant avec des poudres colloïdales de différentes épaisseurs, et dont les températures, d'explosion ont varié approximativement entre 2000° K. et 4000° K.

Le graphique annexé à cette Note résume les résultats obtenus; il indique la perte de pression due au refroidissement par les parois, les tirs étant exécutés avec des poudres colloïdales à une densité de chargement voisine de 0,2 (30^{g} de poudre dans une bombe en acier de 150$^{cm^3}$ du type Vieille), la pression maximum variant, suivant le type de poudre, de 2000 à 2800 kg/cm² environ.



A, poudres à basse température. T ∽ 2000° K. △
B, poudres à température normale. T ∽ 2600° K. ×
C, poudres à haute température. T ∽ 3000° K. +
C, poudres à haute température. T ∽ 4000° K. ○

Table de tarage des crushers dite piston libre (Burlot)

Rapport (surface de refroidissement/volume de la bombe) = 1,4.

Surface du piston écrasant le crusher = 1$^{cm^2}$.

On a porté en abscisse la valeur du K_1 exprimée en (kg/cm²) × sec; le K_1 est, à très peu de chose près, proportionnel à l'aire de la courbe pression-temps,

([1]) *Mémorial des Poudres*, 20, 1923, 3e fascicule, p. 325-334.

c'est-à-dire au nombre total de chocs moléculaires (entre l'allumage et le maximum de pression) contre 1^{cm^2} des parois ou de la surface de la poudre.

On a porté en ordonnée la chute de pression. On remarquera que cette chute n'est pas proportionnelle au K_1, mais est relativement plus grande pour les faibles valeurs de la durée de combustion. Nous avons depuis longtemps signalé ce fait; on doit l'attribuer, selon nous, au rôle important que doit jouer la turbulence de la masse gazeuse dans le phénomène de la perte par les parois.

On distingue sur ce graphique trois zones qui correspondent respectivement :

A, aux poudres *froides* : température d'explosion environ 2000°K. (Δ);

B, aux poudres normales : température d'explosion environ 2600°K. (×);

C, aux poudres *chaudes*. Dans cette zone figurent à la fois des poudres de température d'explosion voisine de 3000°K. (+) et deux poudres *très chaudes* de température d'explosion voisine de 4000°K. (o).

On remarquera qu'en général pour une même valeur du K_1 la perte de pression est d'autant plus grande que la température d'explosion est plus élevée. Cependant les deux poudres *très chaudes* (T = 4000° K. environ) se placent dans la même zone que les poudres dont la température d'explosion est voisine de 3000° K.

Cette anomalie n'est qu'apparente; en effet la quantité de chaleur abandonnée par les gaz est sensiblement proportionnelle, pour les poudres normales et pour les poudres *chaudes*, à la chute de température. Il en résulte que, pour une même chute absolue de pression, la quantité de chaleur abandonnée par les gaz est plus grande pour une poudre chaude. *Pour une même perte absolue de pression* les gaz d'une poudre *très chaude* (T = 4000° K. environ) abandonnent une quantité de chaleur supérieure de 18 % à celle que perd une poudre *chaude* (T = 3000° K. environ), et de 28 % à celle que perd une poudre normale (T = 2600° K. environ).

ÉLECTRONIQUE. — *Sur la détermination du courant dans un canon électronique triode.* Note (*) de MM. **Daniel Charles** et **Albert Septier**, présentée par M. Camille Gutton.

Il est important de pouvoir déterminer, pour une disposition donnée des électrodes d'un canon à électrons triode et pour des tensions choisies pour celles-ci, le courant total transporté par le faisceau, ou du moins une valeur très approchée de celui-ci. Le courant total est connu pour certaines structures : deux plans indéfinis, deux cylindres coaxiaux, deux sphères concentriques et les dispositions qui en dérivent et pour lesquelles le faisceau a des bords rectilignes ([1]).

(*) Séance du 14 juin 1948.

([1]) J. R. Pierce, *J. of App. Physics*, 7, 1940, 548-554.

La méthode proposée concerne des structures différentes, qui échappent à l'analyse mathématique complète, comme le système de révolution de la figure 1. Pour un tel système le courant total est déterminé par les opérations suivantes :

1° La solution de l'équation de Laplace $\Delta^2 V = O$, satisfaisant aux conditions aux limites O, V_W, V_A sur les électrodes est recherchée. La recherche peut se faire par le calcul ou mieux à l'aide d'une cuve électrolytique.

2° A partir de la carte de potentiel, les trajectoires électroniques sont déterminées, donc aussi la limite du faisceau (*fig.* 2).

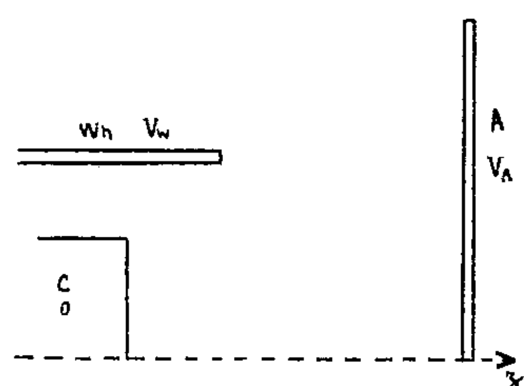


Fig. 1.

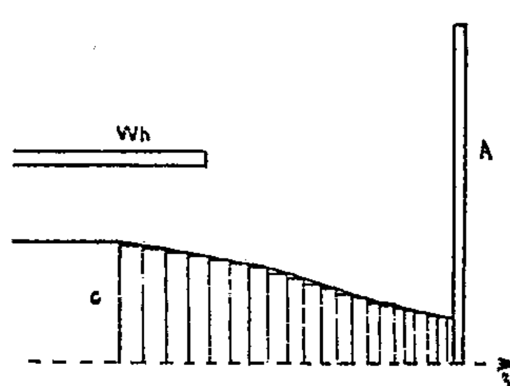


Fig. 2.

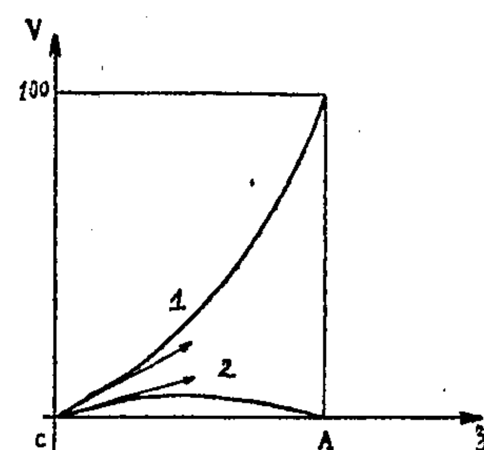


Fig. 3.

3° Le faisceau est décomposé en disques épais successifs (*fig.* 2), la charge de chacun d'eux étant calculée à partir de la densité de charge ρ donnée par

$$\rho = \frac{J}{\sqrt{\frac{2e}{m}}\sqrt{V}},$$

où J est la densité de courant, supposée constante et prise arbitrairement égale à 1, et V le potentiel moyen des points intérieurs au disque.

4° On effectue la somme des distributions de potentiel de chacun de ces disques, puis on y ajoute la distribution donnée par l'image dans la cathode et éventuellement celles des images dans les autres électrodes à potentiel fixe.

5° On trace sur un même graphique, la courbe donnant le potentiel satisfaisant à $\Delta^2 V = 0$, le long de l'axe (*fig.* 3, courbe 1), et la courbe donnant le potentiel obtenu au 4° en fonction de la distance à la cathode (*fig.* 3, courbe 2).

6° On cherche par quel facteur il faut multiplier les ordonnées de la courbe 2 de la figure 3 pour que les pentes des courbes 1 et 2 coïncident à l'origine. Ce facteur est égal à la densité du courant dont la limitation est due à la charge d'espace.

7° On répète les opérations des paragraphes 5° et 6° pour différentes sections parallèles à l'axe de révolution. On obtient ainsi un certain nombre de valeurs de la densité de courant, ce qui permet de tracer la courbe de variation de J le long d'un rayon de la cathode $J(r)$.

8° Le courant total est alors donné par l'intégrale

$$\int_0^R 2\pi r J(r)\,dr,$$

où R est le rayon de la cathode.

Les hypothèses à la base de cette détermination sont les suivantes : On suppose que la densité de courant est uniforme dans une section, pour la détermination de la distribution de potentiel des charges; mais qu'elle prend des valeurs différentes suivant l'endroit de la cathode pour lequel on cherche la densité limite. L'erreur est donc minimum, puisque les charges les plus voisines du point considéré ont la valeur correcte et que ce ne sont que les charges les plus éloignées qui sont mésestimées. D'autre part, on suppose qu'en tous les points à l'intérieur d'un disque, la vitesse des électrons est la même.

L'étude simultanée, expérimentale et théorique, d'un canon à cathode plane nous a conduits à deux valeurs du courant total ne différant que de quelques %, ce qui démontre la valeur pratique de la méthode décrite.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Étude des régimes transitoires dans les guides d'ondes et les cavités électromagnétiques.* Note (*) de MM. **Théo Kahan** et **Serge Colombo**, présentée par M. Louis de Broglie.

L'objet de la présente Note est d'indiquer une méthode de détermination des régimes transitoires dans les guides d'ondes et cavités électromagnétiques en faisant appel aux formules établies dans le cas d'un régime harmonique permanent de pulsation ω.

Les équations de Maxwell s'écrivent dans ce cas $(j=\sqrt{-1})$

$$(1)\qquad \begin{cases} \mathrm{rot}\,\vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{H}, & \mathrm{rot}\,\vec{H} = j\omega\varepsilon_0\vec{E} + \vec{i}, \\ \mathrm{div}\,\vec{H} = 0, \quad \varepsilon_0\,\mathrm{div}\,\vec{E} = \rho, & j\omega\rho = \mathrm{div}\,\vec{i}, \end{cases}$$

ou encore, en introduisant le potentiel scalaire φ et le potentiel vecteur $\vec{a}$,

$$(2)\qquad \begin{cases} \Box\vec{a} = \left(\Delta + \frac{\omega^2}{c^2}\right)\vec{a} = -\mu_0\vec{i} \\ \Box\varphi = \left(\Delta + \frac{\omega^2}{c^2}\right)\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \end{cases} \qquad (c^{-2} = \varepsilon_0\mu_0),$$

avec des conditions aux limites appropriées sur les parois du guide.

Le guide étant supposé excité par un dipôle, nous assimilerons ce dernier à une singularité spatiale définie par une *fonction de Dirac*, de sorte que la première des équations (2) s'écrira

$$(3)\qquad \Box\vec{a} = j\omega\frac{\vec{\mathfrak{M}}e^{j\omega t}}{2\pi j}\int e^{j\lambda(r-r_0)}\,d\lambda,$$

(*) Séance du 14 juin 1948.

$\vec{\mathfrak{M}}$ désignant le moment du dipôle excitateur situé au point (x_0, y_0, z_0), $r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ et l'intégrale étant prise le long d'un contour convenable dans le plan de la variable λ.

La résolution de (3) présentant une difficulté à cause de son second membre, nous effectuons sur les équations (2) une *transformation de Fourier* ($\mathcal{F}$) relativement aux coordonnées x, y, z. D'autre part le système envisagé étant linéaire, l'étude de ses régimes transitoires peut se faire à partir de la fonction du temps qui est sa réponse à l'excitation égale à la *fonction échelon-unité d'Heaviside*. Cette réponse, analogue à une admittance caractéristique, est donnée par sa transformée de *Laplace-Carson* ($\mathcal{L}$) (laquelle s'obtient facilement à partir de l'expression donnant les variations en régime harmonique).

Désignons par $\vec{r}$ le vecteur de composantes $x - x_0$, $y - y_0$, $z - z_0$; par $\vec{q}$ un vecteur de composantes ξ, η, ζ, et soient

$$\left.\begin{aligned} \vec{i}(\vec{r}) &= \int_\tau \vec{\mathrm{I}}(\vec{q})\, e^{j\vec{q}.\vec{r}}\, d\tau = \mathcal{F}^{-1}\{\vec{\mathrm{I}}(\vec{q})\} \\ \vec{a}(\vec{r}) &= \int_\tau \vec{\mathrm{A}}(\vec{q})\, e^{j\vec{q}.\vec{r}}\, d\tau = \mathcal{F}^{-1}\{\vec{\mathrm{A}}(\vec{q})\} \\ \varphi(\vec{r}) &= \int_\tau \Phi(\vec{q})\, e^{j\vec{q}.\vec{r}}\, d\tau = \mathcal{F}^{-1}\{\Phi(\vec{q})\} \end{aligned}\right\} \qquad (d\tau = d\xi\, d\eta\, d\zeta).$$

Comme

$$\mathcal{F}\{\Delta\vec{a}\} = -q^2\vec{\mathrm{A}}, \qquad \mathcal{F}\{\operatorname{div}\vec{i}\} = j(\vec{q}.\vec{\mathrm{I}}),$$

il résulte alors de (2)

$$\left(-q^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\right)\vec{\mathrm{A}} = -\mu_0\vec{\mathrm{I}}, \qquad \left(-q^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\right)\Phi = -\vec{q}.\vec{\mathrm{I}},$$

d'où, dans le cas du régime harmonique permanent,

$$e^{j\omega t}\mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{\mu_0\vec{\mathrm{I}}(\vec{q})}{\dfrac{\omega^2}{c^2} - q^2}\right\} = \vec{a}(\vec{r}, \omega),$$

$$e^{j\omega t}\mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{1}{\omega\varepsilon_0}\,\frac{\vec{q}.\vec{\mathrm{I}}(\vec{q})}{\dfrac{\omega^2}{c^2} - q^2}\right\} = \varphi(\vec{r}, \omega).$$

Pour avoir le régime transitoire envisagé, on partira donc des deux conditions suivantes qui déterminent l'analogue de l'admittance caractéristique du guide ou de la cavité

$$\mathcal{L}\{\vec{a}\} = e^{-j\omega t}\vec{a}(\vec{r}, -jp), \qquad \mathcal{L}\{\varphi\} = e^{-j\omega t}\varphi(\vec{r}, -jp).$$

La transformation $\mathcal{L}^{-1}$ fournira la solution du problème.

Nous nous proposons d'expliciter ultérieurement l'application de cette méthode à la propagation d'impulsions brèves.

SPECTROSCOPIE. — *Détermination de la courbe d'énergie potentielle de l'état excité de la molécule de* ClH *gazeux. Comparaison des coefficients d'absorption calculés avec les coefficients expérimentaux.* Note (*) de MM. **Jacques Romand** et **Boris Vodar**, présentée par M. Jean Cabannes.

Dans un travail antérieur (1) l'un d'entre nous avait donné une interprétation théorique du spectre d'absorption ultraviolet de la molécule ClH. L'objet de la présente Note est de reprendre les calculs numériques à la lumière des résultats expérimentaux nouveaux (2) qui précisent la position du maximum d'absorption. Résumons le principe de notre interprétation.

La formule de base classique

$$(a) \qquad \varepsilon_m = \frac{8\pi^3\nu}{3h} |D_{\alpha'' \succ \alpha'}|^2$$

donne le coefficient d'absorption moléculaire ε_m en fonction de la matrice de passage $D_{\alpha'' \succ \alpha'}$. Si l'on néglige la variation du terme électronique $D_{n'' \succ n'}$ de cette dernière, ainsi que les fonctions d'onde de l'état excité, on a

$$(b) \qquad |D_{\alpha'' \succ \alpha'}| = \text{const.} \times \psi''^2,$$

d'où, d'après (a) $\varepsilon/\nu = \text{const.} \times \psi''^2$, relation qui résume la *méthode de la réflexion*. En calculant ψ'' à partir de l'équation de Kratzer pour la courbe d'énergie potentielle de l'état de base, et en admettant que la courbe V' de l'état excité est purement répulsive et de la forme $V' = q + p/\rho^2$ ($\rho = r - r_0$, r distance des noyaux, r_0 étant connu), le calcul donne pour l'équation de la courbe d'absorption

$$\log\frac{\varepsilon}{\nu} = K - m\log(\nu + \omega_0 - q) - \frac{2Mlp^{\frac{1}{2}}}{(\nu + \omega_0 - q)^{\frac{1}{2}}},$$

K, p, q étant des constantes arbitraires à déterminer; M, ω_0, l et m étant connues. Nous avons, d'autre part, effectué le calcul d'intégration complet, tenant compte des fonctions d'onde de l'état excité, en suivant la marche indiquée par Gibson, Rice et Bayliss (3). Toujours en supposant $D_{n'' \succ n'}$ constant le résultat est

$$\frac{1}{2}\log\frac{\varepsilon}{\nu} = C + \frac{\omega}{2}\log x - 116{,}5\log(1 + x) + \log F,$$

(*) Séance du 14 juin 1948.

(1) B. Vodar, *Thèse*, Paris, 1944.

(2) J. Romand et B. Vodar, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 238-240.

(3) *Physical Review*, **44**, 1933, p. 193-200.

F étant la fonction hypergéométrique

$$F\left(\frac{\omega-\mu+1}{2}, \frac{\omega-\mu+2}{2}; \omega+1; -x\right), \qquad \text{avec} \quad x=\frac{K'^2}{l^2}(\nu+\omega_0-q), \qquad \omega^2=\frac{1}{4}+K'^2 p.$$

K′, μ, l, ω_0 sont connus, p, q, C sont à déterminer. Nous avons donc dans les deux cas trois constantes à déterminer.

Dans le cas de la méthode de la réflexion, nous avons fait coïncider la courbe expérimentale et la courbe théorique pour le maximum ($\nu = 65\,000\ \text{cm}^{-1}$), et pour le point correspondant à $\nu = 50\,250\ \text{cm}^{-1}$. Nous avons pu résoudre les équations (l'une d'elles par approximations) et obtenir ainsi p, q et K.

Dans le cas de la méthode d'intégration, nous avons fait des essais successifs pour obtenir la valeur de ω donnant des résultats qui se rapprochent le mieux des résultats expérimentaux, ω étant connu, la forme de la courbe est déterminée et il est facile de trouver la valeur de la constante q.

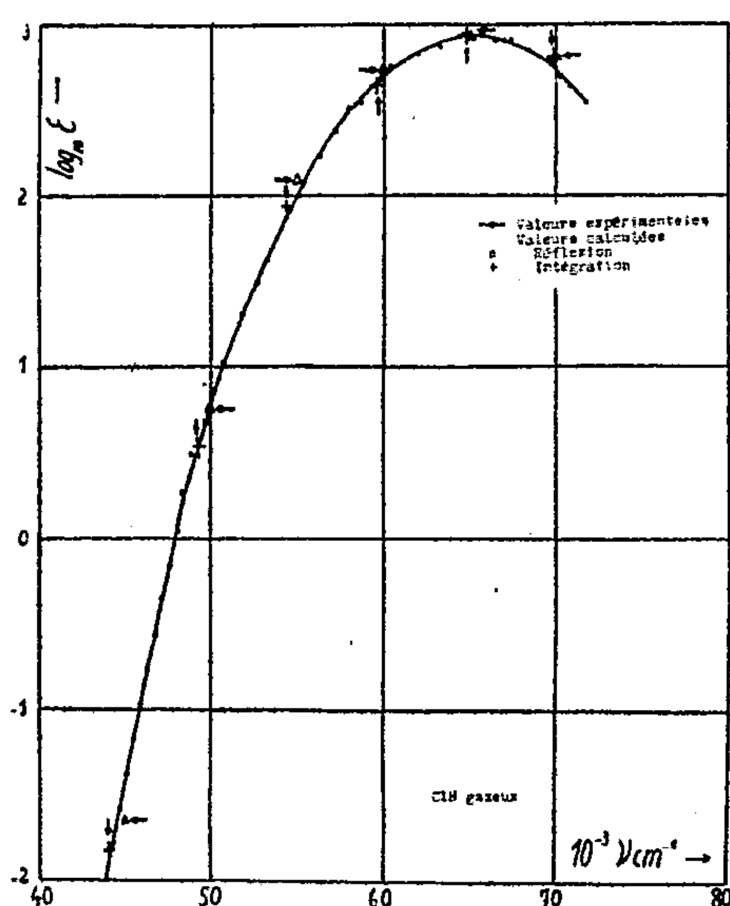


Fig. 1.

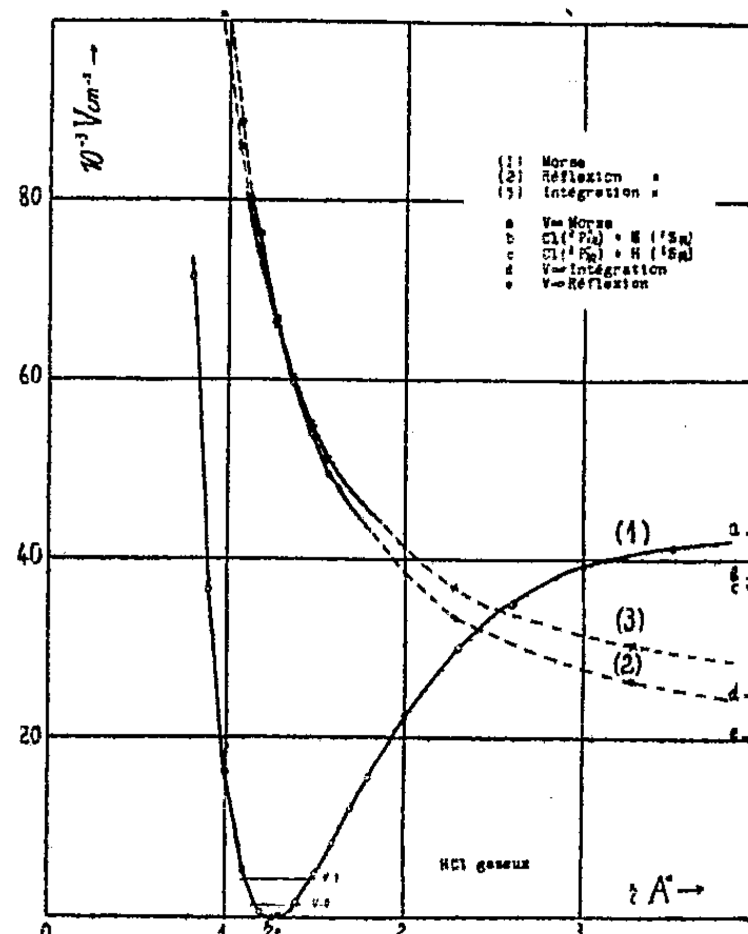


Fig. 2.

La figure 1 représente log ε en fonction de ν, ε étant le coefficient d'extinction moléculaire. On a tracé la courbe expérimentale et marqué par des Δ les points obtenus par la méthode de la réflexion et par des + ceux obtenus par intégration complète. Les différences en % sur ε sont les suivantes

$\nu\ \text{cm}^{-1}$.	45000.	50000.	55000.	60000.	65000.	70000.
Réflexion	−80	− 3	+24	+15	0	+30
Intégration	+ 5	−15	+15	+13	0	+24

Comme on pouvait s'y attendre les résultats fournis par le calcul complet sont meilleurs et l'on doit considérer comme satisfaisant que les différences ne dépassent pas 25 % dans un intervalle où ε varie dans le rapport de 1 à 100 000

environ. En ce qui concerne la branche de droite de la courbe (ν élevés), la précision de nos mesures expérimentales est moindre et il faut compter pour les dernières mesures sur une erreur expérimentale de 10 % environ. La figure 2 représente en (1) la courbe d'énergie potentielle de l'état de base et en (2) et (3) les courbes de l'état excité obtenues par la méthode de la réflexion et par intégration complète. On voit que dans la région qui nous intéresse (trait fort) ces courbes sont peu différentes.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur la création e.* Note (*) de M. **Maurice Jean**, présentée par M. Louis de Broglie.

L'étude théorique de la possibilité, pour l'électron de désintégration β^-, de rester lié au noyau qui le crée a déjà été abordée dans le cas particulier de la création K ([1]). Nous voulons dans cette Note étendre cette étude à des cas plus généraux.

1. *Expression générale de la probabilité de création e.* — Les particules légères sont décrites par des fonctions de Dirac, sphériques pour l'électron et planes pour le neutrino. La probabilité de création e par unité de temps s'écrit ([2]), pour des *transitions permises*

$$\text{(I)}\qquad P_{\text{crée}}=\left(\frac{G^2}{2\pi^3}\right)|M_0|^2\sum_n\frac{\pi}{4}\{N_{nI}g_{nI}^2(R)+N_{nII}f_{nII}^2(R)\}(W_0-W_n)^2,$$

où G est la constante de Fermi; M_0 l'élément de matrice nucléaire; N_{nI} et N_{nII} les nombres (≤ 2) de cases inoccupées des états de l'atome initial caractérisés respectivement par les nombres quantiques $[n, j=(1/2), l=0]$ et $[n, j=(1/2), l=1]$; g et f sont les parties radiales des fonctions d'ondes électroniques de l'atome final évaluées pour R = rayon nucléaire; W_0 est l'énergie de transition et W_n l'énergie de l'électron.

2. *Noyaux dépouillés de leur cortège.* — La création K est alors possible. Les caractéristiques essentielles en ont déjà été données ([1]). Nous préciserons le point suivant. Le calcul des périodes $\theta_k=(0,693/P_k)$ fait intervenir M_0 qu'il est difficile d'évaluer théoriquement. On peut en estimer une limite supérieure empiriquement, en confrontant les résultats expérimentaux et la théorie de l'émission β^- ([3]). Les plus courtes périodes que l'on puisse attendre, lorsque l'énergie de transition est juste égale à la masse au repos de l'électron ($W_0=1$), seraient alors de l'ordre de

Z...	1.	10.	20.	30.	40.	50.	60.	70.	80.	90.
θ_K...	$3,5.10^{10}$ a	$4,5.10^3$ a	62 a	5,1 a	11 m	2,6 m	27 j	10 j	5 j	2,6 j

([1]) R. Daudel, M. Jean et M. Lecoin, *Journal de Physique*, 8, 1947, p. 238.

([2]) On a pris $\hbar=m=c=1$. Unité d'énergie $mc^2=0,5$ MeV.

([3]) E.-J. Konopinski, *Rev. of Mod. Phy.*, 15, 1943, p. 222.

Pour des noyaux nus (dans les étoiles par exemple), la création K pourrait donc être non négligeable.

3. *Atomes pourvus de leur cortège.* — Il est d'usage de décrire les électrons planétaires par des fonctions hydrogénoïdes affectées d'un Z effectif. Cependant la comparaison, au voisinage du noyau, de ces fonctions et de celle de Hartree, qui sont certainement une meilleure approximation, révèle un grave désaccord pour les couches lointaines des atomes lourds. Dans le cas qui nous occupe la création ne peut précisément se faire que sur les couches externes des atomes. Un obstacle se présente pourtant à l'utilisation systématique des fonctions de Hartree : elles ne sont pas relativistes. Aussi nous les affecterons d'un facteur de correction déduit de la comparaison des fonctions hydrogénoïdes de Dirac et de Schrödinger. De plus nous nous restreindrons au cas le plus favorable, celui où la création est possible dans un état s de la première couche incomplète. On a alors

$$(II)\qquad P_{\text{créé}} \approx \frac{G^2}{2\pi^3}|M_0|^2\frac{\pi}{4}NR^2(0)\chi(Z)(W_0-W_n)^2,$$

où R(O) est la valeur pour $r=0$ de la partie radiale de la fonction de Hartree correspondante; $N=1$ ou 2, le nombre de cases inoccupées dans l'état s considéré; $\chi(Z)$ est le facteur de correction relativiste. On a ainsi calculé quelques transitions fictives aboutissant à des éléments pour lesquels on dispose des fonctions de Hartree.

a. Comparaison des probabilités de création e et d'émission β^-. — Le tableau ci-dessous donne le rapport σ = probabilité de création/probabilité d'émission, en fonction de différentes énergies de transition.

W_0.	Li → Be.	Ne → Na.	Ar → K.	K → Ca.	Cu → Zn.	Au → Hg.
1,001	$3,5.10^{-2}$	$2,7.10^{-2}$	$1,3.10^{-2}$	$1,5.10^{-2}$	$3,3.10^{-2}$	$9,3.10^{-3}$
1,01	$1,9.10^{-3}$	$2\ .10^{-3}$	$1,3.10^{-3}$	$1,5.10^{-3}$	$3,6.10^{-3}$	$1,5.10^{-3}$
1,1	$1\ .10^{-4}$	$1,6.10^{-4}$	$1,3.10^{-4}$	$1,5.10^{-4}$	$3,3.10^{-4}$	$2\ .10^{-4}$

Il est clair que, sauf pour de très petites énergies maxima du spectre β^-, l'émission est toujours prépondérante dans un atome normal. Parmi les radioéléments connus, le cas le plus favorable semble être celui de H^3. On a, pour $W_0=1,022$ ([4]), $\sigma \approx 10^{-2}$.

b. Création e seule. — Comme en 2, on a calculé les périodes minima correspondant à $W_0=1$.

	Li → Be.	Ne → Na.	Ar → K.	K → Ca.	Cu → Zn.	Au → Hg.
θ.......	$5,4.10^{10}a$	$1,6.10^{11}a$	$2,7.10^{11}a$	$1,3.10^{11}a$	$2,4.10^{10}a$	$3.10^{11}a$

Il semble ainsi difficile d'expliquer par la création seule les radioactivités β^- actuellement connues dans lesquelles on n'observe pas de spectre continu β ([5])

([4]) R.-J. Watts et D. Williams, *Physical Review*, 70, 1946, p. 640.

([5]) M. Lecoin et M. Perey, *Cahiers de Physique*, 20, 1944, p. 58.

et qui sont à l'origine de ces considérations. On peut cependant penser, à la lumière des résultats précédents, qu'une ionisation profonde de certains éléments pourrait révéler des désintégrations β^- restées jusqu'ici inaperçues.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur la production des mésons réels dans les événements cosmiques observés au moyen d'une émulsion sensible.* Note (*) de MM. **Pierre Cüer**, **Max Morand** et **Hassan Moucharafyeh**, présentée par M. Jean Cabannes.

Dans une autre Note, nous avons examiné diverses conditions de formation des mésons réels expliquant, d'une part, les premiers résultats de Berkeley, d'autre part, la présence de traces isolées de mésons dans les émulsions sensibles exposées au rayonnement cosmique. Nous essayons ici d'expliquer quelques phénomènes nucléaires, associés aux mésons, que nous avons observés et qui semblent, jusqu'à maintenant, plutôt en faveur de notre mécanisme d'excitation globale du noyau, avec émission retardée. L'étude des grandes étoiles ($E > 200$ MeV) peut apporter des renseignements intéressants, puisqu'elles incitent à supposer qu'en un choc une énergie d'excitation très supérieure à l'ordre de grandeur de la profondeur du puits de potentiel (antérieurement considérée au sujet de l'interaction par mésons virtuels, avec effet de transparence) est transmise du nucléon incident au noyau par l'intermédiaire d'un ou de plusieurs nucléons. En respectant le formalisme des diverses théories de création des mésons, nous avons déjà signalé que ces étoiles très énergétiques pouvaient résulter de l'excitation apportée par l'absorption d'un ou de plusieurs mésons nucléaires dans le noyau où ils auraient été produits ou dans un voisinage de l'ordre de 1^{μ}.

La production multiple de mésons réels peut avoir lieu soit dans un processus élémentaire (principalement à grande énergie, dans l'hypothèse d'un couplage pseudo-scalaire, par exemple), soit par réitération d'un processus unique (obtenu par couplage scalaire nucléon-nucléon) dans un noyau suffisamment lourd. Chaque nucléon d'énergie supérieure au seuil de formation des mésons réels devrait en principe agir sur chaque noyau rencontré, en raison de la grandeur de la section de capture. La probabilité pour que l'énergie laissée en excitation dans le noyau soit inférieure à 150 MeV devrait d'ailleurs être non négligeable à la périphérie, d'où le nucléon annexant le méson pourrait s'échapper avec la plus grande partie de l'énergie. Quelques petites étoiles dont les bilans énergie-quantité de mouvement indiquent une masse incidente difficile à interpréter pourraient s'expliquer ainsi. La dissymétrie bien connue des effets nucléaires des mésons des deux signes, uniquement due à l'action coulombienne, serait très atténuée au sein du noyau, qu'il y ait ou non altéra-

(*) Séance du 14 juin 1948.

tion de la vie moyenne de désintégration par des champs électriques intenses. La distribution continue des parcours des mésons émis par les étoiles que nous avons étudiées, ainsi que par celles observées à Bristol (C. F. Powel, communication personnelle), rend cette hypothèse plausible. Mais, pour rendre compte du nombre relatif des grandes étoiles par rapport à celui des étoiles ordinaires et à celui des étoiles à mésons, il serait nécessaire de supposer, soit que le spectre des nucléons incidents subit une augmentation rapide au-dessus de 300 MeV, soit que la formation multiple de mésons très lents est favorisée, à l'opposé de ce que l'on devrait attendre. De plus, aucune étoile cosmique d'où plusieurs mésons lents émergeraient n'a jamais été identifiée (peut-être, il est vrai, en raison de la difficulté d'identification des petits mésons). Ce schéma suppose également, conformément aux hypothèses de Bristol, que les mésons nucléaires ainsi formés (présumés identiques aux mésons 313 de Berkeley) provoquent tous des phénomènes nucléaires, après ralentissement électronique (désintégration nucléaire pour les négatifs et $\pi \rightarrow \mu$ pour les positifs), à moins que les calculs de la durée d'approche ($\sim 10^{-13}$ sec) des noyaux par les mésons négatifs ne soient fortement erronés. Nous avons cependant observé qu'une grande proportion de mésons isolés *sans histoire* ont, d'après leur granulation, une masse de 370 ± 70; il en est de même de plusieurs mésons issus d'étoiles. Du reste, certains de ces mésons de faible énergie (parcours $< 600\,\mu$) prennent naissance dans l'émulsion, ce qui rend très improbable l'hypothèse de la formation des mésons ρ par la désintégration en vol des mésons lourds. Un calcul de première approximation du pouvoir d'arrêt électronique des mésons négatifs indique, du reste, que près d'un tiers de ces mésons μ (à nombre égal des deux charges) devrait se terminer par une désintégration à branche visible. Ces résultats s'expliqueraient si les mésons lourds étaient aussi directement couplés au champ de Fermi, où s'il existait un autre genre de méson lourd, de masse plutôt un peu supérieure, non lié au champ nucléonique. Si la formation des mésons dérive d'un état hautement excité du noyau, l'apparition des grandes étoiles pourrait révéler un processus de compétition plus probable, où l'énergie se transmettrait à plusieurs particules, en provoquant une évaporation (qui pourrait être totale, par excitation de tous les niveaux). Ce processus serait l'opposé de la création des mésons et pourrait expliquer, d'une part l'absence de mésons lents dans les grandes étoiles, d'autre part la présence de petites étoiles de très grande énergie. S'il existait des mésons de masses différentes à interactions nucléaires, leur probabilité de formation varierait probablement rapidement avec l'inverse de leur masse. Nous avons seulement observé quelques cas où les mesures de granulation de traces issues d'étoiles indiquent une masse intermédiaire entre celle d'un électron et celle d'un méson de masse 200; la sensibilité de nos émulsions n'était cependant pas suffisante pour éclaircir définitivement ce point, et d'autres essais sont en cours avec les NT2*a* Kodak. Une trace isolée,

dont le dénombrement des grains, particulièrement favorable, permettait bien la détermination de l'âge a indiqué, dans une C2 + B au niveau de la mer, une masse 1 100 ± 200, en accord avec une interprétation possible d'un événement trouvé par L. Leprince-Ringuet et ses collaborateurs. Le méson neutre μ_0 considéré actuellement ($100 \leq m \leq 140$, $s = 1/2$) serait lié virtuellement aux nucléons, ce qui expliquerait son influence aux grandes profondeurs. Sa formation serait donc très improbable, dans les étoiles, malgré sa faible masse. Réciproquement, son absorption éventuelle n'expliquerait que quelques petites étoiles et supprimerait la continuité observée expérimentalement et explicable avec notre hypothèse des nucléons. L'explication la plus probable des masses de particules incidentes difficilement interprétables est donc, soit la traversée sans capture du noyau par un nucléon rapide, soit une émission de neutrons très favorisée par rapport à celle d'autres particules chargées.

CHIMIE PHYSIQUE. — *État particulaire des acides nitriques concentrés et pouvoir nitrant sur la cellulose.* Note (*) de MM. **Jean Chédin**, **André Tribot** et Mme **Suzanne Fénéant**, présentée par M. Paul Pascal.

On a montré dans une Note précédente [1] que la composition des acides nitriques concentrés peut s'exprimer par

(1) $$\alpha NO_2.OH + \beta(NO_3^- H_3O^+) + \gamma(H_2O - NO_2.OH) + \delta H_2O.$$

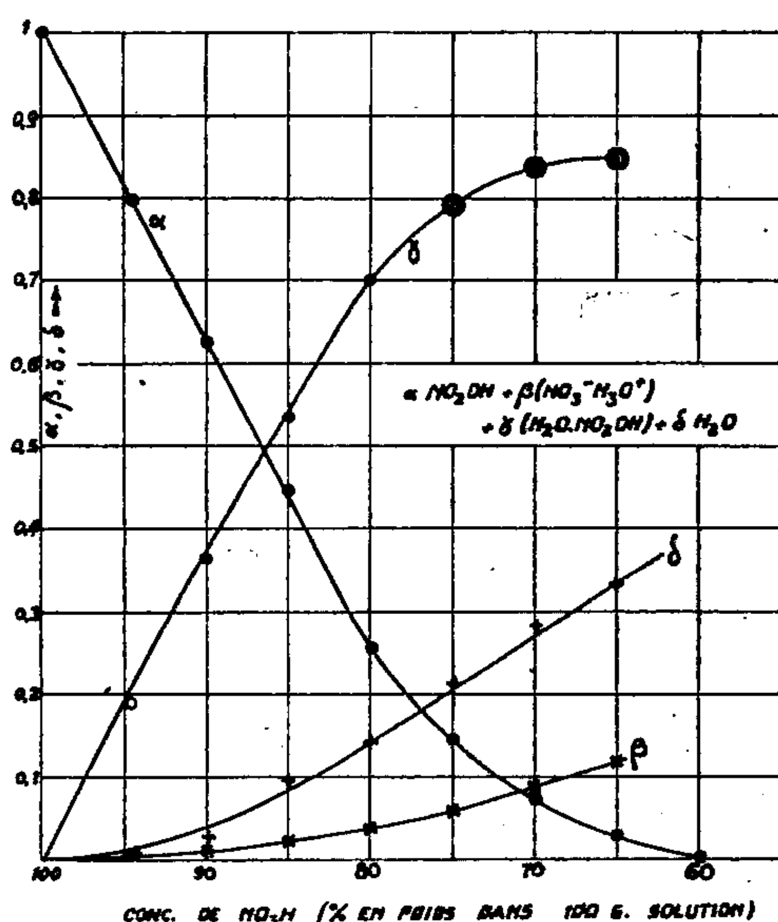


Fig. 1.

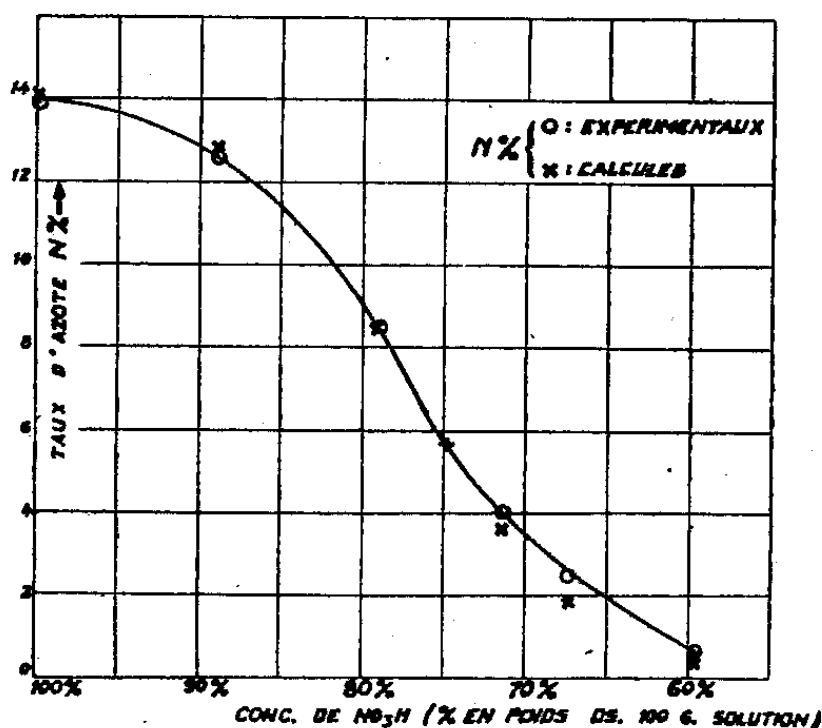


Fig. 2.

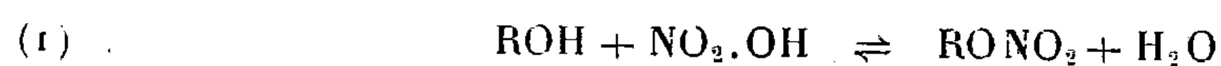
La figure 1 donne les valeurs de α, β, γ, δ (rapportées à 1^{mol} NO_3H totale $\alpha + \beta + \gamma = 1$) en fonction de la concentration.

(*) Séance du 31 mai 1948.

(1) J. Chédin, S. Fénéant et R. Vandoni, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1722.

Dans la figure 2, la courbe représente la variation du taux d'azote (N %) de la nitrocellulose (NC) obtenue en fonction de la concentration de NO_3H (nitrations à 10°, rapport poids d'acide/poids de coton = 100, stabilisation 20 heures dans l'eau à 100°). Pour l'acide à 100 %, on a porté comme N % expérimental, celui de la trinitrocellulose (14,14 %). En réalité, NO_3H % nitre dans les conditions ordinaires à 13,2 % seulement. Mais cela tient à un phénomène secondaire (l'acide se dilue localement dans la texture fibreuse, avec l'eau de réaction et atteint des concentrations auxquelles il gélatinise, durcissant la fibre et empêchant les diffusions et la réaction d'aller jusqu'au bout). On a montré ([2]) qu'en dissolvant la NC à 13,2 % obtenue dans l'acétone, précipitant par l'eau, renitrant les fibres dans NO_3H à 100 %, et répétant cette opération, le N % monte et tend vers 14 %.

Demougin et Bonnet ([3]) ont mis en évidence que la nitration de la cellulose présente le caractère de la réversibilité; une cellulose fortement nitrée dans un bain sulfonitrique riche, se dénitre dans un bain plus pauvre et se rapproche progressivement du N % caractéristique de ce bain. On va montrer que la réaction réversible



$$\text{(1)} \qquad ROH + NO_2.OH \rightleftharpoons RONO_2 + H_2O$$

représente bien les résultats obtenus.

NO_3H à 80 % nitre en dissolvant presque complètement donc sensiblement en phase homogène. Si l'on introduit une petite quantité de cellulose dans cet acide et si n est le nombre de groupes —OH nitrés par groupe C_6, lorsque la réaction est terminée ($n = 1{,}1212/0{,}3113\,N - 3{,}6017$), on doit avoir d'après (1) :

$$\text{(2)} \qquad \frac{n}{3-n}\,\frac{\delta}{\alpha} = K,$$

α et δ : concentrations moléculaires de NO_3H et H_2O libres. Avec NO_3H à 80 %, on trouve N % expérimental = 8,54, correspondant à $n = 1{,}37$. Les valeurs de α et δ (*fig.* 1) conduisent à

$$K = 0{,}55.$$

Avec cette valeur de K et celles de α et δ (*fig.* 1), on peut calculer n pour toutes les autres concentrations et les traduire en N %. On obtient ainsi les N % calculés (x) de la figure 2. L'accord entre ces points et la courbe expérimentale est très satisfaisant si l'on tient compte de la précision des tensions de vapeur qui ont permis de calculer α, β, γ, δ, et des taux d'azote expérimentaux (médiocre pour les acides les plus aqueux), et si l'on considère que le contact prolongé de la cellulose dans les acides nitriques l'altère plus ou moins et

(2) J. Chédin, *Mémorial des Services chimiques de l'État*, **32**, 1945, p. 108.
(3) *Mémorial des Poudres*, **24**, 1930-1931, p. 147.

conduit à des taux d'azote qui ne sont pas rigoureusement ceux de l'équilibre.

L'équation (1) représente donc correctement le phénomène, pourvu que l'on y introduise les *concentrations réelles* en NO_3H et H_2O libres. L'hydrate et les ions jouent le rôle de simples diluants.

Il est à remarquer que mis à part l'acide à 80 % qui a servi à déterminer la valeur de K, tous les autres nitrent la fibre sans la dissoudre (réaction hétérogène). On en conclut que les équations (1), (2) s'appliquent à cette réaction hétérogène, pourvu qu'on prenne le taux d'azote au moment où la fibre est nitrée à l'équilibre avec le bain choisi et qu'ainsi tous les équilibres (fibre-bain, bain sur lui-même) soient autant qu'il est possible établis.

CHIMIE MINÉRALE. — *Composition et étude systématique des conditions de précipitation du stannate de sodium cristallisé.* Note (*) de Mme **Marguerite Grillot**, présentée par M. Paul Pascal.

L'analogie que manifestent le platine et l'étain tétravalent dans leurs composés chlorés a entraîné certains auteurs à chercher une étroite relation de constitution entre les platinates alcalins du type $[Pt(OH)_6]M_2$ et les composés qui résultent de l'action d'une base forte sur l'acide α-stannique. Depuis Bellucci et Paravano [1] qui ont attribué aux stannates de sodium et de potassium la formule brute $SnO_3M_2, 3H_2O$, on admet sans discussion que la solution de ces sels dans l'eau pure contient l'anion divalent hexahydroxystannique $[Sn(OH)_6]^{--}$. Cette théorie s'est si bien imposée que Prandtl [2], puis Zocher [3] qui ont préparé $SnO_3Na_2, 4H_2O$ l'ont considérée comme le monohydrate du précédent $[Sn(OH)_6]Na_2, H_2O$. Tout récemment encore, P. Souchay [4], tout en faisant des réserves sur le degré d'hydratation de l'anion $[Sn(OH)_6]^{--}$ en solution aqueuse, n'en a pas moins considéré son existence comme indubitable

La résistance que $SnO_3Na_2, 4H_2O$ oppose à la déshydratation nous a cependant conduits, Edmond Grillot et moi-même [5], à réfuter l'hypothèse d'après laquelle ce composé dériverait de l'hexahydroxystannate de sodium et à montrer que les quatre molécules d'eau que sa formule comporte, doivent être intégrées à l'anion. Ce sel précipite aisément par addition d'alcool éthylique dans une solution aqueuse froide de stannate de sodium sans excès de soude. Mais son existence n'exclut pas nécessairement celle de $Sn(OH)_6Na_2$. dont la formation pourrait éventuellement se produire dans d'autres conditions.

Pour élucider cette question, j'ai entrepris l'étude systématique de l'insolubilisation du sel par un excès de soude qui est à la base des modes opératoires sommairement décrits par Bellucci et Paravano.

(*) Séance du 14 juin 1948.

(1) *Zeits. Anorg. Allg. Chem.*, **45**, 1905, p. 142-165.

(2) *Berichte*, **40**, 1907, p. 2129.

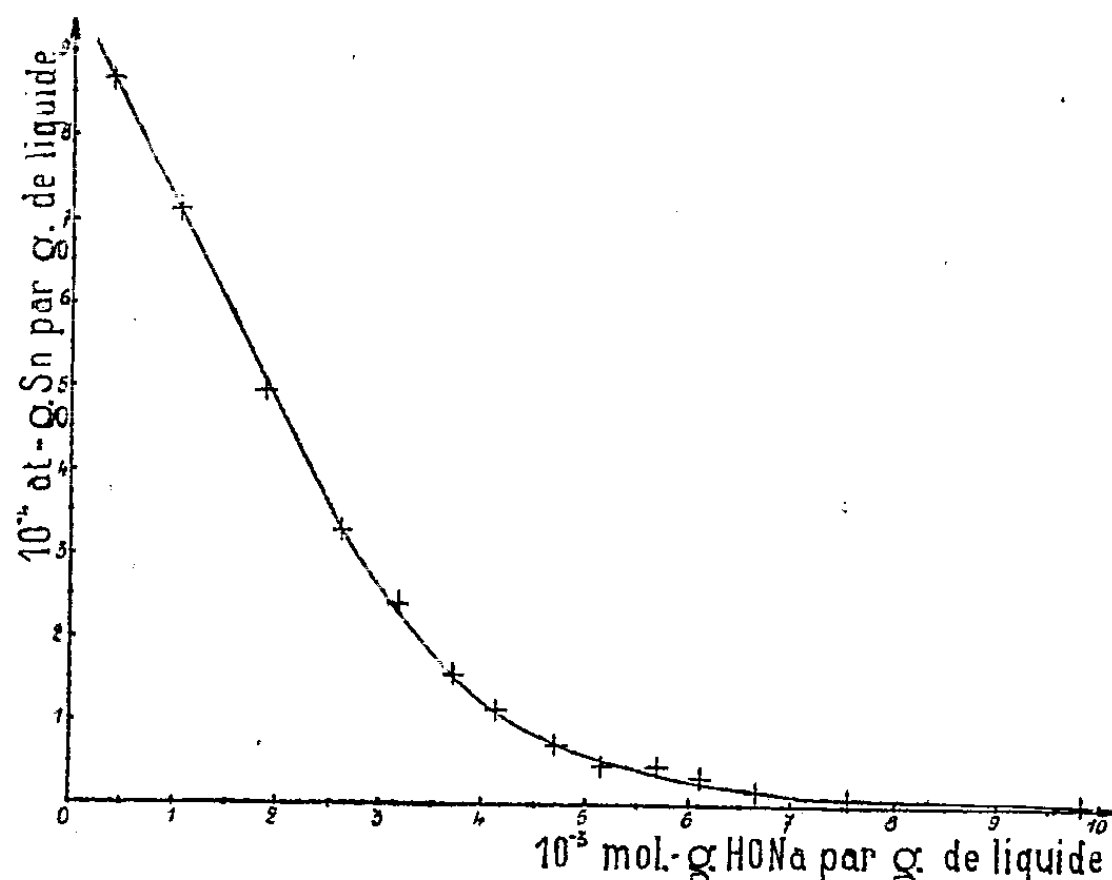
(3) *Zeits. Anorg. Allg. Chem.*, **112**, 1920, p. 7-17.

(4) *Bull. Soc. chim.*, 1948, p. 145.

(5) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1161-1162.

A cet effet, des masses connues d'une solution concentrée de stannate de sodium contenant 0,865 milliatome-gramme d'étain par gramme, préparée en traitant l'acide α-stannique (débarrassé de toute impureté) par la quantité minima de soude pure, ont été additionnées de masses progressivement croissantes de soude solide. Après un temps suffisant de repos à température constante pour que l'état d'équilibre soit atteint, le précipité a été filtré et essoré à l'abri du gaz carbonique atmosphérique. Le solide, lavé à l'alcool jusqu'à élimination complète de la soude, puis à l'éther, a été ensuite séché à la température ordinaire, d'abord à l'air libre et enfin sur chlorure de calcium, jusqu'à masse constante. A chaque fois, l'étain et le sodium ont été dosés, dans le liquide comme dans le solide, à l'aide de la méthode spécialement mise au point à cette intention ([6]).

La courbe qui représente la variation de la solubilité du stannate de sodium en fonction de la teneur en soude de la phase liquide ne manifeste pas de point anguleux laissant prévoir un changement de nature du produit qui cristallise, comme en témoigne le diagramme ci-contre, rapporté à un gramme de solution



à 16 degrés. De plus, pour des compositions très diverses des solutions-mères correspondant aux différents points de ce diagramme et s'échelonnant entre 0,016 et 0,400 gramme de soude libre par gramme de liquide, le sel qui précipite est toujours le stannate de sodium répondant à la formule brute $SnO_3Na_2, 4H_2O$ soit $SnO_7H_8Na_2$:

	Moyenne de 28 dosages (%).	Écarts maxima (%).	Calculé (%) pour $SnO_3Na_2, 3H_2O$	$SnO_3Na_2, 4H_3O$.
Étain..........	41,80	0,43	44,51	41,73
Sodium.........	16,02	0,24	17,25	16,16

Si, au lieu d'attendre que l'équilibre soit atteint, on filtre au contraire à

([6]) *Bull. Soc. chim.*, 1947, p. 729-31.

chaud dès que la soude solide ajoutée à la solution de base est totalement dissoute, on retrouve encore le même composé. J'ai également constaté qu'il en est de même lors de la précipitation du sel par addition d'alcool éthylique à la solution de base maintenue à sa température d'ébullition, contrairement à ce qu'indique Zocher.

Il semble que l'on puisse conclure de cette étude que le seul stannate de sodium cristallisé isolable à partir d'une solution aqueuse est le complexe formulé $SnO_7H_8Na_2$: dès lors, l'hexahydroxystannate de sodium ne pourrait jamais se former, même temporairement; compte tenu des difficultés de déshydratation signalées plus haut du sel cristallisé, on peut penser que sa description est le fait d'erreurs dues à des méthodes d'analyse défectueuses. L'existence en solution d'un ion $[Sn(OH)^6]^{--}$ se trouve par là remis en question.

CHIMIE MINÉRALE. — *De l'action du sulfure de carbone sur l'oxyde de glucinium.* Note (*) de MM. **André Chrétien** et **Pierre Silber**, présentée par M. Paul Lebeau.

La glucine, obtenue par pyrolyse d'un carbonate (sel normal ou sel basique), est placée dans une nacelle de graphite et chauffée dans un courant de sulfure de carbone rectifié et sec, entraîné par de l'azote pur.

Du sulfure de glucinium SGl est ainsi produit. Son rendement, rapporté au métal ou au soufre, est fonction du débit du sulfure de carbone, de la température, de la durée de chauffe. Voici les conclusions :

1° Aucune trace de sulfure n'apparaît au-dessous de 700°, même après trois heures. Le rendement s'élève tout d'abord assez vite, puis s'abaisse lentement. Le taux de transformation maximum du glucinium en sulfure est, après une heure : 12,9 à 1000° et 29,2 à 1116°; le débit correspondant, qui est optimum, s'élève respectivement de 70 à 100$^{cm^3}$ S_2C compté liquide.

2° La courbe rendement-température a une allure exponentielle.

Ainsi, la transformation du glucinium en sulfure s'élève à 49,2 % à 1210° pour le débit optimum après une heure, alors qu'elle est inférieure à 1 % à 800° (*figure*, courbe I). La droite logarithmique donne par extrapolation 1325° comme température nécessaire pour la sulfuration totale de la glucine dans les conditions ci-dessus fixées (*figure*, courbe II).

3° La production de sulfure est augmentée notablement quand on prolonge le contact de l'oxyde et du sulfure de carbone. Il y a sensiblement proportionnalité, et la pente de la droite augmente avec la température.

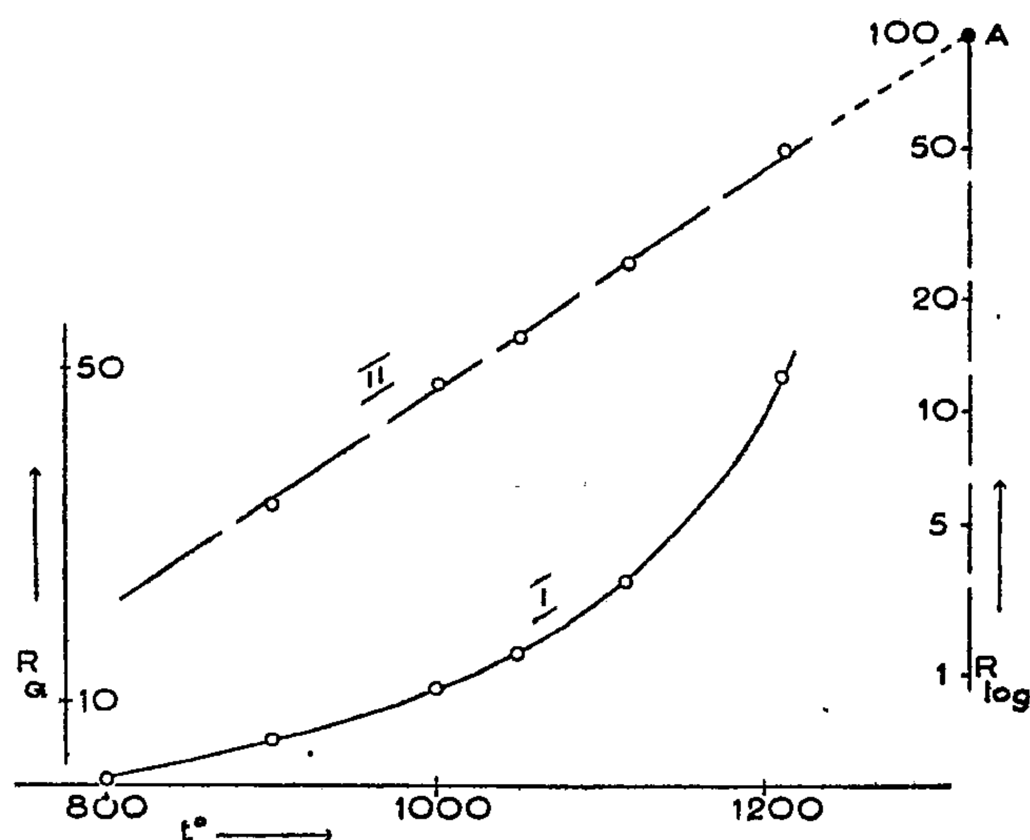
On transforme ainsi 12,9 et 17,5 % de glucinium en sulfure à 1000° en 1 heure et 3 heures respectivement, 29,2 et 51,8 g % à 1116°. La sulfuration complète de la glucine nécessite un peu plus de 7 heures à 1116°.

(*) Séance du 14 juin 1948.

4° Le sulfure de glucinium est toujours souillé intimement par du charbon divisé, en quantité proportionnelle à la durée et à la température. Ce charbon peut être éliminé en chauffant le produit à 1000° dans un courant de soufre.

5° L'utilisation du sulfure de carbone est des plus minimes.

A 1210°, par exemple, et en 1 heure, la transformation du soufre en sulfure n'atteint au maximum que 0,41 % au lieu de 49,2 pour le glucinium. De fait,



on condense du sulfure de carbone après traversée du tube laboratoire; le liquide est souillé par du soufre.

La sulfuration de la glucine exige donc la dissociation préalable du sulfure de carbone, qui commence à être perceptible à partir de 800°. Le changement de sens de la variation du taux de transformation à débit croissant, avec une pente plus faible au delà du maximum, n'infirme pas cette conclusion. Il manifeste une certaine lenteur de la dissociation.

Le sulfure de glucinium est analysé par dosage du métal : hydrolyse chlorhydrique, précipitation de la glucine, calcination. Le titrage iodométrique du gaz sulfhydrique libéré par hydrolyse, qui est si commode pour le sulfure de magnésium, ne convient pas en raison de la difficulté relative de cette hydrolyse ici.

On peut utiliser le verre de silice pour le tube laboratoire. Au delà de 1200°, du sulfure de silicium est formé, donnant un feutrage de fines aiguilles par sublimation à la sortie du four.

L'action du sulfure de carbone sur la glucine forme donc du sulfure SGl avec un bon rendement par rapport au métal et une vitesse convenable dès 1200°, mais avec un très mauvais coefficient d'utilisation du soufre.

Ce résultat a de l'intérêt pour la préparation du sulfure de glucinium, surtout en raison de la nature des produits de départ; la glucine est évidemment un corps plus accessible que le carbure ou le métal utilisés antérieu-

rement (1). Frémy (2) considérait l'action du sulfure de carbone sur la glucine comme inopérante. Le chlorure de soufre ne convient pas, car la formation de chlorure Cl^2Gl domine.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Sur la recristallisation isotherme du cuivre et de l'aluminium.* Note (*) de MM. **Pierre Laurent** et **Michel Batisse**, présentée par M. Albert Portevin.

Il est généralement admis que la recristallisation par chauffage d'un métal écroui est un phénomène de formation et de grossissement de germes. Au cours de ce phénomène, les propriétés mécaniques du métal, modifiées par l'écrouissage, sont progressivement régénérées. En première approximation, si l'on néglige la restauration, la baisse de la dureté en fonction du temps de chauffage isotherme est proportionnelle à la quantité de métal recristallisé. La mesure de la dureté sur des échantillons chauffés à une même température pendant des temps différents permet donc de suivre la marche de la recristallisation. Les *courbes de recristallisation isotherme* ainsi obtenues montrent que la vitesse du phénomène varie avec la température.

Mehl (1) a construit une théorie qui fait intervenir les facteurs N, nombre de germes formés par seconde et G, vitesse de grossissement linéaire des germes. Il envisage deux hypothèses limites : germination dans toute la masse du métal et germination aux joints des grains primitifs. Dans la première hypothèse, en supposant N et G constants pendant toute la durée du phénomène, les courbes théoriques de recristallisation isotherme ont pour équation générale $f = 1 - e^{-(\pi/3)NG^3t^4}$ où f est le pourcentage de métal recristallisé. Pour des valeurs différentes de N et G, c'est-à-dire, par exemple, pour des températures différentes, elles sont superposables par simple translation si l'on prend pour les temps une échelle logarithmique. En logarithmes décimaux la valeur commune de la pente de la tangente au point de *demi-recristallisation* dans l'hypothèse d'une germination générale est $2/0,434\,L_n 2 = 3,2$.

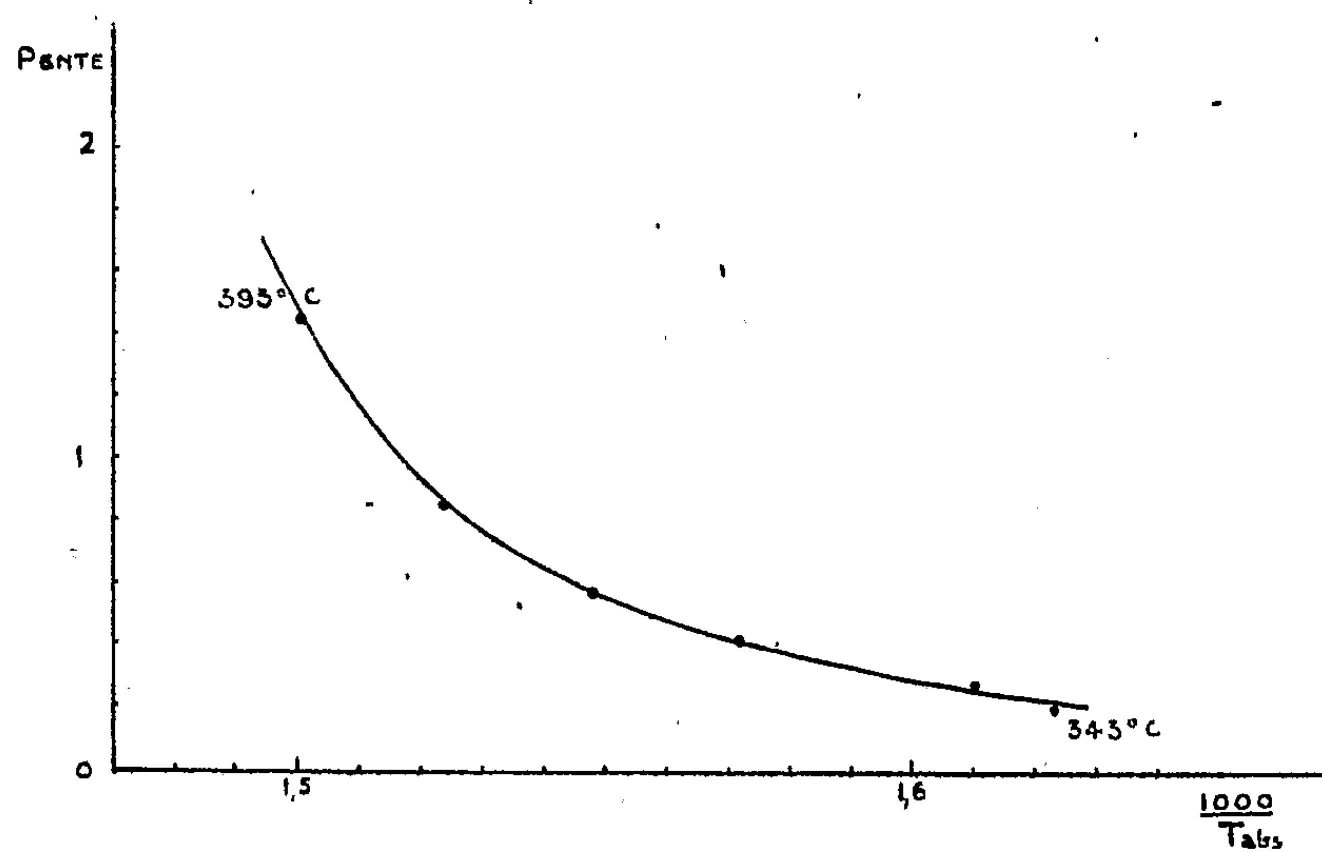
On a remarqué que, pour le cuivre, les courbes expérimentales de recristallisation sont effectivement superposables quand les temps sont portés sur une échelle logarithmique (2). Ce fait a été parfaitement confirmé par les expériences de Cook et Richards (3) sur du cuivre à 99,95 % à grain fin ($0^{mm},02$) ayant subi de forts écrouissages (entre 80 et 99 %), recristallisant à des tempé-

(1) P. Lebeau, *Ann. Chim. Phys.*, 7e série, 16, 1899, p. 494.
(2) E. Frémy, *Ann. Chim. Phys.*. 3e série, 38, 1853, p. 326.

(*) Séance du 14 juin 1948.
(1) Mehl et Johnson, *Metals Technology*, 6, n° 1089, 1939.
(2) Tamman, *Z. anorg. Chem.*, 214, 1933, p. 407.
(3) *Journal of the Institute of Metals*, 73, sept. 1946, p. 1 à 30.

ratures comprises entre 27° et 125° C.; mais la pente des courbes obtenues est égal à 1,5 ± 0,2, ce qui est en désaccord avec la théorie de Mehl relative à la germination générale.

Nous avons appliqué la même méthode sur de l'aluminium à 99,5 % à grain moyen ($0^{mm},1$) ayant subi un écrouissage de 20 %. Les courbes obtenues ne sont pas superposables et leurs pentes varient entre 0,19 et 1,5 pour des températures comprises entre 343° et 393° (figure).



Pentes des courbes de recristallisation de l'aluminium en fonction de l'inverse de la température absolue.

Les théories de Cook ou de Krupkowski ([4]), qui ne font aucune hypothèse quant à la nature du métal, sont insuffisantes pour expliquer le comportement différent du cuivre et de l'aluminium dans les conditions précitées. Il semble que les variations de déformation d'un point à l'autre par suite de la structure polycristalline soient un facteur important pour l'aluminium, où l'on constate effectivement une tendance marquée à la formation des germes aux joints des grains. La théorie de Mehl relative à une telle germination permet peut-être de se rapprocher de l'expérience et une étude est en cours pour le vérifier. Il est toutefois possible que le phénomène ne soit pas pur, que la germination puisse se faire partiellement à l'intérieur des grains, et il est probable que les quantités N et G varient au cours de la recristallisation. D'ailleurs les résultats que nous avons obtenus ne concordent pas avec ceux d'Anderson et Mehl ([5]) relatifs à de l'aluminium très pur, ce qui montre l'influence considérable de la pureté du métal et de facteurs tels que l'écrouissage et la grosseur du grain initial dont une théorie générale de la recristallisation devrait pouvoir tenir compte.

([4]) KRUPKOWSKI et BALICKI, *Ann. Acad. Sci. Tech. Varsovie*, 4, 1937, p. 270.
([5]) *Metals Technology*, 12, n° 1085, 1945.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Sur les équilibres du système plomb-cuivre-zinc au voisinage du plomb.* Note (*) de M. **Léon Jollivet**, présentée par M. Albert Portevin.

La plupart des travaux relatifs à ce système se rapportent à la région riche en cuivre, en vue de l'étude des laitons. Cependant, le diagramme a été établi dans toute son étendue par N. Parravano, C. Mazetti et Moretti (¹), puis par H. Niclassen (²). Ces travaux ont délimité une large lacune de miscibilité dans l'état liquide qui sépare complètement une petite région riche en plomb où l'on indique seulement l'existence d'un eutectique binaire sensiblement isotherme à 326°C. Dans cette région, nous avons étudié la partie comprise entre la limite de miscibilité et l'eutectique binaire.

Quand on refroidit de tels mélanges fondus, il se forme à la surface une couche pâteuse de fins cristaux enrobés de liquide. Ces cristaux ne sont pas isolables. Nous déterminons leur composition à partir de celle du milieu où ils ont pris naissance et de celle du liquide en équilibre avec eux, suivant la méthode que nous avons déjà employée à l'étude du système plomb-argent-zinc (³).

Soient C_1 et Z_1 les concentrations globales en cuivre et en zinc du mélange fondu, C_2 et Z_2 les concentrations correspondantes du liquide en équilibre avec le solide à une certaine température.

Posons $C' = C_1 - C_2$, $Z' = Z_1 - Z_2$. Aux faibles concentrations des mélanges étudiés, le rapport des teneurs en cuivre et en zinc des cristaux est égal à C'/Z' à moins de 1 % près.

Nos résultats sont représentés sur le diagramme ci-contre.

Chaque isotherme comprend trois branches qui vérifient les relations

$$2\log C_2 + \log Z_2 = K_1 \quad \text{avec} \quad \frac{C'}{Z'} = 2, \quad \ldots \quad (Cu_2Zn),$$

$$\log C_2 + \log Z_2 = K_2 \quad \text{avec} \quad \frac{C'}{Z'} = 1, \quad \ldots \quad (Cu\,Zn),$$

$$\log C_2 + 2\log Z_2 = K_3 \quad \text{avec} \quad \frac{C'}{Z'} = \frac{1}{2}, \quad \ldots \quad (Cu\,Zn_2),$$

C' et Z' étant exprimés en atm/g, K_1, K_2, K_3 étant des constantes.

Ces relations caractérisent dans chacun des trois domaines le phénomène de dissociation isotherme d'un composé solide en équilibre avec ses constituants dans la phase liquide, le composé ne formant pas de solution solide et étant complètement dissocié dans la phase liquide.

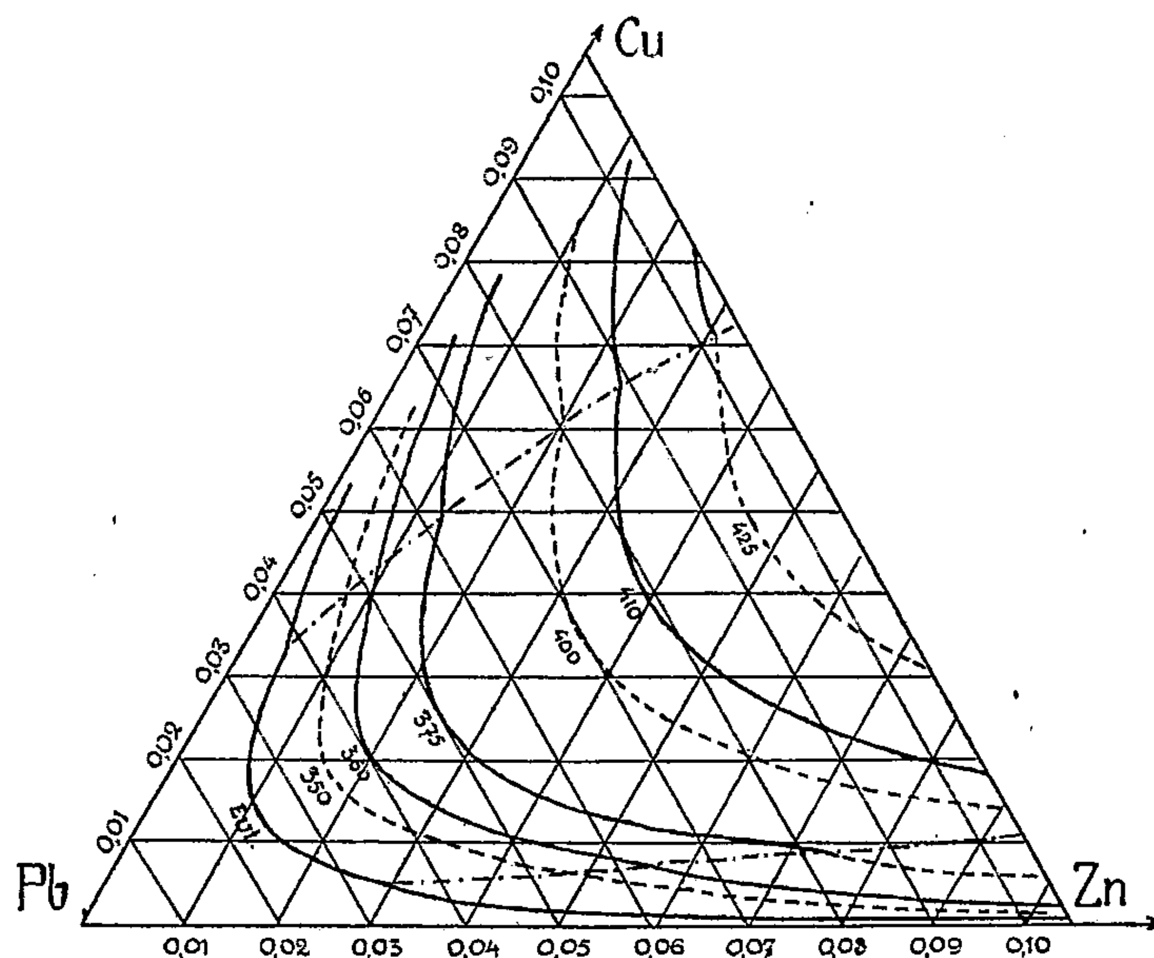
(*) Séance du 14 juin 1948.

(¹) *Gazz. Chim. Ital.*, **44**, 1914, p. 485.

(²) *Forschungsarbeiten zur Metallkunde*, heft 7, 1922.

(³) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1822.

Nous avons déjà montré l'existence du même phénomène dans le système plomb-argent-zinc (*loc. cit.*).



Dans le tableau suivant nous indiquons les valeurs des constantes aux différentes températures (concentrations atomiques).

	Eut.	360°.	375°.	410°.	425°.	A.	B.	Q kg/cal.
K_1....	−9,76	−9,17	−8,95	−8,48	−8,28	0,82	6,340	29
K_2....	−6,81	−6,38	−6,18	−5,78	–	1,57	5,020	23
K_3....	−9,81	−9,13	–	–	–	3,44	7,940	36,4

Les variations de $K_1 K_2 K_3$ sont bien représentées par une loi de la forme $K = A - B/T$, A et B ayant les valeurs indiquées ci-dessus.

Les isothermes tracées en pointillé sur notre diagramme ont été calculées à l'aide de ces relations.

En multipliant les valeurs de B par $R/\log e = 4,57$, nous obtenons les chaleurs de formation des composés solides à partir des éléments dissous dans le plomb; les résultats sont portés dans la dernière colonne du tableau.

Ces chaleurs sont relativement grandes. Pour le composé CuZn en particulier, différents auteurs (¹) indiquent seulement une chaleur de 5 à 6 kg/cal pour la formation du composé à partir de ses éléments solides.

Les valeurs plus élevées que nous obtenons tiennent à l'état initial des constituants et montrent l'importance des chaleurs de dissolution du cuivre et du zinc dans le plomb aux faibles concentrations réalisées.

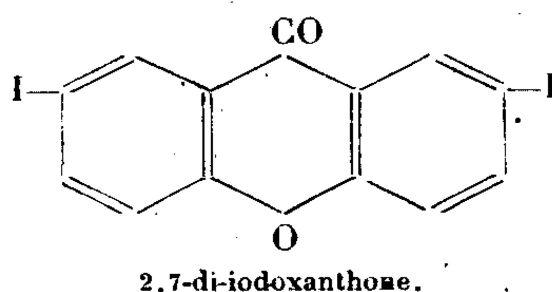
(¹) Biltz, *Zeit. fur Metallkunde*, 3, 1937, p. 73.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le 2.7-di-iodoxanthydrol.* Note (*) de M. **Jean Bertrand**, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans plusieurs Notes précédentes ([1]) nous avons indiqué la préparation d'un dibromoxanthydrol et étudié, en vue de son utilisation éventuelle en analyse, la condensation de ce dernier avec l'urée, quelques uréides de la famille des barbituriques et certains alcools. C'est dans le même but qu'a été préparé le 2.7-di-iodoxanthydrol.

La xanthone, traitée par le mélange sulfonitrique, conduit à différents dérivés nitrés, dont la majeure partie est constituée par la 2.7-di-nitroxanthone que l'on sépare facilement par cristallisation du nitrobenzène (Dhar) ([2]). Celle-ci, réduite par l'étain et l'acide chlorhydrique, donne la diaminoxanthone correspondante (Perkin) ([3]); cette dernière, dissoute dans l'acide sulfurique, est additionnée d'une quantité de nitrite de sodium calculée pour obtenir le sulfate de *bis*-diazoxanthone, qui, sans être isolé, est transformé par action de l'iodure de potassium et de la poudre de cuivre en 2.7-di-iodoxanthone qui précipite et qu'on extrait par le dioxane chaud. Après décoloration de cette solution par le charbon animal, la di-iodoxanthone se sépare par refroidissement, en paillettes jaune pâle (F 240-242°) peu solubles dans l'éthanol, l'acétone et le benzène, plus solubles dans le dioxane.

Analyse. — Trouvé % : C 34,41; H 1,66; I 56,85; calculé % : C 34,82; H 1,33; I 56,69 (pour $C_{13}H_6O_2I_2$).



2.7-di-iodoxanthone.

La réduction de cette cétone halogénée par l'isopropylate d'aluminium conduit, comme dans le cas de la 2.7-dibromoxanthone, à l'éther isopropylique du 2.7-di-iodoxanthydrol (F 190°)



$$O\langle{}^{C_6H_3I}_{C_6H_3I}\rangle CH-O-CH\langle{}^{CH_3}_{CH_3}$$

Analyse. — Trouvé % : C, 38,94; H, 3,18; I, 51,78.
Calculé % : C, 39,02; H, 2,84; I, 51,62 (pour $C_{16}H_{14}O_2I_2$).

Celui-ci, traité par l'acide acétique, est transformé en l'ester acétique

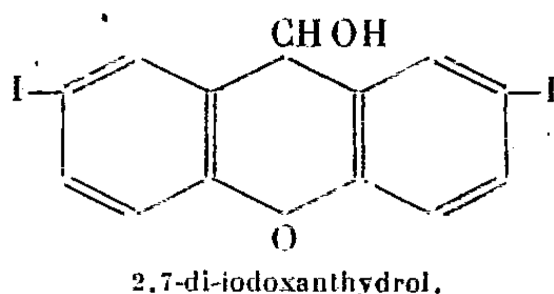
(*) Séance du 14 juin 1948.

([1]) *Gallica Pharmaceutica Acta*, 1944, p. 22; *Bull. Soc. ch. de France*, 5e série, **10**, 1943, p. 50; *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1331.

([2]) *Journ. Chem. Society*, **109**, p. 746.

([3]) *Journ. Chem. Society*, **43**, p. 190.

correspondant (F 220-221°), d'où on libère le di-iodoxanthydrol par action de la potasse alcoolique

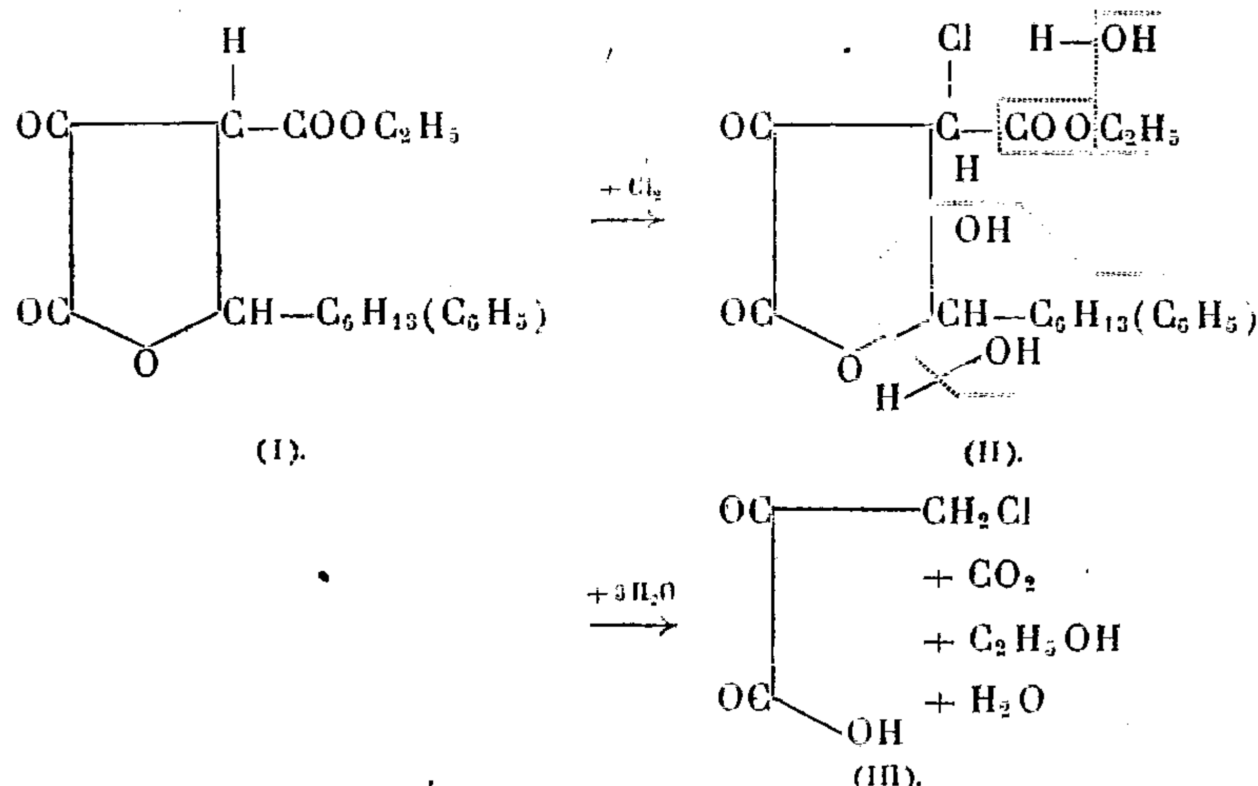


2.7-di-iodoxanthydrol.

Celui-ci se présente sous forme de flocons peu solubles dans l'éthanol et le méthanol, plus solubles dans l'acétone. Ce xanthydrol halogéné se condense en milieu acétique avec l'urée, les uréides et quelques alcools. Mais les combinaisons obtenues ne peuvent pas être utilisées en vue d'un dosage pondéral par suite d'une précipitation concomitante d'ester acétique du di-iodoxanthydrol. Les combinaisons suivantes ont pu être obtenues à l'état pur après plusieurs cristallisations : di-(2.7-di-iodoxanthyl) phényléthylmalonylurée F 241-242°, éther méthylique du 2.7-di-iodoxanthydrol F 151-152°, éther éthylique du 2.7-di-iodoxanthydrol F 169-170°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Mode de préparation de l'acide chloropyruvique* Note (*) de MM. **Henry Gault**, **Jean Suprin** et **Roger Ritter**, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans deux Notes antérieures ([1]) nous avons décrit la préparation des esters hexyl- et phényl-halogénocétoparaconiques par action directe des halogènes sur les esters cétoparaconiques correspondants (I).



(*) Séance du 14 juin 1948.

([1]) H. Gault et J. Suprin, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 86; H. Gault et R. Ritter, *ibid.*, 226, 1948, p. 816.

Les esters hexyl- et phényl-chlorocétoparaconiques (II) s'hydrolysent avec une extême facilité sous l'action des agents alcalins les plus faibles en conduisant, entre autres, aux acides hexyl- et phényl-chloracryliques [1].

L'hydrolyse par les acides minéraux dilués n'est pas moins facile, mais au lieu qu'elle détermine la scission oxalique du cycle cétoparaconique, elle porte surtout sur le chaînon aldéhydique initial en donnant naissance, dans les deux cas, à l'acide chloropyruvique (III).

Mode opératoire. — On porte et maintient à l'ébullition jusqu'à cessation du dégagement de gaz carbonique, un mélange hétérogène de l'ester hexyl- ou phényl-chlorocétoparaconique avec de l'acide chlorhydrique à 50 %. Après refroidissement, le liquide se sépare en deux couches. La couche supérieure est une solution aqueuse chlorhydrique d'acide chloropyruvique, la couche inférieure, dense et huileuse, étant une solution d'œnanthol dans l'ester hexyl-chlorocétoparaconique non entré en réaction ou, respectivement, de benzaldéhyde dans la phényl-chlorocétobutyrolactone, formée par une réaction d'hydrolyse concomitante. Par évaporation de la couche aqueuse au B. M., sous pression réduite, on recueille l'acide chloropyruvique à l'état solide (F 57-58°).

Le rendement est, avec l'ester hexyl-chlorocétoparaconique et avec l'ester phényl-chlorocétoparaconique, de 70 à 75 %.

L'œnanthol et, respectivement, le benzaldéhyde, peuvent être extraits de leurs solutions par des techniques appropriées.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Détermination des constantes d'estérification en présence d'un solvant neutre.* Note de M. **André Chablay**, présentée par M. Marcel Delépine

Dans une précédente Note [1] nous avons communiqué les premiers résultats de nos déterminations de constantes d'estérification en présence de dioxane, solvant inerte et neutre, qui, en rendant homogène le mélange des quatre constituants du système, évite la séparation de l'eau formée, et accroît la précision des limites d'estérification.

Ces résultats, obtenus avec l'alcool méthylique et les acides acycliques saturés, sont aujourd'hui complétés par ceux qui sont relatifs à l'estérification des alcools éthylique et laurique par les mêmes acides, et l'hypothèse que nous émettions alors, selon laquelle la constante d'estérification de tous les acides d'une même série par un même alcool est très sensiblement la même, se trouve vérifiée pour les homologues supérieurs de $CH_3 — OH$.

Nos essais, comme les précédents, ont été effectués á 175°, en tubes scellés, avec et sans dioxane, l'acide et l'alcool étant utilisés en proportions rigoureu-

---

(1) H. Gault et A. Chablay, *Comptes rendus*, **213**, 1941, p. 177.

sement équimoléculaires. La constante d'estérification à été calculée à l'aide de la formule habituelle : $K = x_l^2/(1 - x_l)^2$, x_l étant la quantité d'acide transformée à la limite.

1° *Alcool éthylique* :

Acide.	Limite obtenue en présence de dioxane (%).	Limite obtenue en l'absence de dioxane (%).	K avec dioxane (%).	K sans dioxane (%).
Acétique	64,7	65,6	3,36	3,63
N-butyrique	65,0	66,6	3,45	4,00
Laurique	65,5	>71,3	3,60	>6,17
Palmitique	65,1	>74,0	3,48	>8,10

2° *Dodécanol* :

Acide.	Limite obtenue en présence de dioxane (%).	Limite obtenue en l'absence de dioxane (%).	K avec dioxane (%).	K sans dioxane (%).
Acétique	64,6	>70,2	3,33	>5,54
N-butyrique	65,3	>71,0	3,54	>5,99
Laurique	65,2	>74,7	3,51	>8,71
Palmitique	65,2	>75,4	3,51	>9,39

Nous voyons que, quels que soient l'acide et l'alcool, la limite est très sensiblement de 65,1 % d'acide transformé et la constante d'estérification de 3,47, au lieu des valeurs respectives 66,6 % et, 4, habituellement admises. Seul, le premier terme $CH_3 - OH$, ainsi que nous l'avons vu dans notre précédente Note, donne une limite de 69 % pour tous les acides d'une même série (avec $K \neq 5$).

Ces résultats nous permettent en outre de répondre à une Note de M. Loury et M. T. Mellier ([2]) qui, étudiant l'estérification de l'acide laurique par un excès d'éthanol (10 fois la valeur théorique), à froid et en présence de catalyseur (HCl), ont trouvé pour limite 88 %, alors que, en prenant pour calcul de la limite la valeur $K = 4$ donnée par Berthelot pour l'estérification de l'acide acétique par l'éthanol, la théorie donne 98 %. Ils en ont conclu que notre remarque ne s'étendait pas au cas de l'éthanol.

Les résultats précédents infirment cette assertion.

Allant plus loin, nous avons répété leur expérience, mais sans catalyseur, à 175°, et en tubes scellés. Voici le résultat de l'estérification de l'acide laurique par un excès d'alcool absolu [$\rho = (\text{alcool}/\text{acide}) = 10$] :

Limite obtenue.

Calculée	à partir de $\rho = 10$ et $K = 3,47$......	97,1	trouvée : 95,9.
	à partir de $\rho = 10$ et $K = 4$.........	97,3	

([2]) *Bull. Soc. Chim., Mémoires*, 1947, p. 349.

Nos prévisions étaient donc exactes, et, si le nombre trouvé par ces auteurs est trop faible, c'est, sans aucun doute, parce qu'ils n'avaient pas atteint la limite, à froid, au bout de quatre jours, même en présence de catalyseur.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Oxydation du cyclohexane par* Pseudomonas æruginosa. Note de M. **Boris Imelik**, présentée par M. Paul Pascal.

Pour étudier le mécanisme de l'oxydation bactériologique du cyclohexane, nous avons observé la croissance d'une souche de *Ps. æruginosa* sur un milieu synthétique et déterminé les produits de décomposition résultant de l'action des bactéries sur les composés suivants :

1° Cyclohexane; 2° cyclohexane en présence du bisulfite de sodium; 3° cyclohexanol et 4° cyclohexanone.

Les conditions générales d'étude et le milieu synthétique utilisé ont été semblables à ceux que nous avons fixés dans nos Notes précédentes [1].

1° *Cyclohexane.* — La croissance commence à partir du troisième jour; en même temps, la couche du cyclohexane forme une émulsion de plus en plus importante et persistante. L'examen misçroscopique a montré que cette émulsion est formée des microbes entourés d'une mince couche d'eau (milieu synthétique), ces microbes étaient finement dispersés dans le cyclohexane. Il y a lieu de remarquer qu'on peut provoquer une émulsion semblable par une suspension des bactéries lavées, si on les agite avec du cyclohexane. L'émulsion est intensifiée et stabilisée par la formation des acides résultant de l'action microbienne sur le cyclohexane.

Nous avons suivi le cours de l'oxydation du cyclohexane et observé ceci :

a. Dès la croissance du *Ps. æruginosa* on peut constater l'apparition de peroxydes. En général, la concentration de ceux-ci augmente jusqu'au 5ᵉ jour de croissance; à ce moment le peroxyde disparaît progressivement et, le 12ᵉ jour, il n'est plus observable qu'à l'état de traces.

b. Dès la croissance des bactéries, il y a formation d'acides libres; par exemple, dans une expérience, le pH du milieu est déjà tombé le 5ᵉ jour de croissance au dessous de 4, arrêtant ainsi la multiplication active des bactéries. Ce moment concorde avec la concentration maximum en peroxydes dans le cyclohexane. La croissance active étant arrêtée, l'oxydation du cyclohexane s'arrête et les bactéries utilisent seulement les peroxydes déjà formés jusqu'à épuisement de ceux-ci.

Dans le cyclohexane, nous avons pu constater, en plus des peroxydes et des acides libres, la formation d'éthers-sels qui provoquent une augmentation de l'indice de saponification. Pour les constantes physiques, nous avons observé l'augmentation de la densité et de l'indice de réfraction.

---

(1) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 922 et 1227.

La couleur du cyclohexane devient jaunâtre ou même jaune. Cette coloration est due à la production de l'hémipyocyanine (α-hydroxyphénazine) et de pigments mélaniques sécrétés par les bactéries.

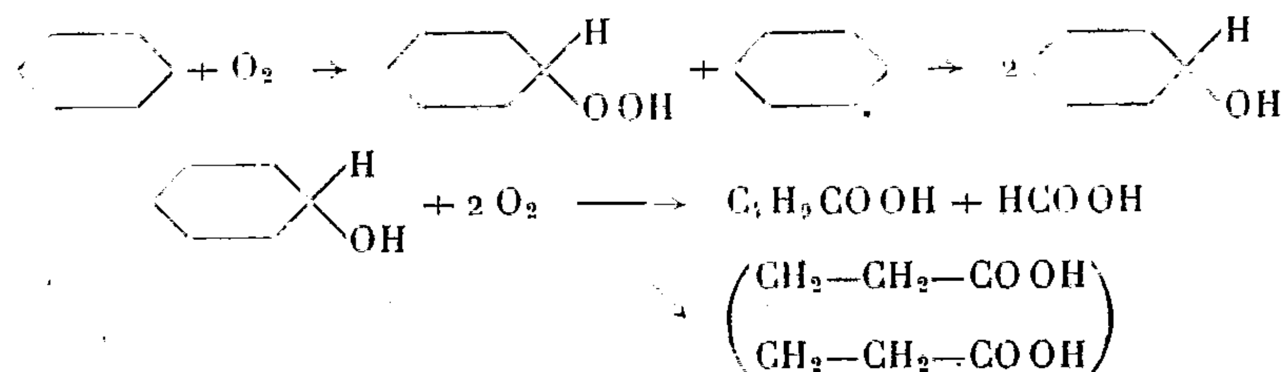
Nous n'avons pas pu constater la présence de carbures éthyléniques. Comme produits de décomposition du cyclohexane nous avons observé l'acide valérianique, l'acide formique et l'aldéhyde formique.

2° *Cyclohexane en présence de bisulfite de sodium.* — Le phénomène de croissance est semblable à celui qui a été observé avec le cyclohexane seul; pourtant, il faut remarquer que la croissance est ralentie. Comme produits de l'oxydation, nous avons constaté les mêmes corps que pour le cyclohexane seul; de plus, nous avons remarqué la formation de cyclohexanol. Nous n'avons pas pu observer la production de cétones.

3° *Cyclohexanol.* — La croissance est assez rapide, avec formation d'acides. Les produits de décomposition sont ceux qu'on a observés dans l'oxydation du cyclohexane; en plus, nous avons caractérisé la production d'acide adipique en faible quantité.

4° *Cyclohexanone.* — Même après une observation de 40 jours, nous n'avons pas constaté la multiplication des bactéries.

Conclusion. — Des faits observés, nous croyons pouvoir admettre pour l'oxydation du cyclohexane par *Pseudonomas æruginosa* les réactions suivantes :



Pourtant, la conversion directe du cyclohexane en acide valérianique et en acide formique, sans cyclohexanol comme produit intermédiaire, serait possible; mais nos expériences ne nous permettent pas d'affirmer ou de rejeter cette théorie.

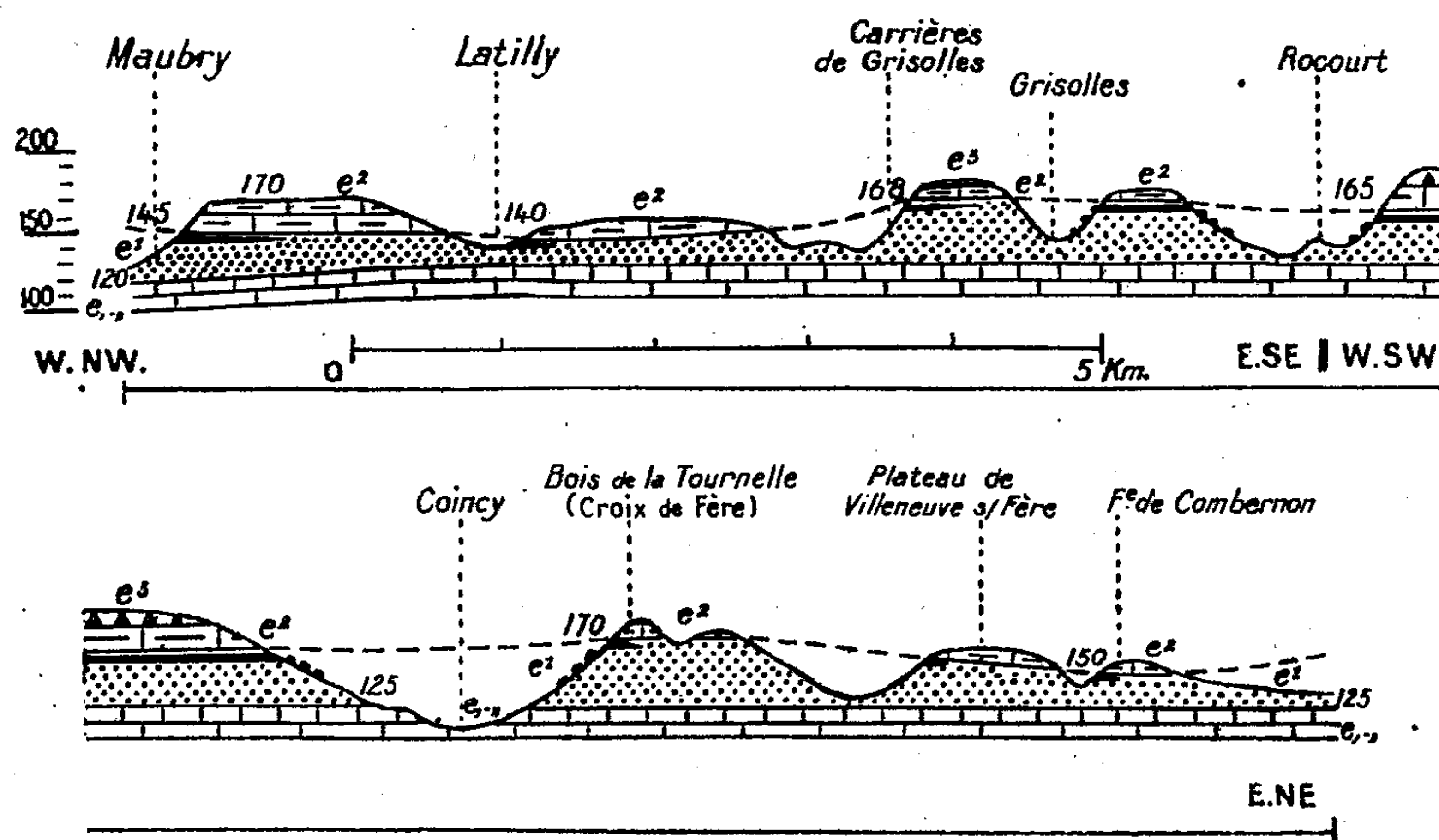
GÉOLOGIE. — *Topographie dunaire au sommet de l'Auversien dans le Tardenois.* Note (*) de Mlles **Henriette Alimen** et **Madeleine Mercier**, présentée par M. Charles Jacob.

A l'Est du Bassin de Paris, le rivage de la mer auversienne dessine une ligne NNE-SSW passant aux environs de Dormans (¹). Dans la région de Fère-en-

(*) Séance du 14 juin 1948.

(¹) Albert F. de Lapparent et L. et J. Morellet, *B. S. G. F.*, 5ᵉ série, **12**, 1942, p. 25-34, fig. 1, p. 27.

Tardenois, voisine de ce rivage, la surface structurale supérieure des sables marins de l'Auversien présente des ondulations d'une amplitude de 15 à 35ᵐ. Située à l'altitude de 165ᵐ à la sablière de Fère-en-Tardenois, elle s'abaisse à 150ᵐ à la ferme de Combernon située plus à l'Ouest, remonte aux environs de 170ᵐ à la butte de Bruyères-sur-Fère (couronnée de Calcaire de Saint-Ouen non figuré sur la Feuille de Soissons) et au Bois de la Tournelle, puis s'abaisse progressivement vers l'Ouest : 165-168ᵐ à Rocourt et à Grisolles, 140ᵐ à Latilly, pour s'élever à nouveau vers Neuilly-Saint-Front : 148ᵐ au Sud du hameau de Maubry. La surface supérieure du Lutétien n'épouse pas ces ondulations et demeure sensiblement à 125ᵐ. Il en résulte des variations de l'épaisseur des sables : 40ᵐ à Fère-en-Tardenois, 25ᵐ à Combernon, 48 à 50ᵐ près de Bruyères-sur-Fère et au Bois de la Tournelle, 15ᵐ à Latilly, 25ᵐ à Maubry et 30ᵐ à Neuilly-St-Front.



Ondulations de la surface structurale supérieure des sables auversiens au SW de Fère-en-Tardenois : e^3, Ludien; e^2, calcaire de Saint-Ouen et horizon de Mortefontaine; e^1, sables marins auversiens (les grès sont figurés en noir); $e_{1.11}$, Lutétien.

C'est sur des coupes orientées sensiblement E-W que ces ondulations se manifestent au maximum, tandis qu'elles n'apparaissent pas sur des coupes N-S, autant du moins qu'on en peut juger dans cette région où les affleurements de l'Auversien sont à vrai dire peu étendus.

Ces faits sont semblables à ceux qui ont été décrits dans le Stampien du Bassin de Paris (²), et comme eux, paraissent impliquer une émersion qui, ici, est postérieure au dépôt de la quasi-totalité des sables marins auversiens, et

(²) H. Alimen, *Mém. S. G. F.*, nº 31, 1936 (*Thèse*).

antérieure au court épisode de la mer de Mortefontaine; cette émersion est donc probablement contemporaine du Calcaire de Ducy. Pendant qu'elle se produisait, des dunes se sont édifiées en bordure de l'ancien rivage, parallèlement à lui, sans doute au moment de son recul vers l'Ouest. Nous avions déjà formulé cette hypothèse d'après quelques observations isolées ([3]).

Des constatations analogues peuvent être faites au voisinage immédiat de Château-Thierry : sablière de la Briqueterie au Nord-Est de la ville (épaisseur des sables 35^m), hameau de Vincelles (épaisseur 25^m), hameau de Vaux (épaisseur 18^m). Mais ici, le petit niveau marin qui sépare les sables du lacustre supérieur ne serait pas, selon L. et J. Morellet, l'horizon de Mortefontaine, mais l'équivalent des sables d'Ermenonville; il faudrait donc admettre une émersion plus ancienne près de Château-Thierry qu'aux environs de Fère.

Les sables à leur sommet présentent des caractères nettement différents dans les dunes et dans les interdunes. Parfaitement meubles et très blancs dans les sommets dunaires, avec parfois quelques lits mauves intercalés (Fère-en-Tardenois, Bruyères-sur-Fère, la Briqueterie), ils apparaissent plus cohérents, généralement teintés en ocre dans les interdunes où ils peuvent même être légèrement marneux (F^e de Combernon, Latilly, Vincelles). Des études granulométriques et microscopiques de ces sables, poursuivies actuellement, préciseront ces caractères.

Des marnes lacustres surmontent les sables des interdunes, notamment à Villeneuve-sur-Fère, à Vincelles; en ce dernier point on voit nettement ces marnes sous le petit niveau marin. Sur les sommets dunaires, l'horizon marin (de Mortefontaine à Fère ou d'Ermenonville à Château-Thierry) repose directement sur les sables : sablière de Fère, la Briqueterie. Des formations marneuses *en fond de bateau* se sont donc déposées dans les couloirs interdunaires.

Au sommet des sables, toujours séparés du lacustre supérieur par une petite assise meuble, des grès se sont consolidés, beaucoup plus développés que ne le figure la Feuille de Soissons. S'ils ne sont pas aussi étroitement localisés dans les sommets dunaires que les grès de Fontainebleau, du moins y ont-ils leur maximum d'épaisseur, tandis qu'ils s'amenuisent ou disparaissent dans les interdunes. L'analogie avec les formations gréseuses du Stampien est manifeste, et il semble que le problème de la consolidation des grès se pose sous la même forme dans les Sables moyens et les Sables supérieurs.

([3]) H. ALIMEN, *B. S. G. F.*, (5), **10**, 1940, p. 177-185; H. ALIMEN et A. F. de LAPPARENT. *C. R. S. S. G. F.*, (5), **16**, 1946, p. 173-175.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Sur la structure du Liban.*
Note (*) de M. **Étienne de Vaumas**, présentée par M. Emmanuel de Martonne.

Le Liban a été interprété généralement comme un *horst*. Cette manière de voir qui implique que les failles jouent un rôle essentiel dans la structure, ne paraît pas pouvoir être retenue.

On peut distinguer un haut pays et un bas pays.

I. *Le haut pays.* — C'est une vaste voûte anticlinale (pli de fond ou pli à grand rayon de courbure selon la terminologie d'Em. Argand) qui mesure assez régulièrement une vingtaine de kilomètres de largeur [abstraction faite des avant-monts libanais (1)], sauf au Sud où elle se termine en biseau. Son style structural est différent au Nord et au Sud; on a déjà suffisamment mis ce point en lumière pour qu'il soit inutile d'y revenir (2).

Elle est très fortement dissymétrique. Sa crête orographique coïncide partout, sauf dans sa pointe méridionale avec l'axe anticlinal du pli qui se trouve très près de la fracture syrienne (3). Du côté de la Bekaa, le pli retombe d'une manière très raide grâce à une forte *pliure* (4). Du côté de la Méditerranée, la pente est d'abord assez faible, puis elle s'accentue brusquement, parfois jusqu'à un pendage voisin de la verticale comme au Dj. Harissa, à partir d'une grande pliure suivie elle-même presque immédiatement d'une *contre-pliure*.

Cette large voûte s'incorpore sur son versant occidental : 1° dans le Liban septentrional, l'anticlinal du Dj. Jaje qui se termine brusquement au Nord du Nahr ej Joze par un plongement périclinal et qui se poursuit au Sud jusqu'au parallèle de Ghazir; 2° dans le Liban méridional, le Dj. el Mazraa qui se poursuit jusqu'à Jebaa par l'anticlinal de Roum. Ces plis sont de même style que la voûte libanaise, c'est-à-dire qu'ils se font principalement par pliure et contre-pliure. Entre le Dj. el Mazraa et l'anticlinal de Roum d'une part, et la crête maîtresse du Liban d'autre part, se trouve un synclinal assez évasé au Nord, qui se pince assez fortement vers le Sud où il termine la chaîne libanaise par une inversion de relief, phénomène unique dans les montagnes de la côte orientale de la Méditerranée.

Comme l'anticlinal de Roum, ce synclinal disparaît brusquement vers

---

(*) Séance du 14 juin 1948.

(1) É. de Vaumas, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 140-142. Leur largeur atteint jusqu'à 16km; c'est par une erreur de typographie que dans cette Note on lit 6km.

(2) Travaux de L. Dubertret.

(3) É. de Vaumas, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 140-142, et *Revue biblique*, **54**, 1947, p. 370-387, 3 fig.

(4) On peut appeler *pliure* un pli en genou dont la convexité est tournée vers le ciel, *contre-pliure* un pli semblable mais de sens inverse.

le Sud-Ouest au contact du bas pays par une très grande pliure, prolongation de celle qui limite partout au Nord de ce point, la voûte libanaise et qui, à partir de Jebaa, recoupe obliquement les axes de plissement.

II. *Le bas pays.* — Il borde le Liban à l'Ouest, sauf entre Ghazir et Beyrouth où la montagne arrive au contact même de la mer.

Dans le Liban septentrional, il comprend essentiellement : 1° le synclinal évasé de la Koura qui se suit vers le Nord jusqu'aux environs de Qoubayat, et vers le Sud jusqu'à quelques kilomètres au nord de Jebail; le promontoire du Nahr el Kelb, formé par une charnière synclinale, en montre une réapparition ainsi que la vallée du Nahr Beyrouth (entre la montagne et la ville); il disparait au delà définitivement dans la mer; 2° l'anticlinal du Dj. Terbol qui se suit pareillement vers le Nord par le Dj. Ilate, le Dj. en Nçor et le Dj. el Biri jusqu'à Qoubayat, et vers le Sud jusqu'aux environs d'Amchitt pour réapparaître dans la partie occidentale du promontoire de Beyrouth; 3° les îlots qui sont au large de Tripoli, sont peut-être dus à un anticlinal encore plus occidental ([5]).

Jusqu'ici toutes les directions de plissement sont sensiblement NNE-SSO.

Dans le Liban méridional, l'anticlinal de Roum et le synclinal de Djezzin se prolongent au delà de la grande pliure méridienne, le premier jusqu'à Tyr, le second jusqu'au Ras el Abiad. Leur orientation est alors franchement NE-SO et marque donc l'esquisse d'une incurvation très nette.

L'allure longitudinale. — Au Nord, le Liban se termine par un grand plongement périclinal. Malgré l'ampleur de l'ensellement qui le sépare du Dj. Ansarieh, il peut être considéré comme le prolongement exact de celui-ci. Il marque deux grandes culminations au Makmel et au Sannin, déterminant vers la Bekaa, des avancées en demi-dômes des avant-monts libanais. Au Sud, la structure primitive devait former une très forte culmination, eu égard à l'épaisseur des couches déblayées; l'érosion dont le travail était facilité ici par l'étroitesse du pli, est seule responsable de l'altitude plus faible et de l'inversion de relief du synclinal de Djezzin.

Conclusions. — Le Liban est un pli de fond, développé dans le socle syro-arabe. Sa direction qui s'incurve vers l'Ouest est franchement taurique, sa dissymétrie corrobore ce point de vue en montrant que la poussée venait du NO ou du NNO. Le littoral libanais est donc, malgré les apparences, de *type atlantique* et non pas de *type pacifique*. A part la fracture syrienne dont on a déjà donné une nouvelle interprétation, il n'y a pas au Liban de faille longitudinale digne d'être signalée. Les failles transversales du Liban central ([6]) (auxquelles il faut en ajouter une très importante, celle de l'ouadi Gehennam qui précipite la retombée du pli dans la direction de l'ensellement Homs-Tripoli)

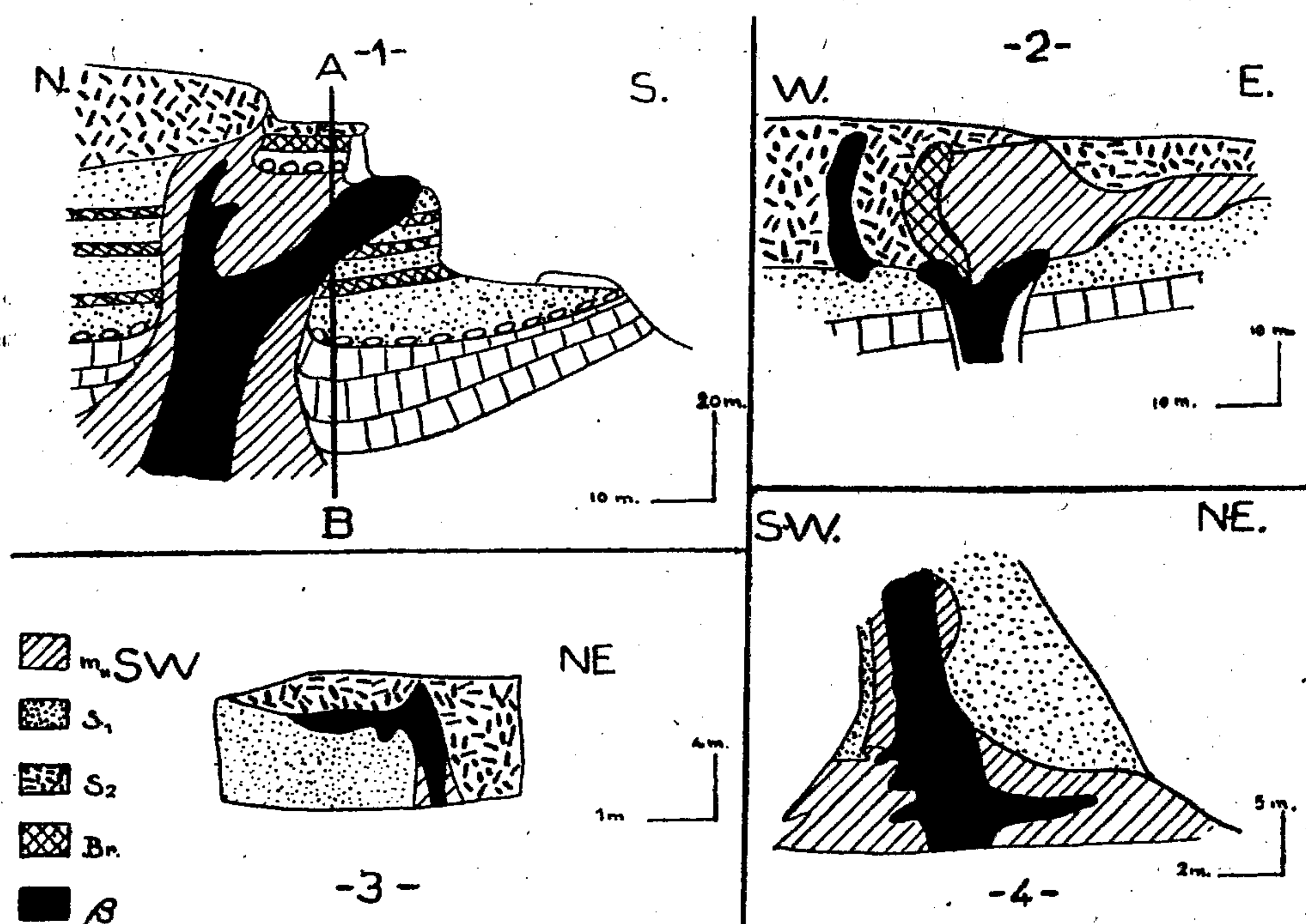
([5]) J. Bourcart, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 5e série, 10, p. 218.

([6]) Travaux et cartes de L. Dubertret.

ne jouent qu'un rôle local. La cause essentielle des altitudes demeure les plissements des couches. Ceux-ci se caractérisent principalement par des plongements périclinaux, des pliures et des contre-pliures très brusques.

VOLCANOLOGIE. — *Sur les éruptions fissurales linéaires du volcan de Gravenoire* (*Auvergne*). Note (*) de M. **Louis Glangeaud**, présentée par M. Albert Michel-Lévy.

Dans la région de Beaumont et de Gravenoire apparaissent de petits amas de scories traversés par de minces digitations basaltiques. La forme de ces digitations basaltiques, leurs ramifications et la présence des argiles oligocènes ramenés de la profondeur, montrent que ce sont des *intrusions fissurales et non des coulées*, contrairement aux descriptions antérieures. Ces pointements forment trois alignements principaux. Le plus important part de la carrière (156,4-83,95) (*fig.* 3) pour aboutir à la carrière (658,58-84,15) (*fig.* 2),



sur 2^{km},5 de longueur. On observe, dans les trois alignements, des lames de basalte (en noir), de formes et d'inclinaisons variées, enrobées par des scories. Dans presque tous ces pointements, les digitations basaltiques entraînent sur une de leurs faces et parfois sur les deux, des argiles sableuses oligocènes cuites

(*) Séance du 14 juin 1948.

(hachures), depuis des paquets de quelques centimètres, jusqu'à des masses de plusieurs mètres. Les enclaves quartzo-feldspathiques de ces basaltes ont été étudiées par A. Michel-Lévy, A. Lacroix et Ph. Glangeaud.

Des lapillis fins (S 1 = pointillés) sont traversés par les digitations basaltiques. Ils représentent des projections stromboliennes remaniées, antérieures à la fissure. Au contraire, des scories S 2 plus grossières (gros bâtonnets) projetées au cours de l'éruption fissurale ont recouvert les basaltes intrusifs. A la base des scories, S 2, une couche de 3 à 10^{cm} d'épaisseur, est formée de cristaux granitiques brisés (orthose et quartz) avec des débris de gneiss, mélangés à de très fines poussières volcaniques. On a là, un *faciès de ramonage* de la fissure éruptive qui tranche, par sa couleur claire, sur les scories foncées. Cette couche sinueuse moule la surface irrégulière des scories S 1. Elle a dû être immédiatement recouverte par des scories S 2, car on n'y observe pas de remaniement secondaire par l'eau.

A la fin de l'évolution du volcan de Gravenoire, le cône principal était, en grande partie, édifié. La lave ne pouvant plus suivre la cheminée principale le long de la faille de la Limagne, se fraya un passage plus à l'Est, vers la partie basse de l'édifice volcanique. Les intrusions basaltiques se propagèrent ainsi suivant des fentes latérales. L'émulsion magmatique profonde, en arrivant près de la surface, au contact de la nappe phréatique, se détendit brusquement en projetant d'abord les argiles sableuses qui le recouvraient. Comme à l'Etna, en 1874 et en 1928, la série linéaire des petites bouches explosives a dû débuter au point le plus haut (570^{m}) et a dû gagner rapidement la partie basse (460^{m}).

Par suite de cette différence d'altitude, les venues basaltiques furent peu importantes dans la partie haute de la fente où elles se limitèrent à de simples bavures (*fig.* 3). A son extrémité aval, la fente éruptive du Mont Joly donna, par contre, les importantes coulées de Saint-Jacques-Loradoux. De même, la coulée de l'Observatoire provient probablement de la fissure éruptive de Boisséjour (*fig.* 1).

Par éruption, on passe de ces cônes alignés aux necks et aux dykes. Quand la petite bouche émissive est intacte, elle se présente sous la forme d'un petit cône de scories. Après disparition de l'amas de scories, de quelques mètres d'épaisseur, il ne reste plus que de petits necks basaltiques au milieu de scories agglomérées. A un stade plus avancé de l'érosion, les digitations basaltiques de chaque traînée se relient entre elles et forment en profondeur un dyke ou un sill étroit. Les digitations complexes de ces intrusions près de la surface, paraissent dues aux phénomènes violents provoqués par le contact des laves avec la nappe phréatique.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence des stigmates sur la qualité germinative des pollens de différentes variétés de Pommiers.* Note de M. JEAN COUTAUD, présentée par M. Auguste Chevalier.

Au cours de nos travaux entrepris en 1944, poursuivis en 1947 et ayant pour but d'apporter une contribution à l'étude de la fécondation chez le Pommier, nous avons été amené à constater des différences de pourcentage de germination de grains de pollen, lorsque nous ajoutions des stigmates de diverses variétés au milieu artificiel de germination.

En 1948 nous avons repris ces expériences et utilisé deux méthodes d'étude :

1° La méthode de la goutte pendante de solution sucrée à 10 % de saccharose pur, suivant la technique exposée par Kobel (1). En même temps que les grains de pollen, nous apportons à ce milieu de germination un stigmate appartenant à diverses variétés. Nous procédons après 24 heures à un comptage des grains germés.

2° La méthode du milieu solide gélosé à 10 % de saccharose pur préparé suivant la technique indiquée par Fleckinger (2). Nous avons disposé sur ce milieu gélosé 20 stigmates appartenant à une variété déterminée. Ces stigmates ont été prélevés sur des fleurs se trouvant au même stade ; ils ont été coupés soigneusement au rasoir et placés de façon que le plan de la coupe se trouve en contact avec le milieu. Les 20 stigmates, disposés en massif dense au centre de la boîte de Pétri, sont laissés dans cet état pendant 24 heures. Au bout de ce temps ils sont enlevés et, exactement au même endroit, sont placés des grains de pollen provenant de la variété sur laquelle ont été prélevés les stigmates ou d'une autre variété.

Nous avons effectué pour chacune de ces deux méthodes des germinations témoins sans addition de stigmates.

Les expériences ont été entreprises dans les mêmes conditions de température et elles ont été répétées 3 fois.

Trois variétés ont été spécialement étudiées : deux diploïdes : Reine des Reinettes et Reinette Baumann ; une triploïde : Reinette grise du Canada.

Les résultats obtenus sont les suivants :

TABLEAU I. — *Reine des Reinettes.*

	Sans stigmates.	Stigmates. Reine des Reinettes.	Reinette Grise du Canada.	Reinette Baumann.
Milieu gélosé solide (%).....	93	86	91	96
Goutte pendante (%).......	95	88	90	96

(1) *Lehrbuch des Obstbaus*, 1931, p. 97.
(2) *Ann. des Épiph.*, 3, 1937, p. 485.

TABLEAU II. — *Reinette Baumann.*

	Sans stigmates.	Stigmates. Reinette Baumann.	Reinette Grise du Canada.	Reine des Reinettes.
Milieu gélosé solide (%).....	80	59	68	80
Goutte pendante (%).......	85	76	78	85

TABLEAU III. — *Reinette Grise du Canada.*

	Sans stigmates.	Stigmates. Reinette Grise du Canada.	Reine des Reinettes.	Reinette Baumann.
Milieu gélosé solide (%).....	20	12	28	20
Goutte pendante (%).......	16	13	21	20

Les conditions expérimentales dans lesquelles nous nous sommes placé semblent bien démontrer que tout se passe comme si des *substances diffusaient des stigmates dans le milieu de germination.*

Nos tableaux montrent de plus que l'action de ces substances serait :

1° *Inhibitrice : a.* lorsque le pollen étudié provient de la variété sur laquelle ont été prélevés les stigmates ajoutés au milieu de germination.

b. Lorsque le pollen étudié provient d'une variété diploïde alors que les stigmates ajoutés au milieu de germination ont été prélevés sur une variété triploïde. Toutefois nos résulats semblent montrer que dans ce cas la diminution du pourcentage de germination serait moins sensible que dans le premier cas qui correspondait aux autopollinisations.

2° *Favorisante* lorsque le pollen étudié provient d'une variété diploïde ou triploïde alors que les stigmates ajoutés au milieu de germination appartiennent à une autre variété diploïde, ce qui correspondrait aux pollinisations croisées compatibles.

En somme, il semble bien qu'il s'agisse ici d'une *action hormonale.*

MICROBIOLOGIE AGRICOLE. — *Action de certains antiseptiques sur la microflore normale du sol.* Note de M. **JACQUES POCHON** et Mme **JACQUELINE LAJUDIE**, présentée par M. Maurice Javillier.

On sait depuis longtemps qu'une stérilisation partielle du sol agit favorablement sur la croissance des végétaux. Ainsi, dès 1870, Girard avait noté l'action stimulante du sulfure de carbone utilisé pour la destruction des champignons et des insectes. Cette stérilisation partielle était obtenue soit par la dessiccation ou la chaleur (pour les expériences en pots), soit par l'addition au sol d'antiseptiques volatils (pour les expériences en grande culture). Les anti-

septiques utilisés étaient le plus souvent : le sulfure de carbone, l'éther, le chloroforme, le benzène, le toluène, le phénol, le crésol, le formol, etc.

L'effet favorable a parfois été attribué à une action stimulante directe sur la plante, plus souvent à la destruction de Protozoaires, de bactéries ou de champignons nuisibles. Mais de plus on s'est aperçu que ces antiseptiques avaient une action profonde sur la microflore normale du sol : on note le plus souvent, après une diminution temporaire et importante du nombre de germes par gramme de terre, une prolifération secondaire qui amène ce nombre à un niveau plus élevé que le niveau initial. De plus, certains auteurs ont noté une modification de l'équilibre de la microflore. Mais toutes ces recherches avaient été faites avec des techniques anciennes de numération sur plaque de gélatine et de gélose, dont on sait maintenant l'imperfection, et sans tenir compte de l'importance des grands groupes physiologiques des germes du sol. Nous avons repris cette étude avec les antiseptiques modernes : l'hexachloro-cyclohexane (insecticide-mélange des différents isomères), le mélange de dichloropropane et de dichloropropylène (nématocide), le bromure d'éthylène (fumigant).

Ces antiseptiques ont été ajoutés à de la terre de grande culture (Honville, Beauce) ou à de la terre maraîchère (Suresnes), en pots, aux concentrations habituellement utilisées (respectivement 1/5000; 1/15000 du mélange; 1/7000). Puis nous avons suivi, par des prélèvements réguliers, l'évolution des grands groupes physiologiques de la microflore : cellulolytiques, fixateurs d'azote aérobies, germes nitreux, germes nitriques, microflore ammonifiante, Actinomycètes, en utilisant les techniques modernes mises au point par S. Winogradsky (¹) et par nous-mêmes (²). Les résultats ont été à peu près comparables pour les trois antiseptiques essayés et les deux types de terre : action à peu près nulle (ou légèrement déprimante) sur les B. cellulolytiques aérobies (*Cytophaga*); action à peu près nulle ou légèrement stimulante sur les germes nitriques; action légèrement stimulante sur la microflore aérobie fixatrice d'azote (*Azotobacter*) et sur les germes nitreux. Cette action est rapide (huit à quinze jours), elle ne semble pas précédée par une phase d'inhibition, et se maintient presque constante pendant deux mois (durée de nos expériences). Action à peu près nulle sur la microflore ammonifiante et sur les Actinomycètes (ou très légèrement stimulante pour ces derniers).

Ces antiseptiques, dont l'action nématocide ou insecticide est éminemment favorable, n'ont donc aucune influence nuisible sur la microflore (tout au moins dans les délais de nos expériences), mais bien plutôt une action favorable sur les germes du cycle de l'azote aux temps de la fixation et de la nitritation.

(¹) *Ann. Inst. Pasteur*, 48, 1932, p. 89.
(²) Pochon et Tchan, *Précis de microbiologie du sol*, Paris, 1948.

ENTOMOLOGIE BIOLOGIQUE. — *Note sur les facteurs conditionnant l'apparition des formes sexuées chez les Aphididæ.* Note de M. **Lucien Bonnemaison**, présentée par M. Émile Roubaud.

Les formes sexuées des *Aphididæ* apparaissent généralement à l'automne; d'après les travaux les plus récents, la diminution de la longueur du jour serait le facteur essentiel déterminant le déclenchement de la reproduction sexuée (Marcovitch 1924, Shull 1930, Wadley 1931).

Cette opinion a été formulée à la suite d'expériences où les pucerons étaient élevés sur des plantes en pots, soumises à différentes conditions d'éclairement, naturel ou artificiel. Cette technique présente le grave inconvénient de faire intervenir la lumière, non seulement sur l'insecte, mais aussi sur la plante. Afin d'éliminer cette cause d'erreur, nous avons élevé les pucerons sur des feuilles coupées dont le pétiole baignait dans l'eau; dès que les feuilles présentaient un début de flétrissement, les Aphides étaient transférés sur des feuilles fraîches.

Nos expériences ont porté principalement sur le Puceron cendré du Chou (*Brevicoryne brassicæ* L.); en plein air, les sexués apparaissent au début de septembre, c'est-à-dire lorsque la durée du jour est de 13 heures 30 et la température moyenne de 18 à 20°.

Les descendants d'une fondatrice de *B. brassicæ*, récoltée au printemps de l'année 1947, ont été élevés individuellement au laboratoire (température moyenne 18°) et sous diverses conditions d'éclairement :

1° Lumière naturelle : les premiers mâles sont apparus à mi-septembre. Le pourcentage des formes sexuées a été assez variable chez les générations qui se sont succédé pendant l'hiver; il a été de 60 % en septembre, s'est abaissé légèrement par la suite jusqu'au mois de janvier, puis a augmenté progressivement pour atteindre 100 % entre le 12 et le 22 mars.

2° Éclairage permanent (lumière naturelle complétée par une lampe à fluorescence) : la reproduction sexuée a été presque totalement remplacée par la reproduction parthénogénétique, après une à deux générations.

3° Éclairage artificiel d'une durée de 13 heures par jour : il a été obtenu exclusivement des sexués, en deux ou trois générations.

La douceur de l'hiver 1945-1946 a permis l'hivernation d'un certain nombre de virginipares aptères; l'un d'entre eux, récolté sur Chou le 1er février 1946, servit de tête de lignée d'un élevage poursuivi au laboratoire et à la lumière naturelle pendant tout l'été. Un aptère, adulte le 1er octobre, produisit 3 mâles et 28 virginipares aptères qui furent élevés individuellement, du 22 octobre au 16 mai (10 générations consécutives), dans les conditions suivantes :

1° Température constante de 16° et lumière naturelle : il fut obtenu 0,71 % de sexués pour l'ensemble des 10 générations.

2° Température du laboratoire (moyenne 18°) et lumière naturelle dont la durée était réduite à 7^h par jour : 0,65 % de sexués.

3° Température du laboratoire et lumière naturelle : 0,23 % de sexués.

L'élevage de cette lignée fut poursuivi au laboratoire avec l'éclairage naturel pendant l'année 1947 et l'hiver 1947-1948, en parallèle avec les descendants de la fondatrice récoltée au printemps de l'année 1947. Ces derniers engendrèrent la forte proportion de sexués signalée précédemment, alors que les premiers ne produisirent pas un seul sexué.

Durant l'hiver 1944-1945, le minimum absolu a été de — 18°,5, à 2^m sous abri; tous les virginipares ont été tués. Le virginipare hivernant récolté le 1er février 1946 ne pouvait donc provenir que d'une fondatrice devenue adulte vers le mois de mars 1945; la reproduction parthénogénétique a pu se poursuivre sans interruption depuis le mois de mars 1945 jusqu'à l'époque normale d'apparition des sexués, c'est-à-dire au mois de septembre de l'année suivante; cela a suffi pour diminuer, dans une proportion notable, la tendance à la reproduction sexuée et à la faire disparaître en moins de 30 mois.

Des observations similaires ont été faites avec *Myzus persicæ* Sulz.

Il a été remarqué par nombre de biologistes que diverses espèces d'Aphides produisant des formes sexuées dans les régions à climat tempéré ou froid, se perpétuent exclusivement par parthénogénèse dans les pays tropicaux ou subtropicaux; on a expliqué cette particularité par la douceur de la température et le fait que la durée du jour ne descend pas au-dessous de $10^h 30$ à 11^h.

Nos expériences ont montré qu'il était possible d'obtenir un fort pourcentage de sexués chez *B. brassicæ* et *M. persicæ*, à une température moyenne de 18° et avec un éclairement de 13 heures par jour, toutes conditions supérieures à celles qu'offrent les climats tropicaux et subtropicaux pendant la mauvaise saison. Il est bien connu que *M. persicæ* se reproduit uniquement par parthénogénèse sur diverses crucifères sauvages ou cultivées dans les contrées d'Europe jouissant d'un climat maritime, ainsi que dans les serres froides.

Ces faits permettent de penser qu'il peut se créer chez les Aphides deux races physiologiques : l'une où la gamétogénèse succède chaque année et à une date sensiblement constante à la parthénogénèse, l'autre dérivant de la précédente où la reproduction est exclusivement parthénogénétique.

Le déclenchement de la gamétogénèse, chez les *Aphididæ*, semble relever en premier lieu d'une cause interne, dont l'influence peut être inhibée expérimentalement par un éclairement de grande durée ou une température élevée; elle peut également disparaître, en quelques années, dans les locaux et les régions où la température ne descend pas au-dessous de celle que peuvent supporter les virginipares.

BIOLOGIE. — *Inversion du gradient de croissance dans les membres des Rongeurs.* Note de M. **Marcel Abeloos**, présentée par M. Maurice Caullery.

L'étude de la croissance relative des organes en fonction du poids du corps chez la Souris blanche m'a montré l'existence d'un stade critique, sur lequel M. Lafon ([1]) a déjà attiré l'attention. Atteint à l'âge d'une vingtaine de jours et pour un poids corporel d'environ 6^g, ce stade est marqué par le début de la régression du thymus et une modification des coefficients d'hétérauxèse (α), en diminution pour l'encéphale, la peau, les surrénales, en augmentation pour les testicules.

La croissance en longueur des diverses parties du squelette, comparées à la racine cubique du poids du corps, est nettement affectée par ce stade critique. Dans les différentes régions de la colonne vertébrale, sauf la région caudale, les coefficients d'hétérauxèse augmentent, pour devenir tous supérieurs à l'unité (hétérauxèse majorante). Quant aux membres, dans leur ensemble, ils passent de l'hétérauxèse majorante à l'hétérauxèse minorante : le stade critique du 20e jour inaugure donc une phase d'allongement du corps et de raccourcissement relatif des membres.

Cependant, si l'on envisage séparément les divers segments du membre, on constate que l'abaissement du coefficient d'hétérauxèse, très marqué dans les métapodiaux, s'atténue dans les segments proximaux et peut faire place à une augmentation dans la ceinture et même dans le stylopode. De plus, alors qu'avant le stade critique, les métapodiaux occupent le sommet d'un gradient de croissance, avec un coefficient d'hétérauxèse maximum, qui diminue vers la ceinture et dans les doigts, après le stade critique, ces différences régionales sont exactement inversées. Les nombres ci-dessous illustrent, dans le cas du membre postérieur, cette inversion du gradient de croissance coïncidant avec le stade critique de la croissance relative :

Bassin.	Fémur.	Tibia.	Métatarsien.	Doigt.
1,08	1,3	1,74	2,16	1,9
1,47	1,35	0,96	0,21	0,24

Une telle inversion du gradient de croissance des membres s'observe également dans la croissance du Cobaye, à l'époque critique qui coïncide sensiblement avec la naissance ([2]) et correspond notamment au stade critique de l'encéphale et à la fin de l'accroissement du thymus. A ce moment, les coeffi-

([1]) *Ann. Physiol. et Physico-chim. biol.*, 10, 1934, p. 1177.
([2]) M. Abeloos, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 754.

cients d'hétérauxèse s'abaissent dans tous les segments squelettiques, sauf dans la région vertébrale caudale; mais l'abaissement est beaucoup plus marqué dans les membres que dans la colonne vertébrale, de telle sorte que les membres subiront un raccourcissement relatif durant la croissance post-embryonnaire. Le coefficient d'hétérauxèse qui, durant la croissance embryonnaire, a son maximum dans les métapodiaux (métatarse : 1,6), son minimum dans les ceintures (bassin : 1,38), montre, durant la croissance post-embryonnaire, des variations régionales inverses (métatarse : 0,42; bassin : 0,96).

J'ai déjà étudié, chez les Ruminants (Veau, Mouton), une inversion analogue du gradient de croissance des membres ([3]), accompagnant l'avènement d'un régime de raccourcissement relatif de ces organes et coïncidant avec le stade critique de l'encéphale et d'autres organes au moment de la naissance.

Ces variations brusques du régime de croissance dans les diverses pièces du squelette sont sans doute le résultat d'une modification du milieu humoral à laquelle chacun des appareils de croissance squelettiques réagit avec sa sensibilité particulière.

La similitude de comportement des diverses régions du squelette, comme la similitude de comportement de divers autres organes, lors de ces stades critiques d'inversion, semblent indiquer qu'il s'agit de modifications humorales analogues dans toutes les espèces. Ce stade remarquable de la croissance générale, qui fait passer les membres de l'hétérauxèse majorante à l'hétérauxèse minorante, avec inversion du gradient de croissance, serait un stade critique commun à plusieurs ordres de Mammifères. Ce stade est bien distinct de celui que j'ai désigné sous le nom d'*éveil hormonique* ([2]) et qui, dans toutes les espèces étudiées, le précède.

BIOLOGIE. — *Sur l'extraction d'un antibiotique du mycélium d'* Actinomyces griseus. *Étude comparée de la production d'antibiotique à partir des voiles et des jus de culture*. Note ([*]) de Mme **Françoise Grumbach**, MM. **Pierre Goret**, **Émile Arquie** et **Fernand Boyer**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

Nos recherches antérieures ([1]), ([2]) nous ont permis d'étudier un antibiotique extrait des voiles d'*Actinomyces griseus*. Nous apportons aujourd'hui des précisions sur la production comparative de cet antibiotique à partir du voile et dans le liquide sous-jacent aux différents stades du développement de la culture.

Cette étude a été poursuivie en utilisant une souche d'*Actinomyces griseus*

([3]) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 49.

([*]) Séance du 31 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 962-963.

([2]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 2011.

irradiée par rayons ultraviolets et cultivée sur milieu à la digestion papaïnique de viande ([3]) (milieu de Belmont modifié).

L'extraction trichloracétique a été réalisée en faisant une suspension de corps microbiens broyés à raison de un gramme pour 2^{cm^3} d'eau bidistillée à laquelle on ajoute 2^{cm^3} d'acide trichloracétique N/2 (au lieu de 1^{cm^3} d'eau et d'acide comme l'avions précédemment indiqué).

1. *Rythme comparé de la production d'antibiotique dans le mycélium et dans le milieu de culture.* — Nous avons titré respectivement la valeur antibiotique des extraits de voile et des milieux de culture vis-à-vis de *Staphylococcus aureus* (Oxford) et de *Klebsiella pneumoniæ* (Dumas) par la méthode des dilutions et la « Cup plates method » ([4]).

Voici les résultats d'une de nos expériences :

Age de la culture (jours).	Unités par cm³ de milieu		Unités par cm³ d'extrait chloracétique	
	Staph. aureus.	*Klebs. pneum.*	*Staph. aureus.*	*Klebs. pneum.*
3	44	60	63	30
5	83	100	330	200
7	187	250	250	250
10	125	200	250	120
15	50	90	100	120

Tous nos essais nous ont fourni des résultats comparables. Il apparaît donc que le maximum de production dans le voile comme dans le milieu est situé entre le 5e et le 10e jour de la culture.

2. *Quantité de l'antibiotique produit.* — L'étude systématique de la quantité de l'antibiotique produit, respectivement dans le voile et le milieu de culture, nous a donné les résultats suivants :

Age de la culture (jours).	Unités par gramme de mycélium.		Production par fiole de culture (boite de Roux, 150cm³ de milieu). Dans le mycélium		Dans le milieu de culture.		Total en unités.	
	Staph. aureus.	*Kleb. pneum.*	*Staph. aureus.*	*Kleb. pneum.*	*Staph. aureus.*	*Kleb. pneum.*	*Staph. aureus.*	*Kleb. pneum.*
3	229	110	3 437	1 650	6 600	9 000	10 037	10 650
5	1 035	623	17 596	10 600	12 450	15 000	30 046	25 600
7	989	989	23 750	23 750	28 050	37 500	51 800	61 250
10	1 045	500	23 000	11 040	18 750	30 000	41 750	41 040
15	315	473	6 000	9 000	7 500	13 500	13 500	22 500

([3]) AINSWORTH et Coll., *J. of General Microbiology*, 1, n° 3, 1947.

([4]) Nous avons indiqué la technique à utiliser pour obtenir des résultats concordants par ces deux méthodes. (F. GRUMBACH et F. BOYER, *Soc. Fse. Mic.*, 13 mai 1948).

De l'examen de ce tableau il ressort que la quantité d'antibiotique qu'on peut extraire du voile s'avère très importante puisqu'elle permet de doubler la production totale en pratiquant séparément les extractions du mycélium et du milieu entre le 5e et le 10e jour de la culture.

En outre, on observe des différences dans l'activité antibiotique respective des extraits de voile et des milieux de culture vis-à-vis de *Staphylococcus aureus* et de *Klebsiella pneunomiæ*.

La présence d'un antibiotique différent de la streptomycine et à côté de celle-ci dans le mycélium d'*Actinomyces griseus*, a été signalée par A. Schatz et S. A. Waksman ([5]), S. A. Waksman, A. Schatz et H. C. Reilly ([6]) : cette substance éthéro-soluble, présente en faible quantité dans le milieu de culture, et en grande quantité dans le voile, est active sur les bactéries gram-positif. Plus récemment, Andrejew ([7]) a pu extraire des voiles autolysés d'*Actinomyces griseus*, une substance active vis-à-vis de *Mycobacterium tuberculosis*.

Nous poursuivons nos recherches sur ces différentes questions.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Influence de certaines hormones et vitamines liposolubles sur l'oxydation des lipides*. Note (*) de M. **André Chevallier**, Mlle **Simone Manuel** et M. **Constant Burg**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons montré dans des publications antérieures ([1]) que les esters gras non saturés, soit à l'état isolé, soit présents dans un mélange complexe comme une graisse naturelle, présentaient des modifications spectrales dans l'ultraviolet au cours de leur oxydation. Ce phénomène nous a permis d'établir une technique précise de mesure de l'oxydation des milieux lipidiques particulièrement bien adaptée à l'étude de la vitesse avec laquelle l'oxygène se fixe sur le substrat et des conditions qui peuvent agir sur celle-ci. Parmi les multiples facteurs qui sont susceptibles d'intervenir sur l'oxydation lipidique, l'influence des hormones et des vitamines liposolubles nous a paru particulièrement intéressante à étudier.

La technique a été identique dans tous les cas : elle a consisté à comparer par la méthode spectrale, la vitesse d'oxydation propre d'une graisse animale (rat, cobaye), ou d'un glycéride isolé (trioléine) avec la vitesse d'oxydation du même substrat additionné de quantités variables d'hormones ou de vitamines cristallisées. Dans les deux cas, les conditions d'étalement, de température, d'éclairement et de manipulations étaient identiques. Quant aux quan-

([5]) *Proc. Soc. Exp. Biol. Med.*, **57**, 1944, p. 244.
([6]) *J. Bact.*, **51**, 1946, p. 753.
([7]) *Ann. Inst. Past.*, **73**, 1947, p. 483.

(*) Séance du 7 juin 1948.
([1]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 824; **224**, 1947, p. 1560; **225**, 1947, p. 1077.

tités de substrat utilisé elles ont toujours été de 10^{mg}, ce qui permet de comparer entre elles toutes les expériences.

Action du calciférol. — L'addition de quantités variant entre 250 et 40 γ de calciférol détermine une accélération très marquée de la vitesse d'oxydation du substrat, que celui-ci soit constitué par de la graisse de rat ou de cobaye, ou bien par de la trioléine. Cette accélération présente les caractères suivants : elle n'est pas immédiate, elle s'établit progressivement, passe par un maximum et décroît. Des mesures de vitesse de destruction du calciférol au sein du milieu lipidique nous ont montré que ce fait pouvait être expliqué en admettant que ce n'est pas le calciférol lui-même qui intervient sur la vitesse d'oxydation, mais un de ces produits de destruction.

D'autre part l'action du calciférol est d'autant plus marquée sur une graisse que la vitesse propre d'oxydation de celle-ci est plus lente. Ce phénomène observé sur les graisses animales peut être reproduit en ralentissant artificiellement par l'addition de petites quantités de tocophérol la vitesse d'oxydation de la trioléine.

Action de la vitamine A. — Nous avons fait agir sur le substrat la vitamine A, soit sous forme d'alcool, soit sous forme de palmitate ou d'acétate, à des doses variant entre 100 et 30 γ. Tous ces produits étaient cristallisés et l'acétate obtenu par synthèse. Les résultats ont été indépendants de la forme sous laquelle la vitamine A avait été utilisée. La labilité de ces produits cristallisés est tellement grande qu'il n'est pratiquement pas possible d'effectuer les manipulations sans qu'une destruction importante intervienne. Nous avons donc été conduits à ajouter de petites quantités de tocophérol ($0^{\gamma},05$) pour permettre l'expérimentation. Dans ces conditions, on observe une très légère accélération de l'oxydation du substrat. Cette accélération est beaucoup plus faible que celle qui est déterminée par le calciférol, elle décroît très rapidement et parallèlement à la destruction de la vitamine A elle-même. D'autre part, si les quantités de tocophérol ajoutées (1 à 10^{γ}) sont suffisantes pour déterminer un certain temps de latence dans l'oxydation du substrat lui-même, l'intervention de la vitamine A apparaît alors nettement sur la réduction de ce temps de latence. Dans les conditions de nos expériences la neutralisation de 1^{γ} de tocophérol serait opérée par 40^{γ} environ de vitamine A.

Action de la folliculine. — L'addition de quantités de folliculine cristallisée à doses variant entre 100^{γ} et 50^{γ} détermine un ralentissement très marqué et durable de l'oxydation du substrat. Ce ralentissement est d'autant plus considérable que la vitesse propre d'oxydation du milieu lipidique est plus élevée. Cette constatation faite sur les graisses animales est confirmée en accélérant artificiellement l'oxydation de la trioléine par l'addition d'une quantité convenable de calciférol. On peut diminuer ainsi de plus de moitié la vitesse d'oxydation. Par contre, si au lieu d'additionner le milieu de calciférol, on ajoute de la vitamine A, l'action frénatrice de la folliculine n'est plus observée. Enfin

les expériences effectuées avec la dihydrofolliculine nous ont montré que cette hormone agissait dans le même sens que la folliculine, mais avec une intensité notablement plus forte.

En conclusion, nous pouvons donc considérer que l'oxydation d'un milieu lipidique est fortement influencée par la présence de certaines hormones et vitamines liposolubles. Cette action s'exerce soit dans le sens de l'accélération, soit du ralentissement, avec des modalités propres à chaque substance active ou à l'équilibre réalisé par plusieurs d'entre elles.

A 15^h50^m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^h15^m.

ERRATA.

(Séance du 12 janvier 1948.)

Note de M. *René Souèges*, Embryogénie des Portulacacées. Développement de l'embryon chez le *Calandrinia compressa* L. :

Page 207, 2ᵉ ligne du titre, et page 208, 1ʳᵉ ligne de la légende, *au lieu de* *Calandrinia compressa* L., *lire* *Calandrinia compressa* Schrad.

Séance du 8 mars 1948.)

Note de M. *Noubar Arpiarian*, Sur les suites de fonctions orthogonales par rapport à un ensemble de courbes ou de domaines différents :

Page 771, ligne 7, *au lieu de* est le carré du poids linéaire $\varpi(z)$, *lire* est le carré du poids linéaire $\varpi(z)$, pour certains d'entre eux.

(Séance du 26 avril 1948.)

Note de M. *Edmond Bruet*, Nouvelles données sur la structure des Andes de l'Équateur :

Page 1383, ligne 19, *au lieu de* Schell, *lire* Shell;
» » » 29, *au lieu de* Alapices, *lire* Alapicos;
» 1384, » 21, *au lieu de* Cordillère de Condor, *lire* Cordillère del Condor.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 JUIN 1948.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES JACOB.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Giovanni Lampariello**, Professeur à l'Université de Messine, qui assiste à la séance.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Papilionacées. Développement de l'embryon chez le* Vicia Faba *L.* (Faba vulgaris *Moench*). Note (*) de M. **René Souèges.**

Le problème de phylogénie et de systématique qui s'est posé pour l'Ers ([1]) et pour la Lentille ([2]), et que l'embryogénie a permis de résoudre, se pose également au sujet de la Fève. Quelles sont les relations de cette plante avec les autres Viciées ? Peut-elle être considérée comme le représentant d'un genre particulier différent du genre *Vicia* auquel on la rattache le plus souvent ? Les caractères différentiels que l'on invoque pour la définir sont purement superficiels et nullement concluants. Ce sont presque exclusivement des caractères de dimensions. Tout est grand chez la Fève : l'herbe est robuste; les folioles sont de grande taille; les fleurs blanches avec ailes noires sont très développées; les gousses, charnues, gonflées, atteignent 10 à 20 cm de longueur; les graines, élargies, sont longues de 2 à 3 cm. L'embryon lui-même, à tous les stades de son développement, se montre presque deux fois plus gros que celui des autres Viciées. Reconnaissons que toutes ces particularités n'ont qu'une valeur tout à fait relative et ne peuvent nullement nous renseigner sur les parentés véritables de la plante. A cet égard, peuvent seules apporter la solution du problème les lois selon lesquelles naissent aux dépens les unes des autres, s'unissent et s'organisent les cellules qui, tout primordialement, se partagent les potentialités spécifiques et contribuent, en se multipliant, à la génération de toutes les formes et de toutes les structures.

(*) Séance du 21 juin 1948.

([1]) R. Souèges, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 838.

([2]) P. Crété, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 590.

La tétrade *première* (*fig.* 1 à 3) et le proembryon octocellulaire (*fig.* 4) s'édifient, chez la Fève, comme chez les *Vicia* (³). Comme chez les *Vicia* encore, et, en outre, comme chez l'*Ervum hirsutum*, les *Orobus* (⁴) et le *Lens esculenta*, les deux cellules juxtaposées, produites par la cellule basale, et les deux cellules également juxtaposées, engendrées par la cellule-fille inférieure de la cellule apicale, restent indivises et se transforment en vésicules plurinucléées représentant le suspenseur proprement dit. Les deux

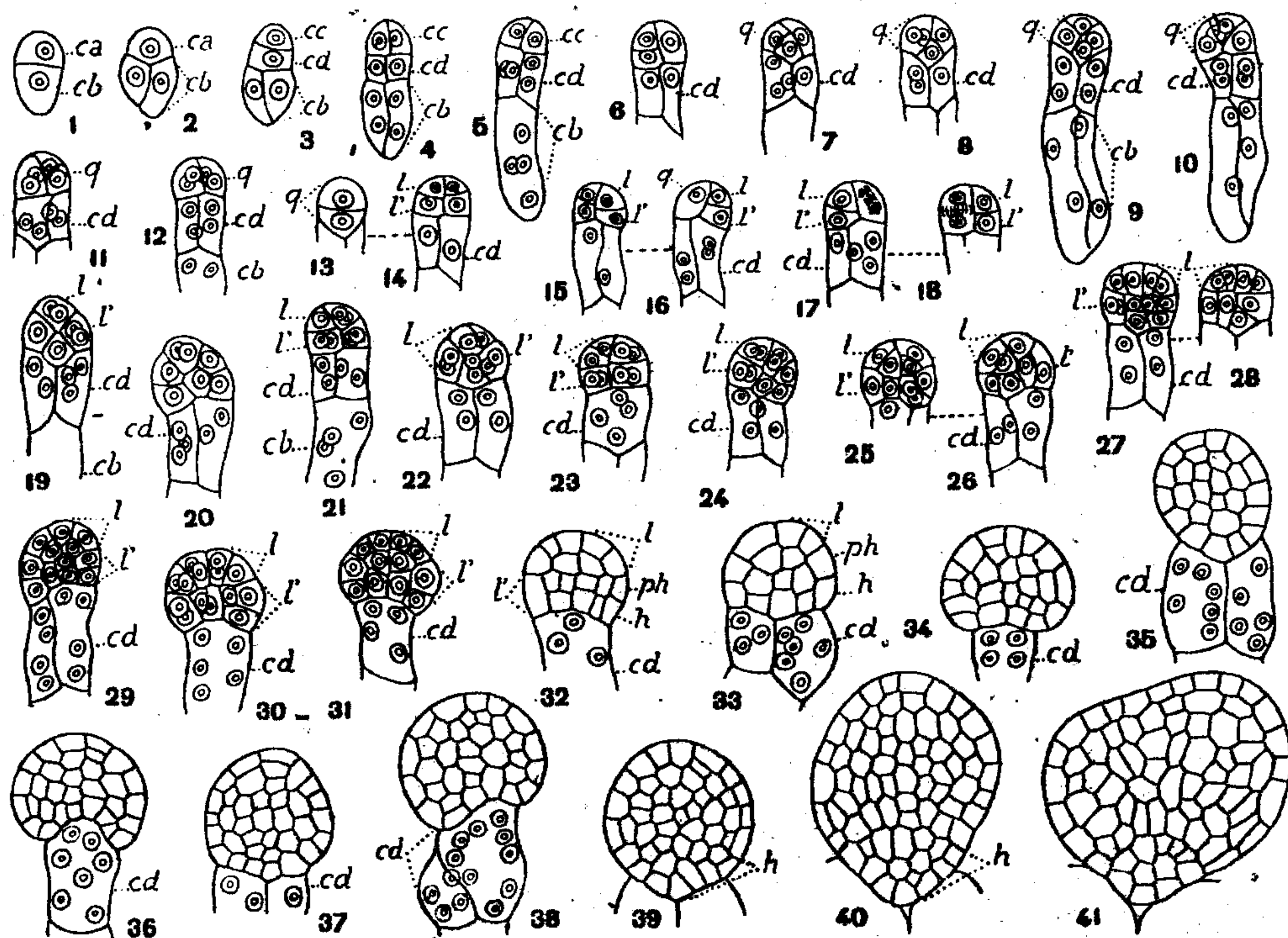


Fig. 1 à 41. — *Vicia Faba* L. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellules apicale et basale du proembryon bicellulaire; *cc*, cellule-fille supérieure de *ca*, donnant l'embryon proprement dit; *cd*, cellule-fille inférieure de *ca* ou les deux vésicules plurinucléées supérieures; *q*, quadrants; *l* et *l'*, octants supérieurs et inférieurs; *ph*, partie hypocotylée; *h*, massif hypophysaire. Les figures 13 et 14 représentent les deux coupes voisines d'un même embryon; il en est de même des figures 15 et 16, 17 et 18, 25 et 26, 27 et 28. G. = 150.

cellules juxtaposées du sommet, résultant de la segmentation ordinairement verticale de la cellule-fille supérieure de la cellule apicale, se divisent le plus souvent, l'une par une cloison transversale (*fig.* 6 à g.), l'autre par une paroi verticale (*fig.* 8 à g.). Il en résulte quatre quadrants groupés en tétraèdre (*fig.* 8, 9), dont l'un, placé au sommet, paraît correspondre à une cellule épiphysaire (*fig.* 9). Dans beaucoup de cas, cependant, les parois séparant les quadrants, plus ou moins inclinées, plus ou moins rapprochées du plan vertical méridien, font apparaître des éléments plus ou moins régulièrement groupés autour de l'axe vertical, leurs noyaux se plaçant sensiblement au même niveau (*fig.* 10, 11, 12).

(³) R. Souèges, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 389; P. Crété, *Ibid.*, **223**, 1946, p. 921.
(⁴) R. Souèges, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 60 et p. 493.

Dans ce cas, les quatre quadrants se divisent transversalement et engendrent 8 octants distribués en deux étages *l* et *l'* (*fig.* 17, 18, 21); en 15 et 16, l'un de ces quadrants est encore indivis. Le mode de constitution des octants dont rendent compte les figures 13 et 14, intéresse des formes dont les quadrants sont disposés comme le montrent les figures 8 ou 9. Les deux quadrants superposés que l'on voit en 13, correspondent aux deux quadrants visibles à droite de la figure 8 ou à gauche de la figure 9; les quatre octants déjà constitués en 14 dérivent du cloisonnement transversal des quadrants figurés à gauche de la figure 8 ou à droite de la figure 9. En 19, les deux quadrants, tels qu'ils apparaissent à gauche de la figure 9, se sont seuls divisés pour engendrer les quatre octants que l'on voit à droite, tandis que les deux autres quadrants sont encore indivis. En 22, ces deux derniers se sont à leur tour segmentés pour donner une tête embryonnaire nettement octocellulaire.

Les figures 23 à 33 permettent de se rendre compte des directions que prennent les cloisons dans l'intérieur des octants. A cet égard, les formes représentées en 23, 27, 30 et 31 se rattacheraient à celles de la figure 21 qui offre une disposition nette des octants en deux étages; les proembryons figurés en 25, 26, 29 dériveraient plutôt des proembryons représentés en 19, 20, 22, compte tenu de la tendance à la régularisation qui se produit le plus souvent et qui ne permet pas de reconnaître les limites exactes des blastomères précédents, quadrants et octants. En 31, 32, 33, on peut assister à la génération des deux assises *ph* et *h*, génératrices l'une de la partie hypocotylée, l'autre du massif hypophysaire.

A partir de ce moment, toute différenciation intérieure s'efface; l'embryon change de symétrie; il s'élargit dans le plan correspondant à la cloison verticale de séparation des deux vésicules *cd*; il prend, dans ce plan, la forme dite *en biscuit*, d'une manière cependant bien moins accentuée que chez les *Vicia* (*fig.* 34, 36, 38). Dans les coupes longitudinales perpendiculaires à la cloison de séparation des deux vésicules, l'embryon prend une forme oblongue (*fig.* 35, 37, 39), allongée vers le bas, la partie amincie se logeant entre les deux vésicules. Peu après, les cotylédons apparaissent (*fig.* 41); à cette même période, on peut parfois nettement distinguer le groupe hypophysaire aux dépens duquel vont se constituer la région des initiales et la portion médiane de la coiffe.

En somme, la Fève offre avec les Vesces des analogies indiscutables. La tétrade *première* (*fig.* 3) se rapporte à la catégorie C_1 et la tétrade *seconde* (*cc* + *cd*, *fig.* 4) à la catégorie A_1 dans les deux cas; les quadrants et les octants se constituent selon des processus tout à fait comparables, accompagnés des mêmes variations; le proembryon avant la naissance des cotylédons subit les mêmes déformations. Comme le démontrent les lois du développement à tous les degrés, la Fève est bien un *Vicia* et il n'apparaît nullement nécessaire de considérer cette plante comme le représentant d'un genre particulier en la désignant sous le binôme de *Faba vulgaris*. Il importe cependant de faire remarquer qu'elle présente beaucoup de formes d'aspect irrégulier, qui dérivent d'une disposition tétraédrique des quadrants et qui seraient comme des termes de transition allant du 9e au 10e groupe embryogénique.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la teneur en rubidium de diverses familles de Phanérogames*. Note (*) de MM. **Gabriel Bertrand** et **Didier Bertrand**.

Les recherches que nous avons effectuées sur un grand nombre de plantes n'ont pas seulement apporté la preuve que le rubidium accompagne le sodium et le potassium dans toutes les espèces végétales ([1]), elles ont fait ressortir une différence quantitative importante entre les Phanérogames et les Cryptogames. Tandis que les recherches portant sur 105 espèces du premier groupe nous ont fourni, en moyenne, 20^{mg} de rubidium par kilogramme de matière sèche, dans 92 espèces du second groupe nous en avons rencontré 6 fois plus, soit 120^{mg}. En examinant davantage cette remarquable différence, nous avons été conduits à découvrir que, parmi les Cryptogames, il y en a qui renferment des proportions aussi extraordinairement élevées qu'un gramme et même un gramme et demi de rubidium par kilogramme de poids sec ([2]).

Des différences quantitatives intéressantes sont apparues aussi parmi les Phanérogames. Il a semblé, notamment, que les Crucifères étaient plus riches que les Légumineuses et les Graminées ([3]), trois familles dont l'importance en Agriculture est comme on sait prédominante.

Mais nous n'avions examiné à ce moment qu'un nombre trop limité d'espèces pour formuler davantage qu'une opinion provisoire.

Vu l'intérêt de la question au point de vue théorique et, sans doute, un peu plus tard, au point de vue pratique, nous avons décidé, malgré le labeur auquel cela nous entraînait, de récolter et d'analyser un nombre de plantes phanérogames beaucoup plus grand encore que celui sur lequel avaient déjà porté nos recherches.

En outre, pour obtenir des résultats répondant le mieux possible au but le plus général que nous poursuivons, qui est la connaissance de la composition chimique comparée des espèces vivantes, nous avons écarté, cette fois, l'examen des organes séparés, nous avons opéré sur la partie aérienne entière de chaque espèce, récoltée par section du collet au moment de la floraison.

Un petit nombre de ces plantes provenait du jardin de l'Institut Pasteur à Paris et quelques-unes du Muséum d'Histoire naturelle et de l'École d'Agriculture de Grignon; mais, de beaucoup, le plus grand nombre a été

(*) Séance du 21 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 325 et *Erratum ibid.*, p. 632; mémoire *in : Ann. Inst. Past.*, **72**, 1946, 416-424 et *Ann. agron.*, **16**, 1946, p. 1-7.

([2]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 572 et mémoire *in : Ann. Inst. Past.*, **73**, 1947, p. 797-804 et *Ann. agron.*, **17**, 1947, p. 323-329.

([3]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 423 et mémoire *in : Ann. Inst. Past.*, **73**, 1947, p. 472-478 et *Ann. agron.*, **17**, 1947, p. 149-155.

récolté dans les conditions naturelles de croissance au cours de nos excursions en 1946 et 1947, soit dans les bois de Meudon, les forêts de Saint-Germain et de Fontainebleau, soit dans les environs de Fumel (Lot-et-Garonne), de Châteauneuf-les-Bains (Puy-de-Dôme), de Vichy (Allier), de la Malvergne (Vendée) et du Finistère.

Les espèces rassemblées sont surtout des espèces herbacées, annuelles ou vivaces, les plus abondantes en nombre, mais il y en a aussi des sous-frutescentes et des ligneuses. Elles ont été recueillies dans des habitats très variés : parfois sur des murs ou parmi des rochers, dans des lieux très secs ou des prés humides, dans des champs, des bois, au bord de mares, de ruisseaux ou de rivières. Suivant les régions, le sol était plus ou moins pourvu d'humus, de calcaire, d'argile ou de silice. De sorte qu'en définitive, la plus grande variété possible des représentants de la population végétale de notre pays a été étudiée.

Dans nos précédentes publications figuraient, à côté de celles d'organes séparés, les analyses de 65 espèces de plantes phanérogames effectuées sur la partie aérienne tout entière, récoltée au moment de la floraison. Nos nouvelles recherches portent ce nombre à un peu plus de 280. Et comme certaines espèces ont été récoltées intentionnellement dans deux localités différentes et, par suite, analysées autant de fois, c'est sur un total d'environ 300 récoltes et analyses que reposent les conclusions formulées aujourd'hui.

Résumons d'abord en un tableau les résultats obtenus. Ne sont énumérées dans ce tableau que les familles dont nous avons étudié au moins dix espèces; les autres sont rassemblées sous la rubrique : autres familles. Les proportions moyennes de rubidium trouvées sont exprimées en milligrammes par kg sec.

	Nombre d'espèces.	Rubidium.
Monocotylédonés.		
Graminées	29	11,9
Autres familles	26	20,2
Dicotylédonés.		
Renonculacées	13	18,4
Crucifères	22	24,4
Légumineuses	21	18,8
Caryophyllées	11	31,2
Rosacées	10	12,7
Ombellifères	11	25,0
Composées	33	17,3
Scrofulariées	10	13,0
Labiées	15	11,2
Autres familles	56	20,6

En calculant, pour l'ensemble des deux classes de Phanérogames, soit pour

les 280 espèces examinées, la teneur moyenne en rubidium, on trouve $18^{mg},9$ par kg sec, ce qui permet d'observer qu'il y a : chez les Monocotylédones, une famille relativement pauvre, celle des Graminées (29 espèces) avec $11^{mg},9$, et chez les Dicotylédones, une famille non moins pauvre, celle des Labiées (15 espèces) avec seulement $11^{mg},2$.

Inversement, on trouve chez les Dicotylédones trois familles dont la teneur moyenne en rubidium est très au-dessus de la moyenne : les Crucifères (22 espèces) avec $24^{mg},4$, les Caryophyllées (11 espèces) avec $31^{mg},2$, et les Ombellifères (11 espèces) avec 25^{mg}.

Les Légumineuses (21 espèces) occupent une place très voisine de la moyenne générale avec $18^{mg},8$ (au lieu de $18^{mg},9$).

Il est possible qu'en analysant un nombre encore plus grand d'espèces, on change quelque peu les moyennes que nous avons trouvées, mais si l'on observe, comme on pourra le faire en examinant les tableaux détaillés contenus dans un prochain mémoire, que nous avons étudié la plupart des espèces végétales les plus répandues, il est peu probable que les conclusions formulées plus haut soient profondément changées en ce qui concerne la flore dominante de notre pays, principalement au point de vue des espèces communes et des espèces cultivées.

Il ne paraît peut être pas extraordinaire que des espèces végétales distinctes, récoltées en divers lieux, renferment dans leurs tissus des proportions différentes de rubidium, mais il est plus remarquable que des groupes d'espèces, appartenant à des familles bien caractéristées par la forme et l'anatomie de leurs organes manifestent, même développées en des habitats différents, une attraction de grandeur déterminée et en quelque sorte typique pour un élément, ici le rubidium.

Pour nourrir l'homme et les animaux, l'agriculture s'adresse principalement à des plantes appartenant aux familles des Graminées, des Crucifères et des Légumineuses.

Les facultés de fixation de rubidium, si nettement différentes chez les espèces de ces trois familles, ne peuvent manquer de retenir l'attention de ceux qui s'intéressent aux rapports existant entre le sol et les plantes cultivées.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Entraînement d'un liquide visqueux dans un vase annulaire.* Note de M. **Georges Bouligand.**

1. Devant les efforts actuels à tendances très diverses concernant la théorie de la viscosité, subsistent des questions d'existence, relatives aux systèmes pouvant remplacer celui de Navier (complété par div $V = 0$) quand, par une intégration, on en fait disparaître le laplacien du champ V. On peut supposer, entre autres, qu'on applique le théorème de la résultante cinétique à tout

volume fluide Ω arbitraire prélevé sur L [1], et que l'on envisage la classe Γ des solutions $V(P, t)$ telles que les composantes de V aient leurs douze dérivées premières continues par rapport à (P, t). Dans un esprit voisin des travaux de M. Jean Leray [2], se pose la question d'existence de telles solutions, admise implicitement quand on en vient par exemple à appliquer le théorème des forces vives [3].

2. Malgré cela, gardent leur intérêt les recherches sur cas particuliers, conditionnées par ce point préalable d'existence : tel, le cas des notes N, N′ ici rappelées [1]; notamment pour reconnaître si la propriété asymptotique d'*entraînement global* EG permet ou non de déduire celle renforcée, d'*entraînement particulaire* EP, plus aisément que dans le cas où la paroi rigide du récipient R empli par L a une forme quelconque et se meut sous la seule condition que la force centrifuge dérive d'un potentiel uniforme dans R.

Remarquons à cet effet, pour le cas où R est de révolution, que la seconde équation rencontrée au n° 1 de N′, soit

$$v(P, t) + \frac{1}{2\pi}\iint_S \left[\frac{\partial v}{\partial t} - \frac{1}{r^2}\frac{D(vr, \psi r)}{D(r, z)}\right] G(M, P)\, dS_M = f(t),$$

détient, pour chaque section méridienne S, la linéarité λ_v par rapport à v, propriété saturée dans le groupement $\{\varpi\}$ des problèmes du type actuel provenant des diverses formes de S (pour R borné). Or, tablant sur l'annulation de G au contour de S et sur une intégration par parties, on peut écrire ladite équation

$$2\pi(v_P - f) + \iint_S \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_M G_M^P\, dS_M + \iint_S (vr)_M \left(u\frac{\partial}{\partial r} + w\frac{\partial}{\partial z}\right)_M \frac{G_M^P}{r^2}\, dS_M = 0.$$

3. De la propriété EG et de l'inégalité de Schwartz, on déduit que la seconde intégrale tend vers zéro. Il en est donc de même de la somme des deux premiers termes. Or, l'aspect de potentiel généralisé revêtu par

$$\iint_S \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_M G_1^1(M, P)\, dS_M^1$$

fait que la convergence en moyenne vers zéro, qui lui est transmise par celle de $v_P - f$ exigée par EG, impliquera la convergence uniforme de la précédente

---

(1) Je reprends le symbolisme de deux Notes aux *Comptes rendus*, 226, 1948, N : p. 1571 et N′ : p. 1776.

(2) *Journ. Math. pures et appl.*, (9), XII, 1933, p. 1-93; XIII, 1934, p. 331-418; *Acta Mathem.*, 63, 1934, p. 193-248. Suivant les auteurs, interviennent diverses équations contenant des intégrales. Il y aurait donc lieu d'établir des énoncés d'équivalence. Noter aussi que le cas d'un liquide emplissant un vase rigide conduit à intégrer dans son volume, compte tenu de $V_r = 0$ à la paroi, ce qui évite un Ω arbitraire.

(3) Voir le second paragraphe de N′.

intégrale sur tout fermé intérieur à R, mais toutefois en supposant un peu plus que la continuité sur $\partial v/\partial t$: par exemple le fait que cette fonction est *à pentes bornées* dans S pourrait être postulé et discuté à ce titre.

Ainsi la propriété EP n'est acquise par ces considérations pour la vitesse de transfert longitudinal que moyennant une restriction s'exerçant sur la classe Γ.

4. En ce qui concerne les composantes u, w, on peut essayer d'invoquer de même la linéarité λ_ψ de l'équation ci-dessus, mais cette fois, devront être introduites à titre auxiliaire, pour continuer le raisonnement, des hypothèses de *convergence en moyenne vers zéro* des dérivées de v par rapport à r et z.

Il se peut que ces restrictions soient factices. On ne pourrait d'ailleurs leur reconnaître un rôle essentiel que par la construction d'un exemple (ce qui se heurte aux difficultés habituelles s'offrant pour les problèmes non linéaires où les solutions constructibles proviennent, le plus souvent, de conditions adventives favorables à la dérivabilité).

5. Malgré les simplifications partielles qu'il comporte, l'exemple de l'entraînement de L dans un vase annulaire conserve donc certaines des difficultés les plus sérieuses de la théorie générale. Contentons-nous d'observer qu'en prenant pour R un tuyau cylindrique indéfini (empli par L) parallèle à Oy et translatant le système à partir du repos avec une vitesse de composantes $f(t)$, o, o, ce qui détermine un mouvement plan, la fonction de courant pour ce mouvement, rapporté au contour de la section droite, satisferait à l'équation du quatrième ordre

$$\left(\nu\Delta_2 - \frac{\partial}{\partial t}\right)\Delta_2\psi = \frac{D(\psi, \Delta_2\psi)}{D(x, z)} + f(t)\frac{\partial}{\partial x}(\Delta_2\psi),$$

où s'entremêlent dérivées spatiales et dérivées temporelles, et où $f(t)$ figure parmi les coefficients. En ce cas, l'arbitraire admis pour $f(t)$ semble devoir (plus que dans l'exemple initial) se répercuter sur les caractères de dérivabilité de ψ, ce qui pourrait favoriser l'apparition des singularités envisagées à la fin du n° 4, dans la phase asymptotique de l'entraînement de L par le tuyau. Mais la question ainsi soulevée n'en reste pas moins difficile.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la théorie statistique de la turbulence.* Note (*) de M. Théodore de Kármán.

Soient $u_i = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} Z_i(t, k_1, k_2, k_3)\,dk_1\,dk_2\,dk_3\,e^{-i(k_1x_1+k_2x_2+k_3x_3)}$ les composantes de la vitesse en un point (x_1, x_2, x_3) d'un champ turbulent, homogène et isotrope dans un fluide incompressible. Soit $\frac{1}{2}\left[\overline{u_i^2}\right]_0^k = \int_0^k \mathcal{F}(k)\,dk$ l'énergie cinétique de l'unité de masse, due aux composantes harmoniques de la

(*) Séance du 21 juin 1948.

fluctuation turbulente pour lesquelles $k_i^2 < k^2$. Cherchons l'équation qui détermine $\mathcal{F}(k)$ en fonction de k et du temps t.

De l'équation de l'énergie d'un fluide visqueux

$$\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\overline{u_i^2} + \left(u_i u_j + \delta_{ij}\frac{p}{\rho}\right)\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \nu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}u_i, \tag{1}$$

on déduit par la condition d'isotropie la relation

$$\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial t} + W_k = -2\nu k^2\mathcal{F}(k), \tag{2}$$

où W_k représente la contribution du second terme du premier membre de l'équation (1).

Supposons que W_k puisse être exprimé par l'intégrale

$$W_k = \int_0^\infty \Theta\left(\mathcal{F}(k),\, \mathcal{F}(k'),\, k,\, k'\right)dk',$$

où la fonction Θ indique la quantité d'énergie transférée de l'intervalle dk' à l'intervalle dk. Si Θ est connu, l'équation (2) détermine *l'amortissement de la turbulence.*

Supposons que $\Theta = -C\mathcal{F}(k)^\alpha\mathcal{F}(k')^{\alpha'}k^\beta k'^{\beta'}$, où C est une constante numérique. On en déduit par l'analyse dimensionnelle que $\alpha+\alpha' = 3/2$, $\beta+\beta' = 1/2$. Si l'on néglige dans l'équation (2) $\partial\mathcal{F}/\partial t$ et le deuxième membre, qui est de l'ordre de ν, on obtient

$$W_k = -C\left[\mathcal{F}^\alpha k^\beta\int_0^k \mathcal{F}(k')^{\frac{3}{2}-\alpha}k'^{\frac{1}{2}-\beta}dk' - \mathcal{F}^{\frac{3}{2}-\alpha}k^{\frac{1}{2}-\beta}\int_k^\infty \mathcal{F}(k')^\alpha k'^\beta dk'\right] = 0, \tag{3}$$

où l'on a tenu compte de la relation $\Theta[\mathcal{F}(k'), \mathcal{F}(k), k', k] = -\Theta[\mathcal{F}(k), \mathcal{F}(k'), k, k']$.

L'équation (3) est satisfaite par $\mathcal{F}(k) = \text{const.}\, k^{-5/3}$, résultat obtenu indépendamment par Osnager, Oboukoff, Kolmogoroff et Weizsäcker.

Si l'on garde le terme en ν, en négligeant encore $\partial\mathcal{F}/\partial t$ et si l'on prend $\alpha = 1/2$, $\beta = -3/2$, on arrive à la théorie proposée par W. Heisenberg. On voit que $k\to 0$ entraîne $\mathcal{F}(k)\to\infty$. Cet inconvénient disparaît si l'on garde le terme $\partial\mathcal{F}/\partial t$.

Pour simplifier considérons le cas des grands nombres de Reynolds. On peut alors négliger le terme en ν sauf pour les très grandes valeurs de k. Nous supposons, en accord avec les études expérimentales, que $\mathcal{F}(k)$ est une fonction de la variable sans dimension k/k_0, où k_0 est une fonction du temps. D'ailleurs $k_0 \sim 1/L$ où L est l'échelle de la turbulence considérée par L. Howarth et l'auteur dans la théorie des corrélations. Par l'analyse dimensionnelle on obtient $\mathcal{F}(k) = (\overline{u^2}/k_0)\Phi(\xi)$, où Φ est sans dimension avec $(1/2)\overline{u^2} = \int_0^\infty \mathcal{F}(k)dk$ et $\xi = k/k_0$.

En négligeant, comme proposé, le deuxième membre de l'équation (2), on obtient

$$\left(\frac{1}{k_0}\frac{d\overline{u^2}}{dt} - \frac{\overline{u^2}}{k_0^2}\frac{dk_0}{dt}\right)\Phi - \frac{\overline{u^2}}{k_0^2}\frac{dk_0}{dt}\Phi'\xi + W_k = 0, \tag{4}$$

où

$$W_k = -C\overline{u^2}^{\frac{3}{2}}\left[\Phi^\alpha \xi^\beta \int_0^\xi \mathcal{F}(\xi')^{\frac{3}{2}-\alpha}\xi'^{\frac{1}{2}-\beta}d\xi' - \Phi^{\frac{3}{2}-\alpha}\xi^{\frac{1}{2}-\beta}\int_\xi^\infty \mathcal{F}(\xi')^\alpha \xi'^\beta d\xi'\right].$$

Loitsiansky a montré que $\overline{u^2}L^5 = \text{const.}$ et par suite l'équation (4) devient

(5) $$\frac{4}{5}\Phi - \frac{1}{5}\Phi'\xi = -C\frac{\overline{u^2}^{\frac{3}{2}}k_0}{\frac{d\overline{u^2}}{dt}}\left[\Phi^\alpha \xi^\beta I_0^\xi - \Phi^{\frac{3}{2}-\alpha}\xi^{\frac{1}{2}-\beta}I_\xi^\infty\right],$$

où

$$I_0^\xi = \int_0^\xi \Phi(\xi')^{\frac{3}{2}-\alpha}\xi'^{\frac{1}{2}-\beta}d\xi' \qquad \text{et} \qquad I_\xi^\infty = \int_\xi^\infty \Phi(\xi')^\alpha \xi'^\beta d\xi'.$$

Si l'on substitue des valeurs numériques pour α et β, on peut calculer Φ au moins par des méthodes de calcul numérique. Mais on déduit indépendamment du choix de α et β (au moins si $4\alpha + \beta < 5/2$) que $\Phi(\xi) \sim \xi^4$ pour les petites valeurs de ξ et $\Phi(\xi) \sim \xi^{-5/3}$ pour les grandes valeurs de ξ. Je propose la formule d'interpolation suivante

(6) $$\Phi(\xi) = \text{const.}\frac{\xi^4}{(1+\xi^2)^{2+\frac{5}{6}}}.$$

Cette formule permet de calculer par des fonctions connues les grandeurs mesurables en soufflerie, notamment la fonction spectrale unidimensionnelle $\mathcal{F}_1(k_1)$ de G. I. Taylor et les fonctions de corrélation $f(r)$, $g(r)$. On sait que, d'après Heisenberg,

(7) $$\mathcal{F}_1(k_1) = \frac{1}{4}\int_{k_1}^\infty \mathcal{F}(k)\frac{dk}{k^3}(k^2 - k_1^2),$$

et d'après la définition de Taylor

(8) $$f(r) = \frac{\int_0^\infty \mathcal{F}_1(k_1)\cos(k_1 r)\,dk_1}{\int_0^\infty \mathcal{F}_1(k_1)\,dk_1}.$$

D'autre part, d'après L. Howarth et l'auteur, $g = f + (r/2)f'$. On arrive ainsi aux expressions suivantes :

(9) $$\mathcal{F}_1\left(\frac{k_1}{k_0}\right) = \frac{\text{const.}}{\left[1+\left(\frac{k_1}{k_0}\right)^2\right]^{\frac{5}{6}}},$$

(10) $$f(rk_0) = \frac{2^{\frac{2}{3}}}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}(rk_0)^{\frac{1}{3}}K_{\frac{1}{3}}(rk_0),$$

(11) $$g(rk_0) = \frac{2^{\frac{2}{3}}}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}(rk_0)^{\frac{1}{3}}\left\{K_{\frac{1}{3}}(rk_0) - \frac{rk_0}{2}K_{-\frac{2}{3}}(rk_0)\right\},$$

où K_n est une fonction de Bessel de l'ordre n de l'argument imaginaire.

Les mesures de $\mathcal{F}_1(k_1)$ et de $g(r)$ effectuées par J. Lauffer à Pasadena sont en très bon accord avec ces formules. Le résultat $\mathcal{F}(k) \sim k^4$ pour les petites valeurs de k a été suggéré par C. C. Lin également. On déduit de l'équation (5) que pour cela on doit avoir $4\alpha + \beta < 5/2$. Le cas $4\alpha + \beta > 5/2$ doit être examiné prochainement.

M. **Albert Caquot** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage qu'il vient de publier, en collaboration avec M. Jean Kerisel, intitulé *Tables de butée, de poussée et de force portante des fondations*.

ELECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **Waclaw Sierpinski** et **Frédéric Riesz** sont élus Correspondants pour la Section de Géométrie, le premier en remplacement de M. *Godfrey Harold Hardy*, élu Associé étranger.

DÉSIGNATIONS.

MM. **Maurice de Broglie** et **Emmanuel de Margerie** sont désignés pour représenter l'Académie à la Cérémonie qui aura lieu à la Vallée-aux-Loups, au Plessis-Robinson (Seine), le 4 juillet 1948, à l'occasion du Centenaire du décès de Chateaubriand.

M. **Waclaw Sierpinski** est désigné pour représenter l'Académie aux Cérémonies qui auront lieu à Cracovie, à la fin de septembre 1948, à l'occasion du soixante-quinzième anniversaire de l'**Académie Polonaise des Sciences et des Lettres**.

CORRESPONDANCE.

M. **Julian Huxley**, élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, adresse ses remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Leon Moret. *Manuel de paléontologie animale* (présenté par M. Charles Jacob).

2° *Bulletin technique Japy*. N° 1, juin 1948.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur la fonction diamètre.*
Note de M. **Alfredo Pereira Gomes**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Le but de cette Note est de présenter une fonction, définie axiomatiquement sur un lattice, qui est une généralisation de la fonction diamètre des espaces métriques. Au moyen de cette fonction on définit une structure uniforme sur un lattice.

I. Nous appelons *pseudo-diamètre* toute application $\delta(x)$, d'un lattice $\mathcal{E}$ dans un système partiellement ordonné Σ, douée des propriétés suivantes :

$d0$: $x \subseteq y$ implique $\delta(x) \leqq \delta(y)$;

$d1$: pour chaque $\alpha \in \Sigma$ il existe $\varphi(\alpha) \in \Sigma$ tel que $x \cap y \neq 0$, $\delta(x) \leqq \varphi(\alpha)$, $\delta(y) \leqq \varphi(\alpha)$ impliquent $\delta(x \cup y) \leqq \alpha$, avec $\varphi(\alpha) \neq 0$ lorsque $\alpha \neq 0$;

$d2$: $\delta(x_{i_1} \cup x_{i_2}) \leqq \alpha$, quels que soient i_1, $i_2 \in I$, implique $\delta\left(\bigcup_{i \in I} x_i\right) \leqq \alpha$, lorsque $\bigcup_{i \in I} x_i$ existe dans $\mathcal{E}$.

Nous disons que $\mathcal{E}$ est un lattice *pseudo-diamétré* si une telle application est définie sur $\mathcal{E}$.

Lorsque Σ possède un premier élément o, nous disons que le pseudo-diamètre est *séparatif* s'il vérifie la condition

$d3$: pour que $\delta(x) = 0$, il faut et il suffit que x soit un atome ou que $x = 0$.

Nous disons que le pseudo-diamètre est *filtrant* si les éléments $\alpha \neq 0$ de Σ forment un système filtrant.

Nous appelons *diamètre* tout pseudo-diamètre numérique qui soit séparatif et vérifie la condition suivante, plus restrictive que $d1$:

$$D1 : x \cap y \neq 0 \quad \text{implique} \quad \delta(x \cup y) \leqq \delta(x) + \delta(y).$$

Ces conditions ne restreignent pas la généralité du lattice $\mathcal{E}$. Mais contrairement à ce qui se passe avec la distance, la restriction d'un diamètre n'est pas toujours un diamètre.

II. Les rapports d'une telle fonction $\delta(x)$ avec l'écart [1] et la distance sont précisés par les propriétés suivantes.

Soit A l'ensemble des atomes d'un lattice quelconque $\mathcal{E}$, muni d'un pseudo-diamètre séparatif $\delta(x)$; *si* A *est non vide,* $\rho(a, b) = \delta(a \cup b)$, *pour* $a, b \in$ A, *est un écart régulier et symétrique sur* A. *Si* $\delta(x)$ *est un diamètre, alors* $\rho(a, b)$ *est une distance. Pour chaque élément* $x \in \mathcal{E}$ *qui soit égal à une réunion d'atomes, on a* $\delta(x) = \sup_{a, b \subseteq x} \rho(a, b)$, sup *désignant la borne supérieure dans* Σ.

Réciproquement : *Si* $\rho(a, b)$ *est un écart régulier et symétrique sur l'ensemble* A

(1) M. Fréchet, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 337; *Portugaliæ Math.*, **5**, 1946, p. 121-131; A. Appert, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 442-444.

des atomes d'un lattice distributif et atomique $\mathcal{E}$, la fonction $\delta(x) = \sup_{a,b \subseteq x} \rho(a, b)$ *pour* $x \neq 0$, $\delta(0) = 0$, *est un pseudo-diamètre séparatif sur* $\mathcal{E}$. *Si* $\rho(a, b)$ *est une distance,* $\delta(x)$ *est un diamètre.*

III. Un pseudo-diamètre $\delta(x)$, défini sur un lattice $\mathcal{E}$, induit sur $\mathcal{E}$ une *structure uniforme diamétrée*, les éléments *petits d'ordre* α étant les éléments $x \in \mathcal{E}$ tels que $\delta(x) \leqq \alpha$.

Soient $\mathcal{E}$ un lattice muni d'un pseudo-diamètre $\delta(x)$ à valeurs dans un système Σ, $\mathcal{E}'$ un lattice muni d'un pseudo-diamètre $\partial(x)$ à valeurs dans un système Σ'. Nous disons qu'une application Φ de $\mathcal{E}$ dans $\mathcal{E}'$ est *uniformément continue* si pour chaque $\alpha \in \Sigma$ il existe $\beta \in \Sigma'$ tel que $\delta(x) \leqq \beta$ implique $\partial[\Phi(x)] \leqq \alpha$, où $\beta \neq 0$ lorsque $\alpha \neq 0$. Quand $\mathcal{E} = \mathcal{E}'$, la structure uniforme induite par $\delta(x)$ est *identique* à celle induite par $\partial(x)$ si l'application identique $\Phi(x) = x$ est uniformément bicontinue. Alors pour chaque $\alpha \in \Sigma$ il existe un $\beta \in \Sigma'$ tel que l'ensemble P'_β des éléments x de $\mathcal{E}$ tels que $\partial(x) \leqq \beta$ est contenu dans l'ensemble P_α des éléments $x \in \mathcal{E}$ tels que $\delta(x) \leqq \alpha$.

Les ensembles P_α d'une structure uniforme diamétrée jouissent des propriétés suivantes : P1 : $\bigcup_{\alpha \in \Sigma} P_\alpha = \mathcal{E}$; P2 : $y \subseteq x \in P_\alpha$ implique $y \in P_\alpha$; P3 : pour chaque P_α il existe P_β tel que $x \in P_\beta$, $y \in P_\beta$, $x \cap y \neq 0$ impliquent $x \cup y \in P_\alpha$; P4 : $x_{i_1} \cup x_{i_2} \in P_\alpha$ quels que soient i_1, $i_2 \in I$ implique $\bigcup_{i \in I} x_i \in P_\alpha$.

Si le pseudo-diamètre est filtrant, on a P5 : l'ensemble des P_α, $\alpha \neq 0$, est un système filtrant.

Un cas particulier important est celui où le dernier élément E de $\mathcal{E}$ peut être décomposé en la réunion des éléments petits d'ordre α, quel que soit $\alpha > 0$: P6 : $E = \bigcup_{x \in P_\alpha} x$, quel que soit $\alpha > 0$. On retrouve alors une notion de structure uniforme définie par M. L. Nachbin pour des lattices complets.

Si $\delta(x)$ est séparatif, on a P7 : P_0 est formé des atomes et de l'élément o de $\mathcal{E}$. On appelle *séparée* une structure uniforme vérifiant P7.

Dans le cas où le lattice pseudo-diamétré $\mathcal{E}$ est formé de tous les sous-ensembles d'un ensemble E, posons, pour chaque $\alpha \Sigma \in$, $V_\alpha = \bigcup_{x \in P_\alpha} x \times x$. *Si la propriété* P6 *est vérifiée, en prenant comme famille des entourages la famille des sous-ensembles de* E $\times$ E *qui contiennent au moins un ensemble* V_α, *on définit sur* E *une structure* semi-uniforme *au sens de M. A. Appert* [2], *dont les éléments petits d'ordre* α *sont les éléments de* P_α. *Si* P5 *est aussi vérifiée, on aura une structure* uniforme *au sens de Bourbaki* [3].

---

(2) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 986-988.
(3) *Topologie générale*, Chap. II, Paris, 1940, p. 86.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une catégorie remarquable de solutions de l'équation de Mathieu associée.* Note (*) de M. **Robert Campbell**, présentée par M. Joseph Pérès.

J'ai déjà étudié [1] les solutions de l'équation de Mathieu associée

$$\frac{d^2U}{d\xi^2} - 2\nu \operatorname{tg}\xi \frac{dU}{d\xi} + (a + k^2 f^2 \sin^2\xi)\, U = 0,$$

qui se réduisent, pour $k = 0$, aux polynomes de Gegenbauer $C_n^\nu(\sin\xi)$ et j'ai montré qu'elles étaient facilement calculables par un développement dont l'élément est justement un polynome C_n^ν, soit $\sum_0 A_n^\nu C_n^\nu$. Elles n'existent que si a et k sont liés par une relation $a = a(k)$ dite caractéristique et qui est transcendante.

J'étudie ici les solutions de la même équation qui se réduisent pour $k = 0$ non plus aux polynomes, mais aux fonctions $G_n^\nu(\sin\xi)$ de Gegenbauer (n n'est plus entier).

1. Supposons d'abord que n est un entier pouvant être négatif; on cherche la solution sous la forme $\sum_{-\infty}^{+\infty} A_n^\nu G_n^\nu(\sin\xi)$. La relation de récurrence générale s'écrit

$$\frac{n(n-1)}{4(n+\nu-2)(n+\nu-1)} A_{n-2} + \left[\frac{(n+1)(n+2\nu)}{4(n+\nu)(n+\nu+1)} + \frac{n(n+2\nu-1)}{4(n+\nu)(n+\nu-1)} + \frac{a - n(n+2\nu)}{k^2 f^2}\right] A_n + \frac{(n+2\nu)(n+2\nu+1)}{4(n+\nu+1)(n+\nu+2)} A_{n+2} = 0.$$

On trouve facilement les cas où le développement $\sum_{-\infty}^{+\infty}$, infini dans chaque sens, ne l'est plus que dans un seul; on a deux cas à distinguer, selon que A_0 est choisi nul ou non. Mais si alors A_0 est nul, un résultat très remarquable est obtenu lorsque 2ν est un entier P (impair). Car si l'on choisit alors A_{-P} nul, la solution $\sum_{-\infty}^{+\infty} A_n^\nu G_n^\nu$ se réduit simplement à une *forme linéaire finie des* G_n^ν, et l'équation caractéristique est *algébrique*. La courbe $a = a(k^2)$ a toutes ses branches infinies réelles et paraboliques, toutes les directions asymptotiques

(*) Séance du 10 mai 1948.

(1) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 269-271.

ayant pour pente -1 $\left(\text{si } A_{-p} \neq 0\right.$, la solution est de forme $\sum_{-\infty}^{-2}$, infinie dans un seul sens$\left.\right)$.

II. Lorsque n est tout à fait quelconque et réel, on procède de manière analogue à condition que $n+\nu$ ne soit pas entier, auquel cas les relations de récurrence n'ont plus aucun sens. Si ce cas est mis à part, la discussion ne fait apparaître aucun de ces cas remarquables où la solution serait une forme linéaire finie.

Mais si $n+\nu$ est entier (que n lui-même le soit ou non), les relations entre les A_n^ν ne sont plus valables. On considère alors n comme un paramètre continu, on pose $n+\nu=N$ et l'on développe les fonctions $G_n^\nu = G(N)$ par rapport à N par la formule de Maclaurin [2].

La relation obtenue apparaît donc comme la limite de la relation habituelle, mais elle fait ainsi intervenir, avec $3G_n^\nu$ successifs, leurs dérivées par rapport à n (qui sont des fonctions transcendantes, même lorsque G_n^ν est un polynome). L'observation de la relation *limite* montre qu'il y a intérêt à prendre comme nouvel élément du développement non plus $G(N)$, mais la fonction

$$L(N) = \frac{1}{2}[E(N) + E(-N)] \qquad \text{où} \quad E(N) = G(N) + (1-\nu)\frac{d}{dN}G(N).$$

On voit alors facilement que N peut être pris positif et que la solution est de la forme $\sum_0^\infty B_N^\nu L(N)$, les B_N^ν étant liés par la *même* relation de récurrence que les A_N^ν, sauf les deux premiers, pour lesquels

$$B_0\left[\frac{\nu}{2} + \frac{a-\nu}{k^2f^2}\right] + B_2\frac{\nu(\nu+1)}{8} = 0,$$

$$B_0\left[1-\frac{\nu}{2}\right] + B_2\left[\frac{(3-\nu)(2+\nu)}{24} + \frac{(2-\nu)(1+\nu)}{8} + \frac{a-4-\nu^2}{k^2f^2}\right] + B_4\frac{(\nu+2)(\nu+3)}{48} = 0.$$

Si alors n est entier et $\nu = P$ également, $(P>0)$, et si B_P est choisi nul, tous les B_N d'indice supérieur à P sont nuls et la solution est une *forme linéaire finie* des L_N^ν, c'est-à-dire une combinaison linéaire finie de transcendantes connues. La relation $a = a(k^2)$ est algébrique. Toutefois on ne peut appeler *fonction de Mathieu* une telle solution, en raison du fait que, bien que n soit entier, elle *n'est pas périodique*, à cause des logarithmes qui figurent dans $[(d/dN)G(N)]$ (disons *pseudo-fonction* de Mathieu associée). Les courbes *pseudo-caractéristiques* correspondantes n'ont plus toutes leurs branches infinies réelles et paraboliques.

---

(2) *Voir* HOBSON, *Spherical Harmonics*, p. 189.

Exemple. — Si $\nu = 4$, la pseudo-solution de rang pair est $A_0 L_0 + A_2 L_2$ avec

$$(a - 16 - 2k^2f^2)A_0 + \frac{5}{2}k^2f^2A_2 = 0, \qquad -k^2f^2A_0 + \left(a - 12 - \frac{3}{2}k^2f^2\right)A_2 = 0.$$

L'équation pseudo-caractéristique est celle de l'hyperbole

$$2(a-16)(a-12) + ak^2f^2 - k^4f^4 = 0.$$

On peut faire une étude analogue en prenant, à la place des fonctions de Gegenbauer comme éléments, des fonctions de Bessel, comme je l'ai déjà fait dans ma dernière Note ([3]). Les mêmes cas remarquables apparaissent de la même façon, et les mêmes exceptions, ce qui était à prévoir d'après la corrélation de Sonine ([4]). Dans le cas où $n + \nu$ est entier, la fonction à choisir comme élément du développement est peut-être plus maniable que la fonction L(N) de la méthode précédente, puisque elle s'écrit

$$M(N) = Y(N) + \frac{\nu}{2}Z(N),$$

où $Y(N) = \sin^\nu\xi\, I(N)$ et $Z(N) = \sin^\nu\xi\, K(N)$, I et K étant les fonctions de Bessel et de Hankel modifiées.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Quelques compléments sur la résolution de l'identité* $f_1^2(z) - f_2^2(z)R(z) \equiv 1$ ([1]). Note de M. **Nicolas Baganas**, présentée par M. Paul Montel.

1. Dans cette Note, nous faisons une étude complémentaire de l'identité

$$(1) \qquad f_1^2(z) - f_2^2(z)R(z) \equiv 1,$$

où $R(z)$ est un polynome donné, premier avec sa dérivée, et $f_1(z)$, $f_2(z)$ sont des fonctions entières d'ordre fini. Soit s, le degré du polynome $R(z)$ et p, le genre de la courbe $u^2 - R(z) \equiv 0$.

Théorème I. — *Il n'existe pas, en général, de fonctions entières $f_1(z)$, $f_2(z)$ d'ordre $\sigma < p$, quand $s = 2p$, ou d'ordre $\sigma < p - 1/2$, quand $s = 2p + 1$, vérifiant l'identité* (1).

Théorème II. — *Il existe des fonctions entières $f_1(z)$, $f_2(z)$ d'ordre entier $\sigma \geqq p$ lorsque $s = 2p$, ou d'ordre $\sigma \geqq p - 1/2$, $\sigma - 1/2$ étant entier, pour $s = 2p + 1$, vérifiant* (1); *les coefficients de leurs développements en série de Maclaurin se déterminent, de proche en proche, par des équations linéaires.*

([3]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 300.
([4]) *Ibid.*, voir aussi *Math. Annalen*, 1879, p. 1.

([1]) Voir *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1064-1066.

On trouve la forme générale des fonctions $f_1(z)$, $f_2(z)$ à l'aide des intégrales normales des trois espèces attachées à la courbe $u^2-R(z)=0$, la fonction $F(z)=\log[f_1(z)+f_2(z)\sqrt{R(z)}]$ s'exprimant par une somme de telles intégrales.

Il peut arriver que la fonction $F(z)$ puisse s'exprimer par une somme d'intégrales normales de première et de troisième espèce et, naturellement, d'une fonction rationnelle en z et $u=\sqrt{R(z)}$.

Dans ce cas, les fonctions f_1, f_2 s'expriment à l'aide de ces intégrales.

Le théorème suivant concerne la forme générale de telles fonctions $f_1(z)$, $f_2(z)$.

THÉORÈME III. — *Toutes les fonctions entières $f_1(z)$, $f_2(z)$ d'ordre fini, qui vérifient l'identité* (1) *et qui peuvent s'exprimer à l'aide des intégrales normales de première et de troisième espèce attachées à la courbe* $u^2-R(z)=0$ *sont de la forme*

$$f_1(z)=\pm\frac{1}{2}[(A+B\sqrt{R})^m e^{C\sqrt{R}}+(A-B\sqrt{R})^m e^{-C\sqrt{R}}],$$

$$f_2(z)=\pm\frac{1}{2\sqrt{R}}[(A+B\sqrt{R})^m-(A-B\sqrt{R})^m e^{-C\sqrt{R}}],$$

quand s est pair et le développement de $\sqrt{R}$ en fraction continue algébrique est périodique, et elles sont de la forme

$$f_1(z)=\pm\,\mathrm{ch}(C\sqrt{R}),\qquad f_2(z)=\pm\frac{1}{\sqrt{R}}\,\mathrm{sh}(C\sqrt{R}),$$

dans les autres cas. A *et* B *sont deux polynomes fixes vérifiant* (1), C *un polynome et m un entier dépendant de f_1, f_2.*

Ce dernier théorème apporte une modification nécessaire aux énoncés des théorèmes du paragraphe 1 de la Note mentionnée.

TOPOLOGIE. — *Sur l'existence d'un champ d'éléments de contact ou d'une structure complexe sur une sphère.* Note (*) de M. **WU WEN TSUN**, présentée par M. Élie Cartan.

1. *Champ d'éléments de contact.* — Il est évident que l'existence d'un champ de p vecteurs dans une variété implique l'existence d'un champ d'éléments de contact de dimension p dans cette variété. Mais la réciproque n'est pas vraie en général. Un contre-exemple est fourni par le produit de deux espaces projectifs P_2 et P_5 respectivement de dimension 2 et 5. En effet, désignons les classes caractéristiques de deux variétés quelconques M_1, M_2 et de leur produit $M_1\times M_2$ par W_1^i, W_2^j et W^k respectivement, le groupe de coefficients

(*) Séance du 7 juin 1948.

étant l'anneau des entiers mod. 2, on a (¹) : $W^r = \sum_{i=1}^{r} W_1^i \times W_2^{r-i}$, $r = 1, 2, \ldots$.

Pour $M_1 = P_2$, $M_2 = P_5$, on en déduit que $W^6 \neq 0$. Ceci démontre la non-existence du champ de 2 vecteurs dans la variété $P_2 \times P_5$, tandis que l'existence d'un champ de surfaces dans $P_2 \times P_5$ est bien évidente.

Néanmoins on a le théorème suivant :

THÉORÈME I. — *Dans une variété V_n de dimension n, dont*

$$H_i[V_n, \pi_{i-1}(\Gamma_p)] = 0, \qquad 0 < i < n,$$

où Γ_p est le groupe orthogonal d'une sphère S_{p-1}, et H_i sont les groupes de cohomologie, l'existence d'un champ d'éléments de contact de dimension p implique celle d'un champ de p vecteurs pourvu que $2p \leqq n$.

Démonstration (²). — Subdivisons V_n en un complexe K et désignons par K′ son dual. Par l'hypothèse on peut définir un champ de p vecteurs $C = \{v_1, \ldots, v_p\}$, tels que $v_1, \ldots, v_p$ au point $x \in V_n$ soient situés dans l'élément E_x du champ donné et soient linéairement indépendants sauf aux sommets de K′. De même on peut définir un champ de $q = n - p$ vecteurs $C' = \{v'_1, \ldots, v'_q\}$ dans V_n, tels que $v'_1, \ldots, v'_q$ au point x soient situés dans l'élément E'_x *orthogonal* à E_x et soient linéairement indépendants sauf aux sommets de K. Le champ $C^* = \{v^*_1, \ldots, v^*_p\}$, où $v^*_i = v_i + v'_i$, $i = 1, \ldots, p$, est alors continu en tous les points de V_n. C. Q. F. D.

COROLLAIRE I. — *La sphère de dimension paire ne peut pas être un espace feuilleté* (³). *Si la sphère S_n est un espace feuilleté dont les feuilles sont de dimension p, on a $p = 1$ ou $n - 1$, si $n = 4k + 1$; $p = 1, 2, 3, n - 3, n - 2$* ou *$n - 1$, si $n = 8k + 3$* (⁴).

COROLLAIRE II. — *Dans une variété V_n dont $H_2 = 0$, l'existence d'un champ « orientable » de surfaces implique celle d'un champ de deux vecteurs.*

2. *Structure complexe.* — Soient M une variété différentielle réelle et orientable de dimension $2n (n > 1)$, M′ la variété des vecteurs tangents de M, et M″ la variété des systèmes de deux vecteurs tangents et orthogonaux de M.

(¹) WU WEN TSUN, *On the product of sphere bundles and the duality theorem modulo two* (à paraître en *Annals of Math.*).

(²) M. Ehresmann m'a fait remarquer que pour la sphère ordinaire on peut démontrer le théorème plus simplement comme suit : Il existe un champ de p vecteurs situés dans les éléments du champ donné et linéairement indépendants, sauf en un point A, de même un champ de q vecteurs situés dans les éléments orthogonaux et linéairement indépendants sauf en un point $B \neq A$. On fait la somme de vecteurs correspondants comme dans la démonstration précédente.

(³) Pour la définition de variété feuilletée voir C. EHRESMANN et G. REEB, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 995; G. REEB, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1613.

(⁴) Cf. par exemple G. W. WHITEHEAD, *Annals of Math.*, **47**, 1946, p. 779-785; **48**, 1947, p. 783-785.

M′ et M″ sont orientables et M″ est un espace fibré sur la base M′ dont les fibres sont des sphères de dimension $2n-2$. Pour que la variété M ait une structure presque complexe ([5]), il faut qu'il existe un champ de I-transformations de M′ tels que (*a*) Iv soit orthogonal à v, $v \in M'$; (*b*) $I^2 = -1$. On peut démontrer que (*b*) est une conséquence de (*a*). Évidemment (*a*) est équivalent à l'existence d'une section dans la fibration de M″ sur M′. Les théorèmes de M. Eckmann et de M. Gysin ([6]) nous donnent alors les conditions nécessaires suivantes : $(1)_r$ $\pi_r(M'') \approx \pi_r(M') + \pi_r(S_{2n-2})$; $(2)_s$ $H^s(M'') \approx H^s(M' \times S_{2n-2})$. Si M est une sphère S_{2n}, M′ et M″ sont respectivement les variétés de Stiefel $V_{2n+1,2}$ et $V_{2n+1,3}$. Les groupes d'homotopie $\pi_r(V_{n,m})$ ont été déterminés jusqu'à $r = n - m + 2$ ([7]). En particulier, $\pi_{2n-1}(V_{2n+1,2}) \approx G_4$ si n est pair, où G_4 est le groupe d'entiers mod 4. On voit donc que $(1)_{2n-1}$ n'est pas vérifié si n est pair. Les autres conditions $(1)_r$, $(2)_s$ sont satisfaites pour tous les n, s et r où $r \leq 2n$ et $2n-1$ et par suite ne nous donnent rien. En résumé, on a

THÉORÈME II. — *Les sphères S_{4r} n'admettent pas la structure presque complexe, ni par conséquent la structure complexe.*

GÉOMÉTRIE. — *Théorème global sur les ds^2 extérieurs généraux d'Einstein.* Note de M. **André Lichnerowicz** et Mme **Yvonne Fourès-Bruhat**, présentée par M. Élie Cartan.

Nous nous proposons de démontrer ici un théorème analogue à ceux démontrés précédemment par l'un de nous ([1]), dans le cas statique et des cas voisins, par une méthode qui nécessite très peu d'hypothèses sur les lignes de temps.

Les variations du tenseur de Ricci correspondant à une variation infiniment petite des coefficients de la forme quadratique fondamentale de l'espace temps sont ([2])

$$\delta R_{\alpha\beta} = -\nabla_\lambda(\delta\Gamma^\lambda_{\alpha\beta}) + \nabla_\beta(\delta\Gamma^\lambda_{\alpha\lambda}),$$

ou

$$\delta R_{\alpha\beta} = \nabla_\lambda U^\lambda_{\alpha\beta},$$

avec

$$U^\lambda_{\alpha\beta} = -\delta\Gamma^\lambda_{\alpha\beta} + \frac{1}{2}(\delta\Gamma^\mu_{\alpha\mu}\delta^\lambda_\beta + \delta\Gamma^\mu_{\beta\mu}\delta^\lambda_\alpha),$$

([5]) C. Ehresmann, *Sur la théorie des espaces fibrés* (*Colloque de Topologie algébrique*, 1947); voir aussi H. Hopf, *Zur Topologie der komplexen Mannigfaltigkeiten* 1948.

([6]) *Comm. Math. Helv.*, **14**, 1941-42, p. 234-256 et p. 61-122.

([7]) J. H. C. Whitehead, *Proc. Lond. Math. Soc.*, **48**, 1944, p. 243-291; **49**, 1947, p. 479-481; cf. aussi B. Eckmann, *Comm. Math. Helv.*, **15**, 1942-43, p. 318-339.

([1]) *Cf.* Lichnerowicz, *Problèmes globaux en mécanique relativiste*, Paris, 1939.

([2]) *Cf.* Einstein et Pauli, *Annals of Math.*, **44**, n° 2, avril 1943, p. 131-137, Einstein, *Matematicas y fisica theorica*, **2**, n°s 1 et 2, décembre 1941.

donc

(I) $$g^{\alpha\beta}\delta R_{\alpha\beta} = g^{\alpha\beta}\nabla_\lambda U^\lambda_{\alpha\beta} = \nabla_\lambda(g^{\alpha\beta}U^\lambda_{\alpha\beta}) = \nabla_\lambda h^\lambda.$$

h^λ étant les composantes d'un vecteur contrevariant. Considérons un ds^2 extérieur régulier partout, solution des équations d'Einstein

$$R_{\alpha\beta} = 0,$$

et un ds^2 voisin du premier, satisfaisant à l'intérieur d'un tube d'univers limité par une hypersurface engendrée par des lignes de temps aux équations du cas intérieur

$$R_{\alpha\beta} = \chi(\rho u_\alpha u_\beta - p g_{\alpha\beta}),$$

coïncidant avec le premier à l'extérieur du tube d'univers et se raccordant avec lui, au sens de Schwarzchild sur l'hypersurface frontière.

Les deux ds^2 étant réguliers partout, l'équation (I) peut s'écrire :

(II) $$\iiiint_V g^{\alpha\beta}\delta R_{\alpha\beta}\sqrt{-g}\,dx^1\,dx^2\,dx^3\,dx^4 = \text{flux}_\Sigma \vec{h}.$$

Σ désignant une hypersurface formée par une portion de frontière du tube d'univers considéré et deux sections d'espace $t = 0$, $t = T$, qui limite un domaine à quatre dimensions V.

Dans ce domaine

$$\delta R_{\alpha\beta} = \chi(\rho u_\alpha u_\beta - p g_{\alpha\beta}),$$
$$g^{\alpha\beta}\delta R_{\alpha\beta} = \chi(\rho - 4p) > 0,$$

p étant petit par rapport à ρ.

Le premier membre de (2) augmente donc indéfiniment avec T, tandis que le deuxième membre reste fini si les volumes découpés sur les sections d'espace $t = T$ sont bornés, le vecteur $\vec{h}$, restant fini, et nul sur les hypersurfaces latérales. L'égalité (2) est alors impossible, les ds^2 ne peuvent être réguliers partout. Un ds^2 intérieur étant toujours régulier dans le domaine qu'il meuble, nous énoncerons :

Théorème. — *Dans un champ extérieur tout tube d'univers découpant sur les sections d'espace des volumes bornés et qui peut être meublé par une matière de faible densité contient nécessairement des singularités du champ extérieur.*

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur une propriété caractéristique commune aux cercles plans, aux cercles géodésiques et aux surfaces à courbure moyenne constante.* Note de M. **Ilie Popa**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Soit $\bar{r} = \bar{r}(s)$ l'équation d'une courbe plane régulière Γ. Par chaque point $M(s)$ de Γ, considérons le vecteur $\bar{\varepsilon}$, fonction uniforme, continue, dérivable du point M et ayant une longueur telle que son carré puisse être

négligé. Alors la courbe Γ_1 : $\bar{r}_1 = r + \bar{\varepsilon}$ est une *déformée infinitésimale* de Γ. Si Γ est fermée, ayant $\mathcal{L}$ pour longueur, nous supposerons $\bar{\varepsilon}(s)$ périodique ayant $\mathcal{L}$ pour amplitude, de manière que Γ_1 soit aussi fermée.

Dans ces conditions, on a les relations

$$\mathcal{L}_1 = \mathcal{L} - \int_\Gamma x\bar{\varepsilon}\bar{n}\, ds,$$
$$\mathcal{A}_1 = \mathcal{A} - \int_\Gamma \bar{\varepsilon}\bar{n}\, ds,$$

où x est la courbure de Γ, $\bar{n}$ son vecteur normal unitaire orienté vers l'intérieur de Γ; $\mathcal{L}$ et $\mathcal{L}_1$ les longueurs de Γ et Γ_1 et $\mathcal{A}$, $\mathcal{A}_1$ les aires enfermées par celles-ci.

Si Γ est un cercle de rayon $\mathcal{R}$, alors, en éliminant la seule intégrale $\int_\Gamma \bar{\varepsilon}\bar{n}\, ds$ entre les relations précédentes, on a $\mathcal{A}_1 = \mathcal{R}\mathcal{L}_1 - \pi\mathcal{R}^2$, c'est-à-dire une relation linéaire entre l'aire et la longueur de toute déformée infinitésimale du cercle. Réciproquement, si l'on veut que, pour toute déformée infinitésimale de Γ, on ait une relation telle que $\mathcal{A}_1 = \alpha\mathcal{L}_1 + \beta$, α et β indépendants de $\bar{\varepsilon}$, on devra satisfaire $\int_\Gamma (1 - \alpha x)\bar{\varepsilon}\bar{n}\, ds = 0$ qui nous montre, d'après un théorème classique, que $1 - \alpha x = 0$, donc Γ doit être un cercle. Donc *la condition nécessaire et suffisante afin que, entre la longueur et l'aire de toute déformée infinitésimale de* Γ, *on ait une relation linéaire est que* Γ *soit un cercle.*

2. Soit Γ une courbe régulière et fermée tracée sur une surface Σ régulière. Nous considérons celles des déformées infinitésimales de Γ tracées sur Σ. On a les relations

$$\mathcal{L}_1 = \mathcal{L} - \int_\Gamma x_g\bar{\varepsilon}\bar{\mathcal{N}}\, ds,$$
$$\mathcal{A}_1 = \mathcal{A} - \int_\Gamma \bar{\varepsilon}\bar{\mathcal{N}}\, ds,$$

où x_g est la courbure géodésique de Γ sur Σ, $\bar{\mathcal{N}}$ le vecteur unitaire normal à Γ situé dans le plan tangent à Σ et orienté vers la calotte Ω de Σ limitée par Γ; L, L_1 les longueurs de Γ, Γ_1 et A, A_1 les aires des calottes Ω, Ω_1 de Σ limitées par celles-ci. Donc, comme plus haut *la condition nécessaire et suffisante afin que, entre la longueur et l'aire de toute déformée infinitésimale de* Γ (*située sur* Σ), *on ait une relation linéaire* (*à coefficients indépendants de la déformation*) *est que celle-ci soit un cercle géodésique de* Σ.

La condition de fermeture du cercle géodésique Γ est (d'après un théorème de Darboux) que Σ soit à courbure totale constante.

3. Soit Σ une surface régulière et fermée et Σ_1 une de ses déformées infinité-

simales. On a les relations

$$\mathcal{A}_1 = \mathcal{A} - \iint_\Sigma \mathcal{H}\bar{\varepsilon}\bar{N}\, d\Sigma,$$
$$V_1 = V + \iint_\Sigma \bar{\varepsilon}\bar{N}\, d\Sigma,$$

où $\mathcal{H}$ représente la courbure moyenne de Σ, $\bar{N}$ son vecteur unitaire normal orienté vers l'extérieur de Σ; $\mathcal{A}$, $\mathcal{A}_1$ les aires de Σ et Σ_1 et V, V_1 les volumes enfermés par celles-ci. On aura donc : *La condition nécessaire et suffisante afin que, entre l'aire et le volume de toute déformée infinitésimale de Σ, on ait une relation linéaire (à coefficients indépendants de la déformation), est que Σ soit à courbure moyenne constante.* La condition de fermeture d'une pareille surface est assez compliquée.

STATISTIQUE. — *Valeurs caractéristiques du coefficient de corrélation par rang de Kendall dans le cas général.* Note de M. **Marcel-Paul Schützenberger**, présentée par M. Gaston Julia.

Kendall [1] a défini un *coefficient de corrélation* par rang

$$\tau = \frac{4}{n(n-1)} \sum_{(i,j)} X_{ij} - 1,$$

où X_{ij} est une indicatrice égale à 1 ou à 0 suivant que la paire (i, j) est *rangée ou non dans le même ordre* dans les deux séries S et S' de n objets à comparer.

Bien que cette expression ne soit pas à proprement parler un véritable *coefficient de corrélation*, son usage se recommande pourtant dans de nombreux cas comme plus commode et plus *naturel* que le coefficient ρ de Spearman.

Pour étudier la répartition de τ quand sa valeur moyenne *n'est pas nulle*, on considérera le modèle probabiliste suivant :

Les classements dans S et S' sont ceux des valeurs hypothétiques $a_1, a_2, \ldots, a_n$ et $a'_1, a'_2, \ldots, a'_n$ prises dans les deux séries de tirages indépendants par les variables aléatoires A_i, *réparties sur un même axe*, selon des fonctions F_i sur lesquelles diverses hypothèses peuvent être faites.

Dans le cas général, les moments d'ordre élevé de la répartition de τ ont une expression compliquée, cependant au moyen des coefficients

$$\delta_{ij} = \int_{-\infty}^{+\infty} F_i(t)\, dF_j(t) - F_j(t)\, dF_i(t),$$
$$\gamma_{ijk} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} [F_i(t+t') - F_i(t)][F_k(t+t') - F_k(t)]\, dF_j(t')\, dF_j(t),$$

[qui ne sont autres que les *déviations d'indépendance* définies dans une Note

[1] *A new measure of rank correlation-Biometrika*, 20, 1938, p. 81.

antérieure ([2])], on peut calculer simplement les valeurs de la moyenne $\bar{\tau}_{11}$ et de la variance σ_{11}^2 de τ_{11} entre deux classements aléatoires :

$$\bar{\tau}_{11} = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{(i,j)} \delta_{ij}^2,$$

$$\sigma_{11}^2 = \frac{8}{n^2(n-1)^2} \sum_{(i,j,k)} S\gamma_{ijk}(\gamma_{ijk} - 2\,\delta_{ij}\,\delta_{jk}) + \frac{4}{n^2(n-1)^2} \sum_{(i,j)} (1 - \delta_{ij}^4)$$

(S, sommation sur les 3 permutations : ijk, jki, kij).

Remarquons que si, pour m objets a, b, ..., m, la probabilité qu'ils soient observés dans cet ordre est désignée par Prob$[a, b, c, \ldots, m]$, on a

$$\delta_{ij} = \text{Prob}[a_i a_j] - \text{Prob}[a_j a_i]$$

$$\gamma_{ijk} = \text{Prob}[a_i a_j] \times \text{Prob}[a_j a_k] - \text{Prob}[a_i a_j a_k].$$

La théorie des *formes polaires* permet d'en déduire les expressions correspondantes $\bar{\tau}_{12}$ et σ_{12}^2 relatives au cas où les deux séries de tirage aléatoire S et S′ sont effectués dans deux *familles différentes* des fonctions F_i et F'_i et l'on vérifie l'inégalité de Schwartz $\bar{\tau}_{12}^2 \leqq \bar{\tau}_{11} \times \bar{\tau}_{22}$.

Notamment la corrélation τ_{01} entre un classement aléatoire et le classement *a priori* où l'on pose $A_1 < A_2 < A_3 < \ldots < A_n$ a pour valeurs caractéristiques

$$\bar{\tau}_{01} = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{(i,j)} \delta_{ij}$$

$$\sigma_{01}^2 = \frac{8}{n^2(n-1)^2} \sum_{(i,j,k)} (\gamma_{jki} + \gamma_{kij} - \gamma_{ijk}) + \frac{4}{n^2(n-1)^2} \sum_{(i,j)} (1 - \delta_{ij}^2).$$

Dans tous les cas si d est une *borne inférieure* des $|\delta_{ij}|$, σ^2 est majorée par

$$\frac{2}{3} \times \frac{2n-1}{n(n-1)} \times (1 - d^4).$$

Cette valeur est en général *plus grande* que celle donnée par Kendall

$$\frac{2}{9} \times \frac{2n+5}{n(n-1)},$$

mais est *toujours valable* et non pas seulement dans l'hypothèse restrictive où *tous* les classements de *tous* les triples d'objets ont la *même probabilité* 1/6.

([2]) M. P. Schützenberger, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 227.

HYDRODYNAMIQUE. — *Vagues engendrées par une source pulsatoire en mouvement horizontal rectiligne uniforme. Application au tangage en marche.* Note (*) de M. **Roger Brard**, présentée par M. Émile-Georges Barrillon.

Nous étudions le potentiel d'une source pulsatoire en translation horizontale uniforme dans un fluide pesant limité par une surface libre et utilisons le principe de phase stationnaire pour interpréter ce potentiel ([1]). Soient M un point du fluide, S_τ la position de la source à l'époque τ, m et s_τ les projections de M et S_τ respectivement sur la surface libre, V la vitesse de la source, T_{wa} sa période, σ sa demi-amplitude. Posons $r_\tau = s_\tau m$, $\varphi = \widehat{s_\tau s_t m}$, $\omega = \widehat{s_t s_\tau m}$, et $\Psi = g(t-\tau)^2/4r_\tau \mp 2\pi\tau/T_{wa}$. En appliquant deux fois le principe au calcul approché du potentiel, nous obtenons pour la contribution à l'époque t des ondes émises par la source aux époques $\tau < t$ l'expression

$$\Phi_1(x, y, z, t) \cong \frac{\sigma}{2\sqrt{2}} \int_{-\infty}^{t} \frac{1}{r_\tau} \exp\left[\frac{g(t-\tau)^2}{4r_\tau}\,\frac{z+\zeta}{r_\tau}\right] \times \sum \left\{ \left[\pm \frac{2\pi}{T_{w_a}} - \frac{g(t-\tau)^2}{4r_\tau^2} V \cos\omega \right] \sin\Psi(\tau) \right\} d\tau;$$

le signe Σ indique que l'intégrant est la somme de deux termes correspondant l'un aux signes supérieurs, l'autre aux signes inférieurs. Une dernière application du principe montre que l'onde en M à l'époque t est formée des ondes émises aux époques antérieures τ pour lesquelles $\partial\Psi/\partial\tau = 0$. La discussion met en évidence le paramètre $\gamma = 2\pi V/gT_{wa}$, rapport entre la vitesse de la source et la célérité de la houle de période T_{wa}. Elle introduit également des quantités $\varphi_1(\gamma)$, $\varphi_2(\gamma)$, $\varphi_3(\gamma)$ jouissant des propriétés suivantes :

a. $0 \leqq \varphi_1(\gamma) \leqq 19^\circ 28'$ — [φ_1 décroît de $19^\circ 28'$ à 0° quand γ croît de 0 ($T_{wa} = \infty$, $V \neq 0$) à $+\infty$];

b. $19^\circ 28' \leqq \varphi_2(\gamma) < 90^\circ$ — [φ_2 croît de $19^\circ 28'$ à 90° quand γ croît de 0 à $1/4$];

c. $\varphi_1(\gamma) \leqq \varphi_3(\gamma) < 90^\circ$ — [φ_3 décroît de 90 à 0° quand γ croît de $1/4$ à $+\infty$].

On obtient les résultats que voici :

1° *Si* $\gamma < 1/4$, il existe deux valeurs ω'_1 et ω''_1 de ω pour toute valeur de $\varphi < \varphi_1(\gamma)$. Ces deux racines, qui correspondent au signe supérieur dans Ψ, vérifient les inégalités $0 < \omega'_1 < \omega''_1 < 90^\circ$ avec $\lim_{\varphi \to 0} \omega'_1 = 0$, $\lim_{\varphi \to 0} \omega''_1 = 90^\circ$, $\lim_{\varphi \to \varphi_1} \omega'_1 = \lim_{\varphi \to \varphi_1} \omega''_1$ (la valeur commune de ces deux dernières limites étant $70^\circ 32'$

(*) Séance du 21 juin 1948.

([1]) Cf. R. Brard : *Cours de Théorie du Navire à l'École Nationale Supérieure du Génie Maritime*, éd. 1946-1947, p. 90. Le plan des xoy coïncide avec la surface libre; l'axe des z est orienté vers le haut; la cote ζ de la source est négative.

si $V \neq 0$, $T_{wa} = \infty$, c'est-à-dire si la source a une intensité constante). En outre, pour $\varphi < \varphi_2(\gamma)$, donc *a fortiori* pour $\varphi < \varphi_1$, il existe encore deux racines ω'_2, ω''_2 qui correspondent au signe inférieur dans Ψ et vérifient les inégalités $0 < \omega'_2 < \omega''_2 < 90^\circ$, avec, pour $\varphi < \varphi_1$, $0 < \omega'_2 < \omega'_1$, $\omega''_1 < \omega''_2 < 90^\circ$. On a $\lim\limits_{\varphi \succ \varphi_1} \omega'_2 = \lim\limits_{\varphi \succ \varphi_1} \omega''_2$, la valeur commune de ces limites étant nulle pour $\gamma = 1/4$ et égale à $70^\circ 32'$ si $\gamma = 0$ ($T_{wa} = \infty$, $V \neq 0$). Enfin, il existe une troisième racine ω'''_2 correspondant encore au signe inférieur dans Ψ, et qui varie de 180 à 0° quand φ croît de 0 à 180°.

Les vagues relatives aux racines ω'_1 et ω'_2 sont analogues aux vagues transversales que la source engendrerait si son intensité était constante. Les vagues relatives aux racines ω''_1 et ω''_2 sont de même analogues aux vagues divergentes. Les crêtes et creux ne sont pas fixes par rapport à la source. Ils s'en éloignent ou s'en rapprochent selon qu'ils correspondent aux racines ω'_1, ω''_1 ou aux racines ω'_2, ω''_2. La vague relative à ω'''_2 dessine un ovale qui contient le point s_t; les crêtes et creux correspondants s'éloignent constamment de s_t.

2° *Si* $\gamma > 1/4$, les racines ω'_1 et ω''_1 existent pour $\varphi < \varphi_1(\gamma)$. En outre pour $\varphi < \varphi_2(\gamma)$, *a fortiori* si $\varphi < \varphi_1(\gamma)$, il existe deux racines ω'_3, ω''_3 qui vérifient les inégalités $\omega''_1 < \omega'_3 < \omega''_3 < 180^\circ$ pour $\varphi < \varphi_1(\gamma)$. On a $\lim\limits_{\varphi \succ \varphi_1} \omega'_3 = \lim\limits_{\varphi \succ \varphi_1} \omega''_3$, la valeur commune de ces deux limites étant $125^\circ 14'$ pour γ infini; les crêtes et creux correspondant à ω''_3 s'éloignent de s_t; ceux qui correspondent à ω'_3 s'en éloignent ou s'en rapprochent suivant que γ est supérieur ou inférieur à $\sin(\omega + \varphi)/4 \sin\varphi$. Contrairement à ce qui a lieu pour $\gamma < 1/4$, la zone perturbée de la surface libre est tout entière vers l'arrière de la source, à l'intérieur d'un dièdre dont l'arête est la verticale de S_t et dont la demi-ouverture φ_3 tend vers zéro avec $1/\gamma$.

Ces résultats ont permis de prévoir que le tangage d'un navire sur houle régulière est profondément influencé par la valeur numérique de γ (T_{wa} est ici la période apparente de la houle incidente). Ces prévisions ont été confirmées par des expériences sur modèles effectuées au Bassin d'Essais de la Marine : la période apparente pour laquelle l'amplitude du tangage est maxima est une fonction décroissante de γ; sa variation est si rapide pour γ voisin de $1/4$ que tout se passe comme s'il existait deux régimes distincts, l'un pour $\gamma < 1/4$, l'autre pour $\gamma > 1/4$ ([2]).

([2]) Cf. R. Brard, *Introduction à l'étude théorique du tangage en marche* [*Bulletin de l'Association Technique Maritime et Aéronautique*, 1948 (sous presse)].

ASTROPHYSIQUE. — *Sur le champ magnétique périodique de certaines étoiles.* Note (*) de M. **Antonio Gião**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous avons étudié ([1]) le champ magnétique engendré par la rotation de masses sphériques (même non électrisées). Les résultats obtenus expliquent le champ magnétique général de la Terre, du Soleil et de l'étoile 78 Vir ([2]), ainsi que les moments magnétiques du neutron et du proton. Il y a lieu de généraliser quelque peu ces résultats pour pouvoir les appliquer à certaines étoiles à champ magnétique variable. Dans les conditions que nous envisageons ici les fonctions d'onde non arbitraires électriques (Φ_{mn}; $m=1,2,3,4$) et matérielles (Ψ_{mn}) satisfont, pour $n=1$ (niveau électronique), aux équations

$$(1\,a,\,b)\qquad \Delta\Phi_{m1}=\chi\left(\beta_1-\varpi^{44}\frac{\partial^2}{\partial(x^4)^2}\right)\Phi_{m1};\qquad \Delta\Psi_{m1}=\alpha_1\Psi_{m1},$$

χ étant la courbure moyenne de l'espace-temps ([3]). Par suite du terme en ϖ^{44} de ($1a$), la généralisation minima de la relation $\Phi_{m1}=\lambda\Psi_{m1}$ (λ constante), caractéristique du cas statique sans aimantation permanente ([1]), consiste à chercher une solution de la forme

$$(2)\qquad \Phi_{m1}(x^1,x^2,x^3,x^4)=\lambda(x^4)\Psi_{m1}(x^1,x^2,x^3)+\varphi_{m1}(x^1,x^2,x^3),$$

$x^4\equiv ict$ étant la coordonnée temporelle. On obtient donc en portant (2) dans ($1a$) tout en tenant compte de ($1b$)

$$(3a,\,b)\qquad \frac{d^2\lambda}{dt^2}-\left[\frac{c^2(\alpha_1-\chi\beta_1)}{1+\varpi^{44}\chi}\right]\lambda=\frac{ac^2}{1+\varpi^{44}\chi};\qquad \Delta_3\varphi_{m1}-\chi\beta_1\varphi_{m1}=a\Psi_{m1},$$

a étant une constante. Le cas statique, déjà étudié, correspond donc à $\alpha_1=\chi\beta_1$ et $a=0$. L'équation ($3b$) permet alors de poser $\varphi_{m1}=0$ et l'on voit que ces fonctions peuvent être considérées comme de petites quantités dans le cas quasi statique (variations lentes de λ). Nous ne nous intéressons ici qu'à la solution périodique de ($3a$), ce qui donne la condition $\alpha_1<\chi\beta_1$ et conduit à $\lambda=\lambda_0+\Lambda\sin\sigma t$ en choisissant convenablement l'origine des temps, Λ étant l'amplitude de l'oscillation de λ et

$$(4a,\,b)\qquad \lambda_0=\frac{a}{\chi\beta_1-\alpha_1};\qquad \sigma=c\sqrt{\frac{\chi\beta_1-\alpha_1}{1+\varpi^{44}\chi}}.$$

(*) Séance du 21 juin 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1813; **225**, 1947, p. 924; **226**, 1948, p. 645 et 1298; *Gazeta de Mat.*, Lisbonne, nos **34** et **35**, 1947.

([2]) Le champ magnétique (1500 gauss au pôle) de cette étoile a été déterminé par H. W. Babcock au Mount Wilson (*Astroph. J.*, **105**, 1947, p. 105-119) par l'analyse de l'effet Zeeman des raies métalliques d'absorption.

([3]) Pour la signification des autres symboles, *voir* les Notes et le Mémoire cités.

Avec cette solution la fonction (2), introduite dans les expressions des tenseurs symétriques de densité d'énergie-impulsion matérielle (T_{ik}) et électrique (U_{ik}), donne la relation $U_{ik} = \pm \lambda^2 \chi \sqrt{\chi}\, T_{ik}$ comme dans le cas statique ([4]), quand on néglige les termes qui dépendent de la très petite quantité $\alpha_1 - \chi\beta_1$ ainsi que la petite influence des φ_{m1} sur U_{ik}. Ce résultat permet donc, en suivant le raisonnement utilisé dans le cas statique ([4]), de déduire des équations du champ métrique, pour les sphères en rotation envisagées ici, la formule fondamentale de proportionnalité du moment magnétique au moment de rotation ([1]). Il va sans dire que le coefficient λ^2 de cette formule est maintenant le carré de la solution périodique trouvée ci-dessus et l'on obtient

$$(5)\qquad M_{\text{magn.}} = \pm(\lambda_0 + A \sin\sigma t)^2[\gamma_0 + \Gamma \sin(\sigma t + \delta)]\, \frac{2(m_0)_e}{ec} K M_{\text{rot.}},$$

puisque le coefficient γ éprouve évidemment aussi une variation périodique (de même période), les variations de λ étant dues en dernière analyse aux modifications de la distribution (légèrement différente d'une distribution à symétrie sphérique) de la densité et de la vitesse de rotation (modifications compatibles avec un $M_{\text{rot.}}$ constant).

Considérons le cas particulier très important où $a = 0$ (avec $\alpha_1 \neq \chi\beta_1$) et où les deux solutions $\pm$ de (5) sont réalisées *alternativement* pour des périodes successives de λ. Soit N le nombre de périodes complètes de λ depuis $t = 0$. L'expression (5) devient donc

$$(6)\qquad M_{\text{magn}} = (-1)^N (A^2 \sin^2\sigma t)[\gamma_0 + \Gamma \sin(\sigma t + \delta)]\, \frac{2(m_0)_e}{ec} K M_{\text{rot}}.$$

M_{magn} étant par exemple supposé positif pour $N = 0$. On a ainsi une variation périodique continue de M_{magn} avec $dM_{\text{magn}}/dt = 0$ lorsque $M_{\text{magn}} = 0$ et dont la période magnétique $\tau_m = 4\pi/\sigma$ est le double de la période $\tau = 2\pi/\sigma$ de λ. La formule (6) explique le champ magnétique périodique de certaines étoiles des types B8 à FO dont le spectre présente des raies métalliques d'absorption d'intensité variable. Parmi ces étoiles, BD — 18°3789, étudiée récemment par H. W. Babcock ([5]), est particulièrement intéressante. Sa période magnétique $\tau_m = 9{,}295$ jours et la valeur absolue maxima du champ polaire est environ 6000 gauss. La polarité magnétique *s'inverse* d'une demi-période magnétique à la demi-période suivante conformément à l'expression (6). D'après (4 *b*) on a d'ailleurs ici $\chi\beta_1 - \alpha_1 = 3{,}2 \times 10^{-33}$ (cm^{-2}). Les observations ne sont pas encore suffisamment nombreuses pour décider si $dM_{\text{magn}}/dt = 0$ quand $M_{\text{magn}} = 0$ comme l'exige (6).

([4]) *Gazeta de Mat., loc. cit.*

([5]) *Publ. Astr. Soc. Pacif.*, 59, 1947, p. 112-122 et surtout p. 260.

CHALEUR. — *Note sur l'échauffement produit par le rayonnement solaire dans des enceintes closes par des parois absorbantes.* Note (*) de M. **Hippolyte Parodi**, présentée par M. Albert Caquot.

La théorie classique des degrés-jours suppose que les besoins journaliers de chaleur sont proportionnels aux différences entre température interne θ_0 et température moyenne du jour θ_j. L'action du rayonnement solaire est négligée. Les statistiques d'exploitation de nombreuses installations de chauffage électrique font ressortir une consommation d'énergie inférieure de 25 à 30 % à la consommation calculée par la méthode des degrés-jours. Nous attribuons cette différence à l'action du rayonnement solaire et, en première approximation nous admettons que la réduction journalière de consommation est proportionnelle au rayonnement solaire global (direct + diffus) R_j du jour considéré. Nous appelons température efficace la grandeur $\theta_j + \lambda R_j$.

Si nous remarquons qu'il existe dans nos climats deux mois de l'année, mai et septembre, pour lesquels les conditions atmosphériques sont telles qu'il n'est nécessaire ni de réchauffer ni de refroidir les locaux, nous pourrons alors admettre que les températures efficaces de ces mois sont égales et que les besoins correspondants de chaleur sont nuls.

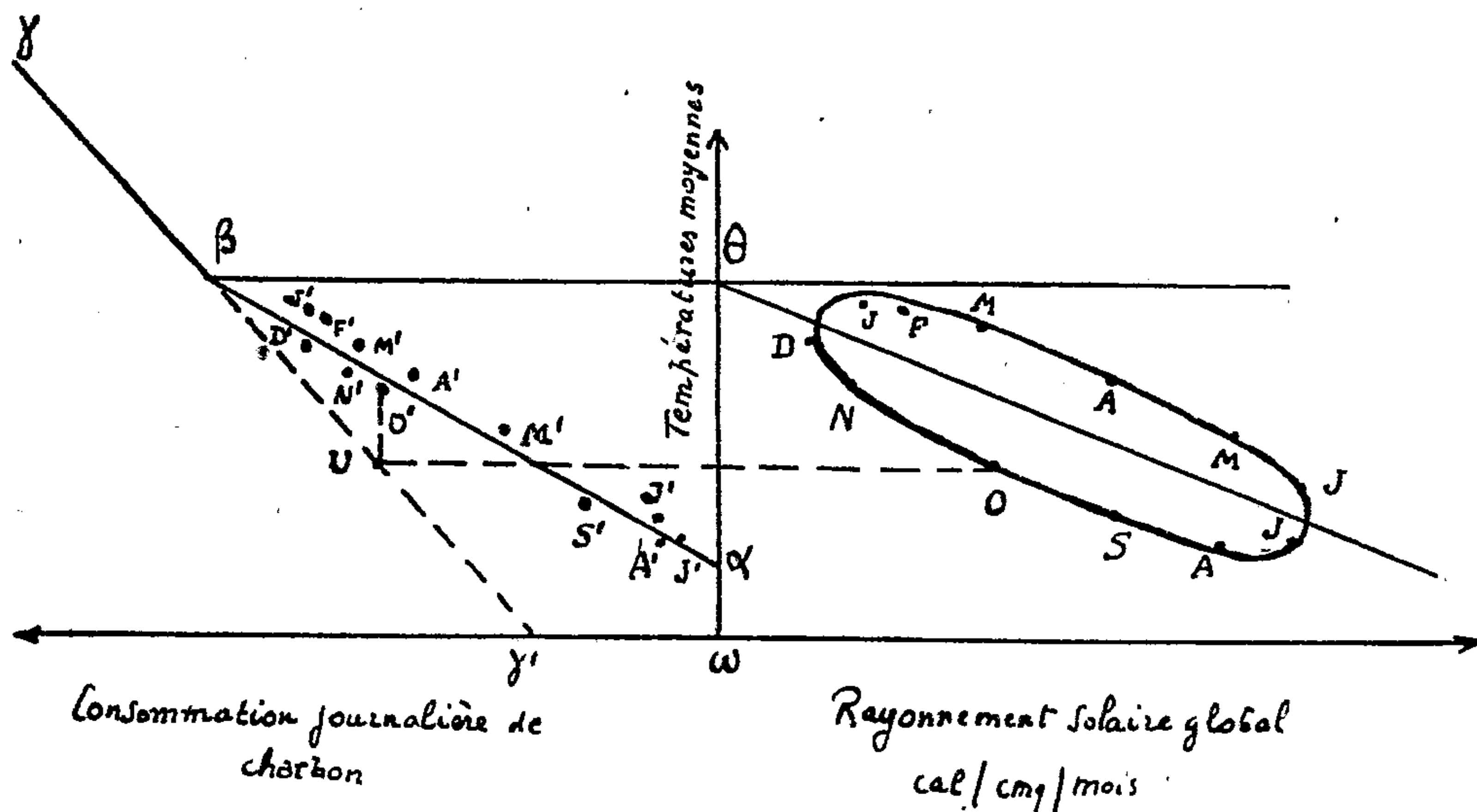
Cette condition nous permet de déterminer la valeur $\lambda = 0,116$ et de dresser le tableau ci-dessous :

Mois de l'année.	Rayonnement (cal/cm²).	Températures. Moy. mensuelle.	Efficaces.	Corrections.
Septembre	298	14,99	18,45	3,46
Octobre	172	10,32	12,31	1,99
Novembre	87	6,16	7,17	1,01
Décembre	63	3,42	4,15	0,75
Janvier	75	2,92	3,79	0,87
Février	138	3,85	5,45	1,61
Mars	255	6,49	9,44	2,96
Avril	337	9,74	13,64	3,92
Mai	424	13,55	18,45	5,10
Juin	492	16,66	22,36	5,73
Juillet	460	18,32	23,66	5,36
Août	391	17,86	22,39	4,55

Comparaison de ces résultats avec les résultats expérimentaux. — La vérification pratique de ces résultats est fournie par l'examen des statistiques d'exploitation d'importantes installations de chauffage électrique ou de chauffage central au charbon, dans lesquelles les consommations sont

(*) Séance du 14 juin 1948.

mesurées chaque jour ainsi que les degrés-jours normaux. La figure ci-dessous se rapporte à une installation de chauffage central de Paris, pour laquelle les températures et les rayonnements globaux mesurés au Parc Saint-Maur sont utilisables.



Les consommations journalières de charbon sont portées en abscisses dans la partie gauche du diagramme, en fonction des températures journalières moyennes portées en ordonnées. Cette courbe, purement empirique, se décompose pratiquement en deux segments de droites $\alpha\beta$ et $\beta\gamma$ se coupant au point β d'ordonnée 1° C. environ.

La partie droite de la figure représente en fonction des températures journalières moyennes, le rayonnement solaire global sur un plan horizontal. L'axe de la courbe elliptique passant par les douze points correspondant aux douze mois de l'année, coupe l'axe des températures en un point θ ayant à peu près la même ordonnée que le point β.

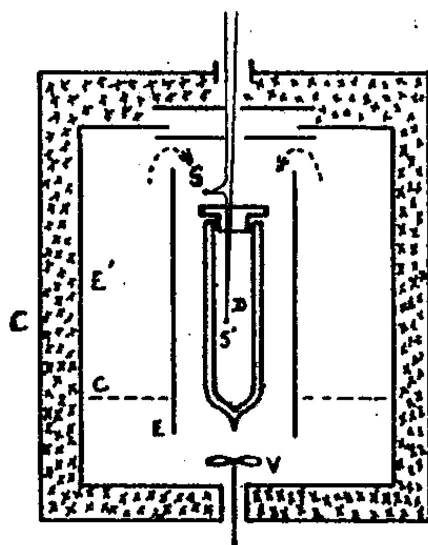
Le segment de droite $\beta\gamma$ correspond aux conditions de chauffage pendant les périodes où le rayonnement solaire est effectivement négligeable et son prolongement $\beta\gamma$ représenterait la consommation de charbon si aucune autre source de chaleur n'entrait en jeu.

Si pour un mois quelconque, octobre par exemple, nous portons à partir du point u correspondant à la température moyenne d'octobre, une longueur verticale UO' égale à la correction calculée ci-dessus, nous trouvons un point O'. En répétant cette construction pour chacun des douze mois de l'année, nous trouvons douze points qui se placent au voisinage immédiat de la droite $\alpha\beta$ obtenue d'une façon absolument empirique.

CALORIMÉTRIE. — *Un calorimètre pour la mesure des chaleurs de mouillage.* Note (*) de M. **Louis Weil**, présentée par M. Aimé Cotton.

On sait depuis Pouillet ([1]) que, lorsqu'on met en contact une poudre avec un liquide, il y a dégagement de chaleur fonction de la nature du corps mouillé et proportionnelle à l'étendue de sa surface. En principe ce dégagement de chaleur est instantané; en pratique, il est accompagné et suivi d'un certain nombre d'effets secondaires qu'il faut connaître pour éliminer leur influence sur la mesure. L'expérience doit donc s'étendre sur un intervalle de temps assez grand, qui, dans des expériences de contrôle, peut s'étendre sur plusieurs heures.

Il y a intérêt dans ces conditions à employer un calorimètre adiabatique ([2]), ([3]). Dans l'appareil que nous avons réalisé, qui est à réglage automatique, le vase calorimétrique proprement dit D est un vase Dewar de 50^{cm^3} fermé par un bouchon en ébonite. Il est suspendu par des fils à l'intérieur d'un écran cylindrique E en tôle d'aluminium, disposé lui-même dans un récipient fermé E′ en aluminium. Ce récipient est placé à l'intérieur d'une caisse C bourrée de laine de verre et revêtue extérieurement de papier métallisé pour réduire les échanges par rayonnement.



L'intérieur de E′ se trouvant ainsi isolé de la salle, on rend le calorimètre adiabatique en y maintenant la température égale à celle qui règne dans le vase Dewar D. Le ventilateur V assure l'homogénéité de température à l'intérieur de la chemise E : nous avons vérifié que la variation de température était inférieure à 1/100e de degré entre le niveau du haut et du bas du vase Dewar. Les mouvements de l'air s'accompagnent d'une dissipation d'énergie qui fait que l'enceinte fermée est toujours plus chaude que le laboratoire.

(*) Séance du 14 juin 1948.

([1]) *Ann. de Ch. et de Phys.*, **20**, 1822, p. 141.

([2]) W. A. Patrick et F. V. Grimm, *J. Amer. Chem. Soc.*, **43**, 1921, p. 2144.

([3]) Wicke, *Z. Phys. Chemie*, **193**, 1944, p. 417.

Un couple thermoélectrique, dont les soudures sont l'une S' à l'intérieur, l'autre S sur le couvercle du vase Dewar D, sert au réglage de l'égalité de température en commandant par l'intermédiaire du dispositif antérieurement décrit ([1]) l'établissement ou la rupture du courant dans une résistance annulaire plate C.

A l'intérieur du vase Dewar, mais non représentés sur la figure, se trouvent de plus un dispositif d'agitation, constitué d'un piston à clapet se déplaçant verticalement dans un cylindre en clinquant et commandé par un électro-aimant à noyau plongeur extérieur, un dispositif de cassage d'ampoules, une résistance bobinée permettant en particulier l'étalonnage en quantités de chaleur, enfin le réservoir d'un thermomètre au 1/50 de degré, qu'une loupe permet de lire à 0°,001 près, le tout noyé dans le liquide pour lequel on se propose d'étudier le mouillage.

L'agitation interne du vase Dewar dégage également de la chaleur. La température de l'ensemble tend donc à monter. On remarque que c'est là une condition nécessaire pour que l'égalité de température puisse être maintenue entre D et E par simple chauffage de la résistance C.

Nous avons vérifié que le calorimètre était adiabatique, en étudiant la marche de température qui, à agitation interne constante, doit rester uniforme pendant des temps très longs et après une augmentation de température brusque due à un dégagement de chaleur à l'intérieur du calorimètre. Pendant 8 heures, au cours desquelles la température de D s'est progressivement élevée de 2,5 degrés, la marche de température est passée de 0,00582 à 0,00572 degré par minute, et cet écart n'est peut-être dû qu'à une variation de viscosité du liquide agité et à la variation de la puissance d'agitation qui l'accompagne. Un accroissement de température de 0°,5 en 10 minutes n'a altéré la marche que de 0,002 degré/minute.

Après une augmentation brusque de température, la marche régulière se rétablit en général au bout de 10 minutes. L'erreur qu'on commet en déterminant l'augmentation de température par une extrapolation des marches avant et après l'expérience est donc de l'ordre de 0°,002 et la masse en eau étant toujours voisine de 40^g, il en résulte une erreur de l'ordre de 0, 08 calorie.

Nous avons évalué la chaleur absorbée par la saturation en vapeur de liquide mouillant de l'atmosphère de l'ampoule initialement sèche. La correction, fonction de la température et du volume, due à ce phénomène, peut atteindre dans le benzène par exemple plus de 0, 2 calorie.

La masse en eau a été déterminée en faisant passer un courant connu pendant un certain temps dans la résistance immergée.

Pour vérifier le bon fonctionnement de l'appareil ainsi construit, nous avons mesuré, dans trois expériences indépendantes, la chaleur de mouillage d'une

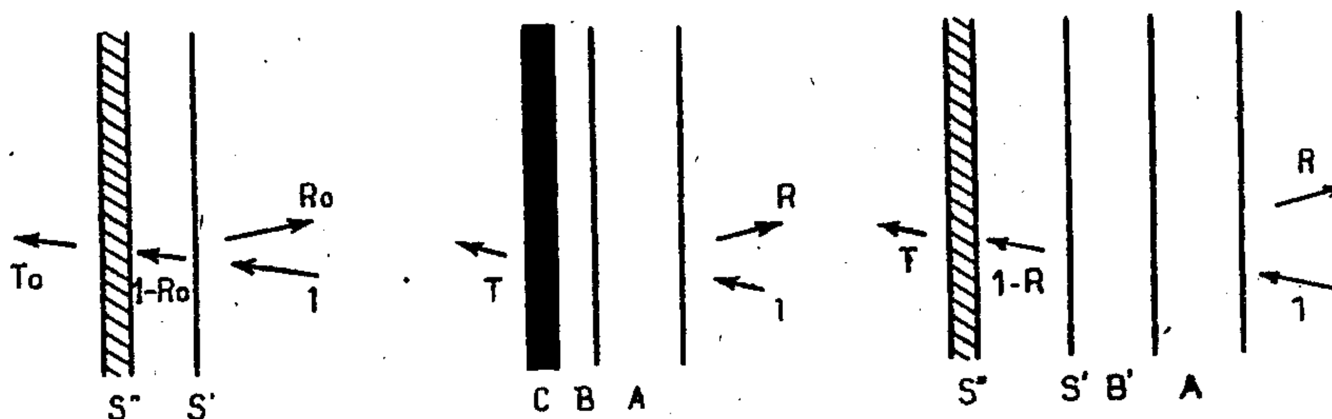
([1]) L. WEIL, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 810.

bentonite par la benzine distillée et séchée. Nous avons séché et scellé dans des ampoules respectivement 1,358, 2,793 et 3,826 grammes de poudre et avons obtenu respectivement 5,70, 5,75 et 5,85 calories par gramme. L'écart entre ces résultats est en accord avec la dispersion prévue.

OPTIQUE. — *Sur l'absorption de couches semi-transparentes complexes. Application aux filtres interférentiels.* Note (*) de M. **Charles Dufour**, présentée par M. Aimé Cotton.

La modification du facteur de réflexion d'un métal massif au moyen de couches minces transparentes déposées sur le métal a déjà été étudiée par plusieurs auteurs [1] [2] [3]. Je me suis proposé d'étudier le cas des couches métalliques semi-transparentes recouvertes de couches minces transparentes en vue des applications à l'interférométrie.

1. *Propriété générale d'une couche semi-transparente absorbante recouverte d'un nombre quelconque de couches minces de matériaux non absorbants* (radiation monochromatique et incidence normale). — Une couche mince



réfléchissante et absorbante C peut être fictivement remplacée par une surface de séparation S′ de même facteur de réflexion R_0 suivie d'une couche S″ absorbante et non réfléchisssante. L'énergie qui traverse S′, non absorbante, vaut $(1 - R_0)$. L'absorption de S″ sera caractérisée par le coefficient α tel que la transmission T_0 s'écrive.

$$T_0 = \alpha\,(1 - R_0)$$

Supposons maintenant la couche C recouverte de couches non absorbantes telles que A et B. Quels que soient les indices et les épaisseurs de ces couches dont l'ensemble a un facteur de réflexion R, la conservation de l'énergie n'indique que la fraction $(1 - R)$ de l'énergie incidente S′. Cette fraction sera

(*) Séance du 7 juin 1948.

(1) F. Abelès, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 733-734.

(2) P. Cotton, *Annales de Physique*, mars-avril 1947, p. 227

(3) A. F. Turner, *J. O. S. A.*, **36**, déc. 1946, p. 710.

partiellement absorbée par S″ suivant la relation

$$T=\alpha(1-R) \qquad \text{d'où} \quad \frac{T}{1-R}=\frac{T_0}{1-R_0}.$$

Au point de vue des phases, il convient de remarquer que l'intersurface S′ ne peut donner de réflexion avec un changement de phase autre que 0 ou π puisque aucune énergie n'est perdue sur S′.

Pour tenir compte du changement de phase à la réflexion sur la couche réelle C, il suffit de prévoir une épaisseur convenable de la couche fictive B′ correspondant à la couche réelle B. Cela n'altère en rien les conclusions précédentes.

La conservation de $T/(1-R)$, établie pour les rayons incidents tombant sur les couches non absorbantes, n'est pas vérifiée pour les incidents qui rencontrent d'abord la couche absorbante C.

2. *Vérification expérimentale.* — Nous nous sommes placé dans le cas de deux couches transparentes bas-indice, haut-indice, sur un métal; les épaisseurs ont été calculées de façon à accroître R ($\lambda = 5460$ Å)

Verre—Ag—air $R_0 = 0,86$; $T_0 = 0,088$; $R_0 + T_0 = 0,948$,

Verre—Ag—$\frac{\lambda}{8}$ Cryolithe—$\frac{\lambda}{4}$ SZn—air $R = 0,939$; $T = 0,041$; $R + T = 0,980$.

En toute rigueur T_0 et R_0 auraient dû être mesurés pour la couche verre—Ag—Cryolithe afin de conserver les conditions de la théorie précédente. Les écarts numériques restent cependant minimes :

$$\frac{T_0}{1-R_0}=0,63, \qquad \frac{T}{1-R}=0,67.$$

3. *Application aux interféromètres Fabry-Pérot et aux filtres interférentiels.* — La théorie de l'étalon interférentiel parfait pour une radiation monochromatique donne comme expression de la transparence de l'appareil pour le sommet d'un anneau : $\mathfrak{T} = T^2/(1-R)^2$.

Si nous constituons les miroirs d'un étalon par des lames d'Ag amélioré, comme indiqué précédemment, R est augmenté et, par suite, la résolution accrue sans diminution de $\mathfrak{T}$.

La même remarque s'applique aux filtres interférentiels, véritables étalons de Fabry-Pérot à très faible résolution.

4. *Exemple de vérification expérimentale.* — Filtre : Ag, $\lambda/8$ cryolithe, $\lambda/4$ SZn, $\lambda/2$ cryolithe, $\lambda/4$ SZn, $\lambda/8$ cryolithe—Ag.

Longueur d'onde moyenne de la bande passante : $\lambda_0 = 5380$ Å.

Largeur de bande à mi-hauteur : $2\Delta\lambda = 80$ Å.

Transmission pour $\lambda = 5380$ Å : $\mathfrak{T} = 0,26$.

Les valeurs de R et T déduites de ces mesures sont :

$$R = 0,955 \quad T = 0,023, \qquad \text{soit} \quad R + T = 0,978.$$

La bande passante est deux fois plus étroite que pour le filtre simple Ag—cryolithe—Ag de même transmission correspondant pour les couches d'argent à $R_0 = 0{,}91$ et $T_0 = 0{,}045$.

SPECTROSCOPIE. — *Origine des spectres continus des gaz rares. Argon.* Note (*) de MM. **Louis Herman** et **Charles Weniger**, présentée par M. Aimé Cotton.

Peu de travaux ont été consacrés jusqu'ici à l'étude des spectres continus émis par les gaz rares sous pression élevée, traversés par une décharge électrique. Pour augmenter l'intensité du spectre continu, on utilise généralement de fortes densités de courant. Dans ces conditions, la répartition d'intensité dans le spectre est indépendante de la nature du gaz émetteur ([1]). Si l'on diminue le courant les raies d'arc apparaissent superposées au fond continu. Lorsque le courant diminue encore et devient très faible, on observe une nouvelle augmentation de l'intensité relative de l'émission continue. Ces modifications montrent, qu'en réalité, sous les régimes extrêmes ci-dessus, on a des émissions d'origine entièrement différente. Nous nous sommes proposé d'étudier les spectres continus sous faible régime qui seuls permettront de différencier les divers gaz.

Pour s'assurer que l'on a affaire réellement au spectre continu de l'argon, il est nécessaire d'éliminer toute trace d'hydrogène dont le spectre, également continu, se superpose à celui du gaz rare à partir du bleu vers les courtes longueurs d'onde. Nous avons utilisé, avec succès, deux procédés de purification : dans le premier, on ajoutait au gaz rare une petite quantité d'oxygène pur, la vapeur d'eau formée étant absorbée par l'anhydride phosphorique; dans le second, on faisait adsorber simplement l'hydrogène par du noir de palladium contenu dans une tubulure latérale plongée dans un réfrigérant. On vérifie que toute trace d'hydrogène a disparu par l'absence de la bande 3064 Å de OH. En présence d'oxygène elle se comporte comme une bande *ultime* de grande sensibilité.

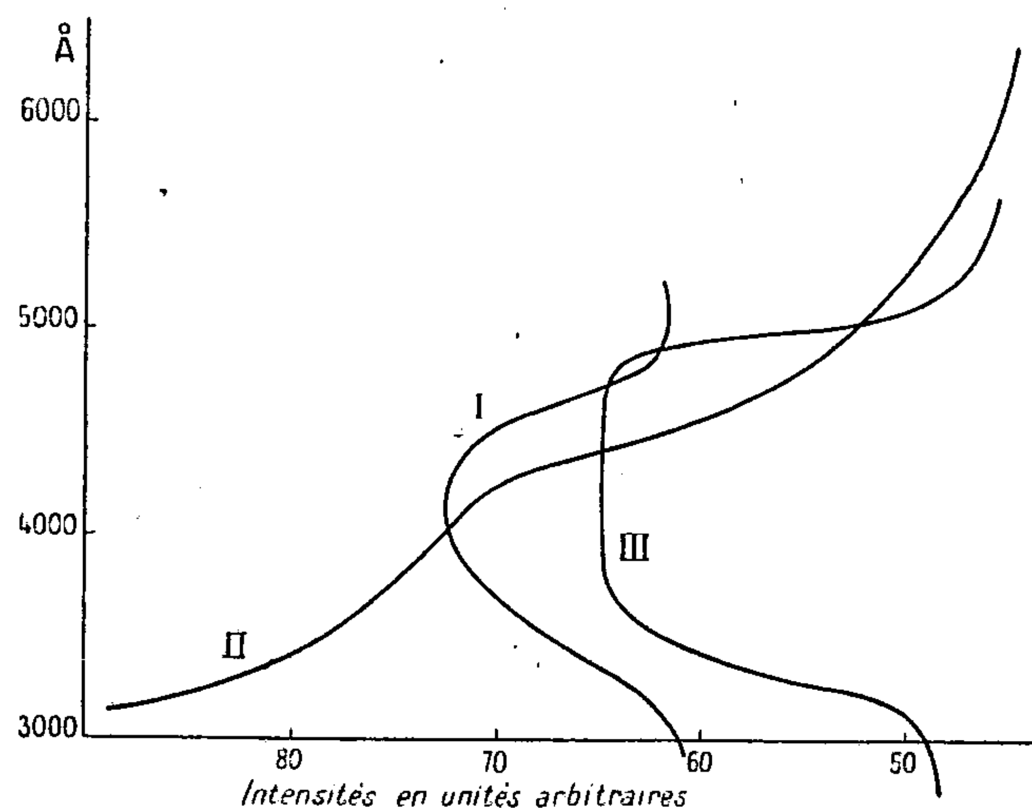
On observe un spectre continu intense s'étendant jusqu'à 2000 Å au moins, même lorsque l'argon est très pur et l'on ne peut retenir la suggestion de Dorgelo et Washington l'attribuant à la présence d'hydrogène ([2]). La répartition d'intensité dans le spectre a été étudiée par la méthode habituelle de la photométrie photographique. Elle est illustrée par la courbe I de la figure dans le cas de l'argon pur sous une pression de 10^{mm} de mercure. La courbe II a été

(*) Séance du 7 juin 1948.

([1]) H. Muraour, J. Romand et B. Vodar, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 620.

([2]) H. B. Dorgels et T. P. K. Washington, *Kon. Akademie van wetenschaftente Amsterdam*, **30**, 1927, p. 33.

obtenue en présence de traces d'hydrogène. Le tube à décharge utilisé était alors d'un modèle différent : les deux électrodes placées aux deux extrémités d'un tube en U étaient isolées par deux capillaires où passait la décharge avant de se répandre dans le tube horizontal. Ce dispositif conduit à une forte excitation du spectre d'arc dans les capillaires; par contre, dans le tube



horizontal on observe un spectre continu très intense. Nos résultats obtenus pour l'argon pur se différencient nettement de ceux obtenus par Vogel ([3]). En particulier, nous ne retrouvons pas les fluctuations observées par lui et les maxima à 4513 et 5504 Å. Le seul maximum certain est situé vers 4150 Å : il est peu marqué comme on peut le constater sur la courbe I.

II. L'intensité du spectre continu croît avec la pression par rapport à celle du spectre d'arc. L'un de nous avait montré précédemment qu'il est essentiellement lié à la présence d'électrons rapides ([4]). Après l'arrêt de la décharge son intensité diminue très vite en même temps que les électrons perdent leur vitesse. Les seuls mécanismes à envisager semblent donc être l'excitation par choc électronique d'une molécule diatomique ou l'émission par freinage des électrons. Mais ces deux hypothèses se heurtent à des difficultés. Si la molécule A^2 est suffisamment stable au niveau supérieur, de nombreux ions A^{2+} présents dans le gaz permettraient l'observation d'une phosphorescence intense d'un spectre de bandes résultant de la recombinaison avec les électrons lents. C'est bien ce que l'on observe pour l'hélium ([5]). Il en serait de même dans le cas d'un freinage des électrons rapides dans le champ de l'ion complexe AA^+. Or, l'expérience montre que dans l'argon le spectre d'arc est seul présent en

([3]) *Annalen der Physik*, 41, 1942, p. 196.
([4]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 654.
([5]) R. Herman, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1712.

phosphorescence. Si l'on admet que les niveaux moléculaires ci-dessus sont instables, les bandes continues devraient présenter des fluctuations d'intensité et être accompagnées des raies correspondantes.

On est conduit ainsi à envisager l'existence d'un ion complexe formé d'un ion A^+ entouré complètement de plusieurs atomes normaux A(I S). Dans ce cas, le spectre de freinage ne sera pas suivi de recombinaison car l'ion, A^+ se trouve protégé par les atomes normaux qui empêchent la fixation de l'électron. On pourrait chercher une confirmation de cette hypothèse dans la forme de la courbe I. Cohn a indiqué une courbe analogue pour l'émission du thorium bombardé par des électrons de 10 à 40 kV (6) (courbe III de la figure). Les deux courbes sont caractérisées par une variation assez brusque du côté des grandes longueurs d'onde et par une descente plus lente du côté violet. Dans le cas de l'argon le rendement lumineux serait alors remarquablement élevé.

RAYONS X. — *Sensibilité de détection du rhénium par diffraction de poudre cristalline.* Note (*) de Mme **Annette Prévot**, présentée par M. Jean Cabannes.

Au laboratoire de Chimie physique de la Faculté des Sciences de Paris, j'avais effectué des recherches sur la sensibilité de détection du rhénium à l'aide de son spectre d'émission X (1). Je me suis occupée du même problème en y appliquant une autre technique : celle de la diffraction des rayons X par des sels de rhénium cristallisés. J'ai pu utiliser un équipement de la North America Philips Cy (2), au laboratoire de Physique de la Johns Hopkins University à Baltimore. Le tube à rayons X, scellé, possède une anticathode de cuivre. La tension, autoredressée et le débit sont maintenus par construction aux valeurs fixes de 35 kV et 6 mA. Un filtre de nickel laisse passer un rayonnement pratiquement monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 1,54$ Å. Un compteur Geiger-Müller enregistre le faisceau diffracté et le bras du goniomètre qui le supporte est muni d'un moteur d'entraînement qui communique au compteur une vitesse angulaire double de celle de l'échantillon. Un enregistreur automatique, dont la tension d'alimentation est proportionnelle au nombre de chocs reçus par le compteur, fournit en définitive une courbe qui relie l'intensité du faisceau X diffracté au double de l'angle de Bragg, soit 2θ.

J'ai étudié la sensibilité de détection du rhénium d'abord pur, à l'état de perrhénate de potassium; puis présent à côté de quantités notables de molybdène, sous forme de molybdate de sodium. La raie la plus intense diffractée par le perrhénate se situe à $2\theta = 26°,25 \pm 0,05$, alors que les raies les plus

(6) W. M. Cohn, *Zeitschrift für Physik*, 70, 1931, p. 662, 667, 679.

(*) Séance du 21 juin 1948.

(1) *Journal de Chimie physique* (sous presse).

(2) *Electronics*, avril 1945.

voisines du molybdate se placent à $2\theta = 25°,8$ ($d = 6,9$ en 2e ordre) et 27° ($d = 3,3$). Les vitesses d'entraînement du compteur et de l'enregistreur ont été choisies de telle sorte qu'une longueur de un inch sur le papier millimétré de l'enregistreur correspond à une variation de 2° pour l'angle 2θ. La résolution obtenue permet de distinguer sans ambiguïté la raie 26°,25 du rhénium.

Pour préparer l'échantillon, la technique classique consiste à disposer le produit à l'étude, sous forme pulvérulente, dans une cavité ménagée dans un support en verre ou en métal; on l'y maintient en général à l'aide d'une substance qui joue le rôle d'un ciment.

Cette méthode est peu adaptée à l'étude des sensibilités de détection. En effet : 1° elle est pratiquement inapplicable dans le cas d'une substance pure étant donnée la quantité notable de matière qu'elle requiert; 2° l'utilisation d'un ciment fait décroître la quantité efficace du produit intéressant, donc, dans des conditions déterminées, l'intensité diffractée; 3° l'intensité diffusée par le support se superpose, pour un angle 2θ donné, à celle diffusée par le spécimen; si le rayonnement diffusé par le support sous un certain angle donne lieu à un nombre de chocs n, il correspond à n des fluctuations statistiques $\sqrt{n}$. Il s'ensuit que plus le rayonnement diffusé par le support est intense, plus une raie faible risque de se confondre avec les fluctuations statistiques du fond.

Relativement à ces trois inconvénients, j'ai trouvé la technique suivante avantageuse :

Le support est constitué par un film de collodion supporté par un bâtis métallique ([3]) et ne donne naissance à aucun rayonnement diffusé appréciable. *Quant à l'échantillon* : le perrhénate, soit pur, soit mélangé au molybdate, est mis en solution dans l'eau et l'on dépose une goutte de solution sur le film de collodion. L'évaporation de l'eau fait réapparaître le perrhénate sous forme de cristaux qui se fixent sur le film. Aucun ciment n'est ainsi nécessaire, et il devient possible de travailler sur des quantités de produit aussi faibles que l'on veut. Voici les résultats obtenus :

Dans le cas du produit pur, la raie 26°,25 est encore visible pour une quantité de perrhénate de 10^{-6} g, soit environ 5.10^{-7} g si l'on s'intéresse au rhénium métal. Dans le cas des mélanges perrhénate-molybdate, je me suis intéressée à la concentration relative limite du rhénium dans le molybdène sans essayer de faire décroître la quantité absolue de substance utilisée. Diverses solutions ont été préparées qui contenaient respectivement, pour 10^{mg} de molybdate, 1^{mg}, $0^{mg},5$, $0^{mg},2$, $0^{mg},1$ de perrhénate. La raie 26°,25 apparaît encore sur le diagramme correspondant à $0^{mg},2$ de perrhénate, mais n'est plus visible pour $0^{mg},1$. La limite de sensibilité relative est donc d'environ 2 %.

([3]) V. K. Zworykin, G. A. Morton, E. G. Ramberg, J. Hillier, et A. W. Vance, *Electron optics and the Electron microscope*, N. Y., 1945, p. 242-244.

En utilisant le spectre d'émission X du rhénium, j'avais été conduite aux limites de sensibilité suivantes : 1° 5.10^{-8} g de rhénium pour le perrhénate pur; 2° 1/20000 dans le cas d'un mélange rhénium-molybdène.

La méthode spectroscopique se révèle donc 10 fois plus sensible dans le cas du rhénium pur, 100 fois plus sensible dans le cas, plus important en pratique, d'un mélange. Cependant, s'ils conduisent à des résultats moins poussés, les diagrammes de diffraction ont, en principe, une portée plus vaste, car ils devraient permettre de connaître l'état de combinaison de l'élément étudié. Ils peuvent d'ailleurs être obtenus à partir de composés organiques d'éléments de faible numéro atomique, sans nécessiter aucune modification de l'appareil.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les chaleurs d'adsorption des gaz sulfureux et carbonique par le charbon actif.* Note (*) de M. **Jean Perreu**, présentée par M. Paul Pascal.

Les chaleurs d'adsorption, par le charbon actif de noix de coco, de deux gaz faciles à liquéfier, l'anhydride sulfureux et l'anhydride carbonique, ont été mesurées, à 0° C., suivant la technique précédemment décrite ([1]).

1. *Calcul de la masse gazeuse adsorbée.* — Au cours des expériences calorimétriques, on note la pression, le volume et la température du gaz initial et du gaz résiduel non adsorbé. Les masses gazeuses initiales et finales sont calculées à partir de l'équation d'état de Van der Waals

$$\left(p+\frac{a}{v^2}\right)(v-b)=r\mathrm{T}. \qquad (1)$$

On prend $r=\mathrm{R/M}$ (constante des gaz parfaits relative à 1g de fluide) et l'on détermine les termes a et b, de sorte que l'équation (1) représente correctement les états du fluide, non plus au voisinage du point critique, mais dans la région du diagramme $f(p, v, t)=0$, utilisée dans nos expériences, où les pressions sont comprises entre 0 et 1 atmosphère, et la température entre 10° et 25° C.

Résultats obtenus. — *Voir* les Tableaux ci-contre :

La formule empirique

$$\mathrm{Q}_c=2460\,c^{0,8} \qquad (2)$$

représente la chaleur intégrale Q_c pour des concentrations comprises entre $c=2\times10^{-4}$ et $c=6\times10^{-4}$. On a, dans ces conditions

$$\mathrm{Q}'_c=\frac{1}{c}\mathrm{Q}_c=2460\,c^{-0,2}, \quad q_c=\frac{d\mathrm{Q}_c}{dc}=1968\,c^{-0,2}. \qquad (3)$$

(*) Séance du 21 juin 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1157; **226**, 1948, p. 492; **226**, 1948, p. 907 (*voir* méthode expérimentale, définitions, notations et résultats).

A. *Anhydride sulfureux* (²).

m (°C).	$c.0^4$ (°C).	Q_c mesuré (calc.).	Q'_c mesuré (calc.).	q_c.	
3,97.....	0,620	0,88	14 500	14 500$^{\text{calc mes}}$	
6,20.....	0,968	1,34	13 840	–	
10,78.....	1,684	2,36	14 010	11 360mes	11 210^{calc}
13,09.....	2,045	2,77	13 550	–	10 840
15,81.....	2,470	3,21	13 000	–	10 400
20,45.....	3,200	4,10	12 810	–	10 240
24,41.....	3,810	4,48	11 740	–	9 390
30,59.....	4,780	5,60	11 710	–	9 370
37,16.....	5,81	6,53	11 240	–	–
39,19.....	6,12	6,60	10 790	–	–
48,26.....	7,54	7,65	10 170	7 420	–
52,22.....	8,16	8,11	9 940	–	–
61,12.....	9,55	9,28	9 720	–	–
66,94.....	10,46	9,51	9 090	–	–

B. *Anhydride carbonique.*

m. (°C).	$c.10^4$. (°C).	Q_c mesuré (calc.).	Q'_c mesuré (calc.).	q_c (calc.).
0..........	–	–	–	8830 (mes)
3,39.......	0,77	0,68	8830	8730 (»)
6,63.......	1,51	1,31	8670	–
9,06.......	2,06	1,63	7910	8460 (»)
11,56.......	2,97	2,40	8080	7960 (»)
13,64.......	3,10	2,50	8060	–
15,14.......	3,59	2,70	7530	–
16,22.......	3,69	2,87	7760	6670 (calc)
16,93.......	3,99	3,07	7690	–
18,72.......	4,25	3,26	7670	–
20,28.......	4,61	3,43	7440	6400 (»)
22,32.......	5,07	3,60	7090	6500 (mes)
24,03.......	5,46	4,00	7320	6230 (»)
26,09.......	5,93	4,15	7000	–
28,81.......	6,54	4,70	7180	–
36,39.......	8,27	5,82	7040	–
40,17.......	9,13	6,15	6730	
45,72.......	10,39	7,10	6850	–
49,28.......	11,20	7,40	6570	–

Les valeurs calculées de q_c dans le tableau précédent, sont obtenues à l'aide de la relation (3).

Pour des concentrations supérieures à $c = 2.10^{-4}$, les valeurs de Q_c peuvent

(²) *Ibid.*

être exprimées par la formule empirique

(4) $$Q_c = 2560\,c^{0,86},$$

on en déduit

(5) $$Q'_c = 2560\,c^{-0,14}, \qquad q_c = 2202\,c^{-0,14}.$$

Conclusions. — *a*. Les graphiques $Q_c = f(c)$, des deux gaz ci-dessus, présentent la même allure que ceux de l'azote et de l'hydrogène ([3]), déjà étudiés.

b. On remarquera que la chaleur d'adsorption de SO_2, fluide qui bout à 262°,9 K., sous la pression normale, est supérieure à celle du CO_2, dont le point d'ébullition, sous la même pression est 194° K. Le plus souvent, la chaleur d'adsorption d'un gaz croît avec sa température d'ébullition.

c. *La chaleur propre d'adsorption*, λ, de ces deux gaz, c'est-à-dire la différence entre la chaleur différentielle d'adsorption, q_c, et la chaleur moléculaire de condensation L, à la même température, est positive, on a :

(6) $$\lambda = q_c - L > 0.$$

C'est ainsi que l'on a, aux faibles concentrations :

Pour SO_2, $q_c \neq$ ([4]) $11\,000^{cal}$, $L = 5837^{cal}$ (à 0°)
Pour CO_2, $q_c \neq$ 7000^{cal}, $L = 2500^{cal}$ (à 0°).

Conformément à la règle générale, le rapport q_c/L diminue quand le point d'ébullition s'élève.

Le signe positif de λ permet de prévoir que l'isotherme d'adsorption de 0° C., présente, pour les deux gaz, aux basses pressions, une concavité tournée vers l'axe des pressions.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Constantes de dissociation de certains homologues de la pyridine et charge de l'atome d'azote hétérocyclique.* Note (*) de M. **Jean Ploquin**, présentée par M. Paul Pascal.

Comme application d'une méthode générale que j'ai développée ailleurs ([1]), on peut calculer les charges électroniques au voisinage de l'atome d'azote hétérocyclique des divers homologues de la pyridine. On peut admettre qu'en solution les ions pyridinium correspondant se forment par attraction sur l'atome d'azote hétérocyclique des protons H^+ présents dans le solvant. Désignons par RH ce solvant; il est dissocié suivant l'équilibre



$$RH \rightleftharpoons R^- + H^+,$$

([3]) *Ibid.*

([4]) $\neq$, *lire* : environ.

(*) Séance du 21 juin 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 339-349.

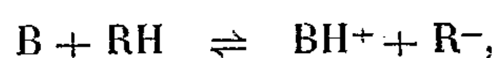
ce qui permet de définir une constante de dissociation de référence

$$K_S = \frac{[R^-][H^+]}{[RH]},$$

d'où

$$pK_S = 2pH_S.$$

D'autre part la dissolution du corps B entraînera la formation de l'équilibre



$$B + RH \rightleftharpoons BH^+ + R^-,$$

avec

$$K_B = \frac{[BH^+][R^-]}{[B][RH]} = \frac{K_S^2[RH]}{[B][H^+]^2}.$$

Soit pH l'exposant hydrogène mesuré pour la solution de concentration C du corps B, on aura donc très approximativement

$$(1) \qquad pK_B = 2(pK_S - pH) - \operatorname{colog} C.$$

D'autre part on peut admettre que, toutes choses égales, la force des bases B est proportionnelle à la charge q_N autour de N, de telle sorte que l'on aura une relation de la forme

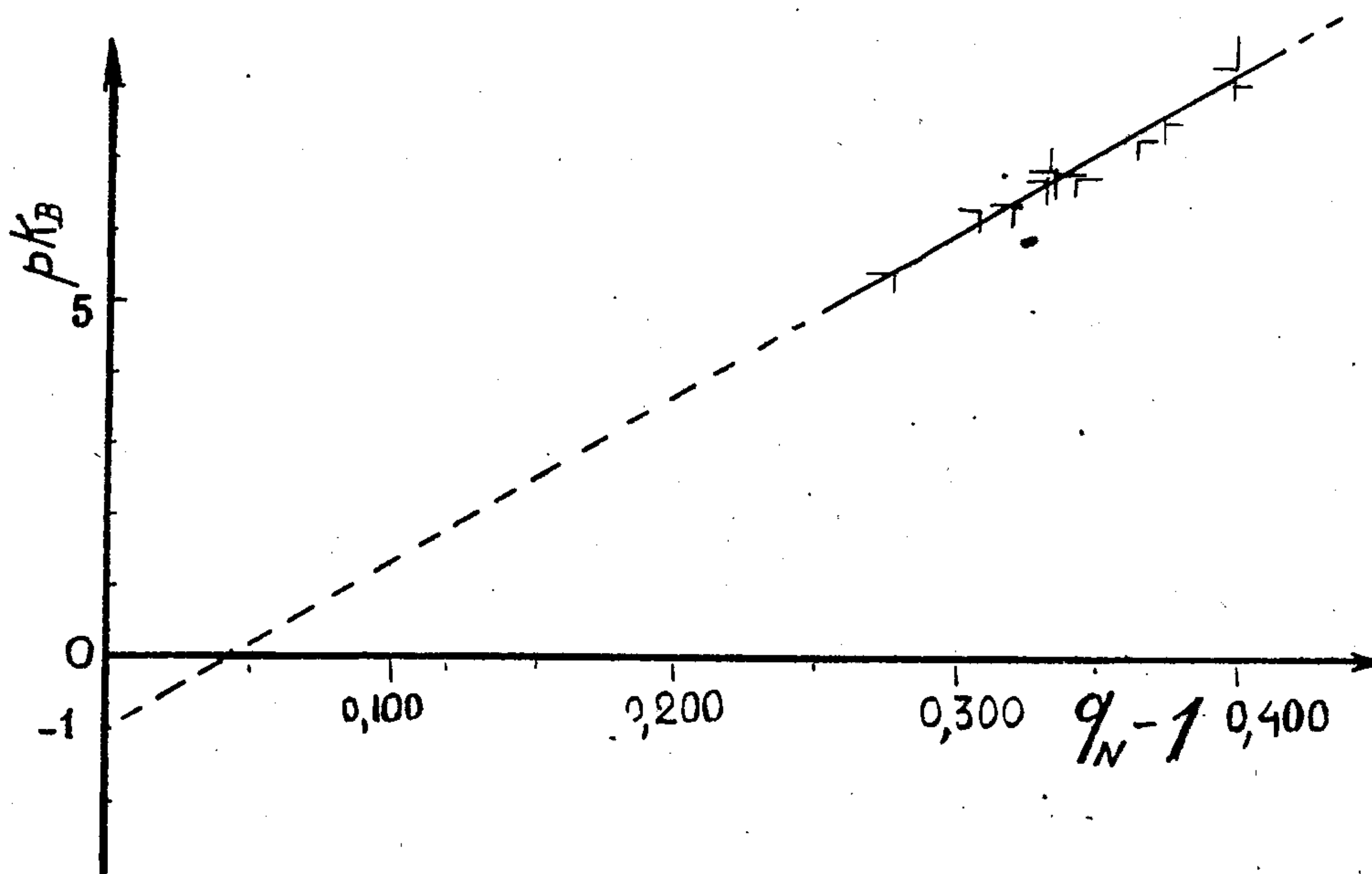
$$(2) \qquad pK_B = A + Bq_N.$$

J'ai mesuré le pK_B défini par la relation (1) en dissolvant certains homologues de la pyridine dans un mélange hydroalcoolique à 22° Gay-Lussac environ et en déterminant le pH du solvant et des solutions décinormales à 25° C. (ionomètre différentiel à électrodes d'antimoine, fidèle à mieux que 0,02 unité pH). Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous simultanément avec les charges q_N.

Corps dissous à $\frac{N}{10}$.	pH.	pK_B.	q_N (unité e).
Pyridine........	7,54	8,16	1,398
2-Picoline........	8,52	6,20	1,321
3- »	7,62	8,00	1,397
4- »	8,28	6,68	1,337
2.6-Lutidine........	8,24	6,76	1,335
2.5- »	8,00	7,24	1,368
2.4- »	8,94	5,36	1,280
2.3- »	8,36	6,52	1,334
2.4.5-Collidine.......	8,58	6,12	1,317
2.4.6- »	7,88	7,48	1,375
2.3.6- »	8,30	6,64	1,342

Pour le solvant à la même température (25°), on avait $pK_S = 12,12$.

En reportant ces nombres sur le graphique, on voit que, à la précision des calculs près, une relation telle que (2) est assez bien vérifiée.



On constate d'ailleurs que la droite (2) passe à peu près par

$$pK_B = -1 \quad \text{pour} \quad q_N = 1 \quad \text{(benzène)},$$

ce qui correspond bien au fait que, dans cette hypothèse, $pH = pK_S$, d'où d'après (1)

$$pK_B = -\operatorname{colog} C = -1.$$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Dichroïsme magnétique des solutions colloïdales d'hydrate ferrique.* Note (*) de MM. **Augustin Boutaric** et **Robert Bourgin**, présentée par M. Charles Dufraisse.

Par chauffage à l'étuve à 70°, un sol d'hydrate ferrique, préparé selon la méthode de Graham, donne un produit de teinte vermillon, analogue à celui obtenu autrefois par Cotton et Mouton d'une manière un peu différente (1) et qui devient dichroïque dans un champ magnétique. Un faisceau de lumière naturelle traversant sous une épaisseur de 33mm le sol soumis à l'action d'un champ magnétique, fournit un faisceau émergent dont on mesure la proportion p de lumière polarisée, à l'aide du photopolarimètre de Cornu.

(*) Séance du 21 juin 1948.

(1) Cotton et Mouton, *Annales de chimie et de physique*, 8e série, **11**, 1907, p. 188.

1° Pour une solution déterminée [$c = 0^g,62$ de $(OH)_3Fe$ par litre], p augmente d'abord en fonction du champ et atteint une limite lorsque le champ est de l'ordre de 3000 œrsteds.

2° Dans un champ magnétique d'intensité suffisante pour fournir la valeur limite du dichroïsme, p augmente d'abord avec la concentration, passe par un maximum et décroît ensuite.

c (eng/l.)....	0,10	0,15	0,25	0,31	0,42	0,62	0,83	1,25	2,5
p..........	17,4	24,2	35,8	45,4	53,0	58,8	48,5	20,8	13,9

3° La solution d'hydrate ferrique ($c = 1^g,25$ d'hydrate par litre) étant mélangée avec un égal volume d'une solution de ClK, lorsque la concentration s de ClK dans le mélange est insuffisante pour provoquer la floculation, le dichroïsme n'est pas modifié par la présence du sel et conserve une valeur invariable pendant un temps pratiquement illimité; lorsque la concentration s du sel devient suffisante pour provoquer la floculation de l'hydrate ferrique, d'une part la valeur initiale du dichroïsme est diminuée par la présence du sel, d'autre part le dichroïsme décroît en fonction du temps. C'est ce que montrent les valeurs suivantes de p relatives à diverses concentrations s pour des temps différents t comptés à partir de l'introduction de l'électrolyte.

	Temps en minutes.				
s.	0.	4.	10.	20.	60.
0,077 N.........	60,2	60,2	60,2	60,2	60,2
0,100...........	57,35	50	42,3	40,7	35,8
0,125...........	53,35	27,2	19,1	15,6	15,6

4° Le floculat ainsi obtenu peut être remis en suspension par agitation. Il présente un dichroïsme généralement très inférieur à celui de l'hydrate ferrique qui lui a donné naissance. Mais en le diluant avec de l'eau distillée, on obtient des suspensions dont le dichroïsme va en croissant avec la dilution et tend vers une valeur limite voisine de celle de l'hydrate initial. Les nombres suivants sont relatifs au floculat obtenu en mélangeant à volumes égaux l'hydrate ferrique primitif avec une solution normale de ClK et en diluant avec de l'eau distillée le volume v du mélange ainsi réalisé jusqu'à obtenir un volume nv de suspension.

n.............	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
p..........	7,0	13,9	24,2	48,5	53,0	54,5	54,5	54,5

Avant floculation la solution d'hydrate ferrique diluée dans un égal volume d'eau fournissait un dichroïsme $p = 58,8$. On retrouve un dichroïsme très peu inférieur après floculation pour une dilution convenable ($n = 7$) de la suspension floculée. On peut penser que dans le floculat les granules conservent d'abord leur individualité mais que, le groupement de ces granules augmen-

tant la proportion de lumière diffusée (non polarisée), il est nécessaire d'accroître la dilution pour réduire l'importance de cette lumière diffusée.

5° Le dichroïsme de la suspension obtenue à partir du floculat diminue rapidement en fonction du temps.

t	0.	15.	30.	45.	60.	75.	90 min.	24 heures.
p	34,2	24,2	17,4	13,9	12,2	10,45	8,7	0

On peut en déduire que les micelles groupées dans un floculat perdent rapidement la possibilité de s'orienter individuellement sous l'influence du champ magnétique; elles forment une particule rigide dans laquelle les micelles primitives ont des orientations quelconques, en sorte que la particule ne peut plus s'orienter sous l'influence du champ. Ainsi les mesures de dichroïsme magnétique fournissent-elles des indications intéressantes sur l'évolution des floculats colloïdaux. Cette évolution est très ralentie lorsqu'on maintient le floculat à basse température (au voisinage de 0°).

ÉLECTROCHIMIE. — *Échanges isotopiques entre un amalgame monophasique de cuivre et les ions* Cu^{++}. Note (*) de M. **Georges Kayas**, transmise par M. Frédéric Joliot-Curie.

Le mécanisme des échanges isotopiques dans les systèmes électrochimiques a déjà fait l'objet de quelques recherches qui montrent l'intérêt que présente ce phénomène au point de vue de la connaissance du mécanisme des équilibres électrode-solution.

Un travail récent ([1]) sur les échanges entre une électrode métallique et des solutions de sels de ce métal montre l'importance de l'état de la surface sur la marche du phénomène.

Afin d'éliminer ce facteur, très difficile à préciser et à reproduire, nous avons étudié l'échange entre une électrode d'amalgame de cuivre monophasique et des solutions de sulfate cuivrique. De cette manière l'état de surface électrode-solution est toujours reproductible.

L'isotope radioactif utilisé est le $^{64}_{29}Cu$ (période $12^h,8$) préparé par irradiation d'une cible de cuivre électrolytique au faisceau de deutons produit par le cyclotron du Collège de France.

L'almagame, soigneusement lavé à l'abri de l'air, et la solution cuivrique sont transportés dans un thermostat réglé au 0°,01 C.; une fois l'équilibre thermique atteint, on effectue l'échange dans un vase plongé dans le même thermostat, en recouvrant un volume déterminé de l'amalgame par un volume également déterminé de solution de sulfate de cuivre ($pH \simeq 4$). La solution

(*) Séance du 21 juin 1948.

([1]) Mlle Quintin, M. Süe et Mlle Bizouard, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1273.

est agitée afin de rendre instantané le phénomène de diffusion au sein du liquide.

Nous avons étudié le passage de l'isotope $^{64}_{29}Cu$ de l'électrode vers la solution en fonction de la concentration de l'amalgame, de la concentration de la solution et de la température.

Ces trois variables furent suivies en fonction du temps, en faisant, à des intervalles réguliers des prélèvements de $0^{cm^3},2$ dont on mesure l'activité au compteur Geiger-Müller. Toutes les activités sont ramenées à un temps origine.

L'ensemble des résultats obtenus conduit aux conclusions suivantes : dans tous les cas la loi cinétique de l'échange est identique à celle qui régit la plupart des phénomènes physicochimiques (dissolution, évaporation, sublimation, etc.). Si l'on désigne par x la concentration spécifique de la solution en ions marqués au temps t et par x_∞ sa valeur à l'équilibre, on a : $dx/dt = k(x_\infty - x)$, et en intégrant avec les conditions initiales $x = 0$ pour $t = 0$ $\log[(x_\infty - x)/x_\infty] = -kt$.

On exprime ces relations en activités en remplaçant x et x_∞ par A et A_∞. Donc en portant $\text{Log}[(A_\infty - A)/A_\infty]$ en fonction du temps on doit obtenir des droites, si cette loi est vérifiée. C'est effectivement le cas comme on le voit sur les figures 1 et 2. On retrouve ainsi les résultats déjà signalés par Mlle Quintin, P. Süe et Mlle Bizouard.

Le fait essentiel qui se dégage de ces recherches est que l'emploi des amalgames monophasiques, c'est-à-dire des surfaces bien définies et reproductibles, conduit à des résultats qui sont eux-mêmes parfaitement identiques.

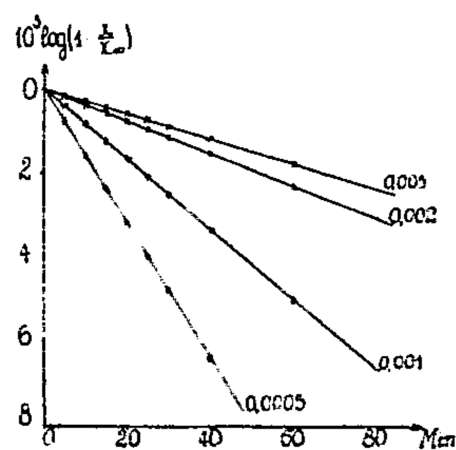


Fig. 1.

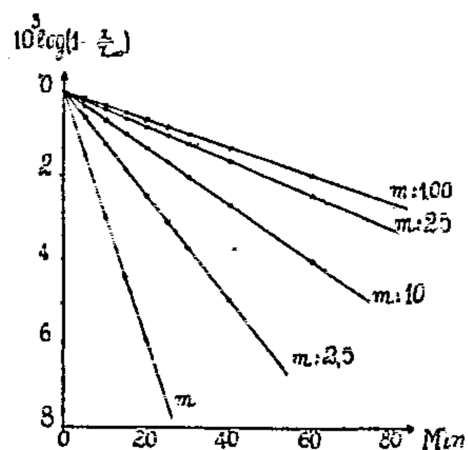


Fig. 2.

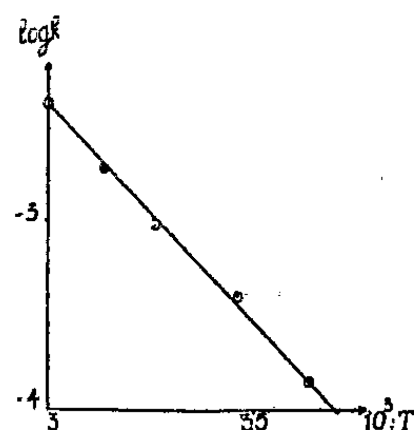


Fig. 3.

Influence de la concentration de l'amalgame. — Nous avons effectué les échanges avec la même concentration de la solution de sulfate de cuivre (molaire), en faisant varier la concentration de l'amalgame de 0,0005 à 0,0050 at/g de Cu/cm^3 à la température de 20° ± 0,01 C. Les résultats obtenus sont rapportés sur la figure 1. On voit que la valeur de k passe de $31,8.10^{-6}$ à $162,5.10^{-6}$ quand la concentration varie de 0,0050 à 0,0005.

Influence de la concentration de la solution. — Nous avons étudié l'influence de ce facteur, en maintenant constante la concentration de l'amalgame (0,002 at/g Cu/cm^3) et en faisant varier la concentration de la solution depuis la valeur 1 molaire à 1/100 molaire à la température de 20° ± 0,01 C.

Le faisceau des droites de la figure 3 montre que la pente varie dans le rapport 1 : 10 environ quand la concentration varie dans le rapport 100 : 1.

Influence de la température. — L'influence de ce facteur a été étudiée pour des températures croissantes de 10° en 10° C. entre 0° et 60° C.

L'effet de la température dans l'intervalle étudié est convenablement représenté par une fonction d'Arrhénius (*fig.* 3) dont la pente conduit pour l'énergie d'activation du processus envisagé à la valeur $E = 9600$ calories.

Il y a tout lieu de penser que cette énergie doit correspondre au second terme de l'équation de la surtension d'Audubert (2).

CHIMIE THÉORIQUE. — *Sur la décomposition thermique des hydrocarbures.* Note (*) de MM. **Gaston Berthier** et **Bernard Pullman**, présentée par M. Louis de Broglie.

La dissociation thermique des hydrocarbures non saturés et des radicaux libres aliphatiques s'effectue selon *la règle de décomposition* de Schmidt (1) : la rupture se produit sur la liaison simple qui se trouve séparée par une première liaison simple de la double liaison ou de l'électron célibataire. Schmidt essaya d'expliquer théoriquement cette règle par des considérations sur la possibilité d'établissement de doublets de spin, mais la justification semble peu satisfaisante. Hückel en a fourni une autre (2), plus conforme aux exigences de la théorie de la résonance : il considère que la nature des produits de dissociation est déterminée par la variation du contenu énergétique lié à la transformation de la molécule primitive en fragments de rupture. Ainsi, la décomposition du butène-I fournit les radicaux allyle et méthyle, plutôt que les radicaux vinyle et éthyle, car les effets d'hyperconjugaison étant négligés, le contenu énergétique de l'ensemble varie dans le premier cas de 2β (énergie du butène) à $2{,}83\beta$ (énergie de l'allyle), alors que dans le second cas le bilan est nul (énergie du vinyle : 2β).

Il nous a paru nécessaire *d'ajouter à ce facteur énergétique, à caractère finaliste, un facteur électronique et de lier la dissociation aux éléments mêmes de structure de la molécule primitive.* L'existence de l'hyperconjugaison, négligée par Hückel, conduit en effet à admettre que, par suite de la participation à la résonance de l'ensemble des électrons des liaisons $C = H_2$ et $C \equiv H_3$, toutes les liaisons simples C—C ne sont pas équivalentes. La méthode des orbitales

(2) *Journ. Phys. et Rad.*, série VIII, 3, 1942, p. 81.

(*) Séance du 21 juin 1948.

(1) *Zeits. f. Electrochemie*, 42, 1936, p. 175; 43, 1937, p. 238 et 853; *Ber.*, 69, 1936, p. 1855; *Chem. Rev.*, 17, 1935, p. 137.

(2) *Zeits. f. Electrochemie*, 43, 1937, p. 752.

moléculaires associe à chacune de ces liaisons un indice de liaison π ([3]), ([4]), traduisant l'incrément de couplage dû à la délocalisation des électrons des valences multiples. Ce facteur électronique est donc aussi de nature énergétique, mais il conduit à considérer essentiellement l'état des liaisons dans la molécule primitive et non pas le gain énergétique éventuel de la dissociation.

Dans la construction des diagrammes ci-dessous, les effets d'hyperconjugaison ont été introduits selon la procédure indiquée par Mulliken, Rieke et Brown ([4]). Nous avons posé $\beta_{C-H} = 2\beta_{C-C}$ et pour tenir compte de la variation de l'intégrale d'échange carbone-carbone avec la longueur des liaisons : $\beta_{C-C} = 0,6\beta_{C-C}$. Les effets inductifs ont été négligés car leur introduction ne modifie pas sensiblement la valeur des indices de liaison ([4]); l'hyperconjugaison du second ordre a également été négligée. Nous avons

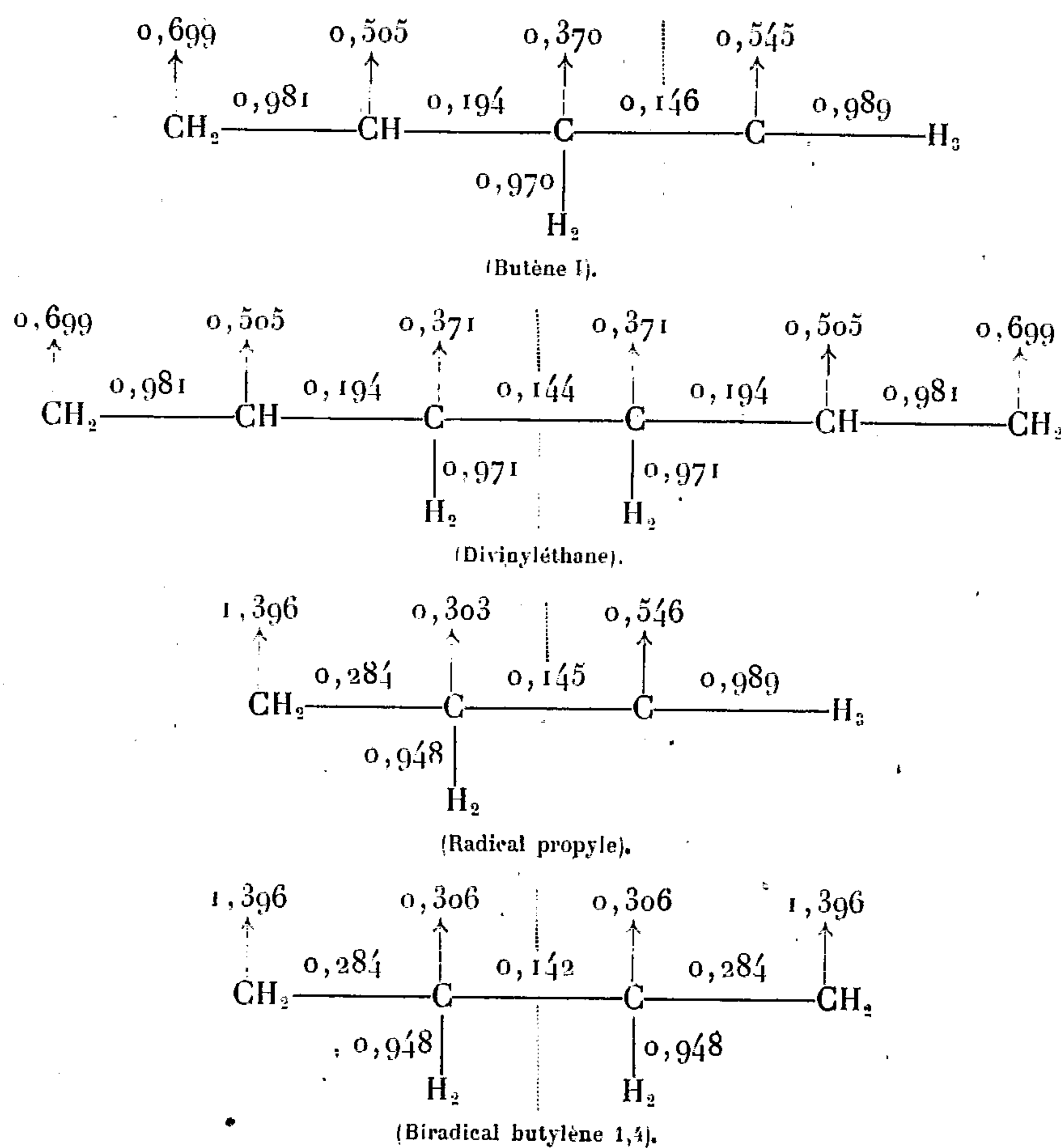


Diagramme des indices des liaisons π et de valence libre.
(L'endroit de la rupture est indiqué par un pointillé.)

([3]) C. A. Coulson, *Proc. Roy. Soc.*, A. 169, 1939, p. 413.
([4]) R. S. Mulliken, C. A. Rieke et W. G. Brown, *J. Amer. Chem. Soc.*, 63, 1941, p. 41.

évalué aussi les indices d'insaturation des sommets carbonés : les indices de valence libre de la systématique de Coulson ([5]).

L'examen des exemples précédents indique que *la dissociation thermique se produit toujours sur la liaison qui possède le plus faible indice, donc le plus faible taux de couplage*. Ce résultat doit certainement être général : la liaison simple située en β par rapport à une double liaison ou à un électron célibataire doit avoir dans tous les cas analogues le plus faible indice. Un exemple particulièrement important de cette observation concerne la scission pyrolytique du caoutchouc en isoprène : la chaîne polyprénique du caoutchouc se rompt, en effet, sur une liaison qui selon nos résultats doit être caractérisée par la plus faible énergie. *La règle de décomposition s'explique donc par la structure statique des molécules*. De plus, le fait que la dissociation thermique des radicaux libres est plus facile que celle des hydrocarbures correspondants, contenant une double liaison à la place de l'électron célibataire s'interprète également par un léger affaiblissement de la liaison subissant la cassure et par un renforcement notable de la liaison adjacente.

Il pourrait être objecté que nos résultats sont dus au fait que toutes les liaisons simples C—C ont été caractérisées par la même valeur de l'intégrale d'échange β. Nous avons vérifié sur l'exemple du divinyléthane que l'aspect général du diagramme n'est pas modifié si l'on admet pour la liaison simple subissant la rupture un β légèrement *plus grand* ($= 0,7\ \beta_{C=C}$) que pour la liaison simple adjacente à la double liaison : les indices correspondants sont alors 0,193 pour la première liaison simple et 0,167 pour la suivante.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la nature et la stabilité des anions complexes existant dans les solutions aqueuses de bismuth-thiosulfates*. Note de MM. **Fernand Gallais** et **Maxime Brandela**, présentée par M. Paul Lebeau.

Après Carnot ([1]), qui isola en 1876 le bismuth-III- thiosulfate de potassium, sel de potasssium peu soluble, divers auteurs ([2]) ont préparé à l'état cristallisé plusieurs autres bismuth-thiosulfates qui tous ont la formule de sels de l'acide hypothétique $[Bi(S_2O_3)_3]H_3$.

Il nous a paru intéressant d'étudier les solutions dans lesquelles ces complexes prennent naissance et de rechercher si elles renferment le même anion que les cristaux.

([5]) *Trans. Far. Soc.*, 42, 1946, p. 106 et 265.

([1]) *Comptes rendus*, 83, 1876, p. 338.

([2]) J. A. Sanchez, *Bull. Soc. Chim.*, [4], 11, 1912, p. 440; V. Cuisinier, *Bull. Soc. Chim.*, [4], 31, 1922, p. 1064; L. Vanino et F. Mussgnung, *Arch. Pharm.*, 257, 1919, p. 264; O. Hauser, *Z. Anorg. Chem.*, 35, 1903, p. 1; G. Canneri, *Gazz. Chim. Ital.*, 52, 1922, p. 37.

La méthode des variations continues ([3]) nous a permis de suivre la réaction de solutions de thiosulfate de sodium et de solutions acétiques (2,7 N en CH_3CO_2H) de nitrate de bismuth. Nous avons mesuré, par voie photoélectrique, la densité optique des mélanges autour de 4400 Å, domaine spectral dans lequel les réactifs sont transparents tandis que les complexes, qui sont colorés en jaune, sont assez absorbants (log ε de l'ordre de 1,00). Cette étude est rendue délicate par l'instabilité des bismuth-thiosulfates qui évoluent rapidement vers le sulfure de bismuth. D'une manière générale les valeurs de densité optique qui se sont montrées constantes pendant cinq minutes au minimum ont seules été conservées.

Nous avons d'abord examiné une série de couples de solutions équimoléculaires; les courbes d'écart obtenues ont l'aspect de celles qui sont groupées dans la figure 1. La concentration commune des réactifs variant de 0,1 à 1,0 M, l'abscisse x du maximum des courbes indique une composition qui n'est pas

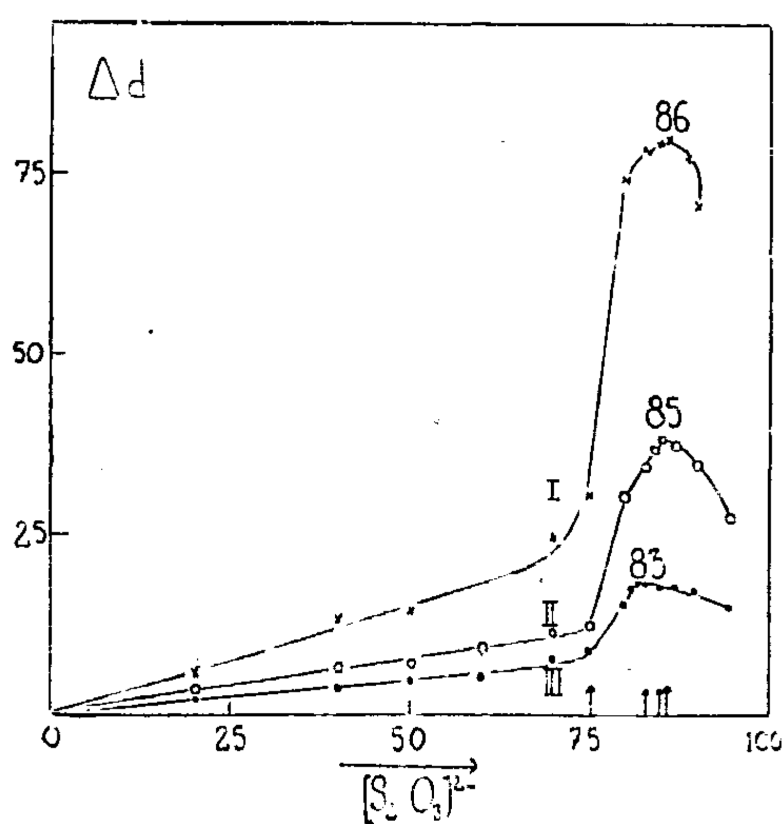


Fig. 1.

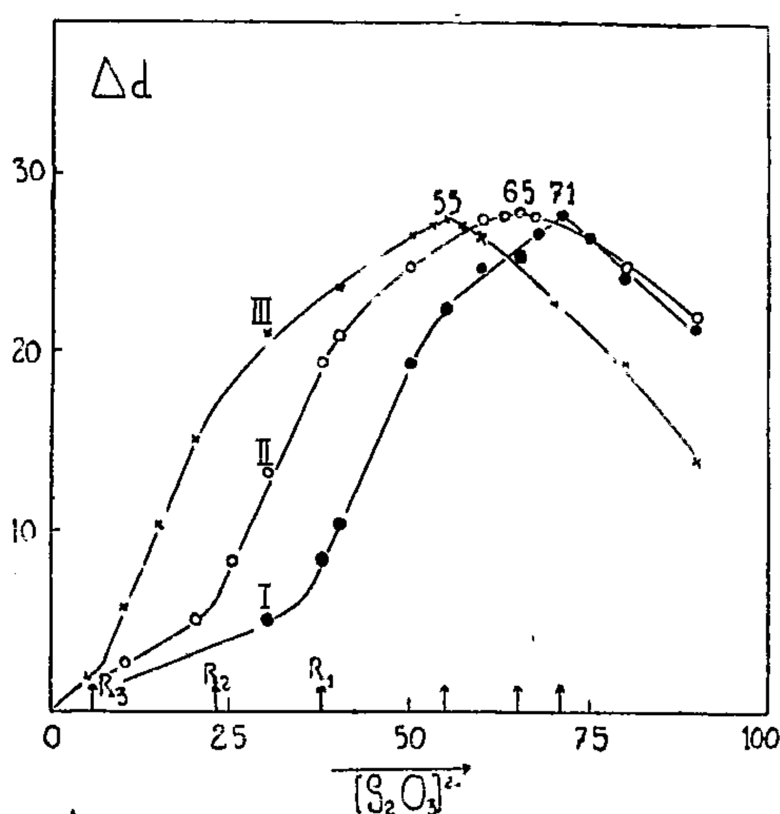
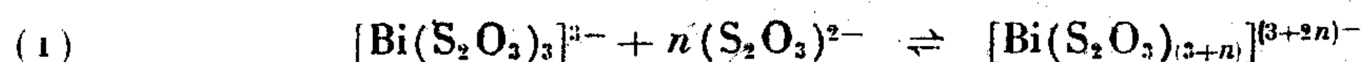


Fig. 2.

constante et qui, toujours supérieure à la teneur en thiosulfate qui caractériserait l'anion $[Bi(S_2O_3)_3]^{3-}$ varie de 82 % à 86 % [ce qui correspondrait à un rapport $(S_2O_3)/Bi$ de l'ordre de 5 à 6]. On ne peut tirer de conclusions définitives de ce résultat; il paraît seulement prouver que l'absorption des solutions n'est pas due uniformément à un seul édifice coloré. Les courbes présentent d'ailleurs dans leur région ascendante un changement de pente brusque qui doit traduire un changement de réaction; cette modification intervient pour une abscisse x égale ou très peu inférieure à 75 %. Il semble qu'on puisse admettre dans ces conditions que la première réaction correspond à la formation, sensiblement complète, de l'ion $[Bi(S_2O_3)_3]^{3-}$; la seconde porterait

([3]) P. Job, *Ann. de Chim.*, [10], 9, 1928, p. 114.

alors sur la formation équilibrée d'un anion plus riche en $(S_2O_3)^{2-}$:



$$(1) \qquad [Bi(S_2O_3)_3]^{3-} + n(S_2O_3)^{2-} \rightleftharpoons [Bi(S_2O_3)_{(3+n)}]^{(3+2n)-}$$

Pour vérifier cette hypothèse, nous avons examiné un certain nombre de mélanges non équimoléculaires [concentrations de la solution de Bi^{3+} : Γ; de la solution de $(S_2O_3)^{2-}$: $p\Gamma$]. La figure 2 rassemble 3 courbes d'écart obtenues dans ces conditions; chacune d'entre elles présente, comme les précédentes, un changement de pente au voisinage de la composition (R_1, R_2, R_3) pour laquelle $(S_2O_3)/Bi = 3$, et un maximum assez net pour une abscisse x plus élevée. Connaissant ces valeurs de x, il est possible de rechercher pour quelle valeur de n, l'expression

$$K = \frac{\Gamma^n(p+3)^n[x(p+3+n)-(3+n)]^{(n+1)}}{(p+2)^n[n(p+3)+3-x(p+3)(n+1)]}$$

qui caractérise l'équilibre I est constante. Les résultats sont les suivants :

	Γ.	p.	x.	K.			
				$n=1$.	$n=2$.	$n=3$.	$n=4$.
I..........	0,080	5	0,71	<0	$3,9.10^{-2}$	$1,9.10^{-3}$	$8,6.10^{-5}$
II..........	0,050	10	0,65	<0	$8,6.10^{-2}$	$7,3.10^{-3}$	$7,4.10^{-4}$
	0,025	20	0,57	–	$5,6.10^{-2}$	$5,5.10^{-3}$	$6,6.10^{-4}$
III..........	0,020	50	0,55	–	$31\ .10^{-2}$	$71\ .10^{-3}$	$2,1.10^{-2}$

En prenant $n = 2$ et, à un moindre degré, $n = 3$ on est conduit à deux séries de valeurs de K (moyennes $1,2.10^{-1}$ et $2,1.10^{-2}$) acceptables (surtout si l'on tient compte du fait que la formation du premier anion n'est pas rigoureusement complète). Il semble donc bien que, lorsqu'on ajoute à une solution contenant l'ion Bi^{3+} un excès de thiosulfate alcalin, l'ion $[Bi(S_2O_3)_3]^{3-}$ évolue vers les ions $[Bi(S_2O_3)_5]^{7-}$ ou $[Bi(S_2O_3)_6]^{9-}$. Pour conserver au bismuth une coordinence inférieure ou égale à 6 il faut admettre que l'ion $(S_2O_3)^{2-}$ devient alors monocoordinent. Les formules de divers complexes parfaits montrent d'ailleurs bien que la coordinence de cet ion peut être égale à l'unité.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Sur l'amélioration des valeurs de la résilience des alliages ferritiques à 25 % de chrome par la méthode de fusion sous vide.* Note (*) de M. **Joseph Hochmann**, présentée par M. Albert Portevin.

Un des inconvénients dans l'utilisation des ferrites inoxydables à haute teneur en chrome consiste dans une certaine insuffisance de leurs caractéristiques de ductilité. Nous avons essayé l'influence d'une refusion sous vide sur les caractéristiques de résilience d'une ferrite à 25 % de chrome. L'alliage devant servir aux refusions fut élaboré au four à haute fréquence à partir de

(*) Séance du 21 juin 1948.

fer de Suède et de ferrochrome suraffiné; cet alliage n'a reçu aucune addition de ferrosilicium ni de ferromanganèse et juste la très petite quantité d'aluminium nécessaire pour le calmer. Des morceaux de barres d'un diamètre de 25^{mm} furent refondus sous un vide de l'ordre d'un millième de millimètre dans un four à résistance à graphite. Nous avons utilisé des creusets en oxyde de glucinium pur. La température de la fusion était de 1600° et la durée du maintien à cette température de 20 minutes. Après la fusion, le métal était refroidi sous vide; les lingotins, dont le poids était de 300^{g} environ, ont subi un forgeage entre 600° et 800° avec une réduction de la section de 4 environ.

Nous indiquons ci-dessous les modifications de la composition du métal après la refusion sous vide :

Avant la refusion sous vide (%) :

C.	Si.	Mn.	Cr.	S.	P.	O^2.	N^2.
0,035	0,035	< 0,005	25,2	0,005	0,018	0,060	0,058

Après la refusion sous vide (%) :

C.	Si.	Mn.	Cr.	S.	P.	O^2.	N^2.
0,005	0,017	< 0,005	24,9	0,005	0,016	0,002	0,002

Les dosages de l'oxygène et d'azote ont été effectués par la méthode de fusion carburante sous vide.

Le dosage de l'hydrogène par cette méthode n'est pas suffisamment précis dans le cas d'un acier riche en oxygène et en azote. De toute façon, la fusion sous vide a laissé subsister une grande partie d'hydrogène (2$^{cm^3}$ pour 100^{g} environ).

La refusion sous vide a donc produit une décarburation, une désoxydation et une dénitruration très poussées. L'action de la refusion sous vide sur les valeurs de la résilience fut très importante. On a ainsi obtenu les valeurs suivantes (résiliences du type UF) :

Traitement thermique de recuit après forgeage.	Avant la refusion sous vide : résilience (en kmg/cm²).	Après la refusion sous vide : résilience (en kmg/cm²).
800°, 30', eau.............	1,2	28,4-29,4
1200°, 30', eau.............	0,8	31,6-33,8

Pour mettre en évidence le rôle du carbone et de l'azote, nous avons carburé ou nitruré un lingotin fondu sous vide. Nous avons constaté que ces éléments font baisser rapidement la résilience des ferrites à 25 % de chrome. C'est ainsi que 0,035 % de C ajoutés à un alliage traité à 800° font baisser la résilience à 1,28 kmg/cm², et une teneur de 0,21 % en azote fait tomber la résilience à 11,6 kmg/cm².

MÉTALLOGRAPHIE. — *Mise en évidence d'imperfections de structure de gros cristaux de solution solide* Al-Zn *au cours de leur durcissement structural.* Note (*) de MM. **Paul Lacombe** et **Aurel Berghezan**, présentée par M. Albert Portevin.

Dans une étude antérieure, nous avons montré ([1]) que des monocristaux d'aluminium pur (99,99 %) obtenus par recristallisation après écrouissage critique de 1,6 % étaient en réalité constitués par un assemblage de petits blocs cristallins d'orientation très légèrement différente. Ce fait a été confirmé récemment par une nouvelle méthode d'examen aux rayons X ([2]).

Au cours de l'étude du durcissement structural d'alliage Al-Zn à 8, 10 et 12 % de zinc, nous avons observé un phénomène semblable sur ces alliages recristallisés à gros grains par la même méthode d'écrouissage critique.

Les conditions de formation de ces gros grains étaient les suivantes. L'alliage, laminé à chaud (400°) jusqu'à 5^{mm} d'épaisseur, est ensuite laminé de 5 à 1^{mm} à froid. Les tôles sont recuites sous hydrogène 6 heures à 560° puis soumises à un écrouissage variant de 1,6 % à 10 %. Le recuit final de recristallisation, effectué à 570° pendant 72 heures, est suivi d'une trempe à l'air. Aussitôt après la trempe, le polissage électrolytique fait apparaître seulement les contours de grains de l'alliage. Après une certaine durée de vieillissement de l'alliage à la température ordinaire (une heure pour l'alliage à 12 % Zn), un nouveau polissage fait apparaître en creux à l'intérieur de certains cristaux un réseau de lignes très fines de forme analogue à celui observé sur l'aluminium pur (*fig.* 1). Il est possible d'observer ce même réseau intracristallin par attaque micrographique par une solution d'eau régale fluorée ([1]) à 3 % dans l'alcool. Ces contours intracristallins, comme dans le cas de l'aluminium pur, ne se prolongent qu'exceptionnellement d'un cristal à l'autre à travers les vrais contours de grains. Ils correspondent donc bien à une structure actuelle du métal.

De plus, il est important de remarquer que la répartition et la densité de ces contours intracristallins sont très différentes suivant la taille des cristaux. Ils sont d'autant plus serrés et nombreux que les cristaux sont plus petits, (quelques millimètres carrés) (*fig.* 2). Ils sont au contraire très espacés les uns des autres ou même inexistants dans le cas de gros cristaux (quelques centimètres carrés de surface). Comme pour l'aluminium pur, nous attribuons cet aspect micrographique à l'existence de discontinuités de structure séparant des blocs cristallins d'orientation légèrement différente (macromosaïque).

(*) Séance du 21 juin 1948.

([1]) P. Lacombe et L. Beaujard, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 414; *J. Inst. of Metals*, **74**, 1947, p. 1.

([2]) A. Guinier et J. Tennevin, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1530.

Cette hypothèse est confirmée par l'examen des cristaux par la méthode de Laue en retour. Les petits cristaux donnent des taches très floues et imparfaites, cependant que les gros cristaux donnent des taches nettes de diamètre identique au faisceau incident.

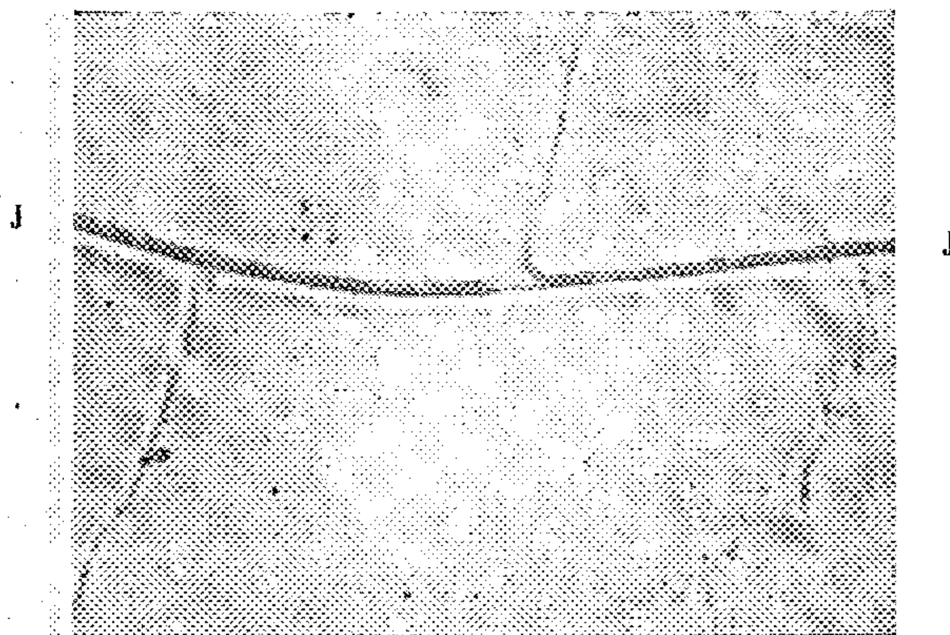


Fig. 1. — Mise en évidence de joints intracristallins par dissolution préférentielle par le polissage électrolytique. Comparaison avec un vrai joint de grain intercristallin J. G = 250.

Enfin il est important de préciser que ces discontinuités de structure ne sont pas dues à la décomposition de la solution solide elle-même, mais qu'elles préexistent à ce vieillissement. Elles sont vraisemblablement dues aux conditions mêmes de formation de ces cristaux par recristallisation après écrouissage. En effet, ces imperfections sont mises en évidence par les diagrammes de Laue en retour avant même que le polissage électrolytique ne puisse les déceler

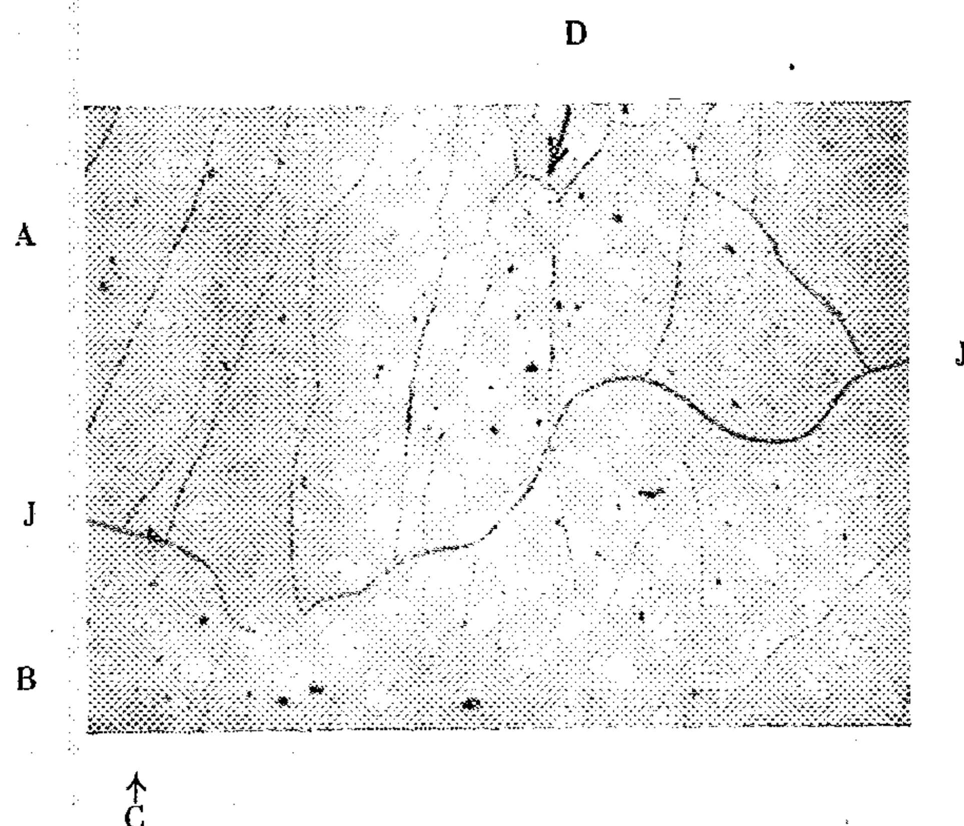


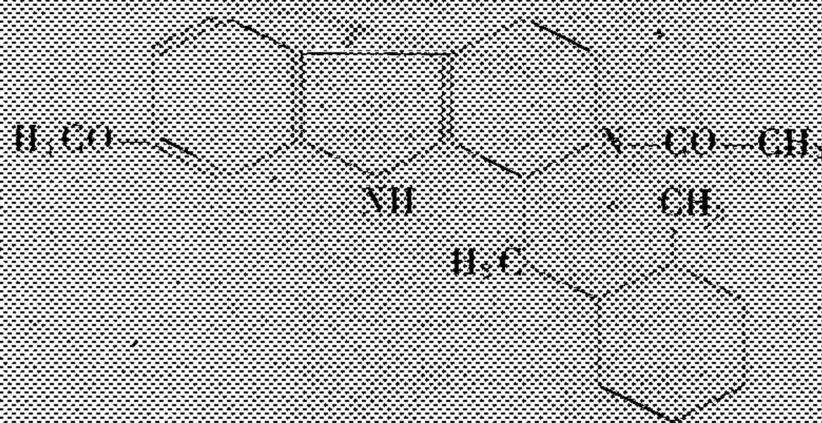
Fig. 2. — Différence de densité des joints intracristallins sur deux petits cristaux C et D noyés dans deux gros cristaux A et B. G = 50.

après un enrichissement en zinc des contours *intracristallins*, dû à la diffusion des atomes dissous au cours du vieillissement.

Nous avons observé des faits semblables pour la solution solide Al-Cu à 4 %. Nous nous réservons de préciser ultérieurement les conditions différentes de mise en évidence de ce phénomène pour cet alliage.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'Aspidospermine.*
Note (*) de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Fraude, Hesse et Ewins à qui la chimie de l'aspidospermine doit la totalité des faits expérimentaux dont elle dispose n'avaient pas proposé de formule de constitution de cette base et n'avaient même pas fait connaître le groupe d'alcaloïdes dans lequel il convient de la ranger. Mais, s'appuyant sur ces résultats expérimentaux et sur ceux-là seulement, Scholz [1] a admis que l'aspidospermine devait être chimiquement voisine d'un autre alcaloïde de l'*Aspidosperma Quebracho-blanco* Schlechtendal, la québrachine, dont on connaît la constitution moléculaire, et il a proposé pour elle la formule hypothétique que voici :



La spectrographie dans l'ultraviolet nous permet d'affirmer l'inexactitude de cette formule. En effet, si l'aspidospermine avait la constitution moléculaire qu'elle exprime, il faudrait, d'après ce que nous savons des dérivés indoliques et carbazoliques, que son spectre d'absorption dans l'ultraviolet soit semblable, d'une part à celui de son dérivé désacétylé, d'autre part à celui du 6-méthoxy-indol. Or, il diffère très nettement de l'un comme de l'autre (*fig.* 1 et 3).

Au contraire, si l'on compare au spectre d'absorption dans l'ultraviolet de l'aspidospermine, ceux de la strychnine [2] et de la 9-acétyl-carbazoline qui

(*) Séance du 21 juin 1948.

[1] *Zur Konstitution des Yohimbins und einiger Abbauprodukte. — Dissertation Zurich*, 1934, p. 32.

[2] Les trois bandes caractéristiques du spectre d'absorption dans l'ultraviolet de la strychnine ont été décelées dès 1934 par Brustier et Blanc (*Bull. de la Soc. chim. de France*, 5e série, 1, 1934, p. 712). La courbe qu'ils ont donnée de ce spectre est plus exacte que celle qui a été publiée postérieurement par M. M. Janot et A. Berton (*Comptes rendus*, 216, 1943, p. 564).

en constitue, comme l'ont découvert Kotake, Mori et Mitsuwa [3], le groupement chromogène, on ne peut douter de leur similitude (*fig.* 2). On est donc en droit de supposer que le groupement chromogène de l'aspidospermine est le même que celui de la strychnine et qu'en conséquence ces bases sont, l'une et l'autre, des dérivés de la N-acétyl-carbazoline.

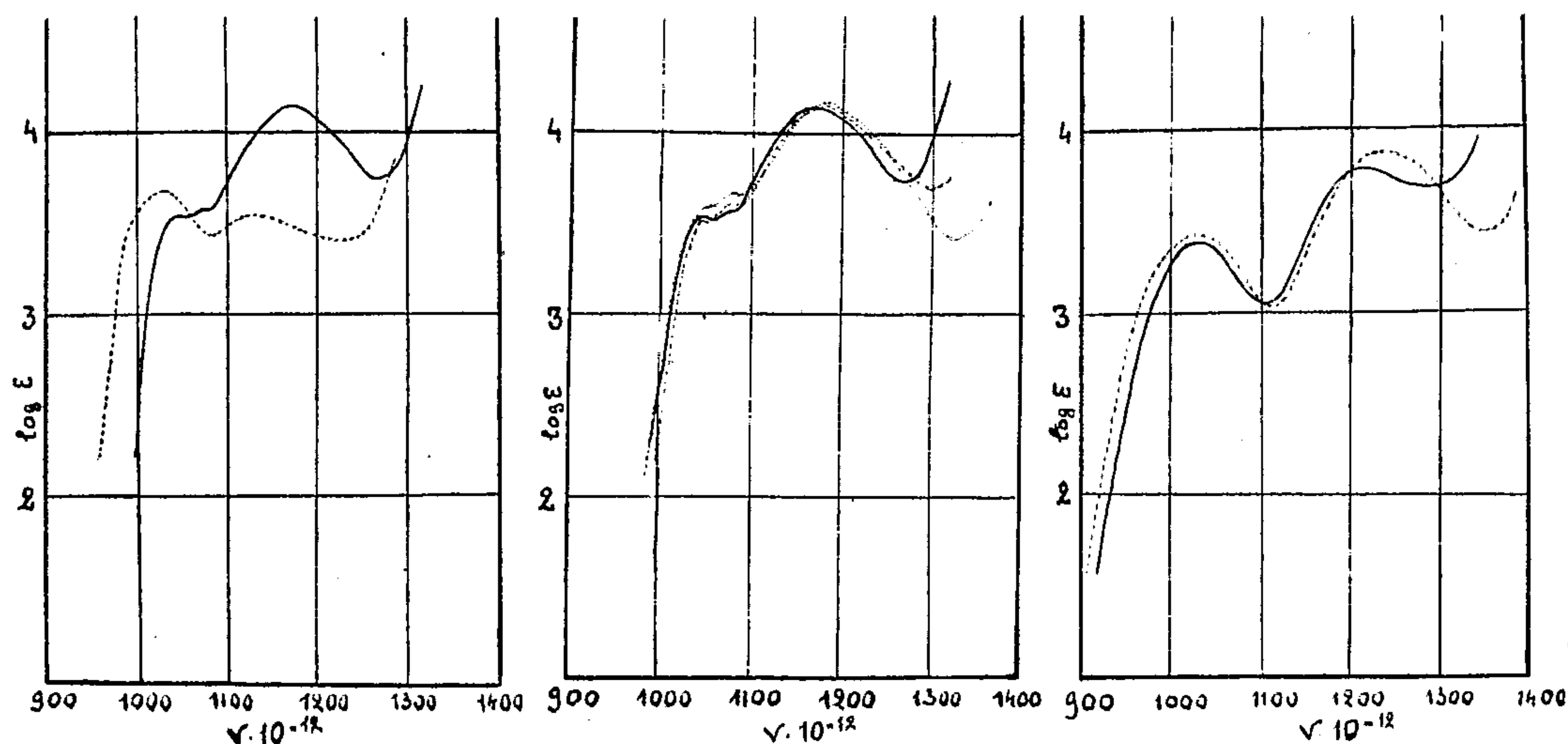


Fig. 1. —— Aspidospermine.
Maxima : 1038 1072 1172
Minima : 1060 1083 1268
- - - - - 6-méthoxy-indol.
Maxima : 1027 1132
Minima : 1083 1230

Fig. 2. —— Aspidospermine.
- - - - - Strychnine (chlorhydrate).
Maxima : 1043 1075 1181
Minima : 1053 1091 1290
...... Trans-9-acétyl-carbazoline.
Maxima : 1045 1075 1185
Minima : 1060 1091 1317

Fig. 3. —— Désacétyl-aspidospermiue.
Maxima : 1031 1214
Minima : 1107 1293
- - - - - Carbazoline.
Maxima : 1027 1240
Minima : 1113 1348

Dans l'espoir d'affermir notre hypothèse, nous avons désacétylé l'aspidospermine et avons comparé avec celui de la carbazoline le spectre d'absorption dans l'ultraviolet du dérivé ainsi réalisé. La similitude de ces spectres qui apparaît clairement sur notre figure 3 apporte à notre hypothèse la justification qui nous autorise à la formuler aujourd'hui.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Dérivés du 9.10-diaminophénanthrène.*

Note (*) de MM. **N.-P. Buu-Hoï** et **Pierre Jacquignon**, présentée par M. Marcel Délépine.

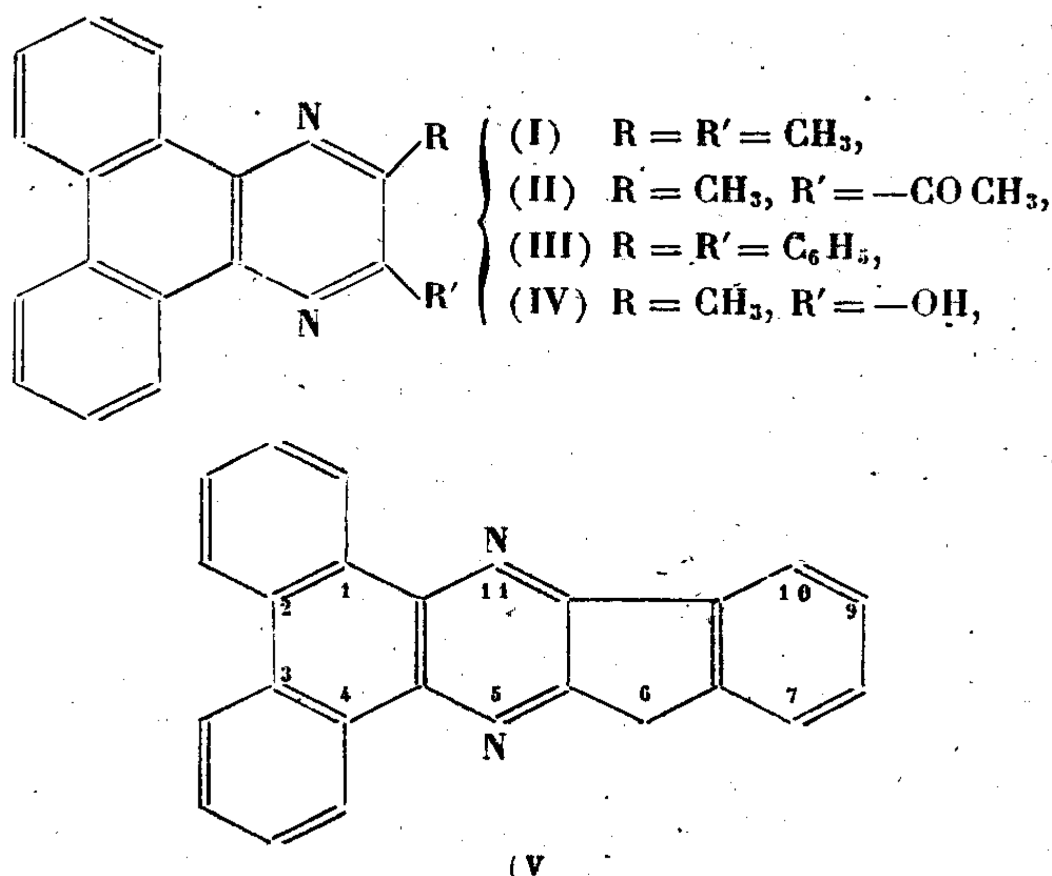
Le 9.10-diaminophénanthrène, peu étudié jusqu'ici, est un excellent réactif des composés α-dicarbonylés tels que les α-dicétones, les *o*-quinones, les

(3) *Scient. Papers of the Institute of phys. a. chem. Res.* (Tokyo), **31**, 1937, p. 333.

(*) Séance du 21 juin 1948.

acides α-cétoniques, les isatines, etc. Ces condensations qui ont lieu parfois déjà à froid, se font dans l'alcool ou l'acide acétique, avec le dichlorhydrate de l'amine en présence d'acétate de Na. Les pyrazines obtenues sont bien cristallisées, sublimables, et presque toutes infusibles en dessous de 360°; elles cristallisent bien du nitrobenzène ou de la pyridine et donnent des halochromies intenses avec SO_4H_2. Voici quelques-unes de ces substances :

2.3-*diméthyl*-5.6.7.8-*dibenzoquinoxaline* $C_{18}H_{14}N_2$ (I) : à partir du diacétyle; longues aiguilles jaunâtres (de l'alcool) F 203°; coloration brun orangé avec SO_4H_2.



2-*Méthyl*-3-*acétyl*-5.6.7.8-*dibenzoquinoxaline* $C_9H_{14}ON_2$ (II) : à partir du tricétopentane; aiguilles jaunâtres feutrées (de l'alcool) F. 212°; coloration brun orangé avec SO_4H_2.

2.3-*Diphényl*-5.6.7.8-*dibenzoquinoxaline* $C_{28}H_{18}N_2$(III) à partir du benzile; aiguilles F 272°, donnant une coloration violette avec SO_4H_2 [1]. Traité par Cl_3Al à chaud, se transforme en *tétrabenzophénazine* (VIII).

2-*Méthyl*-3-*hydroxy*-5.6.7.8-*dibenzoquinoxaline* $C_{17}H_{12}ON_2$ (IV) : à partir de l'acide pyruvique; aiguilles soyeuses jaunes (de l'alcool) solubles dans les alcalis aqueux; coloration brun rouge avec SO_4H_2.

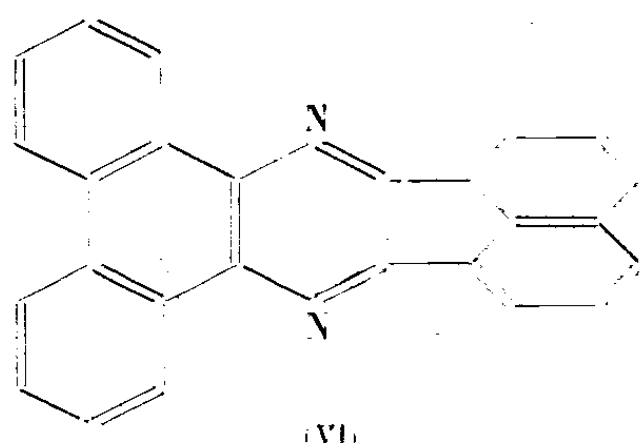
1.2.3.4-*Dibenzoindophénazine* $C_{22}H_{13}N_3$(V) : à partir de l'isatine; aiguilles soyeuses jaune orangé pâle; coloration rouge bordeaux avec SO_4H_2. La 9-*bromo*-1.2.3.4-*dibenzoindophénazine* $C_{22}H_{12}N_3Br$, préparée à partir de la 5-bromoisatine, cristallise du nitrobenzène en aiguilles soyeuses (coloration rouge violacé avec SO_4H_2); la 9-*nitro*-1.2.3.4-*dibenzoindophénazine* $C_{22}H_{12}O_2N_4$ (à partir de la 5-nitroisatine) constitue des microcristaux ocre clair donnant une coloration violette avec SO_4H_2; *l'acide* 1.2.3.4-*dibenzoindophénazine*-9-*carbonique* $C_{23}H_{13}O_2N_3$ (à partir de l'acide isatine-5-carbonique) forme des aiguilles soyeuses très peu solubles dans le nitrobenzène (couleur violet mauve avec SO_4H_2).

Des dibenzoindophénazines ont aussi été préparées avec la 4.7-diméthylisatine et la

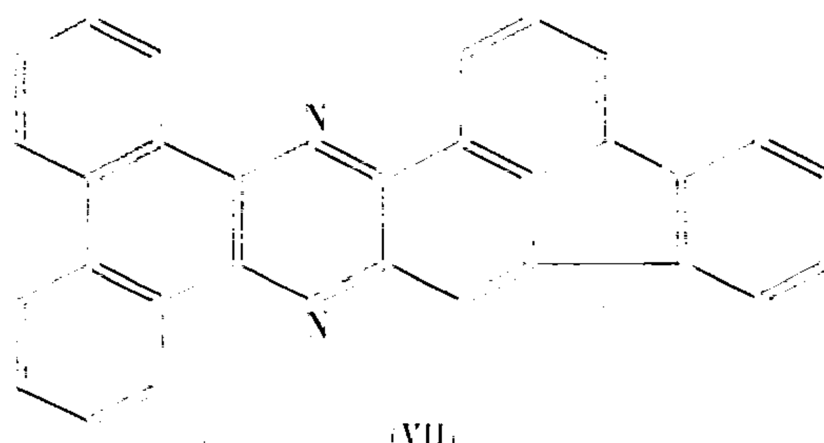
---

(1) Feist et Arnstein, *Ber. deutsch. chem. Ges.*, 28, 1895, p. 3180.

5-bromo-7-méthylisatine (couleur violette avec SO_4H_2).



(VI)

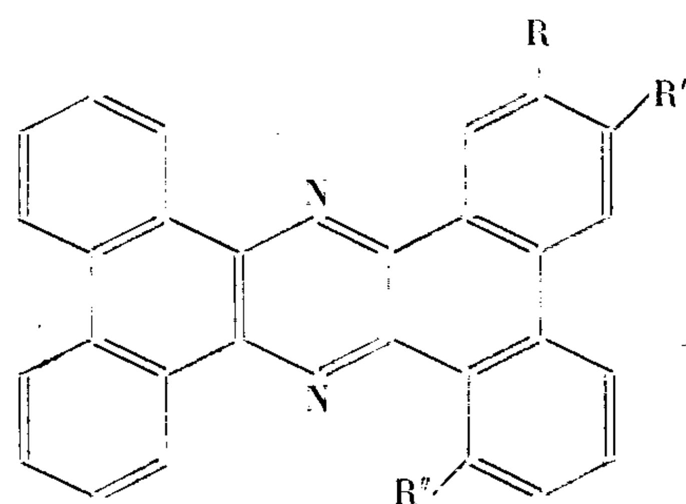


(VII)

Phénanthréno (9'.10' : 2.3)-*acénaphtyléno* (1''.2'' : 5.6)-*pyrazine* $C_{26}H_{14}N_2$ (VI); à partir de l'acénaphtènequinone; aiguilles brillantes, jaunes; coloration pourpre avec SO_4H_2.

Phénanthréno (9'.10' : 2.3)-*fluoranthréno* (3''.4'' : 5.6)-*pyrazine* $C_{30}H_{16}N_2$ (VII); à partir de la fluoranthènequinone; fines aiguilles jaunes; coloration bleu violacé avec SO_4H_2.

Phénanthréno (9'.10':2.3)-*rétèno*(9''.10'':5.6)-*pyrazine* $C_{32}H_{26}N_2$(IX) : à partir de la



(VIII) $R = R' = R'' = H$,
(IX) $R = i.C_3H_7$, $R' = H$, $R'' = CH_3$,
(X) $R = R'' = H$, $R' = -COCH_3$,
(XI) $R = R'' = H$, $R' = -C(CH_3) = CH-CH_3$.

rétènequinone; aiguilles soyeuses jaune clair; coloration bleu violet avec SO_4H_2.

3'-Acétyl-diphénanthrénopyrazine $C_{30}H_{18}ON_2$(X) : à partir de la 3-acétylphénanthrènequinone; aiguilles soyeuses jaune clair (coloration bleu violacé avec SO_4H_2) convertie par $IMgC_2H_5$ en excès (puis déshydratation du carbinol par la chaleur) en *3'-pseudobutényldiphénanthrénopyrazine* $C_{32}H_{22}N_2$(XI) cristallisant du nitrobenzène en aiguilles jaune pâle (coloration bleu intense avec SO_4H_2).

Note. — Le diaminophénanthrène a été obtenu en réduisant la phénanthrènequinone-dioxime par Cl_2Sn; dans un but analogue, nous avons préparé la *chrysènequinone-dioxime* $C_{18}H_{12}O_2N_2$ (microcristaux jaune verdâtre F 220-225° (décomp.).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Transposition intramoléculaire constatée lors d'une étude de la pyrolyse des esters sulfureux aromatiques.* Note de MM. **David Libermann** et **André Rouaix**, présentée par M. Marcel Delépine.

En 1934 Carré et Libermann [1] ont montré que la plupart des esters sulfureux subissent une décomposition sous l'action de la chaleur. Le mécanisme de

---

[1] Carré et Libermann, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 1, 1934, p. 1248.

cette décomposition varie avec la constitution des radicaux fixés sur l'acide sulfureux : les sulfites arylaliphatiques dont les phényles ne sont séparés de l'oxygène que par un ou deux méthylènes se décomposent en SO_2 et en éthers-oxydes correspondants; tous les autres sulfites arylaliphatiques, ainsi que les sulfites des alcools aliphatiques primaires à chaîne longue, fournissent en plus du SO_2 des mélanges équimoléculaires d'hydrocarbures éthyléniques et d'alcools. La pyridine a la faculté d'abaisser catalytiquement le point de décomposition.

Ces résultats ont été confirmés sur le sulfite d'α-carbéthoxy-éthyle par Ritchie ([2]), qui a démontré aussi que les esters carboniques se comportent d'une manière analogue. Harispe ([3]) a prouvé de son côté que la présence de chaînes latérales sur le noyau peut entraîner des perturbations suffisantes pour que ce noyau n'exerce plus son influence habituelle sur l'orientation de la décomposition. Ainsi le sulfite de l'alcool β-(diméthyl-2,4-phényl)-éthylique ne fournit pas l'éther-oxyde, mais un mélange d'alcool et de styrolène.

Bissinger et Kung ([4]) ont constaté récemment qu'il se forme 8% d'oxyde d'isopropyle par l'action du chlorure de thionyle sur un excès d'alcool isopropylique, mais ils n'attribuent pas cette réaction à la décomposition thermique du sulfite d'isopropyle. L'un de nous ([5]), enfin, vient de montrer que la pyrolyse du sulfite de cyclohexyle conduit à la formation de l'oxyde de cyclohexyle.

Pour approfondir davantage les relations qui existent entre le mécanisme de la décomposition et la constitution des esters sulfureux, nous avons soumis à la pyrolyse quelques nouveaux sulfites.

Le sulfite de propyl-4 cyclohexyle, distillé sous pression ordinaire, donne un mélange de propyl-4 cyclohexène-1 et de propyl-4 cyclohexanol. La facile décomposition de ce corps avait déjà été signalée par Gauthier ([6]). Le sulfite mixte de propyl-4 cyclohexyle et d'éthyle, préparé par l'action du chlorosulfite d'éthyle sur le propyl-4 cyclohexanol, se décompose déjà au moment de la distillation dans le vide, en donnant du propyl-4 cyclohexène et de l'éthanol. On peut en déduire que l'influence des chaînes latérales constatée par Harispe joue également dans le cas des noyaux hydroaromatiques.

L'influence de la constitution est encore plus prononcée dans le cas des sulfites purement aromatiques : ainsi le sulfite de phényle commence à se décomposer vers 200°; mais si l'on ajoute un peu de pyridine, cette décomposition a lieu déjà à partir de 130-135°. On constate bien le dégagement de SO_2, mais le produit final se présente sous la forme d'un sirop foncé, mélange inextricable

---

([2]) *J. chem. Soc.*, 1935, p. 1054.
([3]) *Ann. de Chim.*, **6**, 1936, p. 335.
([4]) *J. Am. Chem. Soc.*, **69**, 1947, p. 2158.
([5]) Libermann, *Nature*, **160**, 1947, p. 903.
([6]) *Ann. de Chim.*, **20**, 1945, p. 621.

de composés phénoliques. Il n'en est pas ainsi si l'on effectue la pyrolyse en milieu xylénique.

On chauffe au bain d'huile pendant 4 heures un mélange de 25g de sulfite de phényle, 2g,5 de pyridine et 100g de xylène, de façon à maintenir une ébullition douce. Les gaz dégagés sont absorbés dans une solution de soude, et le xylène retenu par un réfrigérant ascendant. 2g,6 de SO_2 sont retrouvés dans la soude après l'opération. Un produit insoluble dans le xylène se sépare sous la forme d'une masse pâteuse qui adhère aux parois du ballon. Après refroidissement, on décante le liquide, on lave le résidu avec un peu de xylène, et l'on chasse le reste du solvant en chauffant au bain d'huile sous pression réduite. Le résidu pèse 15g environ. Il est entièrement soluble dans la soude diluée, mais, précipité par un acide minéral, il se transforme rapidement et s'oxyde à l'air libre en formant une masse résineuse noire. Ce même composé, précipité par le gaz carbonique, se conserve indéfiniment et se présente sous la forme d'une poudre légère, grisâtre, insoluble dans le benzène, le xylène et l'éther, mais très facilement soluble dans l'alcool et l'acétone. Il se ramollit vers 90° et fond à 95°. S trouvé, 13,5 %; calculé pour $C_{12}H_{10}O_3S$, 13,67 %.

Benzoylé par le chlorure de benzoyle en milieu pyridinique, il fournit un dérivé monobenzoylé $C_{19}H_{14}O_4S$ fondant vers 85-90°. Trouvé C, 68 %; H, 4 %; calculé C, 67,45 %; H, 4,1 %.

Son autooxydabilité facile et ses autres propriétés montrent qu'on se trouve en présence d'*hydroxyphénylsulfinate de phényle* (probablement para), isomère du dihydroxydiphénylsulfoxyde (F. 195°).

La couche xylénique cède à la soude 6g d'un composé phénolique qui, benzoylé, fond à 115° après cristallisation dans l'alcool.

Le sulfite de β-naphtyle fournit également le sulfinate correspondant. Nous l'avons obtenu par l'action du gaz chlorhydrique sur une solution chloroformique de sulfite. Trouvé S, 9,3 %; calculé S, 9,5 %; F 215°. Ce produit avait déjà été obtenu par Berkenheim et Tchenzoff (7), mais pris à tort pour le sulfite de β-naphtyle, qui fond, lui, à 81°.

L'hydroxyphénylsulfinate de phényle, obtenu avec un rendement de 60 % par la pyrolyse du sulfite de phényle, ne peut guère se former autrement que par une transposition intramoléculaire, suivant le schéma ci-dessous :



LITHOLOGIE. — *Sur la présence de basanites analcimiques en Auvergne.* Note de M. **Robert Michel**, présentée par M. Charles Jacob.

A. Lacroix a décrit en 1924 (1) des laves analcimiques en Afrique du Nord. Ces roches étaient inconnues en France lorsque j'ai signalé (2) que ce sont également des *basanites analcimiques* qui constituent les coulées, d'âge burdi-

(7) Berkenheim et Tchenzoff, *Journal Obchtcheï Chimii* (Moscou), 3, 1933, p. 947.

(1) *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 529; *Bulletin Volcanologique*, n° 2, 1924, p. 199.

(2) *C. R., som. Soc. géol. de France*, 1946, p. 238.

galien, qui forment le sommet du Plateau de Gergovia, à 7[km] au Sud de Clermont-Ferrand. Ces roches, appelées jusqu'ici basaltes, ont effectivement à l'œil nu un faciès typiquement basaltique, mais l'étude en lame mince révèle qu'elles renferment une quantité notable d'analcime d'origine primaire. Leur composition minéralogique et chimique est la suivante :

Phénocristaux. — Quelques cristaux idiomorphes d'olivine dont la composition chimique, déduite de la mesure de l'angle d'axes, varie de 18 % de Fe_2SiO_4 pour la coulée inférieure à 34 % pour la coulée supérieure. Augite titanifère en cristaux idiomorphes zonés (la teneur en titane augmente progressivement des zones extérieures, où elle peut être nulle, jusqu'à la zone centrale).

Pâte. — Nombreux microlites d'andésine à 52-57 % d'albite. Quelques microlites d'augite titanifère. Verre incolore très abondant, riche en très fines aiguilles de pyroxène constituant par endroits une sorte de feutrage. Ce verre renferme des plages minuscules dont la biréfringence est celle de l'analcime. On peut constater sur certaines d'entre elles que l'analcime ne remplit pas secondairement des vacuoles, mais qu'elle appartient à une étape primaire de la cristallisation. En effet, ces plages sont pénétrées par la pâte microlitique et elles comportent en inclusions les mêmes aiguilles de pyroxène que le verre.

Minerais. — Cristaux hypidiomorphes de magnétite.

Minéraux accessoires. — Biotite en très petites plages xénomorphes. Apatite rare.

Structure. — Porphyrique, à pâte microlitique fortement hyalopilitique.

I. *Basanite analcimique à biotite.* — (Coulée sup., versant Nord du Plateau de Gergovia). An. nouv. Prugnard. III. 6'.2 (3).4 [2.1 (2).2 (3).(2) 3].

II. *Basanite analcimique à biotite.* — (Coulée inf. versant Nord du Plateau de Gergovia). An. nouv. Prugnard, III. 6.3.4 [2.1.(2) 3.2].

	I.	II.		I.	II.		I.	II.
SiO_2.....	42,6	41,4	CaO......	11,8	12,1	MnO.......	0,5	0,2
Al_2O_3.....	14,5	14,3	Na_2O.....	3,6	3,7	H_2O+....	2,6	3,3
Fe_2O_3....	3,9	5,1	K_2O......	2,9	1,7	H_2O-....	0,7	2,0
FeO......	6,4	4,2	TiO_2.....	3,4	4,7		——	——
MgO.....	6,1	6,4	P_2O_5.....	0,8	0,5	Total...	99,8	99,6

Si l'examen en lames minces ne permet d'avoir que des présomptions sur la présence de l'analcime, les analyses chimiques confirment le diagnostic. Elles montrent d'une part des teneurs assez élevées en H_2O et Na_2O ; elles permettent d'autre part de mettre en évidence au calcul un pourcentage élevé de néphéline virtuelle (16,19 % pour la coulée supérieure et 13,92 % pour la coulée inférieure). Ce minéral n'étant pas exprimé minéralogiquement, le déficit de silice ne peut être imputé qu'à l'analcime. Par ailleurs, devant l'impossibilité d'isoler ce minéral par suite de ses dimensions microscopiques, des analyses ont été exécutées sur la partie de la roche pulvérisée soluble à froid dans l'acide chlorhydrique dilué. Le dosage des alcalis dissous donne $Na_2O = 1,1$ et $K_2O = 0,16$ pour cent parties de la roche de la coulée supérieure. Les proportions relatives de soude et de potasse sont analogues à celles qui ont été signalées par A. Lacroix pour les laves analcimiques d'Afrique du Nord et par

E. S. Larsen (³) pour les analcimes potassiques primaires des laves des Highwood Mountains.

D'après la nomenclature de A. Lacroix, les *basaltes* de Gergovie doivent donc être appelés des basanites analcimiques.

GÉOLOGIE. — *Sur les relations de l'Archéen et des quartzites de l'Atacora au Dahomey*. Note de M. **Robert Pougnet**, présentée par M. Charles Jacob.

Le Haut et le Moyen-Dahomey sont formés en grande partie de terrains métamorphiques dans lesquels, depuis H. Hubert (¹), on a distingué deux termes superposés nettement différents : un *Archéen* formé d'ortho et de paragneiss avec des venues intrusives diverses, occupant au centre et à l'Est la plus grande partie de la pénéplaine dahoméenne et considéré comme le substratum, sur lequel s'est déposée une puissante série quartzo-schisteuse formant au Nord-Ouest la chaîne de l'*Atacora*, prolongement vers le Nord des monts du Togo.

L'Archéen ainsi défini présente un caractère complexe et imprécis, puisqu'il comprend à la fois des schistes cristallins et des venues granitiques plus ou moins gneissifiées. En fait, c'est l'équivalent du granito-gneissique (P. Legoux) (²), formé de *substratum vraiment archéen* et de venues magmatiques.

D'autre part, l'étude des relations stratigraphiques entre Archéen et quartzites de l'Atacora a fait l'objet d'hypothèses opposées : H. Hubert croyait à une concordance des deux séries; A. Chermette admet une discordance tout en observant par endroits un passage progressif des gneiss aux quartzites; l'essai d'identification des séries anciennes de la boucle du Niger de M. Roques (³) implique la discordance de l'Atacora sur l'Archéen, par analogie avec les formations du Dahomey.

La présente Note a pour objet, d'une part de définir au Dahomey un Archéen vrai et des granites postérieurs, d'autre part de préciser les relations de ces deux termes avec la série de l'Atacora.

Je décrirai deux coupes typiques du contact gneiss-quartzites.

I. Dans la région de la Moyenne-Meckrou, au Sud-Est et à l'Est de Compongou, la chaîne des quartzites de l'Atacora est affectée de plissements de direction assez variables (NNE-SSW à NE-SW), décrivant ainsi une sorte d'arc à concavité tournée vers le Sud-Est. Les quartzites surmontent des formations gneissiques qui sont, soit des gneiss à biotite et pyroxène d'origine para (dérivant probablement de calcaires et de marnes) et appartenant

(³) E. S. Larsen and B. F. Buie, *The Amer. Mineralogist*, **23**, 1938, p. 837.

(¹) *Comptes rendus*, **145**, 1907, p. 692.

(²) *Bull. Serv. M. A. O. F.*, n° 4, Dakar, 1939.

(³) *C. R. Soc. Géol. de France*, 3 décembre 1945.

à la zone de métamorphisme de gneiss inférieurs, soit des gneiss à muscovite. Les gneiss sont affectés de plissements de direction remarquablement uniforme (NNE-SSW). La discordance entre quartzites et gneiss, si elle n'est nulle part observable directement sur le terrain, apparaît cartographiquement d'une manière indubitable. En effet, la limite orientale des quartzites, c'est-à-dire la ligne de démarcation entre quartzites et gneiss, est une ligne courbe épousant la forme générale en arc de la chaîne. Sur la carte, cette ligne vient recouper les contours rectilignes des zones gneissiques.

II. Au Nord-Ouest de Djougou, les Monts Tannéka sont constitués par un lambeau de quartzites à muscovite détaché et isolé de la chaîne principale de l'Atacora. Leur nature pétrographique et leur tectonique ne peuvent laisser aucun doute quant à leur assimilation à cette dernière. Ils sont affectés de plissements de direction à peu près constante NNE-SSW. Près de Djougou, les quartzites des Tannékas semblent reposer localement sur des paragneiss à muscovite. Au contraire, plus à l'Ouest, dans toute la région de Dompago et au Nord de celle-ci, on voit apparaître sous les quartzites des granites plus ou moins gneissifiés suivant une direction NNE-SSW. Ces granites sont à biotite et souvent à muscovite, généralement à structure largement grenue, mais passant parfois à des faciès porphyroïdes irréguliers. Ils sont hétérogènes, présentent plusieurs phases de mise en place avec auréoles successives de métamorphisme et prennent souvent des faciès de migmatites. Aux abords des quartzites, ils se chargent de muscovite et renferment de nombreuses enclaves de quartzites plus ou moins digérées. Tout en occupant une position sous-jacente par rapport aux quartzites, ce qui leur donne une apparence d'antériorité, les granites sont postérieurs à ceux-ci. Il semble qu'une très grande partie du lambeau de quartzites des Tannékas *flotte* en quelque sorte sur les granites.

Il résulte de ces deux séries d'observations qu'il y a lieu de distinguer dans l'Archéen d'Hubert deux termes bien différenciés :

a. Un *Archéen vrai* formé d'un ensemble de roches cristallophylliennes ortho ou para, présentant des degrés divers de métamorphisme, antérieur aux quartzites de l'Atacora qui le surmontent en discordance.

b. Un ensemble de granites postérieurs aux quartzites qu'ils migmatisent en certains points. Je les appelle *granites post-atacoriens*.

Il est à noter en outre que les gneiss archéens et certains granites post-atacoriens ont pu subir en certains points les effets du métamorphisme plus ou moins intense qui a affecté l'Atacora. Il en résulte l'apparition de minéraux secondaires et parfois une concordance de la schistosité cristallophyllienne pouvant masquer la discordance stratigraphique dans le cas de gneiss archéens. Ceci explique le passage progressif des quartzites aux gneiss signalé précédemment.

GÉOLOGIE. — *Constitution géologique du Zegher* (*Fezzan*). Note de M. André Cornet, présentée par M. Charles Jacob.

A l'Ouest d'une ligne Edri-Oubari, l'Erg d'Oubari (*Edeyen* des cartes) semble à peu près vierge de toute exploration. Les cartes indiquent pourtant un vaste espace non encombré de sables au sein de cet immense ensemble dunaire et le désignent sous le nom de *Hamada Zegher*. En décembre 1947,

j'ai pu reconnaître cette région, indiquée par les géologues italiens comme formée de *Grès de Nubie*.

Abordé par le Nord, le Zegher se présente comme une vaste plaine en contre-bas des dunes. Le sol est un *reg* autochtone calcaire, constitué par un cailloutis de concrétions calcaires grises, dures, contenant de petits grains de quartz, et constamment indépendantes en surface les unes des autres.

Le sous-sol est visible au puits comblé de Timenocaline (longitude E. 11°28′11″, latitude N. 27°06′48″, d'après un levé à la boussole d'Edri à Oubari) où une petite falaise permet de relever la coupe suivante :

De bas en haut :

1° Calcaire à entroques, visible dans les déblais du puits;

2° Calcaire violacé ou gris, à grain fin, avec filonnets et interstratifications de calcite : 2m;

3° Poudingue grossier à ciment gréseux jaune ocreux, et galets de calcaire gris, à gros Brachiopodes roulés : 0m,25 à 0m,50;

4° Marnes grises à nodules calcaires durs, avec intercalations de calcaire à calcite bien développée : 4m;

5° Calcaire gris clair, dur, fin ou cristallin, avec Brachiopodes : 3m;

6° Grès violacés en minces dalles, quelques passées blanches ou brunes à ciment de calcite d'orientation unique, et bois silicifiés : 8 à 10m;

7° Calcaire gris, violacé, à grands cristaux de calcite, ou calcaire gris bleu scoriacé : 4 à 5m;

8° Poudingue grossier brun, à ciment calcaire contenant des grains de sable et des cailloux quartzeux : 1m;

9° Reg calcaire : quelques décimètres.

D'après N. Menchikoff, le Brachiopode du niveau 3 serait un *Productus* du groupe de *semireticulatus*; celui du niveau 5, un *Athyris*. Les bancs 3 à 5 sont donc dinantiens, probablement viséens. Ils sont sub-horizontaux.

Les grès à bois silicifiés du niveau 6 ravinent légèrement les calcaires sous-jacents; ils ne sont pas toujours présents et les calcaires du niveau 7 peuvent reposer directement sur l'horizon à Brachiopodes n° 5.

Le pendage de la partie inférieure est trop faible pour affirmer l'existence d'une discordance, mais il y a une lacune entre les niveaux 5 et 6.

Le poudingue grossier n° 8 recouvre tout indistinctement d'une couverture horizontale; le sol (ou *reg*) qui lui est directement superposé est formé des mêmes éléments, soit qu'il en représente la désagrégation superficielle, soit au contraire que le poudingue résulte d'un cimentage ayant scellé en une seule masse les concrétions calcaires visibles dans le reg ainsi que tous les éléments, quartz et grès, qui s'y trouvent mêlés. L'ensemble poudingue et sol concrétionné correspond assez bien à la corniche supérieure des *hamadas* du Sahara algérien où un poudingue est souvent surmonté d'une carapace travertineuse.

Des observations altimétriques m'ont montré que le Zegher s'élève du Nord au Sud (de 467m à 500m). Le reg calcaire qui constitue son sol se prolonge sous l'erg au Nord-Est et au Sud-Est où on le voit apparaître dans les dépressions

interdunaires. Son altitude décroît vers le Nord-Est et vers le Sud-Est. La région de Timenocaline constitue donc le sommet d'une voûte topographique très surbaissée.

L'affleurement des calcaires dinantiens à Timenocaline, à une altitude voisine de 490^m, confirme l'existence d'un anticlinal WSW-ENE dont l'axe passerait au Nord de Serdelès et à l'Ouest d'Edri, hypothèse déjà émise par M. Lelubre [1] à la suite de sa découverte de schistes à Graptolites à Bir-el-Gasr (à l'Ouest d'Edri).

Au point de vue hydrologique, l'existence de cet anticlinal est très importante : il ferme vers le Nord-Ouest la cuvette synclinale fezzanaise qui constitue un bassin artésien bien individualisé. L'existence du puits (actuellement comblé) de Timenocaline permet de penser que les nappes carbonifères ont ici un niveau piézométrique voisin de 460 à 470^m.

GÉOLOGIE. — *Interprétation géologique des anomalies de la pesanteur en Méditerranée*. Note (*) de M. **Henri de Cizancourt**, présentée par M. Pierre Lejay.

L'interprétation des anomalies de Bouguer négatives ne présente aucune difficulté quel que soit le système de compensation adopté. La signification des anomalies positives, par contre, est plus obscure, car les hypothèses de Pratt ou d'Airy peuvent conduire à des solutions géologiquement improbables. Je donnerai comme exemple l'anomalie de 200^{mgal} environ qui correspond entre les Baléares et la côte algérienne à l'élément structural défini comme *bourrelet liminaire* par P. Fallot.

L'étude de cette anomalie sensiblement cylindrique a été faite à partir de diverses hypothèses conduisant aux conséquences suivantes :

1° En concentrant la masse sur l'axe d'un cylindre on réalise l'interprétation la plus profonde possible physiquement. On trouve $h = 80^{km}$. Le rayon R ainsi que la section πR^2 dépendent de l'excès de densité, la combinaison $\sigma\pi R^2$ étant seule définie. En prenant avec R. A. Daly $\sigma = 0,2$, on arrive pour la masse perturbatrice à des densités supérieures ou égales à celles des roches les plus basiques et il ne semble pas possible d'aller au delà de cette limite. On trouve dans ces conditions $R = 43^{km}$. Il faut alors admettre le remplacement d'un volume considérable (6000^{km^2} par kilomètre de longueur suivant l'axe). Un batholite de 80^{km} de hauteur et d'autant de largeur n'est peut-être pas inconcevable, mais il est au moins difficilement admissible.

2° En supposant un cylindre de section rectangulaire, on constate que la difficulté reste la même.

---

(1) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1403-1404.

(*) Séance du 7 juin 1948.

3° En plaçant une masse trapézoïdale à une faible profondeur (de l'ordre de 14^{km}), ce qui concorde avec l'hypothèse d'Airy, on doit supposer l'envahissement de 70 à 100 % de la croûte par un magma basaltique, un volume remplacé de plus de 2000^{km^3} par kilomètre de longueur et une extension transversale du phénomène à plus de 130^{km} à partir de l'axe. L'absurdité de cette hypothèse est évidente car s'il est peut-être possible de concevoir l'amincissement de la croûte sialique sur certains espaces océaniques, on ne voit pas comment celle-ci aurait pu disparaître en Méditerranée au cours de l'orogonèse alpine donc à une date géologique récente.

Enfin l'hypothèse des courants de convection de Vening-Meinesz paraît difficilement applicable aux problèmes méditerranéens, par suite de la valeur élevée des anomalies, de leur localisation dans des bandes étroites et de l'alternance de zones négatives et positives.

Ainsi les hypothèses précédentes, physiquement possibles, sont néanmoins difficilement acceptables par le géologue. Ceci montre comment la découverte d'anomalies positives considérables en Méditerranée doit nous amener à préciser certains concepts tectoniques.

La séismologie a montré par l'étude des séismes à foyers profonds que la déformation de l'asthénosphère pouvait intéresser plusieurs centaines de kilomètres, et d'autre part, l'application à la tectonique profonde de considérations générales sur la déformation plastique permet d'envisager la localisation de la déformation dans des zones dites plastifiées et l'existence de surfaces de cisaillement formant deux systèmes orthogonaux et de pendage voisin de 45° au moins à partir d'une certaine profondeur, valeur qui est confirmée par l'étude des séismes à foyers profonds. J'ai été ainsi amené à envisager l'existence de synclinaux et anticlinaux de fond caractérisés, les premiers par l'établissement d'une gouttière s'atténuant progressivement en profondeur, les seconds par un noyau profond très comprimé et par l'atténuation du plissement vers la surface. De ce fait et par suite de l'augmentation des densités avec la profondeur, le synclinal amène une couche plus légère au niveau d'une couche de densité plus grande et l'inverse est vrai pour l'anticlinal. Quelles que soient la valeur absolue de la densité et sa loi de variation avec la profondeur, l'anticlinal acquerra une densité supérieure et le synclinal une densité inférieure à celle des zones non déformées. J'ai calculé [1] les masses perturbatrices en ramenant les surfaces de discontinuité limitant les anticlinaux et synclinaux de fond, à des plans à 45°.

Cette hypothèse est compatible avec les faits observés en ce qui concerne la forme des anomalies, et elle peut d'autre part servir de base à des calculs d'isostasie. La solution qui consiste (Pratt, Airy) à considérer la croûte comme se

(1) *La tectonique profonde de la Syrie et du Liban. Essai d'interprétation géologique des mesures gravimétriques*. Beyrouth (à l'impression).

ramenant à des prismes verticaux indépendants entre eux, est certainement très éloignée de la réalité géologique, et ici, au contraire, l'équilibre des unités structurales est envisagé en comparant l'altitude moyenne calculée à l'altitude observée. On constate alors que dans plusieurs cas jusqu'ici étudiés (Syrie-Liban, Pyrénées, Méditerranée Occidentale) un équilibre isostatique à peu près parfait est réalisé, alors que les méthodes classiques font apparaître des anomalies parfois très fortes atteignant 50 à 100 mgal en Méditerranée Occidentale.

La constatation de cet état d'équilibre semble pouvoir être considérée, sinon comme une confirmation définitive, du moins comme une présomption en faveur des hypothèses envisagées.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Sur la structure de l'Antiliban et de l'Hermon.* Note (*) de M. **Étienne de Vaumas**, présentée par M. Emmanuel de Martonne.

Pas plus qu'au Liban, la notion de *horst* n'est applicable à l'Antiliban et à l'Hermon. Ce sont des plis de fond ou à grand rayon de courbure, d'un style semblable mais non identique à celui de leur grand voisin de l'Ouest. On peut y distinguer quatre sections du Nord au Sud :

I. *L'Antiliban jusqu'au parallèle de Baalbeck.* — Il commence par une terminaison périclinale qui plonge sous la steppe de Homs.

Entre el Qaa et Baalbeck, ses couches s'élèvent rapidement depuis la Bekaa; puis une pliure les ramène à l'horizontale et elles forment un plateau d'une quinzaine de kilomètres de largeur, affecté de deux légères ondulations synclinales; enfin une contre-pliure les fait se redresser à nouveau et la crête même de la chaîne est formée par un anticlinal qui culmine en moyenne vers 2400^m.

L'ensemble monte du Nord vers le Sud où se trouve le sommet de l'Antiliban (Talaat Moussa, 2629^m); en même temps, la différence d'altitude entre le plateau et la crête a tendance à s'atténuer par exhaussement plus rapide de celui-là.

Il n'y a pas trace de faille longitudinale. Peut-être existe-t-il une ou deux failles transversales; la similitude des horizons stratigraphiques et le chaos rocheux rendent difficile leur mise en évidence.

II. *L'Antiliban, du parallèle de Baalbeck à celui de Zebedani.* — La pliure occidentale de la chaîne émigre du bord de la Bekaa qu'elle suivait précédemment vers l'intérieur du massif qu'elle recoupe obliquement. Extrêmement forte, elle se transforme en un anticlinal très dissymétrique, peut-être faillé, qui suit la vallée de Serrhaya; celle-ci a évolué en Bray. Du signal de Baalbeck (2195^m) au signal de Chékif (2420^m), l'axe orographique est formé par l'énorme crête du versant oriental de l'anticlinal dont les couches

(*) Séance du 14 juin 1948.

descendent vers le plateau supérieur du Qalamoun; cet axe ne prolonge donc pas celui de la section précédente, il est situé plus à l'Ouest.

III. *L'ensellement du Barada (du parallèle de Zebedani à celui de la pointe N. de l'Hermon).* — Il est considérable et mesure une vingtaine de kilomètres de largeur. Sa dénivellation est d'au moins 1000^m par rapport à l'Antiliban et de plusieurs milliers de mètres par rapport à l'Hermon; les axes structuraux de ces deux massifs se raccordent dans cet ensellement par le petit Djebel Mazar (faillé à l'Ouest). Sa gouttière a déterminé la percolation des eaux qui donne naissance au Barada et a ouvert une voie de passage transversale dans le massif; c'est cette double cause qui a donné naissance à la Ghouta et à la ville de Damas.

L'axe de l'Antiliban-Hermon est flanqué vers l'Ouest : 1° par le profond synclinal de Zebedani qui se poursuit, tout en s'atténuant beaucoup, par le poljé de Deir el Achair et Rakhlé, jusqu'à hauteur du signal de l'Hermon-centre; 2° par l'anticlinal aigu des Aiguilles blanches (faillé à l'Est) qui se prolonge par le Djebel sans nom [1], jusqu'à hauteur de Rachaya; 3° par un plateau qui, au sud de la route Beyrouth-Damas, se creuse en synclinal (poljés de Kefer Qouq); 4° par une pliure qui marque la retombée du massif sur la Bekaa.

IV. *Le massif de l'Hermon.* — C'est un formidable anticlinal de jurassique moyen qui culmine à 2814^m. Si l'on tient compte de l'épaisseur des couches enlevées ainsi que de la grande fracture de Chebaa qui a abaissé le noyau central, il a dû perdre plusieurs milliers de mètres.

Il est déjeté vers le Sud-Est; une faille située de ce côté augmente encore la dissymétrie du relief. Un alignement de thalwegs semble indiquer que cette faille rejoint celle du Dj. Mazar et celle de la vallée de Serrhaya (si toutefois celle-ci existe réellement). Au cas où il s'agirait bien d'une fracture unique, il est à noter qu'elle passerait d'un bord à l'autre de l'axe structural et orographique de l'Antiliban-Hermon.

L'allure longitudinale. — Les culminations et abaissements d'axe ont déjà été signalés. Les axes structuraux sont NNE-SSO; ils déterminent les principaux axes orographiques qui ne coïncident pas toujours avec l'axe orographique général du massif, un peu plus incliné sur le méridien qu'ils ne le sont.

Comme pour le Liban, une incurvation des lignes structurales vers la Méditerranée se produit au Sud : l'Hermon est déjà d'orientation NE-SO.

Conclusions. — Ce sont presque les mêmes que pour le Liban. L'Antiliban et l'Hermon constituent un pli de fond propagé dans le socle syro-arabe; leur orientation comme leur dissymétrie indiquent une origine taurique; les plissements ont une influence quasi exclusive dans la genèse des massifs; les

---

[1] Vaste anticlinal surbaissé, situé entre les synclinaux signalés au 1° et au 3° et se terminant au Nord, au village de Helloua, il culmine à 1731^m.

fractures longitudinales n'ont qu'une importance locale; les failles transversales paraissent inexistantes.

L'Antiliban et l'Hermon comme la Bekaa sont, à la différence du Liban situé de l'autre côté de la fracture syrienne, solidaires du socle syro-arabe.

SÉISMOLOGIE. — *Les séismes et les noyaux de roches basiques dans les massifs centraux alpins.* Note de M. **Nicolas Oulianoff**, présentée par M. Charles Jacob.

Les séismes enregistrés à courte distance de l'épicentre fournissent l'occasion remarquable d'ausculter la croûte terrestre et de saisir les lignes directrices de sa structure. Un cas intéressant de cette espèce se présenta à la suite du tremblement de terre du 25 janvier 1946 dans le Valais. J'ai eu déjà l'occasion d'examiner le comportement de certaines ondes séismiques produites lors des nombreuses répliques enregistrées par les quatre stations suisses : Neuchâtel, Bâle, Zürich et Coire ([1]). En examinant la phase correspondant à l'enveloppe granitique, j'ai pu obtenir la confirmation de l'existence réelle de deux anciennes chaînes de granites : les massifs du Mont-Blanc et des Vosges d'une part, et de l'Aar et de la Forêt Noire de l'autre.

Ici, j'étudierai les particularités d'une autre catégorie d'ondes, notamment celles qui ont cheminé dans des zones plus profondes. Chaque séismographe utilisé commence par un impétu de très faible amplitude, rapidement suivi par une oscillation sensiblement plus importante.

Ces deux phases appartiennent aux ondes primaires, propagées les unes dans l'enveloppe granitique, les autres par la zone sous-jacente. Cette dernière phase est la plus rapide. La désignation respective de ces ondes serait donc P^* et $\overline{P}$ (ou Pg d'après la notation de Jeffreys). Les moyennes des décalages entre les temps d'arrivée des P^* et Pg, ont été constatées sur les séismogrammes des répliques enregistrées aux quatre stations suisses :

Stations.	Distance épicentre-station.	$TPg - TP^*$.
Neuchâtel	86,4	2,6 s
Bâle	135,7	1,3
Zurich	142,6	1,6
Coire	166,5	2,2

Le décalage entre les temps d'arrivée des phases P^* et Pg n'augmente pas avec la distance. Ceci ne s'explique pas seulement par les variations de la profondeur à laquelle se trouve la zone intermédiaire suivant chacune des quatre directions. Si la vitesse moyenne de propagation dans la zone intermédiaire est égale à 7,5 km/sec, et si nous admettons, pour la première série des calculs des

([1]) *Bull. Soc. géol. de France*, 5e série, 17, 1947, p. 39-54.

profondeurs, que la limite entre la zone dite granitique et la zone intermédiaire resté partout horizontale, tandis que l'hypocentre se trouve à la profondeur de 10^{km} ([2]), voici les résultats, auxquels on arrive alors pour chacun des quatre profils :

Dans la direction de Neuchâtel l'épaisseur de la zone dite granitique serait de 9^{km};

Dans la direction de Bâle elle serait de 28^{km};

Dans la direction de Zurich, de $31^{km},5$;

Dans la direction de Coire, de $39^{km},5$.

Par contre, si avec Salonen ([3]) nous considérons que sous les Alpes, l'épaisseur du Sial atteint 40^{km}, que sous l'avant-pays elle baisse à 25^{km} et que la limite entre la couche intermédiaire et la zone dite granitique reste parallèle à la limite entre le Sial et le Sima, nos calculs subiront un certain changement. Voici pour les quatre profils ce que l'on obtient dans ces conditions :

Dans la direction de Neuchâtel, l'épaisseur de la couche granitique serait de $16,5^{km}$ pour la région épicentrale, et de 2^{km} pour la région voisine de Neuchâtel;

Dans la direction de Bâle, les chiffres correspondants seraient 37^{km} et $22^{km},5$;

Dans la direction de Zurich, ces valeurs s'expriment par $38^{km},5$ et $23^{km},5$;

Dans la direction de Coire, les épaisseurs correspondantes seraient de 37^{km} et de 27^{km}.

En comparant ces résultats, nous arrivons à la conclusion que la zone dans laquelle se trouve la station de Neuchâtel serait caractérisée par le noyau de roches basiques le plus puissant et particulièrement rapproché de la surface de la Terre. Nous constatons ensuite que le profil passant par Bâle est marqué par une épaisseur de formations granitiques plus faible que celles trouvées suivant la direction de Zurich et suivant celle de Coire. Nous pouvons donc admettre que la dorsale granitique jalonnée par le massif de l'Aar et par celui de la Forêt Noire possède, dans sa partie occidentale, un noyau de roches basiques, situé toutefois vers une profondeur plus considérable que pour la dorsale reliant les massifs du Mont-Blanc et des Vosges.

Le résultat obtenu pour la direction de Coire est également instructif. Entre l'hypocentre et la station de Coire, les ondes séismiques suivent la direction des puissantes cassures alpines. Ces dernières ont entraîné l'empilement de lames gigantesques de granite. Le calcul montre avec évidence que cette tectonique avait déterminé le refoulement vers la profondeur des roches basiques de la zone intermédiaire et l'accumulation particulière à leur place d'un matériel granitique.

([2]) N. Oulianoff, *Bull. de la Soc. vaud. des Sc. nat.*, 63, 1947, et *Bull. des Lab. géol., minér., géophys. et du musée géol.* N. 85, 1947, Lausanne.

([3]) *Ueber die Erdkrustendicke und die isostatische Kompensation in den Schweizer Alpen* (*Annales Acad. scient. Fennicæ*, 1932).

Tels sont les résultats de l'analyse du comportement des ondes P* par rapport aux ondes Pg, résultats qui confirment d'une part nos conceptions tectoniques déjà acquises antérieurement et qui y apportent d'autre part de nouveaux et précieux compléments.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la répartition statistique des vitesses du vent en un lieu donné.* Note (*) de MM. **Armand Pagnon** et **Lucien Romani**, présentée par M. Joseph Pérès.

La répartition des vitesses du vent en un lieu est habituellement représentée par une courbe dite *courbe des vitesses classées* (¹).

L'ordonnée de la courbe est la fraction θ d'une durée très grande T pendant laquelle la vitesse du vent a excédé une certaine valeur v portée en abscisse.

Si dans un lieu donné, T augmente indéfiniment, la courbe se stabilise au bout de quelques années et prend l'aspect représenté sur la figure 1 (Saint-Inglevert, T = 11 ans).

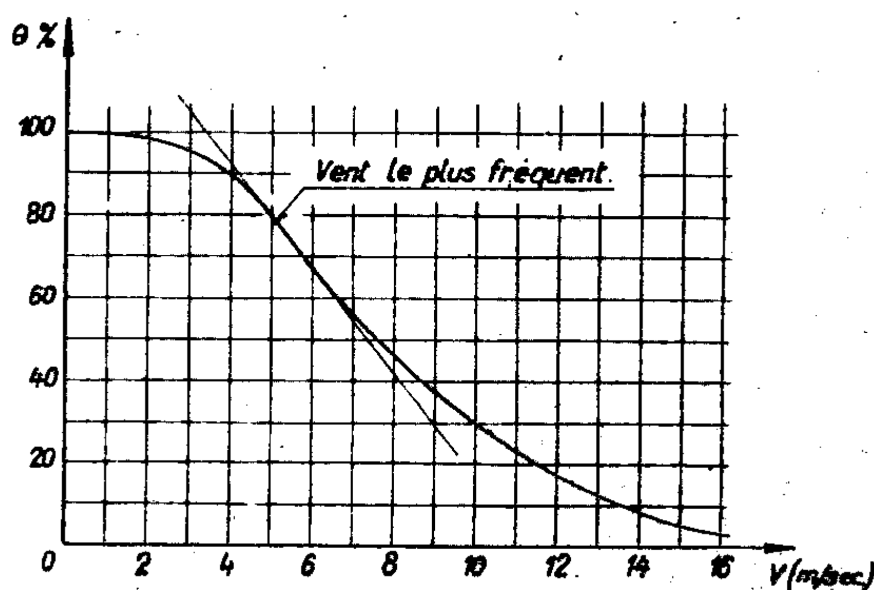


Fig. 1. — Courbes des vitesses classées.

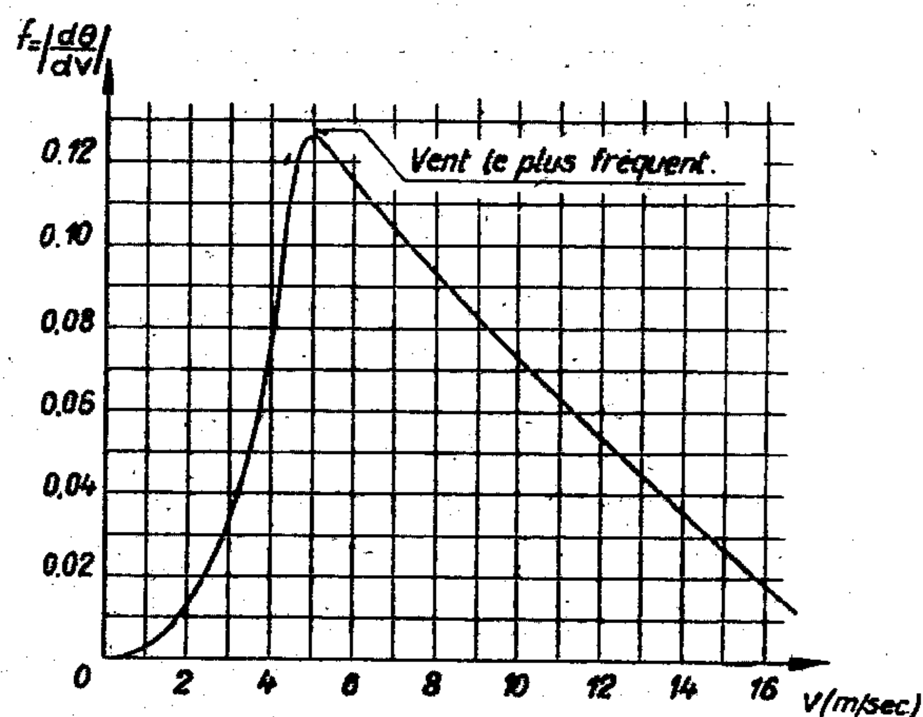


Fig. 2. — Fonction de fréquence.

La dérivée $d\theta/dv$ (prise en valeur absolue) de cette courbe est la fonction de fréquence de la vitesse v. Elle est représentée sur la figure 2; on voit qu'elle n'est pas du type Laplace-Gauss puisqu'elle est dissymétrique. Mais il en est ainsi pour beaucoup de phénomènes qui obéissent non pas à une loi de Laplace-Gauss proprement dite, mais à une loi de Gibrat (²).

Pour savoir si une courbe telle que celle de la figure 1 représente bien une telle loi, on emploie un diagramme dit *log-probabilités* où l'abscisse est $\log(v - v_0)$, v_0 étant une constante petite ou nulle, et dont l'ordonnée est proportionnelle à z

(*) Séance du 14 juin 1948.

(¹) P. Ailleret, *Revue générale de l'Électricité*, **55**, mars 1946, p. 103-108.

(²) *Bulletin de la Statistique Générale de la France*, **19**, 1930, p. 469.

définie par

$$\theta = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-z^2}\,dz.$$

Dans un tel diagramme la loi de Gibrat est représentée par une ligne droite.

Nous avons utilisé cette méthode pour de nombreuses stations françaises (Saint-Inglevert, Brest, Perpignan, Le Puy, Paris-Tour-Eiffel à différentes époques de l'année, etc.).

Toutes ces stations fournissent un diagramme de même type composé de *deux* segments très sensiblement rectilignes se raccordant à angle presque aigu pour une valeur de $v - v_0$ généralement comprise entre 8 et 14 m/sec.

La figure 3 représente encore à titre d'exemple la station de Saint-Inglevert.

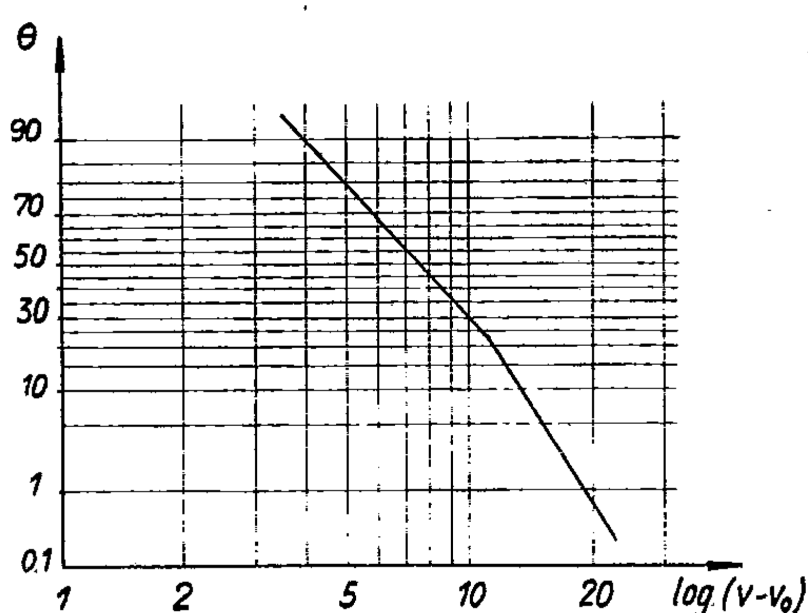


Fig. 3. — Diagramme log. probabilités.

Tout se passe donc comme si les causes du vent constituaient deux groupes distincts : l'un régissant les vents faibles, l'autre les vents forts, et chacun d'eux fournissant séparément une loi de Gibrat particulière qui se combine avec celle de l'autre.

Une loi de Gibrat comportant trois constantes (dont une est souvent nulle), la courbe des vitesses classées est donc une courbe à 6 paramètres (qui peuvent se réduire à quatre). En principe, on peut déterminer ces 6 paramètres à partir de 6 points de la courbe, mais c'est pratiquement difficile. On peut aussi procéder par approximations successives en déterminant séparément, suivant la méthode habituelle, chaque loi de Gibrat au moyen d'un seul segment rectiligne considéré comme indépendant. Le diagramme log-probabilités fournit ainsi immédiatement des valeurs approchées des inconnues qu'il est facile de retoucher ensuite.

L'interprétation physique nous paraît être la suivante :

Les vents faibles, très fréquents, sont gouvernés par des causes locales (vent du gradient); ils correspondent à un champ de pression continu non perturbé. Au contraire les vents forts, plus rares, sont engendrés principalement par des perturbations cycloniques dont les causes, d'origine lointaine, sont

tout à fait indépendantes de celles des vents faibles. Ils correspondent à des tourbillons d'axes verticaux se déplaçant à grande vitesse.

Cette interprétation est confirmée par l'étude du vent en altitude ([3]).

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Trachéides aréolées du type cycadéen dans le genre* Pæonia; *leur intérêt au point de vue systématique et phylogénétique.* Note de M. **Robert Lemesle**, présentée par M. René Souèges.

La plupart des systématiciens classent le genre *Pæonia* dans la famille des Renonculacées et la tribu des Pæoniées.

Cependant Worsdell ([1]), considérant certaines particularités de la fleur, de la graine, et surtout l'organisation des formations libéro-ligneuses du *Pæonia*, estimait qu'il se rapproche davantage des Calycanthacées et des Magnoliacées. Puis Kumazawa ([2]) signale dans les vaisseaux du bois de ce genre la présence de perforations scalariformes; ce caractère le distingue des Renonculacées chez lesquelles on observe toujours la perforation simple. Ces auteurs en concluaient qu'il doit constituer le représentant d'une famille distincte : les Pæoniacées.

La nature exacte des éléments fibreux du bois du *Pæonia* n'ayant jamais été élucidée, nous avons entrepris l'étude structurale des espèces suivantes :

P. Moutan Sims. et *P. Delavayi* Franch., originaires de Chine, qui offrent un port frutescent; *P. officinalis* Retz. d'Europe centrale et méridionale, *P. corallina* Retz. d'Asie-Mineure, *P. peregrina* Mill. et *P. tenuifolia* L. d'Arménie, *P. Wittmanniana* Stev. du Su-tchuen, *P. albiflora* Pall. de Mandchourie, *P. anomala* L. du Thibet, *P. obovata* Max. de Mongolie, *P. Emodi* Wall. des Indes orientales, et *P. Browni* Dougl. de Californie (ces dix dernières espèces sont des plantes herbacées).

Chez le *P. Moutan* et le *P. Delavayi*, les fibres du xylème sont pourvues, sur toutes leurs faces, de ponctuations aréolées circulaires à fentes obliques et croisées en X (trachéides du type cycadéen). Leurs cavités communiquent plutôt rarement par des perforations simples; les *trachéides vraies* sont ici plus nombreuses que les *trachéides ouvertes*. Leur longueur varie ordinairement de 150 à 300 μ, mais elle peut atteindre jusqu'à 400 μ. Le diamètre des aréoles est d'environ 7 μ. Les faces internes de ces trachéides présentent le plus souvent la striation spiralo-réticulée.

Dans les tiges des dix autres espèces, les fibres du bois secondaire diffèrent des précédentes par leur longueur plus accentuée; mais leurs faces sont toujours pourvues de ponctuations aréolées à ouvertures obliques et croisées; le diamètre des aréoles est cependant plus petit (4-6 μ). Ici les cavités des fibres communiquent assez fréquemment entre elles

---

([3]) *Cf.* R. Trochon, *Technique et Science aéronautiques*, fasc. VI, 1947, p. 366, *fig.* 9.

([1]) *Journ. of Bot.*, 46, 1908, p. 114.

([2]) *Bot Mag.*, Tokyo, 49, 1935, p. 306.

par des perforations simples : puis on constate l'absence de striation spiralo-réticulée. Nous observons ainsi, chez ces dix espèces herbacées, la coexistence de *trachéides vraies* et de *trachéides ouvertes* à face interne lisse.

Le genre *Pæonia* est donc caractérisé par la présence constante, dans le bois secondaire, de trachéides aréolées du type cycadéen. Le xylème des tiges de certaines *Renonculacées* à formations ligneuses secondaires bien développées, renferme des éléments fibreux de nature fort différente : Nous constatons, par exemple, chez l'*Helleborus fœtidus* L. l'existence exclusive de fibres libriformes, et chez le *Xanthorrhiza apiifolia* L'Hérit, la grande prédominance de ces mêmes éléments auxquels se joignent quelques amas de fibres trachéides.

Cette particularité structurale que nous avons découverte chez le *Pæonia* constitue un argument nouveau, lequel contribue à séparer ce genre des Renonculacées pour le classer dans la famille des Pæoniacées.

Nos observations viennent par ailleurs renforcer les conceptions phylogénétiques de Hallier ([3]); cet auteur isolait lui aussi les Pæoniacées et leur fixait dans l'arbre généalogique des Ranales, un rang inférieur à celui des Renonculacées. Il attirait l'attention sur leurs graines volumineuses à tégument luisant et à large hile; on doit tenir compte aussi chez le *Pæonia*, de l'absence de démarcation nette entre les sépales, les bractées et les véritables feuilles, disposition primitive qui ne se retrouve pas chez les Renonculacées. Or les trachéides aréolées du type cycadéen constituent un indice d'archaïsme, lequel se montre en corrélation avec la perforation scalariforme des vaisseaux. La présence de fibres libriformes dans le xylème de l'*Helleborus* et du *Xanthorrhiza* coïncide avec la perforation simple des vaisseaux pour révéler un degré d'évolution plus marqué.

Ces caractères histologiques se joignent ainsi aux données de la morphologie externe pour permettre aux phylogénistes de placer la famille des Pæoniacées au-dessous des Renonculacées dans l'échelle des Dicotylédones Apocarpales.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Culture de la moelle d'*Aucuba japonica *et ses particularités.* Note de M. **François Nystérakis**, présentée par M. Joseph Magrou.

On s'est parfois demandé si les échecs éprouvés par les précurseurs de la culture des tissus végétaux ne seraient pas dus, au moins en partie, au fait qu'ils s'étaient adressés à des cellules ou à des tissus bien différenciés. Différentes recherches ont démontré que, si le tissu cambial est le matériel de choix, les parenchymes vasculaire et libérien de certains végétaux sont susceptibles de proliférer, au moins dans une certaine mesure (Gautheret).

([3]) *Arch. néerl. Sc. ex. et nat.*, série, 3, I, 1912, p. 146.

En partant d'une culture de tissus de Vigne à prolifération rapide, Morel a pu isoler un parenchyme comprenant un seul type cellulaire.

Nous avons voulu voir si un parenchyme dépourvu de faisceaux libéro-ligneux et constitué par des cellules bien différenciées était capable de donner en culture un tissu identique. La moelle nous a paru un matériel tout indiqué, d'autant plus que ce tissu, dont le rôle est souvent moins important que celui des autres parties de la plante, pouvait nous réserver des surprises. Nous avons choisi la moelle d'*Aucuba*, dans laquelle nous avons observé des quantités importantes de chlorophylle (¹).

Des fragments de moelle d'un diamètre de 5^{mm} et d'une longueur de 3 à 4^{cm} ont été prélevés aseptiquement, le 16 juin 1947, sur des tiges de deux ans et placés sur des milieux gélosés bien définis (²).

La première manifestation de ces cultures est l'apparition, sur la partie du fragment émergeant du substratum, de cellules filamenteuses, ressemblant au *pseudothalle* signalé par Gautheret sur d'autres tissus en culture, sans la moindre formation, comme cela se produit généralement, d'un parenchyme comprenant plusieurs types cellulaires. Ces filaments se ramifient abondamment à partir d'un point donné et produisent de courtes ramifications dendritiques pouvues de chlorophylle et ayant une organisation propre. Au bout de 40 à 60 jours, un volumineux amas, constitué par la juxtaposition de ces arbuscules filamenteux, recouvre la partie libre du fragment de moelle.

Nous avons voulu voir s'il serait possible d'obtenir des cultures indéfinies des cellules filamenteuses. Le 5 janvier 1948, nous avons repiqué sur des milieux gélosés des plages filamenteuses de 2 à 4^{mm} de diamètre prélevées avec 1 ou 2 assises de cellules de l'explantat. Pendant le premier mois, par suite de brusques variations de température (³), la croissance a été très faible; certaines cultures même sont mortes; quelques-unes, cependant, ont survécu, mais leur croissance est arrêtée; les cultures initiales non repiquées se sont comportées de la même façon.

En janvier, février et mars 1948, de nouvelles cultures de moelle d'*Aucuba* sur différents milieux nous ont donné les mêmes résultats que les premières. L'époque du prélèvement sur la plante semble jouer un rôle assez important sur le départ de la filamentisation, mais, par la suite, les écarts initiaux tendent à disparaître. Nous indiquerons ultérieurement les particularités que nous a révélées l'étude cytologique ainsi que nos observations sur les milieux les plus convenables.

(¹) *Bull. Soc. Bot. France*, 95, 1948 (à l'impression).

(²) Surtout dans les milieux de Gautheret, Knop solution normale + hétéro-auxine + levure + glucose; Knop + saccharose + éléments olygodynamiques.

(³) Des accidents de laboratoire ne nous ont pas permis d'utiliser les étuves.

Ces expériences nous permettent de formuler les conclusions suivantes : 1° Le parenchyme bien différencié de la moelle d'*Aucuba* prolifère sur différents milieux synthétiques et donne naissance uniquement à des arbuscules filamenteux pourvus de chlorophylle et possédant une organisation propre; après repiquage, la croissance de ces filaments se poursuit pendant quelque temps, puis s'arrête, bien qu'ils restent vivants;

2° Il serait possible d'obtenir le passage de la forme cellulaire des végétaux supérieurs à la forme filamenteuse, qui caractérise la plupart des Champignons.

Cette particularité, que présentent les cellules de la moelle d'*Aucuba* en culture, ne manque pas d'intérêt.

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur le mécanisme de la fixation lente des phosphates par une argile de sol.* Note de MM. **Georges Barbier** et **Jean Chabannes**, présentée par M. Albert Demolon.

Nous avons montré ([1]) que la fixation des phosphates par une argile de sol ferrugineuse présente d'étroites analogies avec celle à laquelle donnent lieu des argiles pures, cristallisées, exemptes de sesquioxydes libres, à la condition que le temps de contact entre l'argile et la solution phosphatée ne soit pas trop long (une à quelques heures). On peut en conclure que la présence de sesquioxydes libres n'est pas la cause prédominante de la fixation des phosphates dans le sol à son début. Nous établirons ici que l'accroissement progressif de la fixation qui s'observe ultérieurement dans le cas d'une argile de sol, ne se produit pas, ou à peine, dans le cas de minéraux argileux proprement dits, et qu'en conséquence la fixation lente des phosphates par l'argile étudiée, extraite d'un sous-sol de limon, dépend de la présence d'autres constituants.

Des suspensions aqueuses d'argile, additionnées d'une solution de phosphate ne devenant pas saturée, ont été agitées mécaniquement pendant un temps variable, puis centrifugées; on a dosé ensuite P_2O_5 demeuré en solution. Les proportions d'argile, d'eau et de phosphates ont été choisies de telle sorte qu'après l'adsorption initiale des phosphates, la concentration de ceux-ci dans le solvant soit approximativement la même dans tous les essais. L'argile a été en général maintenue floculée par un sulfate 0,015 N. Le milieu ne renfermait dans chaque cas qu'un seul cation échangeable.

Les résultats sont exprimés en équivalents d'acide phosphorique (PO_4H_3) fixés par 100 équivalents d'argile (l'équivalence des argiles étant appréciée d'après leur capacité pour les bases). On a déterminé, d'autre part, la fraction de P_2O_5 fixé rapidement extractible par SO_4H_2 dilué, selon la technique décrite antérieurement ([2]).

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 749 et 1036.

([2]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1178.

Nature et état de l'argile.	Phosphates fixés par l'argile après 3 heures.	5 jours.	17 jours.	77 jours.	Accroissement de la fixation de 3 heures à 17 jours.	Fraction des phosphates fixés après 17 jours, extractible par SO_4H_2 dilué.
Kaolinite Ca—pH=7,4	3,01	3,30	3,27	-	0,26	94%
» Na—pH=7,4	0,85	1,05	1,40	-	0,54	100
Montmorillonite Ca—pH=7,4	1,30	1,69	1,86	2,68	0,56	79
Argile de sol Ca—pH=7,7	7,65	9,60	10,8	-	3,15	55
» Ca—pH=7,5 non floculée	5,85	7,20	8,65	-	2,80	50
Argile de sol K—pH=7,0	3,85	7,05	7,70	-	3,85	-
» Na—pH=7,8	1,25	1,75	3,50	-	2,25	-
Kaolinite H—pH=3,3	0,25	1,12	1,82	-	1,57	70
Argile de sol H—pH=3,2	2,0	9,8	11,2	-	9,2	24

De ces résultats, découlent les faits suivants :

1° Dans les argiles pures, la progression de la fixation au cours du temps est beaucoup moins marquée que dans l'argile de sol. Un état d'équilibre s'établit rapidement dans le cas de la kaolinite calcique. La montmorillonite calcique donne lieu à une fixation qui augmente pendant longtemps, mais beaucoup plus lentement que pour l'argile de sol. Ce comportement particulier de la montmorillonite peut être attribué à sa structure ouverte.

2° D'une façon générale, il n'existe pas de relation entre l'importance de l'adsorption initiale et l'intensité de la fixation lente. La nature des cations échangeables (autres que H^+), influe peu sur la progression de la fixation au cours du temps, alors qu'elle modifie considérablement l'adsorption initiale. Ceci ressort nettement, en particulier, de la comparaison des argiles calcique et sodique.

3° L'acidification du milieu entrave fortement l'adsorption initiale, alors qu'elle favorise considérablement la fixation lente, notamment par l'argile de sol. La kaolinite maintenue à pH 3,3 fixe lentement des ions phosphoriques, en même temps que sa teneur en Al_2O_3 extractible par le tartrate d'ammonium neutre s'accroît.

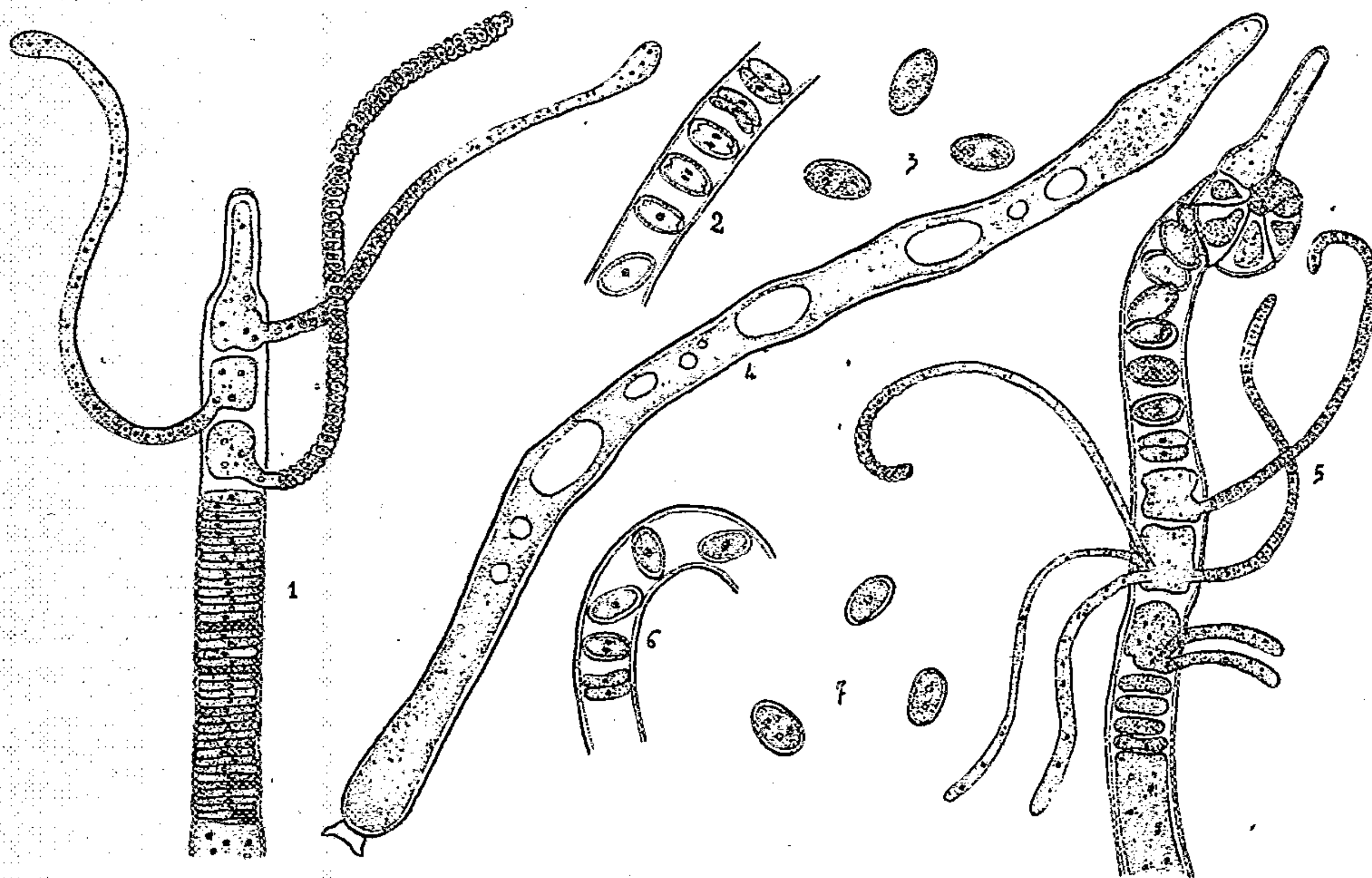
4° Après contact prolongé, la fraction de P_2O_5 fixé extractible par l'acide sulfurique dilué, est toujours plus élevée pour les argiles pures que pour l'argile de sol. Nous avons constaté par ailleurs, que l'acide phosphorique fixé par un gel mixte de silice et d'hydroxyde ferrique, à l'état calcique neutre, est difficilement extractible par les acides dilués (34% dans les mêmes conditions que ci-dessus). Ces résultats peuvent s'interpréter en admettant que l'hydroxyde ferrique joue un rôle essentiel dans la fixation lente des phosphates par l'argile étudiée.

Conclusion. — Les faits exposés montrent que la fixation lente des phosphates dans le sol diffère essentiellement, dans son mécanisme, de l'adsorption rapide

initiale. On ne saurait admettre que l'une et l'autre soient la conséquence d'une réaction de même nature qui se produirait d'abord à la surface externe des particules, puis qui pénétrerait lentement à l'intérieur du réseau des argiles cristallisées. Notre manière de voir est conforme au fait, déjà signalé par nous ([2]), qu'au cours de la fixation des phosphates par un sol de limon, les premières liaisons contractées par les ions phosphoriques sont rompues facilement par des acides dilués, contrairement aux combinaisons formées ultérieurement, qui sont facilement dissociables par les alcalis dilués. Nous n'avons pas constaté la formation de ces dernières en quantité importante dans des minéraux argileux exempts de sesquioxydes libres.

PROTISTOLOGIE. — *La reproduction sexuée chez* Palavascia philoscii *Tuzet et Manier et chez* Palavascia sphæromæ, *nouvelle espèce de Palavasciées parasite de* Sphæroma serratum *F.* Note (*) de Mlles **Odette Tuzet** et **Jehanne-Françoise Manier**, présentée par M. Louis Fage.

Nous avons déjà décrit ([1]) les formes végétatives de *Palavascia philoscii* et sa reproduction par microconidies. Pendant la période qui précède la mue des



Philoscia Couchii, sous les trois articles plurinucléés qui ont donné naissance aux filaments à microconidies, on voit le thalle se découper en rondelles uninucléées entassées comme des pièces de monnaie (*fig.* 1). Quatre à cinq de

(*) Séance du 21 juin 1948.
([1]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1854.

ces cellules discoïdes germent pour donner des microconidies, comme les trois éléments apicaux. Mais ce stade peut manquer, il y a alors une précipitation de l'évolution du parasite qui est probablement en rapport avec l'état de la *Philoscia*. Les cellules discoïdes uninucléées s'unissent deux à deux et donnent des éléments plus gros, à un seul noyau, qui se transformeront en spores durables (*fig.* 2). Le noyau de la copula va subir deux divisions successives et donner des spores durables à 4 noyaux (*fig.* 3).

Dans le rectum des *Sphæroma serratum F.* de l'Étang de Thau nous avons trouvé un parasite eccriniforme voisin de *Palavascia philoscii* et que nous nommons *Palavascia sphæromæ* n. sp. Les thalles végétatifs adultes sont de plus grandes dimensions que ceux de *Palavascia philoscii*; ils peuvent atteindre 2500 μ de long sur 33 μ d'épaisseur. Le pavillon de fixation est net, l'apex est séparé du reste du filament par un étranglement. Comme chez *Palavascia philoscii* il existe une zone protoplasmique centrale claire et une zone de protoplasme dense périphérique. Le vacuome est très important et les vacuoles plus volumineuses que celles des Eccrinides (*fig.* 4).

Tant que dure la période végétative, le protophyte est un filament onduleux se courbant à peine. A l'approche de la période de reproduction, la région distale s'enroule pour former une boucle complète. Une cloison distale apparaît alors et isole un article terminal qui dégénérera. En dessous apparaissent d'autres cloisons qui limitent des loges plus larges que hautes. A l'intérieur de ces loges le comportement des îlots cytoplasmiques ainsi isolés est différent.

Il peut y avoir formation de filaments à microconidies uninucléées. Souvent d'une même loge, partent plusieurs filaments (*fig.* 5), alors que chez *Palavascia philoscii* chaque article ne fournit qu'un filament. D'autres loges donnent naissance à des spores durables à 4 noyaux rappelant beaucoup celles de *Palavascia philoscii* et se formant après un phénomène semblable de sexualité (*fig.* 5-6-7).

En résumé, les *Sphæroma serratum* de l'Étang de Thau hébergent un parasite eccriniforme *Palavascia sphæromæ* voisin des *Palavascia philoscii* que nous avons déjà fait connaître. Ces deux espèces doivent être groupées dans une famille, celle des *Palavasciées*, famille faisant le passage entre les Eccrinides et les Harpellides de Léger et Duboscq. Les Palavasciées ont un thalle syncytial et des spores durables, comme les Eccrinides, des conidies latérales comme les Harpellides (la reproduction sexuée des Harpellides n'est pas encore connue). Ces spores durables se forment par union de deux cellules uninucléées. Comme chez les Eccrinides (Tuzet et Manier, 1948) (¹), les formes végétatives sont haploïdes, seule la copula est diploïde. Les deux mitoses successives qui ont lieu dans la spore après la fécondation sont réductives; elles rétablissent le nombre haploïde dans les thalles.

(¹) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1312.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Interdépendance des actions vitaminiques A et E sur le système génital mâle du Lapin.* Note de Mme **Marie-Louise Chevrel** et M. **Marcel Cormier**, présentée par M. Maurice Javillier.

La carence en vitamine E exerce sur les glandes génitales mâles une action spécifique, étroitement liée à la teneur des rations en vitamine A. Sur le Lapin, cette interdépendance se manifeste par la nécessité de la présence du tocophérol dans les rations pour obtenir une carence A complète (1). Elle se manifeste aussi par l'action combinée des deux vitamines sur les lésions d'inanition et par la modification des lésions de carence E sous l'influence des variations de la teneur en vitamine A des régimes.

Action des vitamines E et A sur les lésions d'inanition. — I. Chez des lapins inanitiés (survie 20 jours), l'administration de vitamine E (au début : 15mg de tocophérol en injection sous-cutanée, puis chaque jour 1mg d'acétate de tocophérol par la bouche) ne modifie pas les lésions testiculaires, analogues chez traités et témoins.

II. Des animaux inanitiés ont reçu journellement de 10000 à 20000 unités de vitamine A (soluté huileux) par voix buccale. Sous cette influence la durée de survie des animaux se raccourcit légèrement (11 à 18 jours). Les lésions testiculaires sont discrètes, l'exfoliation est minime; la dégénérescence des éléments cellulaires se traduit par la présence de quelques plasmodes multinucléés au sein de l'épithélium séminifère. Malgré une importante perte de poids attribuable à la toxicité des produits du métabolisme de la vitamine A, il est remarquable de noter le rôle protecteur de la vitamine A vis-à-vis des éléments de la gonade.

III. D'autres animaux inanitiés ont reçu, au début, 300000 unités de vitamine A et 0g,20 de tocophérol, puis, chaque jour, 1cg de tocophérol; leur survie n'a été que de 10 à 14 jours. Le parenchyme testiculaire est resté sensiblement normal. L'action freinatrice de la vitamine A sur les lésions testiculaires d'inanition est renforcée par la présence de vitamine E qui, seule, n'exerce sur ces mêmes lésions aucune action empêchante.

Modification des lésions testiculaires de carence en vitamine E sous l'influence de variations de la teneur en vitamine A du régime. — A. Régime sans vitamine E contenant des doses décroissantes de vitamine A. — 1° Des animaux pubères soumis au régime B. R. d'Evans ont reçu journellement 55000 U. I. de vitamine A. Leur survie a été en moyenne de 20 jours. Il n'existait chez eux aucune lésion testiculaire, la survie ayant été inférieure au délai nécessaire à l'apparition des lésions testiculaires de carence E.

(1) M. L. Chevrel et M. Cormier, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 2013.

2° Des animaux pubères soumis au même régime ont reçu 20000 U. I. de vitamine A par jour. Leur survie a été inférieure à 40 jours. L'examen histologique a montré que les tubes séminifères atteints sont déjà nombreux, qu'il existe des lésions de chromatolyse avec aspect en bague et exceptionnellement des cellules géantes. Il y a des spermatozoïdes dans l'épididyme et peu d'éléments dégénérés exfoliés.

3° Des animaux pubères, soumis au même régime, ont reçu journellement 7000 U. I. de vitamine A. Leur survie a alors été de 45 jours en moyenne. Les lésions histologiques du testicule sont marquées : chromatolyse nucléaire, avec aspect en bague; formation de quelques plasmodes multinucléés; dans la lumière des tubes séminifères et les canaux épididymaires, nombreux éléments cellulaires provenant de l'exfoliation de la paroi séminifère et peu de spermatozoïdes. L'épithélium de revêtement des canaux épididymaires présente une intense activité sécrétoire. Cet aspect se rapproche déjà sensiblement de celui décrit par Evans chez les animaux soumis à son régime de base qui ne contient que 1200 U. I. de vitamine A pour 100^{g} de régime.

B. Régime ne contenant ni vitamine A ni vitamine E. — Nos expériences nous ayant montré que le Lapin possède une réserve hépatique considérable de vitamine A, nous avons supprimé du régime les vitamines E et A. Dans ces conditions, la durée de survie a été variable (30 à 140 jours). Les animaux n'ont jamais présenté de xérophtalmie et leur foie au moment du sacrifice renfermait encore des doses notables de vitamine A (pour le plus long temps de carence, 138 U. I. par gramme). Les testicules sont fortement atrophiés. L'examen histologique révèle une atrophie complète de la presque totalité des tubes séminifères avec présence de nombreux plasmodes multinucléés.

Conclusion. — L'interdépendance des vitamines A et E est mise en relief chez le Lapin par leur action combinée sur les lésions testiculaires d'inanition. Celles-ci sont améliorées par l'administration de vitamine A, mais l'action empêchante qu'exerce la vitamine A est renforcée lorsqu'à la vitamine A on associe la vitamine E. De plus, les lésions testiculaires consécutives à la carence E sont modifiables par la teneur en vitamine A des régimes. Plus la teneur en vitamine A est élevée, plus la survie est courte et moins les lésions sont intenses. La ration de base d'Evans contient encore trop de vitamine A pour que les lésions de carence E atteignent leur intensité maxima. Mais la suppression totale de la vitamine A du régime, sans déterminer de carence A, entraîne des lésions de l'appareil génital considérables et comparables à celles décrites par Evans et Mason chez le Rat.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur le métabolisme de la paraffine par les micro-organismes.* Note de M. **Pierre Hoitzmann** et M[lle] **Geneviève Bouchard**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Depuis les travaux de Miyoshy ([1]) et ceux de Rahn ([2]) qui découvrit que la paraffine pouvait être utilisée comme seule source de carbone par un penicillium, de nombreux chercheurs ont abordé l'étude du métabolisme des hydrocarbures. Söhngen ([3]) a montré que la paraffine était attaquée par 17 espèces différentes de bactéries isolées du sol et récemment Baldacci ([4]) a isolé certains proactinomyces qui se comportent d'une manière analogue.

En général ces digestions étaient considérées comme lentes et les expériences duraient de 1 à 6 semaines.

On conçoit que tous les facteurs favorisant le contact entre la paraffine et les microorganismes ou leurs sécrétions, ont une influence. Tausson et Shapiro ([5]), Söhngen ([3]), Zobell ([6]) ont précisé l'action de la surface des hydrocarbures en contact avec le milieu de culture. Just et Schnabel ([7]) obtiennent en opérant en culture immergée et aérée une consommation plus rapide des hydrocarbures. Nous avons recherché le rôle que peut avoir l'agitation du milieu aqueux en contact avec la paraffine. Nous voulions mettre au point une méthode rapide d'étude de son métabolisme.

Dans nos expériences nous avons utilisé comme agent microbien un cocci que nous avons isolé du fumier de lapin, se rapprochant par ses caractères du *Micrococcus ureæ* (Cohn) ([8]).

La paraffine était utilisée sous forme de coupes de 1/100 de millimètre d'épaisseur.

Nous avons trouvé qu'en milieu minéral, contenant un sel d'ammonium, la paraffine disparaissait 10 à 20 fois plus vite lorsque la fiole de culture était constamment agitée.

L'azote du milieu de culture disparaît simultanément. Un chiffre trop faible obtenu pour l'azote total dans la suspension microbienne nous conduit à penser que les coccis, malgré l'agitation, adhèrent en grand nombre à la surface des coupes de paraffine.

([1]) *Jahrb. wiss. Botan.*, 28, 1895, p. 269, 289.
([2]) *Zentr. Bakt. Paras. Infekt.*, II, 16, 1906, p. 382.
([3]) *Zentr. Bakt. Paras. Infekt.*, II, 37, 1913, p. 595.
([4]) *Rivista Olearia*, n[os] 2-3, août-septembre, 1947.
([5]) *Mikrobiologia*, **2**, 1934, p. 221.
([6]) *Bact. Review*, **10**, 1946, p. 8.
([7]) *Die Branntweinwirtschaft*, 2, 1948, p. 113.
([8]) P. Heitzmann (Note Société de Biologie, juin 1948).

Nous avons ensuite étudié à l'aide de l'appareil de Warburg la respiration des coccis en présence des coupes de paraffine.

Dans des cupules du respiromètre de 20^{cm^3} de capacité nous mettions $0^{cm^3},5$ d'une suspension de coccis dans l'eau distillée (10^{mg} coccis frais; $1^{mg},25$ extrait sec) provenant d'une culture de 36 heures sur gélose nutritive.

1^{cm^3} du milieu suivant	sulfate d'ammonium........	$1^{g},6$
	sulfate de magnésium.......	$0^{g},25$
	phosphate monopotassique...	$0^{g},5$
	eau de source q. s...........	1000^{cm^3}

10^{mg} de carbonate de calcium léger précipité.

Comme source de carbone nous ajoutions soit des coupes de paraffine, soit du glucose. De la soude était placée dans les diverticules pour absorber le gaz carbonique qui se dégageait.

Les résultats obtenus sont consignés dans le Tableau ci-dessous :

Numéro de la cupule.	Substrat ajouté.	Surface approximative des coupes de paraffine.	Oxygène absorbé en mm³ pendant la 1re h.	2e h.	3e h.	4e h.	5e h.	6e h.
1......	Néant	0	0	2	3	3	3	3
2......	20 mg glucose		327	408	325	307	94	0
3......	3,2 » paraffine	3,5 cm²	0	10	14	56	133	109
4......	13 » »	14 »	0	43	65	153	313	318
5......	69 » »	70	0	50	92	210	335	336

Avec le glucose nous observons dès le début une respiration intense qui diminue par la suite, vraisemblablement du fait de l'action inhibitrice des produits du métabolisme. Avec la paraffine nous observons un temps de la latence de 2 à 3 heures, mais après cette période nous voyons que la paraffine peut donner lieu à une respiration comparable à celle que l'on obtient avec le glucose et qui, rapportée au poids sec des coccis, est comparable à l'intensité de la respiration de la levure et de nombreuses espèces microbiennes.

L'agitation en présence d'air favorise considérablement l'assimilation de la paraffine par les corps microbiens. Cette assimilation devient ainsi comparable à celles des autres aliments carbonés hydrosolubles.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur le pigment des yeux des Crustacés exempts de mélanine.* Note (*) de MM. **Michel Polonovski**, **René-Guy Busnel** et **Israël Grundland**, présentée par M. Maurice Javillier.

J. Verne (¹) a divisé les Crustacés en deux groupes, les uns pigmentés à base de mélanines, les autres exempts de mélanines. Il est cependant curieux

(*) Séance du 3 mai 1948.

(¹) *Thèse*, Paris, 1921.

de constater que dans ce dernier groupe de Crustacés, les yeux sont noirs, et les auteurs sous-entendaient généralement la présence de mélanines; ceci est en contradiction avec la classification de Verne, et indiquerait un processus pigmentaire spécifique propre aux choroïdes et rétines, fait difficilement admissible.

Au cours de nos recherches sur les ptérines des Crustacés ([2]), nous nous étions déjà rendu compte que les mélanines de *Cancer pagurus* L. (Crustacé à mélanine) présentent certains caractères qui les éloignent des mélanines classiques, notamment leur solubilité dans la soude normale, dans laquelle elles prennent une teinte rougeâtre, et leur fluorescence rouge, en ultraviolet, en présence d'acide acétique.

Chez deux crustacés exempts de mélanines, *Leander serratus Pennant*, dont les yeux sont noirs, et surtout *Crangon vulgaris* L., on admettait généralement que l'on se trouve en présence de mélanines sans en apporter aucune preuve.

Examiné à l'état frais, sous un éclairage intense, le pigment se présente sous forme de grains violets bruns, qui possèdent certains des caractères des pigments mélaniques, à savoir leur résistance aux acides, leur insolubilité dans les solvants organiques; cependant ils se dissolvent facilement dans les lessives alcalines normales, à froid, contrairement aux vraies mélanines; au cours de la dissolution, les pigments prennent une teinte rouge-brique en solution sodique, et on peut les reprécipiter aisément en milieu chlorhydrique en obtenant un floculat rouge-vineux, plus clair, qui ne vire jamais au noir, mais qui redevient rouge-brique en milieu alcalin.

Ces caractères de couleur, ainsi que la grande solubilité dans la soude normale nous amenèrent à rechercher par examen spectrographique la nature exacte de ces pigments.

Les pigments sont extraits de la manière suivante : les yeux des Crustacés sont broyés frais dans l'éther et le résidu, après plusieurs lavages, est traité successivement par l'acétone, l'alcool méthylique et l'acide chlorhydrique normal. Après un lavage à l'eau, on essore et l'on dessèche le résidu à 100°. On obtient une poudre brune qui, rebroyée au mortier, laisse des traces violettes sur les parois. On la reprend par la soude normale, qui en quelques minutes dissout le pigment *noir*. Le liquide rougit et donne une solution limpide que nous avons soumise à l'examen spectrographique dans l'ultraviolet.

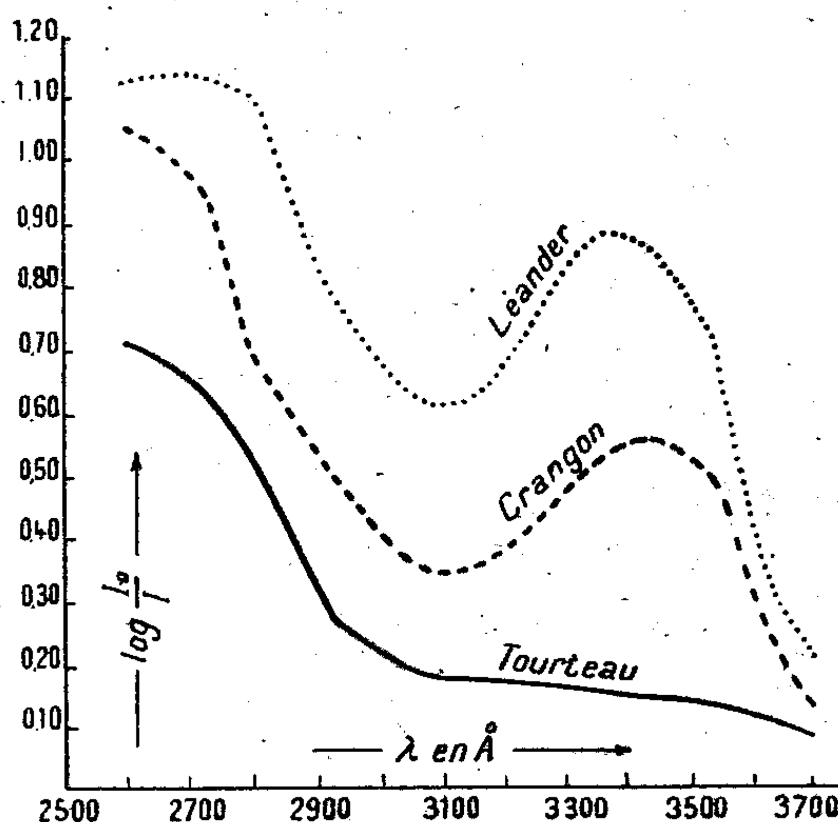
L'enregistrement des spectrogrammes a été fait au microphotomètre de Chalonge, et les courbes obtenues sont traduites dans le graphique ci-dessous :

La courbe d'absorption pour le pigment des yeux de *Cancer pagurus* semble être assez voisine de celles des divers types de mélanines ([3]).

([2]) M. Polonovski, J. Verne, R. G. Busnel et M. Pesson, *C. R. Soc. Biol.*, 137, 1943, p. 315.

([3]) G. Florence, J. Enselme et M. Pozzi, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 17, 1935, p. 268.

Au contraire, les spectres de *Crangon vulgaris* et de *Leander serratus* montrent tous deux un maximum d'absorption se situant près de 3450 Å et diffèrent, de ce fait, de ceux du *Cancer pagurus*; aussi doit-on abandonner la notion de la présence de mélanines vraies dans les yeux de ces Crustacés.



T, pigment des yeux de *Cancer pagurus*; C, pigment des yeux de *Crangon vulgaris*; L, pigment des yeux de *Leander serratus*.

Ces dernières courbes affectent une allure assez semblable de celles que présentent les pigments décrits par Becker (¹) sous le nom d'ommochrome, rencontrés chez les Insectes et certains Crustacés; les autres caractères généraux sont également voisins de ceux que nous avons constatés pour nos pigments.

Il ressort de ces faits que chez les Crustacés exempts de mélanines, et même chez *Crangon vulgaris* qui a été considéré comme l'exception classique des Macroures, on trouve, dans les yeux de ces animaux, un pigment différent des mélanines vraies qui fut, jusqu'à présent, confondu avec elles.

BIOCHIMIE DES MICROORGANISMES. — *Sur le dosage des métaphosphates dans les microorganismes par hydrolyse différentielle; technique et application aux levures.* Note (*) de M. Jean-Pierre Ebel, transmise par M. André Boivin.

En biochimie, on attache une importance de plus en plus grande aux composés phosphorés acidolabiles, qui paraissent jouer un rôle capital comme transporteurs d'énergie (Lipmann). L'un des derniers venus est l'acide métaphosphorique qui, vraisemblablement en combinaison lâche avec des protéines (métaphosphoprotéines acido-insolubles), a été rencontré chez l'*Aspergillus*

(¹) *Z. f. Vererbgsl.*, 80, 1942, p. 157.

(*) Séance du 21 juin 1948.

(Mann) et chez les levures (MacFarlane, Wiame, Schmidt, Hecht et Thannhauser) [1]. Dans le cas des levures, l'acide métaphosphorique participe à la constitution des granulations métachromatiques (grains de volutine). Sans doute en va-t-il de même pour les granulations métachromatiques de certaines bactéries, comme le bacille diphtérique; mais cependant la chose reste entièrement à démontrer. A vrai dire, on ignore encore tout de l'éventuelle participation de l'acide métaphosphorique à la constitution des bactéries.

En vue d'étudier la répartition de l'acide métaphosphorique chez les différents microorganismes et dans diverses conditions physiologiques, et aussi d'en préciser le rôle, nous avons cherché à régler une technique à la fois correcte et commode de dosage de ce corps. Nous nous sommes vite aperçu qu'on ne saurait identifier phosphore acido-insoluble rapidement libérable à l'hydrolyse chlorhydrique et phosphore métaphosphorique, car une brève hydrolyse chlorhydrique amène déjà une libération de phosphore non négligeable, à partir des acides nucléiques. Force est donc d'en tenir compte. La technique à laquelle nous nous sommes arrêté après maints tâtonnements, se ramène aux points essentiels suivants :

1° Se débarrasser, par l'acide trichloracétique froid, des substances acido-solubles (sur l'extrait trichloracétique obtenu, on peut doser directement le P des orthophosphates et, après une hydrolyse de 7 minutes à 100° en milieu ClH N, le P des pyrophosphates, c'est-à-dire, en fait, de l'acide adénylpyrophosphorique).

2° Se débarrasser des lipides (spécialement des phospholipides) par extraction au moyen du mélange alcool-éther à l'ébullition.

3° Soumettre alors les microorganismes à une hydrolyse à 100°, en milieu ClH N, pendant 7, 15, 30 et 60 minutes, doser les quantités d'acide orthophosphorique libérées et en retrancher ce qui revient à l'hydrolyse des quantités d'acide ribonucléique et d'acide désoxyribonucléique effectivement contenues dans les microorganismes et qu'on déduit de dosages préalables de ces corps par la technique de Schmidt et Thannhauser [2] et par celle de Schneider [3], en recoupant toutefois les évaluations de phosphore nucléique par des dosages de l'azote purique nucléique. Le phosphore non acidosoluble, non lipidique et non nucléique, qui est rapidement libérable par hydrolyse chlorhydrique, revient à l'acide métaphosphorique. Cela suppose, évidemment, l'établissement préalable des courbes d'hydrolyse des acides ribonucléique

---

(1) T. MANN, *Biochem. Journ.*, 38, 1944, p. 345; M. G. MACFARLANE, *Biochem. Journ.*, 30, 1936, p. 1369; WIAME, *Bull. Soc. Chim.*, *Biol.*, 28, 1946, p. 552; *C. R. Soc. Biol.*, 140, 1946, p. 895 et 897; SCHMIDT, HECHT et THANNHAUSER, *Journ. biol. Chem.*, 166, 1946, p. 775.

(2) *Journ biol. Chem.*, 161, 1945, p. 85.

(3) *Journ. biol. Chem.*, 161, 1945, p. 193.

(de levure) et désoxyribonucléique (de thymus) en fonction du temps, courbes qui ne se superposent pas exactement pour les deux acides et qui traduisent, dans les deux cas, le départ assez rapide du phosphore des nucléotides puriques et le départ bien plus lent du phosphore des nucléotides pyrimidiques.

Nous avons déjà appliqué cette technique à quatre levures : une levure de boulangerie (Fala), une levure de distillerie (basse), une levure de vin (Champagne) et une Torula (non pigmentée) (¹), que nous avons cultivées sur gélose au malt à 25°. Ces levures ont été recueillies au bout de 48 heures, puis soigneusement lavées à l'eau, par centrifugation, avant de les soumettre à l'analyse chimique. Nos résultats sont consignés dans le tableau suivant où tous sont exprimés en poids de phosphore pour 100 parties d'extrait sec.

	P				
Levures.	total.	ortho.	pyro.	méta.	des ac. nucléiques.
Boulangerie...	1,63	0,29	0,32	0,36	0,18
Distillerie.....	1,57	0,43	0,22	0,38	0,28
Vin..........	1,68	0,30	0,28	0,35	0,30
Torula.........	1,82	0,29	0,26	0,41	0,28

Toutes les levures étudiées par nous, on le voit, renferment du phosphore métaphosphorique et dans des proportions quelque peu comparables : entre 20 et 25 % du phosphore total, dans nos conditions d'expériences. Nous avons commencé à appliquer la même technique aux bactéries. Ici les résultats sont bien différents, car la plupart des germes semblent ne pas renfermer d'acide métaphosphorique, du moins en quantité appréciable. Mais nous nous réservons de revenir ultérieurement en détail sur ce point et d'en dégager la signification.

MICROBIOLOGIE. — *La formation des* corps larges *chez les bactéries et sa signification.* Note (*) de MM. **Robert Tulasne** et **Raymond Minck**, transmise par M. André Boivin.

Des *corps larges*, plus ou moins irrégulièrement arrondis et dont le diamètre dépasse parfois 10µ, peuvent se rencontrer dans les cultures bactériennes. Leur apparition spontanée est fréquente chez *Streptobacillus moniliformis* et *Spherophorus funduliformis*, très rares chez les colibacilles, les *Proteus*, etc. Leur formation est favorisée par diverses actions nocives, tout spécialement

(¹) Ces levures proviennent en partie de la collection de l'Institut de bactériologie de la Faculté de médecine de Strasbourg (Professeur Boivin), Institut dans lequel le présent travail a été effectué, en partie de la collection du Professeur Lemoigne de l'Institut Pasteur de Paris.

(*) Séance du 21 juin 1948.

par celle de la pénicilline. Enfin, Dienes a noté ce fait remarquable, qu'on les trouve souvent en grand nombre dans la zone où viennent à s'affronter deux colonies répondant à deux souches distinctes de *Proteus*. Cet auteur voit en eux la manifestation de quelque sexualité bactérienne.

Nous nous sommes proposé d'étudier la constitution cytologique et le mode d'apparition de ces *corps larges* ([1]). Nous avons travaillé tout d'abord avec des colibacilles maintenus en culture sur gélose à 37°, en présence d'une dose sublétale de pénicilline (300 unités par centimètre cube).

Sous l'effet de l'antibiotique, on voit les bacilles s'allonger progressivement, jusqu'à atteindre parfois des centaines de μ, et cela sans subir de bipartitions. Le noyau, primitivement unique, se divise un grand nombre de fois et les très longs filaments auxquels on aboutit peuvent contenir des centaines de noyaux, entre lesquels ne s'organise aucune cloison transversale. L'antibiotique inhibe donc le cloisonnement et la division du cytoplasme, beaucoup plus que la division du noyau. Au bout de quelques heures, on voit certains filaments se renfler, généralement dans leur partie médiane, en boules plus ou moins irrégulières, d'un diamètre de 5, 10 ou 20μ. Ces boules ne sont pas cloisonnées à leur intérieur et aucune cloison ne les sépare des deux tronçons du filament auxquels elles restent attachées. Elles sont remplies de matière nucléaire dispersée en masses irrégulières par leur forme et par leur taille. Il est bien évident, qu'au moins à la longue, l'appareil nucléaire bactérien se trouve atteint, lui aussi, par l'antibiotique. On voit, ainsi, une atypie nucléaire qui n'est pas sans faire penser un peu à celle qu'on rencontre dans le cancer animal; mais bien des études seront encore nécessaires avant que le mécanisme intime de cette atypie soit élucidé. La destinée ultime de la plupart des longs filaments et des boules est, sans contredit, la mort et la lyse. Pourtant, ainsi que nous l'avons vérifié, la teneur du milieu en pénicilline s'abaisse progressivement, sous l'action de la pénicillinase élaborée par les colibacilles. Aussi voit-on finalement apparaître des germes normaux (bacilles courts mono- ou binucléés), qui se détachent, par cloisonnement des extrémités, de certains longs filaments encore vivants, et qui se multiplient abondamment dans le milieu. Il ne s'agit en rien de formes résistantes à la pénicilline (nous l'avons contrôlé), mais de germes qui ont repris leur aspect usuel par suite de la disparition quasitotale de l'antibiotique.

Des filaments et des corps larges de structure quelque peu comparable peuvent encore se produire, quoique de façon beaucoup moins régulière et moins spectaculaire, lorsqu'on fait intervenir d'autres actions nocives sur les colibacilles; nous avons spécialement étudié le cas où l'on fait agir des solutions concentrées d'urée. Cependant, il ne faudrait pas imaginer que *toute* action

---

([1]) Nous avons appliqué aux bactéries notre technique de mise en évidence des noyaux à la ribonucléase et au Giemsa (*voir*, en particulier, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 703).

nocive doit nécessairement mener aux filaments ou aux corps larges. Des substances comme le phénol et la streptomycine, par exemple, ne conduisent à rien de tel. Nous nous proposons de revenir ultérieurement sur les altérations particulières qu'impose la streptomycine aux colibacilles.

Il semble donc qu'avec la formation des corps larges, on se trouverait en présence d'un processus de portée assez générale, se déroulant avec plus ou moins de facilité et avec diverses variantes de détails, selon les effets nocifs mis en œuvre et selon les souches utilisées. L'apparition *spontanée* des corps larges est vraisemblablement due à quelques modifications défavorables dans la constitution chimique du milieu, du fait de l'activité même des bactéries. Quant au phénomène de Dienes, il se rattache, selon de grandes probabilités, à l'effet antibiotique qu'une souche de *Proteus* peut éventuellement exercer sur une autre souche. Des actions antagonistes ont déjà été notées entre les *Proteus* et l'on sait (spécialement depuis les travaux de l'École de Gratia) combien elles sont fréquentes entre les colibacilles, proches parents des *Proteus*. D'après nous, les corps larges (formes d'involution) pourraient traduire une perturbation de la structure bactérienne qui, selon son intensité et sa durée, conduirait tantôt à la mort des germes, tantôt à une survie leur laissant la possibilité de revenir à une structure normale, par suppression à temps de l'effet nocif (germination des corps larges de Dienes). Ils ne s'inscriraient donc pas dans un cycle de vie et n'auraient rien à voir avec une sexualité des bactéries ([2]).

BACTÉRIOLOGIE. — *Rôle de bactéries du cycle du soufre dans l'altération des pierres des monuments.* Note de MM. **Jacques Pochon** et **Yao-Tseng Tchan**, présentée par M. Joseph Magrou.

Nous avons antérieurement signalé ([1]) qu'il était possible d'isoler à partir des débris de pierres, atteintes de certaines lésions, des bactéries oxydant les sulfures en sulfates; il suffit pour cela d'ensemencer ces débris dans un milieu minéral contenant des sels d'ammonium et du sulfure de fer par exemple. Nous avons de plus émis l'hypothèse que ces bactéries pourraient jouer un rôle dans la formation de ces lésions.

Pour mieux apprécier le mode d'action de ces germes et appuyer notre hypothèse, nous avons cherché à nous placer dans des conditions plus proches des conditions naturelles. A cet effet, nous avons tout d'abord utilisé l'appareil de perfusion de Lees ([2]) : la colonne centrale est remplie de fragments de pierre saine, ensemencée avec des parcelles de pierre malade; le liquide de perfusion est une solution saline contenant des traces de sulfure; l'azote est fourni sous forme de nitrate de potassium. Après une durée de perfusion de 2 à 3 semaines,

---

([2]) Sexualité en faveur de l'existence de laquelle Tatum et Lederberg ont apporté récemment des arguments d'un tout autre ordre, des arguments relevant de la génétique.

([1]) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 695.

([2]) *J. Agr. Sci.*, **37**, 1946, p. 27.

on note une baisse du pH du liquide. A ce moment des prélèvements permettent d'isoler, sur milieu de Tchan ([3]), des bactéries du type Thiobacille. Ces bactéries sont capables d'oxyder les hyposulfites en sulfates. En présence de H_2S elles abaissent le pH du milieu de 7,4 à 6,2.

Pour tenter de prouver l'action de ces germes, dans les conditions naturelles, sur la pierre, nous avons ensuite réalisé les expériences suivantes : des fioles de Fourneau, contenant une petite quantité de liquide salin de Winogradsky ([4]), à 3,6/1000 de nitrate de potassium et des fragments de pierre saine, ont été divisées en deux lots, dont l'un seulement a été stérilisé à l'autoclave; certaines fioles ont été ensemencées avec les germes précédemment isolés; dans toutes on a fait barboter de l'air filtré additionné ou non de petites quantités de H_2S, suivant le schéma expérimental suivant. Après un mois de séjour à la température du laboratoire, on a mesuré le pH (pH initial, 7,4).

	pH final. — Lots	
	non ensemencé.	ensemencé.
Fiole stérilisée, barbotage d'air	7,3	7,36
» non stérilisée, barbotage d'air	7,35	7,4
» stérilisée, barbotage d'air + H_2S	7,4	6,2
» non stérilisée, barbotage d'air + H_2S	7,34	6,25

De cette expérience il ressort que :

1° Il n'y a acidification que dans les fioles où l'on fait barboter de l'air + H_2S, ces fioles ayant été ensemencées avec les germes isolés des pierres malades.

2° L'ensemencement sans H_2S et, inversement, H_2S sans ensemencement, sont sans résultats (pas d'abaissement du pH).

3° Il n'y a pas d'acidification dans les fioles contenant de la pierre saine, même en présence de H_2S, si ces fioles ne sont pas ensemencées, donc la pierre saine ne contient pas de germes, analogues à ceux de la pierre malade, oxydant les sulfures en sulfates.

Il nous semble que ces constatations apportent un argument en faveur de l'hypothèse, émise précédemment, du rôle de ces germes dans le mécanisme de la formation du type de lésions décrit.

ÉPIDÉMIOLOGIE. — *Une épidémie de fièvre du Queensland à Strasbourg.* Note (*) de M. **Victor Schuh**, présentée par M. Léon Binet.

Du 5 au 19 mai, 30 personnes, soit marchands de bestiaux, soit employés des abattoirs de Strasbourg, étaient tombées malades. M. Vogel, vétérinaire-directeur, lui-même atteint, signala le fait aux autorités.

([3]) Pochon et Tchan, *Précis de Microbiologie du Sol*, 1948, Paris.

([4]) *Ann. Inst. Pasteur*, 47, 1931, p. 89.

(*) Séance du 21 juin 1948.

Le 21 mai, un de nos confrères de la ville nous envoya un sérum, tout en insistant auprès de nous, pour que nous fassions l'impossible pour poser un diagnostic. Les réactions sérologiques ordinaires : réaction de Widal, réaction de Wright, séro-diagnostic avec neuf souches de leptospires étaient négatives. Nous nous décidâmes donc de faire une enquête clinique auprès des malades. Trois des malades que nous avons pu joindre dans la journée étaient assez gravement atteints. La température oscillait autour de 40° C. L'auscultation permit de déceler les symptômes de broncho-pneumonie. La radiographie chez l'un d'eux montra une broncho-pneumonie diffuse de tout le poumon gauche. Tous les trois avaient quelques crachats teintés de sang.

Cette symptomatologie nous fit penser à une rickettsiose, la Fièvre du Queensland (Q. Fever), sur laquelle M. Wiesmann, de Saint-Gall, avait attiré notre attention.

Le sang du malade n° 1 examiné par Wiesmann donna, avec l'antigène pour Q. Fever, une réaction de déviation du complément positive à la dilution de 1 : 40. Avec le sang du malade n° 2, qui n'était atteint que depuis six jours, nous avons nous-même inoculé deux cobayes. Nous avons transmis la souche du virus à l'Institut Bactériologique de Saint-Gall où un premier passage sur cobaye a réussi.

Le diagnostic ne laissait aucun doute. L'examen des sérums des autres malades le confirma. De 31 malades signalés, nous avons pu jusqu'à ce jour examiner 27 sérums :

23 sérums donnèrent avec l'antigène pour Q. Fever (1) des réactions de déviation du complément positives à des titres allant de 1:20 à 1:640.

4 sérums étaient négatifs (2 sangs prélevés trop tôt, 2 autres maladies). Il faut remarquer qu'un certain nombre de personnes ont été examinées plusieurs fois au cours de leur affection. Les examens antérieurs au 8e jour ont tous été négatifs. Les examens faits entre le 8e et le 12e jour n'ont donné que de râres résultats positifs et quelques résultats douteux. Ce n'est qu'à partir du 12e jour de la maladie que les réactions de déviation du complément deviennent régulièrement positives.

Le titre de la réaction semble être en rapport avec la gravité de la maladie. Le sang d'un malade décédé le 10e jour donna une réaction positive au titre de 1:640. La durée moyenne de la courbe fébrile est de 12-16 jours. Néanmoins, nous avons pu observer deux malades (céphalée, malaise général), sans température, ni localisation pulmonaire qui n'ont pas interrompu leur travail. Quelques autres malades n'ont fait de poussée fébrile que pendant 3 ou 4 jours; un malade n'a présenté que des symptômes de néphrite. Il n'a pas été radiographié. La pénicilline semble ne pas influencer

(1) Le Dr Wiesmann, de Saint-Gall, a mis à notre disposition l'antigène pour Q. Fever de M. R. Herald Cox des laboratoires Lederle, U. S. A.

l'évolution de la maladie. Chez aucune de ces personnes, des morsures de parasites n'ont été signalées.

En dehors du foyer épidémique des abattoirs, nous avons pu poser le diagnostic de Q. Fever trois fois en deux semaines. Il s'agit d'un dessinateur d'une entreprise de menuiserie, d'un fonctionnaire du Port-du-Rhin et d'un chauffeur d'une entreprise de concassage. Un 4e malade, atteint d'une broncho-pneumonie confluente, avait une réaction de déviation du complément douteuse à la dilution de 1 :20 le 8e jour de la maladie. L'exitus au dixième jour nous empêcha de refaire un contrôle. Le diagnostic rétrospectif étant possible, des recherches systématiques ont déjà été entreprises pour identifier certaines épidémies de broncho-pneumonie qui ont sévi dans notre région, il y a trois mois.

L'épidémie des abattoirs de Strasbourg rappelle par son importance celle d'Amarillo (Texas) observée par Irons, Topping, Sheppard et Cox (2), aux abattoirs et dans certains parcs à bestiaux de cette ville.

En Suisse, un certain nombre de cas de Q. Fever avaient été observés depuis 1947 par O. Gsell (3). Depuis, en dehors des cas sporadiques, un certain nombre de foyers épidémiques très importants ont été observés en Suisse et dans les pays avoisinants (4).

Des épidémies à Wil (Canton de Saint-Gall), Chur, Brenngarter, près d'Aarau, à Monte-Ceneri dans les régions de Tubingen et de Don Aueschingen, (Allemagne, zone d'occupation française).

En France continentale, il ne semble pas que des cas autochtones de la Q. Fever aient été signalés antérieurement à l'épidémie que nous avons dépistée.

Brumpt (5) signale que la maladie a sévi parmi des unités des armées alliées en Corse en 1944 et 1945.

D'après ces données toutes récentes, nous sommes obligés d'admettre que les épidémies sont en pleine extension. L'existence de cas sporadiques en Suisse et en Alsace montre que la maladie devra être recherchée systématiquement non seulement lors d'épidémies analogues, mais aussi dans tous les cas de broncho-pneumonie qui ne réagissent ni à la pénicilline, ni aux sulfamides.

A 16h 15m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17h 40m. L. B.

---

(2) *Am. J. Med. Assoc.*, 133, 1947, p. 813 (ff.).

(3) *Schweiz. Med. Wochen.*, 1, 1948, p. 1.

(4) MM. O. Gsell et Wiesmann nous ont communiqué leur documentation tout à fait récente, non encore publiée.

(5) *Presse Méd.*, 7, 1947, p. 81.

ERRATA.

—

(Séance du 19 mai 1948.)

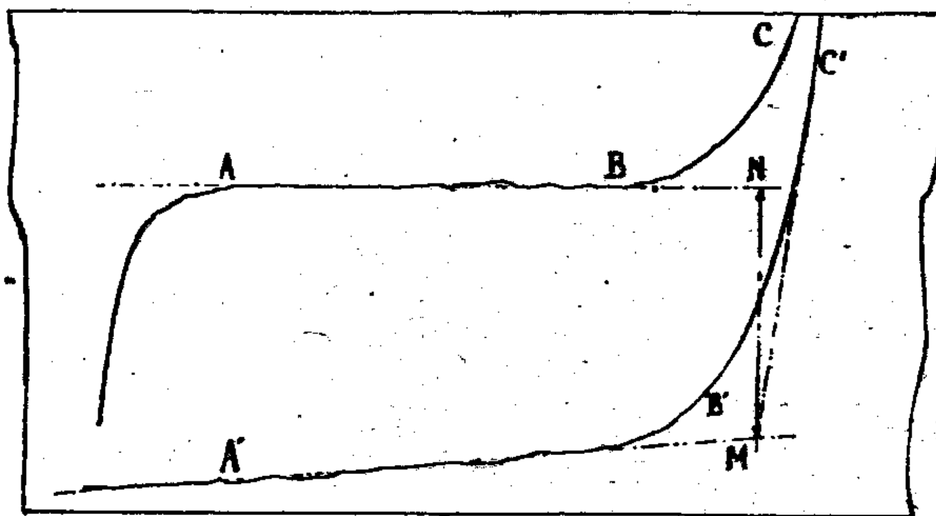
Note de M. *Hubert Delange*, Quelques théorèmes taubériens :

Page 1788, ligne 25, *au lieu de* $H\alpha(u)$, *lire* $H\alpha(t)$;
» » *supprimer* les lignes 26 et 27;
» 1789, ligne 3, *au lieu de* $\int_1^{+\infty} \log t \, d\varphi(t, x)$, *lire* $\int_1^{+\infty} \log t \, d\varphi(xt, x)$;
» » » 7, *au lieu de* $\int_1^{+\infty} \log t \, | d\varphi(t, x) |$, *lire* $\int_1^{+\infty} \log t \, | d\varphi(xt, x) |$.

(Séance du 14 juin 1948.)

Note de MM. *Yves Doucet* et *Maurice Rollin*, Sur la construction d'un cryomètre enregistreur et la cryoscopie des borates en milieu salin :

Page 1967, *insérer* la figure ci-dessous :



Fragment d'une bande d'enregistrement.
$KCl : m = 0{,}005615; \Delta t = 61^{mm},5 = 63^{\circ},9 \; 10^{-3}$.

FIN DU TOME DEUX-CENT-VINGT-SIXIÈME.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN 1948.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME 226.

I. — PARTIE SCIENTIFIQUE.

A

B

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

X

Z

II. — PARTIE ACADÉMIQUE.

A

B

C

D

E

F

H

I

L

N

O

P

R

S

U

TABLE DES AUTEURS.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

W

X

Y

Z



GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.

136951-51